

MA TRẬN ĐỀ THI HỌC KỲ 1 – ĐỊNH DẠNG TRẮC NGHIỆM 2025

Môn: Toán 12

Chủ đề	Nội dung	Nhóm câu hỏi		
		Phần 1. Trắc nghiệm khách quan (mức độ 1-2)	Phần 2. Trắc nghiệm đúng sai (mức độ 1-2-3)	Phần 3. Trả lời ngắn (mức độ 3-4)
CHƯƠNG. 1	Tính đơn điệu, cực trị	1	1	2
	Giá trị lớn nhất – giá trị nhỏ nhất	1		
	Tiệm cận	1		
	Khảo sát đồ thị hàm số	1		
CHƯƠNG. 2	Vector	2	1	2
	Biểu thức tọa độ vector	2		
CHƯƠNG. 3	Khoảng biến thiên	2	2	2
	Độ lệch chuẩn	2		
	Tổng số câu	12	4	6

ĐỀ 1

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	-1	4	-1	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(0; 1)$. C. $(-1; 1)$. D. $(-1; 0)$

Câu 2. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 + 3x^2$ trên đoạn $[-4; -1]$ bằng

- A. -16 B. 0 C. 4 D. -4

Câu 3. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ là

- A. $y = -2$. B. $y = 1$. C. $x = -1$. D. $x = 2$.

Câu 4. Bảng biến thiên sau là của một trong bốn hàm số sau.

x	$-\infty$	-9	-4	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-20	$-\infty$	$+\infty$	0	$+\infty$

Hỏi đó là hàm số nào?

- A. $y = \frac{x^2 - 2x + 1}{x + 4}$. B. $y = \frac{x^2 - 4x + 2}{x + 4}$. C. $y = \frac{x^2 - x + 2}{-x - 4}$. D. $y = \frac{x^2 - 3x + 4}{-x - 4}$.

Câu 5. Cho hình tứ diện $ABCD$ có trọng tâm G . Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$. B. $\vec{OG} = \frac{1}{4}(\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD})$.
 C. $\vec{AG} = \frac{2}{3}(\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD})$. D. $\vec{AG} = \frac{1}{4}(\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD})$.

Câu 6. Cho tứ diện $ABCD$, gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD ; Đẳng thức nào sai?

- A. $\vec{IJ} = \frac{1}{2}(\vec{AC} + \vec{BD})$. B. $\vec{IJ} = \frac{1}{2}(\vec{AD} + \vec{BC})$.
 C. $\vec{IJ} = \frac{1}{2}(\vec{DC} + \vec{AD} + \vec{BD})$. D. $\vec{IJ} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{CD})$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -3)$. Hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

- A. $(0; 2; -3)$. B. $(1; 0; -3)$. C. $(1; 2; 0)$. D. $(1; 0; 0)$.

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(0; 0; 3)$, $B(0; 0; -1)$, $C(1; 0; -1)$, $D(0; 1; -1)$. Mệnh đề nào dưới đây sai?

- A. $AB \perp BD$. B. $AB \perp BC$. C. $AB \perp AC$. D. $AB \perp CD$.

Câu 9. Bảng sau biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về số tiền (đơn vị: nghìn đồng) mà 50 khách hàng mua nước giải khát ở một cửa hàng trong một ngày.

Nhóm	Tần số
$[15; 20)$	4
$[20; 25)$	15
$[25; 30)$	19
$[30; 35)$	7
$[35; 40)$	5
	$n = 50$

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đó là:

- A. 15. B. 5. C. 35. D. 50.

Câu 10. Người ta tiến hành phỏng vấn 40 người về một mẫu quần mới. Người phỏng vấn yêu cầu cho điểm mẫu quần đó theo thang điểm là 100. Kết quả được trình bày theo mẫu số liệu ghép nhóm được cho ở Bảng. Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm đó là:

Nhóm	Tần số	Tần số tích lũy
$[50; 60)$	3	3
$[60; 70)$	5	8
$[70; 80)$	25	33
$[80; 90)$	4	37
$[90; 100)$	3	40
	$n = 40$	

- A. 75. B. 70,8. C. 78,8. D. 74,8.

Câu 11. Một siêu thị thống kê số tiền (đơn vị: chục nghìn đồng) mà 44 khách hàng mua hàng ở siêu thị đó trong một ngày. Số liệu được cho ở Bảng.

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
$[40; 45)$	42,5	4
$[45; 50)$	47,5	14
$[50; 55)$	52,5	8
$[55; 60)$	57,5	10
$[60; 65)$	62,5	6
$[65; 70)$	67,5	2
		$n = 44$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn kết quả đến hàng phần mười) là:

- A. 53,2. B. 46,1. C. 30. D. 11.

Câu 12. Một mẫu số liệu ghép nhóm có phương sai bằng 16 thì có độ lệch chuẩn bằng bao nhiêu?

- A. 4. B. 8. C. 256. D. 32.

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Khi loại thuốc A được tiêm vào bệnh nhân, nồng độ (mg/l) của thuốc trong máu sau x phút (kể từ khi bắt đầu tiêm) được xác định bởi công thức: $N(x) = \frac{Cx}{x^2 + 2}, x > 0$. Biết rằng sau một phút thì nồng độ thuốc trong máu là $6(mg/l)$. Xét tính đúng sai của mệnh đề sau

- a) Giá trị của $C = 30$.
- b) Sau 4 phút thì nồng độ thuốc trong máu là $7(mg/l)$.
- c) Trong 2 phút đầu tiên nồng độ thuốc trong máu tăng dần.
- d) Tại một thời điểm nào đó, nồng độ thuốc trong máu sẽ đạt $8(mg/l)$.

Câu 2. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Biết $A(-4;1;2), C(5;3;1), B'(-1;2;2), D'(4;6;5)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) $A'(-3;3;4)$.
- b) $B(-2;0;0)$.
- c) $C'(4;5;3)$.
- d) \widehat{BAD} là góc tù.

Câu 3. Bảng sau đây biểu diễn lượng mưa trung bình đo được tại một trạm quan trắc đặt tại Nam Định trong các năm từ 2007 đến 2023 (đơn vị: mm).

1114	1087	1800	1643,6	1461,4	1767,2	1772,8	1757,3	1721,4
1349,7	1612,3	2318,3	1800,1	1265	1641,5	2227,3	2542,4	

Người ta lập bảng dữ liệu ghép nhóm cho mẫu số liệu trên. Bảng gồm 5 nhóm có độ dài bằng nhau, nhóm đầu tiên là $[1050;1350)$.

Xác định tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- a) Đầu mút trái của nhóm cuối cùng là 2250.
- b) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là 1050.
- c) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm nhỏ hơn 1452.
- d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm lớn hơn 519.

Câu 4. Thống kê mức thu nhập theo tháng của một số hộ gia đình ở một khu dân cư cho kết quả như sau:

Mức thu nhập (triệu đồng)	$[5;10)$	$[10;15)$	$[15;20)$	$[20;25)$	$[25;30)$
Số hộ gia đình	5	8	15	12	10

Xác định tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- a) Cỡ mẫu của mẫu số liệu ghép nhóm là $n = 50$.
- b) Mức thu nhập trung bình của các hộ gia đình này là: 18,9 (triệu đồng)
- c) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên lớn hơn 39
- d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên khoảng 6,17.

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Hàm chi phí và hàm doanh thu (đều tính bằng triệu đồng) của một loại sản phẩm lần lượt là $C(x) = 25,5x + 1000$ và $R(x) = 75,5x$, trong đó x là số đơn vị sản phẩm đó được sản xuất và bán ra. Biết

hàm lợi nhuận trung bình $\bar{P}(x) = \frac{R(x) - C(x)}{x}$. Hỏi lợi nhuận trung bình sẽ không vượt quá bao nhiêu triệu đồng?

Câu 2. Một hãng điện thoại đưa ra một quy luật bán buôn cho từng đại lí, đó là đại lí nhập càng nhiều điện thoại của hãng thì giá bán buôn một chiếc điện thoại càng giảm. Cụ thể, nếu đại lí mua x điện thoại thì giá tiền của mỗi điện thoại là $6000 - 3x$ (nghìn đồng), $x \in \mathbb{N}^*$, $x < 2000$. Đại lí nhập cùng một lúc bao nhiêu chiếc điện thoại thì hãng có thể thu về nhiều tiền nhất từ đại lí đó?

Câu 3. Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm trong không gian. Sau một khoảng thời gian, chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát 3 km về phía Đông và 2 km về phía Nam, đồng thời cách mặt đất 0,5 km; chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 1 km về phía Bắc và 1 km về phía Tây, đồng thời cách mặt đất 0,3 km. Cùng thời điểm đó, một người đứng trên mặt đất và nhìn thấy hai khinh khí cầu nói trên. Biết rằng, so với các vị trí quan sát khác trên mặt đất, vị trí người đó đứng có tổng khoảng cách đến hai khinh khí cầu là nhỏ nhất. Hỏi tổng khoảng cách nhỏ nhất ấy bằng bao nhiêu kilômét? (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười.)

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$, $B(3; -2; -1)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng tọa độ (Oxy) tại điểm $E(a; b; c)$. Tính giá trị của biểu thức $T = a^2 + b^2 + c^2$

Câu 5. Mẫu số liệu dưới đây ghi lại tốc độ của 40 ô tô khi đi qua một trạm đo tốc độ (đơn vị: km/h).

49	42	51	55	45	60	53	55	44	65
52	62	41	44	57	56	68	48	46	53
63	49	54	61	59	57	47	50	60	62
48	52	58	47	60	55	45	47	48	61

Sau khi ghép nhóm mẫu số liệu trên thành sáu nhóm ứng với sáu nửa khoảng:

$[40; 45)$, $[45; 50)$, $[50; 55)$, $[55; 60)$, $[60; 65)$, $[65; 70)$ thì trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm nhận được bằng $\frac{a}{b}$ (km/h) ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Khi đó giá trị của a bằng bao nhiêu?

Câu 6. Bảng sau biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về nhiệt độ không khí trung bình các tháng trong năm 2021 tại Hà Nội (đơn vị: độ C) (Nguồn: Niên giám Thống kê 2021, NXB Thống kê, 2022). Phương sai của mẫu số liệu đó bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

Nhóm	Tần số
$[16, 8; 19, 8)$	2
$[19, 8; 22, 8)$	3
$[22, 8; 25, 8)$	2
$[25, 8; 28, 8)$	1
$[28, 8; 31, 8)$	4
	$n = 12$

PHIẾU TRẢ LỜI

PHẦN I

	A	B	C	D
1	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
10	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

	A	B	C	D
11	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
12	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Điểm

Điểm phần I: đ

Điểm phần II: đ

Điểm phần III: đ

Tổng: đ

PHẦN II

Câu 1		Câu 2		Câu 3		Câu 4	
Đúng	Sai	Đúng	Sai	Đúng	Sai	Đúng	Sai
a)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
b)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
c)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
d)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

PHẦN III

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
□ □ □ □	□ □ □ □	□ □ □ □	□ □ □ □	□ □ □ □	□ □ □ □
- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

LỜI GIẢI THAM KHẢO

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	-	+
$f(x)$	$+\infty$	-1	4	-1	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(0; 1)$. C. $(-1; 1)$. **D.** $(-1; 0)$

Lời giải

Chọn D

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$

Câu 2. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 + 3x^2$ trên đoạn $[-4; -1]$ bằng

- A. -16 B. 0 C. 4 **D.** -4

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = 3x^2 + 6x$; $y' = 0 \Rightarrow 3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 & \notin [-4; -1] \\ x = -2 & \in [-4; -1] \end{cases}$.

Khi đó $y(-4) = -16$; $y(-2) = 4$; $y(-1) = 2$.

Nên $\min_{[-4; -1]} y = -16$.

Câu 3. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ là

- A. $y = -2$. **B.** $y = 1$. C. $x = -1$. D. $x = 2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{x+1} = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-2}{x+1} = 1$

Suy ra $y = 1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 4. Bảng biến thiên sau là của một trong bốn hàm số sau.

x	$-\infty$	-9	-4	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-20	$-\infty$	$+\infty$	0	$+\infty$

Hỏi đó là hàm số nào?

- A. $y = \frac{x^2 - 2x + 1}{x + 4}$. B. $y = \frac{x^2 - 4x + 2}{x + 4}$. C. $y = \frac{x^2 - x + 2}{-x - 4}$. D. $y = \frac{x^2 - 3x + 4}{-x - 4}$.

Lời giải.

Dựa vào BBT ta thấy

TCD là đường thẳng $x = -4$.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$$

Điểm cực đại $A(-9; -20)$, điểm cực tiểu $B(1; 0)$.

Do đó hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 1}{x + 4}$ thỏa mãn.

Chọn đáp án A

Câu 5. Cho hình tứ diện $ABCD$ có trọng tâm G . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD})$.
C. $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$. D. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$.

Lời giải

Chọn C

Có G là trọng tâm của tứ diện $ABCD$ nên:

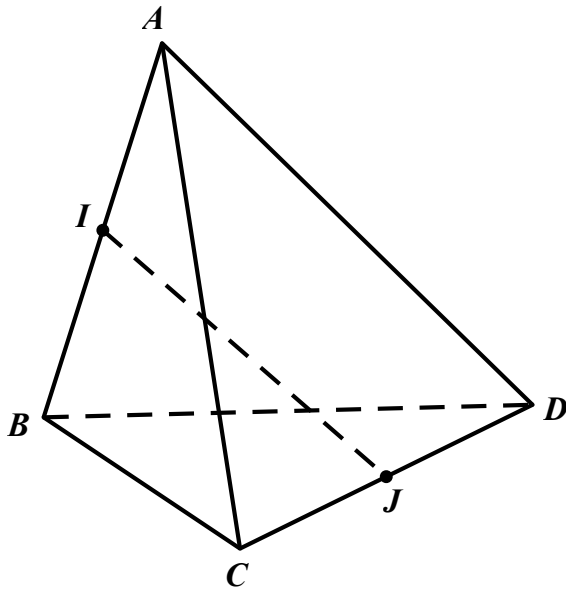
$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0} \Leftrightarrow 4\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}).$$

Câu 6. Cho tứ diện $ABCD$, gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD ; Đẳng thức nào **sai**?

- A. $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD})$. B. $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC})$.
C. $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD})$. D. $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD})$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $\vec{IJ} = \vec{IA} + \vec{AJ} = -\frac{1}{2}\vec{AB} + \frac{1}{2}(\vec{AC} + \vec{AD}) = \frac{1}{2}(\vec{BC} + \vec{AD}) = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{BD} + \vec{CD} + \vec{DC} + \vec{BC})$
 $= \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{CD} + 2\vec{BC})$.

Vậy đẳng thức **sai** là $\vec{IJ} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{CD})$.

- Câu 7.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -3)$. Hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là
A. $(0; 2; -3)$. **B.** $(1; 0; -3)$. **C.** $(1; 2; 0)$. **D.** $(1; 0; 0)$.

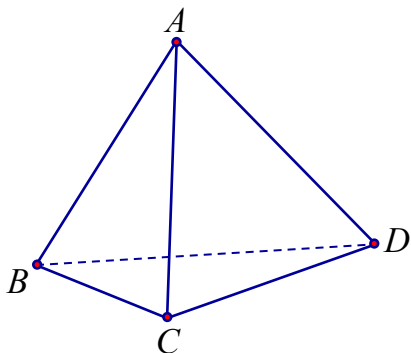
Lời giải

Chọn C

Do điểm $A(1; 2; -3)$ nên hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là $(1; 2; 0)$.

- Câu 8.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(0; 0; 3)$, $B(0; 0; -1)$, $C(1; 0; -1)$, $D(0; 1; -1)$. Mệnh đề nào dưới đây sai?
A. $AB \perp BD$. **B.** $AB \perp BC$. **C.** $AB \perp AC$. **D.** $AB \perp CD$.

Lời giải



Ta có $\vec{AB} = (0; 0; -4)$, $\vec{AC} = (1; 0; -4) \Rightarrow \vec{AB} \cdot \vec{AC} = 16 \neq 0 \Rightarrow AB$ và AC không vuông góc.

Câu 9. Bảng sau biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về số tiền (đơn vị: nghìn đồng) mà 50 khách hàng mua nước giải khát ở một cửa hàng trong một ngày.

Nhóm	Tần số
[15; 20)	4
[20; 25)	15
[25; 30)	19
[30; 35)	7
[35; 40)	5
	$n = 50$

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đó là:

- A. 15. B. 5. C. 35. D. 50.

Lời giải

Trong mẫu số liệu ghép nhóm đó, ta có: đầu mút trái của nhóm 1 là $a_1 = 15$, đầu mút phải của nhóm 5 là $a_6 = 40$.

Vậy khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đó là:

$$R = a_6 - a_1 = 40 - 15 = 35 \text{ (nghìn đồng).}$$

Chọn C

Câu 10. Người ta tiến hành phỏng vấn 40 người về một mẫu quần mới. Người phỏng vấn yêu cầu cho điểm mẫu quần đó theo thang điểm là 100. Kết quả được trình bày theo mẫu số liệu ghép nhóm được cho ở Bảng. Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm đó là:

Nhóm	Tần số	Tần số tích lũy
[50; 60)	3	3
[60; 70)	5	8
[70; 80)	25	33
[80; 90)	4	37
[90; 100)	3	40
	$n = 40$	

- A. 75. B. 70,8. C. 78,8. D. 74,8.

Lời giải

Số phần tử của mẫu là $n = 40$. Ta có: $\frac{n}{2} = \frac{40}{2} = 20$ mà $8 < 20 < 33$. Suy ra nhóm 3 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 20. Xét nhóm 3 có $r = 70$; $d = 10$; $n_3 = 25$ và nhóm 2 có $cf_2 = 8$.

Trung vị của mẫu số liệu đó là: $M_e = 70 + \left(\frac{20-8}{25}\right) \cdot 10 = 74,8$. **Chọn D**

Câu 11. Một siêu thị thống kê số tiền (đơn vị: chục nghìn đồng) mà 44 khách hàng mua hàng ở siêu thị đó trong một ngày. Số liệu được cho ở Bảng.

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[40; 45)	42,5	4
[45; 50)	47,5	14
[50; 55)	52,5	8
[55; 60)	57,5	10
[60; 65)	62,5	6

[65; 70)	67,5	2
		$n = 44$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn kết quả đến hàng phần mười) là:

A. 53,2.

B. 46,1.

C. 30.

D. 11.

Lời giải

Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{4 \cdot 42,5 + 14 \cdot 47,5 + 8 \cdot 52,5 + 10 \cdot 57,5 + 6 \cdot 62,5 + 2 \cdot 67,5}{44} \\ &= \frac{585}{11} \approx 53,18.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Ta có: } &4 \cdot (42,5 - 53,18)^2 + 14 \cdot (47,5 - 53,18)^2 + 8 \cdot (52,5 - 53,18)^2 + \\ &+ 10 \cdot (57,5 - 53,18)^2 + 6 \cdot (62,5 - 53,18)^2 + 2 \cdot (67,5 - 53,18)^2 = 2029,5456.\end{aligned}$$

$$\text{Vậy phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: } s^2 = \frac{2029,5456}{44} \approx 46,1.$$

Chọn B

Câu 12. Một mẫu số liệu ghép nhóm có phương sai bằng 16 thì có độ lệch chuẩn bằng bao nhiêu?

A. 4.

B. 8.

C. 256.

D. 32.

Lời giải

Chọn A

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Khi loại thuốc A được tiêm vào bệnh nhân, nồng độ (mg/l) của thuốc trong máu sau x phút (kể từ khi bắt đầu tiêm) được xác định bởi công thức: $N(x) = \frac{Cx}{x^2 + 2}$, $x > 0$. Biết rằng sau một phút thì nồng độ thuốc trong máu là $6(mg/l)$. Xét tính đúng sai của mệnh đề sau

a) Giá trị của $C = 30$.

b) Sau 4 phút thì nồng độ thuốc trong máu là $7(mg/l)$.

c) Trong 2 phút đầu tiên nồng độ thuốc trong máu tăng dần.

d) Tại một thời điểm nào đó, nồng độ thuốc trong máu sẽ đạt $8(mg/l)$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Sai	d) Sai
---------------	---------------	---------------	---------------

a) Sai. $C(1) = \frac{C \cdot 1}{1^2 + 2} = 6 \Rightarrow C = 18$.

b) Sai. Sau 4 phút thì nồng độ thuốc trong máu là $C(4) = \frac{18 \cdot 4}{4^2 + 2} = 4(mg/l)$.

c) Sai. Ta có:

$$N(x) = \frac{18x}{x^2 + 2}, x > 0 \Rightarrow N'(x) = \frac{18 \cdot (x^2 + 2) - 18x \cdot 2x}{(x^2 + 2)^2} = \frac{-18x^2 + 36}{(x^2 + 2)^2} = \frac{-18(x^2 - 2)}{(x^2 + 2)^2} \geq 0 \Leftrightarrow x \leq \sqrt{2}$$

Do đó, trong $\sqrt{2}$ phút đầu tiên nồng độ thuốc trong máu tăng dần.

d) Sai. Ta có: $N(x) = \frac{18x}{x^2 + 2} = 8 \Leftrightarrow 18x = 8x^2 + 16 \Leftrightarrow 8x^2 - 18x + 16 = 0(VN)$.

Do đó, không có một thời điểm nào mà nồng độ thuốc trong máu sẽ đạt $8(mg/l)$.

Câu 2. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Biết $A(-4; 1; 2), C(5; 3; 1), B'(-1; 2; 2), D'(4; 6; 5)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) $A'(-3; 3; 4)$.
 b) $B(-2; 0; 0)$.
 c) $C'(4; 5; 3)$.
 d) \widehat{BAD} là góc tù.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

Trung điểm của AC là điểm $I\left(\frac{1}{2}; 2; \frac{3}{2}\right)$, trung điểm của $B'D'$ là $I'\left(\frac{3}{2}; 4; \frac{7}{2}\right)$

Ta có: $\overline{AA'} = \overline{BB'} = \overline{CC'} = \overline{DD'} = \overline{II'} = (1; 2; 2)$

Suy ra $A'(-3; 3; 4), C'(6; 5; 3), B(-2; 0; 0), D(3; 4; 3)$

Ta có: $\overline{AB} = (2; -1; -2)$ và $\overline{AD} = (7; 3; 1) \Rightarrow \overline{AB} \cdot \overline{AD} = 14 - 3 - 2 = 9 > 0$ suy ra \widehat{BAD} là góc nhọn.

Câu 3. Bảng sau đây biểu diễn lượng mưa trung bình đo được tại một trạm quan trắc đặt tại Nam Định trong các năm từ 2007 đến 2023 (đơn vị: mm).

1114	1087	1800	1643,6	1461,4	1767,2	1772,8	1757,3	1721,4
1349,7	1612,3	2318,3	1800,1	1265	1641,5	2227,3	2542,4	

Người ta lập bảng dữ liệu ghép nhóm cho mẫu số liệu trên. Bảng gồm 5 nhóm có độ dài bằng nhau, nhóm đầu tiên là $[1050; 1350)$.

Xác định tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- a) Đầu mút trái của nhóm cuối cùng là 2250.
 b) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là 1050.
 c) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm nhỏ hơn 1452.
 d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm lớn hơn 519.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

Bảng tần số ghép nhóm:

Nhóm	[1050;1350)	[1350;1650)	[1650;1950)	[1950;2250)	[2250;2550)
Giá trị đại diện	1200	1500	1800	2100	2400
Tần số	4	4	6	1	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là $2550 - 1050 = 1500$.

Tứ phân vị thứ nhất là $Q_1 = 1368,75$. Tứ phân vị thứ ba là $Q_3 = 1887,5$.

Khoảng tứ phân vị $\Delta_Q = 518,75$.

Câu 4. Thống kê mức thu nhập theo tháng của một số hộ gia đình ở một khu dân cư cho kết quả như sau:

Mức thu nhập (triệu đồng)	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)
Số hộ gia đình	5	8	15	12	10

Xác định tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- a) Cỡ mẫu của mẫu số liệu ghép nhóm là $n = 50$.
- b) Mức thu nhập trung bình của các hộ gia đình này là: 18,9 (triệu đồng)
- c) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên lớn hơn 39
- d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên khoảng 6,17.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
----------------	----------------	---------------	----------------

Cỡ mẫu là $n = 5 + 8 + 15 + 12 + 10 = 50$. Chọn giá trị đại diện cho mỗi nhóm số liệu ta có bảng sau:

Giá trị đại diện	7,5	12,5	17,5	22,5	27,5
Số hộ gia đình	5	8	15	12	10

Mức thu nhập trung bình của các hộ gia đình này là:

$$\bar{x} = \frac{5 \cdot 7,5 + 8 \cdot 12,5 + 15 \cdot 17,5 + 12 \cdot 22,5 + 10 \cdot 27,5}{50} = 18,9 \text{ (triệu đồng)}$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

$$s^2 = \frac{1}{50} (5 \cdot 7,5^2 + 8 \cdot 12,5^2 + 15 \cdot 17,5^2 + 12 \cdot 22,5^2 + 10 \cdot 27,5^2) - (18,9)^2 = 38,04$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

$$s = \sqrt{38,04} \approx 6,17.$$

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Hàm chi phí và hàm doanh thu (đều tính bằng triệu đồng) của một loại sản phẩm lần lượt là $C(x) = 25,5x + 1000$ và $R(x) = 75,5x$, trong đó x là số đơn vị sản phẩm đó được sản xuất và bán ra. Biết hàm lợi nhuận trung bình $\bar{P}(x) = \frac{R(x) - C(x)}{x}$. Hỏi lợi nhuận trung bình sẽ không vượt quá bao nhiêu triệu đồng?

Lời giải

Trả lời: 50

$$\text{Hàm lợi nhuận trung bình } \bar{P}(x) = \frac{R(x) - C(x)}{x} = \frac{50x - 1000}{x} = 50 - \frac{1000}{x}.$$

Ta coi tập xác định của hàm lợi nhuận trung bình là $(0; +\infty)$.

$$\text{Ta có: } \bar{P}'(x) = \frac{1000}{x^2} > 0 \text{ với mọi } x \in (0; +\infty).$$

Vậy hàm lợi nhuận trung bình đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

$$\text{Mặt khác, } \lim_{x \rightarrow +\infty} \bar{P}(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(50 - \frac{1000}{x} \right) = 50.$$

Như vậy, mặc dù lợi nhuận trung bình luôn tăng khi mức sản xuất tăng nhưng sẽ không vượt quá 50 triệu đồng.

- Câu 2.** Một hãng điện thoại đưa ra một quy luật bán buôn cho từng đại lí, đó là đại lí nhập càng nhiều điện thoại của hãng thì giá bán buôn một chiếc điện thoại càng giảm. Cụ thể, nếu đại lí mua x điện thoại thì giá tiền của mỗi điện thoại là $6000 - 3x$ (nghìn đồng), $x \in \mathbb{N}^*$, $x < 2000$. Đại lí nhập cùng một lúc bao nhiêu chiếc điện thoại thì hãng có thể thu về nhiều tiền nhất từ đại lí đó?

Lời giải

Trả lời: 1000

Số tiền hãng thu được khi đại lí nhập x chiếc điện thoại là $f(x) = x(6000 - 3x)$.

Ta có: $f'(x) = -6x + 6000$. Khi đó, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1000$.

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ là:

x	0	1 000	2 000
$f'(x)$		+	-
$f(x)$	0	3 000 000	0

Vậy đại lí nhập cùng lúc 1000 chiếc điện thoại thì hãng có thể thu nhiều tiền nhất từ đại lí đó với 3000000000 (đồng).

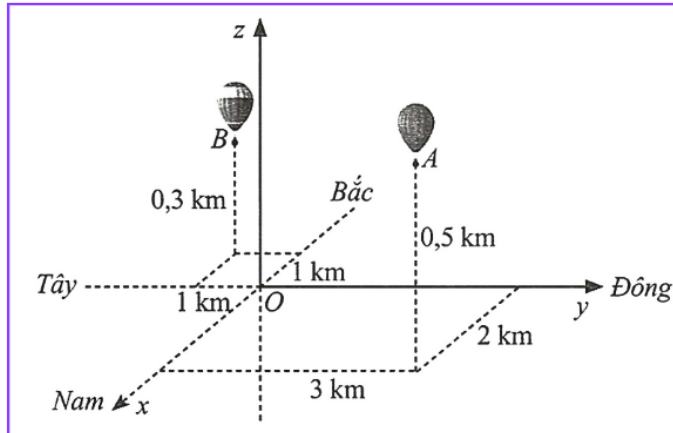
- Câu 3.** Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm trong không gian. Sau một khoảng thời gian, chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát 3 km về phía Đông và 2 km về phía Nam, đồng thời cách mặt đất 0,5 km; chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 1 km về phía Bắc và 1 km về phía Tây, đồng thời cách mặt đất 0,3 km. Cùng thời điểm đó, một người đứng trên mặt đất và nhìn thấy hai khinh khí cầu nói trên. Biết rằng, so với các vị trí quan sát khác trên mặt đất, vị trí người đó đứng có tổng khoảng cách đến hai khinh khí cầu là nhỏ nhất. Hỏi tổng khoảng cách nhỏ nhất ấy bằng bao nhiêu kilômét? (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười.)

Lời giải

Trả lời: 5,1

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai khinh khí cầu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất với trục Ox hướng về phía Nam, trục Oy hướng về phía Đông và trục Oz hướng thẳng lên trời (đơn vị đo lấy theo kilômét).

Khi đó $O(0;0;0)$, $A(2;3;0,5)$, $B(-1;-1;0,3)$ lần lượt là vị trí xuất phát và vị trí của hai khinh khí cầu đối với hệ toạ độ đã chọn tại thời điểm được quan sát.



Gọi M là vị trí đứng của người quan sát.

Gọi $B'(-1;-1;-0,3)$ là điểm đối xứng với B qua mặt phẳng (Oxy) .

Ta có $MA + MB = MA + MB'$.

Suy ra $MA + MB$ nhỏ nhất khi $MA + MB'$ nhỏ nhất, nghĩa là khi và chỉ khi A, B', M thẳng hàng.

Gọi $M(x_M; y_M; 0)$, suy ra

$$\overrightarrow{MA} = (2 - x_M; 3 - y_M; 0,5), \overrightarrow{MB'} = (-1 - x_M; -1 - y_M; -0,3).$$

A, B', M thẳng hàng nên \overrightarrow{MA} và $\overrightarrow{MB'}$ cùng phương

$$\Rightarrow \frac{-1 - x_M}{2 - x_M} = \frac{-1 - y_M}{3 - y_M} = \frac{-0,3}{0,5} \Rightarrow \begin{cases} x_M = \frac{1}{8} \\ y_M = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{1}{8}; \frac{1}{2}; 0\right)$$

Khi đó $\min(MA + MB) = \min(MA + MB') = AB' \approx 5,1 \text{ km}$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$, $B(3;-2;-1)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng toạ độ (Oxy) tại điểm $E(a;b;c)$. Tính giá trị của biểu thức $T = a^2 + b^2 + c^2$

Lời giải

Trả lời: 7,25

Đường thẳng AB cắt mặt phẳng toạ độ (Oxy) tại điểm $E(a;b;c) \Rightarrow c = 0$.

$$\overrightarrow{AB} = (2; -4; -4), \overrightarrow{AE} = (a - 1; b - 2; -3)$$

Ba điểm A, B, E thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AE}$ cùng phương.

$$\Leftrightarrow \frac{2}{a-1} = \frac{-4}{b-2} = \frac{-4}{-3} \Leftrightarrow \begin{cases} a-1 = \frac{3}{2} \\ b-2 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{5}{2} \\ b = -1 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } a^2 + b^2 + c^2 = \frac{25}{4} + 1 + 0 = \frac{29}{4}.$$

Câu 5. Mẫu số liệu dưới đây ghi lại tốc độ của 40 ô tô khi đi qua một trạm đo tốc độ (đơn vị: km/h).

49	42	51	55	45	60	53	55	44	65
52	62	41	44	57	56	68	48	46	53
63	49	54	61	59	57	47	50	60	62
48	52	58	47	60	55	45	47	48	61

Sau khi ghép nhóm mẫu số liệu trên thành sáu nhóm ứng với sáu nửa khoảng:

$[40; 45), [45; 50), [50; 55), [55; 60), [60; 65), [65; 70)$ thì trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm nhận được bằng $\frac{a}{b} (km/h)$ ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Khi đó giá trị của a bằng bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 375

Lập mẫu số liệu ghép nhóm bao gồm cả tần số tích lũy như ở Bảng.

Số phần tử của mẫu là $n = 40$. Ta có: $\frac{n}{2} = \frac{40}{2} = 20$ mà $15 < 20 < 22$. Suy ra nhóm 3 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 20. Xét nhóm 3 có $r = 50; d = 5; n_3 = 7$ và nhóm 2 có $cf_2 = 15$.

Nhóm	Tần số	Tần số tích lũy
$[40; 45)$	4	4
$[45; 50)$	11	15
$[50; 55)$	7	22
$[55; 60)$	8	30
$[60; 65)$	8	38
$[65; 70)$	2	40
	$n = 40$	

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm đó là: $M_e = 50 + \left(\frac{20-15}{7}\right) \cdot 5 = \frac{375}{7} (km/h)$. Suy ra $a = 375$.

Câu 6. Bảng sau biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về nhiệt độ không khí trung bình các tháng trong năm 2021 tại Hà Nội (đơn vị: độ C) (Nguồn: Niên giám Thống kê 2021, NXB Thống kê, 2022). Phương sai của mẫu số liệu đó bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

Nhóm	Tần số
$[16,8; 19,8)$	2
$[19,8; 22,8)$	3
$[22,8; 25,8)$	2
$[25,8; 28,8)$	1
$[28,8; 31,8)$	4
	$n = 12$

Lời giải

Trả lời: 20,8

Số trung bình cộng của mẫu số liệu đó là:

$$\bar{x} = \frac{2 \cdot 18,3 + 3 \cdot 21,3 + 2 \cdot 24,3 + 1 \cdot 27,3 + 4 \cdot 30,3}{12} = 24,8(^{\circ}C).$$

Phương sai của mẫu số liệu đó là:

$$s^2 = \frac{1}{12} \left[2 \cdot (18,3 - 24,8)^2 + 3 \cdot (21,3 - 24,8)^2 + 2 \cdot (24,3 - 24,8)^2 + 1 \cdot (27,3 - 24,8)^2 + 4 \cdot (30,3 - 24,8)^2 \right] \approx 20,8$$

ĐỀ 2

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$		0		3		0		$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(0; 1)$. C. $(-1; 0)$. D. $(-1; +\infty)$.

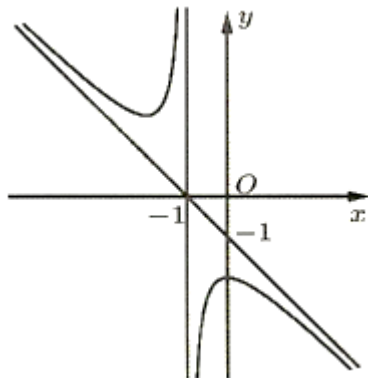
Câu 2. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x$ trên đoạn $[-3; 3]$ bằng

- A. -18 . B. -2 . C. 2 . D. 18 .

Câu 3. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{4x+1}{x-1}$ là

- A. $y = \frac{1}{4}$. B. $y = 4$. C. $y = 1$. D. $y = -1$.

Câu 4. Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số:



- A. $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{-x - 1}$. B. $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$. C. $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$. D. $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x + 1}$.

Câu 5. Cho tứ diện $ABCD$. Hỏi có bao nhiêu vectơ khác vectơ $\vec{0}$ mà mỗi vectơ có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện $ABCD$?

- A. 12 . B. 4 . C. 10 . D. 8 .

Câu 6. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'} = \vec{AC'}$. B. $\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{AD}$.
C. $|\vec{AB}| = |\vec{CD}|$. D. $\vec{AB} = \vec{CD}$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; 1; -1)$ trên mặt phẳng (Ozx) có tọa độ là

- A. $(0; 1; 0)$. B. $(2; 1; 0)$. C. $(0; 1; -1)$. D. $(2; 0; -1)$.

Câu 8. Cho hai véc tơ $\vec{a} = (1; -2; 3)$, $\vec{b} = (-2; 1; 2)$. Khi đó, tích vô hướng $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{b}$ bằng

- A. 12 . B. 2 . C. 11 . D. 10 .

- Câu 9.** Bảng sau biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về doanh thu (tỉ USD) của 20 hãng xe ô tô có doanh thu cao nhất thế giới năm 2023. (Nguồn: Business Research Insights, wiki)

Nhóm	Tần số
[50;100)	10
[100;150)	3
[150;200)	4
[200;250)	1
[250;300)	1
[300;350)	1
	$n = 20$

Tứ phân vị thứ ba Q_3 của mẫu số liệu đó bằng:

- A.** 300. **B.** 100. **C.** 275. **D.** 175.
- Câu 10.** Xét mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi Bảng. Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đó bằng:

Nhóm	Tần số
$[a_1; a_2)$	n_1
$[a_2; a_3)$	n_2
...	...
$[a_m; a_{m+1})$	n_m
	n

- A.** $a_{m+1} - a_1$. **B.** $a_{m+1} - a_m$. **C.** $n_m - n_1$. **D.** $n - n_m$.
- Câu 11.** Một siêu thị thống kê số tiền (đơn vị: chục nghìn đồng) mà 44 khách hàng mua hàng ở siêu thị đó trong một ngày. Số liệu được cho ở Bảng.

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[40; 45)	42,5	4
[45; 50)	47,5	14
[50; 55)	52,5	8
[55; 60)	57,5	10
[60; 65)	62,5	6
[65; 70)	67,5	2
		$n = 44$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn kết quả đến hàng phần mười) là:

- A.** 6,8. **B.** 7,3. **C.** 3,3. **D.** 46,1.
- Câu 12.** Một mẫu số liệu ghép nhóm có độ lệch chuẩn bằng 9 thì có phương sai bằng bao nhiêu?
- A.** 9. **B.** 3. **C.** 18. **D.** 81.

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

- Câu 1.** Để loại bỏ x chất gây ô nhiễm không khí từ khí thải của một nhà máy, người ta ước tính chi phí cần bỏ ra là: $C(x) = \frac{300x}{100-x}$ (triệu đồng) $0 \leq x < 100$. Xét tính đúng sai của mệnh đề sau:

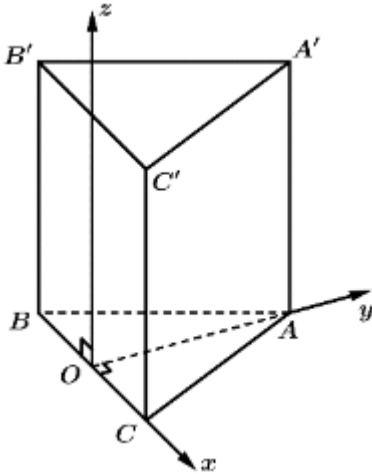
a) $C'(x) = \frac{-30000}{(100-x)^2}$ với mọi $x \in [0;100)$.

- b)** Để loại bỏ được 50% chất gây ô nhiễm cần 300 triệu đồng.

c) Chi phí bỏ ra luôn tăng khi x tăng.

d) Không thể loại bỏ 100% chất gây ô nhiễm dù bỏ ra chi phí là bao nhiêu đi chăng nữa

Câu 2. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC \cdot A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$, $AA' = a$, gọi O là trung điểm của BC . Bằng cách thiết lập hệ tọa độ như hình vẽ, hãy xét tính đúng sai của các khẳng định sau



a) Trọng tâm của tam giác $A'BC$ là điểm $G\left(0; \frac{a\sqrt{3}}{3}; \frac{a}{3}\right)$.

b) $\overrightarrow{A'C} = (a; a\sqrt{3}; -a)$.

c) $\overrightarrow{BC'} = (2a; 0; a)$

d) Góc $(\overrightarrow{A'C}; \overrightarrow{BC'})$ (làm tròn đến hàng phần trăm) bằng $78,46^\circ$.

Câu 3. Mẫu số liệu ghép nhóm sau cho biết thời gian sử dụng mạng xã hội trong các ngày tháng Tư năm 2024 của hai bạn Hiếu và Minh.

Thời gian (giờ)	[0;1)	[1;2)	[2;3)	[3;4)	[4;5)
Hiếu	2	8	10	8	2
Minh	1	9	10	9	1

Xác định tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) Thời gian trung bình sử dụng mạng xã hội của Hiếu là 2,5 (giờ)

b) Thời gian trung bình sử dụng mạng xã hội của Minh là 2,5 (giờ)

c) Khoảng tứ phân vị cho các mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian sử dụng mạng xã hội của Hiếu là khoảng 1,5556

d) Thời gian sử dụng mạng xã hội của Hiếu có mức độ phân tán cao hơn của Minh.

Câu 4. Huấn luyện viên thống kê thời gian chạy cự li 200 m của hai vận động viên Hoa và Mai trong một đợt huấn luyện ở bảng sau.

Thời gian (giây)	[23,7;23,8)	[23,8;23,9)	[23,9;24)	[24;24,1)	[24,1;24,2)
Số lần chạy của Hoa	11	15	7	0	5
Số lần chạy của Mai	28	18	4	0	0

Xác định tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) Khoảng biến thiên thời gian chạy của hai vận động viên là như nhau.

- b) Thành tích trung bình của Hoa đạt dưới 23,9 giây.
 c) Nếu so sánh theo số trung bình thì thành tích của Hoa tốt hơn của Mai.
 d) Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn thì Mai có thành tích ổn định hơn Hoa.

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

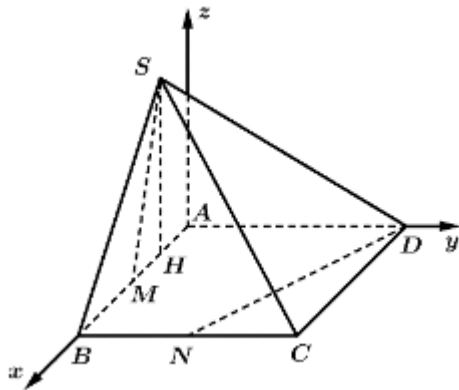
Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một con lắc lò xo, gồm một vật nặng có khối lượng 1 kg được gắn vào một lò xo được cố định một đầu, dao động điều hoà với biên độ $A = 0,24m$ và chu kỳ $T = 4$ giây. Vị trí x (mét) của vật tại thời điểm t được cho bởi $x(t) = A \cos(\omega t)$, trong đó $\omega = \frac{2\pi}{T}$ là tần số góc và thời gian t tính bằng giây. Tìm thời gian tối thiểu để vật chuyển động từ vị trí ban đầu đến vị trí $x = -0,12m$ (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

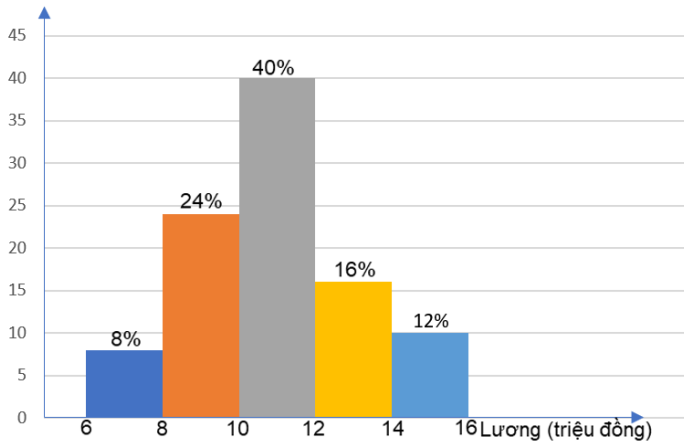
Câu 2. Bạn Hoa cần gấp một hộp quà có dạng hình lăng trụ tứ giác đều với diện tích toàn phần là $200cm^2$. Hộp quà mà bạn Hoa gấp được có thể tích lớn nhất bằng bao nhiêu centimet khối (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho các vector $\vec{a} = (1; -2; 0)$, $\vec{b} = (-1; 1; 2)$, $\vec{c} = (4; 0; 6)$ và $\vec{u} = \left(-2; \frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$. Biết rằng $\vec{u} = m \cdot \vec{a} + n \cdot \vec{b} + p \cdot \vec{c}$ ($m, n, p \in \mathbb{R}$). Tính $-3m + n - p$

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông có cạnh bằng 4. Gọi H là điểm thuộc cạnh AB sao cho $HB = 3HA$. Biết $SH \perp (ABCD)$ và $SH = \sqrt{3}$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và BC , bằng cách dựng hệ trục tọa độ như hình vẽ bên, hãy tính góc giữa hai vector \vec{SM} và \vec{ND} (làm tròn đến hàng đơn vị của độ).



