ĐÁP ÁN ĐỀ THI TOÁN LỚP 10 NAM ĐỊNH NĂM 2024-2025 (THAM KHẢO)

I. TRẮC NGHIỆM

1.D	2.B	3.A	4.D	5.C	6.B	7.D	8.A

II. TỰ LUẬN

Câu 1 (1,5 điểm).

Cách giải:

a) Chứng minh đẳng thức $\frac{4}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}-\sqrt{12}=2\sqrt{5}$.

Ta có:

$$VT=\frac{4}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}-\sqrt{12}=\frac{4\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)}{\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)}-\sqrt{2^2.3}$$

$$=\frac{4\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)}{5-3}-2\sqrt{3}=\frac{4\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)}{2}-2\sqrt{3}$$

$$=2\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)-2\sqrt{3}=2\sqrt{5}+2\sqrt{3}-2\sqrt{3}$$

$$=2\sqrt{5}=VP \text{ (đpcm)}$$

b) Rút gọn biểu thức $F=\left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}-\frac{1}{x-\sqrt{x}}\right):\left(\frac{1}{\sqrt{x}+1}+\frac{2}{x-1}\right)$ *với* $x>0$ *và* $x\neq 1$.

ĐKXĐ: $x>0$ và $x\neq 1$.

$$F=\left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}-\frac{1}{x-\sqrt{x}}\right):\left(\frac{1}{\sqrt{x}+1}+\frac{2}{x-1}\right)$$

$$=\left[\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}-\frac{1}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)}\right]:\left[\frac{1}{\sqrt{x}+1}+\frac{2}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}\right]$$

$$=\left[\frac{\sqrt{x}.\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)}\right]:\left[\frac{\left(\sqrt{x}-1\right)+2}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}\right]$$

$$=\frac{x-1}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)}:\frac{\sqrt{x}+1}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}$$

$$=\frac{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)}:\frac{1}{\sqrt{x}-1}$$

$$=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}.\frac{\sqrt{x}-1}{1}$$

$= \frac{x-1}{\sqrt{x}}$

Vậy $F = \frac{x-1}{\sqrt{x}}$.

Câu 2 (1,5 điểm).

Cách giải:

Cho phương trình $x^2-(2m-1)x+m^2-1=0$ (với m là tham số).

a) Giải phương trình với $m=1$.

Thay $m=1$ vào phương trình trở thành: $x^2-x=0$

$\Leftrightarrow x(x-1)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x-1=0 \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \end{array}\right.$

Vậy phương trình có hai nghiệm $\left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \end{array}\right.$

b) Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 thoả mãn: $(x_1-2x_2)(x_2-2x_1)=9$.

$x^2-(2m-1)x+m^2-1=0$

Ta có: $\Delta = \left[-(2m-1)\right]^2-4.(m^2-1)=4m^2-4m+1-4m^2+4=-4m+5$

Để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 thì $\Delta>0 \Leftrightarrow -4m+5>0 \Leftrightarrow m<\frac{5}{4}$.

Áp dụng định lí Vi – et ta có: $\begin{cases} x_1+x_2=-\frac{b}{a}=2m-1 \\ x_1.x_2=\frac{c}{a}=m^2-1 \end{cases}$ (1)

Ta có: $(x_1-2x_2)(x_2-2x_1)=9$.

$\Leftrightarrow x_1.x_2-2x_1^2-2x_2^2+4x_1x_2=9$

$\Leftrightarrow 9x_1.x_2-2(x_1+x_2)^2=9$

Thay (1) vào phương trình ta có:

$\Leftrightarrow 9(m^2-1)-2(2m-1)^2=9$

$\Leftrightarrow 9m^2-9-8m^2+8m-2=9$

$\Leftrightarrow m^2+8m-20=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=2(ktm) \\ m=-10(tm) \end{array}\right.$

Vậy $m=-10$ thì phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 thoả mãn:

$(x_1-2x_2)(x_2-2x_1)=9.$

Câu 3 (1 điểm).

