SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO **HÀ NAM** *(Đề gồm 04 trang)*	**ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG CUỐI NĂM** **Năm học 2023 - 2024** **Môn: Toán – Lớp 12** *Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)*

Mã đề 101

Câu 1: Cho hai số phức $z_1 = 1 - 3i$ và $z_2 = -3 + 4i$. Số phức $z_1 - z_2$ bằng

A. $4 - 7i$. **B.** $7 - 4i$. **C.** $4i - 7$. **D.** $-2 + i$.

Câu 2: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 4. **B.** 3. **C.** -1. **D.** -2.

Câu 3: Trong mặt phẳng tọa độ, cho điểm $M(3;-2)$ là điểm biểu diễn của số phức z. Phần thực của z bằng

A. -2. **B.** -3. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 4: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-3}{x+4}$ là đường thẳng có phương trình:

A. $x = -3$. **B.** $x = -4$. **C.** $x = 4$. **D.** $x = 3$.

Câu 5: Cho hình lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng $4a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $4a^3\sqrt{3}$. **B.** $a^3\sqrt{2}$. **C.** $2a^3\sqrt{3}$. **D.** $a^3\sqrt{3}$.

Câu 6: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x + 4$ là

A. $-\cos x + 4x + C$. **B.** $\cos x + 4x + C$. **C.** $-\cos 4x + C$. **D.** $\cos 4x + C$.

Câu 7: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x-1}$ và đường thẳng $y = 3x - 2$ là

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 8: Tập nghiệm của bất phương trình $3^x > 5$ là

A. $(\log_5 3;+\infty)$. **B.** $(\log_3 5;+\infty)$. **C.** $(0;\log_3 5)$. **D.** $(0;\log_5 3)$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(3;-1;2)$ và bán kính $R = 3$. Phương trình của (S) là

A. $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 2y - 4z + 9 = 0$. **B.** $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 2y - 4z - 5 = 0$.

C. $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 2y - 4z + 5 = 0$. **D.** $x^2 + y^2 + z^2 + 6x - 2y + 4z + 5 = 0$.

Câu 10: Tập nghiệm của phương trình $\log_{\sqrt{3}}(x^2 - 1) = 2$ là

A. $\{2\sqrt{3}\}$. **B.** $\{\sqrt{3}\}$. **C.** $\{-2;2\}$. **D.** $\{2\}$.

Câu 11: Cho hình nón có bán kính đáy bằng a và chiều cao bằng $2a$. Độ dài đường sinh của hình nón bằng

A. $3a$. **B.** a. **C.** $a\sqrt{5}$. **D.** $a\sqrt{3}$.

Câu 12: Cho khối chóp có diện tích đáy bằng $3a^2$ và chiều cao bằng $5a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $5a^3$. **B.** $15a^3$. **C.** $9a^3$. **D.** $6a^3$.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $x + 2y + 3z - 2 = 0$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $P(-1;1;1)$. **B.** $M(1;-1;1)$. **C.** $N(1;1;-1)$. **D.** $Q(1;-1;-1)$.

Câu 14: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

A. $y = -x^3 + 3x^2 + 2$. **B.** $y = x^3 - 3x^2 + 2$. **C.** $y = -x^4 + 2x^2 + 2$. **D.** $y = x^4 - 2x^2 + 2$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Ozx)?

A. $\overrightarrow{n_1}=(0;0;1)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(1;0;0)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(0;1;0)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(1;1;1)$.

Câu 16: Cho hàm số $f(x)=-2x+3x^2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=-2+6x^2+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-x^2+x^3+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=-x^2+3x^3+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-2x^2+3x^3+C$.

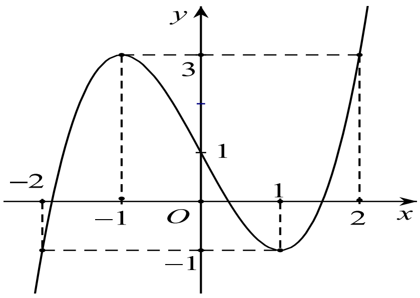
Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-3)$ và $B(3;2;-1)$. Trung điểm của đoạn AB có tọa độ là

A. $(-1;3;1)$. **B.** $(1;0;-2)$. **C.** $(2;1;-1)$. **D.** $(2;2;-2)$.

Câu 18: Tập xác định của hàm số $y=(x+2)^{\frac{1}{3}}$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-2;+\infty)$.

Câu 19: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như trong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(0;2)$. **B.** $(-\infty;0)$.

C. $(1;+\infty)$. **D.** $(-1;1)$.

Câu 20: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3\sqrt{a^3}$ bằng

A. $\frac{1}{3}\log_3 a$. **B.** $\frac{1}{2}\log_3 a$. **C.** $\frac{2}{3}\log_3 a$. **D.** $\frac{3}{2}\log_3 a$.

Câu 21: Nếu $\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x=-1$ và $\int_2^3 g(x)\mathrm{d}x=-4$ thì $\int_2^3\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. -5. **B.** 3. **C.** 2. **D.** -3.

Câu 22: Nếu $\int_{-1}^4 f(x)\mathrm{d}x=2$ thì $\int_4^{-1} 2f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 4. **B.** -4. **C.** -2. **D.** 2.

Câu 23: Đạo hàm của hàm số $y=e^{\frac{1}{3}x+2}$ là:

A. $y'=\frac{1}{3}e^{\frac{1}{3}x+2}$. **B.** $y'=\frac{2}{3}e^{\frac{1}{3}x+2}$. **C.** $y'=\frac{1}{3}xe^{\frac{1}{3}x+2}$. **D.** $y'=\frac{1}{3}e^{\frac{2}{3}x}$.

Câu 24: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^x$. **B.** $y=\log_{\frac{1}{2}}x$. **C.** $y=\log x$. **D.** $y=\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^x$.

Câu 25: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=-(x+1)(x-2)^3$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 26: Môđun của số phức $z=4-i\sqrt{2}$ bằng

A. 3. **B.** $4-\sqrt{2}$. **C.** $4\sqrt{2}$. **D.** $3\sqrt{2}$.

Câu 27: Cho số phức $z=4+i$. Phần thực của số phức $(2-i)\overline{z}$ bằng

A. -8. **B.** 8. **C.** -7. **D.** 7.

Câu 28: Cho hình tứ diện $ABCD$ có các mặt ABC, DBC là các tam giác đều cạnh bằng 1 và $AD=\frac{\sqrt{3}}{2}$. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (ACD) bằng

A. $\frac{4}{\sqrt{13}}$. **B.** $\frac{3}{\sqrt{13}}$. **C.** $\frac{2}{\sqrt{13}}$. **D.** $\frac{1}{\sqrt{13}}$.

Câu 29: Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_2 a = \log_5 b = \log\left(a^2 - 12b^2\right)$. Tính $\dfrac{a}{b}$.

A. 4. **B.** 12. **C.** 7. **D.** 3.

Câu 30: Nếu $\int\limits_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x = 3$ thì $\int\limits_1^2 \left[2x - f(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 0. **B.** 6. **C.** 3. **D.** -3.

Câu 31: Đồ thị hai hàm số $y = 2\log_{\frac{1}{3}} x$ và $y = 8^x$ cắt nhau tại điểm có tung độ bằng

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** 2. **C.** 8. **D.** 1.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm $I(0;0;2)$ và đi qua điểm $M(1;3;-1)$ có phương trình là

A. $x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 64$. **B.** $x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 14$.

C. $x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 8$. **D.** $x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 19$.

Câu 33: Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng 64π và độ dài đường sinh bằng đường kính của đường tròn đáy. Bán kính của hình trụ đã cho bằng

A. $3\sqrt{2}$. **B.** 4. **C.** $4\sqrt{3}$. **D.** 3.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(0;1;2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): 3x + 2y - z - 4 = 0$ có phương trình là

A. $\dfrac{x}{-1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z+2}{3}$. **B.** $\dfrac{x}{3} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z+2}{-1}$. **C.** $\dfrac{x}{-1} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z-2}{3}$. **D.** $\dfrac{x}{3} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z-2}{-1}$.