Câu 5. Lương tháng của 50 nhân viên một công ty được biểu diễn ở biểu đồ sau:
 Tần số tương đối (%)



Tính khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (đơn vị: triệu đồng). Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.

Câu 6. Trong một đợt khám sức khỏe của 50 học sinh nam lớp 12, người ta được kết quả như Bảng.

Nhóm	Tần số
[160;164)	3
[164;168)	8
[168;172)	18
[172;176)	12
[176;180)	9
	$n = 50$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm cho ở Bảng bằng bao nhiêu centimét (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

PHIẾU TRẢ LỜI

PHẦN I

	A	B	C	D
1	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
10	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

	A	B	C	D
11	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
12	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Điểm
Điểm phần I: đ
Điểm phần II: đ
Điểm phần III: đ
Tổng: đ

PHẦN II

Câu 1		Câu 2		Câu 3		Câu 4	
Đúng	Sai	Đúng	Sai	Đúng	Sai	Đúng	Sai
a)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
b)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
c)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
d)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

PHẦN III

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

LỜI GIẢI THAM KHẢO

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	$-$	$+$
$f(x)$	$+\infty$	\searrow	0	\nearrow	3
	\searrow	0	\nearrow	0	\searrow
	$+\infty$	\nearrow	0	\searrow	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(0; 1)$. **C. $(-1; 0)$.** D. $(-1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$.

Câu 2. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x$ trên đoạn $[-3; 3]$ bằng

- A. -18 . B. -2 . C. 2 . D. 18 .

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$.

Mà $f(-3) = -18$; $f(-1) = 2$; $f(1) = -2$; $f(3) = 18$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x$ trên đoạn $[-3; 3]$ bằng -18 .

Câu 3. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{4x+1}{x-1}$ là

- A. $y = \frac{1}{4}$. **B. $y = 4$.** C. $y = 1$. D. $y = -1$.

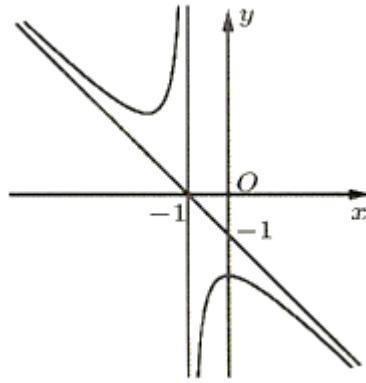
Lời giải

Chọn

B.

Tiệm cận ngang $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \frac{4}{1} = 4$

Câu 4. Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số:



- A. $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{-x - 1}$. B. $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$. C. $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$. D. $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x + 1}$.

Lời giải

Dựa vào hình dạng đồ thị ta thấy hàm số đã có 2 cực trị và $a.m < 0$. Chọn đáp án #A.

- Câu 5.** Cho tứ diện $ABCD$. Hỏi có bao nhiêu vectơ khác vectơ $\vec{0}$ mà mỗi vectơ có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện $ABCD$?
- A. 12. B. 4. C. 10. D. 8.

Lời giải

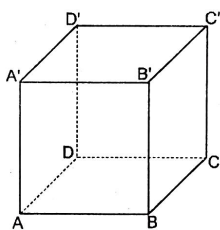
Chọn A

Số vectơ khác vectơ $\vec{0}$ mà mỗi vectơ có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện $ABCD$ là số các chỉnh hợp chập 2 của phần tử \Rightarrow số vectơ là $A_4^2 = 12$.

- Câu 6.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?
- A. $\overline{AB} + \overline{AD} + \overline{AA'} = \overline{AC'}$. B. $\overline{AC} = \overline{AB} + \overline{AD}$.
- C. $|\overline{AB}| = |\overline{CD}|$. D. $\overline{AB} = \overline{CD}$.

Lời giải

Chọn D



Mệnh đề sai là: $\overline{AB} = \overline{CD}$, \overline{AB} và \overline{CD} là hai Vectơ đối nhau.

- Câu 7.** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên mặt phẳng (Ozx) có tọa độ là
- A. $(0;1;0)$. B. $(2;1;0)$. C. $(0;1;-1)$. **D. $(2;0;-1)$.**

Lời giải

Chọn D

Hình chiếu của $M(2;1;-1)$ lên mặt phẳng (Ozx) là điểm có tọa độ $(2;0;-1)$.

Câu 8. Cho hai véc tơ $\vec{a} = (1; -2; 3)$, $\vec{b} = (-2; 1; 2)$. Khi đó, tích vô hướng $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{b}$ bằng

- A. 12. B. 2. **C. 11.** D. 10.

Lời giải

Chọn C

$$\vec{a} + \vec{b} = (-1; -1; 5) \Rightarrow (\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{b} = -1 \cdot (-2) + (-1) \cdot 1 + 5 \cdot 2 = 11.$$

Câu 9. Bảng sau biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về doanh thu (tỉ USD) của 20 hãng xe ô tô có doanh thu cao nhất thế giới năm 2023. (Nguồn: Business Research Insights, wiki)

Nhóm	Tần số
[50;100)	10
[100;150)	3
[150;200)	4
[200;250)	1
[250;300)	1
[300;350)	1
	$n = 20$

Tứ phân vị thứ ba Q_3 của mẫu số liệu đó bằng:

- A. 300. B. 100. C. 275. **D. 175.**

Lời giải

Chọn D

Câu 10. Xét mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi Bảng. Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đó bằng:

Nhóm	Tần số
$[a_1; a_2)$	n_1
$[a_2; a_3)$	n_2
...	...
$[a_m; a_{m+1})$	n_m
	n

- A. $a_{m+1} - a_1$. B. $a_{m+1} - a_m$. C. $n_m - n_1$. D. $n - n_m$.

Lời giải

Chọn A

Câu 11. Một siêu thị thống kê số tiền (đơn vị: chục nghìn đồng) mà 44 khách hàng mua hàng ở siêu thị đó trong một ngày. Số liệu được cho ở Bảng.

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[40;45)	42,5	4
[45;50)	47,5	14
[50;55)	52,5	8
[55;60)	57,5	10
[60;65)	62,5	6
[65;70)	67,5	2
		$n = 44$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn kết quả đến hàng phần mười) là:

- A. 6,8. B. 7,3. C. 3,3. D. 46,1.

Lời giải

Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{4 \cdot 42,5 + 14 \cdot 47,5 + 8 \cdot 52,5 + 10 \cdot 57,5 + 6 \cdot 62,5 + 2 \cdot 67,5}{44} \\ &= \frac{585}{11} \approx 53,18.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Ta có: } &4 \cdot (42,5 - 53,18)^2 + 14 \cdot (47,5 - 53,18)^2 + 8 \cdot (52,5 - 53,18)^2 + \\ &+ 10 \cdot (57,5 - 53,18)^2 + 6 \cdot (62,5 - 53,18)^2 + 2 \cdot (67,5 - 53,18)^2 = 2029,5456.\end{aligned}$$

$$\text{Vậy phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: } s^2 = \frac{2029,5456}{44} \approx 46,1.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

$$s \approx \sqrt{46,1} \approx 6,8 \text{ (ch?c nghìn d?ng).}$$

Chọn A

- Câu 12.** Một mẫu số liệu ghép nhóm có độ lệch chuẩn bằng 9 thì có phương sai bằng bao nhiêu?
A. 9. B. 3. C. 18. D. 81.

Lời giải

Chọn D

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

- Câu 1.** Để loại bỏ x chất gây ô nhiễm không khí từ khí thải của một nhà máy, người ta ước tính chi phí cần bỏ ra là: $C(x) = \frac{300x}{100-x}$ (triệu đồng) $0 \leq x < 100$. Xét tính đúng sai của mệnh đề sau:

a) $C'(x) = \frac{-30000}{(100-x)^2}$ với mọi $x \in [0;100)$.

b) Để loại bỏ được 50% chất gây ô nhiễm cần 300 triệu đồng.

c) Chi phí bỏ ra luôn tăng khi x tăng.

d) Không thể loại bỏ 100% chất gây ô nhiễm dù bỏ ra chi phí là bao nhiêu đi chăng nữa

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------------	----------------	----------------	----------------

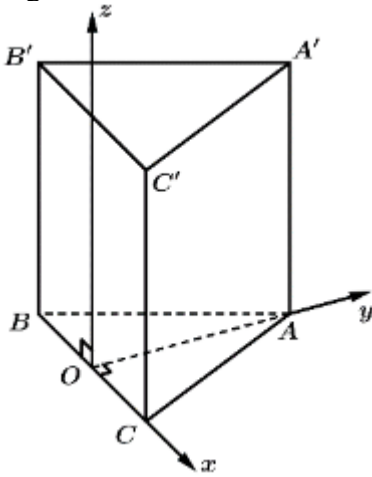
a) Sai. $C(x) = \frac{300x}{100-x} = \frac{300x}{-x+100} \Rightarrow C'(x) = \frac{30000}{(100-x)^2}$ với mọi $x \in [0;100)$.

b) Đúng. Để loại bỏ được 50% chất gây ô nhiễm cần $C(50) = \frac{300 \cdot 50}{100-50} = 300$ triệu đồng.

c) Đúng. Ta có: $C'(x) = \frac{30000}{(100-x)^2} > 0$ với mọi $x \in [0;100)$. Do đó, chi phí bỏ ra luôn tăng khi x tăng.

d) Đúng. Không thể loại bỏ 100% chất gây ô nhiễm dù bỏ ra chi phí là bao nhiêu đi chăng nữa

Câu 2. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC \cdot A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$, $AA' = a$, gọi O là trung điểm của BC . Bằng cách thiết lập hệ tọa độ như hình vẽ, hãy xét tính đúng sai của các khẳng định sau



a) Trọng tâm của tam giác $A'BC$ là điểm $G\left(0; \frac{a\sqrt{3}}{3}; \frac{a}{3}\right)$.

b) $\overrightarrow{A'C} = (a; a\sqrt{3}; -a)$.

c) $\overrightarrow{BC'} = (2a; 0; a)$

d) Góc $(\overrightarrow{A'C}; \overrightarrow{BC'})$ (làm tròn đến hàng phần trăm) bằng $78,46^\circ$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
----------------	---------------	----------------	----------------

Ta có: $OA = \frac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3} \Rightarrow A'(0; a\sqrt{3}; a), B(-a; 0; 0), C(a; 0; 0), C'(a; 0; a)$

Trọng tâm của tam giác $A'BC$ là điểm $G\left(0; \frac{a\sqrt{3}}{3}; \frac{a}{3}\right)$.

Lại có: $\overrightarrow{A'C} = (a; -a\sqrt{3}; -a), \overrightarrow{BC'} = (2a; 0; a)$.

Do đó $\cos(\overrightarrow{A'C}; \overrightarrow{BC'}) = \frac{2a^2 - a^2}{a\sqrt{5} \cdot a\sqrt{5}} = \frac{1}{5} \Rightarrow (\overrightarrow{A'C}; \overrightarrow{BC'}) \approx 78,46^\circ$.

Câu 3. Mẫu số liệu ghép nhóm sau cho biết thời gian sử dụng mạng xã hội trong các ngày tháng Tư năm 2024 của hai bạn Hiếu và Minh.

Thời gian (giờ)	[0;1)	[1;2)	[2;3)	[3;4)	[4;5)
Hiếu	2	8	10	8	2
Minh	1	9	10	9	1

Xác định tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) Thời gian trung bình sử dụng mạng xã hội của Hiếu là 2,5 (giờ)

b) Thời gian trung bình sử dụng mạng xã hội của Minh là 2,5 (giờ)

c) Khoảng tứ phân vị cho các mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian sử dụng mạng xã hội của Hiếu là khoảng 1,5556

d) Thời gian sử dụng mạng xã hội của Hiếu có mức độ phân tán cao hơn của Minh.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
----------------	----------------	---------------	----------------

Tổng số ngày trong tháng là $n = 30$. Chọn giá trị đại diện cho các nhóm dữ liệu ta có bảng số liệu sau:

Giá trị đại diện	0,5	1,5	2,5	3,5	4,5
Hiếu	2	8	10	8	2
Minh	1	9	10	9	1

Thời gian trung bình sử dụng mạng xã hội của Hiếu và Minh tương ứng là:

$$\bar{x} = \frac{2 \cdot 0,5 + \dots + 2 \cdot 4,5}{30} = 2,5 \text{ (giờ)}$$

$$\bar{y} = \frac{1 \cdot 0,5 + \dots + 1 \cdot 4,5}{30} = 2,5 \text{ (giờ)}$$

Đối với mẫu số liệu về thời gian sử dụng mạng xã hội của Hiếu:

$$Q_1 = 1 + \frac{1 \cdot 30 - 2}{4} \cdot 1 = 1,6875; Q_3 = 3 + \frac{3 \cdot 30 - 20}{4} \cdot 1 = 3,3125$$

Do đó, khoảng tứ phân vị là $\Delta_Q(H) = 3,3125 - 1,6875 = 1,625$.

Đối với mẫu số liệu về thời gian sử dụng mạng xã hội của Minh:

$$Q_1 = 1 + \frac{1 \cdot 30 - 1}{4} \cdot 1 \approx 1,7222; Q_3 = 3 + \frac{3 \cdot 30 - 20}{4} \cdot 1 \approx 3,2778$$

Do đó, khoảng tứ phân vị là $\Delta_Q(M) \approx 3,2778 - 1,7222 = 1,5556$.

Như vậy, thời gian sử dụng mạng xã hội của Hiếu và Minh về trung bình là như nhau nhưng thời gian sử dụng mạng xã hội của Hiếu có mức độ phân tán cao hơn của Minh.

Câu 4. Huấn luyện viên thống kê thời gian chạy cự li 200 m của hai vận động viên Hoa và Mai trong một đợt huấn luyện ở bảng sau.

Thời gian (giây)	[23, 7; 23, 8)	[23, 8; 23, 9)	[23, 9; 24)	[24; 24, 1)	[24, 1; 24, 2)
Số lần chạy của Hoa	11	15	7	0	5
Số lần chạy của Mai	28	18	4	0	0

Xác định tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- a) Khoảng biến thiên thời gian chạy của hai vận động viên là như nhau.
- b) Thành tích trung bình của Hoa đạt dưới 23,9 giây.
- c) Nếu so sánh theo số trung bình thì thành tích của Hoa tốt hơn của Mai.
- d) Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn thì Mai có thành tích ổn định hơn Hoa.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------------	----------------	---------------	----------------

a) Sai.

Khoảng biến thiên thời gian chạy của Hoa là $R = 24,2 - 23,7 = 0,5$ (giây).

Khoảng biến thiên thời gian chạy của Mai là $R = 24 - 23,7 = 0,3$ (giây).

b) Đúng.

Thành tích trung bình của Hoa là $\bar{x} \approx 23,8789 < 23,9$.

c) Sai.

Thành tích trung bình của Mai là 23,802 giây nhỏ hơn thành tích trung bình của Hoa. Vậy thành tích trung bình của Mai tốt hơn Hoa.

d) Đúng.

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu về thời gian chạy của Mai là $S = 0,064$.

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu về thời gian chạy của Hoa là $S \approx 0,125$.

Do độ lệch chuẩn của Mai thấp hơn của Hoa nên Mai có thành tích ổn định hơn Hoa.

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một con lắc lò xo, gồm một vật nặng có khối lượng 1 kg được gắn vào một lò xo được cố định một đầu, dao động điều hoà với biên độ $A = 0,24m$ và chu kỳ $T = 4$ giây. Vị trí x (mét) của vật tại thời điểm t được cho bởi $x(t) = A \cos(\omega t)$, trong đó $\omega = \frac{2\pi}{T}$ là tần số góc và thời gian t tính bằng giây. Tìm thời gian tối thiểu để vật chuyển động từ vị trí ban đầu đến vị trí $x = -0,12m$ (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

Lời giải

Trả lời: 1,3

$$\text{Ta có: } \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}.$$

$$\text{Từ đó, vị trí của vật tại thời điểm } t \text{ là } x(t) = 0,24 \cos \frac{\pi t}{2} (m).$$

$$\text{Ta có: } x(t) = 0,24 \cos \frac{\pi t}{2} = -0,12 \Leftrightarrow \cos \frac{\pi t}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$\text{Nghiệm } t \text{ dương nhỏ nhất của phương trình trên là } t = \frac{4}{3}.$$

Vậy thời gian tối thiểu để vật chuyển động từ vị trí ban đầu đến vị trí $x = -0,12m$ là $t = \frac{4}{3} \approx 1,3$ giây.

Câu 2. Bạn Hoa cần gấp một hộp quà có dạng hình lăng trụ tứ giác đều với diện tích toàn phần là $200cm^2$. Hộp quà mà bạn Hoa gấp được có thể tích lớn nhất bằng bao nhiêu centimét khối (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Lời giải

Trả lời: 192

Gọi độ dài cạnh đáy và chiều cao hộp quà lần lượt là $x(cm)$ và $y(cm)$ ($x > 0, y > 0$). Theo giả thiết, ta có: $2x^2 + 4xy = 200 \Rightarrow y = \frac{50}{x} - \frac{x}{2}$ và $x < 10$ (vì $y > 0$). Xét hàm số

$V(x) = x^2 \cdot \left(\frac{50}{x} - \frac{x}{2}\right) = 50x - \frac{1}{2}x^3$ ($0 < x < 10$) là thể tích của hộp quà mà bạn Hoa gấp được.

Ta có: $V'(x) = 50 - \frac{3}{2}x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{\frac{100}{3}}$.

Bảng biến thiên của hàm số $V(x)$ là:

x	0	$\sqrt{\frac{100}{3}}$	10
$V'(x)$	+	0	-
$V(x)$	0	$V\left(\sqrt{\frac{100}{3}}\right)$	0

Vậy bạn Hoa có thể gấp hộp quà có thể tích lớn nhất là $V\left(\sqrt{\frac{100}{3}}\right) \approx 192 (cm^3)$.

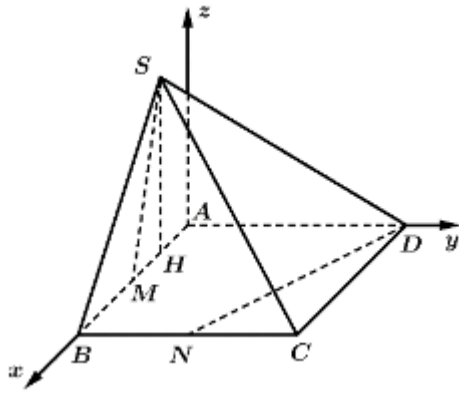
Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a} = (1; -2; 0), \vec{b} = (-1; 1; 2), \vec{c} = (4; 0; 6)$ và $\vec{u} = \left(-2; \frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$. Biết rằng $\vec{u} = m \cdot \vec{a} + n \cdot \vec{b} + p \cdot \vec{c}$ ($m, n, p \in \mathbb{R}$). Tính $-3m + n - p$

Lời giải

Trả lời: 0,25

$$\vec{u} = m \cdot \vec{a} + n \cdot \vec{b} + p \cdot \vec{c} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 = m \cdot 1 + n \cdot (-1) + p \cdot 4 \\ \frac{1}{2} = m \cdot (-2) + n \cdot 1 + p \cdot 0 \\ \frac{3}{2} = m \cdot 0 + n \cdot 2 + p \cdot 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{1}{2} \\ n = \frac{3}{2} \\ p = -\frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow -3m + n - p = \frac{1}{4}.$$

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông có cạnh bằng 4. Gọi H là điểm thuộc cạnh AB sao cho $HB = 3HA$. Biết $SH \perp (ABCD)$ và $SH = \sqrt{3}$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và BC , bằng cách dựng hệ trục tọa độ như hình vẽ bên, hãy tính góc giữa hai vectơ \vec{SM} và \vec{ND} (làm tròn đến hàng đơn vị của độ).



Lời giải

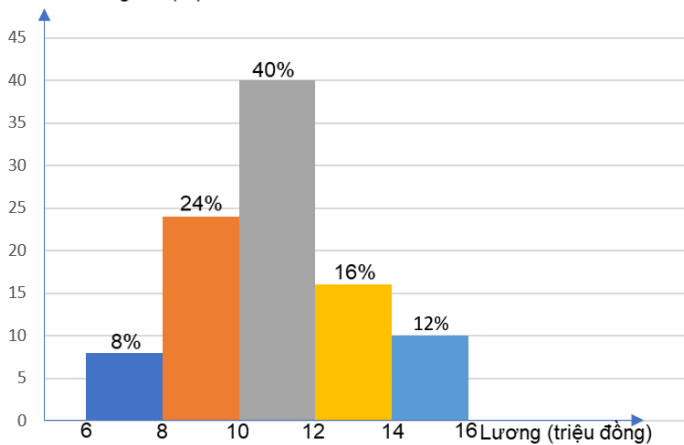
Trả lời: 117

Ta có: $HA = 1, HB = 3 \Rightarrow S(1; 0; \sqrt{3}), M(2; 0; 0), D(0; 4; 0), N(4; 2; 0)$

Suy ra $\overrightarrow{SM}(1; 0; -\sqrt{3}), \overrightarrow{ND}(-4; 2; 0)$ suy ra $\cos(\overrightarrow{SM}; \overrightarrow{DN}) = \frac{-4}{2 \cdot \sqrt{20}} = \frac{-1}{\sqrt{5}}$

Do đó $(\overrightarrow{SM}; \overrightarrow{ND}) \approx 117^\circ$

Câu 5. Lương tháng của 50 nhân viên một công ty được biểu diễn ở biểu đồ sau:
Tần số tương đối (%)



Tính khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (đơn vị: triệu đồng). Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.

Lời giải

Trả lời: 2,96

Ta có bảng tần số ghép nhóm:

Nhóm	[6; 8)	[8; 10)	[10; 12)	[12; 14)	[14; 16)
Tần số	4	12	20	8	6

Tứ phân vị thứ nhất $Q_1 = \frac{113}{12}$.

Tứ phân vị thứ ba $Q_3 = \frac{99}{8}$.

Khoảng tứ phân vị $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{71}{24} \approx 2,96$.

Câu 6. Trong một đợt khám sức khoẻ của 50 học sinh nam lớp 12, người ta được kết quả như Bảng.

Nhóm	Tần số
[160;164)	3
[164;168)	8
[168;172)	18
[172;176)	12
[176;180)	9
	$n = 50$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm cho ở Bảng bằng bao nhiêu centimét (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

Lời giải

Trả lời: 4,5

Số trung bình cộng của mẫu số liệu đó là:

$$\bar{x} = \frac{3 \cdot 162 + 8 \cdot 166 + 18 \cdot 170 + 12 \cdot 174 + 9 \cdot 178}{50} = 171,28(cm).$$

Phương sai của mẫu số liệu là:

$$s^2 = \frac{1}{50} \left[3 \cdot (171,28 - 162)^2 + 8 \cdot (171,28 - 166)^2 + 18 \cdot (171,28 - 170)^2 + 12 \cdot (171,28 - 174)^2 + 9 \cdot (171,28 - 178)^2 \right] = 20,1216$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu là: $s = \sqrt{s^2} = \sqrt{20,1216} \approx 4,5(cm)$.

ĐỀ 3

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$

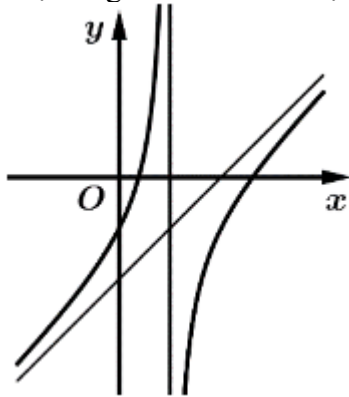
Câu 2. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^3 - 7x^2 + 11x - 2$ trên đoạn $[0; 2]$.

- A. $m = 3$ B. $m = 0$ C. $m = -2$ D. $m = 11$

Câu 3. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{5x+1}{x-1}$ là

- A. $y = 1$. B. $y = \frac{1}{5}$. C. $y = -1$. D. $y = 5$.

Câu 4. Đồ thị trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây



- A. $y = \frac{2x+1}{x-1}$. B. $y = \frac{2x-1}{x-1}$. C. $y = \frac{-x^2+3x+1}{x-1}$. D. $y = \frac{x^2-3x+1}{x-1}$.

Câu 5. Cho tứ diện $ABCD$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

- A. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DC}$. B. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC}$.
 C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC}$. D. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC}$.

Câu 6. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Chọn đẳng thức vectơ đúng:

- A. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD}$. B. $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$.
 C. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$. D. $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; -1; 1)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm

- A. $M(3; 0; 0)$ B. $N(0; -1; 1)$ C. $P(0; -1; 0)$ D. $Q(0; 0; 1)$

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(2; 0; 2)$, $B(1; -1; -2)$, $C(-1; 1; 0)$. Tìm tọa độ một vectơ \vec{n} vuông góc với hai vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$

- A. $(2; 3; -1)$. B. $(3; 5; -2)$. C. $(2; -3; -1)$. D. $(-6; -10; 4)$.

Câu 9. Xét mẫu số liệu ghép nhóm có tứ phân vị thứ nhất, tứ phân vị thứ hai, tứ phân vị thứ ba lần lượt là Q_1, Q_2 và Q_3 . Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đó bằng:

- A. $Q_2 - Q_1$. B. $Q_3 - Q_2$. C. $Q_3 - Q_1$. D. $Q_3 - 2Q_2 + Q_1$.

Câu 10. Xét mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi Bảng. Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm đó bằng:

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
$[a_1; a_2)$	x_1	n_1
$[a_2; a_3)$	x_2	n_2
....		
$[a_m; a_{m+1})$	x_m	n_m
		n

A. $\bar{x} = \sqrt{\frac{n_1x_1^2 + n_2x_2^2 + \dots + n_mx_m^2}{m}}$.

B. $\bar{x} = \sqrt{\frac{n_1x_1^2 + n_2x_2^2 + \dots + n_mx_m^2}{n}}$.

C. $\bar{x} = \frac{n_1x_1 + n_2x_2 + \dots + n_mx_m}{m}$.

D. $\bar{x} = \frac{n_1x_1 + n_2x_2 + \dots + n_mx_m}{n}$.

Câu 11. Trong giờ học Vật lí, 10 bạn học sinh thực hành đo cường độ của một dòng điện. Kết quả được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: mA).

25	30	30	25	30	20	25	25	30	25
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Phương sai của mẫu số liệu trên là

- A. 10. B. 10,25. C. 10,5. D. 10,75.

Câu 12. Bảng dưới đây ghi lại cân nặng của 20 quả mãng cầu được lựa chọn ngẫu nhiên từ một lô hàng (đơn vị: kg).

1,50	1,50	1,50	1,55	1,60	1,65	1,65	1,70	1,75	1,80
1,80	1,85	1,90	1,95	2,00	2,05	2,05	2,10	2,10	2,10

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên thuộc nửa khoảng

- A. $[0, 2; 0, 3)$. B. $[0, 3; 0, 4)$. C. $[0, 04; 0, 05)$. D. $[0, 03; 0, 04)$.

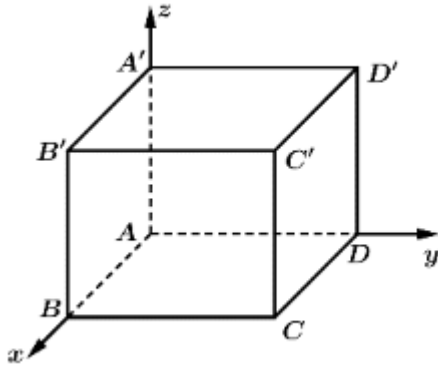
Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Một nhà phân tích thị trường làm việc cho một công ty sản xuất thiết bị gia dụng nhận thấy rằng nếu công ty sản xuất và bán x chiếc máy xay sinh tố hàng tháng thì lợi nhuận thu được (nghìn đồng) là $P(x) = -0,3x^3 + 36x^2 + 1800x - 48000$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) Khi chỉ sản xuất một vài máy sinh tố mỗi tháng, công ty sẽ bị lỗ.
 b) Công ty phải sản xuất ít nhất 20 sản phẩm mỗi tháng thì mới hoà vốn.
 c) Công ty nên sản xuất 80 sản phẩm mỗi tháng để có lợi nhuận cao nhất.
 d) Lợi nhuận lớn nhất mỗi tháng công ty có thể thu được là 192 triệu đồng.

Câu 2. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có $AA' = 2, AB = 3, AD = 4$. Bằng cách thiết lập hệ toạ độ như hình vẽ, hãy xét tính đúng sai của các mệnh đề sau



a) $\overrightarrow{A'C}(3; 4; -2)$

b) Trọng tâm tam giác $A'BD$ là điểm $G\left(1; \frac{4}{3}; \frac{2}{3}\right)$.

c) $\overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{BD'} = -1$

d) Góc $(\overrightarrow{BD}; \overrightarrow{A'C})$ (làm tròn đến hàng phần mười) bằng $74,9^\circ$.

Câu 3. Một cuộc khảo sát xác định số năm đã sử dụng của 160 chiếc ô tô. Kết quả điều tra được cho trong Bảng 10.

Nhóm	Tần số	Tần số tích lũy
$[0; 4)$	4	4
$[4; 8)$	23	27
$[8; 12)$	37	64
$[12; 16)$	57	121
$[16; 20)$	39	160
	$n = 160$	

Xác định tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đó là: 20 (nam).

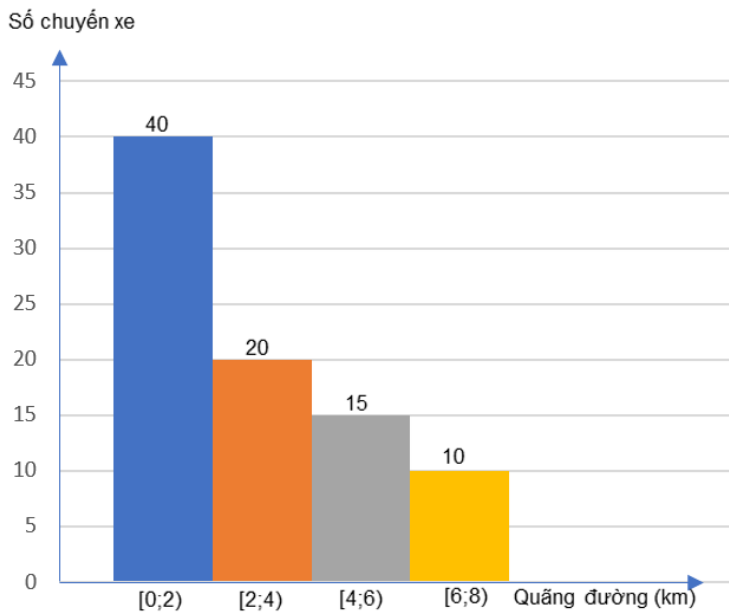
b) Tứ phân vị nhất Q_1 của mẫu số liệu trên lớn hơn 9

c) Tứ phân vị ba Q_3 của mẫu số liệu trên nhỏ hơn 16

d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn kết quả đến hàng phần mười) bằng 6,5

Câu 4. Một bác tài xế đã thống kê lại quãng đường di chuyển của một số chuyến xe mà bác ấy thực hiện trong một tuần ở bảng sau (đơn vị: km).

Biểu đồ tần số chuyến xe theo quãng đường di chuyển



Xác định tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

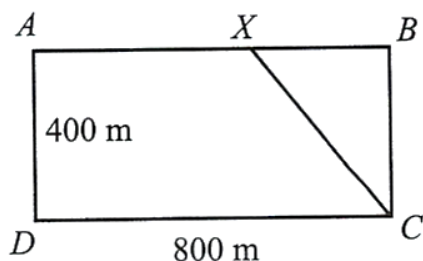
- Bác tài xế đã thống kê lại quãng đường di chuyển của 85 chuyến xe.
- Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm trên thuộc nhóm $[4;6)$.
- Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 8 km.
- Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên có giá trị thuộc khoảng $(1;2)$.

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Kính viễn vọng không gian Hubble được đưa vào vũ trụ ngày 24/4/1990 bằng tàu con thoi Discovery. Vận tốc của tàu con thoi trong sứ mệnh này, từ lúc cất cánh tại thời điểm $t = 0(s)$ cho đến khi tên lửa đẩy được phóng đi tại thời điểm $t = 126(s)$, cho bởi hàm số sau: $v(t) = 0,001302t^3 - 0,09029t^2 + 23$ (v được tính bằng $ft/s, 1ft = 0,3048m$) (Nguồn: R. Larson and B. Edwards, Calculus 10e, Cengage 2014). Biết gia tốc của tàu con thoi sẽ tăng trong khoảng thời gian $m(s)$ đến 126(s) tính từ thời điểm cất cánh cho đến khi tên lửa đẩy được phóng đi. Tìm m (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

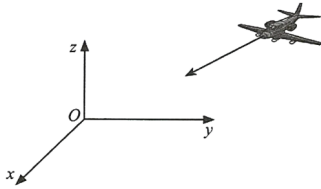
Câu 2. Một vận động viên thể thao hai môn phối hợp luyện tập với một bể bơi hình chữ nhật rộng 400 m, dài 800 m. Vận động viên chạy phối hợp với bơi như sau: Xuất phát từ điểm A , chạy đến điểm X và bơi từ điểm X đến điểm C (Hình).



Hỏi nên chọn điểm X cách A gần bằng bao nhiêu mét để vận động viên đến C nhanh nhất (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)? Biết rằng vận tốc chạy là $30 km/h$, vận tốc bơi là $6 km/h$.

Câu 3. Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị đo lấy theo kilômét), một chiếc máy bay đang di chuyển với hướng bay không đổi từ điểm $(-50;30;10)$ đến vị trí hạ cánh là $(2;3;0)$

. Hỏi đường bay của máy bay hợp với mặt đất một góc bao nhiêu độ? (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.)



Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-3; 3; -1), B(2; -2; 4)$. Xét điểm $M(a; b; c)$ thuộc mặt phẳng (Oyz) sao cho biểu thức $T = 3MA^2 + 2MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $a - 2b + c$.

Câu 5. Bác Tuấn kiểm tra cân nặng của 40 quả trứng được lựa chọn ngẫu nhiên từ một trang trại và ghi kết quả vào bảng dữ liệu ghép nhóm sau:

Cân nặng (gam)	[75;80)	[80;85)	[85;90)	[90;95)	[95;100)
Tần số tương đối	25%	35%	25%	10%	5%

Tính tỉ số của khoảng tứ phân vị và khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Câu 6. Bảng sau biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về độ tuổi của cư dân trong một khu phố. Tính phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm đó (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[20;30)	25	25
[30;40)	35	20
[40;50)	45	20
[50;60)	55	15
[60;70)	65	14
[70;80)	75	6
		$n = 100$

PHIẾU TRẢ LỜI

PHẦN I

	A	B	C	D
1	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
10	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

	A	B	C	D
11	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
12	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Điểm

Điểm phần I: đ

Điểm phần II: đ

Điểm phần III: đ

Tổng: đ

PHẦN II

Câu 1		Câu 2		Câu 3		Câu 4	
Đúng	Sai	Đúng	Sai	Đúng	Sai	Đúng	Sai
a)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
b)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
c)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
d)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

PHẦN III

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
□ □ □ □ □	□ □ □ □ □	□ □ □ □ □	□ □ □ □ □	□ □ □ □ □	□ □ □ □ □
- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>
,	,	,	,	,	,
0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9

LỜI GIẢI THAM KHẢO

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$ $	$-$	0	$+$	

Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$

Lời giải

Chọn D

Theo bảng xét dấu thì $y' < 0$ khi $x \in (0; 2)$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

Câu 2. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^3 - 7x^2 + 11x - 2$ trên đoạn $[0; 2]$.

- A. $m = 3$ B. $m = 0$ C. $m = -2$ D. $m = 11$

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số trên đoạn $[0; 2]$. Ta có $y' = 3x^2 - 14x + 11$ suy ra $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$

Tính $f(0) = -2; f(1) = 3; f(2) = 0$. Suy ra $\min_{[0;2]} f(x) = f(0) = -2 = m$.

Câu 3. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{5x+1}{x-1}$ là

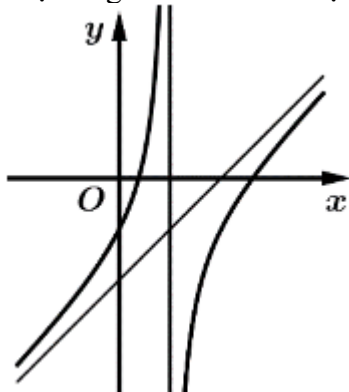
- A. $y = 1$. B. $y = \frac{1}{5}$. C. $y = -1$. **D.** $y = 5$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x+1}{x-1} = 5 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x+1}{x-1} = 5 \end{cases} \Rightarrow y = 5 \text{ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.}$$

Câu 4. Đồ thị trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây



A. $y = \frac{2x+1}{x-1}$. B. $y = \frac{2x-1}{x-1}$. C. $y = \frac{-x^2+3x+1}{x-1}$. D. $y = \frac{x^2-3x+1}{x-1}$.

Lời giải

Dựa vào hình dạng đồ thị ta thấy hàm số đã cho là hàm số bậc hai trên bậc nhất.

Loại A, B.

Hàm số đã cho không có cực trị và $a.m > 0$

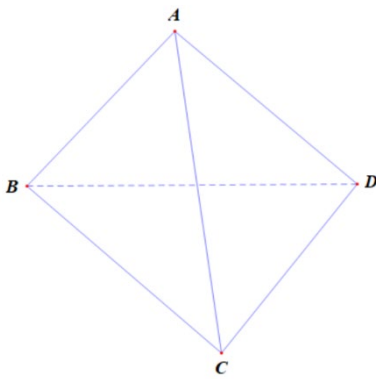
Chọn đáp án D.

Câu 5. Cho tứ diện $ABCD$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

- A. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DC}$. B. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC}$.
 C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC}$. D. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC}$.

Lời giải

Chọn C



Có $\begin{cases} \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB} \\ \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CB} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC}$.

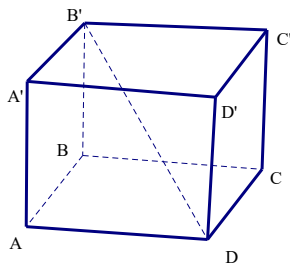
Câu 6. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Chọn đẳng thức vector đúng:

- A. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD}$. B. $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$.
 C. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$. D. $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$.

Lời giải

Chọn B

Theo quy tắc hình hộp ta có $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$



Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; -1; 1)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm

- A. $M(3;0;0)$ B. $N(0;-1;1)$ C. $P(0;-1;0)$ D. $Q(0;0;1)$

Lời giải

Chọn B

Khi chiếu vuông góc một điểm trong không gian lên mặt phẳng (Oyz) , ta giữ lại các thành phần tung độ và cao độ nên hình chiếu của $A(3;-1;1)$ lên (Oyz) là điểm $N(0;-1;1)$.

- Câu 8.** Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(2;0;2)$, $B(1;-1;-2)$, $C(-1;1;0)$. Tìm tọa độ một vectơ \vec{n} vuông góc với hai vectơ \vec{AB}, \vec{AC}
- A. $(2;3;-1)$. B. $(3;5;-2)$. C. $(2;-3;-1)$. D. $(-6;-10;4)$.

Lời giải

$$\vec{AC} = (-3;1;-2); \vec{AB} = (-1;-1;-4).$$

$$[\vec{AB}, \vec{AC}] = (-6;-10;4).$$

- Câu 9.** Xét mẫu số liệu ghép nhóm có tứ phân vị thứ nhất, tứ phân vị thứ hai, tứ phân vị thứ ba lần lượt là Q_1, Q_2 và Q_3 . Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đó bằng:
- A. $Q_2 - Q_1$. B. $Q_3 - Q_2$. C. $Q_3 - Q_1$. D. $Q_3 - 2Q_2 + Q_1$.

Lời giải

Chọn C

- Câu 10.** Xét mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi Bảng. Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm đó bằng:

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
$[a_1; a_2)$	x_1	n_1
$[a_2; a_3)$	x_2	n_2
...		
$[a_m; a_{m+1})$	x_m	n_m
		n

A. $\bar{x} = \sqrt{\frac{n_1x_1^2 + n_2x_2^2 + \dots + n_mx_m^2}{m}}$.

B. $\bar{x} = \sqrt{\frac{n_1x_1^2 + n_2x_2^2 + \dots + n_mx_m^2}{n}}$.

C. $\bar{x} = \frac{n_1x_1 + n_2x_2 + \dots + n_mx_m}{m}$.

D. $\bar{x} = \frac{n_1x_1 + n_2x_2 + \dots + n_mx_m}{n}$.

Lời giải

Chọn D

- Câu 11.** Trong giờ học Vật lí, 10 bạn học sinh thực hành đo cường độ của một dòng điện. Kết quả được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: mA).

25	30	30	25	30	20	25	25	30	25
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Phương sai của mẫu số liệu trên là

- A. 10. B. 10,25. C. 10,5. D. 10,75.

Lời giải

Chọn B

Phương sai của mẫu số liệu trên là $S^2 = 10,25$.

Câu 12. Bảng dưới đây ghi lại cân nặng của 20 quả mãng cầu được lựa chọn ngẫu nhiên từ một lô hàng (đơn vị: kg).

1,50	1,50	1,50	1,55	1,60	1,65	1,65	1,70	1,75	1,80
1,80	1,85	1,90	1,95	2,00	2,05	2,05	2,10	2,10	2,10

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên thuộc nửa khoảng

- A. $[0,2;0,3)$. B. $[0,3;0,4)$. C. $[0,04;0,05)$. D. $[0,03;0,04)$.

Lời giải

Chọn A

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên là $S \approx 0,212 \in [0,2;0,3)$.

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Một nhà phân tích thị trường làm việc cho một công ty sản xuất thiết bị gia dụng nhận thấy rằng nếu công ty sản xuất và bán x chiếc máy xay sinh tố hàng tháng thì lợi nhuận thu được (nghìn đồng) là $P(x) = -0,3x^3 + 36x^2 + 1800x - 48000$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) Khi chỉ sản xuất một vài máy sinh tố mỗi tháng, công ty sẽ bị lỗ.
 b) Công ty phải sản xuất ít nhất 20 sản phẩm mỗi tháng thì mới hoà vốn.
 c) Công ty nên sản xuất 80 sản phẩm mỗi tháng để có lợi nhuận cao nhất.
 d) Lợi nhuận lớn nhất mỗi tháng công ty có thể thu được là 192 triệu đồng.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
----------------	----------------	---------------	----------------

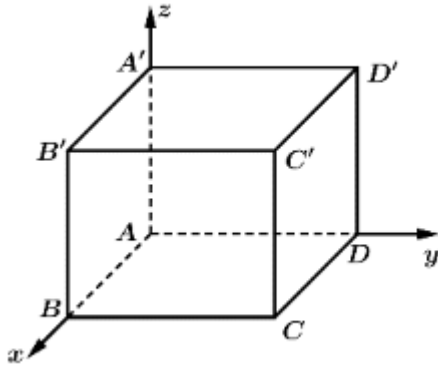
Ta có: $P(x) = -0,3x^3 + 36x^2 + 1800x - 48000$

$$P'(x) = -0,9x^2 + 72x + 1800 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 100 \\ x = -20 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-20		100		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$	↘		-67200	↗		192000
							$-\infty$

Câu 2. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có $AA' = 2, AB = 3, AD = 4$. Bằng cách thiết lập hệ tọa độ như hình vẽ, hãy xét tính đúng sai của các mệnh đề sau



a) $\overrightarrow{A'C}(3; 4; -2)$

b) Trọng tâm tam giác $A'BD$ là điểm $G\left(1; \frac{4}{3}; \frac{2}{3}\right)$.

c) $\overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{BD'} = -1$

d) Góc $(\overrightarrow{BD}; \overrightarrow{A'C})$ (làm tròn đến hàng phần mười) bằng $74,9^\circ$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
----------------	----------------	---------------	----------------

Ta có: $A(0; 0; 0), A'(0; 0; 2), B(3; 0; 0), D(0; 4; 0), C(3; 4; 0) \Rightarrow \overrightarrow{A'C} = (3; 4; -2)$

Trọng tâm tam giác $A'BD$ là điểm $G\left(1; \frac{4}{3}; \frac{2}{3}\right)$.

