Bài 1

1. Giải phương trình

$$x(x+1)+2x\sqrt{x+2}+2=0$$

2. Cho a, b, c là các số thực khác 0 thỏa mãn $a^2-2a(b+c)=b^2-2b(c+a)=c^2-2c(a+b)$. Tính giá trị của biểu thức

$$M=\frac{a-b}{c}+\frac{b-c}{a}+\frac{c-a}{b}.$$

Chứng minh.

1. Điều kiện xác định $x+2\geq 0 \Leftrightarrow x\geq -2$. Ta viết lại phương trình dưới dạng

$$x^2+2x\sqrt{x+2}+x+2=0 \Leftrightarrow (x+\sqrt{x+2})^2=0$$

Do đó $x+\sqrt{x+2}=0 \Leftrightarrow x^2=x+2 \Leftrightarrow x=2$ hoặc $x=-1$. Mặt khác từ $(x+\sqrt{x+2})=0$ ta suy ra $x\leq 0$. Vậy $x=-1$

2. Ta có $a^2-2a(b+c)=b^2-2b(c+a) \Leftrightarrow a^2-b^2=2c(a-b) \Leftrightarrow (a-b)(a+b-2c)=0$.

Chứng minh tương tự ta có $(b-c)(b+c-2a)=(c-a)(c+a-2b)=0$

Xét các trường hợp:

- Nếu có hai số bằng nhau, giả sử $a-b=0$ ta có $M=0+\frac{a-c}{a}+\frac{c-a}{a}=0$
- Nếu $a+b=2c, b+c=2a$ ta có $a+b-b-c=2c-2a$ hay $a-c=2c-2a$. Do đó $a=c$, ta quay lại trường hợp 1.

Vậy trong mọi trường hợp ta có $M=0$.

$\square$

Bài 2

1. Tìm tất cả các số nguyên x, y thỏa mãn $x^2+4y^2=2xy(x-2y)+5$
2. Cho m, n là các số nguyên thỏa mãn số $m^2-mn+4n^2$ chia hết cho 25 . Chứng minh số $m^2+mn+4n^2$ chia hết cho 25 .

Chứng minh.

1. Ta có $x^2+4y^2=2xy(x-2y)+5$

   $\Leftrightarrow (x-2y)^2-4-2xy(x-2y-2)=1$

   $\Leftrightarrow (x-2y-2)(x-2y+2)-2xy(x-2y-2)=1$

   $\Leftrightarrow (x-2y-2)(x-2y+2-2xy)=1$

   Do x, y nguyên nên ta có các trường hợp

Trường hợp 1 :

$$\begin{cases} x - 2y - 2 = 1 \\ x - 2y + 2 - 2xy = 1 \end{cases}$$

$\Rightarrow 4 - 2xy = 0 \Leftrightarrow xy = 2$ và $x - 2y = 3$

$\Rightarrow 2y^2 + 3y - 2 = 0$

$\Rightarrow y = -2; x = -1$

Trường hợp 2 :

$$\begin{cases} x - 2y - 2 = -1 \\ x - 2y + 2 - 2xy = -1 \end{cases}$$

$\Rightarrow 4 - 2xy = 0 \Leftrightarrow xy = 2$ và $x - 2y = 1$

$\Rightarrow 2y^2 + 3y - 1 = 0$ (Loại)

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $x = -1; y = -2$

2. Ta có $(m + 2n)^2 - 5mn$ chia hết cho 25 nên $(m + 2n)^2$ chia hết cho 5 hay $m + 2n$ chia hết cho 5 nên $(m + 2n)^2$ chia hết cho 25 hay $5mn$ chia hết cho 25 hay mn chia hết cho 5.

   Vì mn chia hết cho 5 nên m hoặc n chia hết cho 5, mà $m + 2n$ chia hết cho 5 nên suy ra cả m và n đều chia hết cho 5, từ đó $m^2 + mn + 4n^2$ chia hết cho 25 do $m^2, 4n^2, mn$ đều chia hết cho 25 khi m và n chia hết cho 5.

   Vì vậy ta có $m^2 + mn + 4n^2$ luôn chia hết cho 25.