Câu 35: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Số nghiệm của phương trình $f^2(x) - 5f(x) + 6 = 0$ là

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		+	0	−	0	+	0	−	
y	$-\infty$	↗	4	↘	2	↗	4	↘	$-\infty$

A. 4. **B.** 5.

C. 7. **D.** 6.

Câu 36: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_4\left(16a^3\right)$ bằng

A. $2 + 3\log_4 a$. **B.** $4 + 3\log_4 a$. **C.** $3 + 2\log_4 a$. **D.** $3 + 4\log_4 a$.

Câu 37: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)(x+2)\left(x^2-4\right)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-2;1)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(1;2)$.

Câu 38: Số nghiệm của phương trình $9^x - 2.3^{x+2} + 1 = 0$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 39: Gọi M, m là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \left|x^2 - x\right|$ trên đoạn $[-2;2]$. Hiệu $M - m$ bằng

A. $\dfrac{7}{4}$. **B.** 6. **C.** 4. **D.** $\dfrac{1}{4}$.

Câu 40: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng $A'B$ và AC' bằng

A. 90^0. **B.** 60^0. **C.** 30^0. **D.** 45^0.

Câu 41: Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 1$ và $g(x) = dx^2 + ex - 1$, $(a,b,c,d,e \in \mathbb{R})$ có đồ thị cắt nhau tại ba điểm với hoành độ -2, 1, 3. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị của hai hàm số đã cho bằng

A. $\dfrac{126}{18}$. **B.** $\dfrac{125}{36}$. **C.** $\dfrac{119}{36}$. **D.** $\dfrac{253}{36}$.

Câu 42: Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 2 + 3i| = |z_2 - 2 + 3i| = 4$ và $|z_1 - z_2| = 6$. Tính môđun của số phức $w = z_1 + z_2 - 4 + 6i$.

A. 5. **B.** $4\sqrt{3}$. **C.** $2\sqrt{7}$. **D.** $7\sqrt{2}$.

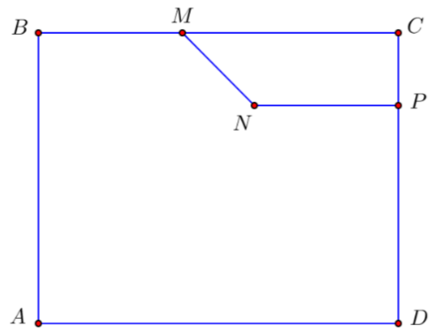
Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-4}{1}$ và mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=27$. Gọi $M(a;b;c)$ với $a<0$ là điểm thuộc d sao cho từ M kẻ được ba tiếp tuyến MA, MB, MC đến mặt cầu (S) (A, B, C là các tiếp điểm) thỏa mãn $\widehat{AMB}=60^0$, $\widehat{BMC}=90^0$, $\widehat{CMA}=120^0$. Giá trị của biểu thức $a-3b+2c$ bằng

A. 7. **B.** -6. **C.** 8. **D.** -3.

Câu 44: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[1;24]$ để ứng với mỗi m, hàm số $y=\frac{2x+5-m-x^2}{2x-m}$ đồng biến trên khoảng $(2;4)$?

A. 17. **B.** 20. **C.** 19. **D.** 23.

Câu 45: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=4$, $AD=5$. Cắt hình chữ nhật theo đường gấp khúc MNP với $BM=2$, $DP=3$, $PN=2$ và bỏ đi phần hình thang vuông $MNPC$ (tham khảo hình bên). Gọi (H) là phần hình phẳng còn lại của hình chữ nhật đã cho sau khi cắt bỏ. Tính thể tích của vật thể tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục AB.



A. 82π. **B.** 75π.

C. $\frac{244\pi}{3}$. **D.** $\frac{94\pi}{3}$.

Câu 46: Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (ABC') bằng a và góc giữa hai mặt phẳng $(ABC'),(BCC'B')$ bằng α thỏa mãn $\cos\alpha=\frac{1}{2\sqrt{5}}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C$ đã cho bằng

A. $\frac{5a^3\sqrt{15}}{12}$. **B.** $\frac{6a^3\sqrt{15}}{5}$. **C.** $\frac{5a^3\sqrt{15}}{6}$. **D.** $\frac{9a^3\sqrt{21}}{14}$.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=3$. Có tất cả bao nhiêu điểm $M(a;b;c)$ (với a,b,c là các số nguyên) thuộc mặt phẳng (Oyz) sao cho tồn tại ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua M và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau?

A. 8. **B.** 12. **C.** 6. **D.** 16.

Câu 48: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2-3x+2, \forall x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m, hàm số $g(x)=f(-x^4+2x^2-3m)$ có đúng ba điểm cực trị thuộc khoảng $(0;3)$?

A. 20. **B.** 31. **C.** 15. **D.** 21.

Câu 49: Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log\frac{a^2+9b^2+1}{2a+6b}=a(2-a)+3b(2-3b)-1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\frac{2a+9b}{a+3b+1}$.

A. 6 **B.** 3. **C.** 2. **D.** 5.

Câu 50: Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $z_1+2z_2=4+3i$ và $|z_1-z_2|=2$. Giá trị lớn nhất của $|z_1|+|z_2|$ bằng

A. $\sqrt{\frac{33}{2}}$. **B.** $\frac{13}{2}$. **C.** 5. **D.** $\frac{4\sqrt{5}}{3}$.

--- HẾT ---

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Người coi khảo sát không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh.. Số báo danh..

Người coi thứ nhất.. Người coi thứ hai..................................

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HÀ NAM

ĐÁP ÁN
ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG CUỐI NĂM
Năm học 2023 - 2024
Môn: Toán – Lớp 12
(Đáp án gồm 02 trang)

Mã đề / Câu	101	102	103	104	105	106	107	108
1	A	D	A	A	C	B	B	C
2	C	B	B	A	D	C	D	B
3	C	D	D	B	B	A	B	D
4	B	C	D	B	C	B	B	C
5	D	A	B	D	A	C	C	A
6	A	C	B	D	C	C	B	A
7	A	B	C	D	D	B	C	A
8	B	A	C	B	D	B	B	C
9	C	B	C	A	A	D	C	D
10	C	D	A	A	C	C	A	B
11	C	A	B	A	C	A	A	C
12	A	C	C	C	A	A	C	A
13	B	C	D	B	D	A	C	A
14	D	B	D	D	B	A	D	A
15	C	C	B	A	B	C	A	C
16	B	A	C	B	C	C	A	A
17	D	A	D	D	C	C	D	B
18	D	A	A	A	D	B	B	A
19	D	A	C	C	C	B	D	A
20	D	C	D	B	D	D	C	D
21	B	B	A	A	D	D	D	A
22	B	A	A	C	D	D	B	B
23	A	A	C	A	B	B	A	B
24	D	A	B	C	B	C	B	D
25	C	D	A	C	A	B	B	B
26	D	D	B	D	B	A	A	A
27	D	B	B	B	B	A	B	C
28	B	B	B	C	B	D	A	C
29	A	C	C	D	B	C	A	D
30	A	D	A	D	A	D	D	B
31	B	D	D	A	C	B	D	C
32	D	A	C	D	A	B	D	D