Điểm $D'(0; 4; 2), \overrightarrow{AB'} = (3; 0; 2), \overrightarrow{BD'} = (-3; 4; 2) \Rightarrow \overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{BD'} = -5$.

Lại có: $\overrightarrow{BD}(-3; 4; 0), BD = 5$ suy ra $\cos(\overrightarrow{BD}; \overrightarrow{A'C}) = \frac{-9+16}{5 \cdot \sqrt{29}} \Rightarrow (\overrightarrow{BD}; \overrightarrow{A'C}) \approx 74,9^\circ$.

Câu 3. Một cuộc khảo sát xác định số năm đã sử dụng của 160 chiếc ô tô. Kết quả điều tra được cho trong Bảng 10.

Nhóm	Tần số	Tần số tích lũy
[0; 4)	4	4
[4; 8)	23	27
[8; 12)	37	64
[12; 16)	57	121
[16; 20)	39	160
	$n = 160$	

Xác định tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đó là: 20 (nam).

b) Tứ phân vị nhất Q_1 của mẫu số liệu trên lớn hơn 9

c) Tứ phân vị ba Q_3 của mẫu số liệu trên nhỏ hơn 16

d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn kết quả đến hàng phần mười) bằng 6,5

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
----------------	----------------	----------------	----------------

a) Ta có đầu mút trái của nhóm 1 là $a_1 = 0$, đầu mút phải của nhóm 5 là $a_6 = 20$. Vậy khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đó là: $R = a_6 - a_1 = 20 - 0 = 20$ (nam).

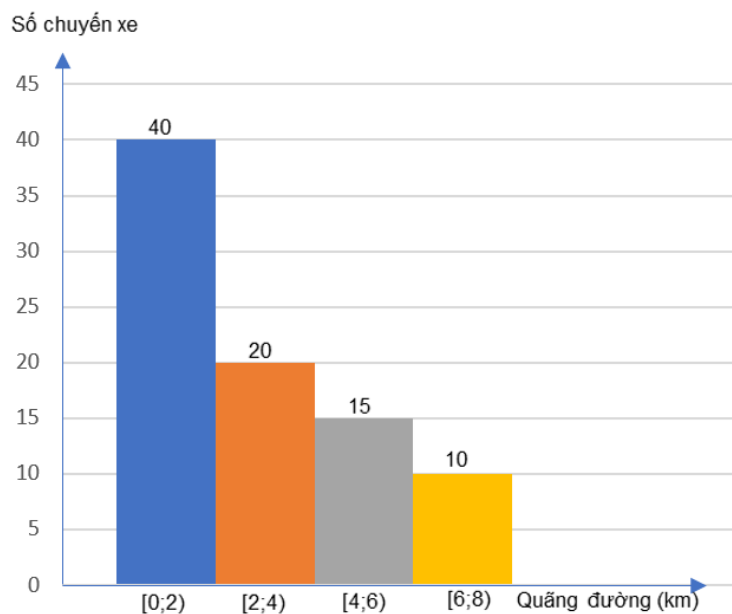
b) - Nhóm 3 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng $\frac{n}{4} = \frac{160}{4} = 40$. Nhóm 3 có đầu mút trái $s = 8$, độ dài $h = 4$, tần số của nhóm $n_3 = 37$ và nhóm 2 có tần số tích lũy $cf_2 = 27$. Ta có: $Q_1 = s + \left(\frac{40 - cf_2}{n_3} \right) \cdot h = 8 + \frac{40 - 27}{37} \cdot 4 = \frac{348}{37}$ (nam).

- Nhóm 4 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng $\frac{3n}{4} = \frac{3 \cdot 160}{4} = 120$. Nhóm 4 có đầu mút trái $t = 12$, độ dài $l = 4$, tần số của nhóm $n_4 = 57$ và nhóm 3 có tần số tích lũy $cf_3 = 64$. Ta có: $Q_3 = t + \left(\frac{120 - cf_3}{n_4} \right) \cdot l = 12 + \frac{120 - 64}{57} \cdot 4 = \frac{908}{57}$ (nam).

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là:
 $\Delta Q = Q_3 - Q_1 = \frac{908}{57} - \frac{348}{37} \approx 6,5$ (nam).

Câu 4. Một bác tài xế đã thống kê lại quãng đường di chuyển của một số chuyến xe mà bác ấy thực hiện trong một tuần ở bảng sau (đơn vị: km).

Biểu đồ tần số chuyến xe theo quãng đường di chuyển



Xác định tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- Bác tài xế đã thống kê lại quãng đường di chuyển của 85 chuyến xe.
- Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm trên thuộc nhóm $[4;6)$.
- Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 8 km.
- Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên có giá trị thuộc khoảng $(1;2)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

a) Đúng.

Số chuyến xe mà bác tài xế đã thống kê chính là cỡ mẫu của mẫu số liệu. Ta có

$$n = 40 + 20 + 15 + 10 = 85.$$

b) Đúng.

Tần số tích lũy của nhóm $[2; 4)$ và nhóm $[4; 6)$ lần lượt là 60; 75.

Vì $60 < 85 \cdot \frac{3}{4} = 63,75 < 75$ nên tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm thuộc nhóm $[4; 6)$.

c) Sai.

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_3 = 4 + \frac{\frac{3 \cdot 85}{4} - (40 + 20)}{15} \cdot 2 = 4,5.$$

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là $[0; 2)$. Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_1 = 0 + \frac{\frac{85}{4} - 0}{40} \cdot 2 = 1,0625.$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 3,4375$.

Chú ý: 8 km là khoảng biến thiên của mẫu số liệu.

d) Sai.

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu là $S \approx 2,111 \notin (1; 2)$.

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Kính viễn vọng không gian Hubble được đưa vào vũ trụ ngày 24/4/1990 bằng tàu con thoi Discovery. Vận tốc của tàu con thoi trong sứ mệnh này, từ lúc cất cánh tại thời điểm $t = 0(s)$ cho đến khi tên lửa đẩy được phóng đi tại thời điểm $t = 126(s)$, cho bởi hàm số sau: $v(t) = 0,001302t^3 - 0,09029t^2 + 23$ (v được tính bằng $ft/s, 1ft = 0,3048m$) (Nguồn: R. Larson and B. Edwards, Calculus 10e, Cengage 2014). Biết gia tốc của tàu con thoi sẽ tăng trong khoảng thời gian $m(s)$ đến 126(s) tính từ thời điểm cất cánh cho đến khi tên lửa đẩy được phóng đi. Tìm m (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

Lời giải

Trả lời: 23,1

Gia tốc của tàu con thoi được tính bởi công thức:

$$a(t) = v'(t) = 0,003906t^2 - 0,18058t.$$

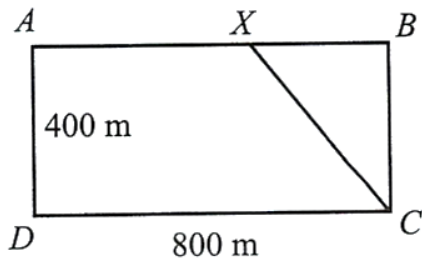
$$\text{Khi đó, } a'(t) = 0,007812t - 0,18058, a'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{45145}{1953} \approx 23,12.$$

Ta có bảng xét dấu của $a'(t)$ như sau:

t	0	$\frac{45145}{1953}$	126
$a'(t)$	-	0	+

Vậy gia tốc của tàu con thoi sẽ tăng trong khoảng thời gian từ 23,12s đến 126s.

Câu 2. Một vận động viên thể thao hai môn phối hợp luyện tập với một bể bơi hình chữ nhật rộng 400m, dài 800m. Vận động viên chạy phối hợp với bơi như sau: Xuất phát từ điểm A, chạy đến điểm X và bơi từ điểm X đến điểm C (Hình).



Hỏi nên chọn điểm X cách A gần bằng bao nhiêu mét để vận động viên đến C nhanh nhất (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)? Biết rằng vận tốc chạy là 30 km/h, vận tốc bơi là 6 km/h.

Lời giải

Trả lời: 718

Đặt $BX = x(\text{km})$, ta có: $AX = 0,8 - x(\text{km})$;

$$XC = \sqrt{(0,4)^2 + x^2} = \sqrt{0,16 + x^2} (\text{km})$$

Xét hàm số:

$$T(x) = \frac{0,8 - x}{30} + \frac{\sqrt{0,16 + x^2}}{6} = \frac{1}{30} \left(0,8 - x + 5\sqrt{0,16 + x^2} \right) (0 \leq x < 0,8).$$

$$\text{Ta có: } T'(x) = \frac{1}{30} \left(-1 + \frac{5x}{\sqrt{0,16 + x^2}} \right), T'(x) = 0 \Rightarrow 5x = \sqrt{0,16 + x^2}.$$

Bình phương hai vế phương trình ta được $0,16 + x^2 = 25x^2 \Leftrightarrow x = \pm \frac{\sqrt{6}}{30}$. Vì $0 < x < 0,8$ nên

$$x = \frac{\sqrt{6}}{30}.$$

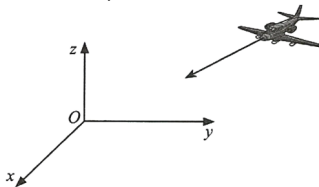
Bảng biến thiên của hàm số $T(x)$ là:

x	0	$\frac{\sqrt{6}}{30}$	0,8
$T'(x)$	-	0	+
$T(x)$	$\frac{7}{75}$	$T\left(\frac{\sqrt{6}}{30}\right)$	$\frac{\sqrt{5}}{15}$

Vậy $T(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng $T\left(\frac{\sqrt{6}}{30}\right)$ khi

$$AX = 0,8 - \frac{\sqrt{6}}{30} \approx 0,718(km) = 718(m).$$

Câu 3. Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị đo lấy theo kilômét), một chiếc máy bay đang di chuyển với hướng bay không đổi từ điểm $(-50; 30; 10)$ đến vị trí hạ cánh là $(2; 3; 0)$. Hỏi đường bay của máy bay hợp với mặt đất một góc bao nhiêu độ? (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.)



Lời giải

Trả lời: 9,69

Gọi $A(-50; 30; 10), B(2; 3; 0)$. Khi đó $H(-50; 30; 0)$ là hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oxy) và góc \widehat{ABH} là góc hợp bởi đường bay với mặt đất.

$$\text{Khi đó } \tan \widehat{ABH} = \frac{AH}{BH} = \frac{10}{\sqrt{(-52)^2 + 27^2}} \Rightarrow \widehat{ABH} \approx 9,69^\circ.$$

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-3; 3; -1), B(2; -2; 4)$. Xét điểm $M(a; b; c)$ thuộc mặt phẳng (Oyz) sao cho biểu thức $T = 3MA^2 + 2MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $a - 2b + c$.

Lời giải

Trả lời: -1

$$\text{Xét } T = 3\overline{MA}^2 + 2\overline{MB}^2 = 3(\overline{MI} + \overline{IA})^2 + 2(\overline{MI} + \overline{IB})^2 = 5MI^2 + 5IA^2 + 2IB^2 + 2\overline{MI}(3\overline{IA} + 2\overline{IB})$$

$$\text{Gọi } I \text{ là điểm thỏa mãn } 3\overline{IA} + 2\overline{IB} = \vec{0} \Rightarrow I(-1; 1; 1) \Rightarrow \begin{cases} IA^2 = 12 \\ IB^2 = 27 \end{cases}$$

$$\text{Khi đó: } T = 5MI^2 + 3IA^2 + 2IB^2 = 5MI^2 + 90. \text{ Do đó } T_{\min} \Leftrightarrow MI_{\min}.$$

$$\text{Gọi } H \text{ là hình chiếu vuông góc của } I \text{ lên mặt phẳng } (Oyz) \Rightarrow H(0; 1; 1)$$

$$\text{Dễ thấy } IM \geq IH \Rightarrow T_{\min} \geq 5IH^2 + 90 = 95$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow M \equiv H(0;1;1) \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 1 \Rightarrow a - 2b + c = 0 - 2 + 1 = -1 \\ c = 1 \end{cases}$$

Câu 5. Bác Tuấn kiểm tra cân nặng của 40 quả trứng được lựa chọn ngẫu nhiên từ một trang trại và ghi kết quả vào bảng dữ liệu ghép nhóm sau:

Cân nặng (gam)	[75;80)	[80;85)	[85;90)	[90;95)	[95;100)
Tần số tương đối	25%	35%	25%	10%	5%

Tính tỉ số của khoảng tứ phân vị và khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

Trả lời: 0,32

Bảng tần số ghép nhóm:

Nhóm	[75;80)	[80;85)	[85;90)	[90;95)	[95;100)
Tần số	10	14	10	4	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là $100 - 75 = 25(g)$.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là $Q_1 = 80$; tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là $Q_3 = 88$.

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là $80 - 88 = 8$.

Tỉ số của khoảng tứ phân vị và khoảng biến thiên là $8 : 25 = 0,32$.

Câu 6. Bảng sau biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về độ tuổi của cư dân trong một khu phố. Tính phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm đó (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[20;30)	25	25
[30;40)	35	20
[40;50)	45	20
[50;60)	55	15
[60;70)	65	14
[70;80)	75	6
		$n = 100$

Lời giải

Trả lời: 15,6

Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm ở Bảng là:

$$\begin{aligned} \bar{x}_1 &= \frac{25 \cdot 25 + 20 \cdot 35 + 20 \cdot 45 + 15 \cdot 55 + 14 \cdot 65 + 6 \cdot 75}{100} \\ &= \frac{4410}{100} = 44,1 \end{aligned}$$

Ta có: $25 \cdot (25 - 44,1)^2 + 20 \cdot (35 - 44,1)^2 + 20 \cdot (45 - 44,1)^2 + 15 \cdot (55 - 44,1)^2 + 14 \cdot (65 - 44,1)^2 + 6 \cdot (75 - 44,1)^2 \approx 24419$.

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: $s^2 = \frac{24419}{100} = 244,19$.

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: $s \approx \sqrt{244,19} \approx 15,6$ (tuổi)

ĐỀ 4

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'		$ $		
		$-$	$-$	0
			$+$	

- A. $(1; +\infty)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(-1; +\infty)$. D. $(-\infty; -1)$.

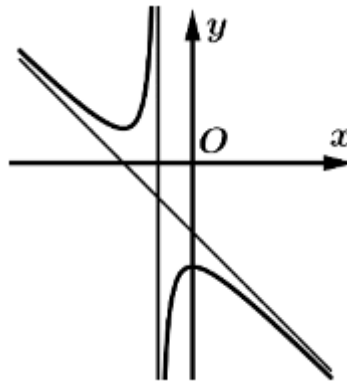
Câu 2. Tìm tập giá trị của hàm số $y = \sqrt{x-1} + \sqrt{9-x}$

- A. $T = [1; 9]$. B. $T = [2\sqrt{2}; 4]$. C. $T = (1; 9)$. D. $T = [0; 2\sqrt{2}]$.

Câu 3. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{3x-1}$ là đường thẳng có phương trình

- A. $y = \frac{1}{3}$ B. $y = -\frac{2}{3}$ C. $y = -\frac{1}{3}$ D. $y = \frac{2}{3}$

Câu 4. Đồ thị trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây



- A. $y = \frac{-x^2 + x + 1}{x-1}$. B. $y = \frac{x^2 + x + 1}{x+1}$. C. $y = \frac{x^2 - 3x + 3}{x-1}$. D. $y = \frac{-x^2 - 3x - 3}{x+1}$.

Câu 5. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biểu thức nào sau đây đúng:

- A. $\overrightarrow{A'D} = \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'C}$. B. $\overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}$.
 C. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}$. D. $\overrightarrow{AD'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC'}$.

Câu 6. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Khẳng định nào sau đây sai?

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AD}$. B. $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}$.
 C. $\overrightarrow{AD} + 2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$. D. $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; -3; 5)$. Tìm tọa độ A' là điểm đối xứng với A qua trục Oy .

- A. $A'(2; 3; 5)$. B. $A'(2; -3; -5)$. C. $A'(-2; -3; 5)$. D. $A'(-2; -3; -5)$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai vectơ \vec{i} và $\vec{u} = (-\sqrt{3}; 0; 1)$ là

- A. 120° . B. 60° . C. 150° . D. 30° .

Câu 9. Trong giờ học Vật lí, 10 bạn học sinh thực hành đo cường độ của một dòng điện. Kết quả được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: mA).

25	30	30	25	30	20	25	25	30	25
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Khoảng biến thiên (đơn vị: mA) của mẫu số liệu trên là

- A. 25. B. 5. C. 30. D. 10.

Câu 10. Trong giờ học Vật lí, 10 bạn học sinh thực hành đo cường độ của một dòng điện. Kết quả được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: mA).

25	30	30	25	30	20	25	25	30	25
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Mốt của mẫu số liệu trên là

- A. 5. B. 4. C. 25. D. 30.

Câu 11. Bảng dưới đây ghi lại tốc độ của một số chiếc xe ô tô khi đi qua một điểm đo tốc độ.

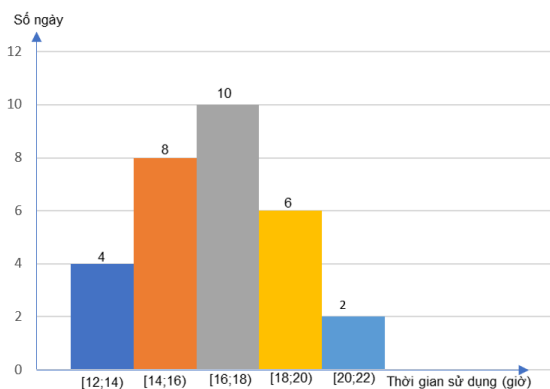
Tốc độ (km/h)	[50;52)	[52;54)	[54;56)	[56;58)	[58;60)
Số xe ô tô	40	32	25	20	8

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến hàng phần nghìn) là

- A. 6,329. B. 6,328. C. 2,515. D. 2,516.

Câu 12. Bác Minh thống kê lại thời gian sử dụng điện thoại của mình từ khi điện thoại được sạc đầy pin cho đến khi pin được sử dụng hết trong 30 ngày ở biểu đồ sau.

Biểu đồ tần số theo thời gian sử dụng



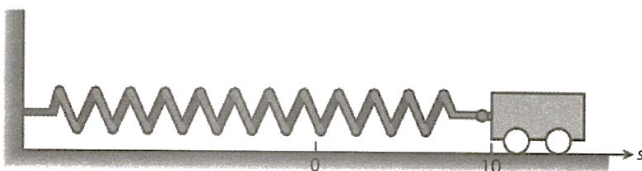
Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến hàng phần nghìn) là

- A. 24,079. B. 2,215. C. 4,906. D. 4,907.

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Một chiếc xe nhỏ chuyển động không có ma sát, gắn vào tường bằng một lò xo (xem hình vẽ), được kéo ra khỏi vị trí đứng yên 10 cm rồi thả ra tại thời điểm ban đầu $t = 0$ giây để chuyển động trong 4 giây. Vị trí $s(cm)$ tại thời điểm t giây là $s = 10 \cos \pi t$.



a) Vận tốc của xe là $v(t) = s'(t) = -10\pi \sin \pi t (cm/s)$.

b) Tốc độ lớn nhất của xe là $10\pi (cm/s)$

c) Độ lớn gia tốc là lớn nhất tại các thời điểm $0; 1; 2; 3; 4$ giây.

d) Độ lớn gia tốc của xe lớn nhất tại các vị trí $s = 10 (cm)$ hoặc $s = -10 (cm)$

Câu 2. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(0; -1; 1), B(-2; 1; -1), C(-1; 3; 2)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) Vectơ $\overline{AB}(2; -2; 2)$

b) Điểm G là trọng tâm của tam giác ABC thì $\overline{OG} = -\vec{i} + \vec{j} + \frac{2}{3}\vec{k}$.

c) Khi tọa độ điểm $D(1; 1; 4)$ thì tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

d) Điểm $M \in Ox$ để biểu thức $|\overline{MA} + 3\overline{MB} - \overline{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất là $M\left(-\frac{5}{3}; 0; 0\right)$.

Câu 3. Một thư viện thống kê số người đến đọc sách vào buổi tối trong 30 ngày của một tháng và kết quả được cho bởi Bảng.

Nhóm	Tần số	Tần số tích lũy
[50; 55)	4	4
[55; 60)	5	9
[60; 65)	7	16
[65; 70)	8	24
[70; 75)	3	27
[75; 80)	2	29
[85; 90)	1	30
	$n = 30$	

Xác định tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đó là: 40 (người)

b) Tứ phân vị nhất Q_1 của mẫu số liệu trên là 58,5

c) Tứ phân vị ba Q_3 của mẫu số liệu trên nhỏ hơn 68

d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị) bằng 9

Câu 4. Trong một buổi đi thực tế, một nhóm học sinh đã ước lượng chiều dài thân của một số cá thể cào cào và ghi lại trong bảng số liệu sau (đơn vị: cm).

Độ dài (cm)	[3, 5; 4, 5)	[4, 5; 5, 5)	[5, 5; 6, 5)	[6, 5; 7, 5)
Số con	5	18	20	7

Xác định tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 4 cm.

b) Khoảng chứa một chiếm 40% tổng số các giá trị của mẫu.

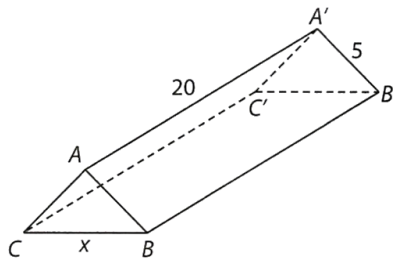
c) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $\Delta_Q = 2$.

d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên thuộc khoảng $(0, 5; 1)$.

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một hành lang giữa hai nhà có hình dạng của một lăng trụ đứng (xem hình bên). Hai mặt bên $ABB'A'$ và $ACC'A'$ là hai tấm kính hình chữ nhật dài 20 m, rộng 5 m. Gọi $x(m)$ là độ dài của cạnh BC .

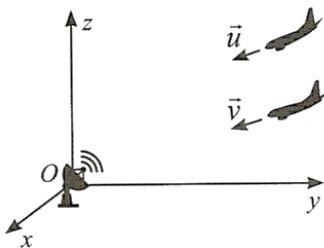


Hình lăng trụ có thể tích lớn nhất bằng bao nhiêu?

Câu 2. Giả sử chi phí để sản xuất x sản phẩm của một nhà máy được cho bởi $C(x) = 0,2x^2 + 10x + 5$ (triệu đồng). Khi đó chi phí trung bình để sản xuất một đơn vị sản phẩm là $f(x) = \frac{C(x)}{x}$.

Số lượng sản phẩm cần sản xuất là bao nhiêu để chi phí trung bình là thấp nhất?

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$ được thiết lập tại một sân bay, người ta ghi nhận hai máy bay đang bay đến với các vectơ vận tốc $\vec{u} = (90; -80; -120)$, $\vec{v} = (60; -50; -60)$.



Tính góc giữa hai vectơ vận tốc nói trên (kết quả làm tròn đến hàng phần mười của độ).

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;0;4)$ và $B(2;4;0)$. Điểm M di động trên tia Oz , điểm N di động trên tia Oy . Đường gấp khúc $AMNB$ có độ dài nhỏ nhất bằng bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 5. Bảng tần số tương đối ghép nhóm sau đây ghi lại huyết áp tâm thu của 80 người cao tuổi ở một khu vực (đơn vị: mmHg).

Nhóm	[120;125)	[125;130)	[130;135)	[135;140)	[140;145)
Tần số tương đối	5%	10%	15%	25%	45%

Tìm một của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 6. Bác Hải đo chiều cao của 50 cây giống được lựa chọn ngẫu nhiên. Kết quả được ghi lại trong bảng số liệu ghép nhóm dưới đây.

Chiều cao (cm)	[15;16)	[16;17)	[17;18)	[18;19)	[19;20)
Tần số tương đối	12%	24%	36%	20%	8%

Tính tỉ số của độ lệch chuẩn và số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

PHIẾU TRẢ LỜI

PHẦN I

	A	B	C	D
1	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
10	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

	A	B	C	D
11	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
12	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Điểm

Điểm phần I: đ

Điểm phần II: đ

Điểm phần III: đ

Tổng: đ

PHẦN II

	Câu 1		Câu 2		Câu 3		Câu 4	
	Đúng	Sai	Đúng	Sai	Đúng	Sai	Đúng	Sai
a)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
b)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
c)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
d)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

PHẦN III

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
□ □ □ □ □	□ □ □ □ □	□ □ □ □ □	□ □ □ □ □	□ □ □ □ □	□ □ □ □ □
- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>

LỜI GIẢI THAM KHẢO

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'		$-$	$-$	0	$+$

- A. $(1; +\infty)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(-1; +\infty)$. **D.** $(-\infty; -1)$.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng xét dấu ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; 1)$.

Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

Câu 2. Tìm tập giá trị của hàm số $y = \sqrt{x-1} + \sqrt{9-x}$

- A. $T = [1; 9]$. **B.** $T = [2\sqrt{2}; 4]$. C. $T = (1; 9)$. **D.** $T = [0; 2\sqrt{2}]$.

Lời giải

Tập xác định: $D = [1; 9]$

$$y' = \frac{1}{2\sqrt{x-1}} - \frac{1}{2\sqrt{9-x}} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{9-x} = \sqrt{x-1} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ 9-x = x-1 \end{cases} \Leftrightarrow x = 5.$$

$$f(1) = f(9) = 2\sqrt{2}; \quad f(5) = 4$$

Vậy tập giá trị là $T = [2\sqrt{2}; 4]$.

Câu 3. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{3x-1}$ là đường thẳng có phương trình

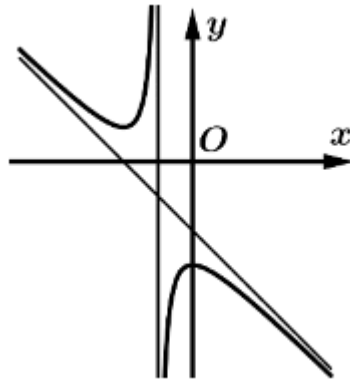
- A. $y = \frac{1}{3}$ B. $y = -\frac{2}{3}$ C. $y = -\frac{1}{3}$ **D.** $y = \frac{2}{3}$

Lời giải

Chọn D

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{3x-1}$ có phương trình $y = \frac{2}{3}$.

Câu 4. Đồ thị trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây



A. $y = \frac{-x^2 + x + 1}{x - 1}$. B. $y = \frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$. C. $y = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 1}$. D. $y = \frac{-x^2 - 3x - 3}{x + 1}$.

Lời giải

Từ đồ thị ta thấy hàm số đã cho 2 cực trị và $am < 0$.

Xét các đáp án A, B, C, D suy ra loại B, C

Dựa vào đồ thị hàm số ta có hàm số có tiệm cận đứng $x = x_0 < 0$.

Suy ra loại đáp án A

Vậy đáp án đúng là D

Câu 5. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biểu thức nào sau đây đúng:

A. $\overrightarrow{A'D} = \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'C}$. B. $\overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}$.

C. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}$.

D. $\overrightarrow{AD'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC'}$.

Lời giải

Chọn C

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC'}$$

Câu 6. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AD}$. B. $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}$.

C. $\overrightarrow{AD} + 2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

D. $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có N là trung điểm của BC nên

$$2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$$

$$= \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$$

(Vì M là trung điểm AD).

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; -3; 5)$. Tìm tọa độ A' là điểm đối xứng với A qua trục Oy .

- A. $A'(2;3;5)$. B. $A'(2;-3;-5)$. C. $A'(-2;-3;5)$. **D. $A'(-2;-3;-5)$.**

Lời giải

Gọi H là hình chiếu vuông góc của $A(2;-3;5)$ lên Oy . Suy ra $H(0;-3;0)$

Khi đó H là trung điểm đoạn AA' .

$$\begin{cases} x_{A'} = 2x_H - x_A = -2 \\ y_{A'} = 2y_H - y_A = -3 \\ z_{A'} = 2z_H - z_A = -5 \end{cases} \Rightarrow A'(-2;-3;-5).$$

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai vectơ \vec{i} và $\vec{u} = (-\sqrt{3}; 0; 1)$ là

- A. 120° . B. 60° . **C. 150° .** D. 30° .

Lời giải

Ta có $\vec{i} = (1; 0; 0)$.

$$\text{Vậy: } \cos(\vec{i}, \vec{u}) = \frac{\vec{i} \cdot \vec{u}}{|\vec{i}| \cdot |\vec{u}|} = \frac{1 \cdot (-\sqrt{3}) + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 1}{1 \cdot \sqrt{(-\sqrt{3})^2 + 0^2 + 1^2}} = \frac{-\sqrt{3}}{2} \Rightarrow (\vec{i}, \vec{u}) = 150^\circ.$$

Câu 9. Trong giờ học Vật lí, 10 bạn học sinh thực hành đo cường độ của một dòng điện. Kết quả được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: mA).

25	30	30	25	30	20	25	25	30	25
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Khoảng biến thiên (đơn vị: mA) của mẫu số liệu trên là

- A. 25. B. 5. C. 30. **D. 10.**

Lời giải

Chọn D

Sắp xếp mẫu số liệu đã cho theo thứ tự không giảm, ta được.

20	25	25	25	25	25	30	30	30	30
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là $30 - 20 = 10(mA)$.

Câu 10. Trong giờ học Vật lí, 10 bạn học sinh thực hành đo cường độ của một dòng điện. Kết quả được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: mA).

25	30	30	25	30	20	25	25	30	25
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Mốt của mẫu số liệu trên là

- A. 5. B. 4. C. 25. **D. 30.**

Lời giải

Chọn C

Giá trị 25 xuất hiện nhiều lần nhất (5 lần) nên mốt của mẫu số liệu trên là 25.

Câu 11. Bảng dưới đây ghi lại tốc độ của một số chiếc xe ô tô khi đi qua một điểm đo tốc độ.

Tốc độ (km/h)	[50; 52)	[52; 54)	[54; 56)	[56; 58)	[58; 60)
Số xe ô tô	40	32	25	20	8

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến hàng phần nghìn) là

- A. 6,329. B. 6,328. C. 2,515. **D. 2,516.**

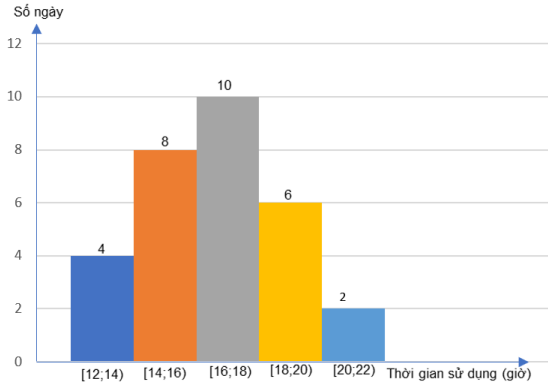
Lời giải

Chọn D

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $S \approx 2,516$.

Câu 12. Bác Minh thống kê lại thời gian sử dụng điện thoại của mình từ khi điện thoại được sạc đầy pin cho đến khi pin được sử dụng hết trong 30 ngày ở biểu đồ sau.

Biểu đồ tần số theo thời gian sử dụng



Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến hàng phần nghìn) là

A. 24,079.

B. 2,215.

C. 4,906.

D. 4,907.

Lời giải

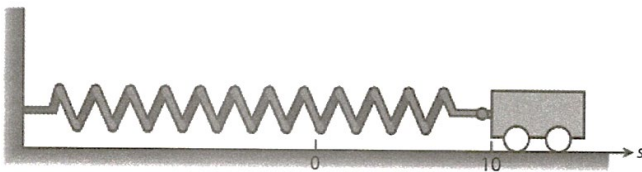
Chọn D

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến hàng phần nghìn) là 4,907.

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Một chiếc xe nhỏ chuyển động không có ma sát, gắn vào tường bằng một lò xo (xem hình vẽ), được kéo ra khỏi vị trí đứng yên 10 cm rồi thả ra tại thời điểm ban đầu $t = 0$ giây để chuyển động trong 4 giây. Vị trí $s(\text{cm})$ tại thời điểm t giây là $s = 10 \cos \pi t$.



a) Vận tốc của xe là $v(t) = s'(t) = -10\pi \sin \pi t (\text{cm} / \text{s})$.

b) Tốc độ lớn nhất của xe là $10\pi (\text{cm} / \text{s})$

c) Độ lớn gia tốc là lớn nhất tại các thời điểm 0; 1; 2; 3; 4 giây.

d) Độ lớn gia tốc của xe lớn nhất tại các vị trí $s = 10(\text{cm})$ hoặc $s = -10(\text{cm})$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------

a) Vận tốc của xe là $v(t) = s'(t) = -10\pi \sin \pi t (\text{cm} / \text{s})$.

Do đó, gia tốc của xe là $a(t) = v'(t) = -10\pi^2 \cos \pi t (\text{cm} / \text{s}^2)$.

Ta có: $v'(t) = 0 \Leftrightarrow t \in \left\{ \frac{1}{2}; \frac{3}{2}; \frac{5}{2}; \frac{7}{2} \right\}$ (do $t \in [0; 4]$).

Mặt khác, $v(0) = v(4) = 0; v\left(\frac{1}{2}\right) = v\left(\frac{3}{2}\right) = v\left(\frac{5}{2}\right) = v\left(\frac{7}{2}\right) = -10\pi$.

Tốc độ là độ lớn của vận tốc, tức là $|v(t)|$.

b) Vận tốc độ lớn nhất của xe là $10\pi(\text{cm/s})$, đạt được tại các thời điểm: $\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; \frac{5}{2}; \frac{7}{2}$ giây.

Tại các thời điểm đó, xe đều có gia tốc bằng 0 và tại vị trí $s = 0$ (tức là ở vị trí xe đứng yên, khi mà chưa kéo lò xo).

b) Ta có: $a'(t) = 10\pi^3 \sin \pi t; a'(t) = 0 \Leftrightarrow t \in \{0; 1; 2; 3; 4\}$.

Khi đó, $a(0) = a(2) = a(4) = -10\pi^2; a(1) = a(3) = 10\pi^2$.

c) Độ lớn gia tốc của xe là $|a(t)|$. Do đó, độ lớn gia tốc là lớn nhất tại các thời điểm 0; 1; 2; 3; 4 giây.

d) Khi $t = 0; 2; 4$ giây, xe ở vị trí $s = 10(\text{cm})$; khi $t = 1; 3$ giây, xe ở vị trí $s = -10(\text{cm})$. Vận tốc độ lớn gia tốc của xe lớn nhất tại các vị trí $s = 10(\text{cm})$ hoặc $s = -10(\text{cm})$ (tức là khi xe ở mép phải hoặc mép trái của quãng đường dao động) và tại các vị trí đó, vận tốc của xe đều bằng 0.

Câu 2. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(0; -1; 1), B(-2; 1; -1), C(-1; 3; 2)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) Vectơ $\overline{AB}(2; -2; 2)$

b) Điểm G là trọng tâm của tam giác ABC thì $\overline{OG} = -\vec{i} + \vec{j} + \frac{2}{3}\vec{k}$.

c) Khi tọa độ điểm $D(1; 1; 4)$ thì tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

d) Điểm $M \in Ox$ để biểu thức $|\overline{MA} + 3\overline{MB} - \overline{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất là $M\left(-\frac{5}{3}; 0; 0\right)$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------------	----------------	----------------	----------------

a) Vectơ $\overline{AB}(-2; 2; -2)$. Khẳng định a - sai.

b) Điểm G là trọng tâm của tam giác ABC , nên

$$\begin{cases} x_G = \frac{0-2-1}{3} = -1 \\ y_G = \frac{-1+1+3}{3} = 1 \Rightarrow G\left(-1; 1; \frac{2}{3}\right) \\ z_G = \frac{1-1+2}{3} = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Khẳng định b - đúng.

c) Gọi $D(x; y; z)$, ta có $ABCD$ là hình bình hành nên $\overline{BA} = \overline{CD} \Leftrightarrow \Leftrightarrow \begin{cases} x+1=2 \\ y-3=-2 \\ z-2=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=4 \end{cases}$

Vậy $D(1; 1; 4)$.

Khẳng định c - đúng.

d) Gọi $I(x, y, z)$ là điểm thỏa mãn $\overline{IA} + 3\overline{IB} - \overline{IC} = \vec{0}$ thì tọa độ điểm I thỏa mãn

$$\begin{cases} 0-x+3(-2-x)-(-1-x)=0 \\ -1-y+3(1-y)-(3-y)=0 \\ 1-z+3(-1-z)-(2-z)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\frac{5}{3} \\ y=-\frac{1}{3} \\ z=-\frac{4}{3} \end{cases} \Rightarrow I\left(-\frac{5}{3}; -\frac{1}{3}; -\frac{4}{3}\right)$$

Khi đó $|\overline{MA} + 3\overline{MB} - \overline{MC}| = 3MI$, nên $|\overline{MA} + 3\overline{MB} - \overline{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi M là hình chiếu vuông góc của I nên trục Ox

Vậy $M\left(-\frac{5}{3}; 0; 0\right)$.

Khẳng định d - đúng.

Câu 3. Một thư viện thống kê số người đến đọc sách vào buổi tối trong 30 ngày của một tháng và kết quả được cho bởi Bảng.

Nhóm	Tần số	Tần số tích lũy
[50; 55)	4	4
[55; 60)	5	9
[60; 65)	7	16
[65; 70)	8	24
[70; 75)	3	27
[75; 80)	2	29
[85; 90)	1	30
	$n = 30$	

Xác định tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đó là: 40 (người)
- b) Tứ phân vị nhất Q_1 của mẫu số liệu trên là 58,5
- c) Tứ phân vị ba Q_3 của mẫu số liệu trên nhỏ hơn 68
- d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị) bằng 9

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

Ta có đầu mút trái của nhóm 1 là $a_1 = 50$, đầu mút phải của nhóm 7 là $a_8 = 90$. Vậy khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đó là:

$$R = a_8 - a_1 = 90 - 50 = 40 \text{ (người)}$$

- Nhóm 2 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng $\frac{n}{4} = \frac{30}{4} = 7,5$. Nhóm 2 có đầu mút trái $s = 55$, độ dài $h = 5$, tần số của nhóm $n_2 = 5$ và nhóm 1 có tần số tích lũy $cf_1 = 4$. Ta có:

$$Q_1 = s + \left(\frac{7,5 - cf_1}{n_2} \right) \cdot h = 55 + \frac{7,5 - 4}{5} \cdot 5 = 58,5$$

- Nhóm 4 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng $\frac{3n}{4} = \frac{3 \cdot 30}{4} = 22,5$

Nhóm 4 có đầu mút trái $t = 65$, độ dài $l = 5$, tần số của nhóm $n_4 = 8$ và nhóm 3 có tần số tích lũy $cf_3 = 16$. Ta có: $Q_3 = t + \left(\frac{22,5 - cf_3}{n_4} \right) \cdot h = 65 + \frac{22,5 - 16}{8} \cdot 5 = 69,0625$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là:

$$\Delta Q = Q_3 - Q_1 = 69,0625 - 58,5 \approx 11 \text{ (người)}$$

Câu 4. Trong một buổi đi thực tế, một nhóm học sinh đã ước lượng chiều dài thân của một số cá thể cào cào và ghi lại trong bảng số liệu sau (đơn vị: cm).

Độ dài (cm)	[3,5;4,5)	[4,5;5,5)	[5,5;6,5)	[6,5;7,5)
Số con	5	18	20	7

Xác định tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 4 cm.
- Khoảng chứa một chiếm 40% tổng số các giá trị của mẫu.
- Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $\Delta_Q = 2$.
- Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên thuộc khoảng $(0,5;1)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
----------------	----------------	---------------	----------------

a) Đúng.

Giá trị nhỏ nhất trong mẫu số liệu là 3,5 ; giá trị lớn nhất trong mẫu số liệu là 7,5.

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là $R = 7,5 - 3,5 = 4 \text{ (cm)}$.

$$\sqrt{130}$$

b) Đúng.

Cỡ mẫu là $n = 5 + 18 + 20 + 7 = 50$. Nhóm chứa một là $[5,5;6,5)$ có tần số 20 nên có tần số tương đối là $f = \frac{20}{50} = 40\%$.

c) Sai.

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là $[4,5;5,5)$. Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_1 = 4,5 + \frac{\frac{50}{4} - 5}{18} \cdot 1 = \frac{59}{12}.$$

Khoảng chứa tứ phân vị thứ ba là $[5,5; 6,5)$. Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_3 = 5,5 + \frac{\frac{3 \cdot 50}{4} - 5 - 18}{20} \cdot 1 = 6,225.$$

Suy ra khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 6,225 - \frac{59}{12} \approx 1,308$.

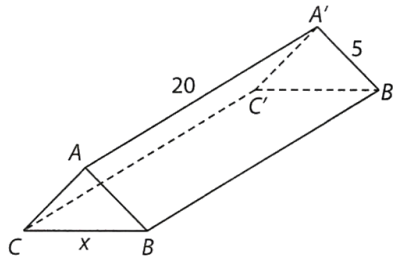
d) Đúng.

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu là $S \approx 0,85 \in (0,5; 1)$.

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một hành lang giữa hai nhà có hình dạng của một lăng trụ đứng (xem hình bên). Hai mặt bên $ABB'A'$ và $ACC'A'$ là hai tấm kính hình chữ nhật dài 20 m, rộng 5 m. Gọi $x(m)$ là độ dài của cạnh BC .

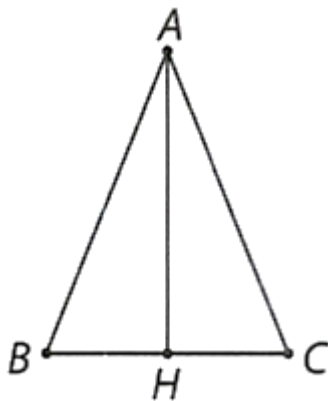


Hình lăng trụ có thể tích lớn nhất bằng bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 250

Chiều cao của tam giác ABC là $AH = \sqrt{25 - \left(\frac{x}{2}\right)^2} = \frac{1}{2}\sqrt{100 - x^2}$.



Diện tích tam giác ABC là $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AH = \frac{1}{2} x \cdot \frac{1}{2} \sqrt{100 - x^2} = \frac{1}{4} x \sqrt{100 - x^2}$.

Thể tích khối lăng trụ là $V = S_{\Delta ABC} \cdot AA' = 5x\sqrt{100 - x^2} \text{ (m}^3\text{)}, 0 < x < 10$.

Xét hàm số thể tích $f(x) = 5x\sqrt{100-x^2}$ trên khoảng $(0;10)$.

$$\text{Ta có } f'(x) = 5\sqrt{100-x^2} + 5x \cdot \frac{-2x}{2\sqrt{100-x^2}} = \frac{500-10x^2}{\sqrt{100-x^2}}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 5\sqrt{2} (x > 0).$$

Bảng biến thiên:

x	0	$5\sqrt{2}$	10	
$f'(x)$		+	0	-
$f(x)$				

Vậy hình lăng trụ có thể tích lớn nhất khi $x = 5\sqrt{2}(m)$.

$$\max_{(0;10)} V = V(5\sqrt{2}) = 250 (m^3)$$

Câu 2. Giả sử chi phí để sản xuất x sản phẩm của một nhà máy được cho bởi $C(x) = 0,2x^2 + 10x + 5$ (triệu đồng). Khi đó chi phí trung bình để sản xuất một đơn vị sản phẩm là $f(x) = \frac{C(x)}{x}$.

Số lượng sản phẩm cần sản xuất là bao nhiêu để chi phí trung bình là thấp nhất?

Lời giải

Trả lời: 5

Khảo sát sự biến thiên của hàm số $y = f(x) = \frac{C(x)}{x} = \frac{0,2x^2 + 10x + 5}{x}$.

Tập xác định: $[1; +\infty)$.

Sự biến thiên: Ta có $f(x) = 0,2x + 10 + \frac{5}{x}$.

- $f'(x) = \frac{0,2x^2 - 5}{x^2}$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 5$ (do $x \geq 1$).

- Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(5; +\infty)$, nghịch biến trên khoảng $(1; 5)$

- Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = 5$ với $f_{CT} = 12$.

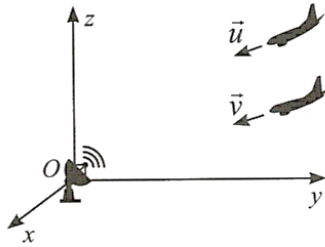
- Giới hạn tại vô cực: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

- Bảng biến thiên:

x	1	5	$+\infty$	
$f'(x)$		-	0	+
$f(x)$	15,2		12	$+\infty$

Số lượng sản phẩm cần sản xuất là $x = 5$ để chi phí trung bình là thấp nhất: $f_{CT} = 12$ (triệu đồng).