$\square$

Bài 3

1. Cho x, y, k là các số nguyên dương sao cho số $p = \dfrac{x^k y}{x^2 + y^2}$ là số nguyên tố. Tìm k.

2. Với a, b, c là các số thực không âm thỏa mãn $a \leq 2, b \leq 2, c \leq 2$ và $a + b + c = 3$, tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \sqrt{ab(b+c+1)} + \sqrt{bc(c+a+1)} + \sqrt{ca(a+b+1)}$.

Chứng minh.

1. Đặt $(x, y) = d; x = x_1.d, y = y_1.d \quad (d \in \mathbb{N}^\star)$ trong đó $(x_1, y_1) = 1$

   Ta có: $x^k y = p.(x^2 + y^2) \Rightarrow d^{k-1}.x_1^k.y_1 = p.(x_1^2 + y_1^2)$. (*)

   Mà $x_1 y_1$ nguyên tố cùng nhau với $x_1^2 + y_1^2 \Rightarrow p \vdots x_1^k.y_1$

   Hiển nhiên $k = 1$ không thoả mãn $(p \leq \dfrac{1}{2})$

   - TH1: $x_1 = 1; y_1 = 1$.
     Ta có: $x = y \Rightarrow \dfrac{x^{k-1}}{2} = p$
     Với $k = 2 \Rightarrow \dfrac{x}{2} = p$ hay $x = 2p$, tương ứng có $x = 4, y = 4, p = 2$ thỏa mãn đề

     Với $k = 3$ thì $x = 2, y = 2, p = 2$
     Với $k \geq 3$ thì $\dfrac{x^k}{2}$ là hợp số nên vô lý
   - TH2: $x_1 = 1; y_1 = p$.
     Ta có: $x = d; y = dp \Rightarrow \dfrac{d^{k+1}p}{d^2 + d^2p^2} = p \Rightarrow d^{k+1} = d^2 + d^2p^2$
     Với $d^{k-1} = 1 + p^2 \Rightarrow p^2 = d^{k-1} - 1 = (d-1).(d^{k-2} + ... + 1)$

Nếu $k = 2$ thì $p^2 = d - 1$. Thay vào (*)thoả mãn.

Nếu $k \geq 3 \Rightarrow d - 1 < d^{k-2} + ... + 1 \Rightarrow d - 1 = 1$ thì $d = 2$

$\Rightarrow d^{k-1} - 1 \equiv 3 \pmod 4$ vô lý vì p^2 là số chính phương.

- TH3: $x_1 = p; y_1 = 1$.

  Theo (*) không thoả mãn.

  Vậy $k = 2$ hoặc $k = 3$ thỏa mãn đề

2. Ta có $\sqrt{ab(b+c+1)} = \dfrac{\sqrt{3ab(b+c+1)}}{\sqrt{3}} \leq \dfrac{3ab + a + b + 1}{2\sqrt{3}}$ do Cauchy.

   Tương tự và cộng theo từng vế ta có $P \leq \dfrac{3(ab+bc+ca) + 2(a+b+c) + 3}{2\sqrt{3}}$.

   Lại có $ab + bc + ca \leq \dfrac{(a+b+c)^2}{3} = 3$ nên $P \leq \dfrac{3.3 + 2.3 + 3}{2\sqrt{3}} = 3\sqrt{3}$

   Ta có $(2-a)(2-b)(2-c) \geq 0$ nên $2ab + 2bc + 2ca \geq 4 + abc \geq 4$.

   Vì thế $ab + bc + ca \geq 2$.

   Ta có $P^2 \geq ab(b+c+1) + bc(c+a+1) + ca(a+b+1)$.

   Khi đó $P^2 \geq ab^2 + bc^2 + ca^2 + 3abc + ab + bc + ca \geq ab(b+c) + bc(c+a) + ca(a+b) + 2$.

   Lại có $a, b, c \leq 2$ nên $a+b, b+c, c+a \geq 1$ hay $P^2 \geq ab+bc+ca+2 \geq 4$.

   Vì vậy $P \geq 2$.

   Tóm lại giá trị nhỏ nhất của P bằng 2 chẳng hạn khi $a = 0, b = 1, c = 2$.