Mã đề / Câu	101	102	103	104	105	106	107	108
33	B	C	B	D	A	C	D	B
34	D	C	B	C	A	A	C	D
35	C	A	A	C	D	C	D	C
36	A	B	D	C	D	C	D	D
37	D	B	D	C	C	A	A	D
38	A	B	C	C	A	D	C	C
39	B	D	A	B	D	C	D	B
40	A	B	A	D	B	D	C	B
41	D	C	A	B	C	A	A	D
42	C	D	D	A	D	D	C	D
43	A	A	D	C	D	A	A	A
44	A	C	A	B	C	D	B	C
45	C	C	C	D	B	D	D	C
46	C	D	B	B	A	C	D	D
47	D	D	C	A	D	B	C	B
48	D	B	B	B	C	B	B	C
49	C	A	B	C	D	D	C	B
50	A	A	D	A	B	C	B	A

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	C	C	B	D	A	A	B	C	C	C	A	B	D	C	B	D	D	D	D	B	B	A	D	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	D	B	A	A	B	D	B	D	C	A	D	A	B	A	D	C	A	A	C	C	B	A	C	A

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho hai số phức $z_1 = 1 - 3i$ và $z_2 = -3 + 4i$. Số phức $z_1 - z_2$ bằng

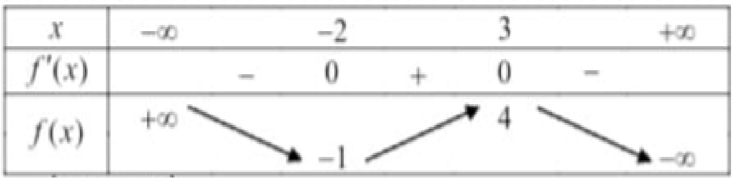
A. $4 - 7i$. **B.** $7 - 4i$. **C.** $4i - 7$. **D.** $-2 + i$.

Lời giải

Chọn A

$z_1 - z_2 = 1 - 3i - (-3 + 4i) = 4 - 7i$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 4. **B.** 3. **C.** -1. **D.** -2

Lời giải

Chọn C

Dựa vào BBT giá trị cực tiểu là -1.

Câu 3. Trong mặt phẳng toạ độ, cho điểm $M(3;-2)$ là điểm biểu diễn của số phức z. Phần thực của số phức z bằng

A. -2. **B.** -3. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Số phức đã cho là $z = 3 - 2i$. Do đó phần thực bằng 3.

Câu 4. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-3}{x+4}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x = -3$. **B.** $x = -4$. **C.** $x = 4$. **D.** $x = 3$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào hàm số ta có tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $x = -4$.

Câu 5. Cho lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng $4a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $4a^3\sqrt{3}$. **B.** $a^3\sqrt{2}$. **C.** $2a^3\sqrt{3}$. **D.** $a^3\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D

Diện tích đáy $B = a^2\dfrac{\sqrt{3}}{4}$.

Thể tích của khối lăng trụ đã cho là $V=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.4a=a^3\sqrt{3}$.

Câu 6. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin x+4$ là

A. $-\cos x+4x+C$. **B.** $\cos x+4x+C$. **C.** $-\cos 4x+C$. **D.** $\cos 4x+C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int(\sin x+4)dx=-\cos x+4x+C$.

Câu 7. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ và đường thẳng $y=3x-2$ là

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình hoành độ giao điểm $\dfrac{2x+1}{x-1}=3x-2\Rightarrow 3x^2-7x+1=0(*)$

Phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt khác 1. Suy ra có 2 giao điểm.

Câu 8. Tập nghiệm của bất phương trình $3^x>5$ là

A. $(\log_5 3;+\infty)$. **B.** $(\log_3 5;+\infty)$. **C.** $(0;\log_3 5)$. **D.** $(0;\log_5 3)$.

Lời giải

Chọn B

Bất phương trình $3^x>5\Leftrightarrow x>\log_3 5$. Suy ra tập nghiệm là $(\log_3 5;+\infty)$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(3;-1;2)$ và bán kính $R=3$. Phương trình của (S) là

A. $x^2+y^2+z^2-6x+2y-4z+9=0$. **B.** $x^2+y^2+z^2-6x+2y-4z-5=0$.

C. $x^2+y^2+z^2-6x+2y-4z+5=0$. **D.** $x^2+y^2+z^2+6x-2y+4z+5=0$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu (S) có tâm $I(3;-1;2)$ và bán kính $R=3$ có phương trình:

$(x-3)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=9\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-6x+2y-4z+5=0$.

Câu 10. Tập nghiệm của phương trình $\log_{\sqrt{3}}(x^2-1)=2$ là

A. $\{2\sqrt{3}\}$. **B.** $\{\sqrt{3}\}$. **C.** $\{-2;2\}$. **D.** $\{2\}$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x^2-1>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<-1\\x>1\end{array}\right.$.

$\log_{\sqrt{3}}(x^2-1)=2\Leftrightarrow x^2-1=3\Leftrightarrow x=\pm2(tm)$.

Vậy tập nghiệm phương trình là $\{-2;2\}$.

Câu 11. Cho hình nón có bán kính đáy bằng a và chiều cao bằng $2a$. Độ dài đường sinh của hình nón bằng

A. $3a$. **B.** a. **C.** $a\sqrt{5}$. **D.** $a\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C

Độ dài đường sinh của hình nón là $l=\sqrt{r^2+h^2}=\sqrt{a^2+4a^2}=a\sqrt{5}$.

Câu 12. Cho khối chóp có diện tích đáy bằng $3a^2$ và chiều cao bằng $5a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $5a^3$. **B.** $15a^3$. **C.** $9a^3$. **D.** $6a^3$.

Lời giải

Chọn A

$V=\frac{1}{3}B.h=\frac{1}{3}.3a^2.5a=5a^3$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $x+2y+3z-2=0$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $P(-1;1;1)$. **B.** $M(1;-1;1)$. **C.** $N(1;1;-1)$. **D.** $Q(1;-1;-1)$.

Lời giải

Chọn B

Thay toạ độ điểm $M(1;-1;1)$ vào phương trình mặt phẳng được $1+2(-1)+3.1-2=0$ thỏa mãn.

Câu 14. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

A. $y=-x^3+3x^2+2$. **B.** $y=x^3-3x^2+2$. **C.** $y=-x^4+2x^2+2$. **D.** $y=x^4-2x^2+2$.

Lời giải

Chọn D

Đây là bảng biến thiên của hàm bậc bốn trùng phương và có hệ số $a>0$ nên chọn đáp án D.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, véc tơ nào dưới đây là một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (Ozx)?

A. $\overrightarrow{n_1}=(0;0;1)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(1;0;0)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(0;1;0)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(1;1;1)$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng (Ozx) có véc tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_3}=(0;1;0)$.

Câu 16. Cho hàm số $f(x)=-2x+3x^2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=-2+6x^2+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-x^2+x^3+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=-x^2+3x^3+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-2x^2+3x^3+C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int f(x)\mathrm{d}x=\int(-2x+3x^2)\mathrm{d}x=-x^2+x^3+C$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-3)$ và $B(3;2;-1)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

A. $(-1;3;1)$. **B.** $(1;0;-2)$. **C.** $(2;1;-1)$ **D.** $(2;2;-2)$.

Lời giải

Chọn D

Trung điểm của đoạn AB : $I\left(\frac{1+3}{2};\frac{2+2}{2};\frac{-3-1}{2}\right)=(2;2;-2)$.

Câu 18. Tập xác định của hàm số $y=(x+2)^{\frac{1}{3}}$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-2;+\infty)$.

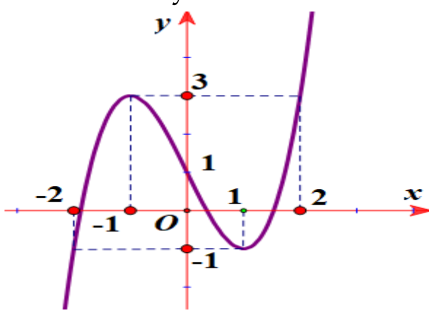
Lời giải

Chọn D

Hàm số lũy thừa $y=(x+2)^{\frac{1}{3}}$ có mũ $\frac{1}{3}\notin\mathbb{Z}$ nên xác định khi $x+2>0\Leftrightarrow x>-2$.