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$ được thiết lập tại một sân bay, người ta ghi nhận hai máy bay đang bay đến với các vector vận tốc $\vec{u} = (90; -80; -120)$, $\vec{v} = (60; -50; -60)$.



Tính góc giữa hai vector vận tốc nói trên (kết quả làm tròn đến hàng phần mười của độ).

Lời giải

Trả lời: 7,5

Ta có:

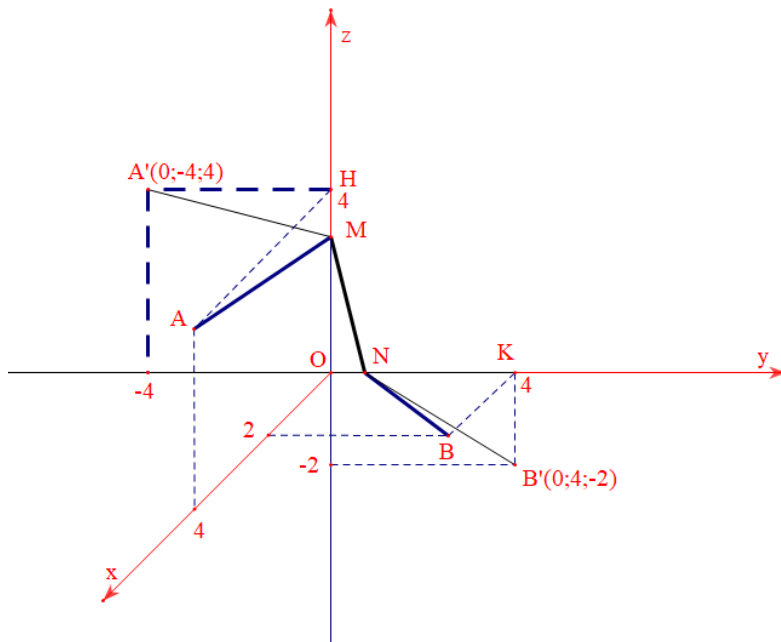
$$\cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{90 \cdot 60 + (-80) \cdot (-50) + (-120) \cdot (-60)}{\sqrt{90^2 + (-80)^2 + (-120)^2} \cdot \sqrt{60^2 + (-50)^2 + (-60)^2}} \approx 0,991.$$

Vậy $(\vec{u}, \vec{v}) \approx 7,5^\circ$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4; 0; 4)$ và $B(2; 4; 0)$. Điểm M di động trên tia Oz , điểm N di động trên tia Oy . Đường gấp khúc $AMNB$ có độ dài nhỏ nhất bằng bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Lời giải

Trả lời: 10



Ta có $H(0;0;4)$ và $K(0;4;0)$ là hình chiếu của A trên Oz và B trên Oy

Gọi $A'(0;-4;4); B'(0;4;-2)$

Xét hai tam giác vuông AHM, AHA' có chung $HM; HA = HA' = 4 \Rightarrow \Delta AHM = \Delta A'HM$ (2 cạnh góc vuông) $\Rightarrow AM = A'M$

Chứng minh tương tự ta có $BN = B'N$

Độ dài đường gấp khúc $AMNB$ là $AM + MN + NB = A'M + MN + NB' \geq A'B' = 10$. Vậy đường gấp khúc $AMNB$ có độ dài nhỏ nhất bằng 10

Câu 5. Bảng tần số tương đối ghép nhóm sau đây ghi lại huyết áp tâm thu của 80 người cao tuổi ở một khu vực (đơn vị: mmHg).

Nhóm	[120;125)	[125;130)	[130;135)	[135;140)	[140;145)
Tần số tương đối	5%	10%	15%	25%	45%

Tìm một của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải

Trả lời: 142

Bảng tần số ghép nhóm

Nhóm	[120;125)	[125;130)	[130;135)	[135;140)	[140;145)
Tần số	4	8	12	20	36

Một của mẫu số liệu ghép nhóm là $M_o \approx 142$.

Câu 6. Bác Hải đo chiều cao của 50 cây giống được lựa chọn ngẫu nhiên. Kết quả được ghi lại trong bảng số liệu ghép nhóm dưới đây.

Chiều cao (cm)	[15;16)	[16;17)	[17;18)	[18;19)	[19;20)
Tần số tương đối	12%	24%	36%	20%	8%

Tính tỉ số của độ lệch chuẩn và số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Trả lời: 0,06

Bảng tần số ghép nhóm:

Nhóm	[15;16)	[16;17)	[17;18)	[18;19)	[19;20)
Tần số	6	12	18	10	4

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là $\bar{x} = 17,38$.

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là $S \approx 1,107068$.

Tỉ số của độ lệch chuẩn và số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $\frac{S}{\bar{x}} \approx \frac{1,107068}{17,38} \approx 0,06$.

ĐỀ 5

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$		-2		3		-2		$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 0)$ B. $(-\infty; 0)$ C. $(1; +\infty)$ D. $(0; 1)$

Câu 2. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 33x$ trên đoạn $[2; 19]$ bằng

- A. -72 . B. $-22\sqrt{11}$. C. -58 . D. $22\sqrt{11}$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

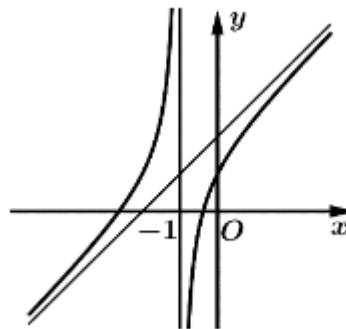
x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'		$+$	
y	3	$+\infty$	3

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

- A. $x = -1$. B. $x = -3$. C. $x = 3$. D. $x = 1$.

Câu 4. Đường cong ở hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{dx + e}$ với a, b, c, d, e là các số thực.

Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A. $y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$. B. $y' \geq 0, \forall x \neq -1$. C. $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$. D. $y' \leq 0, \forall x \neq -1$.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $\vec{SA} + \vec{SD} = \vec{SB} + \vec{SC}$. B. $\vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC} + \vec{SD} = \vec{0}$.
 C. $\vec{SA} + \vec{SC} = \vec{SB} + \vec{SD}$. D. $\vec{SA} + \vec{SB} = \vec{SC} + \vec{SD}$.

Câu 6. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng AB ?

- A. $\vec{A'B'}$. B. $\vec{A'C'}$. C. $\vec{A'C}$. D. $\vec{A'B}$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-2)$ và $B(2;2;1)$. Vectơ \overline{AB} có tọa độ là
A. $(-1;-1;-3)$ **B.** $(3;1;1)$ **C.** $(1;1;3)$ **D.** $(3;3;-1)$

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (-3;4;0)$, $\vec{b} = (5;0;12)$. Côsin của góc giữa \vec{a} và \vec{b} bằng
A. $\frac{3}{13}$. **B.** $\frac{5}{6}$. **C.** $-\frac{5}{6}$. **D.** $-\frac{3}{13}$.

Câu 9. Trong giờ học Vật lí, 10 bạn học sinh thực hành đo cường độ của một dòng điện. Kết quả được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: mA).

25	30	30	25	30	20	25	25	30	25
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Trung vị của mẫu số liệu trên là

A. 26,5. **B.** 25. **C.** 20. **D.** 30.

Câu 10. Trong giờ học Vật lí, 10 bạn học sinh thực hành đo cường độ của một dòng điện. Kết quả được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: mA).

25	30	30	25	30	20	25	25	30	25
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là

A. 5. **B.** 10. **C.** 20. **D.** 30.

Câu 11. Khối lượng của một số quả trứng gà trong một trang trại được ghi lại ở bảng sau.

Khối lượng (gam)	[43;45)	[45;47)	[47;49)	[49;51)
Số quả trứng	12	34	32	1

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên thuộc nửa khoảng nào dưới đây?

A. $[1,4;1,6)$. **B.** $[2,0;2,2)$. **C.** $[3,3;3,5)$. **D.** $[3,5;3,7)$.

Câu 12. Nhân viên thư viện thống kê số lượng sách của học sinh 2 khối 10 và 11 mượn tại thư viện trong năm học được tổng hợp ở bảng sau:

Số lượng sách (quyển)	[0;5)	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)	[30;35)
Khối 10	49	33	39	75	65	38	42
Khối 11	30	37	40	60	76	20	35

Gọi S_1 là độ lệch chuẩn của mẫu số liệu khối 10 và S_2 là độ lệch chuẩn của mẫu số liệu khối 11.

Giá trị của biểu thức $S_1 - S_2$ gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. 0,2304. **B.** 1,2452. **C.** 0,5808. **D.** 0,7362.

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Ước tính chi phí hằng năm (tính bằng tỉ đồng) để một nhà máy loại bỏ $p\%$ chất gây ô nhiễm được cho bởi công thức $C = C(p) = \frac{528p}{100-p}$, $0 \leq p < 100$

a) Hàm chi phí C đồng biến trên nửa khoảng $[0;100)$.

b) Chi phí cần bỏ ra sẽ luôn tăng khi tăng tỉ lệ loại bỏ $p\%$ chất gây ô nhiễm.

c) Nhà máy không thể loại bỏ được hoàn toàn chất gây ô nhiễm.

d) Hàm số $C'(p)$ nghịch biến trên $[0;100)$.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-4;7;5)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) Tọa độ trung điểm I của BC là $(1;3;4)$.

b) Toạ độ điểm D để $ABCD$ là hình bình hành là $(-5; 10; 1)$.

c) cosin góc B của tam giác ABC bằng $-\frac{11}{26}$.

d) Tổng hoành độ, tung độ, cao độ của toạ độ điểm D là chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC bằng 3.

Câu 3. Một công ty thống kê tuổi của các nhân viên ở bảng sau:

Khoảng tuổi	[23; 26)	[26; 29)	[29; 32)	[32; 35)	[35; 38)
Tần số	24	57	42	29	8

Xác định tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đó là: 15 (tuổi)

b) Tứ phân vị nhất Q_1 của mẫu số liệu trên nhỏ hơn 26

c) Tứ phân vị ba Q_3 của mẫu số liệu trên nhỏ hơn 31

d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn kết quả đến hàng phần mười) bằng 4,9

Câu 4. Trong giờ thực hành môn Sinh học, các học sinh đo đường kính nhân một tế bào nhiều lần. Kết quả được thống kê lại ở bảng sau.

Đường kính (μm)	[4, 5; 5, 0)	[5, 0; 5, 5)	[5, 5; 6, 0)	[6, 0; 6, 5)
Số lần đo	2	16	20	2

Xác định tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) Cỡ mẫu của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $n = 50$.

b) Tần số tương đối của nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là 40%.

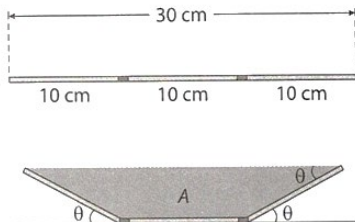
c) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $\Delta_Q = 0,45$.

d) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên thuộc khoảng $(0; 0,1)$.

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Máng xối nước mưa được làm bằng một miếng nhôm rộng 30 cm. Sau khi đánh dấu chiều dài 10 cm từ mỗi cạnh, miếng nhôm được gập lên một góc θ (xem hình vẽ).

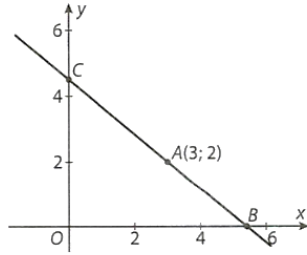


Diện tích S (cm^2) của mặt cắt ngang của máng được biểu thị dưới dạng một hàm số của θ như

$$\text{sau: } S = S(\theta) = 100 \sin \theta (\cos \theta + 1), 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}.$$

Tìm góc θ để diện tích S là lớn nhất (góc θ này sẽ cho phép nước chảy nhiều nhất qua máng xối). (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Câu 2. Cho điểm $A(3;2)$ trên mặt phẳng tọa độ. Một đường thẳng đi qua A cắt trục hoành tại B , cắt trục tung tại C tạo thành một tam giác OBC nằm trong góc phần tư thứ nhất, với O là gốc tọa độ.



Biết hoành độ điểm B là $x = t$ với $t > 3$. Hỏi t bằng bao nhiêu thì diện tích tam giác OBC là nhỏ nhất.

Câu 3. Cho ba điểm $A(1;1;1)$, $B(-1;1;0)$ và $C(3;1;-1)$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thuộc mặt phẳng (Oxz) và cách đều ba điểm A, B, C . Tính tổng $6a + b + 6c$

Câu 4. Cho biết máy bay A đang bay với vectơ vận tốc $\vec{a} = (300; 200; 400)$ (đơn vị: km/h). Máy bay B bay cùng hướng và có tốc độ gấp ba lần tốc độ của máy bay A . Tốc độ của máy bay B là bao nhiêu km. Viết kết quả làm tròn đến hàng đơn vị.

Câu 5. Bạn Minh ghi lại thời gian tập bóng bàn của mình trong 10 ngày ở bảng sau đây (đơn vị: phút).

20	21	22	25	28	30	33	35	36	39
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Bạn Minh ghép số liệu trên thành 4 nhóm có độ dài bằng nhau, với nhóm đầu tiên là $[20; 25)$. Tính hiệu giữa trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm và trung bình của mẫu số liệu ban đầu.

Câu 6. Bạn Mai ghi lại thời gian sử dụng điện thoại di động mỗi ngày của mình trong 10 ngày liên tiếp ở bảng sau (đơn vị: phút).

150	251	73	188	165	225	235	144	160	244
-----	-----	----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Bạn Mai ghép số liệu trên thành 4 nhóm có độ dài bằng nhau, với nhóm cuối cùng là $[220; 270)$. Tính tỉ số giữa độ lệch chuẩn và trung bình mẫu của mẫu số liệu ghép nhóm (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

PHIẾU TRẢ LỜI

PHẦN I

	A	B	C	D
1	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
10	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

	A	B	C	D
11	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
12	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Điểm

Điểm phần I: đ

Điểm phần II: đ

Điểm phần III: đ

Tổng: đ

PHẦN II

Câu 1		Câu 2		Câu 3		Câu 4	
Đúng	Sai	Đúng	Sai	Đúng	Sai	Đúng	Sai
a) <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	a) <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
b) <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	b) <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
c) <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	c) <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
d) <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	d) <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

PHẦN III

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
□ □ □ □	□ □ □ □	□ □ □ □	□ □ □ □	□ □ □ □	□ □ □ □
- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

LỜI GIẢI THAM KHẢO

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$								
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+					
$f(x)$	$+\infty$	↘		-2	↗		3	↘		-2	↗		$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 0)$ B. $(-\infty; 0)$ C. $(1; +\infty)$ **D. $(0; 1)$**

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $(0; 1)$ và $(-\infty; -1)$.

Câu 2. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 33x$ trên đoạn $[2; 19]$ bằng

- A. -72 . **B. $-22\sqrt{11}$** . C. -58 . D. $22\sqrt{11}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } f'(x) = 3x^2 - 33 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{11} \in [2; 19] \\ x = -\sqrt{11} \notin [2; 19] \end{cases}$$

Khi đó ta có $f(2) = -58$, $f(\sqrt{11}) = -22\sqrt{11}$, $f(19) = 6232$. Vậy $f_{\min} = f(\sqrt{11}) = -22\sqrt{11}$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'			
y	3	↗	
		$+\infty$	
		$-\infty$	
		↘	
		3	

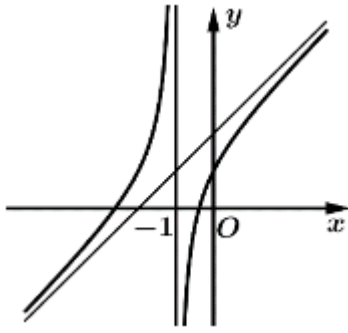
Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

- A. $x = -1$. B. $x = -3$. C. $x = 3$. **D. $x = 1$** .

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = -\infty$ suy ra tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là $x = 1$.

Câu 4. Đường cong ở hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{dx + e}$ với a, b, c, d, e là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

B. $y' \geq 0, \forall x \neq -1$.

C. $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

D. $y' \leq 0, \forall x \neq -1$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số để thấy hàm số đồng biến trên khoảng xác định Chọn đáp án B

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC}$. B. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} = \vec{0}$.

C. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD}$. D. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} = \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{VT} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{SD} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} + (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC}) = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{VP}$ (Vì $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC} = \vec{0}$).

Câu 6. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng AB ?

A. $\overrightarrow{A'B'}$.

B. $\overrightarrow{A'C}$.

C. $\overrightarrow{A'C'}$.

D. $\overrightarrow{A'B}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $AB // A'B' \Rightarrow \overrightarrow{A'B'}$ là vectơ chỉ phương của đường thẳng AB .

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-2)$ và $B(2;2;1)$. Vectơ \overrightarrow{AB} có tọa độ là

A. $(-1;-1;-3)$

B. $(3;1;1)$

C. $(1;1;3)$

D. $(3;3;-1)$

Lời giải

Chọn C

$\overrightarrow{AB} = (2-1; 2-1; 1-(-2))$ hay $\overrightarrow{AB} = (1;1;3)$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (-3;4;0)$, $\vec{b} = (5;0;12)$. Côsin của góc giữa \vec{a} và \vec{b} bằng

A. $\frac{3}{13}$.

B. $\frac{5}{6}$.

C. $-\frac{5}{6}$.

D. $-\frac{3}{13}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{-3 \cdot 5 + 4 \cdot 0 + 0 \cdot 12}{\sqrt{(-3)^2 + 4^2 + 0^2} \cdot \sqrt{5^2 + 0^2 + 12^2}} = \frac{-3}{13}.$$

Câu 9. Trong giờ học Vật lí, 10 bạn học sinh thực hành đo cường độ của một dòng điện. Kết quả được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: mA).

25	30	30	25	30	20	25	25	30	25
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Trung vị của mẫu số liệu trên là

- A. 26,5. B. 25. C. 20. D. 30.

Lời giải

Chọn B

Trung vị của mẫu số liệu trên là $\frac{25+25}{2} = 25$.

Câu 10. Trong giờ học Vật lí, 10 bạn học sinh thực hành đo cường độ của một dòng điện. Kết quả được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: mA).

25	30	30	25	30	20	25	25	30	25
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là

- A. 5. B. 10. C. 20. D. 30.

Lời giải

Chọn A

Do $Q_1 = 25, Q_3 = 30$ nên khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là $\Delta_Q = 30 - 25 = 5$.

Câu 11. Khối lượng của một số quả trứng gà trong một trang trại được ghi lại ở bảng sau.

Khối lượng (gam)	[43; 45)	[45; 47)	[47; 49)	[49; 51)
Số quả trứng	12	34	32	1

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên thuộc nửa khoảng nào dưới đây?

- A. [1, 4; 1, 6). B. [2, 0; 2, 2). C. [3, 3; 3, 5). D. [3, 5; 3, 7).

Lời giải

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là $S \approx 1,456 \in [1, 4; 1, 6)$.

Câu 12. Nhân viên thư viện thống kê số lượng sách của học sinh 2 khối 10 và 11 mượn tại thư viện trong năm học được tổng hợp ở bảng sau:

Số lượng sách (quyển)	[0; 5)	[5; 10)	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)
Khối 10	49	33	39	75	65	38	42
Khối 11	30	37	40	60	76	20	35

Gọi S_1 là độ lệch chuẩn của mẫu số liệu khối 10 và S_2 là độ lệch chuẩn của mẫu số liệu khối 11.

Giá trị của biểu thức $S_1 - S_2$ gần nhất với giá trị nào sau đây?

- A. 0,2304. B. 1,2452. C. 0,5808. D. 0,7362.

Lời giải

Ta có bảng thống kê theo giá trị đại diện của hai lớp:

Số lượng sách (quyển)	2,5	7,5	12,5	17,5	22,5	27,5	32,5
Khối 10	49	33	39	75	65	38	42
Khối 11	30	37	40	60	76	20	35

◆ Xét mẫu số liệu khối 10:

$$\text{Cỡ mẫu: } n = 49 + 33 + 39 + 75 + 65 + 38 + 42 = 341$$

Số trung bình:

$$\bar{x}_1 = \frac{1}{341}(49 \cdot 2,5 + 33 \cdot 7,5 + 39 \cdot 12,5 + 75 \cdot 17,5 + 65 \cdot 22,5 + 38 \cdot 27,5 + 42 \cdot 32,5) = \frac{12085}{682}$$

Phương sai:

$$S_1^2 = \frac{1}{341}(49 \cdot 2,5^2 + 33 \cdot 7,5^2 + 39 \cdot 12,5^2 + 75 \cdot 17,5^2 + 65 \cdot 22,5^2 + 38 \cdot 27,5^2 + 42 \cdot 32,5^2) - \left(\frac{12085}{682}\right)^2 \approx 88,44136$$

$$\text{Độ lệch chuẩn: } S_1 \approx \sqrt{88,44136} \approx 9,4043$$

◆ Xét mẫu số liệu khối 11:

$$\text{Cỡ mẫu: } m = 30 + 37 + 40 + 60 + 76 + 20 + 35 = 298$$

$$\bar{x}_2 = \frac{1}{298}(30 \cdot 2,5 + 37 \cdot 7,5 + 40 \cdot 12,5 + 60 \cdot 17,5 + 76 \cdot 22,5 + 20 \cdot 27,5 + 35 \cdot 32,5) = \frac{2650}{149} \quad \text{trung bình:}$$

Phương sai:

$$S_2^2 = \frac{1}{298}(30 \cdot 2,5^2 + 37 \cdot 7,5^2 + 40 \cdot 12,5^2 + 60 \cdot 17,5^2 + 76 \cdot 22,5^2 + 20 \cdot 27,5^2 + 35 \cdot 32,5^2) - \left(\frac{2650}{149}\right)^2 \approx 77,8549$$

$$\text{Độ lệch chuẩn: } S_2 \approx \sqrt{77,8549} \approx 8,8235$$

$$\text{Ta có: } S_1 - S_2 \approx 9,4043 - 8,8235 = 0,5808$$

Chọn C

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Ước tính chi phí hàng năm (tính bằng tỉ đồng) để một nhà máy loại bỏ $p\%$ chất gây ô nhiễm được cho bởi công thức $C = C(p) = \frac{528p}{100-p}, 0 \leq p < 100$

a) Hàm chi phí C đồng biến trên nửa khoảng $[0;100)$.

b) Chi phí cần bỏ ra sẽ luôn tăng khi tăng tỉ lệ loại bỏ $p\%$ chất gây ô nhiễm.

c) Nhà máy không thể loại bỏ được hoàn toàn chất gây ô nhiễm.

d) Hàm số $C'(p)$ nghịch biến trên $[0;100)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) Ta có:

$$C'(p) = \frac{528(100-p) + 528p}{(100-p)^2} = \frac{52800}{(100-p)^2} > 0, \quad 0 \leq p < 100.$$

Suy ra hàm chi phí C đồng biến trên nửa khoảng $[0;100)$.

b) Do đó, chi phí cần bỏ ra sẽ luôn tăng khi tăng tỉ lệ loại bỏ $p\%$ chất gây ô nhiễm.

c) Ta có $\lim_{p \rightarrow 100^-} C = \lim_{p \rightarrow 100^-} \frac{528p}{100-p} = +\infty$. Do đó, để loại bỏ 100% chất gây ô nhiễm thì cần chi phí vô hạn, nên nhà máy không thể loại bỏ được hoàn toàn chất gây ô nhiễm.

d) Ta có: $C''(p) = \frac{105600}{(100-p)^3} > 0$ với mọi $0 \leq p < 100$ nên hàm số $C'(p)$ đồng biến trên $[0;100)$. Điều này cho thấy khi tỉ lệ phần trăm loại bỏ chất gây ô nhiễm p tăng thì chi phí cho việc loại bỏ 1 đơn vị phần trăm tiếp theo (từ mức $p\%$ lên mức $(p+1)\%$) cũng tăng, nghĩa là chi phí loại bỏ chất gây ô nhiễm càng ngày càng đắt đỏ.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;2;-1), B(2;-1;3), C(-4;7;5)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) Tọa độ trung điểm I của BC là $(1;3;4)$.

b) Tọa độ điểm D để $ABCD$ là hình bình hành là $(-5;10;1)$.

c) cosin góc B của tam giác ABC bằng $-\frac{11}{26}$.

d) Tổng hoành độ, tung độ, cao độ của tọa độ điểm D là chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC bằng 3.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------------	----------------	---------------	---------------

a) Sai

Trung điểm I của BC là $I(-1;3;4)$.

b) Đúng

+ Giả sử $D(x; y; z)$

+ $ABCD$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overline{AD} = \overline{BC}$

$$\text{Với } \overline{AD} = (x-1; y-2; z+1), \overline{BC} = (-6; 8; 2) \Rightarrow \begin{cases} x-1 = -6 \\ y-2 = 8 \\ z+1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ y = 10 \\ z = 1 \end{cases} \Rightarrow D(-5; 10; 1).$$

c) Sai

+ Góc B của tam giác ABC bằng góc giữa hai vector \overline{BA} và \overline{BC}

$$\text{+ Với } \overline{BA} = (1; -3; 4), \overline{BC} = (-6; 8; 2) \text{ suy ra } \cos(\overline{BA}, \overline{BC}) = \frac{|\overline{BA} \cdot \overline{BC}|}{|\overline{BA}| \cdot |\overline{BC}|} = \frac{11}{26}.$$

Vậy cosin góc B của tam giác ABC bằng $\frac{11}{26}$

d) Sai

Ta có $AB = \sqrt{26}, BC = \sqrt{104} = 2\sqrt{26}$.

Gọi $D(x; y; z)$, theo tính chất phân giác ta có $\frac{DA}{DC} = \frac{BA}{BC} = \frac{1}{2}$. Suy ra $\overrightarrow{DA} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{DC}$ (*).

Ta có $\overrightarrow{DA} = (1-x; 2-y; -1-z)$ và $\overrightarrow{DC} = (-4-x; 7-y; 5-z)$.

$$\text{Do đó (*)} \Rightarrow \begin{cases} 1-x = -\frac{1}{2}(-4-x) \\ 2-y = -\frac{1}{2}(7-y) \\ -1-z = -\frac{1}{2}(5-z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{2}{3} \\ y = \frac{11}{3} \\ z = 1 \end{cases} \Rightarrow D\left(-\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; 1\right).$$

Suy ra Tổng hoành độ, tung độ, cao độ của tọa độ điểm D bằng 4.

Câu 3. Một công ty thống kê tuổi của các nhân viên ở bảng sau:

Khoảng tuổi	[23; 26)	[26; 29)	[29; 32)	[32; 35)	[35; 38)
Tần số	24	57	42	29	8

Xác định tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đó là: 15 (tuổi)
- b) Tứ phân vị nhất Q_1 của mẫu số liệu trên nhỏ hơn 26
- c) Tứ phân vị ba Q_3 của mẫu số liệu trên nhỏ hơn 31
- d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn kết quả đến hàng phần mười) bằng 4,9

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $R = 38 - 23 = 15$ (tuổi). Cỡ mẫu $n = 160$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{160}$ là tuổi của 160 nhân viên được xếp theo thứ tự không giảm. Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{40} + x_{41}) \in [26; 29)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu

$$\text{ghép nhóm là } Q_1 = 26 + \frac{\frac{160}{4} - 24}{57} \cdot (29 - 26) = \frac{510}{19}.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{120} + x_{121}) \in [29; 32)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của

$$\text{mẫu số liệu ghép nhóm là } Q_3 = 29 + \frac{\frac{3 \cdot 160}{4} - (24 + 57)}{42} \cdot (32 - 29) = \frac{445}{14}.$$

$$\text{Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là } \Delta_Q = \frac{445}{14} - \frac{510}{19} = \frac{1315}{266} \approx 4,9.$$

Câu 4. Trong giờ thực hành môn Sinh học, các học sinh đo đường kính nhân một tế bào nhiều lần. Kết quả được thống kê lại ở bảng sau.

Đường kính (μm)	[4, 5; 5, 0)	[5, 0; 5, 5)	[5, 5; 6, 0)	[6, 0; 6, 5)
Số lần đo	2	16	20	2

Xác định tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- a) Cỡ mẫu của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $n = 50$.
- b) Tần số tương đối của nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là 40%.
- c) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $\Delta_Q = 0,45$.
- d) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên thuộc khoảng $(0; 0,1)$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------------	----------------	---------------	---------------

a) Sai.

Cỡ mẫu của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $n = 2 + 16 + 20 + 2 = 40$.

b) Đúng.

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là [5, 0; 5, 5) có tần số là 16 nên tần số tương đối là $f = \frac{16}{40} = 40\%$.

c) Sai.

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là [5, 0; 5, 5). Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_1 = 5,0 + \frac{\frac{40}{4} - 2}{16} \cdot 0,5 = 5,25.$$

Nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là [5, 5; 6, 0). Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_3 = 5,5 + \frac{\frac{3 \cdot 40}{4} - 2 - 16}{20} \cdot 0,5 = 5,8.$$

Từ đó, khoảng tứ phân vị là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 5,8 - 5,25 = 0,55$.

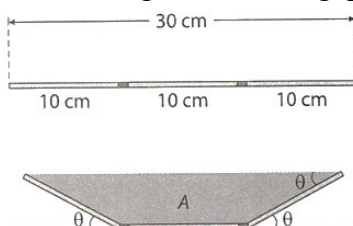
d) Sai.

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $S^2 \approx 0,112 \notin (0; 0,1)$.

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Máng xối nước mưa được làm bằng một miếng nhôm rộng 30 cm. Sau khi đánh dấu chiều dài 10 cm từ mỗi cạnh, miếng nhôm được gập lên một góc θ (xem hình vẽ).



Diện tích $S \text{ (cm}^2\text{)}$ của mặt cắt ngang của máng được biểu thị dưới dạng một hàm số của θ như sau: $S = S(\theta) = 100 \sin \theta (\cos \theta + 1), 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$.

Tìm góc θ để diện tích S là lớn nhất (góc θ này sẽ cho phép nước chảy nhiều nhất qua máng xối). (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 1,05

Ta có: $S(\theta) = 100 \sin \theta \cos \theta + 100 \sin \theta = 50 \sin 2\theta + 100 \sin \theta, 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$.

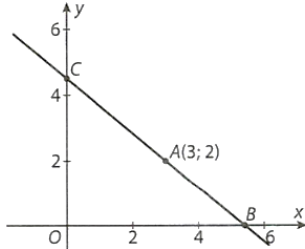
Suy ra, $S'(\theta) = 100 \cos 2\theta + 100 \cos \theta = 100(\cos 2\theta + \cos \theta)$.

Do đó trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right], S'(\theta) = 0 \Leftrightarrow \theta = \frac{\pi}{3}$.

Mặt khác, ta có: $S(0) = 0; S\left(\frac{\pi}{2}\right) = 100; S\left(\frac{\pi}{3}\right) = 75\sqrt{3}$.

Vậy để diện tích S của mặt cắt ngang của máng lớn nhất thì góc uốn θ phải bằng $\frac{\pi}{3} \approx 1,05$.

Câu 2. Cho điểm $A(3; 2)$ trên mặt phẳng tọa độ. Một đường thẳng đi qua A cắt trục hoành tại B , cắt trục tung tại C tạo thành một tam giác OBC nằm trong góc phần tư thứ nhất, với O là gốc tọa độ.



Biết hoành độ điểm B là $x = t$ với $t > 3$. Hỏi t bằng bao nhiêu thì diện tích tam giác OBC là nhỏ nhất.

Lời giải

Trả lời: 6

Đường thẳng qua A và B có phương trình $\frac{y-2}{-2} = \frac{x-3}{t-3}$.

Hay $y = 2 - \frac{2}{t-3}(x-3)$. Vậy điểm C có tung độ là $y_C = 2 + \frac{6}{t-3}$.

Diện tích tam giác OBC là $S(t) = t \cdot y_C = \frac{2t^2}{t-3}$.

Khảo sát sự biến thiên của hàm số $y = S(t)$. Tập xác định: $(3; +\infty)$.

Sự biến thiên: Ta có $S(t) = 2t + 6 + \frac{18}{t-3}$.

- $S'(t) = \frac{2t^2 - 12t}{(t-3)^2}, S'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 6$ (do $t > 3$).

- Hàm số $S(t)$ nghịch biến trên khoảng $(3; 6)$, đồng biến trên khoảng $(6; +\infty)$.

- Hàm số đạt cực tiểu tại $t = 6$ với $S_{CT} = 24$.

- Giới hạn vô cực: $\lim_{t \rightarrow 3^+} S(t) = +\infty$, giới hạn tại vô cực: $\lim_{t \rightarrow +\infty} S(t) = +\infty$.

- Bảng biến thiên:

x	3	6	$+\infty$	
$S'(t)$		-	0	+
$S(t)$	$+\infty$		24	$+\infty$

Diện tích tam giác OBC nhỏ nhất với điểm $B(6; 0)$.

Trả lời: $t = 6$

Câu 3. Cho ba điểm $A(1; 1; 1), B(-1; 1; 0)$ và $C(3; 1; -1)$. Gọi $M(a; b; c)$ là điểm thuộc mặt phẳng (Oxz) và cách đều ba điểm A, B, C . Tính tổng $6a + b + 6c$

Lời giải

Trả lời: -2

Vì $M(a; b; c) \in (Oxz)$ nên $b = 0$.

$$M \text{ cách đều ba điểm } A, B, C \Leftrightarrow \begin{cases} MA = MB \\ MA = MC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} MA^2 = MB^2 \\ MA^2 = MC^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (1-a)^2 + (1-0)^2 + (1-c)^2 = (-1-a)^2 + (1-0)^2 + (0-c)^2 \\ (1-a)^2 + (1-0)^2 + (1-c)^2 = (3-a)^2 + (1-0)^2 + (-1-c)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{5}{6}; c = -\frac{7}{6}.$$

Suy ra $6a + b + 6c = -2$.

Câu 4. Cho biết máy bay A đang bay với vector vận tốc $\vec{a} = (300; 200; 400)$ (đơn vị: km/h). Máy bay B bay cùng hướng và có tốc độ gấp ba lần tốc độ của máy bay A . Tốc độ của máy bay B là bao nhiêu km. Viết kết quả làm tròn đến hàng đơn vị.

Lời giải

Đáp số: 1616

Vì máy bay B bay cùng hướng và có tốc độ gấp ba lần tốc độ của máy bay A .

Suy ra máy bay B bay với vector vận tốc $\vec{b} = 3 \cdot \vec{a} = (900; 600; 1200)$ (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Suy ra tốc độ của máy bay B là $v = |\vec{b}| = \sqrt{900^2 + 600^2 + 1200^2} = 300\sqrt{29} \approx 1616 \text{ km/h}$.

Câu 5. Bạn Minh ghi lại thời gian tập bóng bàn của mình trong 10 ngày ở bảng sau đây (đơn vị: phút).

20	21	22	25	28	30	33	35	36	39
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Bạn Minh ghép số liệu trên thành 4 nhóm có độ dài bằng nhau, với nhóm đầu tiên là [20; 25).
 Tính hiệu giữa trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm và trung bình của mẫu số liệu ban đầu.

Lời giải

Trả lời: 1,1

Trung bình của mẫu số liệu ban đầu là $\bar{x} = 28,9$.

Thời gian tập	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)
Số ngày	3	2	2	3

Trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là $\bar{X} = 30$.

Hiệu giữa trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm và trung bình của mẫu số liệu ban đầu
 $= 30 - 28,9 = 1,1$.

Câu 6. Bạn Mai ghi lại thời gian sử dụng điện thoại di động mỗi ngày của mình trong 10 ngày liên tiếp ở bảng sau (đơn vị: phút).

150	251	73	188	165	225	235	144	160	244
-----	-----	----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Bạn Mai ghép số liệu trên thành 4 nhóm có độ dài bằng nhau, với nhóm cuối cùng là [220; 270).
 Tính tỉ số giữa độ lệch chuẩn và trung bình mẫu của mẫu số liệu ghép nhóm (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Lời giải

Trả lời: 0,3

Bảng số liệu ghép nhóm:

Thời gian sử dụng	[70; 120)	[120; 170)	[170; 220)	[220; 270)
Số ngày	1	4	1	4

$$\bar{X} = 185; s^2 = 2900; s = \sqrt{2900}; \frac{s}{\bar{X}} = \frac{\sqrt{2900}}{185} \approx 0,3.$$

ĐỀ 6

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2	-4	$+\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. 2. B. 3. C. 0. D. -4.

Câu 2. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 21x$ trên đoạn $[2;19]$ bằng

- A. -36. B. $-14\sqrt{7}$. C. $14\sqrt{7}$. D. -34.

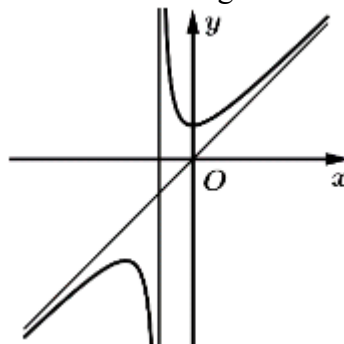
Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	$-$	
$f(x)$	-1	$+\infty$	-1

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình:

- A. $x = -1$. B. $y = -1$. C. $y = -2$. D. $x = -2$.

Câu 4. Đồ thị trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau:



- A. $y = \frac{2x+1}{x+1}$. B. $y = \frac{x^2+x+1}{x-1}$. C. $y = \frac{x^2+x+1}{x+1}$. D. $y = \frac{-x^2-x+1}{x+1}$.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABC$, gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Ta có

- A. $\vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC} = \vec{SG}$. B. $\vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC} = 2\vec{SG}$.
 C. $\vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC} = 3\vec{SG}$. D. $\vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC} = 4\vec{SG}$.

Câu 6. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD , G là trung điểm của IJ .

Cho các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

A. $\overline{GA} + \overline{GB} + \overline{GC} + \overline{GD} = \vec{0}$.

B. $\overline{GA} + \overline{GB} + \overline{GC} + \overline{GD} = 2\vec{I}$.

C. $\overline{GA} + \overline{GB} + \overline{GC} + \overline{GD} = \vec{JI}$.

D. $\overline{GA} + \overline{GB} + \overline{GC} + \overline{GD} = -2\vec{JI}$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-1)$ và $B(2;3;2)$. Vector \overline{AB} có tọa độ là

A. $(1; 2; 3)$

B. $(-1; -2; 3)$

C. $(3;5;1)$

D. $(3;4;1)$

Câu 8. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;-2;0)$, $B(2;0;3)$, $C(-2;1;3)$. Tìm tọa độ một vector \vec{n} vuông góc với hai vectơ \overline{AB} , \overline{AC}

A. $(2;3;-1)$.

B. $(3;5;-2)$.

C. $(2;-3;-1)$.

D. $(-3;-12;9)$.

Câu 9. Bảng dưới đây ghi lại cân nặng của 20 quả mãng cầu được lựa chọn ngẫu nhiên từ một lô hàng (đơn vị: kg).

1,50	1,50	1,50	1,55	1,60	1,65	1,65	1,70	1,75	1,80
1,80	1,85	1,90	1,95	2,00	2,05	2,05	2,10	2,10	2,10

Khoảng biến thiên (đơn vị: kg) của mẫu số liệu trên là

A. 0,4.

B. 0,5.

C. 0,6.

D. 0,7.

Câu 10. Bảng dưới đây ghi lại cân nặng của 20 quả mãng cầu được lựa chọn ngẫu nhiên từ một lô hàng (đơn vị: kg).

1,50	1,50	1,50	1,55	1,60	1,65	1,65	1,70	1,75	1,80
1,80	1,85	1,90	1,95	2,00	2,05	2,05	2,10	2,10	2,10

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là

A. 1,625.

B. 1,8.

C. 1,805.

D. 2,025.

Câu 11. Điểm trung bình môn Toán của một số học sinh khối 12 được ghi lại ở bảng sau:

Nhóm	[5;6)	[6;7)	[7;8)	[8;9)	[9;10)
Tần số	10	14	19	32	25

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên thuộc khoảng

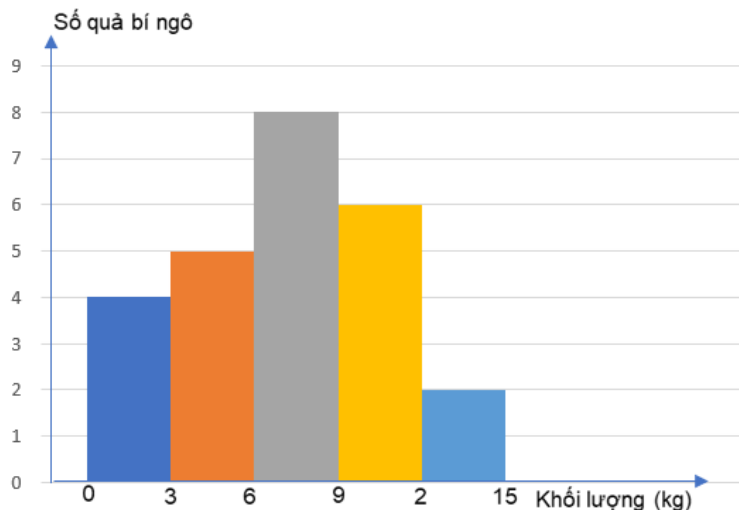
A. $(1,25;1,28)$.

B. $(1,28;1,3)$.

C. $(1,6;1,65)$.

D. $(1,65;1,7)$.

Câu 12. Khối lượng của các quả bí ngô (đơn vị: kg) trong một khu vườn được minh họa bằng biểu đồ sau:



Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

A. 20,562.

B. 8,723.

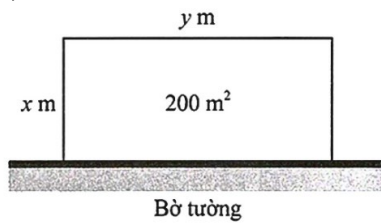
C. 15,234.

D. 12,4704.

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cần rào ba cạnh để cùng với bờ tường có sẵn tạo thành mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích $200m^2$ (Hình).



Kí hiệu $x(m)$, $y(m)$ lần lượt là độ dài các cạnh của mảnh vườn vuông góc và song song với bờ tường; $L(m)$ là tổng độ dài lưới thép cần để rào mảnh vườn. Biết rằng mỗi mét lưới thép dùng để rào mảnh vườn có đơn giá 250 nghìn đồng.

a) y được tính theo x bằng công thức $y = \frac{200}{x}$.

b) L được tính theo x theo công thức $L = 2x + \frac{100}{x}$.

c) L đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = 10(m)$.

d) Số tiền tối thiểu để mua lưới thép rào mảnh vườn là 2,5 triệu đồng.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;3)$, $B(3;2;1)$, $C(2;-1;2)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) Trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ $(2;1;2)$.

b) Chu vi của tam giác ABC bằng $\sqrt{11} + 2\sqrt{2}$.

c) Hoành độ điểm M trên trục Ox để $AM \perp BC$ thuộc khoảng $(3;5)$.

d) Có hai điểm K thuộc mặt phẳng (Oyz) để tam giác ABK vuông cân tại A .

Câu 3. Bảng sau biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về số tiền (đơn vị: nghìn đồng) mà 60 khách hàng mua sách ở một cửa hàng trong một ngày.

Nhóm	Tần số	Tần số tích lũy
[40; 50)	5	5
[50; 60)	8	13
[60; 70)	25	38
[70; 80)	20	58
[80; 90)	2	60
	$n = 60$	

Xác định tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) Số trung bình cộng của mẫu số liệu trên là 65 (nghìn đồng).

b) Trung vị của mẫu số liệu trên là 66,8 (nghìn đồng).

c) Tứ phân vị nhất Q_1 của mẫu số liệu trên là 60,8 (nghìn đồng).

d) Mốt của mẫu số liệu trên là 65 (nghìn đồng).

Câu 4. Cho mẫu số liệu ghép nhóm như Bảng.

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[0; 2)	1	2
[2; 4)	3	5
[4; 6)	5	8
[6; 8)	7	7
[8; 10)	9	3
		$n = 25$

Xác định tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là 2.
- b) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là 5,32.
- c) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là 5,0176.
- d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là 2,24.

