ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT - SỐ 01

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Note

Câu 1: Cho số phức $z=-12+5i$. Môđun của số phức $\bar{z}$ bằng

A. 13.. **B.** 119.. **C.** 17.. **D.** -7..

Câu 2: Tính đạo hàm $f'(x)$ của hàm số $f(x)=\log_2(3x-1)$ với $x>\frac{1}{3}$.

A. $f'(x)=\frac{3}{(3x-1)\ln 2}$. **B.** $f'(x)=\frac{1}{(3x-1)\ln 2}$.

C. $f'(x)=\frac{3}{(3x-1)}$. **D.** $f'(x)=\frac{3\ln 2}{(3x-1)}$.

Câu 3: Tập xác định của hàm số $y=(x^2-1)^{-2}$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\{\pm 1\}$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 4: Tập nghiệm bất phương trình $e^{x^2-x+1}<e$

A. $(0;1)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Câu 5: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_3=3$, $u_7=19$. Giá trị của u_{10} bằng

A. 31. **B.** 35. **C.** 22. **D.** 28.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $2x-4y+6z-1=0$. Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}(1;-2;3)$. **B.** $\vec{n}(1;2;3)$. **C.** $\vec{n}(2;4;6)$. **D.** $\vec{n}(-1;2;3)$.

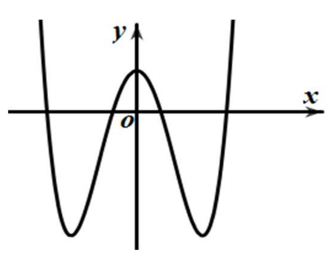
Câu 7: Đồ thị của hàm số $y=x^3-2x^2-x+2$ cắt trục tung tại điểm

A. $Q(0;2)$. **B.** $N(1;0)$. **C.** $P(2;0)$. **D.** $M(-1;0)$.

Câu 8: Cho $\int_0^1 f(x)dx=2$ và $\int_0^1 g(x)dx=5$. Tính $\int_0^1 (f(x)-2g(x))dx$.

A. -8.. **B.** 12. **C.** 1. **D.** -3..

Câu 9: Đường cong trong hình là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án **A, B, C, D** dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=x^4-4x^2+1$. **B.** $y=x^4+2x^2+1$.

C. $y=-x^4+4x^2+1$. **D.** $y=x^4-2x^2-1$.

Note

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) $(x-1)^2+y^2+(z+5)^2=16$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính của (S)

A. $I(1;0;-5);R=4$.
B. $I(1;0;5);R=16$.
C. $I(-1;0;5);R=4$.
D. $I(-1;0;5);R=16$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-3;5;1)$. Tìm toạ độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là các hình bình hành.

A. $D(-4;8;-3)$. **B.** $D(-2;2;5)$. **C.** $D(-4;8;-5)$. **D.** $D(-2;8;-3)$.

Câu 12: Cho số phức $z=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$. Tìm số phức $w=1+z+z^2$.

A. 0. **B.** $2-\sqrt{3}i$. **C.** 1. **D.** $-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$.

Câu 13: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=2\text{cm}$, $AD=3\text{cm}$, $AA'=7\text{cm}$. Tính thể tích của khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.

A. 42cm^3. **B.** 12cm^3. **C.** 24cm^3. **D.** 36cm^3.

Câu 14: Cho khối chóp $O.ABC$ có OA,OB,OC đôi một vuông góc tại O và $OA=2,\ OB=3,\ OC=6$.Thể tích của khối chóp bằng

A. 6. **B.** 12. **C.** 24. **D.** 36.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z+5=0$. Diện tích của mặt cầu (S) là

A. 36π. **B.** 9π. **C.** 36. **D.** 12π.

Câu 16: Cho số phức $z=4+6i$. Tìm số phức $w=i\overline{z}+z$.

A. $w=10+10i$.
B. $w=$ $w=10-10i$.
C. $w=-10+10i$.
D. $w=-2+10i$.

Câu 17: Cho khối nón có chiều cao bằng 24 cm, độ dài đường sinh bằng 26 cm. Tính thể tích V của khối nón tương ứng.

A. $V=800\pi\ \text{cm}^3$.
B. $V=1600\pi\ \text{cm}^3$.
C. $V=\frac{1600\pi}{3}\text{cm}^3$.
D. $V=\frac{800\pi}{3}\text{cm}^3$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng (d) đi qua $M(2;4;6)$ và song song với đường thẳng $(\Delta):\begin{cases}x=1-t\\y=2-3t\\z=3+6t\end{cases}$ có phương trình chính tắc là

A. $\frac{x}{1}=\frac{y+2}{3}=\frac{z-18}{-6}$.
B. $\frac{x+1}{-1}=\frac{y+3}{-3}=\frac{z+5}{6}$.
C. $\frac{x-1}{1}=\frac{z-3}{-6}=\frac{y-5}{3}$.
D. $\frac{x+1}{1}=\frac{y+3}{2}=\frac{z+5}{3}$.