   Còn giá trị lớn nhất của P bằng $3\sqrt{3}$ chẳng hạn khi $a = b = c = 1$.

$\square$

Do đó $\triangle BHC \sim \triangle KBC$. Ta thu được $\dfrac{HB}{HC} = \dfrac{BK}{BC} = \dfrac{BK}{CD} = \dfrac{MB}{MC}$. Suy ra HM là phân giác $\angle BHC$. Suy ra $\angle MHC = 45^\circ = \angle RBK$.

Suy ra tứ giác $BRHK$ nội tiếp. Mà HR là phân giác ngoài của $\angle BHK$ nên $RB = RK$. Suy ra tam giác BRK vuông cân tại R.

3. Ta có tứ giác $MBYH$ nội tiếp nên $\angle BYM = \angle BHM = 45^\circ = \angle XBO$. Suy ra $BO \parallel MY$.

   Lại có $OXBM$ nội tiếp nên $\angle OMX = \angle OBX = 45^\circ = \angle BHM$ nên$MX \parallel BH$.

   Nếu $OH \parallel AB$ thì $XBMO$ và $BYHM$ là hình chữ nhật, suy ra $BX \cdot BY = MO \cdot MH = MB \cdot MC = BM \cdot BQ$. Suy ra $XMYQ$ nội tiếp.
   Nếu OH giao AB tại T thì $\dfrac{BX}{MH} = \dfrac{TB}{TH} = \dfrac{TM}{TY} = \dfrac{OM}{BY}$. Suy ra $BX \cdot BY = MO \cdot MH = BM \cdot BQ$.

   Vậy tứ giác $XMYQ$ nội tiếp.

   Ta có $\angle HMY = \angle HBY = \angle MXY$ nên MH là tiếp tuyến của (MXY).

   Lại có HY là phân giác $\angle BHK$ nên $\angle YHB = 45^\circ$, suy ra HB là phân giác $\angle MHY$, suy ra $BY = BM$.

   BR lại là phân giác của $\angle MBY$ nên $RM = RY$, suy ra RY là tiếp tuyến của (XMY).

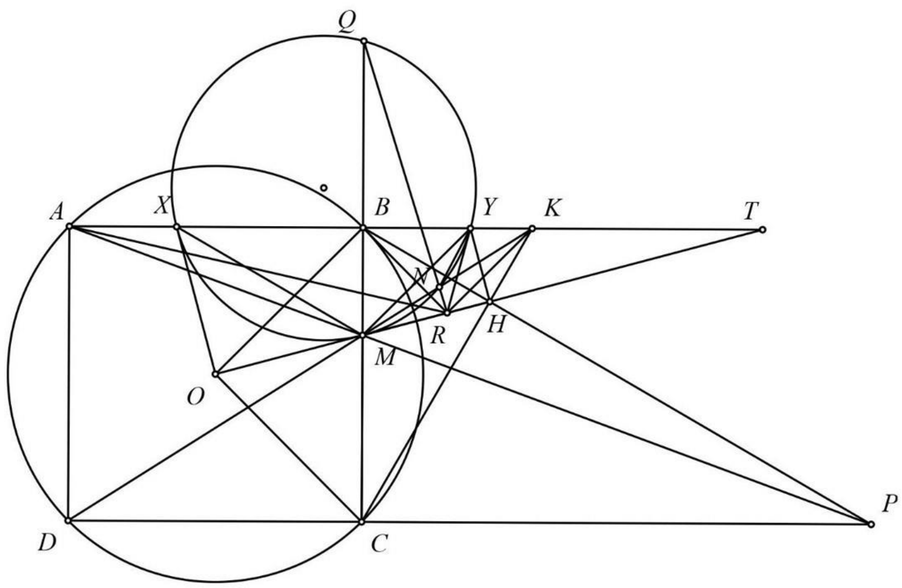
   Từ đó gọi N là giao của MK với (MXY). Ta có $\angle NKR = \angle YMN = \angle NYR$, suy ra $NYKR$ nội tiếp. Từ đó $\angle YNR = 180^\circ - \angle YKR = 135^\circ = 180^\circ - \angle QMY = 180^\circ - \angle QNY$. Suy ra Q, N, R thẳng hàng.