Cách giải:

Đề bài: Giải hệ phương trình $\begin{cases}\sqrt{x-5}+3(y-1)^2=4\\2\sqrt{x-5}+y^2-2y=2\end{cases}$

ĐKXĐ: $x\geq 5$

Ta có:

$$\begin{cases}\sqrt{x-5}+3(y-1)^2=4\\2\sqrt{x-5}+y^2-2y=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{x-5}+3(y-1)^2=4\\2\sqrt{x-5}+y^2-2y+1=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{x-5}+3(y-1)^2=4\\2\sqrt{x-5}+(y-1)^2=3\end{cases}$$

Đặt $\begin{cases}\sqrt{x-5}=u\\(y-1)^2=v\end{cases}(u,v\geq 0)$, hệ phương trình trở thành:

$$\begin{cases}u+3v=4\\2u+v=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}u+3v=4\\6u+3v=9\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}5u=5\\2u+v=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}u=1\\2+v=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}u=1\\v=1\end{cases}(TM).$$

Khi đó, ta có:

$$\begin{cases}\sqrt{x-5}=1\\(y-1)^2=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x-5=1\\\left[\begin{array}{l}y-1=1\\y-1=-1\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=6(TM)\\\left[\begin{array}{l}y=2\\y=0\end{array}\right.\end{cases}$$

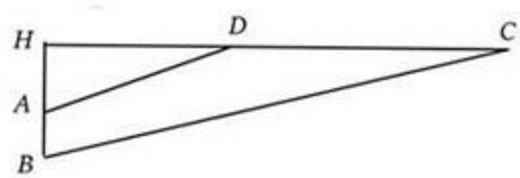
Vậy hệ phương trình có nghiệm là $(x,y)\in\{(6;0),(6;2)\}$.

Câu 4 (3 điểm).

Cách giải:

1) Mảnh vườn nhà nhà ông An có hình dạng là tứ giác ABCD (như hình vẽ). Biết AB vuông góc với CD tại $H;AB=4m$ ***;*** $BC=26m;CD=16m;\sin BCD=\dfrac{5}{13}$. ***Tính diện tích của mảnh vườn (phần tô đậm).***

Cách giải:



Ta có HBC vuông tại H nên $HB = BC.\sin\angle BCD = 26.\frac{5}{13} = 10m$

$\Rightarrow HC = \sqrt{BC^2 - HB^2} = \sqrt{26^2 - 10^2} = 24m$

$\Rightarrow HA = HB - AB = 10 - 4 = 6m$

$HD = HC - CD = 24 - 16 = 8m$

$\Rightarrow S_{ABCD} = S_{HBC} - S_{HAD} = \frac{1}{2}HB.HC - \frac{1}{2}HA.HD$

$= \frac{1}{2}.10.24 - \frac{1}{2}.6.8 = 96m^2$

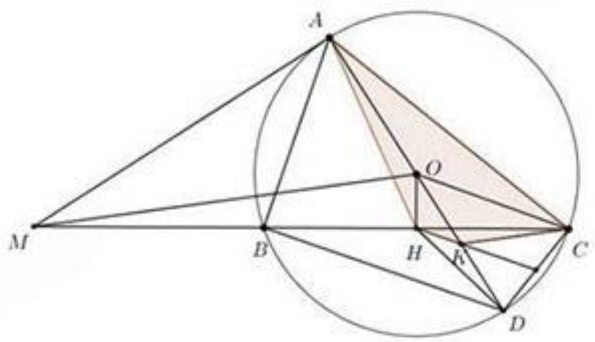
Vậy diện tích tứ giác ABCD bằng $96\,m^2$.

2) Cho $\triangle ABC$ nhọn nội tiếp đường tròn (O), AB < AC. Tiếp tuyến với (O) tại A cắt đường thẳng BC tại M. Gọi H là trung điểm của BC.

a) Chứng minh rằng các điểm A, O, H, M cùng nằm trên một đường tròn và $MA^2 = MB \cdot MC$.

b) Từ điểm C kẻ đường thẳng song song với MO cắt đường kính AD của đường tròn (O) tại K. Chứng minh HK đi qua trung điểm của CD.