Note

Câu 19: Điểm cực đại của đồ thị của hàm số $y=x^4-2x^2+9$ có tọa độ là

A. $(0;9)$. **B.** $(2;9)$. **C.** $(-2;9)$. **D.** $(1;9)$.

Câu 20: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+2}$ là đường thẳng

A. $y=2$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=2$. **D.** $y=-2$.

Câu 21: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_5(x^2-11x+43)<2$ là

A. 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 9.

Câu 22: Tập hợp M có 12 phần tử. Số tập con gồm hai phần tử của M là

A. C_{12}^2. **B.** 12^2. **C.** A_{12}^{10}. **D.** A_{12}^2.

Câu 23: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{5x-2}$.

A. $\int\dfrac{dx}{5x-2}=\dfrac{1}{5}\ln|5x-2|+C$. **B.** $\int\dfrac{dx}{5x-2}=-\dfrac{1}{2}(\ln 5x-2)+C$.

C. $\int\dfrac{dx}{5x-2}=5\ln|5x-2|+C$. **D.** $\int\dfrac{dx}{5x-2}=\ln|5x-2|+C$.

Câu 24: Nếu $\int\limits_1^2 f(x)dx=-2$ và $\int\limits_2^3 f(x)dx=1$ thì $\int\limits_1^3 f(x)dx$ bằng

A. -1. **B.** -3. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 25: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^x+x$ là:

A. $e^x+\dfrac{1}{2}x^2+C$. **B.** e^x+x^2+C.

C. $\dfrac{1}{x+1}e^x+\dfrac{1}{2}x^2+C$. **D.** e^x+1+C.

Câu 26: Cho hàm số $y=\dfrac{5x+9}{x-1}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

D. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$.

Câu 27: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-3		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Hỏi hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2.. **B.** 1.. **C.** 0.. **D.** 3..

Câu 28: Rút gọn biểu thức $P=a^{\sqrt{3}+2}.\left(\dfrac{1}{a}\right)^{\sqrt{3}-1}$ với $a>0$.

A. $P=a^3$. **B.** $P=a^{\sqrt{3}+1}$. **C.** $P=a^{2\sqrt{3}+1}$. **D.** $P=a$.

Note

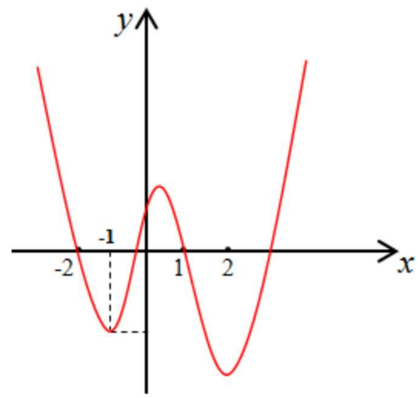
Câu 29: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số: $y = x^3 - 3x$, $y = x$. Tính S.

A. $S = 8$. **B.** $S = 4$. **C.** $S = 2$. **D.** $S = 0$.

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$ và đáy ABCD là hình thoi tâm O. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC) là góc giữa cặp đường thẳng nào?

A. SB và SO. **B.** SB và AB. **C.** SB và BC. **D.** SB và SA.

Câu 31: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Số nghiệm thực của phương trình $f(x) - f(-1) = 0$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 32: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = (x-2)(x+5)(x+1)$. Hỏi hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-6;-1)$.

Câu 33: Cho tập $S = \{1;2;3;4;5;6;7;8\}$. Hỏi từ tập S có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau và chia hết cho 9?

A. 2880. **B.** 3660. **C.** 4880. **D.** 6440.

Câu 34: Cho a, b là các số thực dương khác 1, thoả mãn $\log_{a^2} b + \log_{b^2} a = 1$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $a = b$. **B.** $a = \frac{1}{b}$. **C.** $a = \frac{1}{b^2}$. **D.** $a = b^2$.

Câu 35: Cho số phức $z = 4 + 6i$. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm biểu diễn cho số phức $w = i.\overline{z} + z$ có tọa độ là

A. $(10;10)$. **B.** $(-2;10)$. **C.** $(10;-10)$. **D.** $(-10;10)$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-1;2;2)$. Đường thẳng đi qua M và song song với trục Oy có phương trình là

A. $\begin{cases} x = -1 \\ y = 2 + t \\ z = 2 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 \\ z = 2 + t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 \\ z = 2 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \\ z = 2 + t \end{cases}$.