Bài 4

Cho hình vuông $ABCD$ nội tiếp đường tròn (O) , điểm M nằm giữa hai điểm B và C. Hai đường thẳng AM và DC cắt nhau tại P. Hai đường thẳng DM và AB cắt nhau tại K.

1. Chứng minh tam giác BCK đồng dạng với tam giác CPB
2. Hai đường thẳng BP và CK cắt nhau tại H. Tiếp tuyến tại B của đường tròn (O) cắt đường thẳng MH tại R. Chứng minh tam giác BRK là tam giác vuông cân
3. Các đường thẳng vuông góc với OH kẻ từ O và H, cắt đường thẳng AB lần lượt tại X, Y. Lấy Q thuộc tia đối của tia BC sao cho $BQ = CM$. Chứng minh hai đường thẳng QR, DK cắt nhau tại một điểm thuộc đường tròn ngoại tiếp tam giác MXY

Chứng minh.



1. Ta có $\dfrac{BK}{BA} = \dfrac{CD}{CP}$ nên $\dfrac{BK}{BC} = \dfrac{BC}{BP}$. Do đó $\triangle BCK \sim \triangle CPB$ (c.g.c)

2. Từ câu a) ta có $\angle BHC = 90^\circ$.

   Do đó $\triangle BHC \sim \triangle KBC$. Ta thu được $\dfrac{HB}{HC} = \dfrac{BK}{BC} = \dfrac{BK}{CD} = \dfrac{MB}{MC}$. Suy ra HM là phân giác $\angle BHC$. Suy ra $\angle MHC = 45^\circ = \angle RBK$.

   Suy ra tứ giác $BRHK$ nội tiếp. Mà HR là phân giác ngoài của $\angle BHK$ nên $RB = RK$. Suy ra tam giác BRK vuông cân tại R.

3. Ta có tứ giác $MBYH$ nội tiếp nên $\angle BYM = \angle BHM = 45^\circ = \angle XBO$. Suy ra $BO \parallel MY$.

   Lại có $OXBM$ nội tiếp nên $\angle OMX = \angle OBX = 45^\circ = \angle BHM$

Bài 5

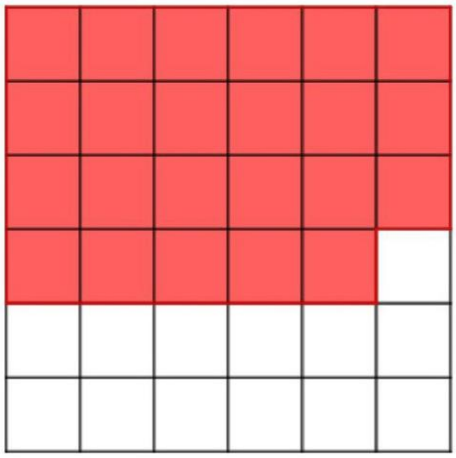
Cho bảng ô vuông kích thước 6×6. Ở bước đầu tiên, bạn Đan tô đỏ k ô vuông bất kỳ của bảng. Sau đó, ở mỗi bước tiếp theo bạn Đan tô đỏ các ô vuông kề với ít nhất hai ô đã được tô đỏ (hai ô vuông được gọi là kề nhau nếu chúng có cạnh chung).

1) Chỉ ra một cách tô đỏ 23 ô của bảng ở bước đầu tiên sao cho dù sau bao nhiêu bước, bạn Đan cũng không thể tô đỏ được tất cả các ô của bảng.

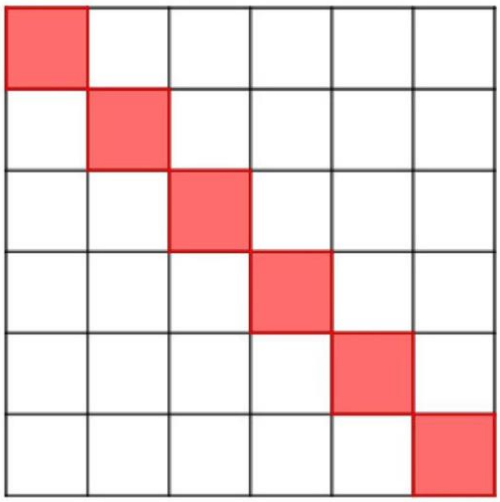
2) Tìm giá trị nhỏ nhất của k để tồn tại một cách tô đỏ k ô vuông ban đầu sao cho sau một số hữu hạn bước, bạn Đan tô đỏ được tất cả các ô vuông của bảng.