Vậy TXĐ: $D=(-2;+\infty)$.

Câu 19. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như trong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(0;2)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-1;1)$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị, ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 20. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3\sqrt{a^3}$ bằng

A. $\frac{1}{3}\log_3 a$. **B.** $\frac{1}{2}\log_3 a$. **C.** $\frac{2}{3}\log_3 a$. **D.** $\frac{3}{2}\log_3 a$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_3\sqrt{a^3}=\log_3 a^{\frac{3}{2}}=\frac{3}{2}\log_3 a$.

Câu 21. Nếu $\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x=-1$ và $\int_2^3 g(x)\mathrm{d}x=-4$ thì $\int_2^3[f(x)-g(x)]\mathrm{d}x$ bằng

A. -5. **B.** 3. **C.** 2. **D.** -3.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int_2^3[f(x)-g(x)]\mathrm{d}x=\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x-\int_2^3 g(x)\mathrm{d}x=(-1)-(-4)=3$.

Câu 22. Nếu $\int_{-1}^{4} f(x)\mathrm{d}x = 2$ thì $\int_{4}^{-1} 2f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 4. **B.** -4. **C.** -2. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int_{4}^{-1} 2f(x)\mathrm{d}x = -2\int_{-1}^{4} f(x)\mathrm{d}x = -2.2 = -4$.

Câu 23. Đạo hàm của hàm số $y = e^{\frac{1}{3}x+2}$ là:

A. $y' = \frac{1}{3}e^{\frac{1}{3}x+2}$. **B.** $y' = \frac{2}{3}e^{\frac{1}{3}x+2}$. **C.** $y' = \frac{1}{3}xe^{\frac{1}{3}x+2}$. **D.** $y' = \frac{1}{3}e^{\frac{2}{3}x}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y' = \left(e^{\frac{1}{3}x+2}\right)' = \frac{1}{3}e^{\frac{1}{3}x+2}$.

Câu 24. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. $y = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^x$. **B.** $y = \log_{\frac{1}{2}} x$. **C.** $y = \log x$. **D.** $y = \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^x$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$ nên loại đáp án B, C.

Vì $\frac{2}{\sqrt{3}} > 1$ nên $y = \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^x$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = -(x+1)(x-2)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Chọn C

$f'(x) = -(x+1)(x-2)^3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=2 \end{array}\right.$.

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	CT	$\nearrow$	$CĐ$	$\searrow$	$-\infty$

Suy ra hàm số có 2 điểm cực trị.

Câu 26. Môđun của số phức $z = 4 - i\sqrt{2}$ bằng

A. 3. **B.** $4-\sqrt{2}$. **C.** $4\sqrt{2}$. **D.** $3\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D

$z = 4 - i\sqrt{2} \Rightarrow |z| = \sqrt{4^2 + \left(\sqrt{2}\right)^2} = 3\sqrt{2}$.

Câu 27. Cho số phức $z = 4 + i$. Phần thực của số phức $(2-i)\overline{z}$ bằng

A. -8. **B.** 8. **C.** -7. **D.** 7.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $(2-i)\overline{z} = (2-i)(4-i) = 7 - 6i$.

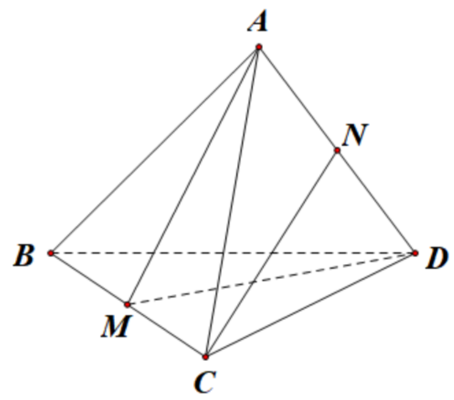
Suy ra phần thực bằng 7.

Câu 28. Cho hình tứ diện $ABCD$ có các mặt ABC, DBC là các tam giác đều cạnh bằng 1 và $AD = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (ACD) bằng

A. $\frac{4}{\sqrt{13}}$. **B.** $\frac{3}{\sqrt{13}}$. **C.** $\frac{2}{\sqrt{13}}$. **D.** $\frac{1}{\sqrt{13}}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi M là trung điểm của BC.

ΔABC đều $\Rightarrow AM \perp BC$ và $AM = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

ΔDBC đều $\Rightarrow DM \perp BC \Rightarrow BC \perp (AMD)$ và $DM = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

$\Rightarrow \Delta AMD$ đều cạnh bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

$$V_{ABCD} = V_{B.AMD} + V_{C.AMD} = \frac{1}{3}\left(BC.S_{AMD}\right) = \frac{1}{3}\left(1.\frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2\sqrt{3}}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}}{16}.$$

Mặt khác $V_{ABCD} = \frac{1}{3}S_{\Delta ACD}.d\left(B,(ACD)\right) \Rightarrow d\left(B,(ACD)\right) = \frac{3V_{ABCD}}{S_{\Delta ACD}}$.

Xét ΔACD có $AC = DC = 1$. Gọi N là trung điểm của $AD \Rightarrow CN \perp AD$.

Xét ΔACN vuông tại $N \Rightarrow CN = \sqrt{AC^2 - AN^2} = \sqrt{1^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)^2} = \frac{\sqrt{13}}{4}$.

$S_{\Delta ACD} = \frac{1}{2}AD.CN = \frac{1}{2}\frac{\sqrt{3}}{2}.\frac{\sqrt{13}}{4} = \frac{\sqrt{39}}{16}$.

$\Rightarrow d\left(B,\left(ACD\right)\right) = \frac{3V_{ABCD}}{S_{\Delta ACD}} = \frac{3\sqrt{3}}{16}.\frac{16}{\sqrt{39}} = \frac{3}{\sqrt{13}}$.

Câu 29. Cho các số thực dương a,b thỏa mãn $\log_2 a = \log_5 b = \log\left(a^2 - 12b^2\right)$. Tính $\frac{a}{b}$.

A. 4. **B.** 12. **C.** 7. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t = \log_2 a = \log_5 b = \log\left(a^2 - 12b^2\right) \Rightarrow \begin{cases} a = 2^t \\ b = 5^t \\ a^2 - 12b^2 = 10^t \end{cases}$ và $\frac{a}{b} = \left(\frac{2}{5}\right)^t$.

Khi đó ta có $2^{2t} - 12.5^{2t} = 10^t \Leftrightarrow \left(\frac{2}{5}\right)^{2t} - \left(\frac{2}{5}\right)^t - 12 = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left(\frac{2}{5}\right)^t = 4 \quad (n) \\ \left(\frac{2}{5}\right)^t = -3 (l) \end{array}\right.$.

Vậy $\frac{a}{b} = 4$.

Câu 30. Nếu $\int\limits_1^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x = 3$ thì $\int\limits_1^2 \left[2x - f\left(x\right)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 0. **B.** 6. **C.** 3. **D.** -3.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int\limits_1^2 \left[2x - f\left(x\right)\right]\mathrm{d}x = \int\limits_1^2 2x\mathrm{d}x - \int\limits_1^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x = 3 - 3 = 0$.

Vậy $\int\limits_1^2 \left[2x - f\left(x\right)\right]\mathrm{d}x = 0$.

Câu 31. Đồ thị hai hàm số $y = 2\log_{\frac{1}{3}} x$ và $y = 8^x$ cắt nhau tại điểm có tung độ bằng

A. $\frac{1}{3}$. **B.** 2. **C.** 8. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x > 0$

Vì hàm số $y=2\log_{\frac{1}{3}}x$ nghịch biến và hàm số $y=8^x$ đồng biến nên phương trình $2\log_{\frac{1}{3}}x=8^x$ $\Leftrightarrow \log_{\frac{1}{3}}x=2^{3x-1}$ có duy nhất một nghiệm.