Note

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Tọa độ điểm M' đối xứng với M qua mặt phẳng (Oxy) là

A. $(1;2;-3)$. **B.** $(1;-2;-3)$. **C.** $(-1;-2;3)$. **D.** $(-1;2;-3)$.

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=a\sqrt{3}$. Khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $a\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{a}{2}$. **D.** $\dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$.

Câu 39: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(4^x-65.2^x+64\right)\sqrt{2-\log_3(x+3)}\le 0$ có tất cả bao nhiêu số nguyên dương?

A. 6. **B.** 7. **C.** 10. **D.** Vô số.

Câu 40: Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}2x+5 & \text{khi } x\ge 1\\ 3x^2+4 & \text{khi } x<1\end{cases}$. Giả sử F là nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(0)=2$. Giá trị của $F(-1)+2F(2)$ bằng

A. 27. **B.** 29. **C.** 12. **D.** 33.

Câu 41: Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số a để hàm số $y=\left|x^4+2ax^2+8x\right|$ có đúng ba điểm cực trị?

A. 3. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 2.

Câu 42: Xét các số phức z và w thoả mãn $z(1-w)=2+2wi$. Gọi S là tập các số phức z sao cho tập hợp các điểm biểu diễn số phức w trên mặt phẳng toạ độ Oxy là tia Oy. Giá trị lớn nhất của $P=\left|z_1-3+i\right|+\left|(1+i)z_2-4-2i\right|$ với $z_1,z_2\in S$ là

A. $\sqrt{2}$. **B.** $4-\sqrt{2}$. **C.** 2. **D.** $2-\sqrt{2}$.

Câu 43: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB=a$. Góc giữa đường thẳng BC' và mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng $30°$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}a^3$. **B.** $\dfrac{1}{8}a^3$. **C.** $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}a^3$. **D.** $\dfrac{3}{8}a^3$.

Câu 44: Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$. Biết rằng hàm số $g(x)=\ln f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		x_1		x_2		x_3		$+\infty$
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$\ln 10$	$\nearrow$	$\ln 42$	$\searrow$	$\ln 37$	$\nearrow$	$+\infty$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(35;36)$. **B.** $(25;26)$. **C.** $(38;39)$. **D.** $(28;29)$.

Note

Câu 45: Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2-2(m+1)z+m^2=0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đó có nghiệm z_o thõa mãn $|z_o|=8$

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

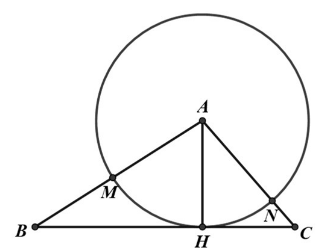
Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;-1)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa trục Oy sao cho khoảng cách từ A đến (P) là lớn nhất. Phương trình của (P) là:

A. $2x-z=0$. **B.** $2x+z=0$. **C.** $x-z=0$. **D.** $x+z=0$.

Câu 47: Có bao nhiêu số nguyên $a\in(0;2023)$ sao cho ứng với mỗi a, tồn tại ít nhất mười số nguyên $b\in(-3;10)$ thỏa mãn $2^b3^a+6560\le 3^{2a^2+b}$?

A. 2020. **B.** 2018. **C.** 2021. **D.** 2019.

Câu 48: Một tấm tôn hình tam giác ABC có độ dài cạnh $AB=3;AC=2;BC=\sqrt{19}$. Điểm H là chân đường cao kẻ từ đỉnh A của tam giác ABC. Người ta dùng compa có tâm là A, bán kính AH vạch một cung tròn nhỏ MN. Lấy phần hình quạt gò thành hình nón không có mặt đáy với đỉnh là A, cung MN thành đường tròn đáy của hình nón (như hình vẽ). Tính thể tích khối nón trên.

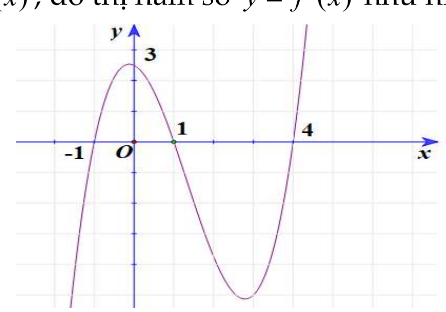


A. $\frac{2\pi\sqrt{3}}{19}$. **B.** $\frac{\pi\sqrt{57}}{361}$. **C.** $\frac{2\pi\sqrt{114}}{361}$. **D.** $\frac{2\pi\sqrt{19}}{361}$.