Chứng minh.

1) Ta tô đỏ 23 ô của bảng như hình sau:

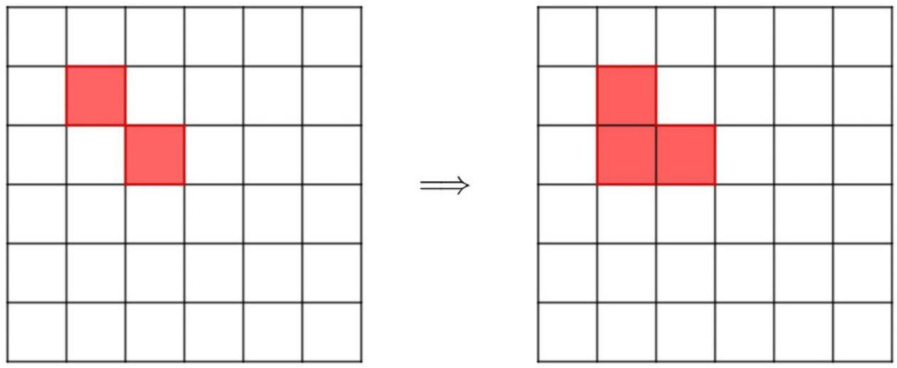


2) Với $k = 6$, ban đầu ta tô đỏ 6 ô của bảng như sau:



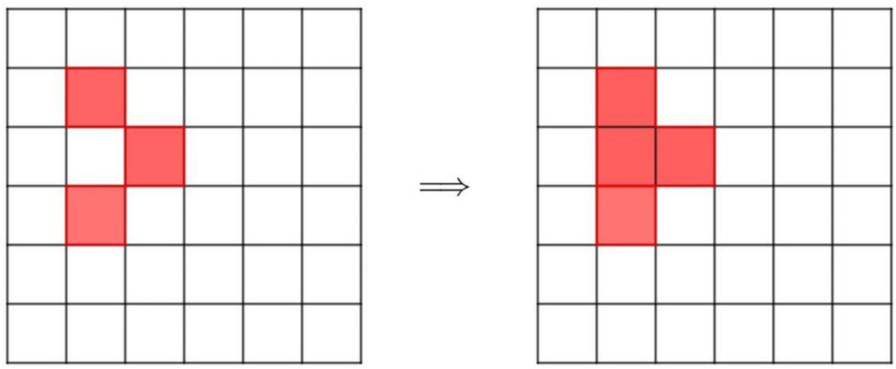
Khi đó, dễ thấy toàn bộ các ô còn lại trong bảng sẽ được tô hết. Ta chứng minh $k = 6$ là giá trị nhỏ nhất cần tìm.

Thật vậy, trước hết, ta sẽ chứng minh sau mỗi lần tô đỏ thì tổng chu vi các khối màu đỏ là không tăng. Ta xét phép biến đổi sau:



Ta thấy tổng chu vi các khối màu đỏ trước và sau khi biến đổi là không đổi.

Xét phép biến đổi sau:



Ta thấy tổng chu vi các khối màu đỏ sau khi biến đổi giảm xuống.

Tương tự như vậy, các phép biến đổi khác không làm cho tổng chu vi các khối màu đỏ tăng lên. Mà nếu ban đầu chỉ tô đỏ $k \leq 5$ ô đỏ, thì tổng chu vi không vượt quá $5 \cdot 4 = 20$. Tức là không thể đưa về được toàn bộ các ô trong bảng đều tô đỏ, vì khi đó chu vi của các khối màu đỏ sẽ bằng chu vi bảng, bằng $6 \cdot 4 = 24$ (vô lí).

Vậy, $k_{\min} = 6$.