Thử nghiệm, ta thấy phương trình có nghiệm duy nhất $x=\frac{1}{3}$

Thật vậy: Với $x>\frac{1}{3}$, ta có $\begin{cases}\log_{\frac{1}{3}}x<\log_{\frac{1}{3}}\frac{1}{3}x=1\\ 2^{3x-1}>2^0=1\end{cases}\Rightarrow \log_{\frac{1}{3}}x=2^{3x-1}$ (VN).

Với $x<\frac{1}{3}$, ta có $\begin{cases}\log_{\frac{1}{3}}x>\log_{\frac{1}{3}}\frac{1}{3}x=1\\ 2^{3x-1}<2^0=1\end{cases}\Rightarrow \log_{\frac{1}{3}}x=2^{3x-1}$ (VN).

$\Rightarrow \log_{\frac{1}{3}}x=2^{3x-1}\Leftrightarrow x=\frac{1}{3}$

$\Rightarrow y=2\log_{\frac{1}{3}}\frac{1}{3}=2$

Vậy đồ thị hai hàm số $y=2\log_{\frac{1}{3}}x$ và $y=8^x$ cắt nhau tại điểm có tung độ $y=2$.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm $I(0;0;2)$ và đi qua điểm $M(1;3;-1)$ có phương trình là

A. $x^2+y^2+(z-2)^2=64$. **B.** $x^2+y^2+(z-2)^2=14$.

C. $x^2+y^2+(z-2)^2=8$. **D.** $x^2+y^2+(z-2)^2=19$.

Lời giải

Chọn D

Gọi R là bán kính của mặt cầu.

Theo bài ra ta có $R=IM=\sqrt{(1-0)^2+(3-0)^2+(-1-2)^2}=\sqrt{19}$.

Vậy phương trình mặt cầu là: $x^2+y^2+(z-2)^2=19$.

Câu 33. Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng 64π và độ dài đường sinh bằng đường kính đường tròn đáy. Bán kính của hình trụ đã cho bằng

A. $3\sqrt{2}$. **B.** 4. **C.** $4\sqrt{3}$. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Gọi l,r lần lượt là đường sinh, bán kính đáy của hình trụ. Theo bài ra ta có: $l=2r$.

Từ đó ta có $S_{xq}=2\pi rl\Leftrightarrow 64\pi=2\pi.r.2r\Leftrightarrow 64\pi=4\pi r^2\Leftrightarrow r^2=16\Leftrightarrow r=4$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$ đường thẳng đi qua điểm $A(0;1;2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P):3x+2y-z-4=0$ có phương trình là

A. $\frac{x}{-1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z+2}{3}$. **B.** $\frac{x}{3}=\frac{y+1}{2}=\frac{z+2}{-1}$.

C. $\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-2}{3}$. **D.** $\dfrac{x}{3}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi d là đường thẳng đi qua điểm A và vuông góc với mặt phẳng (P).

Ta có một véc tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}=(3;2;-1)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là: $\dfrac{x}{3}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$.

Câu 35. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Số nghiệm của phương trình $f^2(x)-5f(x)+6=0$ là

A. 4. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 6.

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	2	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f^2(x)-5f(x)+6=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=3 \\ f(x)=2 \end{array}\right.$.

Dựa vào bbt ta có:

$f(x)=3$ phương trình có 4 nghiệm phân biệt.

$f(x)=2$ phương trình có 3 nghiệm phân biệt.

Vậy có tất cả 7 nghiệm phân biệt.

Câu 36. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_4(16a^3)$ bằng

A. $2+3\log_4 a$. **B.** $4+3\log_4 a$. **C.** $3+2\log_4 a$. **D.** $3+4\log_4 a$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_4(16a^3)=2+\log_4 a^3=2+3\log_4 a$

Câu 37. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)(x+2)(x^2-4)$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-2;1)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(1;2)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow (x-1)(x+2)(x^2-4)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-2 \\ x=2 \\ x=-2 \end{array}\right.$.

Ta có bảng xét dấu như sau:

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;2)$.

Câu 38. Số nghiệm của phương trình $9^x - 2.3^{x+2} + 1 = 0$ là:

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

$$PT \Leftrightarrow 3^{2x} - 18.3^x + 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3^x = 9 + 4\sqrt{5} \\ 3^x = 9 - 4\sqrt{5} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \log_3\left(9 + 4\sqrt{5}\right) \\ x = \log_3\left(9 - 4\sqrt{5}\right) \end{array}\right..$$

Câu 39. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \left|x^2 - x\right|$ trên đoạn $[-2;2]$. Hiệu $M - m$ bằng

A. $\frac{7}{4}$. **B.** 6. **C.** 4. **D.** $\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f(x) = \left|x^2 - x\right| = \begin{cases} x^2 - x \text{ khi } x \in D_1 = [-2;0) \cup (1;2] \\ -x^2 + x \text{ khi } x \in D_2 = [0;1] \end{cases}$

Trường hợp 1: $f(x) = x^2 - x$ khi $x \in D_1 = [-2;0) \cup (1;2]$

$$y' = 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \notin D_1 \Rightarrow M = \underset{[-2;2]}{Max}\, y = 6.$$

Trường hợp 2: $f(x) = -x^2 + x$ khi $x \in D_2 = [0;1]$

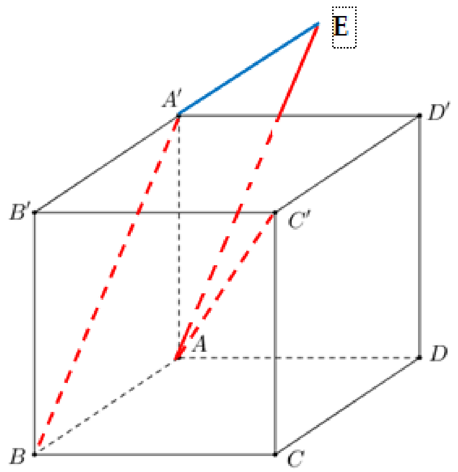
$$y' = -2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \in D_2 \Rightarrow m = \underset{[0;1]}{Min}\, y = 0.$$

Vậy $M - m = 6$.

Câu 40. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng $A'B$ và AC' bằng

A. $90°$. **B.** $60°$. **C.** $30°$. **D.** $45°$.

Lời giải



Lấy E sao cho A' là trung điểm $B'E$.

$\Rightarrow A'E = B'A' = BA$

$\Rightarrow ABA'E$ là hình bình hành. $\Rightarrow BA'//AE$.

$\Rightarrow (A'B, AC') = (AE, AC') = \widehat{EAC'}$

Gọi cạnh hình lập phương là $a \Rightarrow \begin{cases} AC' = a\sqrt{3} \\ AE = BA' = a\sqrt{2} \end{cases}$

Áp dụng định lý pitago, ta có:

$\begin{cases} C'E^2 = B'C'^2 + B'E^2 = a^2 + (2a)^2 = 5a^2 \\ AE^2 + AC'^2 = (a\sqrt{2})^2 + (a\sqrt{3})^2 = 5a^2 \end{cases}$

$\Rightarrow C'E^2 = AE^2 + AC'^2 = 5a^2$

$\Rightarrow \Delta AEC'$ vuông tại A

$\Rightarrow \widehat{EAC'} = 90°$.