Câu 49: Trong không gian Oxyz, cho hai điểm $A(-2;1;-3)$ và $B(1;-3;2)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN=3$. Giá trị lớn nhất của $|AM-AN|$ bằng

A. $\sqrt{91}$. **B.** $\sqrt{29}$. **C.** $\sqrt{26}$. **D.** $\sqrt{65}$.

Câu 50: Cho hàm số $f(x)$, đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ dưới đây.



Hàm số $y=f(|3-x|)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;2)$. **B.** $(4;6)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(2;3)$.

-----------------Hết-----------------

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT - SỐ 01

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho số phức $z=-12+5i$. Môđun của số phức $\overline{z}$ bằng

A. 13. **B.** 119. **C.** 17. **D.** -7.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\left|\overline{z}\right|=\left|z\right|=\sqrt{(-12)^2+5^2}=\sqrt{169}=13$.

Câu 2. Tính đạo hàm $f'(x)$ của hàm số $f(x)=\log_2(3x-1)$ với $x>\frac{1}{3}$.

A. $f'(x)=\dfrac{3}{(3x-1)\ln 2}$. **B.** $f'(x)=\dfrac{1}{(3x-1)\ln 2}$.

C. $f'(x)=\dfrac{3}{(3x-1)}$. **D.** $f'(x)=\dfrac{3\ln 2}{(3x-1)}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f(x)=\log_2(3x-1)\Rightarrow f'(x)=\dfrac{3}{(3x-1)\ln 2}$.

Câu 3. Tập xác định của hàm số $y=\left(x^2-1\right)^{-2}$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\{\pm1\}$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định của hàm số: $x^2-1\neq 0\Leftrightarrow x\neq\pm1$.

Do đó, tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}\setminus\{\pm1\}$.

Câu 4. Tập nghiệm bất phương trình $e^{x^2-x+1}<e$

A. $(0;1)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $e^{x^2-x+1}<e\Leftrightarrow x^2-x+1<1\Leftrightarrow x^2-x<0\Leftrightarrow 0<x<1$

Vậy tập nghiệm bất phương trình là: $S=(0;1)$.

Câu 5. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_3=3$, $u_7=19$. Giá trị của u_{10} bằng

A. 31. **B.** 35. **C.** 22. **D.** 28.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\begin{cases}u_1+2d=3\\u_1+6d=19\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}u_1=-5\\d=4\end{cases}$. Vậy $u_{10}=u_1+9d=-5+9.4=31$.

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $2x-4y+6z-1=0$. Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}(1;-2;3)$. **B.** $\vec{n}(1;2;3)$. **C.** $\vec{n}(2;4;6)$. **D.**

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}(1;-2;3)$.

Câu 7. Đồ thị của hàm số $y = x^3 - 2x^2 - x + 2$ cắt trục tung tại điểm

A. $Q(0;2)$. **B.** $N(1;0)$. **C.** $P(2;0)$. **D.** $M(-1;0)$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị của hàm số $y = x^3 - 2x^2 - x + 2$ cắt trục tung tại điểm $Q(0;2)$.

Câu 8. Cho $\int_0^1 f(x)dx = 2$ và $\int_0^1 g(x)dx = 5$. Tính $\int_0^1 (f(x) - 2g(x))dx$.

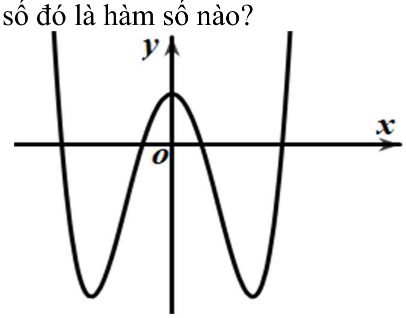
A. -8. **B.** 12. **C.** 1. **D.** -3.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int_0^1 (f(x) - 2g(x))dx = \int_0^1 f(x)dx - 2\int_0^1 g(x)dx = 2 - 2.5 = -8$.

Câu 9. Đường cong trong hình là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án **A, B, C, D** dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = x^4 - 4x^2 + 1$. **B.** $y = x^4 + 2x^2 + 1$. **C.** $y = -x^4 + 4x^2 + 1$. **D.** $y = x^4 - 2x^2 - 1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

Nhánh sau cùng bên phải của đồ thị hàm số đi lên nên ta có $a > 0$ $\Rightarrow$ **loại#A.**

Đồ thị hàm số có ba cực trị nên ta có $a.b < 0$ $\Rightarrow$ **loại** **B.**

Đồ thị hàm số giao với Oy tại điểm có tung độ dương nên ta **loại** **D.**

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) $(x-1)^2 + y^2 + (z+5)^2 = 16$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính của (S)

A. $I(1;0;-5); R = 4$. **B.** $I(1;0;5); R = 16$. **C.** $I(-1;0;5); R = 4$. **D.** $I(-1;0;5); R = 16$.

Lời giải

Chọn A

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1), B(2;-1;3), C(-3;5;1)$. Tìm toạ độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là các hình bình hành.