$\square$

Toán chuyên (Tin)

Bài 1

1. Giải phương trình $\sqrt{x^2-3x}=x^2-3x-2$
2. Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn $\dfrac{x-2y}{z}=\dfrac{y-2z}{x}=\dfrac{z-2x}{y}$. Tính giá trị của biểu thức $P=\left(2+\dfrac{x}{y}\right)\left(2+\dfrac{y}{z}\right)\left(2+\dfrac{z}{x}\right)$

Chứng minh.

1. Giải phương trình $\sqrt{x^2-3x}=x^2-3x-2$

   Điều kiện $x^2-3x \geq 0$

   Đặt $\sqrt{x^2-3x}=t \geq 0$

   Phương trình đã cho trở thành

   $t=t^2-2 \Leftrightarrow t=2$ (do $t \geq 0$)

   $\Leftrightarrow \sqrt{x^2-3x}=2$

   $\Leftrightarrow x=-1$ hoặc $x=4$ (thỏa mãn)

   Vậy phương trình có nghiệm $x=-1$; $x=4$

2. Ta có ngay $x+y+z>0$ và $x-2y, y-2z, z-2x \neq 0$.

Vì thế áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có

$$\frac{x-2y}{z}=\frac{y-2z}{x}=\frac{z-2x}{y}=\frac{x-2y+y-2z+z-2x}{x+y+z}=\frac{-x-y-z}{x+y+z}=-1$$

Vậy $x-2y=-z$ nên $x+z=2y$, tương tự cũng có được $y+z=2x, x+y=2z$.

Từ đó $x+y+z=3x=3y=3z$ nên $x=y=z$.

Vì vậy giá trị của biểu thức $P=(2+1)(2+1)(2+1)=27$.

$\square$

Bài 2

1. Tìm tất cả các số nguyên x và y thỏa mãn $2x^2+2xy+3y=4y^2+3$
2. Cho các số nguyên dương x, y và sô nguyên tố p thỏa mãn $\frac{p}{(2x+y)^2}=\frac{x-y}{p}$. Chứng minh $p=3y+2$

Chứng minh.

1. Ta có $4x^2+8xy+y^2=9y^2-6y+1$ nên $(2x+y)^2=(3y-1)^2+5$

   $\Leftrightarrow (2x-2y+1)(2x+4y-1)=5$

   Do x, y nguyên nên ta có các trường hợp sau

   Trường hợp 1 :
   $$\begin{cases} 2x-2y+1=1 \\ 2x+4y-1=5 \end{cases}$$

$\Leftrightarrow$

$$\begin{cases} 2x - 2y = 0 \\ 2x + 4y = 6 \end{cases}$$

$\Rightarrow x = y = 1$

Tương tự với các trường hợp $(5,1);(-1,-5);(-5,-1)$, ta được các nghiệm (x,y) thỏa mãn là $(-2,1)$

Vậy hệ phương trình có 2 cặp nghiệm (x,y) thỏa mãn là $(-2,1)$ và $(1,1)$

2. Rõ ràng $x \neq y$, ta có $p^2 = (x-y)(2x+y)^2$.

   Từ đó p^2 chia hết cho $(2x+y)^2$ nên p chia hết cho $2x+y$.

   Vì x, y nguyên dương nên $2x + y \geq 3$ nên $2x + y = p$.

   Thay vào $p^2 = (x-y)(2x+y)^2$ ta có ngay $x - y = 1$ hay $x = y + 1$.

   Vì vậy $p = 2x + y = 2(y+1) + y = 3y + 2$ và ta có điều phải chứng minh.

$\square$

Bài 3

1. Cho a, b và c là các số nguyên dương thỏa mãn $\dfrac{a-b^2}{b} = a(a-c^2)$. Chứng minh $b = c$.

2. Với a, b, c là các số thực không âm thỏa mãn $a \leq 1, b \leq 1, c \leq 1$ và $a^2 + b^2 + c^2 = 2$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của

biểu thức $T = \dfrac{a^4}{bc+2} + \dfrac{b^4}{ca+2} + \dfrac{c^4}{ab+2}$.

Chứng minh.

1. Ta có $c^2 = \dfrac{a^2b+b^2-a}{ab}$ nên a^2b+b^2-a chia hết cho ab hay b^2-a chia hết cho ab nên a chia hết cho b.

   Vì vậy tồn tại số nguyên dương k sao cho $a = bk$.