PB2 đề xuất cách 2: Hình chiếu của AC' trên $(A'B'BA)$ là $AB' \Rightarrow$ Góc giữa hai đường thẳng BA', AC' chính bằng góc giữa hai đường thẳng AB' và $A'B$ bằng $90°$

Câu 41. Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 1$ và hàm số $g(x) = dx^2 + ex - 1$ có đồ thị cắt nhau tại ba điểm với hoành độ $-2, 1, 3$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số đã cho bằng

A. $\dfrac{126}{18}$. **B.** $\dfrac{125}{36}$. **C.** $\dfrac{119}{36}$. **D.** $\dfrac{253}{36}$.

Lời giải

Chọn D

Hoành độ giao điểm của $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 1$ và $g(x) = dx^2 + ex - 1$ là nghiệm của phương trình $f(x) - g(x) = 0 \Leftrightarrow ax^3 + (b-d)x^2 + (c-e)x + 2 = 0$

Theo giả thiết $f(x) - g(x) = a(x+2)(x-1)(x-3) = ax^3 - 2ax^2 - 5ax + 6a$

Suy ra $6a = 2 \Leftrightarrow a = \dfrac{1}{3}$.

Vậy $\int_{-2}^{3} |f(x) - g(x)| dx = \dfrac{1}{3}\int_{-2}^{3} |(x+2)(x-1)(x-3)| dx = \dfrac{253}{36}$.

Câu 42. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 2 + 3i| = |z_2 - 2 + 3i| = 4$ và $|z_1 - z_2| = 6$. Tính môđun số phức $w = z_1 + z_2 - 4 + 6i$

A. 5. **B.** $4\sqrt{3}$. **C.** $2\sqrt{7}$. **D.** $7\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

Theo giả thiết ta có $\begin{cases} |2z_1 - 4 + 6i| = |2z_2 - 4 + 6i| = 8 \\ |2z_1 - 2z_2| = 12 \end{cases}$ (1)

Gọi $A(4;-6)$. Đặt M và N là điểm biểu diễn của hai số phức $2z_1$ và $2z_2$ trên mặt phẳng tọa độ

Từ (1), ta có $\begin{cases} MA = NA = 8 \\ MN = 12 \end{cases} \Rightarrow \Delta AMN$ cân tại đỉnh A

Đặt H là điểm biểu diễn của số phức $z_1 + z_2$

Dễ thấy $z_1 + z_2 = \dfrac{2z_2 + 2z_2}{2}$ nên H là trung điểm của đoạn MN

Do đó $|w| = |z_1 + z_2 - 4 + 6i| = AH$

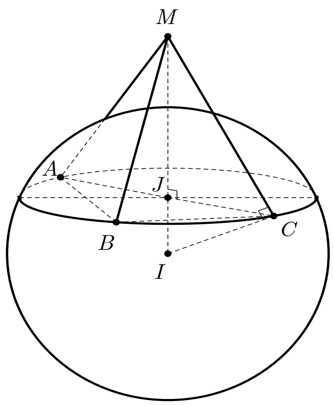
Từ những lập luận trên ta thấy AH là đường cao của tam giác cân AMN và $AH = \sqrt{8^2 - 6^2} = 2\sqrt{7}$.

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-4}{1}$ và mặt cầu $(S):(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 27$. Gọi $M(a;b;c)$ với $a < 0$ là điểm thuộc d sao cho từ M kẻ được ba tiếp tuyến MA, MB, MC đến mặt cầu (S) (A, B, C là các tiếp điểm) thỏa mãn $\widehat{AMB} = 60°$, $\widehat{BMC} = 90°$, $\widehat{CMA} = 120°$. Giá trị biểu thức $a - 3b + 2c$.

A. 7. **B.** -6. **C.** 8. **D.** -3.

Lời giải

Chọn A



Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-3)$, bán kính $R = 3\sqrt{3}$.

Điểm $M(a;b;c)$ $(a < 0)$ nằm trên đường thẳng $d \Rightarrow M(2+t;1+t;4+t)$ $(t < -2)$.

$\overrightarrow{IM} = (t+1;t-1;t+7)$.

Ta có: $MA = MB = MC = m > 0$.

$AB = m$; $BC = m\sqrt{2}$; $AC = m\sqrt{3} \Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại B.

Gọi J là trung điểm $AC \Rightarrow JA = JB = JC$

Do $IA = IB = IC$ nên $MI \perp (ABC)$ tại J.

Tam giác MIC vuông tại C; $\widehat{JMC} = 60° \Rightarrow \widehat{MIC} = 30°$.

Khi đó $MI = \dfrac{IC}{\cos 30°} = 6 \Rightarrow 3t^2 + 14t + 15 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = -4 \ (n) \\ t = -\dfrac{5}{3} \ (l) \end{array}\right.$.

Với $t = -4 \Rightarrow M(-2;-3;0)$

Vậy $a - 3b + 2c = 7$.

Câu 44. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[1;24]$ để ứng với mỗi m, hàm số $y=\dfrac{2x+5-m-x^2}{2x-m}$ đồng biến trên khoảng $(2;4)$.

A. 17. **B.** 20. **C.** 19. **D.** 23.

Lời giải

Chọn A

TXĐ: $\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{m}{2}\right\}$.

$y'=\dfrac{-2x^2+2mx-10}{(2x-m)^2}$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;4) \Leftrightarrow \begin{cases}-2x^2+2mx-10\ge 0\,\forall x\in(2;4)\\ \dfrac{m}{2}\notin(2;4)\end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m\ge \dfrac{x^2+5}{x}\,\forall x\in(2;4)\\ \left[\begin{array}{l}\dfrac{m}{2}\le 2\\ \dfrac{m}{2}\ge 4\end{array}\right.\end{cases} \quad (*)$$

Đặt $g(x)=\dfrac{x^2+5}{x}, x\in(2;4)$

$g'(x)=\dfrac{x^2-5}{x^2}>0\,\forall x\in(2;4)$;

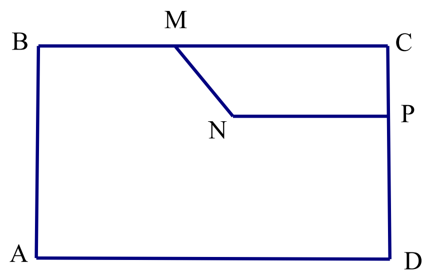
BBT của hàm số $g(x)$ trên khoảng $(2;4)$

x	2		$\sqrt{5}$		4
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$\dfrac{9}{2}$	$\searrow$	$2\sqrt{5}$	$\nearrow$	$\dfrac{21}{4}$

$$(*)\Leftrightarrow \begin{cases} m\ge \dfrac{21}{4}\\ \left[\begin{array}{l} m\le 4\\ m\ge 8\end{array}\right.\end{cases} \Leftrightarrow m\ge 8$$

Do $m\in\mathbb{Z}, m\in[1;24]$ nên có 17 giá trị.

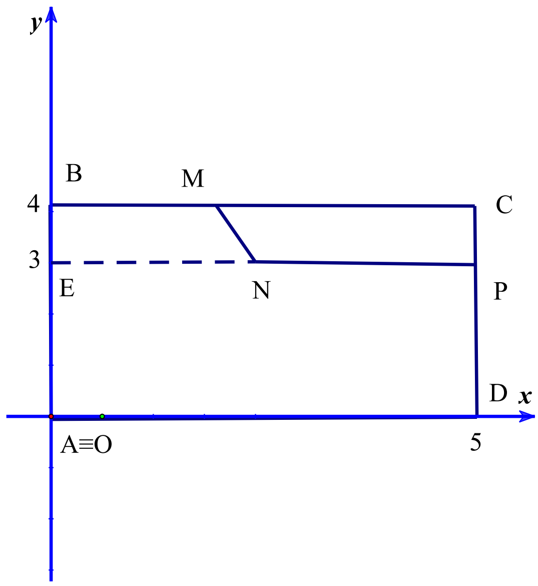
Câu 45. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=4, AD=5$. Cắt hình chữ nhật theo đường gấp khúc MNP với $BM=2, DP=3, PN=2$ và bỏ đi phần hình thang vuông $MNPC$ (tham khảo hình vẽ). Gọi (H) là phần hình phẳng còn lại của hình chữ nhật đã cho sau khi cắt bỏ. Tính thể tích của vật thể tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục AB.