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

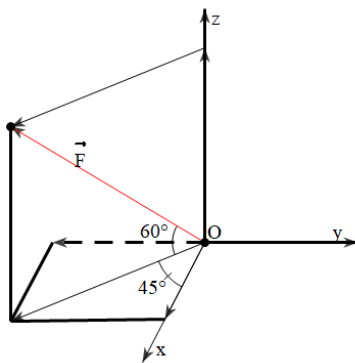
Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một công ty ước tính rằng tổng lợi nhuận P (nghìn đồng) cho một sản phẩm có thể được mô hình hoá bằng hàm số $P(x) = -x^3 + 450x^2 + 52500x$, trong đó x là số lượng đơn vị sản phẩm đó được sản xuất và bán ra. Vậy để đạt lợi nhuận lớn nhất thì công ty đó cần sản xuất và bán ra bao nhiêu đơn vị sản phẩm.

Câu 2. Một quần thể cá được nuôi trong một hồ nhân tạo lúc ban đầu có 80000 con. Sau t năm, số lượng quần thể cá nói trên được xác định bởi $N(t) = \frac{20(4+3t)}{1+0,05t}$ (nghìn con).

Số lượng tối đa có thể có của quần thể cá là bao nhiêu nghìn con?

Câu 3. Người ta kéo vật nặng bằng một lực \vec{F} có cường độ 100 N (Hình).



Biểu diễn tọa độ vectơ \vec{F} trong hệ tọa độ đã cho trong hình ta được $\vec{F} = (x; y; z)$, khi đó $x + y + z\sqrt{3}$ bằng bao nhiêu?

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho 2 vectơ $\vec{u}(2; 1; -1)$ và $\vec{v}(1; -1; m)$. Tìm giá trị của m để hai vectơ \vec{u} và \vec{v} tạo với nhau một góc 60° .

Câu 5. Bảng dưới đây biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về cân nặng của một số quả bưởi da xanh ở một khu vực (đơn vị: kg).

Nhóm	[1, 2; 1, 3)	[1, 3; 1, 4)	[1, 4; 1, 5)	[1, 5; 1, 6)	[1, 6; 1, 7)
Tần số	8	21	8	7	6

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm trên là bao nhiêu? (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Câu 6. Cho mẫu số liệu ghép nhóm sau về thời gian ngủ trong ngày của các học sinh lớp 12A.

Thời gian ngủ (giờ)	[6,5;7)	[7;7,5)	[7,5;8)	[8;8,5)
Số học sinh	5	12	15	3

Tính độ lệch chuẩn cho mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

PHIẾU TRẢ LỜI

PHẦN I

	A	B	C	D		A	B	C	D
1	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	11	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	12	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>					
4	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>					
5	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>					
6	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>					
7	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>					
8	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>					
9	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>					
10	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>					

Điểm
Điểm phần I: đ
Điểm phần II: đ
Điểm phần III: đ
Tổng: đ

PHẦN II

Câu 1		Câu 2		Câu 3		Câu 4	
Đúng	Sai	Đúng	Sai	Đúng	Sai	Đúng	Sai
a) <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	a) <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
b) <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	b) <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
c) <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	c) <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
d) <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	d) <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

PHẦN III

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

LỜI GIẢI THAM KHẢO

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$			
$f'(x)$	+	0	-	0	+		
$f(x)$	$-\infty$	\nearrow	2	\searrow	$-\infty$	\nearrow	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. 2. B. 3. C. 0. **D. -4.**

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên, ta thấy giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng -4 .

Câu 2. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 21x$ trên đoạn $[2;19]$ bằng

- A. -36 . **B. $-14\sqrt{7}$.** C. $14\sqrt{7}$. D. -34 .

Lời giải

Chọn B

Trên đoạn $[2;19]$, ta có: $y' = 3x^2 - 21 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\sqrt{7} \notin [2;19] \\ x = \sqrt{7} \in [2;19] \end{cases}$.

Ta có: $y(2) = -34$; $y(\sqrt{7}) = -14\sqrt{7}$; $y(19) = 6460$. Vậy $m = -14\sqrt{7}$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	$+\infty$		
$f'(x)$	-		-		
$f(x)$	-1	\searrow	$+\infty$	\searrow	-1

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình:

- A. $x = -1$. B. $y = -1$. C. $y = -2$. **D. $x = -2$.**

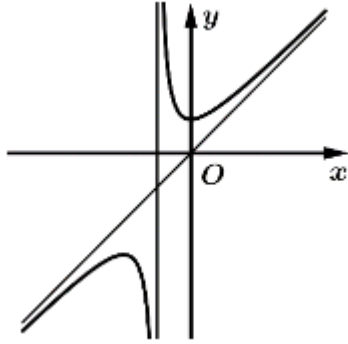
Lời giải

Chọn D

Ta thấy: $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = -\infty$.

Vậy tiệm cận đứng của hàm số đã cho là $x = -2$.

Câu 4. Đồ thị trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau:



A. $y = \frac{2x+1}{x+1}$.

B. $y = \frac{x^2+x+1}{x-1}$.

C. $y = \frac{x^2+x+1}{x+1}$.

D. $y = \frac{-x^2-x+1}{x+1}$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta thấy

Hàm số có dạng $\frac{ax^2+bx+c}{dx+e}$ nên loại đáp án A.

Hàm số có 2 điểm cực trị và $a.m > 0$. Loại đáp án

D.

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = x_0 < 0$. Suy ra loại đáp án B

Vậy đáp án đúng là C

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABC$, gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Ta có

A. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SG}$. B. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = 2\overrightarrow{SG}$.

C. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = 3\overrightarrow{SG}$. D. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = 4\overrightarrow{SG}$.

Lời giải

Chọn C

$$\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SG} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{SG} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{SG} + \overrightarrow{GC} = 3\overrightarrow{SG}.$$

Câu 6. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD , G là trung điểm của IJ .

Cho các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

A. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{IJ}$.

C. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{JI}$.

D. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = -2\overrightarrow{JI}$.

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{GI} + 2\overrightarrow{GJ} = 2(\overrightarrow{GI} + \overrightarrow{GJ}) = \vec{0}.$$

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-1)$ và $B(2;3;2)$. Vector \overrightarrow{AB} có tọa độ là

- A. $(1; 2; 3)$ B. $(-1; -2; 3)$ C. $(3; 5; 1)$ D. $(3; 4; 1)$

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A) = (1; 2; 3)$$

Câu 8. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1; -2; 0)$, $B(2; 0; 3)$, $C(-2; 1; 3)$. Tìm tọa độ một vector \vec{n} vuông góc với hai vectơ \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC}

- A. $(2; 3; -1)$. B. $(3; 5; -2)$. C. $(2; -3; -1)$. D. $(-3; -12; 9)$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} = (1; 2; 3); \quad \overrightarrow{AC} = (-3; 3; 3);$$

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-3; -12; 9);$$

Câu 9. Bảng dưới đây ghi lại cân nặng của 20 quả mãng cầu được lựa chọn ngẫu nhiên từ một lô hàng (đơn vị: kg).

1,50	1,50	1,50	1,55	1,60	1,65	1,65	1,70	1,75	1,80
1,80	1,85	1,90	1,95	2,00	2,05	2,05	2,10	2,10	2,10

Khoảng biến thiên (đơn vị: kg) của mẫu số liệu trên là

- A. 0,4. B. 0,5. C. 0,6. D. 0,7.

Lời giải

Chọn C

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là $R = 2,1 - 1,5 = 0,6(kg)$.

Câu 10. Bảng dưới đây ghi lại cân nặng của 20 quả mãng cầu được lựa chọn ngẫu nhiên từ một lô hàng (đơn vị: kg).

1,50	1,50	1,50	1,55	1,60	1,65	1,65	1,70	1,75	1,80
1,80	1,85	1,90	1,95	2,00	2,05	2,05	2,10	2,10	2,10

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là

- A. 1,625. B. 1,8. C. 1,805. D. 2,025.

Lời giải

Chọn A

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là $Q_1 = \frac{1,60 + 1,65}{2} = 1,625$.

Câu 11. Điểm trung bình môn Toán của một số học sinh khối 12 được ghi lại ở bảng sau:

Nhóm	[5; 6)	[6; 7)	[7; 8)	[8; 9)	[9; 10)
Tần số	10	14	19	32	25

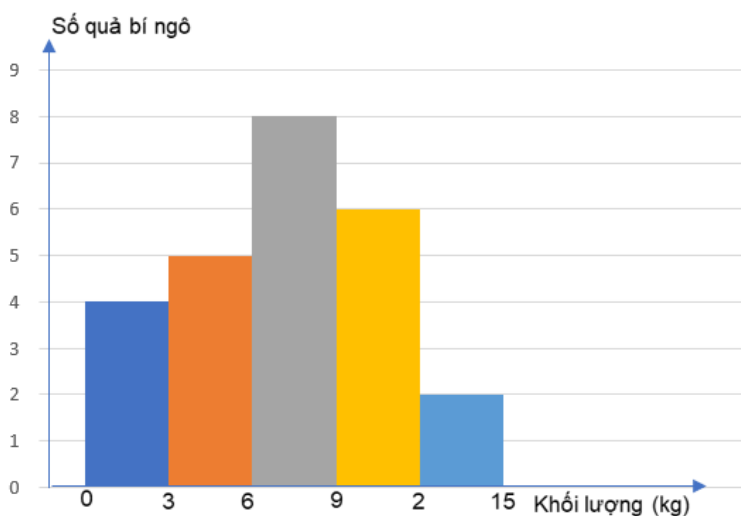
Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên thuộc khoảng

- A. $(1,25; 1,28)$. B. $(1,28; 1,3)$. C. $(1,6; 1,65)$. D. $(1,65; 1,7)$.

Lời giải

$s \approx 1,2766$. **Chọn A**

Câu 12. Khối lượng của các quả bí ngô (đơn vị: kg) trong một khu vườn được minh họa bằng biểu đồ sau:



Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

A. 20,562.

B. 8,723.

C. 15,234.

D. 12,4704.

Lời giải

Ta có bảng thống kê ghép nhóm:

Khối lượng	[0;3)	[3;6)	[6;9)	[9;12)	[12;15)
Khối lượng đại diện	1,5	4,5	7,5	10,5	13,5
Số quả	4	5	8	6	2

Cỡ mẫu: $n = 4 + 5 + 8 + 6 + 2 = 25$

Số trung bình của mẫu số liệu: $\bar{x} = \frac{1}{25}(4 \cdot 1,5 + 5 \cdot 4,5 + 8 \cdot 7,5 + 6 \cdot 10,5 + 2 \cdot 13,5) = 7,14$

Phương sai của mẫu số liệu:

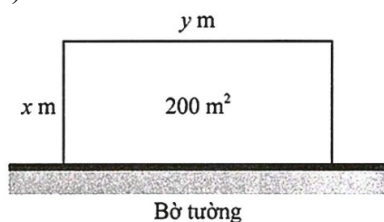
$$S^2 = \frac{1}{25}(4 \cdot 1,5^2 + 5 \cdot 4,5^2 + 8 \cdot 7,5^2 + 6 \cdot 10,5^2 + 2 \cdot 13,5^2) - 7,14^2 = 12,4704$$

Chọn D

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cần rào ba cạnh để cùng với bờ tường có sẵn tạo thành mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích $200m^2$ (Hình).



Kí hiệu $x(m), y(m)$ lần lượt là độ dài các cạnh của mảnh vườn vuông góc và song song với bờ tường; $L(m)$ là tổng độ dài lưới thép cần để rào mảnh vườn. Biết rằng mỗi mét lưới thép dùng để rào mảnh vườn có đơn giá 250 nghìn đồng.

- a) y được tính theo x bằng công thức $y = \frac{200}{x}$.
- b) L được tính theo x theo công thức $L = 2x + \frac{100}{x}$.
- c) L đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = 10(m)$.
- d) Số tiền tối thiểu để mua lưới thép rào mảnh vườn là 2,5 triệu đồng.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
----------------	---------------	----------------	---------------

a) Đúng.

$$\text{Ta có } xy = 200 \Rightarrow y = \frac{200}{x}.$$

b) Sai.

$$L = 2x + y = 2x + \frac{200}{x}.$$

c) Đúng.

d) Sai.

$$L' = 2x - \frac{200}{x^2} = \frac{2(x^2 - 100)}{x^2}; L' = 0 \Leftrightarrow x = 10.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	10	$+\infty$
L'		$-$	$+$
L	$+\infty$	40	$+\infty$

Giá trị nhỏ nhất của L là 40 m khi $x = 10(m)$.

Số tiền tối thiểu để mua lưới thép rào mảnh vườn là $40 \cdot 250 = 10000$ (nghìn đồng) = 10 (triệu đồng).

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; 3), B(3; 2; 1), C(2; -1; 2)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) Trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ $(2; 1; 2)$.
- b) Chu vi của tam giác ABC bằng $\sqrt{11} + 2\sqrt{2}$.
- c) Hoành độ điểm M trên trục Ox để $AM \perp BC$ thuộc khoảng $(3; 5)$.
- d) Có hai điểm K thuộc mặt phẳng (Oyz) để tam giác ABK vuông cân tại A .

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
----------------	---------------	----------------	----------------

a) Đúng

$$\text{Toạ độ trọng tâm } G \text{ của tam giác } ABC \text{ suy ra } \begin{cases} x_G = \frac{1+3+2}{3} = 2 \\ y_G = \frac{2+2+(-1)}{3} = 1 \\ z_G = \frac{3+1+2}{3} = 2 \end{cases}$$

Vậy $G(2;1;2)$.

b) Sai

Chu vi của tam giác ABC bằng $AB + BC + CA = 2\sqrt{2} + \sqrt{11} + \sqrt{11} = 2\sqrt{11} + 2\sqrt{2}$.

c) Đúng

Điểm M thuộc trục $Ox \Rightarrow M(x;0;0)$

$$AM \perp BC \Leftrightarrow \overline{AM} \cdot \overline{BC} = 0 \Leftrightarrow (x-1)(-1) + (-2)(-3) + (-3) \cdot 1 = 0 \Leftrightarrow x = 4 \Rightarrow M(4;0;0).$$

d) Đúng

+ Điểm K thuộc mặt phẳng $(Oyz) \Rightarrow K(0; y; z)$.

$$+ \text{ Tam giác } ABK \text{ vuông cân tại } A \text{ suy ra } \begin{cases} \overline{AB} \cdot \overline{AK} = 0(*) \\ AB = AK \end{cases}$$

+ Với $\overline{AB} = (2;0;-2)$, $AB = \sqrt{8}$

$$\overline{AK} = (-1; y-2; z-3), AK = \sqrt{(-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2}$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} z = 2 \\ y^2 - 4y - 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z = 2; y = 2 - \sqrt{6} \\ z = 2; y = 2 + \sqrt{6} \end{cases}$$

Vậy có hai điểm K thỏa mãn là $K(0; 2 - \sqrt{6}; 2); K(0; 2 + \sqrt{6}; 2)$.

Câu 3. Bảng sau biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về số tiền (đơn vị: nghìn đồng) mà 60 khách hàng mua sách ở một cửa hàng trong một ngày.

Nhóm	Tần số	Tần số tích lũy
[40; 50)	5	5
[50; 60)	8	13
[60; 70)	25	38
[70; 80)	20	58
[80; 90)	2	60
	$n = 60$	

Xác định tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) Số trung bình cộng của mẫu số liệu trên là 65 (nghìn đồng).

b) Trung vị của mẫu số liệu trên là 66,8 (nghìn đồng).

c) Tứ phân vị nhất Q_1 của mẫu số liệu trên là 60,8 (nghìn đồng).

d) Một của mẫu số liệu trên là 65 (nghìn đồng).

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------------	----------------	----------------	---------------

Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

$$\bar{x} = \frac{5.45 + 8.55 + 25.65 + 20.75 + 2.85}{60} = 66 \text{ (nghìn đồng).}$$

Số phần tử của mẫu là $n = 60$. Ta có: $\frac{n}{2} = \frac{60}{2} = 30$ mà $13 < 30 < 38$. Suy ra nhóm 3 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 30. Xét nhóm 3 có $r = 60$; $d = 10$; $n_3 = 25$ và nhóm 2 có $cf_2 = 13$.

Trung vị của mẫu số liệu đó là: $M_e = 60 + \left(\frac{30-13}{25}\right) \cdot 10 = 66,8$ (nghìn đồng). Ta có: $\frac{n}{4} = \frac{60}{4} = 15$ mà $13 < 15 < 38$. Suy ra nhóm 3 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 15. Xét nhóm 3 có $r = 60$; $d = 10$; $n_3 = 25$ và nhóm 2 có $cf_2 = 13$.

Tứ phân vị thứ nhất Q_1 của mẫu số liệu đó là: $Q_1 = 60 + \left(\frac{15-13}{25}\right) \cdot 10 = 60,8$ (nghìn đồng).

Ta thấy nhóm 3 là nhóm có tần số lớn nhất với $u = 60$; $g = 10$; $n_3 = 25$. Nhóm 2 có tần số $n_2 = 8$, nhóm 4 có tần số $n_4 = 20$.

Một của mẫu số liệu đó là: $M_o = 60 + \left(\frac{25-8}{2 \cdot 25 - 8 - 20}\right) \cdot 10 \approx 68$ (nghìn đồng).

Câu 4. Cho mẫu số liệu ghép nhóm như Bảng.

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[0; 2)	1	2
[2; 4)	3	5
[4; 6)	5	8
[6; 8)	7	7
[8; 10)	9	3
		$n = 25$

Xác định tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là 2.

b) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là 5,32.

c) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là 5,0176.

d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là 2,24.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------------	----------------	----------------	----------------

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là: $10 - 0 = 10$. Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x} = \frac{2 \cdot 1 + 5 \cdot 3 + 8 \cdot 5 + 7 \cdot 7 + 3 \cdot 9}{25} = 5,32.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$s^2 = \frac{2 \cdot (1 - 5,32)^2 + 5 \cdot (3 - 5,32)^2 + 8 \cdot (5 - 5,32)^2 + 7 \cdot (7 - 5,32)^2 + 3 \cdot (9 - 5,32)^2}{25}$$

$$= \frac{3135}{625} = 5,0176$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là: $s = \sqrt{5,0176} = 2,24$.

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một công ty ước tính rằng tổng lợi nhuận P (nghìn đồng) cho một sản phẩm có thể được mô hình hoá bằng hàm số $P(x) = -x^3 + 450x^2 + 52500x$, trong đó x là số lượng đơn vị sản phẩm đó được sản xuất và bán ra. Vậy để đạt lợi nhuận lớn nhất thì công ty đó cần sản xuất và bán ra bao nhiêu đơn vị sản phẩm.

Lời giải

Trả lời: 350

Xét hàm số $P(x) = -x^3 + 450x^2 + 52500x, x \geq 0$.

Ta có: $P'(x) = -3x^2 + 900x + 52500; P'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 350$ (do $x \geq 0$);

$P(0) = 0; P(350) = 30625000$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} P(x) = -\infty$.

Bảng biến thiên của hàm số:

x	0	350	$+\infty$	
P'		+	0	-
P	0		30 625 000	$-\infty$

Do đó, $\max_{[0; +\infty)} P(x) = P(350) = 30625000$.

Vậy để đạt lợi nhuận lớn nhất thì công ty đó cần sản xuất và bán ra 350 đơn vị sản phẩm.

Câu 2. Một quần thể cá được nuôi trong một hồ nhân tạo lúc ban đầu có 80000 con. Sau t năm, số lượng quần thể cá nói trên được xác định bởi $N(t) = \frac{20(4+3t)}{1+0,05t}$ (nghìn con).

Số lượng tối đa có thể có của quần thể cá là bao nhiêu nghìn con?

Lời giải

Trả lời: 1200

Khảo sát sự biến thiên của hàm số $y = N(t)$. Tập xác định: $[0; +\infty)$.

Sự biến thiên:

- $N'(t) = \frac{56}{(1+0,05t)^2} > 0$ với mọi $t \geq 0$.

- Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

- Hàm số không có cực trị.

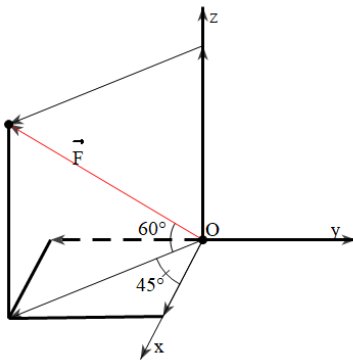
- Giới hạn tại vô cực: $\lim_{t \rightarrow +\infty} N(t) = 1200$.

- Bảng biến thiên:

t	0	$+\infty$
$N'(t)$		+
$N(t)$	80	1 200

Số lượng tối đa có thể có của quần thể cá là 1200 nghìn con.

Câu 3. Người ta kéo vật nặng bằng một lực \vec{F} có cường độ 100 N (Hình).



Biểu diễn tọa độ vector \vec{F} trong hệ tọa độ đã cho trong hình ta được $\vec{F} = (x; y; z)$, khi đó $x + y + z\sqrt{3}$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 150

$\vec{F} = (x; y; z)$, ta có:

$$x = 100 \cdot \cos 60^\circ \cdot \cos 45^\circ = 25\sqrt{2};$$

$$y = -100 \cdot \cos 60^\circ \cdot \cos 45^\circ = -25\sqrt{2};$$

$$z = 100 \cdot \sin 60^\circ = 50\sqrt{3}.$$

$$\text{Vậy } \vec{F} = (25\sqrt{2}; -25\sqrt{2}; 50\sqrt{3}) \text{ hay } x + y + z\sqrt{3} = 150$$

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho 2 vector $\vec{u}(2; 1; -1)$ và $\vec{v}(1; -1; m)$. Tìm giá trị của m để hai vector \vec{u} và \vec{v} tạo với nhau một góc 60° .

Lời giải

Trả lời: -2

$$\text{Ta có: } \cos(\vec{u}; \vec{v}) = \frac{2-1-m}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{m^2+2}} = \cos 60^\circ \Leftrightarrow \frac{1-m}{\sqrt{6}\sqrt{m^2+2}} = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 1 \\ 6(m^2+2) = 4(1-m)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 1 \\ 2m^2 + 8m + 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = -2.$$

Câu 5. Bảng dưới đây biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về cân nặng của một số quả bưởi da xanh ở một khu vực (đơn vị: kg).

Nhóm	[1, 2; 1, 3)	[1, 3; 1, 4)	[1, 4; 1, 5)	[1, 5; 1, 6)	[1, 6; 1, 7)
Tần số	8	21	8	7	6

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm trên là bao nhiêu? (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 1,41

$$\bar{x} = \frac{8 \cdot 1,25 + 21 \cdot 1,35 + 8 \cdot 1,45 + 7 \cdot 1,55 + 6 \cdot 1,65}{50} \approx 1,41.$$

Câu 6. Cho mẫu số liệu ghép nhóm sau về thời gian ngủ trong ngày của các học sinh lớp 12A.

Thời gian ngủ (giờ)	[6, 5; 7)	[7; 7, 5)	[7, 5; 8)	[8; 8, 5)
Số học sinh	5	12	15	3

Tính độ lệch chuẩn cho mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Trả lời: 0,39

Chọn giá trị đại diện cho mỗi nhóm số liệu ta có mẫu số liệu sau:

Giá trị đại diện (giờ)	6,75	7,25	7,75	8,25
Số học sinh	5	12	15	3

$$\text{Số trung bình là: } \bar{x} = \frac{1}{35} (5 \cdot 6,75 + 12 \cdot 7,25 + 15 \cdot 7,75 + 3 \cdot 8,25) \approx 7,48$$

$$\text{Độ lệch chuẩn là: } s = \sqrt{\frac{1}{35} (5 \cdot 6,75^2 + \dots + 3 \cdot 8,25^2) - 7,48^2} \approx 0,39$$

ĐỀ 7

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$		1		-2		$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực đại tại

- A. $x = -2$. B. $x = 2$. C. $x = 1$. D. $x = -1$.

Câu 2. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 12x^2 - 4$ trên đoạn $[0;9]$ bằng

- A. -39 . B. -40 . C. -36 . D. -4 .

Câu 3. Cho hàm số $y = \frac{-4x^2 - 2x - 5}{-x + 2}$. Đường tiệm cận xiên của hàm số là

- A. $y = 2x + 10$. B. $y = 3x + 10$. C. $y = 5x + 10$. D. $y = 4x + 10$.

Câu 4. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		2		-2		$+\infty$

- A. $y = -x^3 + 3x$. B. $y = x^3 - 3x$. C. $y = -x^2 + 2x$. D. $y = x^2 - 2x$.

Câu 5. Cho hình lăng trụ tam giác $ABCA'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}, \overrightarrow{AB} = \vec{b}, \overrightarrow{AC} = \vec{c}, \overrightarrow{BC} = \vec{d}$. Trong các biểu thức vectơ sau đây, biểu thức nào **đúng**.

- A. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{d}$. B. $\vec{a} = \vec{b} + \vec{c}$. C. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$. D. $\vec{b} - \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$.

Câu 6. Trong không gian cho điểm O và bốn điểm A, B, C, D không thẳng hàng. Điều kiện cần và đủ để A, B, C, D tạo thành hình bình hành là:

- A. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD}$.
 C. $\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OD}$. D. $\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OD}$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;-1), B(1;-1;2)$. Tìm tọa độ một vectơ \vec{n} vuông góc với hai vectơ $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$

- A. $(2;3;-1)$. B. $(3;5;-2)$. C. $(2;-3;-1)$. D. $(-1;-3;-1)$.

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(-1;5;3)$ và $M(2;1;-2)$. Tọa độ điểm B biết M là trung điểm của AB là

- A. $B\left(\frac{1}{2}; 3; \frac{1}{2}\right)$. B. $B(-4; 9; 8)$. C. $B(5; 3; -7)$. D. $B(5; -3; -7)$.

Câu 9. Bảng dưới đây ghi lại cân nặng của 20 quả mãng cầu được lựa chọn ngẫu nhiên từ một lô hàng (đơn vị: kg).

1,50	1,50	1,50	1,55	1,60	1,65	1,65	1,70	1,75	1,80
1,80	1,85	1,90	1,95	2,00	2,05	2,05	2,10	2,10	2,10

Mốt của mẫu số liệu trên là

- A. 3. B. 1,50. C. 2,10. D. 1,50 và 2,10.

Câu 10. Bảng dưới đây ghi lại cân nặng của 20 quả mãng cầu được lựa chọn ngẫu nhiên từ một lô hàng (đơn vị: kg).

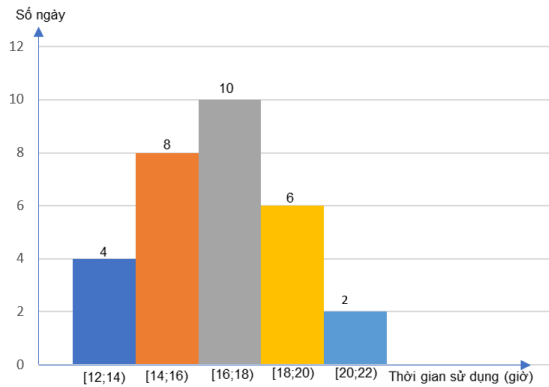
1,50	1,50	1,50	1,55	1,60	1,65	1,65	1,70	1,75	1,80
1,80	1,85	1,90	1,95	2,00	2,05	2,05	2,10	2,10	2,10

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là

- A. 0,4. B. 0,5. C. 0,6. D. 0,7.

Câu 11. Bác Minh thống kê lại thời gian sử dụng điện thoại của mình từ khi điện thoại được sạc đầy pin cho đến khi pin được sử dụng hết trong 30 ngày ở biểu đồ sau.

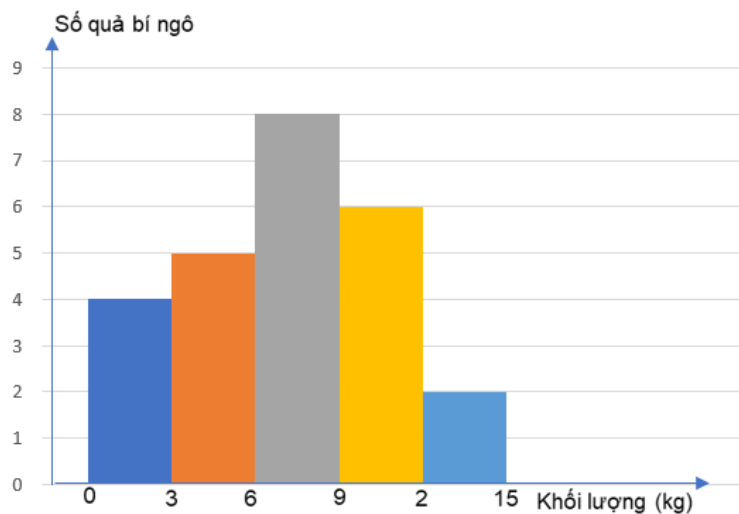
Biểu đồ tần số theo thời gian sử dụng



Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. 14,875. B. 14,4375. C. 13,125. D. 13,5625.

Câu 12. Khối lượng của các quả bí ngô (đơn vị: kg) trong một khu vườn được minh họa bằng biểu đồ sau:



Độ lệch chuẩn của của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

- A. 8,235. B. 3,531. C. 2,562. D. 5,241.

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Nồng độ thuốc $C(t)$ tính theo mg/cm^3 trong máu của bệnh nhân được tính bởi $C(t) = \frac{0,05t}{t^2 + t + 1}$, trong đó t là thời gian tính theo giờ kể từ khi tiêm cho bệnh nhân.

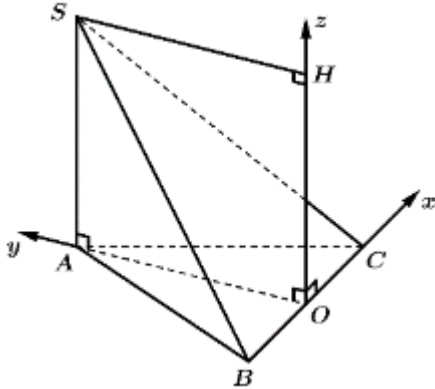
a) Hàm số $C(t)$ có đạo hàm $C'(t) = \frac{1-t^2}{20(t^2+t+1)^2}, t \geq 0$.

b) Sau khi tiêm, nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân giảm dần theo thời gian.

c) Nồng độ thuốc trong máu lớn nhất ở thời điểm 1 giờ sau khi tiêm.

d) Có thời điểm nồng độ trong máu của bệnh nhân đạt $0,02mg/cm^3$.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = a$ và đáy ABC là tam giác đều cạnh a , O là trung điểm của BC . Bằng cách thiết lập hệ tọa độ như hình vẽ, hãy xét tính đúng sai của các khẳng định sau



a) Điểm $A\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; 0; 0\right)$.

b) Trung điểm của cạnh SB là $M\left(-\frac{a}{4}; \frac{a\sqrt{3}}{4}; \frac{a}{2}\right)$.

c) Trọng tâm của tam giác SBC là điểm $G\left(0; \frac{a\sqrt{3}}{3}; \frac{a}{3}\right)$.

d) $\overline{SB} \cdot \overline{SC} = \frac{3a^2}{2}$

Câu 3. Bảng sau cho ta bảng tần số ghép nhóm về số liệu thống kê tỉ lệ che phủ rừng (đơn vị: %) của 60 tỉnh, thành phố ở Việt Nam (không bao gồm Hưng Yên, Vĩnh Long, Cần Thơ) tính đến ngày 31/12/2020. (Nguồn: <https://bandolamnghep.com>)

Nhóm	Tần số
[0;10)	17
[10;20)	6
[20;30)	3
[30;40)	4
[40;50)	9

[50; 60)	15
[60; 70)	5
[70; 80)	1
	$n = 60$

Xác định tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- a) Tỷ lệ che phủ rừng trung bình trên một tỉnh, thành phố được thống kê ở trên là lớn hơn 33%.
- b) Trung vị của mẫu số liệu trên là 40%.
- c) Có 20 tỉnh, thành phố có tỷ lệ che phủ rừng nhỏ hơn 10%.
- d) Một của mẫu số liệu trên là 5%.

Câu 4. Một trung tâm ngoại ngữ thực hiện kiểm tra đầu vào của 80 học sinh đăng kí học, kết quả kiểm tra được cho bởi bảng tần số ghép nhóm như Bảng.

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[0; 1)	0,5	2
[1; 2)	1,5	3
[2; 3)	2,5	3
[3; 4)	3,5	5
[4; 5)	4,5	8
[5; 6)	5,5	20
[6; 7)	6,5	16
[7; 8)	7,5	15
[8; 9)	8,5	6
[9; 10)	9,5	2
		$n = 80$

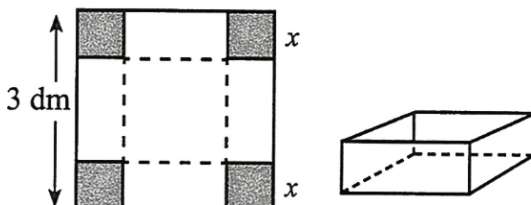
Xác định tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- a) Tổng số học sinh là 800.
- b) Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm đó là: 5,7875.
- c) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm đó là: $s^2 \approx 3,85$.
- d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm đó là: $s = \sqrt{3,85} \approx 1,962$.

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

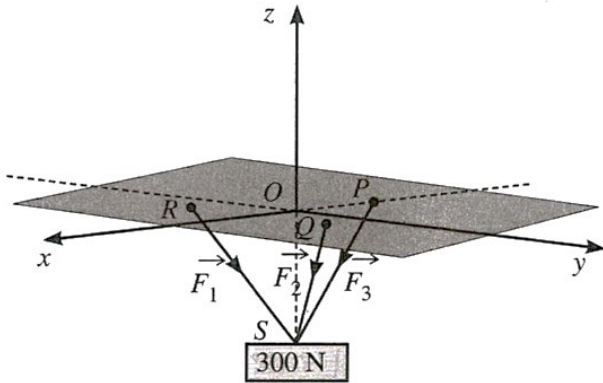
Câu 1. Cho một tấm nhôm có dạng hình vuông cạnh $3dm$. Bác Tùng cắt ở bốn góc bốn hình vuông cùng có độ dài cạnh bằng $x(dm)$, rồi gập tấm nhôm lại như Hình để được một cái hộp có dạng hình hộp chữ nhật không có nắp.



Gọi V là thể tích của khối hộp đó tính theo $x(dm)$. Giá trị lớn nhất của V là bao nhiêu decimet khối?

Câu 2. Một xưởng mộc dùng gỗ gụ để sản xuất 5 chiếc bàn mỗi ngày. Chi phí cho mỗi lần vận chuyển nguyên liệu là 5000 USD, chi phí để lưu trữ một đơn vị nguyên liệu là 10 USD mỗi ngày, trong đó một đơn vị là lượng nguyên liệu cần thiết để sản xuất 1 chiếc bàn. Hỏi mỗi lần xưởng mộc nên đặt mua bao nhiêu đơn vị nguyên liệu để chi phí trung bình hàng ngày (bao gồm chi phí vận chuyển và chi phí lưu trữ) trong chu kỳ sản xuất giữa các lần giao hàng là ít nhất?

Câu 3. Một vật có trọng lượng 300 N được treo bằng ba sợi dây cáp không dẫn có chiều dài bằng nhau, mỗi dây cáp có một đầu được gắn tại một trong các điểm $P(-2;0;0), Q(1;\sqrt{3};0), R(1;-\sqrt{3};0)$ còn đầu kia gắn với vật tại điểm $S(0;0;-\sqrt{3})$ như Hình



(trong đó mỗi đơn vị trên trục tương ứng với 1 N). Gọi $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ lần lượt là lực căng trên các sợi dây cáp RS, QS và PS .

Tìm $|\vec{F}_1| + |\vec{F}_2| + |\vec{F}_3|$ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vector $\vec{a} = (1; x+1; 1), \vec{b} = (2; 1; -1), \vec{c} = (1; 3; -3)$, với x là số thực thay đổi. Đặt $P = |\vec{a} + \vec{b}| + |\vec{a} - \vec{c}|$, tính giá trị nhỏ nhất của P (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

Câu 5. Kết quả thi thử của các thí sinh tại một trung tâm tiếng Anh được cho như sau:

Số câu đúng	26-30	31-35	36-40	41-45	46-50
Số thí sinh	5	15	30	20	10

Tìm khoảng tứ phân vị cho mẫu số liệu ghép nhóm.

Câu 6. Cụ li cú nhảy 3 bước của 40 học sinh lớp 12 được ghi lại ở bảng tần số ghép nhóm sau:

Độ dài (m)	[9;10)	[10;11)	[11;12)	[12;13)	[13;14)
Tần số	18	10	6	4	2

Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

PHIẾU TRẢ LỜI

PHẦN I

	A	B	C	D
1	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
10	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

	A	B	C	D
11	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
12	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Điểm

Điểm phần I: đ

Điểm phần II: đ

Điểm phần III: đ

Tổng: đ

PHẦN II

Câu 1		Câu 2		Câu 3		Câu 4	
Đúng	Sai	Đúng	Sai	Đúng	Sai	Đúng	Sai
a)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
b)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
c)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
d)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

PHẦN III

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
□ □ □ □	□ □ □ □	□ □ □ □	□ □ □ □	□ □ □ □	□ □ □ □
- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>

LỜI GIẢI THAM KHẢO

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	+
$f(x)$	$-\infty$	↗ 1	↘ -2	↗ $+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực đại tại

A. $x = -2$.

B. $x = 2$.

C. $x = 1$.

D. $x = -1$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số đạt cực đại tại điểm mà đạo hàm đổi dấu từ dương sang âm.

Từ bảng biến thiên hàm số đạt cực đại tại $x = -1$.

Câu 2. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 12x^2 - 4$ trên đoạn $[0; 9]$ bằng

A. -39 .

B. -40 .

C. -36 .

D. -4 .

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } f'(x) = 4x^3 - 24x; f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{6} \end{cases}$$

$$\text{Tính được: } f(0) = -4; f(9) = 5585 \text{ và } f(\sqrt{6}) = -40.$$

$$\text{Suy ra } \min_{[0;9]} f(x) = -40.$$

Câu 3. Cho hàm số $y = \frac{-4x^2 - 2x - 5}{-x + 2}$. Đường tiệm cận xiên của hàm số là

A. $y = 2x + 10$.

B. $y = 3x + 10$.

C. $y = 5x + 10$.

D. $y = 4x + 10$.

Lời giải

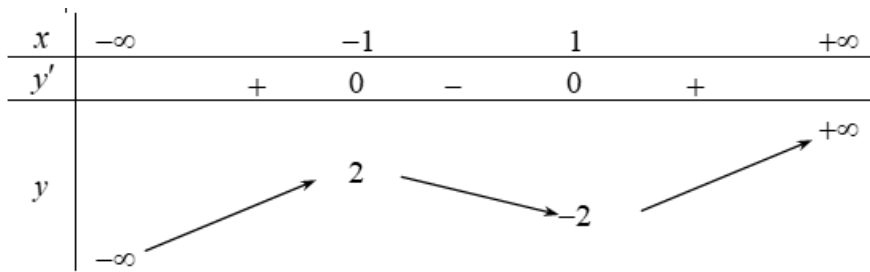
Giả sử đường tiệm cận xiên có dạng $y = ax + b$. Ta tìm hệ số a và b như sau

$$a = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-4x^2 - 2x - 5}{-x + 2} = 4; b = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{-4x^2 - 2x - 5}{-x + 2} - 4x \right) = 10 \Rightarrow y = 4x + 10$$

Do đó ta được tiệm cận xiên là $y = 4x + 10$.

Chọn đáp án **D**.

Câu 4. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?



- A. $y = -x^3 + 3x$. **B.** $y = x^3 - 3x$. C. $y = -x^2 + 2x$. D. $y = x^2 - 2x$.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị ta có đây là đồ thị hàm số bậc 3 với hệ số $a > 0$.

- Câu 5.** Cho hình lăng trụ tam giác $ABCA'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}, \overrightarrow{AB} = \vec{b}, \overrightarrow{AC} = \vec{c}, \overrightarrow{BC} = \vec{d}$. Trong các biểu thức véctơ sau đây, biểu thức nào **đúng**.

- A. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{d}$. **B.** $\vec{a} = \vec{b} + \vec{c}$. C. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$. D. $\vec{b} - \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn D

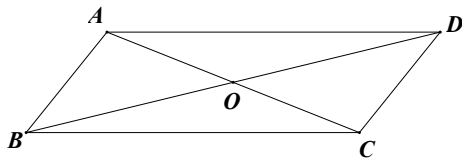
Ta có: $\vec{b} - \vec{c} + \vec{d} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BC} = \vec{0}$.

- Câu 6.** Trong không gian cho điểm O và bốn điểm A, B, C, D không thẳng hàng. Điều kiện cần và đủ để A, B, C, D tạo thành hình bình hành là:

- A. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$. **B.** $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD}$.
 C. $\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OD}$. **D.** $\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OD}$.

Lời giải

Chọn B



- Câu 7.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;-1), B(1;-1;2)$. Tìm tọa độ một vectơ \vec{n} vuông góc với hai vectơ $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$

- A. $(2;3;-1)$. **B.** $(3;5;-2)$. C. $(2;-3;-1)$. **D.** $(-1;-3;-1)$.

Lời giải

$$[\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}] = (-1; -3; -1)$$

- Câu 8.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(-1;5;3)$ và $M(2;1;-2)$. Tọa độ điểm B biết M là trung điểm của AB là

- A. $B\left(\frac{1}{2}; 3; \frac{1}{2}\right)$. B. $B(-4; 9; 8)$.
 C. $B(5; 3; -7)$. D. $B(5; -3; -7)$.

Lời giải

Giả sử $B(x_B; y_B; z_B)$.

Vì M là trung điểm của AB nên ta có:

$$\begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} \\ z_M = \frac{z_A + z_B}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = \frac{-1 + x_B}{2} \\ 1 = \frac{5 + y_B}{2} \\ -2 = \frac{3 + z_B}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = 5 \\ y_B = -3 \\ z_B = -7 \end{cases}. \text{ Vậy } B(5; -3; -7).$$

- Câu 9.** Bảng dưới đây ghi lại cân nặng của 20 quả mãng cầu được lựa chọn ngẫu nhiên từ một lô hàng (đơn vị: kg).

1,50	1,50	1,50	1,55	1,60	1,65	1,65	1,70	1,75	1,80
1,80	1,85	1,90	1,95	2,00	2,05	2,05	2,10	2,10	2,10

Mốt của mẫu số liệu trên là

- A. 3. B. 1,50. C. 2,10. D. 1,50 và 2,10.

Lời giải

Chọn D

Hai giá trị 1,50 và 2,10 cùng xuất hiện nhiều lần nhất (3 lần) nên mốt của mẫu số liệu trên là 1,50 và 2,10.

- Câu 10.** Bảng dưới đây ghi lại cân nặng của 20 quả mãng cầu được lựa chọn ngẫu nhiên từ một lô hàng (đơn vị: kg).

1,50	1,50	1,50	1,55	1,60	1,65	1,65	1,70	1,75	1,80
1,80	1,85	1,90	1,95	2,00	2,05	2,05	2,10	2,10	2,10

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là

- A. 0,4. B. 0,5. C. 0,6. D. 0,7.

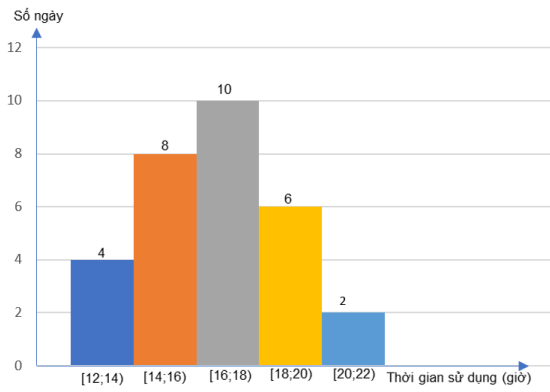
Lời giải

Chọn A

Ta có $Q_1 = 1,625$ và $Q_3 = \frac{2,00 + 2,05}{2} = 2,025$ nên khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là

$$\Delta_Q = 2,025 - 1,625 = 0,4.$$

- Câu 11.** Bác Minh thông kê lại thời gian sử dụng điện thoại của mình từ khi điện thoại được sạc đầy pin cho đến khi pin được sử dụng hết trong 30 ngày ở biểu đồ sau.
 Biểu đồ tần số theo thời gian sử dụng



Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 14,875.