Cách giải:



a) Do MA là tiếp tuyến nên $\angle MAO = 90^0$

Do H là trung điểm của BC nên $OH \perp BC \Rightarrow \angle MHO = 90^0$ (quan hệ đường kính, dây cung)

Xét tứ giác MAOH có $\angle MAO + \angle MHO = 90^0 + 90^0 = 180^0$

Mà hai góc này ở vị trí đối diện nên tứ giác MAOH nội tiếp (dhnb)

Vậy A, O, H, M cùng nằm trên một đường tròn.

Xét ΔMAB và ΔMCA có

$\angle AMC$ chung

$\angle MAB = \angle MCA$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung AB)

$\Rightarrow \Delta MAB \sim \Delta MCA(g.g)$

$\Rightarrow \frac{MA}{MC} = \frac{MB}{MA}$

$\Rightarrow MA^2 = MB.MC$

b) Do $CK \parallel MO \Rightarrow \angle KCH = \angle HMO$ (so le trong)

$\angle HMO = \angle HAO$ (góc nội tiếp cùng chắn cung OH)

$\Rightarrow \angle KCH = \angle HAO \Rightarrow KCAH$ nội tiếp

$\Rightarrow \angle CHK = \angle CAK$ (cùng chắn cung CK)

$\angle CAK = \angle CBD$ (cùng chắn cung CD)

$\Rightarrow \angle CHK = \angle CBD \Rightarrow HK \parallel BD$ (hai góc đồng vị bằng nhau)

Mà H là trung điểm của BC nên HK là đường trung bình của ΔCBD

$\Rightarrow HK$ đi qua trung điểm của CD

Câu 5 (1 điểm).

Cách giải:

a) Giải phương trình $2\left(x^2-3x+2\right)=3\sqrt{x^3+8}$.

ĐKXĐ: $-2 \le x \le 1; x \ge 2$

$2\left(x^2-3x+2\right)=3\sqrt{x^3+8}$

$2[(x^2-2x+4)-(x+2)]=3\sqrt{(x+2)(x^2-2x+4)}$ (*)

Đặt $\sqrt{x+2}=a\ (a \ge 0); \sqrt{x^2-2x+4}=b\ (b \ge 0)$

Phương trình (*) $\Leftrightarrow 2(a^2-b^2)=3ab$

$\Leftrightarrow 2a^2-2b^2-3ab=0$

$\Leftrightarrow 2a^2-2b^2-4ab+ab=0$

$\Leftrightarrow (2a^2-4ab)-(2b^2-ab)=0$

$\Leftrightarrow 2a(a-2b)-b(2b-a)=0$

$\Leftrightarrow (a-2b)(2a+b)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=2b(tm) \\ b=-2a(ktm) \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \sqrt{x^2-2x+4}=2\sqrt{x+2}$

$\Leftrightarrow x^2-2x+4=4(x+2)$

$\Leftrightarrow x^2-2x+4-4x-8=0$

$\Leftrightarrow x^2-6x-4=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3+\sqrt{13} \\ x=3-\sqrt{13} \end{array}\right.(tm)$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S=\left\{3+\sqrt{13};3-\sqrt{13}\right\}$

b) Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $x + y \le 2$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \dfrac{3}{x^2 + y^2} + \dfrac{10}{xy} + 8xy + 3.$

Theo BĐT AM-GM ta có: $xy \le \dfrac{(x+y)^2}{4} = \dfrac{2^2}{4} = 1$

Lại có: $a + b \ge 2\sqrt{ab};\ \dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} \ge \dfrac{2}{\sqrt{ab}}$

$\Rightarrow (a+b)\left(\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b}\right) \ge 4 \Rightarrow \dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} \ge \dfrac{4}{a+b}$

$\Rightarrow P = \dfrac{3}{x^2 + y^2} + \dfrac{3}{2xy} + 8xy + \dfrac{8}{xy} + \dfrac{1}{2xy} + 3 \ge \dfrac{12}{(x+y)^2} + 2\sqrt{8xy.\dfrac{8}{xy}} + \dfrac{1}{2} + 3 \ge \dfrac{12}{2^2} + 2.8 + \dfrac{1}{2} + 3 = \dfrac{45}{2}$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $x = y = 1$

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $\dfrac{45}{2}$ khi $x = y = 1$.