   Lúc này ta có được b^3k+b^2-bk chia hết cho b^2k hay b^2k+b-k chia hết cho bk.

   Do đó $b-k$ chia hết cho bk nên b chia hết cho k và k chia hết cho b nên $k = b$.

   Vì vậy $a = b^2$, vì thế $a - c^2 = 0$ hay $a = c^2$ nên $b = c$.

2. Theo bất đẳng thức Cauchy-Schwarz, ta có $T \geq \dfrac{(a^2+b^2+c^2)^2}{ab+bc+ca+6} = \dfrac{4}{ab+bc+ca+6}$.

   Lại có $a^2+b^2+c^2 \geq ab+bc+ca$ theo bất đẳng thức Cauchy nên $ab+bc+ca \leq 2$.

   Vì vậy $T \geq \dfrac{4}{2+6} = \dfrac{1}{2}$.

   Lại có $(b-1)(c-1) \geq 0$ nên $bc+2 \geq b+c+1 \geq b+c+a$.

   Cũng có $a(1-a^3) \geq 0$ nên $a^4 \leq a$.

   Vì thế ta có được $\dfrac{a^4}{bc+2} \leq \dfrac{a}{a+b+c}$.

   Tương tự và cộng theo từng vế ta có ngay

$$T \leq \frac{a}{b+c+a} + \frac{b}{c+a+b} + \frac{c}{a+b+c} = 1$$

Vậy $\frac{1}{2} \leq T \leq 1$.

Tóm lại giá trị nhỏ nhất của T bằng $\frac{1}{2}$, chẳng hạn khi $a = b = c = \sqrt{\frac{2}{3}}$.

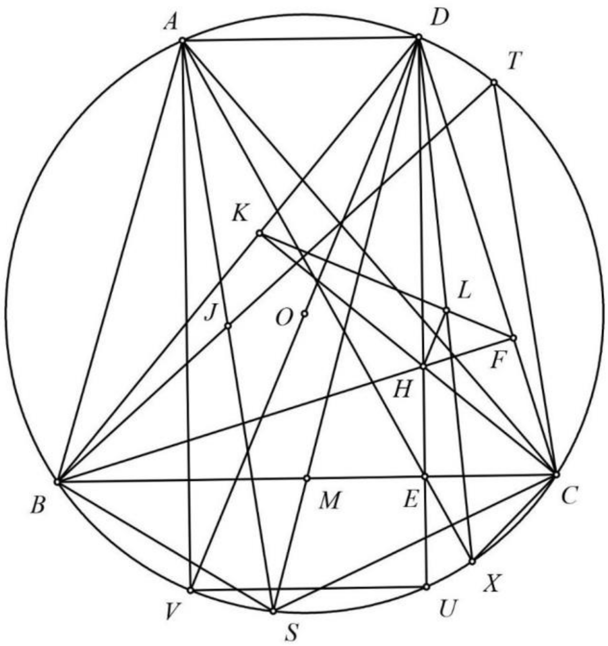
Còn giá trị lớn nhất của T bằng 1, chẳng hạn khi $a = b = 1$ còn $c = 0$.

$\square$

Bài 4

Cho tam giác nhọn ABC $(AB < AC)$ nội tiếp đường tròn (O). Đường thẳng đi qua A và song song với BC cắt (O) tại giao điểm thứ hai là D. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng BC. Đường thẳng DM cắt (O) tại giao điểm thứ hai là S

1. Chứng minh rằng tam giác ACS đồng dạng với tam giác BMS.
2. Gọi J là trung điểm của đoạn thẳng AS. Đường thẳng BJ cắt (O) tại giao điểm thứ hai là T. Chứng minh rằng đường thẳng CT song song với đường thẳng AS.
3. Các đường cao DE, BF, CK của tam giác DBC đồng quy tại H. Gọi L là chân đường vuông góc kẻ từ H đến KF. Chứng minh rằng các đường thẳng AE và DL cắt nhau tại một điểm nằm trên đường tròn (O)



Chứng minh.

a) Ta có $\angle ASC = \angle BSM$ (do $AC = BD$).