B. 14,4375.

C. 13,125.

D. 13,5625.

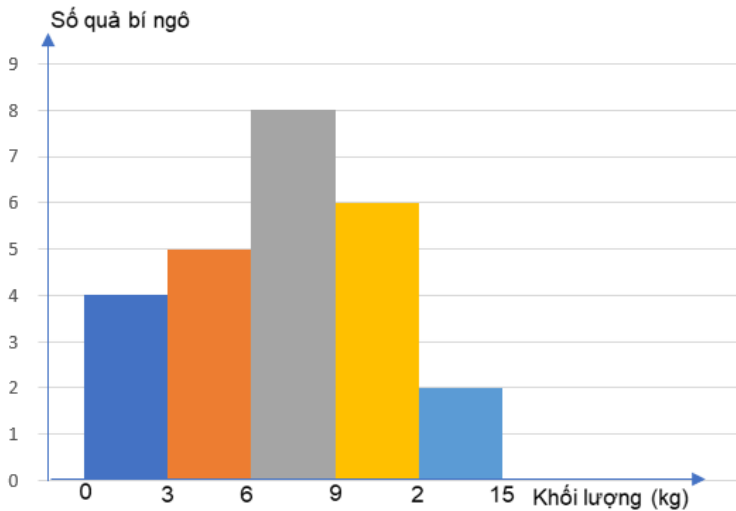
Lời giải

Chọn A

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm thuộc nhóm [14;16). Tứ phân vị thứ nhất của

mẫu số liệu ghép nhóm trên là $Q_1 = 14 + \frac{\frac{30}{4} - 4}{8} \cdot (16 - 14) = 14,875$.

Câu 12. Khối lượng của các quả bí ngô (đơn vị: kg) trong một khu vườn được minh họa bằng biểu đồ sau:



Độ lệch chuẩn của của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

A. 8,235.

B. 3,531.

C. 2,562.

D. 5,241.

Lời giải

Ta có bảng thống kê ghép nhóm:

Khối lượng	[0;3)	[3;6)	[6;9)	[9;12)	[12;15)
Khối lượng đại diện	1,5	4,5	7,5	10,5	13,5
Số quả	4	5	8	6	2

Cỡ mẫu: $n = 4 + 5 + 8 + 6 + 2 = 25$

Số trung bình của mẫu số liệu: $\bar{x} = \frac{1}{25} (4 \cdot 1,5 + 5 \cdot 4,5 + 8 \cdot 7,5 + 6 \cdot 10,5 + 2 \cdot 13,5) = 7,14$

Phương sai của mẫu số liệu:

$$S^2 = \frac{1}{25} (4.1,5^2 + 5.4,5^2 + 8.7,5^2 + 6.10,5^2 + 2.13,5^2) - 7,14^2 = 12,4704$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên là: $S = \sqrt{12,4704} \approx 3,531$

Chọn B

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Nồng độ thuốc $C(t)$ tính theo mg/cm^3 trong máu của bệnh nhân được tính bởi $C(t) = \frac{0,05t}{t^2 + t + 1}$, trong đó t là thời gian tính theo giờ kể từ khi tiêm cho bệnh nhân.

a) Hàm số $C(t)$ có đạo hàm $C'(t) = \frac{1-t^2}{20(t^2+t+1)^2}, t \geq 0$.

b) Sau khi tiêm, nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân giảm dần theo thời gian.

c) Nồng độ thuốc trong máu lớn nhất ở thời điểm 1 giờ sau khi tiêm.

d) Có thời điểm nồng độ trong máu của bệnh nhân đạt $0,02mg/cm^3$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

$$C'(t) = 0,05 \cdot \frac{t^2 + t + 1 - t(2t + 1)}{(t^2 + t + 1)^2} = \frac{1 - t^2}{20(t^2 + t + 1)^2}, t \geq 0.$$

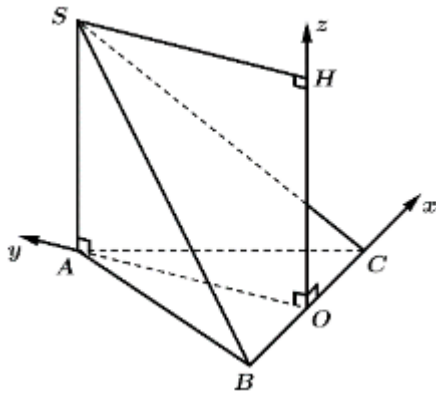
Bảng biến thiên:

t	0	1	$+\infty$
$C'(t)$		+	0
			-
$C(t)$	0	$\nearrow \frac{1}{60}$	$\searrow 0$

Từ đó, a) và c) đúng; b) sai.

Vì giá trị lớn nhất của $C(t)$ là $\frac{1}{60} \approx 0,01666... < 0,02$ nên d) sai.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = a$ và đáy ABC là tam giác đều cạnh a , O là trung điểm của BC . Bằng cách thiết lập hệ tọa độ như hình vẽ, hãy xét tính đúng sai của các khẳng định sau



a) Điểm $A\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; 0; 0\right)$.

b) Trung điểm của cạnh SB là $M\left(-\frac{a}{4}; \frac{a\sqrt{3}}{4}; \frac{a}{2}\right)$.

c) Trọng tâm của tam giác SBC là điểm $G\left(0; \frac{a\sqrt{3}}{3}; \frac{a}{3}\right)$.

d) $\overline{SB} \cdot \overline{SC} = \frac{3a^2}{2}$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

Ta có: $A \in$ tia Oy và $OA = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow A\left(0; \frac{a\sqrt{3}}{2}; 0\right)$

Điểm $S\left(0; \frac{a\sqrt{3}}{2}; a\right), B\left(-\frac{a}{2}; 0; 0\right); C\left(\frac{a}{2}; 0; 0\right)$ nên

Trung điểm của cạnh SB là $M\left(-\frac{a}{4}; \frac{a\sqrt{3}}{4}; \frac{a}{2}\right)$.

Trọng tâm của tam giác SBC là điểm $G\left(0; \frac{a\sqrt{3}}{6}; \frac{a}{3}\right)$.

Ta có: $\overline{SB} = \left(-\frac{a}{2}; -\frac{a\sqrt{3}}{2}; -a\right), \overline{SC} = \left(\frac{a}{2}; -\frac{a\sqrt{3}}{2}; -a\right)$

Suy ra $\overline{SB} \cdot \overline{SC} = \frac{-a^2}{4} + \frac{3a^2}{4} + a^2 = \frac{3a^2}{2}$.

Câu 3. Bảng sau cho ta bảng tần số ghép nhóm về số liệu thống kê tỉ lệ che phủ rừng (đơn vị: %) của 60 tỉnh, thành phố ở Việt Nam (không bao gồm Hưng Yên, Vĩnh Long, Cần Thơ) tính đến ngày 31/12/2020. (Nguồn: <https://bandolamnghiep.com>)

Nhóm	Tần số
$[0; 10)$	17

[10; 20)	6
[20; 30)	3
[30; 40)	4
[40; 50)	9
[50; 60)	15
[60; 70)	5
[70; 80)	1
	$n = 60$

Xác định tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- a) Tỷ lệ che phủ rừng trung bình trên một tỉnh, thành phố được thống kê ở trên là lớn hơn 33%.
- b) Trung vị của mẫu số liệu trên là 40%.
- c) Có 20 tỉnh, thành phố có tỷ lệ che phủ rừng nhỏ hơn 10%.
- d) Một của mẫu số liệu trên là 5%.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

Tỷ lệ che phủ rừng trung bình trên một tỉnh, thành phố là:

$$\bar{x} = \frac{17.5 + 6.15 + 3.25 + 4.35 + 9 \cdot 45 + 15 \cdot 55 + 5 \cdot 65 + 1.75}{60} = \frac{101}{3} (\%) > 33(\%).$$

Trung vị của mẫu số liệu đó là:

$$M_e = 30 + \left(\frac{30 - 26}{4} \right) \cdot 10 = 40(\%).$$

Theo bảng thống kê thì có 17 tỉnh, thành phố có tỷ lệ che phủ rừng nhỏ hơn 10%. Một của mẫu số liệu đó là:

$$M_o = 0 + \left(\frac{17 - 0}{2 \cdot 17 - 0 - 6} \right) \cdot 10 \approx 6(\%).$$

Câu 4. Một trung tâm ngoại ngữ thực hiện kiểm tra đầu vào của 80 học sinh đăng kí học, kết quả kiểm tra được cho bởi bảng tần số ghép nhóm như Bảng.

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[0; 1)	0,5	2
[1; 2)	1,5	3
[2; 3)	2,5	3
[3; 4)	3,5	5
[4; 5)	4,5	8
[5; 6)	5,5	20
[6; 7)	6,5	16
[7; 8)	7,5	15
[8; 9)	8,5	6
[9; 10)	9,5	2

		$n = 80$
--	--	----------

Xác định tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- a) Tổng số học sinh là 800.
b) Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm đó là: 5,7875.
c) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm đó là: $s^2 \approx 3,85$.
d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm đó là: $s = \sqrt{3,85} \approx 1,962$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------------	----------------	----------------	----------------

Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm ở Bảng 17 là:

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{2 \cdot 0,5 + 3 \cdot 1,5 + 3 \cdot 2,5 + 5 \cdot 3,5 + 8 \cdot 4,5 + 20 \cdot 5,5 + 16 \cdot 6,5 + 15 \cdot 7,5 + 6 \cdot 8,5 + 2 \cdot 9,5}{80} \\ &= \frac{463}{80} = 5,7875.\end{aligned}$$

Vậy phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm đó là:

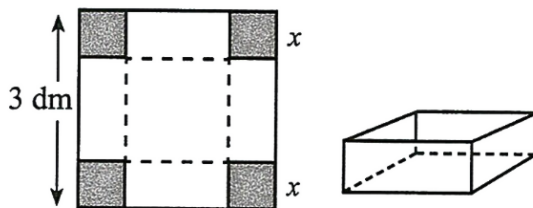
$$\begin{aligned}s^2 &= \frac{1}{80} \left[2 \cdot (0,5 - 5,7875)^2 + 3 \cdot (1,5 - 5,7875)^2 + 3 \cdot (2,5 - 5,7875)^2 + \right. \\ &+ 5 \cdot (3,5 - 5,7875)^2 + 8 \cdot (4,5 - 5,7875)^2 + 20 \cdot (5,5 - 5,7875)^2 + \\ &+ 16 \cdot (6,5 - 5,7875)^2 + 15 \cdot (7,5 - 5,7875)^2 + 6 \cdot (8,5 - 5,7875)^2 + \\ &\left. + 2 \cdot (9,5 - 5,7875)^2 \right] = \frac{24671}{6400} \approx 3,85.\end{aligned}$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm đó là: $s = \sqrt{3,85} \approx 1,962$.

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho một tấm nhôm có dạng hình vuông cạnh $3dm$. Bác Tùng cắt ở bốn góc bốn hình vuông cùng có độ dài cạnh bằng $x(dm)$, rồi gập tấm nhôm lại như Hình để được một cái hộp có dạng hình hộp chữ nhật không có nắp.



Gọi V là thể tích của khối hộp đó tính theo $x(dm)$. Giá trị lớn nhất của V là bao nhiêu decimet khối?

Lời giải

Trả lời: 2

Ta thấy độ dài $x(dm)$ của cạnh hình vuông bị cắt thỏa mãn điều kiện $0 < x < 1,5$.

Thể tích của khối hộp là $V(x) = x(3-2x)^2$ với $0 < x < 1,5$. Ta phải tìm $x_0 \in (0; 1,5)$ sao cho $V(x_0)$ có giá trị lớn nhất.

Ta có: $V'(x) = (3-2x)^2 - 4x(3-2x) = (3-2x)(3-6x) = 3(3-2x)(1-2x)$.

Trên khoảng $(0; 1,5)$, $V'(x) = 0$ khi $x = 0,5$.

Bảng biến thiên của hàm số $V(x)$ như sau:

x	0	0,5	1,5	
$V'(x)$		+	0	-
$V(x)$	0	↗ 2 ↘		0

Căn cứ bảng biến thiên, ta thấy: Trên khoảng $(0; 1,5)$, hàm số $V(x)$ đạt giá trị lớn nhất bằng 2 tại $x = 0,5$. Vậy giá trị lớn nhất của V là $2dm^3$.

Câu 2. Một xưởng mộc dùng gỗ gụ để sản xuất 5 chiếc bàn mỗi ngày. Chi phí cho mỗi lần vận chuyển nguyên liệu là 5000 USD, chi phí để lưu trữ một đơn vị nguyên liệu là 10 USD mỗi ngày, trong đó một đơn vị là lượng nguyên liệu cần thiết để sản xuất 1 chiếc bàn. Hỏi mỗi lần xưởng mộc nên đặt mua bao nhiêu đơn vị nguyên liệu để chi phí trung bình hằng ngày (bao gồm chi phí vận chuyển và chi phí lưu trữ) trong chu kỳ sản xuất giữa các lần giao hàng là ít nhất?

Lời giải

Trả lời: 70

Giả sử nguyên liệu được giao sau mỗi x ngày ($x > 0$). Để đảm bảo đủ nguyên liệu cho mỗi chu kỳ sản xuất, xưởng mộc phải đặt $5x$ đơn vị nguyên liệu cho mỗi lần giao hàng.

Trong mỗi ngày của chu kỳ sản xuất, lượng nguyên liệu cần được lưu trữ trung bình là $\frac{5x}{2}$ đơn vị nguyên liệu. Do đó, chi phí để lưu trữ nguyên liệu trong x ngày của chu kỳ sản xuất là $10 \cdot \frac{5x}{2} \cdot x = 25x^2$ (USD).

Từ đây, chi phí cần bỏ ra cho mỗi chu kỳ sản xuất là $C(x) = 5000 + 25x^2$. Do đó, ta có hàm chi phí trung bình hằng ngày trong một chu kỳ sản xuất là $c(x) = \frac{C(x)}{x} = \frac{5000}{x} + 25x$

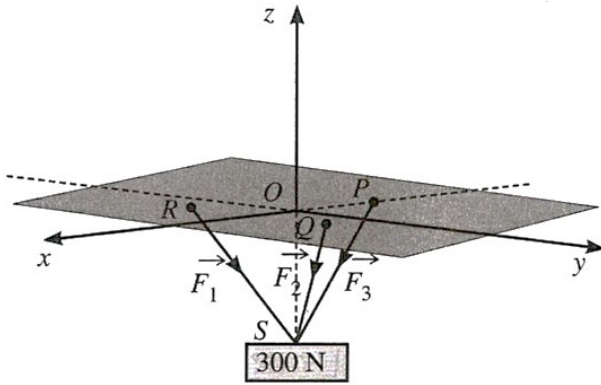
Ta có: $c'(x) = -\frac{5000}{x^2} + 25$; $c'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 10\sqrt{2} \approx 14,14$.

Lập bảng biến thiên:

x	0	$10\sqrt{2}$	$+\infty$	
c'		-	0	+
c	$+\infty$	↘ $500\sqrt{2}$ ↗		$+\infty$

Vậy để chi phí trung bình hằng ngày trong một chu kỳ sản xuất là ít nhất thì xưởng mộc nên đặt giao nguyên liệu sau mỗi 14 ngày và mỗi lần giao $5 \cdot 14 = 70$ đơn vị nguyên liệu.

Câu 3. Một vật có trọng lượng 300 N được treo bằng ba sợi dây cáp không dẫn có chiều dài bằng nhau, mỗi dây cáp có một đầu được gắn tại một trong các điểm $P(-2;0;0), Q(1;\sqrt{3};0), R(1;-\sqrt{3};0)$ còn đầu kia gắn với vật tại điểm $S(0;0;-2\sqrt{3})$ như Hình



(trong đó mỗi đơn vị trên trục tương ứng với 1 N). Gọi $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ lần lượt là lực căng trên các sợi dây cáp RS, QS và PS .

Tìm $|\vec{F}_1| + |\vec{F}_2| + |\vec{F}_3|$ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

Lời giải

Trả lời: 346

Theo giả thiết, ta có các điểm $S(0;0;-2\sqrt{3}), P(-2;0;0), Q(1;\sqrt{3};0), R(1;-\sqrt{3};0)$.

Khi đó: $\vec{SP} = (-2;0;2\sqrt{3}), \vec{SQ} = (1;\sqrt{3};2\sqrt{3}), \vec{SR} = (1;-\sqrt{3};2\sqrt{3})$.

Suy ra $|\vec{SP}| = |\vec{SQ}| = |\vec{SR}| = 4$. Lại có $\vec{PQ} = (3;\sqrt{3};0), \vec{QR} = (0;-2\sqrt{3};0), \vec{RP} = (-3;\sqrt{3};0)$, vì $|\vec{PQ}| = |\vec{QR}| = |\vec{RP}| = 2\sqrt{3}$ nên tam giác PQR đều. Do đó, $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3|$.

Vì vậy, tồn tại hằng số $c \neq 0$ sao cho:

$$\vec{F}_1 = c\vec{SR} = (c; -\sqrt{3}c; 2\sqrt{3}c),$$

$$\vec{F}_2 = c\vec{SQ} = (c; \sqrt{3}c; 2\sqrt{3}c),$$

$$\vec{F}_3 = c\vec{SP} = (-2c; 0; 2\sqrt{3}c).$$

$$\text{Suy ra } \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = (0; 0; 6\sqrt{3}c).$$

Mặt khác, ta có: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{F}$, trong đó $\vec{F} = (0; 0; -300)$ là trọng lực của vật.

$$\text{Suy ra } 6\sqrt{3}c = -300, \text{ tức là } c = \frac{-50\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Vậy } \vec{F}_1 = \left(\frac{-50\sqrt{3}}{3}; 50; -100 \right), \vec{F}_2 = \left(\frac{-50\sqrt{3}}{3}; -50; -100 \right), \vec{F}_3 = \left(\frac{100\sqrt{3}}{3}; 0; -100 \right).$$

$$\text{Vậy } |\vec{F}_1| + |\vec{F}_2| + |\vec{F}_3| \approx 346$$

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a} = (1; x+1; 1)$, $\vec{b} = (2; 1; -1)$, $\vec{c} = (1; 3; -3)$, với x là số thực thay đổi. Đặt $P = |\vec{a} + \vec{b}| + |\vec{a} - \vec{c}|$, tính giá trị nhỏ nhất của P (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

Lời giải

Trả lời: 8

$$\text{Ta có } \vec{a} + \vec{b} = (3; x+2; 0) \Rightarrow |\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{(x+2)^2 + 3^2}$$

$$\text{Lại có } \vec{a} - \vec{c} = (0; x-2; 4) \Rightarrow |\vec{a} - \vec{c}| = \sqrt{(x-2)^2 + 4^2}$$

$$\Rightarrow P = \sqrt{(x+2)^2 + 3^2} + \sqrt{(x-2)^2 + 4^2} \geq \sqrt{[(x+2) + (2-x)]^2 + (3+4)^2} = \sqrt{65} \approx 8$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi } \frac{x+2}{3} = \frac{2-x}{4} \Leftrightarrow x = \frac{4}{7}.$$

Câu 5. Kết quả thi thử của các thí sinh tại một trung tâm tiếng Anh được cho như sau:

Số câu đúng	26-30	31-35	36-40	41-45	46-50
Số thí sinh	5	15	30	20	10

Tìm khoảng tứ phân vị cho mẫu số liệu ghép nhóm.

Lời giải

Trả lời: 7,5

Hiệu chỉnh các nhóm ta thu được bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm	[25,5; 30,5)	[30,5; 35,5)	[35,5; 40,5)	[40,5; 45,5)	[45,5; 50,5)
Tần số	5	15	30	20	10

Tổng số thí sinh là $n = 5 + 15 + 30 + 20 + 10 = 80$.

$$\text{Do } \frac{n}{4} = 20 \text{ nên } Q_1 = 35,5.$$

Do $\frac{3n}{4} = 60$ nên nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là $[40,5; 45,5)$. Ta có:

$$Q_3 = 40,5 + \frac{60 - (5 + 15 + 30)}{20} \cdot 5 = 43.$$

Do đó, khoảng tứ phân vị là $\Delta_Q = 43 - 35,5 = 7,5$.

Câu 6. Cụ li cú nhảy 3 bước của 40 học sinh lớp 12 được ghi lại ở bảng tần số ghép nhóm sau:

Độ dài (m)	[9;10)	[10;11)	[11;12)	[12;13)	[13;14)
Tần số	18	10	6	4	2

Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Lời giải

Trả lời: 1,2

Ta có bảng thống kê cụ li cú nhảy của các học sinh theo giá trị đại diện:

Độ dài đại diện (m)	9,5	10,5	11,5	12,5	13,5
Tần số	18	10	6	4	2

Cơ mẫu $n = 40$.

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x} = \frac{18 \cdot 9,5 + 10 \cdot 10,5 + 6 \cdot 11,5 + 4 \cdot 12,5 + 2 \cdot 13,5}{40} = 10,55.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S^2 = \frac{1}{40} (18 \cdot 9,5^2 + 10 \cdot 10,5^2 + 6 \cdot 11,5^2 + 4 \cdot 12,5^2 + 2 \cdot 13,5^2) - 10,55^2 = 1,4475 \approx 1,45$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là $S = \sqrt{1,4475} \approx 1,2$

ĐỀ 8

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

Câu 1. Cho hàm $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$	↗		2	↘		-5
		↗			↘		$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. 3. B. -5. C. 0. D. 2.

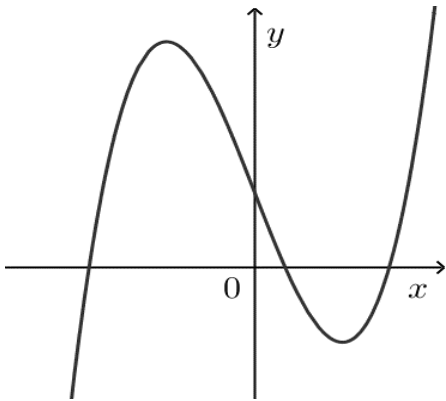
Câu 2. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 9$ trên đoạn $[-2; 3]$ bằng

- A. 201 B. 2 C. 9 D. 54

Câu 3. Cho hàm số $y = \frac{3x^2 + 5x - 4}{-5x + 4}$. Đường tiệm cận xiên của hàm số là

- A. $y = \frac{3}{5}x - \frac{37}{25}$. B. $y = -\frac{3}{5}x + \frac{37}{25}$. C. $y = -\frac{4}{5}x - \frac{7}{25}$. D. $y = -\frac{3}{5}x - \frac{37}{25}$.

Câu 4. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



- A. $y = x^3 - 3x + 1$ B. $y = -x^3 + 3x + 1$ C. $y = x^2 - x^2 + 1$ D. $y = -x^2 + x - 1$

Câu 5. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó, vector bằng vector \overrightarrow{AB} là vector nào dưới đây?

- A. $\overrightarrow{D'C'}$. B. \overrightarrow{BA} . C. \overrightarrow{CD} . D. $\overrightarrow{B'A'}$.

Câu 6. Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Gọi O là tâm của hình lập phương. Chọn đẳng thức đúng?

- A. $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$. B. $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$.
 C. $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$. D. $\overrightarrow{AO} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ một vectơ \vec{n} vuông góc với cả hai vectơ $\vec{a} = (1; 1; -2)$, $\vec{b} = (1; 0; 3)$ là

A. $(2; 3; -1)$. B. $(3; 5; -2)$. C. $(2; -3; -1)$. D. $(3; -5; -1)$.

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 3; 4)$, $B(2; -1; 0)$, $C(3; 1; 2)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

A. $G(2; 1; 2)$. B. $G(6; 3; 6)$. C. $G\left(3; \frac{2}{3}; 3\right)$. D. $G(2; -1; 2)$.

Câu 9. Bảng dưới đây ghi lại tốc độ của một số chiếc xe ô tô khi đi qua một điểm đo tốc độ.

Tốc độ (km/h)	[50; 52)	[52; 54)	[54; 56)	[56; 58)	[58; 60)
Số xe ô tô	40	32	25	20	8

Khoảng biến thiên (đơn vị: km/h) của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 8. B. 10. C. 6. D. 12.

Câu 10. Bảng dưới đây ghi lại tốc độ của một số chiếc xe ô tô khi đi qua một điểm đo tốc độ.

Tốc độ (km/h)	[50; 52)	[52; 54)	[54; 56)	[56; 58)	[58; 60)
Số xe ô tô	40	32	25	20	8

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. [50; 52). B. [52; 54). C. [54; 56). D. [58; 60).

Câu 11. Xét mẫu số liệu ghép nhóm được cho ở Bảng.

Nhóm	Tần số	Tần số tích lũy
[50; 60)	3	3
[60; 70)	5	8
[70; 80)	25	33
[80; 90)	4	37
[90; 100)	3	40
	$n = 40$	

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm đó là:

A. 9,08. B. 82,4375. C. 74,75. D. 50.

Câu 12. Xét mẫu số liệu ghép nhóm cho ở Bảng.

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
$[a_1; a_2)$	x_1	n_1
$[a_2; a_3)$	x_2	n_2
....		
$[a_m; a_{m+1})$	x_m	n_m
		n

Gọi \bar{x} là số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm đó được tính bằng công thức nào trong các công thức sau?

A. $s^2 = \frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{n}$.

B. $s = \sqrt{\frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{m}}$.

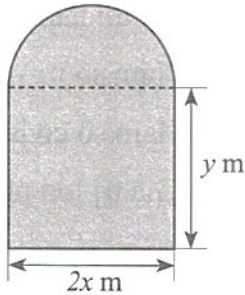
C. $s = \sqrt{\frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{n}}$.

$$D. s^2 = \frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{m}.$$

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Người ta dùng một thanh thép có chiều dài 4 m để uốn thành khung viền của một cửa sổ có dạng một hình chữ nhật ghép với nửa hình tròn có các kích thước được cho trên Hình.



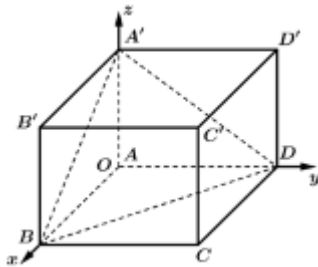
a) Có thể biểu thị y theo công thức $y = 2 - \frac{(\pi - 2)x}{2}$.

b) Diện tích của cửa sổ được tính bởi công thức $S(x) = 4x - 2x^2 - \frac{\pi x^2}{2}$ (m^2)

c) Diện tích của cửa sổ lớn nhất khi $x = \frac{4}{\pi + 2}$ (m).

d) Giá trị lớn nhất của diện tích cửa sổ là $\frac{8}{\pi + 4}$ (m^2).

Câu 2. Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ gắn với hình hộp chữ nhật $ABCD \cdot A'B'C'D'$ như hình vẽ có điểm A trùng với gốc tọa độ O , $AB = a$, $AD = 2a$, $AA' = 3a$, đơn vị của mỗi trục bằng độ dài cạnh hình hộp. Gọi G là trọng tâm tam giác $A'BD$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau



a) $\overrightarrow{BD'} = (-a; 2a; 3a)$.

b) $G\left(\frac{a}{3}; \frac{2a}{3}; a\right)$.

c) Ba điểm A, G, C' thẳng hàng.

d) Thể tích của khối chóp $G.ABCD$ bằng $\frac{a^2}{3}$.

Câu 3. Bạn An và bạn Bình làm thí nghiệm trồng cây. Mỗi bạn trồng 40 cây cần tây trong cốc, phần gốc của các cây khi bắt đầu trồng đều dài 4 cm. Bảng 1 và Bảng 2 lần lượt biểu diễn mẫu số liệu

ghép nhóm về số liệu thống kê chiều cao của các cây (đơn vị: centimét) mà bạn An và bạn Bình trồng sau 5 tuần.

Nhóm	Tần số
[20;25)	2
[25;30)	16
[30;35)	20
[35;40)	2
	$n = 40$

Bảng 1

Nhóm	Tần số
[20;25)	5
[25;30)	9
[30;35)	25
[35;40)	1
	$n = 40$

Bảng 2

Xác định tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- Chiều cao trung bình của mỗi cây do hai bạn An và Bình trồng không bằng nhau.
- Khoảng biến thiên của cả hai mẫu số liệu trên là 20.
- Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ở Bảng 1 là 5,5.
- Chiều cao của các cây mà bạn Bình trồng đồng đều hơn các cây mà bạn An trồng.

Câu 4. Bảng 1 và Bảng 2 lần lượt biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm thống kê mức lương của hai công ty A, B (đơn vị: triệu đồng).

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số	Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[10;15)	12,5	15	[10;15)	12,5	25
[15;20)	17,5	18	[15;20)	17,5	15
[20;25)	22,5	10	[20;25)	22,5	7
[25;30)	27,5	10	[25;30)	27,5	5
[30;35)	32,5	5	[30;35)	32,5	5
[35;40)	37,5	2	[35;40)	37,5	3
		$n = 60$			$n = 60$
Bảng 1			Bảng 2		

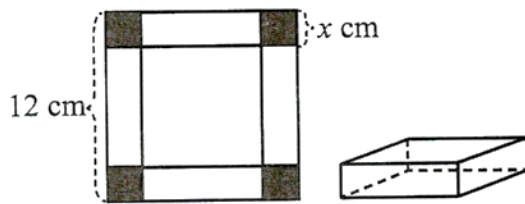
Xác định tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm ở Bảng 1 là $\frac{62}{3}$ (triệu đồng).
- Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm ở Bảng 1 là: $s_1^2 \approx 49,1389$
- Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm ở Bảng 2 là: $s_2 \approx 7,61$ (triệu đồng).
- Công ty B có mức lương đồng đều hơn công ty A

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

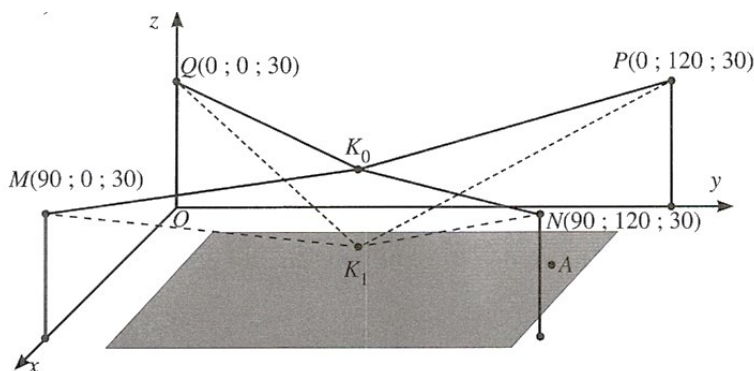
Câu 1. Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 12 cm , người ta cắt ở bốn góc bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng $x(\text{cm})$, rồi gấp tấm nhôm lại như Hình để được một cái hộp có dạng hình hộp chữ nhật không có nắp. Giá trị của x bằng bao nhiêu centimet để thể tích của khối hộp đó là lớn nhất (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



Câu 2. Bác Hưng có một hàng rào thép dài 240 m và muốn rào cánh đồng thành một thửa ruộng hình chữ nhật giáp một con sông thẳng. Bác không cần rào phía cạnh con sông. Hỏi thửa ruộng có diện tích lớn nhất là bao nhiêu?

Câu 3. Người ta cần lắp một camera phía trên sân bóng để phát sóng truyền hình một trận bóng đá, camera có thể di động để luôn thu được hình ảnh rõ nét về diễn biến trên sân. Các kĩ sư dự định trồng bốn chiếc cột cao 30 m và sử dụng hệ thống cáp gắn vào bốn đầu cột để giữ camera ở vị trí mong muốn.

Mô hình thiết kế được xây dựng như sau: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị độ dài trên mỗi trục là 1 m), các đỉnh của bốn chiếc cột lần lượt là các điểm $M(90;0;30)$, $N(90;120;30)$, $P(0;120;30)$, $Q(0;0;30)$ (Hình).



Giả sử K_0 là vị trí ban đầu của camera có cao độ bằng 25 và $K_0M = K_0N = K_0P = K_0Q$. Để theo dõi quả bóng đến vị trí A , camera được hạ thấp theo phương thẳng đứng xuống điểm K_1 có cao độ bằng 19

(Nguồn: <https://abiturloesung.de>; Abitur Bayern 2016 Geometrie VI).

Tìm độ lớn vectơ $\overrightarrow{K_0K_1}$.

Câu 4. Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị tính bằng mét). Bạn Huyền quan sát và phát hiện một con chim đang bay với tốc độ và hướng không đổi từ điểm $A(20;40;30)$ đến điểm $B(40;50;50)$ trong vòng 4 phút.



Nếu con chim bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì sau 2 phút con chim ở vị trí $C(a;b;c)$. Tính tổng $a+b+c$

Câu 5. Một trung tâm tiếng Anh tổ chức thi thử cho 120 học sinh đã đăng kí. Kết quả điểm của 120 học sinh là một mẫu số liệu có bảng tần số, tần số tích lũy như Bảng. Tính khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đó (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

Nhóm	Tần số	Tần số tích lũy
[0;1)	2	2
[1;2)	4	6
[2;3)	7	13
[3;4)	7	20
[4;5)	16	36
[5;6)	28	64
[6;7)	25	89
[7;8)	20	109
[8;9)	7	116
[9;10]	4	120
	$n = 120$	

Câu 6. Thầy giáo cho các bạn học sinh lớp 8 vận dụng khái niệm tam giác đồng dạng để thực hành đo chiều cao của cột cờ. Kết quả đo của các bạn trong lớp được biểu diễn ở bảng sau:

Chiều cao (m)	[4,9;5,0)	[5,0;5,1)	[5,1;5,2)	[5,2;5,3)
Số học sinh	9	15	12	4

Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

PHIẾU TRẢ LỜI

PHẦN I

	A	B	C	D
1	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
10	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

	A	B	C	D
11	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
12	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Điểm

Điểm phần I: đ

Điểm phần II: đ

Điểm phần III: đ

Tổng: đ

PHẦN II

Câu 1		Câu 2		Câu 3		Câu 4	
Đúng	Sai	Đúng	Sai	Đúng	Sai	Đúng	Sai
a)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
b)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
c)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
d)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

PHẦN III

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
□ □ □ □	□ □ □ □	□ □ □ □	□ □ □ □	□ □ □ □	□ □ □ □
- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

LỜI GIẢI THAM KHẢO

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

Câu 1. Cho hàm $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2	-5	$+\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. 3. **B. -5.** C. 0. D. 2.

Lời giải

Chọn B

Từ BBT ta có hàm số đạt giá trị cực tiểu $f(3) = -5$ tại $x = 3$

Câu 2. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 9$ trên đoạn $[-2; 3]$ bằng

- A. 201 **B. 2** C. 9 D. 54

Lời giải

Chọn D

$$y' = 4x^3 - 8x; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2} \end{cases}$$

Ta có $y(-2) = 9$; $y(3) = 54$; $y(0) = 9$; $y(\pm\sqrt{2}) = 5$.

Vậy $\max_{[-2;3]} y = 54$.

Câu 3. Cho hàm số $y = \frac{3x^2 + 5x - 4}{-5x + 4}$. Đường tiệm cận xiên của hàm số là

- A. $y = \frac{3}{5}x - \frac{37}{25}$. B. $y = -\frac{3}{5}x + \frac{37}{25}$. C. $y = -\frac{4}{5}x - \frac{7}{25}$. **D. $y = -\frac{3}{5}x - \frac{37}{25}$.**

Lời giải

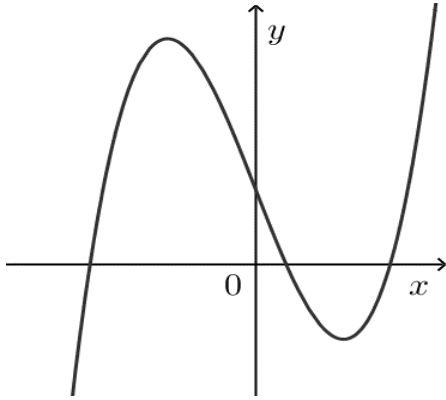
Giả sử đường tiệm cận xiên có dạng $y = ax + b$. Ta tìm hệ số a và b như sau

$$a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + 5x - 4}{-5x + 4} = -\frac{3}{5}; b = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x^2 + 5x - 4}{-5x + 4} + \frac{3}{5}x \right) = -\frac{37}{25} \Rightarrow y = -\frac{3}{5}x - \frac{37}{25}$$

Do đó ta được tiệm cận xiên là $y = -\frac{3}{5}x - \frac{37}{25}$.

Chọn đáp án **D**.

Câu 4. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



- A. $y = x^3 - 3x + 1$ B. $y = -x^3 + 3x + 1$ C. $y = x^2 - x^2 + 1$ D. $y = -x^2 + x - 1$

Lời giải

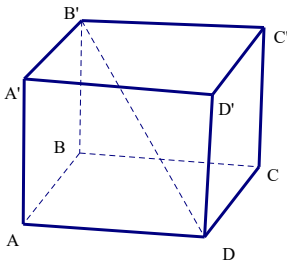
Chọn A

Từ đồ thị : $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ và đây là đồ thị hàm bậc ba nên ta chọn phương án $y = x^3 - 3x + 1$.

Câu 5. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó, vector bằng vector \overrightarrow{AB} là vector nào dưới đây?
 A. $\overrightarrow{D'C'}$. B. \overrightarrow{BA} . C. \overrightarrow{CD} . D. $\overrightarrow{B'A'}$.

Lời giải

Chọn A



Đễ dàng thấy $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{D'C'}$.

Câu 6. Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Gọi O là tâm của hình lập phương. Chọn đẳng thức đúng?

A. $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$. B. $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$.

C. $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$. D. $\overrightarrow{AO} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$.

Lời giải

Chọn B

Theo quy tắc hình hộp: $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1}$.

Mà $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC_1}$ nên $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$.

- Câu 7.** Trong không gian $Oxyz$, tọa độ một vectơ \vec{n} vuông góc với cả hai vectơ $\vec{a} = (1; 1; -2)$, $\vec{b} = (1; 0; 3)$ là
- A. $(2; 3; -1)$. B. $(3; 5; -2)$. C. $(2; -3; -1)$. D. $(3; -5; -1)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $[\vec{a}, \vec{b}] = (3; -5; -1)$.

- Câu 8.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 3; 4)$, $B(2; -1; 0)$, $C(3; 1; 2)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là
- A. $G(2; 1; 2)$. B. $G(6; 3; 6)$. C. $G\left(3; \frac{2}{3}; 3\right)$. D. $G(2; -1; 2)$.

Lời giải

Tọa độ trọng tâm G là

$$\begin{cases} x_G = \frac{1+2+3}{3} = 2 \\ y_G = \frac{3-1+1}{3} = 1 \\ z_G = \frac{4+0+2}{3} = 2 \end{cases} \Rightarrow G(2; 1; 2).$$

- Câu 9.** Bảng dưới đây ghi lại tốc độ của một số chiếc xe ô tô khi đi qua một điểm đo tốc độ.

Tốc độ (km/h)	[50; 52)	[52; 54)	[54; 56)	[56; 58)	[58; 60)
Số xe ô tô	40	32	25	20	8

Khoảng biến thiên (đơn vị: km/h) của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. 8. B. 10. C. 6. D. 12.

Lời giải

Chọn B

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $R = 60 - 50 = 10(km/h)$.

- Câu 10.** Bảng dưới đây ghi lại tốc độ của một số chiếc xe ô tô khi đi qua một điểm đo tốc độ.

Tốc độ (km/h)	[50; 52)	[52; 54)	[54; 56)	[56; 58)	[58; 60)
Số xe ô tô	40	32	25	20	8

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. [50; 52). B. [52; 54). C. [54; 56). D. [58; 60).

Lời giải

Chọn A

Ta có $\frac{n}{4} = \frac{125}{4} = 31,25 < 40$. Do đó, nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép

nhóm trên là [50; 52).

- Câu 11.** Xét mẫu số liệu ghép nhóm được cho ở Bảng.

Nhóm	Tần số	Tần số tích lũy
------	--------	-----------------

[50; 60)	3	3
[60; 70)	5	8
[70; 80)	25	33
[80; 90)	4	37
[90; 100)	3	40
	$n = 40$	

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm đó là:

A. 9,08.

B. 82,4375.

C. 74,75.

D. 50.

Lời giải

Số trung bình cộng của mẫu số liệu đó là:

$$\bar{x} = \frac{3 \cdot 55 + 5 \cdot 65 + 25 \cdot 75 + 4 \cdot 85 + 3 \cdot 95}{40} = 74,75.$$

Phương sai của mẫu số liệu đó là:

$$s^2 = \frac{1}{40} [3 \cdot (55 - 74,75)^2 + 5 \cdot (65 - 74,75)^2 + 25 \cdot (75 - 74,75)^2 + 4 \cdot (85 - 74,75)^2 + 3 \cdot (95 - 74,75)^2] = 82,4375.$$

Chọn B

Câu 12. Xét mẫu số liệu ghép nhóm cho ở Bảng.

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
$[a_1; a_2)$	x_1	n_1
$[a_2; a_3)$	x_2	n_2
....		
$[a_m; a_{m+1})$	x_m	n_m
		n

Gọi \bar{x} là số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm đó được tính bằng công thức nào trong các công thức sau?

A. $s^2 = \frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{n}$.

B. $s = \sqrt{\frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{m}}$.

C. $s = \sqrt{\frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{n}}$.

D. $s^2 = \frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{m}$.

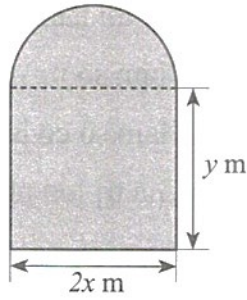
Lời giải

Chọn C

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Người ta dùng một thanh thép có chiều dài 4 m để uốn thành khung viền của một cửa sổ có dạng một hình chữ nhật ghép với nửa hình tròn có các kích thước được cho trên Hình.



a) Có thể biểu thị y theo công thức $y = 2 - \frac{(\pi - 2)x}{2}$.

b) Diện tích của cửa sổ được tính bởi công thức $S(x) = 4x - 2x^2 - \frac{\pi x^2}{2} (m^2)$

c) Diện tích của cửa sổ lớn nhất khi $x = \frac{4}{\pi + 2} (m)$.

d) Giá trị lớn nhất của diện tích cửa sổ là $\frac{8}{\pi + 4} (m^2)$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------------	----------------	---------------	----------------

Ta có $2x + 2y + \pi x = 4$, suy ra $y = 2 - \frac{(\pi + 2)x}{2}$.

$$S(x) = 2xy + \frac{\pi x^2}{2} = 2x \left(2 - x - \frac{\pi x}{2} \right) + \frac{\pi x^2}{2} = 4x - 2x^2 - \frac{\pi x^2}{2} (m^2).$$

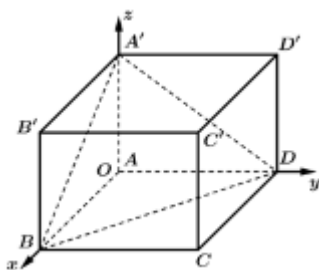
Ta có $x > 0$ và $y > 0$, suy ra $0 < x < \frac{4}{\pi + 2}$.

$$S'(x) = 4 - 4x - \pi x; S'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{4}{\pi + 4}$$

Bảng biến thiên:

x	0	$\frac{4}{\pi + 4}$	$\frac{4}{\pi + 2}$
$S'(x)$		+	0
			-
$S(x)$	0	$\frac{8}{\pi + 4}$	$\frac{8\pi}{(\pi + 2)^2}$

Câu 2. Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ gắn với hình hộp chữ nhật $ABCD \cdot A'B'C'D'$ như hình vẽ có điểm A trùng với gốc tọa độ O , $AB = a$, $AD = 2a$, $AA' = 3a$, đơn vị của mỗi trục bằng độ dài cạnh hình hộp. Gọi G là trọng tâm tam giác $A'BD$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau



a) $\overrightarrow{BD'} = (-a; 2a; 3a)$.

b) $G\left(\frac{a}{3}; \frac{2a}{3}; a\right)$.

c) Ba điểm A, G, C' thẳng hàng.

d) Thể tích của khối chóp $G.ABCD$ bằng $\frac{a^2}{3}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
----------------	----------------	----------------	---------------

Ta có: $B(a; 0; 0), D(0; 2a; 0), A'(0; 0; 3a), C(a; 2a; 0), C'(a; 2a; 3a), D'(0; 2a; 3a)$ Suy ra $\overrightarrow{BD'} = (-a; 2a; 3a)$.

Trọng tâm của tam giác $A'BD$ là $G\left(\frac{a}{3}; \frac{2a}{3}; a\right)$.