A. 82π . **B.** 75π . **C.** $\dfrac{244\pi}{3}$. **D.** $\dfrac{94\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Gắn hệ trục tọa độ như hình vẽ:
Ta có

$V = V_{ADPE} = \pi\int\limits_0^3 5^2 dy = 75\pi\ (đvtt)$.

Đường thẳng MN đi qua $M(2;4), N(3;3)$ có dạng $x = 6 - y$.

$V_{ENMB} = \pi\int\limits_3^4 (6-y)^2\, dy = \dfrac{19\pi}{3}(đvtt)$.

Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quay quanh trục Oy.

$V = V_{ADPE} + V_{ENMB} = 75\pi + \dfrac{19\pi}{3} = \dfrac{244\pi}{3}(đvtt)$.

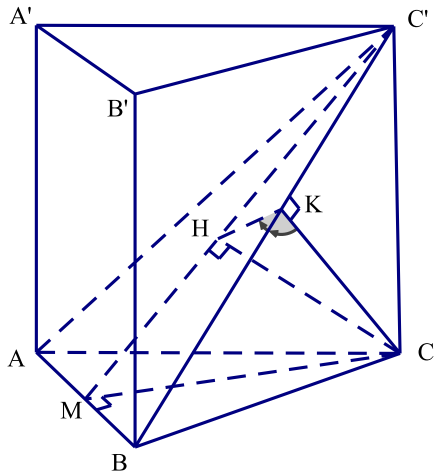
Câu 46. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$. Biết khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (ABC') bằng a, góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và $(BCC'B')$ bằng α thỏa mãn $\cos\alpha = \dfrac{1}{2\sqrt{5}}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng.

A. $V = \dfrac{5a^3\sqrt{15}}{12}$. **B.** $V = \dfrac{6a^3\sqrt{15}}{5}$.

C. $V = \dfrac{5a^3\sqrt{15}}{6}$. **D.** $V = \dfrac{9a^3\sqrt{21}}{14}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $d\left(C,\left(ABC'\right)\right) = AH = 1$.`

Mặt khác $\left(\left(ABC\right),\left(BCC'B'\right)\right) = \widehat{CKH} = \alpha$

Đặt $AB = x\ (x > 0)$, $AA' = y\ (y > 0)$.

Xét tam giác $\Delta CMC'$ ta có: $\dfrac{1}{CH^2} = \dfrac{1}{CC'^2} + \dfrac{1}{CM^2} \Leftrightarrow 1 = \dfrac{4}{3x^2} + \dfrac{1}{y^2}\ (1)$.

Mặt khác $\cos\alpha = \dfrac{1}{2\sqrt{5}} \Rightarrow \sin\alpha = \dfrac{\sqrt{95}}{10} = \dfrac{CH}{CK} \Rightarrow CK = \dfrac{10}{\sqrt{95}}$

$\Rightarrow \dfrac{1}{CK^2} = \dfrac{1}{CB^2} + \dfrac{1}{CC'^2} \Leftrightarrow \dfrac{19}{20} = \dfrac{1}{x^2} + \dfrac{1}{y^2}\ (2)$.

Từ (1) và (2) ta có: $\begin{cases} \dfrac{4}{3x^2} + \dfrac{1}{y^2} = 1 \\ \dfrac{1}{x^2} + \dfrac{1}{y^2} = \dfrac{19}{20} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{x^2} = \dfrac{3}{20} \\ \dfrac{1}{y^2} = \dfrac{4}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{2\sqrt{15}}{3} \\ y = \dfrac{\sqrt{5}}{2} \end{cases}$

Khi đó thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

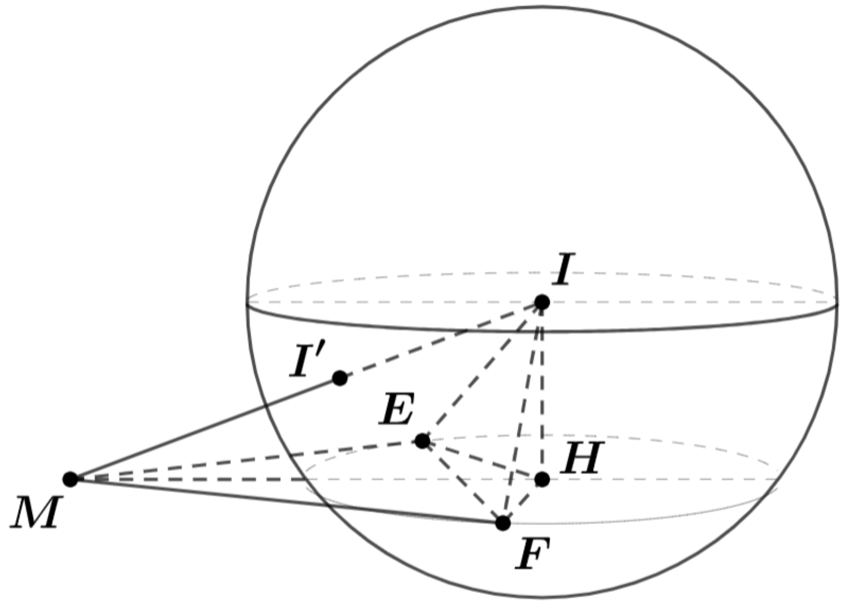
$V_{ABC.A'B'C'} = \left(\dfrac{2\sqrt{15}a}{2}\right)^2 . \dfrac{a\sqrt{5}}{2} . \dfrac{\sqrt{3}}{4} = \dfrac{5\sqrt{15}a^3}{6}$.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 3$. Có tất cả bao nhiêu điểm $M(a;b;c)$ (với a, b, c là các số nguyên) thuộc mặt phẳng (Oyz) sao cho tồn tại ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua M và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau?

A. 8. **B.** 12. **C.** 6. **D.** 16.

Lời giải

Chọn B



Mặt cầu $(S):\begin{cases}\text{Tâm } I(-1;1;1)\\ \text{Bán kính } R=\sqrt{3}\end{cases}$. Vì $M(a;b;c)\in(Oyz)$ nên $M(0;b;c)$.

Gọi I' là trung điểm của $IM \Rightarrow I'\left(\frac{-1}{2};\frac{b+1}{2};\frac{c+1}{2}\right)$.

Gọi E, F lần lượt là hai tiếp điểm của tiếp tuyến đi qua M sao cho $ME\perp MF$.

Ta có E, F cùng thuộc mặt cầu (S') có tâm $I'\left(\frac{-1}{2};\frac{b+1}{2};\frac{c+1}{2}\right)$, bán kính $R'=\frac{1}{2}\sqrt{1+(b+1)^2+(c+1)^2}$. Để tồn tại E, F thì hai mặt cầu (S) và (S') phải cắt nhau

$\Rightarrow |R-R'|\le II'\le |R+R'|$

$\Leftrightarrow \left|\sqrt{3}-\frac{1}{2}\sqrt{1+(b+1)^2+(c+1)^2}\right|\le\frac{1}{2}\sqrt{1+(b+1)^2+(c+1)^2}\le\sqrt{3}+\frac{1}{2}\sqrt{1+(b+1)^2+(c+1)^2}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}\frac{1}{2}\sqrt{1+(b+1)^2+(c+1)^2}\ge\left|\sqrt{3}-\frac{1}{2}\sqrt{1+(b+1)^2+(c+1)^2}\right|\\ \frac{1}{2}\sqrt{1+(b+1)^2+(c+1)^2}\le\sqrt{3}+\frac{1}{2}\sqrt{1+(b+1)^2+(c+1)^2}\ (ld)\end{cases}$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\frac{1}{2}\sqrt{1+(b+1)^2+(c+1)^2}\ge\sqrt{3}-\frac{1}{2}\sqrt{1+(b+1)^2+(c+1)^2}\\ \frac{1}{2}\sqrt{1+(b+1)^2+(c+1)^2}\le-\sqrt{3}+\frac{1}{2}\sqrt{1+(b+1)^2+(c+1)^2}\ (\text{sai})\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow\ \sqrt{1+(b+1)^2+(c+1)^2}\ge\sqrt{3}\ \Leftrightarrow\ (b+1)^2+(c+1)^2\ge 2$. (1)

Gọi H là hình chiếu của I lên (MEF).