Mà $\angle SBM = \angle SAC$ nên hai tam giác SBM và SAC đồng dạng.

b) Từ câu a) ta có $BS \cdot AC = AS \cdot BM = \dfrac{1}{2}AS \cdot BC = SJ \cdot BC$.

Suy ra $\dfrac{BS}{SJ} = \dfrac{BC}{AC}$.

Ta thu được $\triangle JBS \sim \triangle ABC$ $(c.g.c)$

Từ đó $\angle JBA = \angle SBC$. Suy ra $TC \parallel AS$.

c) DL cắt (O) tại X khác D.

Ta có $\angle DXC = \angle DBC = \angle DFK$ nên $LXCF$ nội tiếp.

Suy ra $DL \cdot DX = DF \cdot DC = DH \cdot DE$, suy ra $HEXL$ nội tiếp.

Kẻ đường kính DV của (O). DE cắt (O) tại U.

Ta có $\angle EXL = \angle DHL = \angle ODH$ (do $OD \perp FK$)

$= \dfrac{1}{2} sd\, \overset{\frown}{UV} = \dfrac{1}{2} sd\, \overset{\frown}{AD} = \angle AXD.$

Vậy A, E, X thẳng hàng. Ta có điều phải chứng minh. □

Bài 5

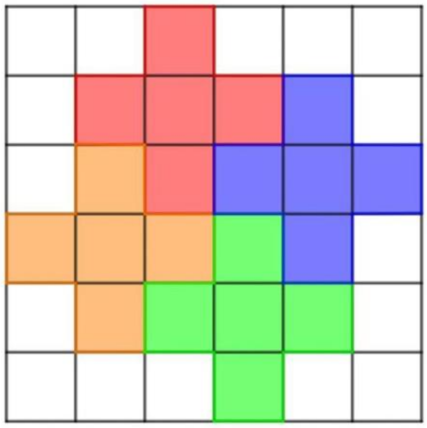
Cho bảng ô vuông kích thước $n \times n$ và hai loại miếng ghép hình "dấu cộng", "dấu trừ" như hình dưới. Ta cần phủ kín bảng ô vuông đã cho bằng cách sử dụng cả hai loại miếng ghép, các miếng ghép không được chồng lên nhau. Biết rằng mỗi ô vuông nhỏ của các miếng ghép chồng khít với một ô vuông nhỏ trong bảng và miếng ghép "dấu trừ" có thể xoay 90°.

1) Chỉ ra một cách phủ kín thỏa mãn yêu cầu trên với $n = 6$.

2) Tìm tất cả giá trị của n để bảng ô vuông kích thước $n \times n$ có thể được phủ kín bằng cách sử dụng cả hai loại miếng ghép trên.

Chứng minh.

1) Ta có cách phủ kín bảng trong TH $n = 6$ như sau: (phần màu trắng được ghép bởi các "dấu trừ")



2) Tô màu bảng $n \times n$ như hình bàn cờ thì một "dấu trừ" sẽ luôn phủ 1 ô trắng, 1 ô đen, một "dấu cộng" luôn phủ 4 trắng, 1 đen hoặc 4 đen, 1 trắng.

Gọi số "dấu trừ" được sử dụng là a, số "dấu cộng" 4 trắng-1 đen và 4 đen-1 trắng lần lượt được sử dụng là b, c. Khi đó:

- Số ô trắng được phủ là: $a + 4b + c$.
- Số ô đen được phủ là: $a + b + 4c$.

Mà bảng tô theo hình bàn cờ, nên hiệu số ô trắng trừ số ô đen trong bảng luôn thuộc $\{-1, 0, 1\}$, nên $3(b-c) \in \{-1, 0, 1\}$. Do đó $b = c$. Dẫn đến tổng số ô trong bảng là $2a + 10b$, là một số chẵn, hay n phải chẵn.

Với $n = 2, n = 4$ dễ thấy không thể phủ được. Vì $n = 6$ phủ được nên với n chẵn, $n \geq 8$ bất kì, ta chỉ cần phủ bảng con 6×6 ở một góc như ý 1), phần còn lại phủ bởi các "dấu trừ" là xong.

Vậy, để bảng có thể phủ được thì n chẵn và $n \geq 6$.