Lại có: $\overrightarrow{AG} = \left(\frac{a}{3}; \frac{2a}{3}; a\right), \overrightarrow{AC'} = (a; 2a; 3a) \Rightarrow \overrightarrow{AC'} = 3\overrightarrow{AG}$ nên 3 điểm A, G, C' thẳng hàng

$$d(G; (Oxy)) = a \Rightarrow V_{G.ABCD} = \frac{1}{3} a \cdot a \cdot 2a = \frac{2a^2}{3}$$

Câu 3. Bạn An và bạn Bình làm thí nghiệm trồng cây. Mỗi bạn trồng 40 cây cần tây trong cốc, phần gốc của các cây khi bắt đầu trồng đều dài 4cm. Bảng 1 và Bảng 2 lần lượt biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về số liệu thống kê chiều cao của các cây (đơn vị: centimét) mà bạn An và bạn Bình trồng sau 5 tuần.

Nhóm	Tần số
[20; 25)	2
[25; 30)	16
[30; 35)	20
[35; 40)	2
	$n = 40$

Bảng 1

Nhóm	Tần số
[20; 25)	5
[25; 30)	9
[30; 35)	25
[35; 40)	1
	$n = 40$

Bảng 2

Xác định tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- a) Chiều cao trung bình của mỗi cây do hai bạn An và Bình trồng không bằng nhau.
- b) Khoảng biến thiên của cả hai mẫu số liệu trên là 20.
- c) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ở Bảng 1 là 5,5.
- d) Chiều cao của các cây mà bạn Bình trồng đồng đều hơn các cây mà bạn An trồng.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------------	----------------	----------------	---------------

Chiều cao trung bình của cây do bạn An trồng là: $\bar{x}_A = 30,25$ (cm).

Chiều cao trung bình của cây do bạn Bình trồng là: $\bar{x}_B = 30,25$ (cm).

Suy ra chiều cao trung bình của mỗi cây do hai bạn An và Bình trồng là bằng nhau. Khoảng biến thiên của cả hai mẫu số liệu là $40 - 20 = 20$.

Xét mẫu số liệu ở Bảng 1.

- Tứ phân vị thứ nhất Q_1 của mẫu số liệu đó là: $Q_1 = 25 + \left(\frac{10-2}{16}\right) \cdot 5 = 27,5$ (cm)

- Tứ phân vị thứ ba Q_3 của mẫu số liệu đó là: $Q_3 = 30 + \left(\frac{30-18}{20}\right) \cdot 5 = 33$ (cm).

Suy ra khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ở Bảng 13 là $33 - 27,5 = 5,5$.

Phương sai của mẫu số liệu ở Bảng 1 là: $s_A^2 = 11,1875$.

Phương sai của mẫu số liệu ở Bảng 2 là: $s_B^2 = 13,6875$.

Suy ra $s_A^2 < s_B^2$. Vậy chiều cao của các cây mà bạn An trồng đồng đều hơn các cây mà bạn Bình trồng.

Câu 4. Bảng 1 và Bảng 2 lần lượt biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm thống kê mức lương của hai công ty A, B (đơn vị: triệu đồng).

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số	Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[10;15)	12,5	15	[10;15)	12,5	25
[15;20)	17,5	18	[15;20)	17,5	15
[20;25)	22,5	10	[20;25)	22,5	7
[25;30)	27,5	10	[25;30)	27,5	5
[30;35)	32,5	5	[30;35)	32,5	5
[35;40)	37,5	2	[35;40)	37,5	3
		$n = 60$			$n = 60$
Bảng 1			Bảng 2		

Xác định tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- a) Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm ở Bảng 1 là $\frac{62}{3}$ (triệu đồng).

b) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm ở Bảng 1 là: $s_1^2 \approx 49,1389$

c) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm ở Bảng 2 là: $s_2 \approx 7,61$ (triệu đồng).

d) Công ty B có mức lương đồng đều hơn công ty A

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

- Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm ở Bảng 1 là:

$$\begin{aligned}\bar{x}_1 &= \frac{15 \cdot 12,5 + 18 \cdot 17,5 + 10 \cdot 22,5 + 10 \cdot 27,5 + 5 \cdot 32,5 + 2 \cdot 37,5}{60} \\ &= \frac{62}{3} \approx 20,67\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Ta có: } &15 \cdot (12,5 - 20,67)^2 + 18 \cdot (17,5 - 20,67)^2 + 10 \cdot (22,5 - 20,67)^2 + \\ &+ 10 \cdot (27,5 - 20,67)^2 + 5 \cdot (32,5 - 20,67)^2 + 2 \cdot (37,5 - 20,67)^2 \approx 2948,33494\end{aligned}$$

$$\text{Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm ở Bảng 1 là: } s_1^2 = \frac{2948,334}{60} \approx 49,1389.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm ở Bảng 1 là:

$$s_1 \approx \sqrt{49,1389} \approx 7 \text{ (triệu đồng)}$$

- Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm ở Bảng 2 là:

$$\begin{aligned}\bar{x}_2 &= \frac{25 \cdot 12,5 + 15 \cdot 17,5 + 7 \cdot 22,5 + 5 \cdot 27,5 + 5 \cdot 32,5 + 3 \cdot 37,5}{60} \\ &= \frac{1145}{60} \approx 19,08\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Ta có: } &25 \cdot (12,5 - 19,08)^2 + 15 \cdot (17,5 - 19,08)^2 + 7 \cdot (22,5 - 19,08)^2 + \\ &+ 5 \cdot (27,5 - 19,08)^2 + 5 \cdot (32,5 - 19,08)^2 + 3 \cdot (37,5 - 19,08)^2 \approx 3474,584.\end{aligned}$$

$$\text{Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm ở Bảng 2 là: } s_2^2 = \frac{3474,584}{60} \approx 57,9097.$$

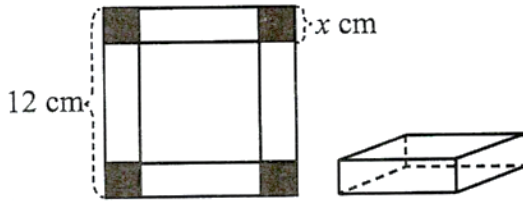
Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm ở Bảng 2 là: $s_2 \approx \sqrt{57,9097} \approx 7,61$ (triệu đồng)

- Vì $s_1 \approx 7 < s_2 \approx 7,61$ nên công ty A có mức lương đồng đều hơn công ty B.

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 12 cm , người ta cắt ở bốn góc bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng $x(\text{ cm})$, rồi gập tấm nhôm lại như Hình để được một cái hộp có dạng hình hộp chữ nhật không có nắp. Giá trị của x bằng bao nhiêu centimét để thể tích của khối hộp đó là lớn nhất (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



Lời giải

Trả lời: 2

Ta thấy độ dài $x(\text{cm})$ của cạnh hình vuông bị cắt phải thỏa mãn điều kiện $0 < x < 6$. Khi đó thể tích của khối hộp là:

$$V(x) = x(12 - 2x)^2 = 4(x^3 - 12x^2 + 36x) \text{ với } 0 < x < 6.$$

Ta có $V'(x) = 4(3x^2 - 24x + 36)$, $V'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2$ hoặc $x = 6$.

Bảng biến thiên của hàm số $V(x)$ như sau:

x	0	2	6
V'	+	0	-
V	0	128	0

Căn cứ vào bảng biến thiên, ta thấy trên khoảng $(0; 6)$ hàm số $V(x)$ đạt giá trị lớn nhất bằng 128 tại $x = 2$. Vậy để khối hộp tạo thành có thể tích lớn nhất thì $x = 2(\text{cm})$.

Đáp số: 2.

Câu 2. Bác Hưng có một hàng rào thép dài 240 m và muốn rào cánh đồng thành một thửa ruộng hình chữ nhật giáp một con sông thẳng. Bác không cần rào phía cạnh con sông. Hỏi thửa ruộng có diện tích lớn nhất là bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 7200

Gọi $x, y(\text{m})$ lần lượt là chiều dài hai cạnh của thửa ruộng hình chữ nhật. Giả sử cạnh giáp sông của thửa ruộng có độ dài là $y(\text{m})$.

Khi đó, theo đề bài ta có: $2x + y = 240$ hay $y = 240 - 2x$.

Do đó: $0 < x < 120; y > 0$.

Diện tích của thửa ruộng là

$$S = xy = x(240 - 2x) = 240x - 2x^2, 0 < x < 120.$$

Ta có: $S' = 240 - 4x; S' = 0 \Leftrightarrow x = 60$ (vì $0 < x < 120$).

Khi đó $y = 240 - 2 \cdot 60 = 120$.

Lập bảng biến thiên:

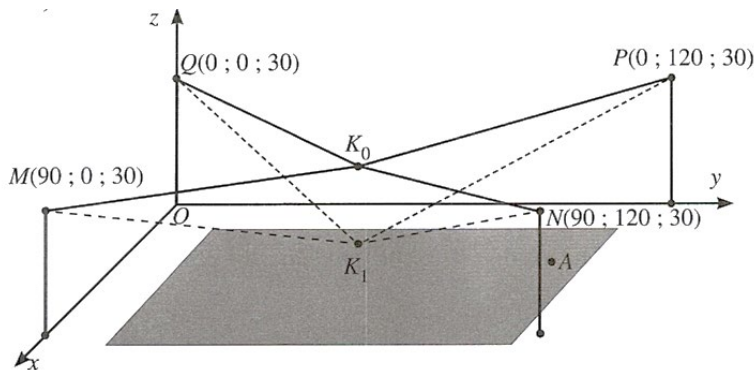
x	0	60	120	
S'		+	0	-
S	0			0

Vậy thửa ruộng có diện tích lớn nhất là $S = 60 \cdot 120 = 7200 (m^2)$ (khi cạnh giáp sông và cạnh đối diện có độ dài 120 m, hai cạnh kia có độ dài 60 m).

Chú ý. Nếu phải rào cả bốn cạnh của thửa ruộng thì dễ thấy thửa ruộng có diện tích lớn nhất khi nó là hình vuông, tức là bốn cạnh đều dài 60 m, và khi đó diện tích lớn nhất là $3600 m^2$.

Câu 3. Người ta cần lắp một camera phía trên sân bóng để phát sóng truyền hình một trận bóng đá, camera có thể di động để luôn thu được hình ảnh rõ nét về diễn biến trên sân. Các kỹ sư dự định trồng bốn chiếc cột cao 30 m và sử dụng hệ thống cáp gắn vào bốn đầu cột để giữ camera ở vị trí mong muốn.

Mô hình thiết kế được xây dựng như sau: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị độ dài trên mỗi trục là 1 m), các đỉnh của bốn chiếc cột lần lượt là các điểm $M(90;0;30)$, $N(90;120;30)$, $P(0;120;30)$, $Q(0;0;30)$ (Hình).



Giả sử K_0 là vị trí ban đầu của camera có cao độ bằng 25 và $K_0M = K_0N = K_0P = K_0Q$. Để theo dõi quả bóng đến vị trí A , camera được hạ thấp theo phương thẳng đứng xuống điểm K_1 có cao độ bằng 19

(Nguồn: <https://abiturloesung.de>; Abitur Bayern 2016 Geometrie VI).

Tìm độ lớn vector $\overrightarrow{K_0K_1}$.

Lời giải

Trả lời: 6

Gọi $I(x_I; y_I; z_I)$ là tâm của hình chữ nhật $MNPQ$.

Ta có $\overrightarrow{MI} = (x_I - 90; y_I - 0; z_I - 30)$, $\overrightarrow{IP} = (0 - x_I; 120 - y_I; 30 - z_I)$.

$$I \text{ là trung điểm của } MP \text{ khi và chỉ khi } \overline{MI} = \overline{IP} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I - 90 = 0 - x_I \\ y_I - 0 = 120 - y_I \\ z_I - 30 = 30 - z_I \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = 45 \\ y_I = 60 \\ z_I = 30 \end{cases}$$

Vậy tọa độ điểm $I(45; 60; 30)$.

Các điểm I, K_0, K_1 nằm trên đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (Oxy) . Mà K_0 có cao độ bằng 25 nên $K_0(45; 60; 25); K_1$ có cao độ bằng 19 nên $K_1(45; 60; 19)$. Suy ra $\overline{K_0K_1} = (0; 0; -6) \Rightarrow |\overline{K_0K_1}| = 6$.

Câu 4. Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị tính bằng mét). Bạn Huyền quan sát và phát hiện một con chim đang bay với tốc độ và hướng không đổi từ điểm $A(20; 40; 30)$ đến điểm $B(40; 50; 50)$ trong vòng 4 phút.



Nếu con chim bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì sau 2 phút con chim ở vị trí $C(a; b; c)$. Tính tổng $a + b + c$

Lời giải

Đáp số: 165

Vì hướng bay và vận tốc bay của con chim không đổi nên $\overline{AB}, \overline{BC}$ cùng hướng.

Mặt khác do thời gian bay từ A đến B gấp đôi thời gian bay từ B đến C nên $\overline{AB} = 2\overline{BC}$

$$\Rightarrow \begin{cases} 40 - 20 = 2(a - 40) \\ 50 - 40 = 2(b - 50) \\ 50 - 30 = 2(c - 50) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a = 100 \\ 2b = 110 \\ 2c = 120 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 50 \\ b = 55 \\ c = 60 \end{cases} \Rightarrow a + b + c = 165$$

Câu 5. Một trung tâm tiếng Anh tổ chức thi thử cho 120 học sinh đã đăng kí. Kết quả điểm của 120 học sinh là một mẫu số liệu có bảng tần số, tần số tích lũy như Bảng. Tính khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đó (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

Nhóm	Tần số	Tần số tích lũy
[0; 1)	2	2
[1; 2)	4	6
[2; 3)	7	13
[3; 4)	7	20
[4; 5)	16	36
[5; 6)	28	64
[6; 7)	25	89
[7; 8)	20	109
[8; 9)	7	116
[9; 10]	4	120
	$n = 120$	

Lời giải

Trả lời: 2,4

- Nhóm 5 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng $\frac{n}{4} = \frac{120}{4} = 30$.

Nhóm 5 có đầu mút trái $s = 4$, độ dài $h = 1$, tần số của nhóm $n_5 = 16$ và nhóm 4 có tần số tích lũy $cf_4 = 20$. Ta có: $Q_1 = s + \left(\frac{30 - cf_4}{n_5} \right) \cdot h = 4 + \frac{30 - 20}{16} \cdot 1 = 4,625$.

- Nhóm 8 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng $\frac{3n}{4} = \frac{3 \cdot 120}{4} = 90$.

Nhóm 8 có đầu mút trái $t = 7$, độ dài $l = 1$, tần số của nhóm $n_8 = 20$ và nhóm 7 có tần số tích lũy $cf_7 = 89$. Ta có: $Q_3 = t + \left(\frac{90 - cf_7}{n_8} \right) \cdot l = 7 + \frac{90 - 89}{20} \cdot 1 = 7,05$.

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là:

$$\Delta Q = Q_3 - Q_1 = 7,05 - 4,625 = 2,425 \approx 2,4$$

Câu 6. Thầy giáo cho các bạn học sinh lớp 8 vận dụng khái niệm tam giác đồng dạng để thực hành đo chiều cao của cột cờ. Kết quả đo của các bạn trong lớp được biểu diễn ở bảng sau:

Chiều cao (m)	[4,9;5,0)	[5,0;5,1)	[5,1;5,2)	[5,2;5,3)
Số học sinh	9	15	12	4

Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Trả lời: 0,09

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là $\bar{x} = 5,0775$.

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S^2 = \frac{1}{40} (9 \cdot 4,95^2 + 15 \cdot 5,05^2 + 12 \cdot 5,15^2 + 4 \cdot 5,25^2) - 5,0775^2 \approx 0,0085.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là $S \approx \sqrt{0,0085} \approx 0,09$.

ĐỀ 9**Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.**

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$		-3		2		$-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A. 3. B. 2. C. -2. D. -3.

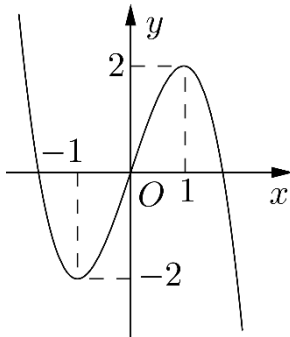
Câu 2. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{1}{2}x - \sqrt{x+1}$ trên đoạn $[0;3]$. Tính tổng $S = 2m + 3M$.

- A. $S = -\frac{7}{2}$. B. $S = -\frac{3}{2}$. C. -3. D. $S = 4$.

Câu 3. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f(x) = 2x - 1 - \frac{1}{x+1}$ có phương trình là

- A. $y = x + 1$. B. $y = 2x - 1$. C. $y = x - 1$. D. $y = 2x + 1$.

Câu 4. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 1$ là



- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Câu 5. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vector: $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = k\overrightarrow{DG}$

- A. $k = 2$. B. $k = 3$. C. $k = \frac{1}{2}$. D. $k = \frac{1}{3}$.

Câu 6. Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ với tâm O . Chọn đẳng thức sai.

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA_1} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DD_1}$. B. $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1}$.
 C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC_1} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{D_1A} = \vec{0}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CC_1} = \overrightarrow{AD_1} + \overrightarrow{D_1O} + \overrightarrow{OC_1}$.

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = (2; 1; -2)$ và vector $\vec{b} = (1; 0; 2)$. Tìm tọa độ vector \vec{c} là tích có hướng của \vec{a} và \vec{b} .

A. $\vec{c} = (2; 6; -1)$. B. $\vec{c} = (4; 6; -1)$. C. $\vec{c} = (4; -6; -1)$. D. $\vec{c} = (2; -6; -1)$.

Câu 8. Trong không gian cho hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; -2; 3), B(-1; 2; 5), C(0; 0; 1)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

A. $G(0; 0; 3)$. B. $G(0; 0; 9)$. C. $G(-1; 0; 3)$. D. $G(0; 0; 1)$.

Câu 9. Bảng dưới đây ghi lại tốc độ của một số chiếc xe ô tô khi đi qua một điểm đo tốc độ.

Tốc độ (km/h)	[50; 52)	[52; 54)	[54; 56)	[56; 58)	[58; 60)
Số xe ô tô	40	32	25	20	8

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến hàng phần trăm) là

A. 51. B. 51,33. C. 51,67. D. 51,85.

Câu 10. Bảng dưới đây ghi lại tốc độ của một số chiếc xe ô tô khi đi qua một điểm đo tốc độ.

Tốc độ (km/h)	[50; 52)	[52; 54)	[54; 56)	[56; 58)	[58; 60)
Số xe ô tô	40	32	25	20	8

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 55,675. B. 52,26. C. 55,74. D. 54,87.

Câu 11. Xét mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi Bảng. Gọi \bar{x} là số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm. Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm đó được tính bằng công thức nào dưới đây?

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
$[a_1; a_2)$	x_1	n_1
$[a_2; a_3)$	x_2	n_2
....		
$[a_m; a_{m+1})$	x_m	n_m
		n

A. $s^2 = \frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{n}$.

B. $s = \sqrt{\frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{m}}$.

C. $s = \sqrt{\frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{n}}$.

D. $s^2 = \frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{m}$.

Câu 12. Một mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của một lớp (đơn vị là centimét) có phương sai là 6,25. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu đó bằng:

A. 2,5 cm. B. 12,5 cm. C. 3,125 cm. D. 42,25 cm.

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Doanh thu hằng tháng R của một sản phẩm mới trong một khoảng thời gian dự kiến tuân theo hàm logistic: $R = R(t) = \frac{20000}{1 + 50e^{-t}} - \frac{20000}{51}, t \geq 0$, trong đó thời gian t được tính bằng tháng.

a) Doanh thu bán hàng hằng tháng luôn tăng theo thời gian.

b) Tốc độ thay đổi doanh thu bán hàng tăng trong khoảng thời gian $(\ln 50; +\infty)$

c) Tốc độ thay đổi doanh thu bán hàng giảm trong khoảng thời gian $(0; \ln 50)$

d) Tốc độ thay đổi doanh thu bán hàng đạt mức tối đa tại thời điểm $t = \ln 50$

Câu 2. Trong không gian, với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho tam giác ABC biết $A(3; -1; 2), B(2; 2; -3), C(3; 1; 1)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) Chu vi tam giác ABC bằng $\sqrt{35} + \sqrt{5} + 3\sqrt{2}$

b) Giá trị $\sin \widehat{A}$ bằng $\frac{54}{\sqrt{175}}$.

c) Điểm M thuộc tia Ox sao cho $MA = \sqrt{30}$ khi đó điểm M có tọa độ $(8; 0; 0)$.

d) Diện tích tam giác ABC bằng $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

Câu 3. Bảng sau biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về số tiền (đơn vị: nghìn đồng) mà 50 khách hàng mua nước giải khát ở một cửa hàng trong một ngày.

Nhóm	Tần số	Tần số tích lũy
[15; 20)	4	4
[20; 25)	15	19
[25; 30)	19	38
[30; 35)	7	45
[35; 40)	5	50
	$n = 50$	

Xác định tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) Nhóm 2 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng $\frac{n}{4} = \frac{50}{4} = 12,5$.

b) $Q_1 = \frac{137}{6}$ (nghìn đồng).

c) $Q_3 = 29$ (nghìn đồng).

d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu là $\frac{401}{57}$ (nghìn đồng).

Câu 4. Kết quả kiểm tra cân nặng của 20 học sinh nam lớp 12A (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của kilôgam) được cho ở Bảng:

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[60; 64)	62	8
[64; 68)	66	9
[68; 72)	70	1
[72; 76)	74	1
[76; 80)	78	1
		$n = 20$

Xác định tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là 20.

b) Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho được tính bằng công thức

$$\bar{x} = \frac{8.62 + 9.66 + 1.70 + 1.74 + 1.78}{20}.$$

c) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là $s^2 = \sqrt{\frac{436}{25}}$.

d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho (làm tròn kết quả đến hàng phần mười là 4kg

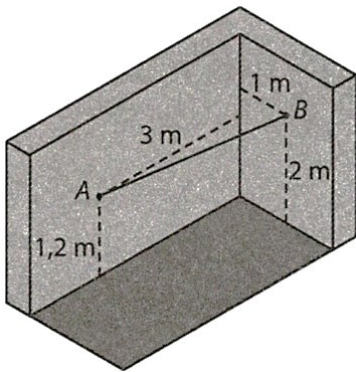
Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một xe ô tô chở khách du lịch có sức chứa tối đa là 16 hành khách. Trong một khu du lịch, một đoàn khách gồm 22 người đang đi bộ và muốn thuê xe về khách sạn. Lái xe đưa ra thỏa thuận với đoàn khách du lịch như sau: Nếu một chuyến xe chở x (người) thì giá tiền cho mỗi người là $\frac{(40-x)^2}{2}$ (nghìn đồng). Với thỏa thuận như trên thì lái xe có thể thu được nhiều nhất bao nhiêu triệu đồng từ một chuyến chở khách (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Câu 2. Một chiếc hộp dạng hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông và có thể tích là 2000cm^3 . Khi đó để lượng vật liệu dùng để sản xuất chiếc hộp là nhỏ nhất thì cạnh đáy của hộp là a (cm) và chiều cao của hộp là b (cm). Tìm $b - a$

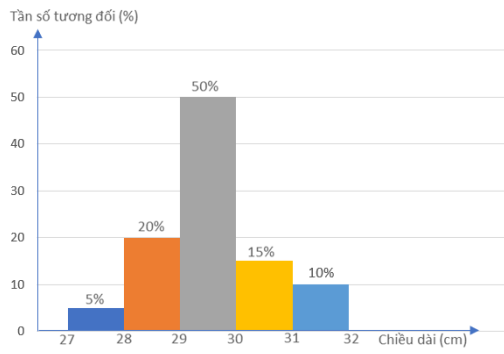
Câu 3. Hình bên mô tả hai bức tường gạch được xây vuông góc với nhau và cùng vuông góc với mặt đất. Một người thợ xây căng dây giữa hai bức tường. Đầu A của sợi dây nằm trên bức tường thứ nhất, cách bức tường thứ hai là 3 m và cách mặt đất là 1,2 m. Đầu B của sợi dây nằm trên bức tường thứ hai, cách bức tường thứ nhất là 1 m và cách mặt đất là 2 m.



Tính độ dài của sợi dây được căng (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

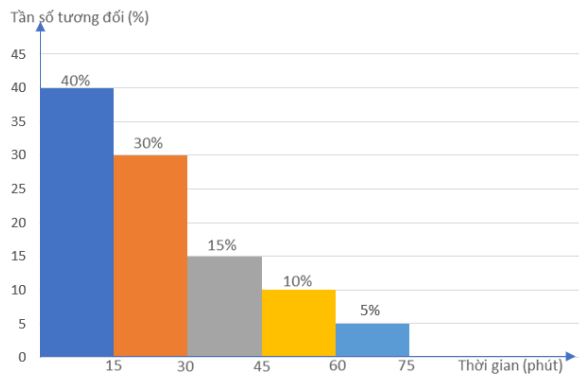
Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;3;-1), B(3;-1;5), C(0;5;0)$. Điểm M thuộc tia đối của tia BA sao cho diện tích tam giác MAC bằng ba lần diện tích tam giác MBC . Tính độ dài đoạn thẳng CM ?

Câu 5. Tại một nông trường trồng sắn, người ta đo chiều dài của 160 củ sắn được lựa chọn ngẫu nhiên. Kết quả được biểu diễn ở biểu đồ sau:
Chiều dài của củ sắn



Hãy xác khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm.

Câu 6. Bác Xuân biểu diễn thời gian tập thể dục mỗi ngày của mình trong 120 ngày liên tiếp ở biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dưới đây.
Tần số tương đối của thời gian tập thể dục



Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

PHIẾU TRẢ LỜI

PHẦN I

	A	B	C	D
1	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
10	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

	A	B	C	D
11	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
12	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Điểm

Điểm phần I: đ

Điểm phần II: đ

Điểm phần III: đ

Tổng: đ

PHẦN II

Câu 1		Câu 2		Câu 3		Câu 4	
Đúng	Sai	Đúng	Sai	Đúng	Sai	Đúng	Sai
a)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
b)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
c)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
d)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

PHẦN III

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
□ □ □ □	□ □ □ □	□ □ □ □	□ □ □ □	□ □ □ □	□ □ □ □
- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

LỜI GIẢI THAM KHẢO

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0
$f(x)$	$+\infty$	-3	2	$-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A. 3. **B. 2.** C. -2. D. -3.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy giá trị cực đại của hàm số đã cho là $y_{CD} = 2$.

Câu 2. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{1}{2}x - \sqrt{x+1}$ trên đoạn $[0;3]$. Tính tổng $S = 2m + 3M$.

- A.** $S = -\frac{7}{2}$. **B.** $S = -\frac{3}{2}$. C. -3. D. $S = 4$.

Lời giải

Ta có: $f'(x) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x+1}} = \frac{\sqrt{x+1}-1}{2\sqrt{x+1}}$, cho $f'(x) = 0 \Rightarrow \sqrt{x+1} = 1 \Leftrightarrow x = 0 \in [0;3]$.

Khi đó: $f(0) = -1, f(3) = -\frac{1}{2}$ nên $m = -1$ và $M = -\frac{1}{2}$.

Vậy $S = 2m + 3M = -\frac{7}{2}$.

Câu 3. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f(x) = 2x - 1 - \frac{1}{x+1}$ có phương trình là

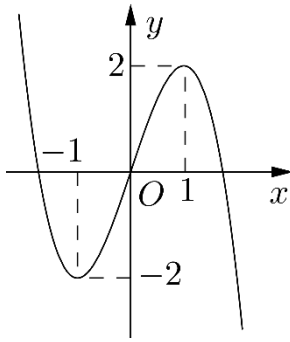
- A. $y = x + 1$. **B. $y = 2x - 1$.** C. $y = x - 1$. D. $y = 2x + 1$.

Lời giải

Do $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (2x - 1)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-1}{x+1} = 0$ nên đường thẳng $y = 2x - 1$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho.

Chọn đáp án **B**

Câu 4. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 1$ là



- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị hàm số ta có số nghiệm thực của phương trình $f(x)=1$ là 3.

Câu 5. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vector: $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = k\overrightarrow{DG}$

- A. $k = 2$. B. $k = 3$. C. $k = \frac{1}{2}$. D. $k = \frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B

$$\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = 3\overrightarrow{DG}.$$

Câu 6. Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ với tâm O . Chọn đẳng thức sai.

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA_1} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DD_1}$. B. $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1}$.
C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC_1} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{D_1A} = \vec{0}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CC_1} = \overrightarrow{AD_1} + \overrightarrow{D_1O} + \overrightarrow{OC_1}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA_1} = \overrightarrow{AB_1}$, $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DD_1} = \overrightarrow{AD_1}$ mà $\overrightarrow{AB_1} \neq \overrightarrow{AD_1}$ nên $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA_1} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DD_1}$ sai.

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = (2; 1; -2)$ và vector $\vec{b} = (1; 0; 2)$. Tìm tọa độ vector \vec{c} là tích có hướng của \vec{a} và \vec{b} .

- A. $\vec{c} = (2; 6; -1)$. B. $\vec{c} = (4; 6; -1)$. C. $\vec{c} = (4; -6; -1)$. D. $\vec{c} = (2; -6; -1)$.

Lời giải

Chọn D.

Áp dụng công thức tính tích có hướng trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ ta được:

$$\vec{c} = [\vec{a}, \vec{b}] = (2; -6; -1)$$

Vậy chọn đáp án **D**

Câu 8. Trong không gian cho hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; -2; 3), B(-1; 2; 5), C(0; 0; 1)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

A. $G(0;0;3)$.

B. $G(0;0;9)$.

C. $G(-1;0;3)$.

D. $G(0;0;1)$.

Lời giải

Toạ độ trong tâm G của tam giác ABC bằng

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{1-1+0}{3} = 0 \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{-2+2+0}{3} = 0 \Rightarrow G(0;0;3) \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} = \frac{3+5+1}{3} = 3 \end{cases}$$

Câu 9. Bảng dưới đây ghi lại tốc độ của một số chiếc xe ô tô khi đi qua một điểm đo tốc độ.

Tốc độ (km/h)	[50;52)	[52;54)	[54;56)	[56;58)	[58;60)
Số xe ô tô	40	32	25	20	8

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến hàng phần trăm) là

A. 51.

B. 51,33.

C. 51,67.

D. 51,85.

Lời giải

Chọn C

Nhóm chứa mốt là nhóm [50;52) nên mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

$$M_o = 50 + \frac{40-0}{(40-0)+(40-32)} \cdot (52-50) = \frac{155}{3} . .$$

Câu 10. Bảng dưới đây ghi lại tốc độ của một số chiếc xe ô tô khi đi qua một điểm đo tốc độ.

Tốc độ (km/h)	[50;52)	[52;54)	[54;56)	[56;58)	[58;60)
Số xe ô tô	40	32	25	20	8

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 55,675.

B. 52,26.

C. 55,74.

D. 54,87.

Lời giải

Chọn C

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm trên thuộc nhóm [54;56). Tứ phân vị thứ ba của

$$\text{mẫu số liệu ghép nhóm là } Q_3 = 54 + \frac{3 \cdot 125}{25} - (40+32) (56-54) = 55,74 .$$

Câu 11. Xét mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi Bảng. Gọi \bar{x} là số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm. Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm đó được tính bằng công thức nào dưới đây?

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
$[a_1; a_2)$	x_1	n_1
$[a_2; a_3)$	x_2	n_2
....		
$[a_m; a_{m+1})$	x_m	n_m
		n

A. $s^2 = \frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{n}$.

B. $s = \sqrt{\frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{m}}$.

$$C. s = \sqrt{\frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{n}}$$

$$D. s^2 = \frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{m}$$

Lời giải

Chọn A

Câu 12. Một mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của một lớp (đơn vị là centimét) có phương sai là 6,25. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu đó bằng:

A. 2,5 cm .

B. 12,5 cm .

C. 3,125 cm .

D. 42,25 cm .

Lời giải

Chọn A

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Doanh thu hằng tháng R của một sản phẩm mới trong một khoảng thời gian dự kiến tuân theo hàm logistic: $R = R(t) = \frac{20000}{1 + 50e^{-t}} - \frac{20000}{51}, t \geq 0$, trong đó thời gian t được tính bằng tháng.

a) Doanh thu bán hàng hằng tháng luôn tăng theo thời gian.

b) Tốc độ thay đổi doanh thu bán hàng tăng trong khoảng thời gian $(\ln 50; +\infty)$

c) Tốc độ thay đổi doanh thu bán hàng giảm trong khoảng thời gian $(0; \ln 50)$

d) Tốc độ thay đổi doanh thu bán hàng đạt mức tối đa tại thời điểm $t = \ln 50$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

a) Tập xác định của hàm số $R(t)$ là $[0; +\infty)$.

$$\text{Tốc độ thay đổi doanh thu bán hàng là } R'(t) = \frac{-20000 \cdot (-50e^{-t})}{(1 + 50e^{-t})^2} = \frac{1000000e^{-t}}{(1 + 50e^{-t})^2}$$

Ta có: $R'(t) > 0, \forall t \in [0; +\infty)$. Do đó $R(t)$ là hàm số đồng biến trên nửa khoảng $[0; +\infty)$, tức là doanh thu bán hàng hằng tháng luôn tăng theo thời gian.

b) c) Tập xác định của hàm số $R'(t)$ là $[0; +\infty)$.

Ta có:

$$R''(t) = \frac{-1000000e^{-t}(1 + 50e^{-t})^2 - 1000000e^{-t} \cdot 2(1 + 50e^{-t})(-50e^{-t})}{(1 + 50e^{-t})^4}$$

$$= \frac{1000000e^{-t}(50e^{-t} - 1)}{(1 + 50e^{-t})^3}$$

Ta có: $R''(t) = 0 \Leftrightarrow t = \ln 50$.

Lập bảng biến thiên:

t	0	$\ln 50$	$+\infty$	
$R''(t)$		+	0	-
$R'(t)$		↗ 5 000 ↘		
	$\frac{1\,000\,000}{2\,601}$		0	

Vậy tốc độ thay đổi doanh thu bán hàng tăng trong khoảng $(0; \ln 50)$ và giảm trong khoảng $(\ln 50; +\infty)$.

d) Tốc độ thay đổi doanh thu bán hàng đạt mức tối đa tại thời điểm $t = \ln 50 \approx 4$ tháng.

Câu 2. Trong không gian, với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho tam giác ABC biết $A(3; -1; 2), B(2; 2; -3), C(3; 1; 1)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) Chu vi tam giác ABC bằng $\sqrt{35} + \sqrt{5} + 3\sqrt{2}$

b) Giá trị $\sin \widehat{A}$ bằng $\frac{54}{\sqrt{175}}$.

c) Điểm M thuộc tia Ox sao cho $MA = \sqrt{30}$ khi đó điểm M có tọa độ $(8; 0; 0)$.

d) Diện tích tam giác ABC bằng $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
----------------	---------------	----------------	---------------

a) Ta có $AB = \sqrt{(2-3)^2 + (2+1)^2 + (-3-2)^2} = \sqrt{35}, AC = \sqrt{5}, BC = 3\sqrt{2}$

$\Rightarrow C_{\Delta ABC} = AB + BC + CA = \sqrt{35} + \sqrt{5} + 3\sqrt{2}$. MĐ đúng

b) Ta có $\overline{AB} = (-1; 3; -5), \overline{AC} = (0; 2; -1) \Rightarrow \cos \widehat{A} = \frac{|(-1) \cdot 0 + 3 \cdot 2 + (-5) \cdot (-1)|}{\sqrt{1+9+25}\sqrt{5}} = \frac{11}{5\sqrt{7}}$

$\Rightarrow \sin \widehat{A} = \sqrt{1 - \frac{121}{175}} = \sqrt{\frac{54}{175}}$. MĐ sai

c) Gọi $M(x; 0; 0)$ thuộc tia $Ox(x > 0)$

$\Rightarrow MA = \sqrt{(3-x)^2 + 1 + 4} = \sqrt{30} \Leftrightarrow (3-x)^2 = 25 \Leftrightarrow \begin{cases} 3-x=5 \\ 3-x=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ x=8 \end{cases} \Rightarrow x=8$

$\Rightarrow M(8; 0; 0)$. MĐ Đúng.

d) Ta có $p = \frac{AB + AC + BC}{2} = \frac{\sqrt{35} + \sqrt{5} + 3\sqrt{2}}{2}$

$\Rightarrow S_{\Delta ABC} = \sqrt{p(p-AB)(p-AC)(p-BC)}$

$= \sqrt{\frac{\sqrt{35} + \sqrt{5} + 3\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{35} + \sqrt{5} - 3\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{5} + 3\sqrt{2} - \sqrt{35}}{2} \cdot \frac{\sqrt{35} + 3\sqrt{2} - \sqrt{5}}{2}} = \frac{3\sqrt{6}}{2}$. MĐ sai

Câu 3. Bảng sau biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về số tiền (đơn vị: nghìn đồng) mà 50 khách hàng mua nước giải khát ở một cửa hàng trong một ngày.

Nhóm	Tần số	Tần số tích lũy
[15; 20)	4	4
[20; 25)	15	19
[25; 30)	19	38
[30; 35)	7	45
[35; 40)	5	50
	$n = 50$	

Xác định tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) Nhóm 2 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng $\frac{n}{4} = \frac{50}{4} = 12,5$.

b) $Q_1 = \frac{137}{6}$ (nghìn đồng).

c) $Q_3 = 29$ (nghìn đồng).

d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu là $\frac{401}{57}$ (nghìn đồng).

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

- Nhóm 2 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng $\frac{n}{4} = \frac{50}{4} = 12,5$. Nhóm 2 có đầu mút trái $s = 20$, độ dài $h = 5$, tần số của nhóm $n_2 = 15$ và nhóm 1 có tần số tích lũy $cf_1 = 4$. Ta

có: $Q_1 = s + \left(\frac{12,5 - cf_1}{n_2} \right) \cdot h = 20 + \frac{12,5 - 4}{15} \cdot 5 = \frac{137}{6}$ (nghìn đồng)

- Nhóm 3 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng $\frac{3n}{4} = \frac{3 \cdot 50}{4} = 37,5$.

Nhóm 3 có đầu mút trái $t = 25$, độ dài $l = 5$, tần số của nhóm $n_3 = 19$ và nhóm 2 có tần số tích lũy $cf_2 = 19$. Ta có: $Q_3 = t + \left(\frac{37,5 - cf_2}{n_3} \right) \cdot l = 25 + \frac{37,5 - 19}{19} \cdot 5 = \frac{1135}{38}$ (nghìn đồng)

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là:

$$\Delta Q = Q_3 - Q_1 = \frac{1135}{38} - \frac{137}{6} = \frac{401}{57} \approx 7,035 \text{ (nghìn đồng)}$$

Câu 4. Kết quả kiểm tra cân nặng của 20 học sinh nam lớp 12 A (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của kilôgam) được cho ở Bảng:

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[60; 64)	62	8
[64; 68)	66	9
[68; 72)	70	1
[72; 76)	74	1
[76; 80)	78	1

		$n = 20$
--	--	----------

Xác định tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là 20.

b) Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho được tính bằng công thức

$$\bar{x} = \frac{8.62 + 9.66 + 1.70 + 1.74 + 1.78}{20}.$$

c) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là $s^2 = \sqrt{\frac{436}{25}}$.

d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho (làm tròn kết quả đến hàng phần mười là 4kg

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là: $80 - 60 = 20$.

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x} = \frac{8.62 + 9.66 + 1.70 + 1.74 + 1.78}{20} = 65,6(kg).$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$s^2 = \frac{1}{20} \left[8 \cdot (62 - 65,6)^2 + 9 \cdot (66 - 65,6)^2 + 1 \cdot (70 - 65,6)^2 + 1 \cdot (74 - 65,6)^2 + 1 \cdot (78 - 65,6)^2 \right] = \frac{436}{25} = 17,44$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là: $\sqrt{17,44} \approx 4,2(kg)$.

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một xe ô tô chở khách du lịch có sức chứa tối đa là 16 hành khách. Trong một khu du lịch, một đoàn khách gồm 22 người đang đi bộ và muốn thuê xe về khách sạn. Lái xe đưa ra thỏa thuận với đoàn khách du lịch như sau: Nếu một chuyến xe chở x (người) thì giá tiền cho mỗi người là $\frac{(40-x)^2}{2}$ (nghìn đồng). Với thỏa thuận như trên thì lái xe có thể thu được nhiều nhất bao nhiêu triệu đồng từ một chuyến chở khách (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Trả lời: 4,74

Gọi $f(x)$ là lợi nhuận mà lái xe có thể thu về khi chở x (người) ($x \in \mathbb{N}^*$) trong chuyến xe đó.

Khi đó: $f(x) = \frac{1}{2}x(40-x)^2$, với $0 < x \leq 16$.

Ta có: $f'(x) = \frac{1}{2} \left[(40-x)^2 - 2x(40-x) \right] = \frac{1}{2}(40-x)(40-3x)$.

Với $0 < x \leq 16$ thì $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{40}{3}$. Mà $13 < \frac{40}{3} < 14$ nên ta có bảng biến thiên như sau:

x	0	13	$\frac{40}{3}$	14	16
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$	0	4738,5	$f\left(\frac{40}{3}\right)$	4732	4608

Với $f(13) = 4738,5, f(14) = 4732$. Căn cứ vào bảng biến thiên ta có $\max_{(0;16]} f(x) = 4738,5$ (nghìn đồng). Vậy người lái xe đó có thể thu được nhiều nhất khoảng 4,74 triệu đồng từ một chuyến chở khách.

Đáp số: 4,74.

Câu 2. Một chiếc hộp dạng hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông và có thể tích là 2000 cm^3 . Khi đó để lượng vật liệu dùng để sản xuất chiếc hộp là nhỏ nhất thì cạnh đáy của hộp là a (cm) và chiều cao của hộp là b (cm). Tìm $b - a$

Lời giải

Trả lời: 0

Gọi x (cm) là cạnh đáy của chiếc hộp. Khi đó, ta có chiều cao của chiếc hộp là $\frac{2000}{x^2}$ (cm).

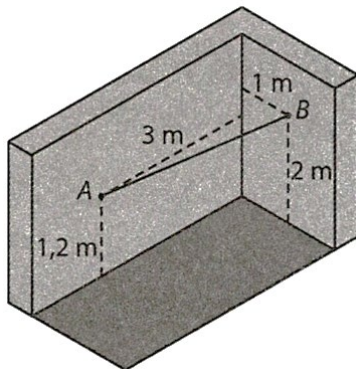
Suy ra, tổng diện tích bề mặt của chiếc hộp là $S = 2x^2 + 4x \cdot \frac{2000}{x^2} = 2x^2 + \frac{8000}{x}, x > 0$

Ta có: $S' = 4x - \frac{8000}{x^2} = \frac{4x^3 - 8000}{x^2}; S' = 0 \Leftrightarrow x = 10\sqrt[3]{2}$.

Bằng cách lập bảng biến thiên, dễ thấy lượng vật liệu dùng để sản xuất là nhỏ nhất (tức là tổng diện tích bề mặt hộp nhỏ nhất) khi cạnh đáy của hộp là $10\sqrt[3]{2} \text{ cm}$ và chiều cao của hộp là $10\sqrt[3]{2} \text{ cm}$.

Vậy $b - a = 0$

Câu 3. Hình bên mô tả hai bức tường gạch được xây vuông góc với nhau và cùng vuông góc với mặt đất. Một người thợ xây căng dây giữa hai bức tường. Đầu A của sợi dây nằm trên bức tường thứ nhất, cách bức tường thứ hai là 3 m và cách mặt đất là 1,2 m. Đầu B của sợi dây nằm trên bức tường thứ hai, cách bức tường thứ nhất là 1 m và cách mặt đất là 2 m.

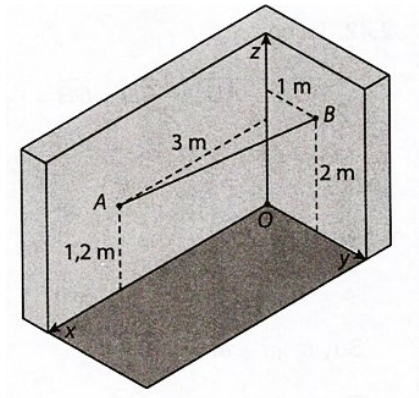


Tính độ dài của sợi dây được căng (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 3,26

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình bên. Khi đó tọa độ của hai đầu A, B lần lượt là $(3; 0; 1, 2)$ và $(0; 1; 2)$.