Vì ME và MF là tiếp tuyến của (S) và $ME\perp MF$ nên tứ giác $MEHF$ là hình vuông có cạnh $HF=ME=\sqrt{MI^2-3}$.

Ta có $IH^2=R^2-HF^2=3-(MI^2-3)=6-MI^2\ge 0 \Leftrightarrow IH^2=6-MI^2\ge 0$

$\Leftrightarrow\ 1+(b+1)^2+(c+1)^2\le 6\ \Leftrightarrow\ (b+1)^2+(c+1)^2\le 5$. (2)

Từ (1) và (2) ta có $2\le (b+1)^2+(c+1)^2\le 5$.

Vì $b,c\in\mathbb{Z}$ nên $\begin{cases}(b+1)^2=0\\(c+1)^2=4\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}(b+1)^2=4\\(c+1)^2=0\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}(b+1)^2=1\\(c+1)^2=4\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}(b+1)^2=4\\(c+1)^2=1.\end{cases}$

hoặc $\begin{cases}(b+1)^2=1\\(c+1)^2=1.\end{cases}$

Hai hệ phương trình đầu mỗi hệ có 2 nghiệm, 3 hệ phương trình sau mỗi hệ có 4 nghiệm.
Do vậy có 16 điểm M tương ứng thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2-3x+2$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m, hàm số $g(x)=f\left(-x^4+2x^2-3m\right)$ có đúng ba điểm cực trị thuộc khoảng $(0;3)$?

A. 20. **B.** 31. **C.** 15. **D.** 21.

Lời giải

Chọn D

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Xét hàm số $g(x)=f\left(-x^4+2x^2-3m\right)$

$\Rightarrow g'(x)=\left(-4x^3+4x\right).f'\left(-x^4+2x^2-3m\right)$

$$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-4x^3+6x=0\\ f'\left(-x^4+2x^2-3m\right)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left[\begin{array}{ll}x=1 & \\ x=-1 & (\text{loại})\\ x=0 & (\text{loại})\end{array}\right.\\ f'\left(-x^4+2x^2-3m\right)=0\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\-x^4+2x^2-3m=1\\-x^4+2x^2-3m=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\-x^4+2x^2-1=3m\\-x^4+2x^2-1=3m+1\end{array}\right..$$

Để hàm số $g(x)$ có đúng ba điểm cực trị thuộc khoảng $(0;3)$

$\Rightarrow f'\left(-x^4+2x^2-3m\right)=0$ hoặc có 2 nghiệm đơn phân biệt thuộc $(0;3)\backslash\{1\}$

hoặc có 1 nghiệm kép bằng 1 và hai nghiệm đơn phân biệt thuộc $(0;3)\backslash\{1\}$

Xét $h(x)=-x^4+2x^2-1$, $\forall x\in(0;3)$ có bảng biến thiên:

x	0		1		3
y	-1	$\nearrow$	0	$\searrow$	-64

Để có thỏa mãn yêu cầu để bài

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}3m+1\geq 0\\ -1<3m<0\end{cases}\\ \begin{cases}3m+1\leq -1\\ 3m>-64\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\dfrac{-1}{3}\leq m<0\\ \dfrac{-64}{3}<m\leq \dfrac{-2}{3}\end{array}\right. \Rightarrow m\in\{-21;-20;\dots;-1\}.$$

Có 21 giá trị nguyên thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 49. Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log\dfrac{a^2+9b^2+1}{2a+6b}=a(2-a)+3b(2-3b)-1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\dfrac{2a+9b}{a+3b+1}$.

A. 6. **B.** 3 **C.** 2 **D.** 5

Lời giải

Chọn C

Theo giả thiết $\log\dfrac{a^2+9b^2+1}{2a+6b}=a(2-a)+3b(2-3b)-1$

$\Leftrightarrow \log(a^2+9b^2+1)-\log(2a+6b)=2a-a^2+6b-9b^2-1$

$\Leftrightarrow \log(a^2+9b^2+1)+(a^2+9b^2+1)=\log(2a+6b)+(2a+6b)$.

Xét hàm số $f(t)=\log t+t$ trên $(0;+\infty)$.

Ta có $f'(t)=\dfrac{1}{t\cdot\ln 10}+1>0$, $\forall t>0$.

Suy ra hàm số $f(t)=\log t+t$ là đồng biến trên $(0;+\infty)$.

Lại có $f(a^2+9b^2+1)=f(2a+6b)$

Do đó, $a^2+9b^2+1=2a+6b\Leftrightarrow (a-1)^2+(3b-1)^2=1$.

Đặt $x=a, y=3b$ $(x,y>0)$.

Ta có $(x-1)^2+(y-1)^2=1$.

Đây là phương trình đường tròn (C) có tâm $I(1;1)$, bán kính $R=1$.

Mặt khác, $P=\dfrac{2x+3y}{x+y+1}\Leftrightarrow 2x+3y=Px+Py+P$

$\Leftrightarrow (2-P)x+(3-P)y-P=0$ (Δ)

Đường thẳng (Δ) cắt đường tròn $(C)\Leftrightarrow d(I,\Delta)\leq 1$

$\Leftrightarrow \dfrac{|2-P+3-P-P|}{\sqrt{(2-P)^2+(3-P)^2}}\leq 1\Leftrightarrow |5-3P|\leq\sqrt{2P^2-10P+13}$

$\Leftrightarrow 7P^2-20P+12\leq 0$

$\Rightarrow \dfrac{6}{7}\leq P\leq 2$.

Vậy giá trị lớn nhất của $P_{\max} = 2$.

Câu 50. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $z_1 + 2z_2 = 4 + 3i$ và $|z_1 - z_2| = 2$. Giá trị lớn nhất của $|z_1| + |z_2|$ bằng

A. $\sqrt{\dfrac{33}{2}}$. **B.** $\dfrac{13}{2}$. **C.** 5 **D.** $\dfrac{4\sqrt{5}}{3}$

Lời giải

Chọn A

Ta có $|z_1 + 2z_2| = |4 + 3i| = \sqrt{25} = 5$.

Mặt khác

$$|z_1 + 2z_2|^2 + 2|z_1 - z_2|^2 = (z_1 + 2z_2)\left(\overline{z_1 + 2z_2}\right) + 2(z_1 - z_2)\left(\overline{z_1 - z_2}\right)$$

$$= (z_1 + 2z_2)\left(\overline{z_1} + 2\overline{z_2}\right) + 2(z_1 - z_2)\left(\overline{z_1} - \overline{z_2}\right)$$

$$= |z_1|^2 + 2z_1\overline{z_2} + 2z_2\overline{z_1} + 4|z_2|^2 + 2\left(|z_1|^2 - z_1\overline{z_2} - z_2\overline{z_1} + |z_2|^2\right)$$

$$= 3|z_1|^2 + 6|z_2|^2.$$

Do đó, $3\left(|z_1|^2 + 2|z_2|^2\right) = 33 \Leftrightarrow |z_1|^2 + 2|z_2|^2 = 11$.

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopxki, ta có

$$\left(|z_1| + |z_2|\right)^2 \le \left(1 + \frac{1}{2}\right)\left(|z_1|^2 + 2|z_2|^2\right) = \frac{33}{2}.$$

Suy ra $|z_1| + |z_2| \le \sqrt{\dfrac{33}{2}}$.

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $|z_1| = 2|z_2|$.