Độ dài của sợi dây là

$$AB = \sqrt{(0-3)^2 + (1-0)^2 + (2-1,2)^2} \approx 3,26(m).$$

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 3; -1), B(3; -1; 5), C(0; 5; 0)$. Điểm M thuộc tia đối của tia BA sao cho diện tích tam giác MAC bằng ba lần diện tích tam giác MBC . Tính độ dài đoạn thẳng CM ?

Lời giải

Trả lời: 12

Điểm M thuộc tia đối của tia BA nên $S_{MAC} = 3S_{MBC} \Rightarrow MA = 3MB$

$$\text{Suy ra } \overline{MA} = 3\overline{MB} \Rightarrow A - M = 3(B - M)$$

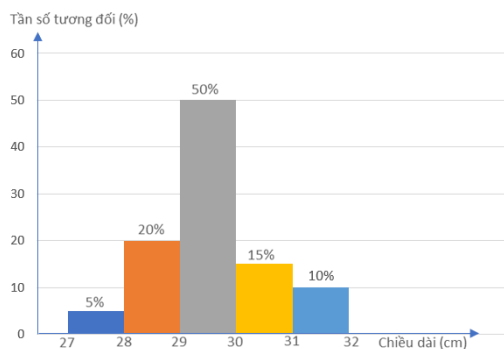
$$\Leftrightarrow 2M = 3B - A = (8; -6; 16) \Rightarrow M(4; -3; 8)$$

$$\text{Do đó } CM = \sqrt{4^2 + (5+3)^2 + 8^2} = 12.$$

Điền đáp án 12:

Câu 5. Tại một nông trường trồng sắn, người ta đo chiều dài của 160 củ sắn được lựa chọn ngẫu nhiên. Kết quả được biểu diễn ở biểu đồ sau:

Chiều dài của củ sắn



Hãy xác khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm.

Lời giải

Trả lời: 1

Gọi $n_1; n_2; n_3; n_4; n_5$ lần lượt là tần số của các nhóm $[27; 28); [28; 29); [29; 30); [30; 31); [31; 32)$.

Ta có $n_1 = 160.5\% = 8; n_2 = 160.20\% = 32; n_3 = 160.50\% = 80;$

$n_4 = 160.15\% = 24; n_5 = 160.10\% = 16$

Ta có bảng tần số ghép nhóm:

Độ dài (cm)	[27; 28)	[28; 29)	[29; 30)	[30; 31)	[31; 32)
Tần số	8	32	80	24	16

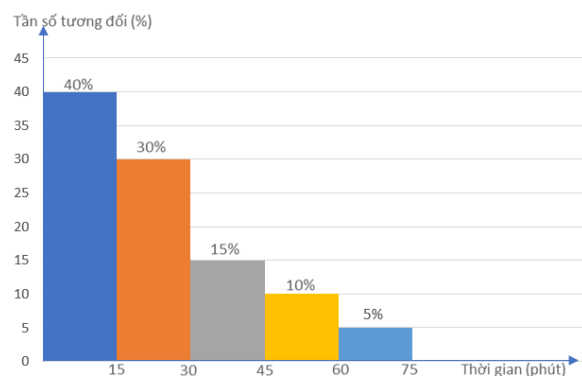
Cỡ mẫu $n = 160$.

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là $32 - 27 = 5(cm)$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{160}$ là chiều dài của 160 củ sắn được xếp theo thứ tự không giảm. Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{40} + x_{41})$. Do $x_{40} \in [28; 29)$ và $x_{41} \in [29; 30)$ nên tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là $Q_1 = 29$. Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{120} + x_{121})$. Do $x_{120} \in [29; 30)$ và $x_{121} \in [30; 31)$ nên tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là $Q_3 = 30$.

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là $\Delta_Q = 30 - 29 = 1$.

- Câu 6.** Bác Xuân biểu diễn thời gian tập thể dục mỗi ngày của mình trong 120 ngày liên tiếp ở biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dưới đây.
Tần số tương đối của thời gian tập thể dục



Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Lời giải**Trả lời: 17,7**

Ta có bảng tần số ghép nhóm:

Thời gian (phút)	[0; 15)	[15; 30)	[30; 45)	[45; 60)	[60; 75)
Tần số	48	36	18	12	6

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là $\bar{x} = 24$.

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là $S^2 = 312,75$.

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là $S = \sqrt{312,75} \approx 17,7$.

ĐỀ 10**Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.**

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-1	3	$-\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. 2. B. -2. C. 3. D. -1.

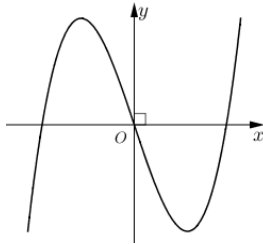
Câu 2. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^4 - x^2 + 13$ trên đoạn $[-2; 3]$.

- A. $m = 13$ B. $m = \frac{51}{4}$ C. $m = \frac{51}{2}$ D. $m = \frac{49}{4}$

Câu 3. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f(x) = x + 3 + \frac{1}{2x+1}$ có phương trình là

- A. $y = 2x + 1$. B. $y = x - 3$. C. $y = x + 3$. D. $y = 2x - 1$.

Câu 4. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



- A. $y = x^3 - 3x$. B. $y = -x^3 + 3x$. C. $y = x^3 - 3x^2 + 1$. D. $y = -x^3 + 3x^2$.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Đặt $\overrightarrow{SA} = \vec{a}$; $\overrightarrow{SB} = \vec{b}$; $\overrightarrow{SC} = \vec{c}$; $\overrightarrow{SD} = \vec{d}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$. B. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c} + \vec{d}$. C. $\vec{a} + \vec{d} = \vec{b} + \vec{c}$. D. $\vec{a} + \vec{c} = \vec{d} + \vec{b}$.

Câu 6. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi P, Q là trung điểm của AB và CD . Chọn khẳng định đúng?

- A. $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$. B. $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AD})$.

- C. $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}$. D. $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$.

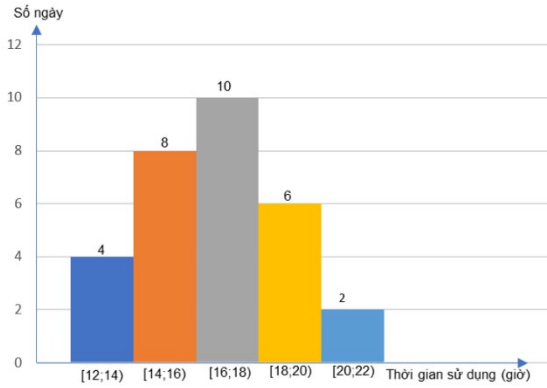
Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (1; 3; -2)$ và $\vec{v} = (2; 1; -1)$. Tọa độ của vectơ $\vec{u} - \vec{v}$ là

- A. $(3; 4; -3)$. B. $(-1; 2; -3)$. C. $(-1; 2; -1)$. D. $(1; -2; 1)$.

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(3; -2; 3)$ và $B(-1; 2; 5)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là :

- A. $I(-2; 2; 1)$. B. $I(1; 0; 4)$. C. $I(2; 0; 8)$. D. $I(2; -2; -1)$.

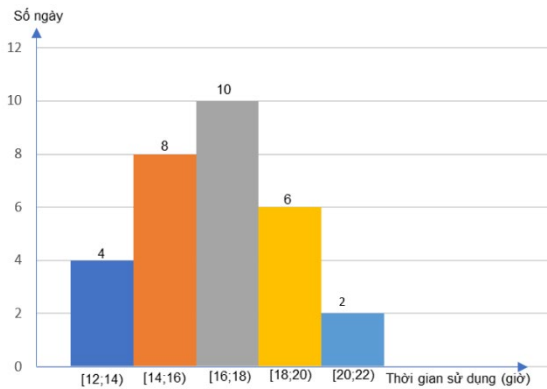
Câu 9. Bác Minh thống kê lại thời gian sử dụng điện thoại của mình từ khi điện thoại được sạc đầy pin cho đến khi pin được sử dụng hết trong 30 ngày ở biểu đồ sau.
Biểu đồ tần số theo thời gian sử dụng



Khoảng chứa một của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. [12;14). B. [14;16). C. [16;18). D. [18;20).

Câu 10. Bác Minh thống kê lại thời gian sử dụng điện thoại của mình từ khi điện thoại được sạc đầy pin cho đến khi pin được sử dụng hết trong 30 ngày ở biểu đồ sau.
Biểu đồ tần số theo thời gian sử dụng



Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. 16,5. B. 16,6. C. 15,5. D. 15,4.

Câu 11. Xét mẫu số liệu ghép nhóm có phương sai bằng 16. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu đó bằng:

- A. 4. B. 8. C. 256. D. 32.

Câu 12. Bảng sau đây biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian sử dụng của một thiết bị điện tử (đơn vị: nghìn giờ).

Nhóm	[1, 0; 1, 2)	[1, 2; 1, 4)	[1, 4; 1, 6)	[1, 6; 1, 8)	[1, 8; 2, 0)
Tần số	20	34	13	10	3

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên thuộc khoảng

- A. (0, 04; 0, 045). B. (0, 045; 0, 05).
C. (0, 05; 0, 055). D. (0, 055; 0, 06).

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Một vật chuyển động dọc theo một trục số nằm ngang, chiều dương từ trái sang phải. Giả sử vị trí của vật x (mét) từ thời điểm $t=0$ giây đến thời điểm $t=5$ giây được cho bởi công thức $x(t) = t^3 - 7t^2 + 11t + 5$.

- a) Vật chuyển động sang phải trong các khoảng thời điểm từ 0 giây đến 1 giây và từ $\frac{11}{3}$ giây đến 5 giây;
- b) Vật chuyển động sang trái trong khoảng thời gian từ 1 giây đến $\frac{11}{3}$ giây.
- c) Tốc độ cực đại của vật trong khoảng thời gian từ $t = 1$ giây đến $t = 4$ giây là $\frac{16}{3}(m/s)$
- d) Vật tăng tốc trong khoảng thời gian từ $\frac{7}{3}$ giây đến 5 giây và vật giảm tốc trong khoảng thời gian từ 0 giây đến $\frac{7}{3}$ giây.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -1; 1), B(1; -1; 2)$ và $C(3; 0; 2)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) Tam giác ABC là tam giác vuông.
- b) Trọng tâm tam giác ABC là điểm $G\left(2; -\frac{2}{3}; \frac{5}{3}\right)$.
- c) Diện tích tam giác ABC bằng $\sqrt{6}$.
- d) $\cos \widehat{ABC} = \frac{\sqrt{10}}{5}$.

Câu 3. Khi điều tra độ tuổi của dân cư trong một khu phố (đơn vị: tuổi) được kết quả cho bởi Bảng.

Nhóm	Tần số
[10; 20)	18
[20; 30)	31
[30; 40)	40
[40; 50)	48
[50; 60)	50
[60; 70)	10
[70; 80)	2
[80; 90)	1
	$n = 200$

Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đó là: $R = 90$ (tuổi).
- b) Nhóm 3 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng $\frac{n}{4} = \frac{200}{4} = 50$.
- c) $Q_3 = 52\frac{17}{24}$
- d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu lớn hơn 20.

Câu 4. Kết quả kiểm tra môn Tiếng Anh (cùng đề) của học sinh hai lớp 12A và 12B được cho lần lượt bởi mẫu số liệu ghép nhóm ở Bảng 1, Bảng 2.

Nhóm	Tần số
[0; 2)	3

[2;4)	5
[4;6)	5
[6;8)	25
[8;10]	2
	$n = 40$

Bảng 1

Nhóm	Tần số
[0;2)	1
[2;4)	4
[4;6)	15
[6;8)	16
[8;10]	4
	$n = 40$

Bảng 2

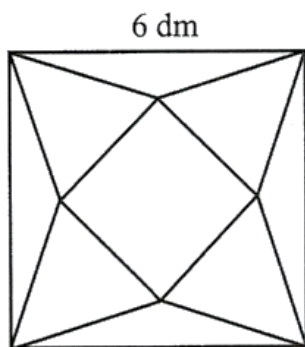
Xác định tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- Số trung bình cộng của hai mẫu số liệu trên bằng nhau.
- Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu lớp 12A nhỏ hơn 2.
- Phương sai của mẫu số liệu lớp 12B lớn hơn 3.
- Điểm thi của học sinh lớp 12B đồng đều hơn lớp 12A.

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Từ một tấm bìa mỏng hình vuông cạnh 6 dm, bạn Hoa cắt bỏ bốn tam giác cân bằng nhau có cạnh đáy là cạnh của hình vuông ban đầu và đỉnh là đỉnh của một hình vuông nhỏ phía trong rồi gập lên, ghép lại tạo thành một khối chóp tứ giác đều (Hình). Thể tích của khối chóp có giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu decimét khối (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

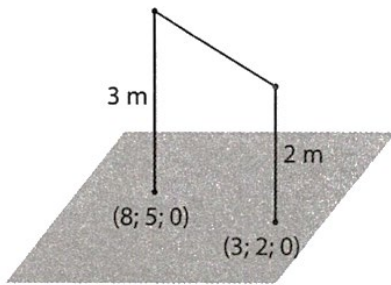


Câu 2. Tại một nhà máy, khi sản xuất x tạ sản phẩm ($x > 0$) mỗi ngày thì chi phí trung bình trên mỗi tạ sản phẩm được tính bởi công thức

$$\bar{C}(x) = \frac{1}{2}x + 3 + \frac{8}{x} \text{ (triệu đồng/tạ)}$$

Tính chi phí trung bình thấp nhất (tính theo triệu đồng/tạ) mà nhà máy có thể đạt được trong ngày.

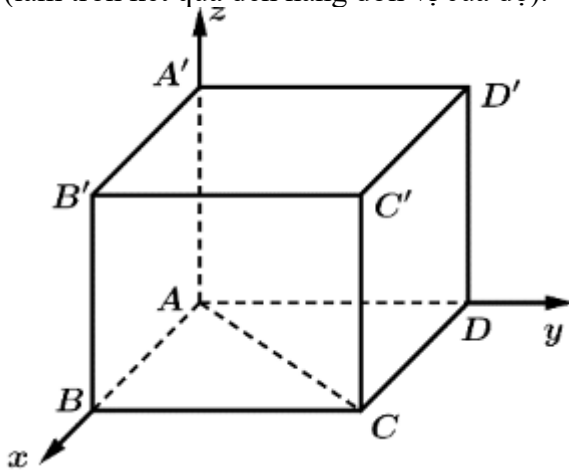
Câu 3. Trên sân thể dục thầy giáo dựng hai chiếc cột vuông góc với mặt sân, chiều cao của mỗi cột lần lượt là 3 m và 2 m. Xét hệ tọa độ $Oxyz$ sao cho mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sân, trục Oz hướng thẳng đứng lên trời. Đơn vị trong hệ tọa độ $Oxyz$ được lấy theo mét.



Biết rằng chân của hai cột có tọa độ lần lượt là $(8; 5; 0)$ và $(3; 2; 0)$.

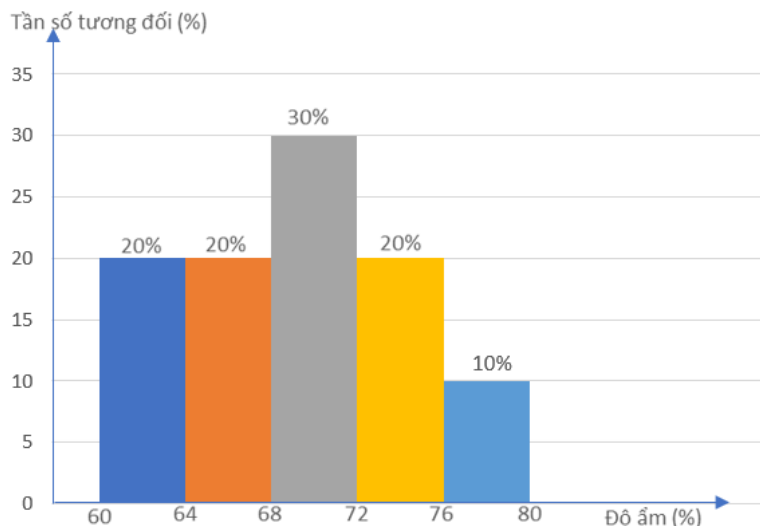
Thầy giáo dự định căng một sợi dây nối hai đầu của hai cột. Hỏi sợi dây cần có độ dài tối thiểu là khoảng bao nhiêu mét? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Câu 4. Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có cạnh bằng 4. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BB' . Bằng cách thiết lập hệ tọa độ như hình vẽ, hãy tính góc giữa hai vector \overrightarrow{MN} và $\overrightarrow{AC'}$ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của độ).



Câu 5. Người ta đo độ ẩm không khí lúc 12 giờ trưa mỗi ngày tại một địa điểm trong tháng 4. Kết quả các lần đo được biểu diễn ở biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dưới đây.

Tần số tương đối của độ ẩm không khí lúc 12 giờ trưa



Tính khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên

Câu 6. Thời gian bù giờ của 64 trận đấu bóng đá trong một giải đấu được ghi lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	[2; 3)	[3; 4)	[4; 5)	[5; 6)	[6; 7)
Số trận đấu	5	19	24	10	6

Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

PHIẾU TRẢ LỜI

PHẦN I

	A	B	C	D
1	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
10	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

	A	B	C	D
11	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
12	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Điểm
Điểm phần I: đ
Điểm phần II: đ
Điểm phần III: đ
Tổng: đ

PHẦN II

Câu 1		Câu 2		Câu 3		Câu 4	
Đúng	Sai	Đúng	Sai	Đúng	Sai	Đúng	Sai
a) <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	a) <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
b) <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	b) <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
c) <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	c) <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
d) <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	d) <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

PHẦN III

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
□ □ □ □ □	□ □ □ □ □	□ □ □ □ □	□ □ □ □ □	□ □ □ □ □	□ □ □ □ □
- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>

LỜI GIẢI THAM KHẢO

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2		2	$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$				3	

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. 2. B. -2. C. 3. D. -1.

Lời giải

Chọn D

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng -1 .

Câu 2. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^4 - x^2 + 13$ trên đoạn $[-2; 3]$.

- A. $m = 13$ B. $m = \frac{51}{4}$ C. $m = \frac{51}{2}$ D. $m = \frac{49}{4}$

Lời giải

Chọn B

$$y' = 4x^3 - 2x; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [-2; 3] \\ x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \in [-2; 3] \end{cases};$$

Tính $y(-2) = 25$, $y(3) = 85$, $y(0) = 13$, $y\left(\pm \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{51}{4} = 12,75$;

Kết luận: giá trị nhỏ nhất m của hàm số là $m = \frac{51}{4}$.

Câu 3. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f(x) = x + 3 + \frac{1}{2x+1}$ có phương trình là

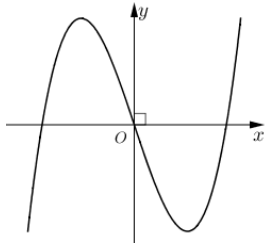
- A. $y = 2x + 1$. B. $y = x - 3$. C. $y = x + 3$. D. $y = 2x - 1$.

Lời giải

Do $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [f(x) - (x+3)] = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{2x+1} = 0$ nên đường thẳng $y = x + 3$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho.

Chọn đáp án C.

Câu 4. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



- A.** $y = x^3 - 3x$. **B.** $y = -x^3 + 3x$. **C.** $y = x^3 - 3x^2 + 1$. **D.** $y = -x^3 + 3x^2$.

Lời giải

Chọn A

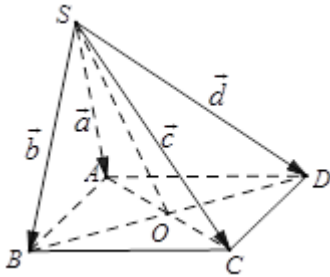
Đường cong có dạng của đồ thị hàm số bậc 3 với hệ số $a > 0$ nên chỉ có hàm số $y = x^3 - 3x$ thỏa yêu cầu bài toán.

- Câu 5.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Đặt $\overrightarrow{SA} = \vec{a}$; $\overrightarrow{SB} = \vec{b}$; $\overrightarrow{SC} = \vec{c}$; $\overrightarrow{SD} = \vec{d}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$. **B.** $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c} + \vec{d}$. **C.** $\vec{a} + \vec{d} = \vec{b} + \vec{c}$. **D.** $\vec{a} + \vec{c} = \vec{d} + \vec{b}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi O là tâm của hình bình hành $ABCD$. Ta phân tích như sau:

$$\begin{cases} \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = 2\overrightarrow{SO} \\ \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = 2\overrightarrow{SO} \end{cases} \text{ (do tính chất của đường trung tuyến)}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} \Leftrightarrow \vec{a} + \vec{c} = \vec{d} + \vec{b}.$$

- Câu 6.** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi P, Q là trung điểm của AB và CD . Chọn khẳng định đúng?

A. $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$. **B.** $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AD})$.

C. $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}$. **D.** $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CQ}$ và $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DQ}$

nên $2\overrightarrow{PQ} = (\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB}) + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD} + (\overrightarrow{CQ} + \overrightarrow{DQ}) = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}$. Vậy $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (1; 3; -2)$ và $\vec{v} = (2; 1; -1)$. Tọa độ của vectơ $\vec{u} - \vec{v}$ là

- A. $(3; 4; -3)$. B. $(-1; 2; -3)$. **C. $(-1; 2; -1)$.** D. $(1; -2; 1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\vec{u} - \vec{v} = (1-2; 3-1; -2+1) = (-1; 2; -1)$.

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(3; -2; 3)$ và $B(-1; 2; 5)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là :

- A. $I(-2; 2; 1)$. **B. $I(1; 0; 4)$.** C. $I(2; 0; 8)$. D. $I(2; -2; -1)$.

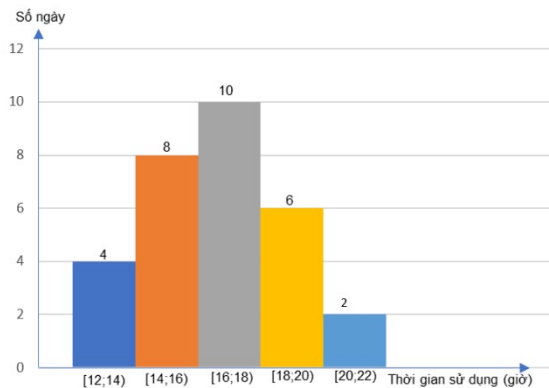
Lời giải

Chọn B

Cho hai điểm $A(3; -2; 3)$ và $B(-1; 2; 5)$.

$$\text{Trung điểm } I \text{ có tọa độ: } \begin{cases} \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{3 + (-1)}{2} = 1 \\ \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{(-2) + 2}{2} = 0 \Rightarrow I(1; 0; 4). \\ \frac{z_A + z_B}{2} = \frac{3 + 5}{2} = 4 \end{cases}$$

Câu 9. Bác Minh thống kê lại thời gian sử dụng điện thoại của mình từ khi điện thoại được sạc đầy pin cho đến khi pin được sử dụng hết trong 30 ngày ở biểu đồ sau. Biểu đồ tần số theo thời gian sử dụng



Khoảng chứa một của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

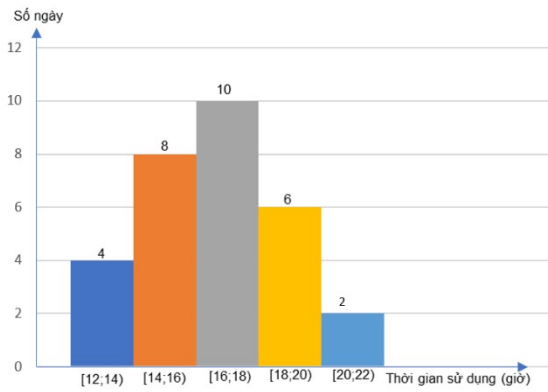
- A. $[12; 14)$. B. $[14; 16)$. C. $[16; 18)$. D. $[18; 20)$.

Lời giải

Chọn C

Nhóm $[16; 18)$ có tần số cao nhất là 10 nên nó là nhóm chứa một của mẫu số liệu ghép nhóm.

Câu 10. Bác Minh thống kê lại thời gian sử dụng điện thoại của mình từ khi điện thoại được sạc đầy pin cho đến khi pin được sử dụng hết trong 30 ngày ở biểu đồ sau. Biểu đồ tần số theo thời gian sử dụng



Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. 16,5. B. 16,6. C. 15,5. D. 15,4.

Lời giải

Chọn B

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên thuộc nhóm [16;18). Trung vị của mẫu số liệu ghép

$$\text{nhóm là } Q_2 = 16 + \frac{\frac{30}{2} - (4 + 8)}{10} \cdot (18 - 16) = 16,6.$$

- Câu 11.** Xét mẫu số liệu ghép nhóm có phương sai bằng 16. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu đó bằng:
A. 4. B. 8. C. 256. D. 32.

Lời giải

Chọn A

- Câu 12.** Bảng sau đây biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian sử dụng của một thiết bị điện tử (đơn vị: nghìn giờ).

Nhóm	[1, 0; 1, 2)	[1, 2; 1, 4)	[1, 4; 1, 6)	[1, 6; 1, 8)	[1, 8; 2, 0)
Tần số	20	34	13	10	3

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên thuộc khoảng

- A. (0,04; 0,045). B. (0,045; 0,05).
 C. (0,05; 0,055). D. (0,055; 0,06).

Lời giải

$$s^2 = 0,046975. \text{ Chọn B}$$

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

- Câu 1.** Một vật chuyển động dọc theo một trục số nằm ngang, chiều dương từ trái sang phải. Giả sử vị trí của vật x (mét) từ thời điểm $t=0$ giây đến thời điểm $t=5$ giây được cho bởi công thức $x(t) = t^3 - 7t^2 + 11t + 5$.

a) Vật chuyển động sang phải trong các khoảng thời điểm từ 0 giây đến 1 giây và từ $\frac{11}{3}$ giây đến 5 giây;

b) Vật chuyển động sang trái trong khoảng thời gian từ 1 giây đến $\frac{11}{3}$ giây.

c) Tốc độ cực đại của vật trong khoảng thời gian từ $t=1$ giây đến $t=4$ giây là $\frac{16}{3} (m/s)$

d) Vật tăng tốc trong khoảng thời gian từ $\frac{7}{3}$ giây đến 5 giây và vật giảm tốc trong khoảng thời gian từ 0 giây đến $\frac{7}{3}$ giây.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
----------------	----------------	----------------	----------------

Ta có: $x(t) = t^3 - 7t^2 + 11t + 5, t \in [0; 5]$.

a) b) Vận tốc của vật là $v(t) = x'(t) = 3t^2 - 14t + 11, t \in [0; 5]; v(t) = 0 \Leftrightarrow t = 1$ hoặc $t = \frac{11}{3}$.

Ta có: $v(t) > 0$ khi $t \in (0; 1)$ hoặc $t \in \left(\frac{11}{3}; 5\right); v(t) < 0$ khi $t \in \left(1; \frac{11}{3}\right)$.

Vật chuyển động theo chiều dương khi vận tốc $v(t) > 0$.

Do đó, vật chuyển động sang phải trong các khoảng thời điểm từ 0 giây đến 1 giây và từ $\frac{11}{3}$ giây đến 5 giây; vật chuyển động sang trái trong khoảng thời gian từ 1 giây đến $\frac{11}{3}$ giây.

c) Tốc độ của vật là độ lớn của vận tốc, tức là $|v(t)| = |3t^2 - 14t + 11|, t \in [0; 5]$.

Ta có: $|v(t)| = 0 \Leftrightarrow t = 1$ hoặc $t = \frac{11}{3}$. Vậy vật dừng lại tại các thời điểm $t = 1$ giây hoặc $t = \frac{11}{3}$ giây.

Trên đoạn $[1; 4]$, ta có: $v(1) = 0; v(4) = -5; v\left(\frac{7}{3}\right) = -\frac{16}{3}$ là tung độ đỉnh của parabol $y = 3t^2 - 14t + 11$

Do đó $\max_{t \in [1; 4]} |v(t)| = \left|v\left(\frac{7}{3}\right)\right| = \frac{16}{3}$.

Vậy tốc độ cực đại của vật trong khoảng thời gian từ $t = 1$ giây đến $t = 4$ giây là $\frac{16}{3} (m/s)$.

d) Gia tốc của vật là $a(t) = v'(t) = 6t - 14$.

Ta có: $a(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{7}{3}; a(t) > 0$ khi $t \in \left(\frac{7}{3}; 5\right); a(t) < 0$ khi $t \in \left(0; \frac{7}{3}\right)$.

Vật tăng tốc khi $a(t) > 0$ và vật giảm tốc khi $a(t) < 0$. Vậy vật tăng tốc trong khoảng thời gian từ $\frac{7}{3}$ giây đến 5 giây và vật giảm tốc trong khoảng thời gian từ 0 giây đến $\frac{7}{3}$ giây.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -1; 1), B(1; -1; 2)$ và $C(3; 0; 2)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) Tam giác ABC là tam giác vuông.

b) Trọng tâm tam giác ABC là điểm $G\left(2; -\frac{2}{3}; \frac{5}{3}\right)$.

c) Diện tích tam giác ABC bằng $\sqrt{6}$.

d) $\cos \widehat{ABC} = \frac{\sqrt{10}}{5}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
----------------	----------------	---------------	----------------

Ta có: $\overrightarrow{AB}(-1; 0; 1), \overrightarrow{AC}(1; 1; 1) \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -1 + 1 = 0 \Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại A .

Trọng tâm tam giác ABC là điểm $G\left(2; -\frac{2}{3}; \frac{5}{3}\right)$.

Tam giác ABC vuông tại A nên $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC = \frac{\sqrt{6}}{2}$.

Tam giác ABC vuông tại A nên $\cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{10}}{5}$

Hoặc $\overrightarrow{BA}(1; 0; -1), \overrightarrow{BC}(2; 1; 0) \Rightarrow \cos(\overrightarrow{BA}; \overrightarrow{BC}) = \frac{2}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{5}$.

Câu 3. Khi điều tra độ tuổi của dân cư trong một khu phố (đơn vị: tuổi) được kết quả cho bởi Bảng.

Nhóm	Tần số
[10; 20)	18
[20; 30)	31
[30; 40)	40
[40; 50)	48
[50; 60)	50
[60; 70)	10
[70; 80)	2
[80; 90)	1
	$n = 200$

Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đó là: $R = 90$ (tuổi).

b) Nhóm 3 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng $\frac{n}{4} = \frac{200}{4} = 50$.

c) $Q_3 = 52 \frac{17}{24}$

d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu lớn hơn 20.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------------	----------------	---------------	----------------

Ta có đầu mút trái của nhóm 1 là $a_1 = 10$, đầu mút phải của nhóm 8 là $a_9 = 90$.

Vậy khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đó là: $R = a_9 - a_1 = 90 - 10 = 80$ (tuổi)

Trong Bảng.

Nhóm	Tần số	Tần số tích lũy
[10; 20)	18	18
[20; 30)	31	49
[30; 40)	40	89
[40; 50)	48	137
[50; 60)	50	187
[60; 70)	10	197
[70; 80)	2	199
[80; 90)	1	200
	$n = 200$	

- Nhóm 3 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng $\frac{n}{4} = \frac{200}{4} = 50$.

Nhóm 3 có đầu mút trái $s = 30$, độ dài $h = 10$, tần số của nhóm $n_3 = 40$ và nhóm 2 có tần số tích lũy $cf_2 = 49$. Ta có: $Q_1 = s + \left(\frac{50 - cf_2}{n_3} \right) \cdot h = 30 + \frac{50 - 49}{40} \cdot 10 = 30,25$ (tuổi).

- Nhóm 5 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng $\frac{3n}{4} = \frac{3 \cdot 200}{4} = 150$. Nhóm 5 có đầu mút trái $t = 50$, độ dài $l = 10$, tần số của nhóm $n_5 = 50$ và nhóm 4 có tần số tích lũy $cf_4 = 137$.

Ta có: $Q_3 = t + \left(\frac{150 - cf_4}{n_5} \right) \cdot h = 50 + \left(\frac{150 - 137}{50} \right) \cdot 10 = 52,6$ (tuổi)

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là:

$$\Delta Q = Q_3 - Q_1 = 52,6 - 30,25 = 22,35 \text{ (tuổi)}$$

Câu 4. Kết quả kiểm tra môn Tiếng Anh (cùng đề) của học sinh hai lớp 12A và 12B được cho lần lượt bởi mẫu số liệu ghép nhóm ở Bảng 1, Bảng 2.

Nhóm	Tần số
[0; 2)	3
[2; 4)	5
[4; 6)	5
[6; 8)	25
[8; 10]	2
	$n = 40$

Bảng 1

Nhóm	Tần số
[0; 2)	1
[2; 4)	4
[4; 6)	15
[6; 8)	16
[8; 10]	4
	$n = 40$

Bảng 2

Xác định tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- a) Số trung bình cộng của hai mẫu số liệu trên bằng nhau.
- b) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu lớp 12A nhỏ hơn 2.
- c) Phương sai của mẫu số liệu lớp 12B lớn hơn 3.
- d) Điểm thi của học sinh lớp 12B đồng đều hơn lớp 12A.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
----------------	---------------	----------------	----------------

Số trung bình cộng của mẫu số liệu lớp 12A là:

$$\bar{x}_A = \frac{3 \cdot 1 + 5 \cdot 3 + 5 \cdot 5 + 25 \cdot 7 + 2 \cdot 9}{40} = 5,9.$$

Số trung bình cộng của mẫu số liệu lớp 12B là:

$$\bar{x}_B = \frac{1 \cdot 1 + 4 \cdot 3 + 15 \cdot 5 + 16 \cdot 7 + 4 \cdot 9}{40} = 5,9.$$

Suy ra số trung bình cộng của hai mẫu số liệu trên bằng nhau.

Phương sai của mẫu số liệu lớp 12A là:

$$s_A^2 = \frac{3 \cdot (1 - 5,9)^2 + 5 \cdot (3 - 5,9)^2 + 5 \cdot (5 - 5,9)^2 + 25 \cdot (7 - 5,9)^2 + 2 \cdot (9 - 5,9)^2}{40} = 4,19.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu lớp 12A là: $\sqrt{4,19}$ và $\sqrt{4,19} > 2$.

Phương sai của mẫu số liệu lớp 12B là:

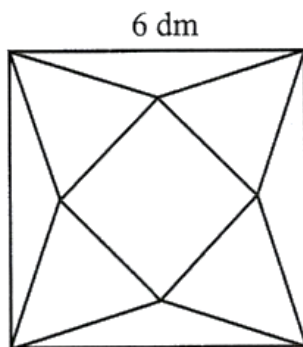
$$s_B^2 = \frac{1 \cdot (1 - 5,9)^2 + 4 \cdot (3 - 5,9)^2 + 15 \cdot (5 - 5,9)^2 + 16 \cdot (7 - 5,9)^2 + 4 \cdot (9 - 5,9)^2}{40} = 3,19 \text{ và } 3,19 > 3.$$

Vì $s_A^2 > s_B^2$ nên điểm thi của học sinh lớp 12B đồng đều hơn lớp 12A.

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

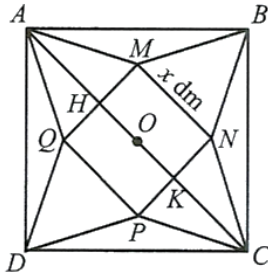
Câu 1. Từ một tấm bìa mỏng hình vuông cạnh 6 dm, bạn Hoa cắt bỏ bốn tam giác cân bằng nhau có cạnh đáy là cạnh của hình vuông ban đầu và đỉnh là đỉnh của một hình vuông nhỏ phía trong rồi gập lên, ghép lại tạo thành một khối chóp tứ giác đều (Hình). Thể tích của khối chóp có giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu decimét khối (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



Lời giải

Trả lời: 7,3

Gọi cạnh đáy của hình chóp tứ giác đều là $x(dm)$ với $0 < x < 6\sqrt{2}$ như hình bên.



Ta có:

$$AH = \frac{AC - HK}{2} = 3\sqrt{2} - \frac{x}{2}.$$

Đường cao của hình chóp tứ giác đều là:

$$h = \sqrt{AH^2 - OH^2} = \sqrt{\left(3\sqrt{2} - \frac{x}{2}\right)^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2} = \sqrt{18 - 3\sqrt{2}x}.$$

Thể tích khối chóp là: $V = \frac{1}{3}hx^2 = \frac{1}{3}x^2\sqrt{18 - 3\sqrt{2}x} = \frac{1}{3}\sqrt{x^4(18 - 3\sqrt{2}x)}.$

Để tìm giá trị lớn nhất của V ta đi tìm giá trị lớn nhất của hàm số

$$f(x) = x^4(18 - 3\sqrt{2}x), \quad 0 < x < 6\sqrt{2}.$$

Ta có: $f'(x) = x^3(-15\sqrt{2}x + 72), f'(x) = 0$ khi $x = 0$ hoặc $x = \frac{12\sqrt{2}}{5}.$

Bảng biến thiên của $f(x)$ như sau:

x	0	$\frac{12\sqrt{2}}{5}$	$6\sqrt{2}$	
$f'(x)$	0	+	0	-
$f(x)$	0	$f\left(\frac{12\sqrt{2}}{5}\right)$	-93 312	

Từ bảng biến thiên ta có $\max_{(0;6\sqrt{2})} f\left(\frac{12\sqrt{2}}{5}\right) \approx 477,75$ tại $x = \frac{12\sqrt{2}}{5}.$

Vậy thể tích của khối chóp có giá trị lớn nhất bằng:

$$V_{\max} = \frac{1}{3}\sqrt{\left(\frac{12\sqrt{2}}{5}\right)^4 \left(18 - 3\sqrt{2} \cdot \frac{12\sqrt{2}}{5}\right)} \approx 7,3(dm^3).$$

Đáp số: 7,3.

Câu 2. Tại một nhà máy, khi sản xuất x tạ sản phẩm ($x > 0$) mỗi ngày thì chi phí trung bình trên mỗi tạ sản phẩm được tính bởi công thức

$$\bar{C}(x) = \frac{1}{2}x + 3 + \frac{8}{x} \text{ (triệu đồng/tạ)}$$

Tính chi phí trung bình thấp nhất (tính theo triệu đồng/tạ) mà nhà máy có thể đạt được trong ngày.

Lời giải

Trả lời: 7

$$\bar{C}'(x) = \frac{1}{2} - \frac{8}{x^2}, x > 0.$$

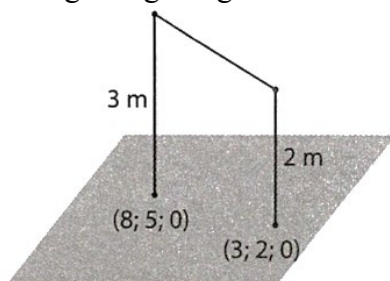
$$\bar{C}'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 = 16 \Leftrightarrow x = 4 \text{ (do } x > 0 \text{)}.$$

Bảng biến thiên:

x	0	4	$+\infty$
$\bar{C}'(x)$		- 0 +	
$\bar{C}(x)$	$+\infty$	7	$+\infty$

Từ đó, chi phí trung bình thấp nhất là 7 triệu đồng/tạ.

Câu 3. Trên sân thể dục thầy giáo dựng hai chiếc cột vuông góc với mặt sân, chiều cao của mỗi cột lần lượt là 3 m và 2 m. Xét hệ tọa độ $Oxyz$ sao cho mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sân, trục Oz hướng thẳng đứng lên trời. Đơn vị trong hệ tọa độ $Oxyz$ được lấy theo mét.



Biết rằng chân của hai cột có tọa độ lần lượt là $(8; 5; 0)$ và $(3; 2; 0)$.

Thầy giáo dự định căng một sợi dây nối hai đầu của hai cột. Hỏi sợi dây cần có độ dài tối thiểu là khoảng bao nhiêu mét? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Lời giải

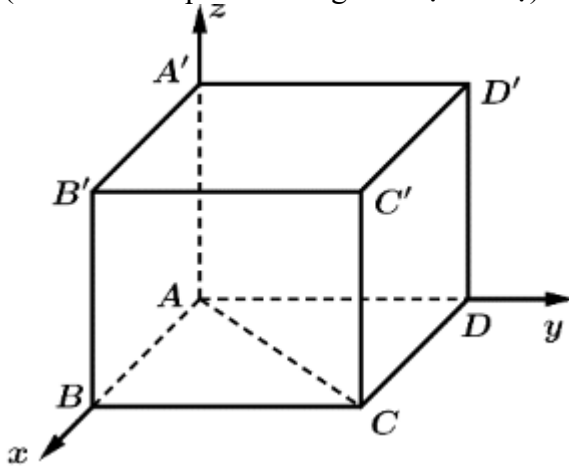
Trả lời: 5,92

Đầu chiếc cột có chiều cao là 3 m có tọa độ là $(8; 5; 3)$, đầu chiếc cột có chiều cao là 2 m có tọa độ là $(3; 2; 2)$.

Khoảng cách giữa hai đầu của hai chiếc cột là $\sqrt{(8-3)^2 + (5-2)^2 + (3-2)^2} \approx 5,92(m)$.

Do đó sợi dây cần có độ dài tối thiểu là 5,92 m.

Câu 4. Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có cạnh bằng 4. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BB' . Bằng cách thiết lập hệ tọa độ như hình vẽ, hãy tính góc giữa hai vectơ \overrightarrow{MN} và $\overrightarrow{AC'}$ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của độ).



Lời giải

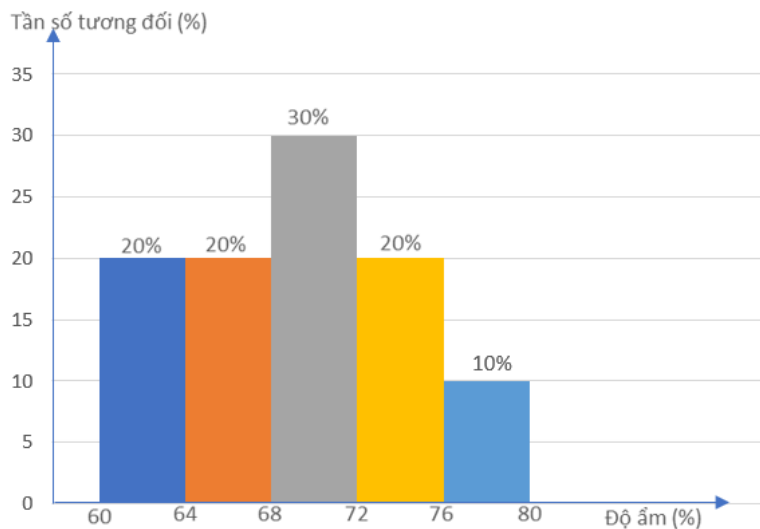
Trả lời: 62

Ta có: $M(0; 2; 0), N(4; 0; 2) \Rightarrow \overrightarrow{MN}(4; -2; 2)$

Mặt khác $\overrightarrow{AC'} = (4; 4; 4) \Rightarrow \cos(\overrightarrow{MN}; \overrightarrow{AC'}) = \frac{16}{\sqrt{24} \cdot 4\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{3} \Rightarrow (\overrightarrow{MN}; \overrightarrow{AC'}) \approx 62^\circ$.

Câu 5. Người ta đo độ ẩm không khí lúc 12 giờ trưa mỗi ngày tại một địa điểm trong tháng 4. Kết quả các lần đo được biểu diễn ở biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dưới đây.

Tần số tương đối của độ ẩm không khí lúc 12 giờ trưa



Tính khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên

Lời giải

Trả lời: 8

Bảng tần số ghép nhóm:

Độ ẩm (%)	[60; 64)	[64; 68)	[68; 72)	[72; 76)	[76; 80)
Tần số	6	6	9	6	3

Cỡ mẫu là $n = 30$.

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là $R = 80 - 60 = 20$ (%).

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là $\Delta_Q = 73 - 65 = 8$.

Câu 6. Thời gian bù giờ của 64 trận đấu bóng đá trong một giải đấu được ghi lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	[2;3)	[3;4)	[4;5)	[5;6)	[6;7)
Số trận đấu	5	19	24	10	6

Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Trả lời: 1,06

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là $\bar{x} \approx 4,3906$.

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S^2 \approx \frac{1}{64} (5 \cdot 2,5^2 + 19 \cdot 3,5^2 + 24 \cdot 4,5^2 + 10 \cdot 5,5^2 + 6 \cdot 6,5^2) - 4,3906^2 \approx 1,13$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là $S \approx \sqrt{1,13} \approx 1,06$.