A. $D(-4;8;-3)$. **B.** $D(-2;2;5)$. **C.** $D(-4;8;-5)$. **D.** $D(-2;8;-3)$.

Lời giải

Chọn A

Giả sử $D(x;y;z)$. $\overrightarrow{AB} = (1;-3;4), \overrightarrow{DC} = (-3-x;5-y;1-z)$.

Tứ giác $ABCD$ là các hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} -3-x = 1 \\ 5-y = -3 \\ 1-z = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = 8 \\ z = -3 \end{cases} \Rightarrow D(-4;8;-3)$.

Câu 12. Cho số phức $z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$. Tìm số phức $w = 1 + z + z^2$.

A. 0. **B.** $2 - \sqrt{3}i$. **C.** 1. **D.** $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z^2=\left(-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^2=\frac{1}{4}-\frac{3}{4}-\frac{\sqrt{3}}{2}i=-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$.

Vậy $w=1+z+z^2=1-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i=0$.

Câu 13. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=2\text{cm}$, $AD=3\text{cm}, AA'=7\text{cm}$. Tính thể tích của khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.

A. 42cm^3. **B.** 12cm^3. **C.** 24cm^3. **D.** 36cm^3.

Lời giải

Chọn A

Do $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp chữ nhật nên $V_{ABCD.A'B'C'D'}=AB.AD.AA'=42\text{cm}^3$.

Câu 14. Cho khối chóp $O.ABC$ có OA,OB,OC đôi một vuông góc tại O và $OA=2$, $OB=3$, $OC=6$ .Thể tích của khối chóp bằng

A. 6. **B.** 12. **C.** 24. **D.** 36.

Lời giải

Chọn A

Do OA,OB,OC đôi một vuông góc nên $\begin{cases} OA\perp OB \\ OA\perp OC \\ OB,OC\subset(OBC)\end{cases}\Rightarrow OA\perp(OBC)$.

Suy ra OA là đường cao của khối chóp $A.OBC$.

$\Rightarrow V_{A.OBC}=\frac{1}{3}OA.S_{\Delta OBC}=\frac{1}{6}OA.OB.OC=6$ mà $V_{O.ABC}=V_{A.OBC}=6$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z+5=0$. Diện tích của mặt cầu (S) là

A. 36π. **B.** 9π. **C.** 36. **D.** 12π.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3);R=3$.

Diện tích của mặt cầu (S) là: $S=4\pi R^2=4\pi.3^2=36\pi$.

Câu 16. Cho số phức $z=4+6i$. Tìm số phức $w=i\bar{z}+z$.

A. $w=10+10i$. **B.** $w=$ $w=10-10i$. **C.** $w=-10+10i$. **D.** $w=-2+10i$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $w=i(4-6i)+4+6i=10+10i$.

Câu 17. Cho khối nón có chiều cao bằng 24 cm, độ dài đường sinh bằng 26 cm. Tính thể tích V của khối nón tương ứng.

A. $V=800\pi\ \text{cm}^3$. **B.** $V=1600\pi\ \text{cm}^3$. **C.** $V=\frac{1600\pi}{3}\text{cm}^3$. **D.** $V=\frac{800\pi}{3}\text{cm}^3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $R=\sqrt{l^2-h^2}=10$ cm.

Thể tích V của khối nón là $V=\frac{1}{3}\pi R^2h=800\pi\ \text{cm}^3$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng (d) đi qua $M(2;4;6)$ và song song với đường thẳng $(\Delta):\begin{cases}x=1-t\\y=2-3t\\z=3+6t\end{cases}$ có phương trình chính tắc là

A. $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-18}{-6}$. **B.** $\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y+3}{-3}=\dfrac{z+5}{6}$.

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{z-3}{-6}=\dfrac{y-5}{3}$. **D.** $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z+5}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng (d) song song với (Δ) nên (d) có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(-1;-3;6)$ hay $\vec{u}=(1;3;-6)$.

Thay toạ độ $M(2;4;6)$ vào đáp án **D** ta được $\dfrac{2}{1}=\dfrac{4+2}{3}=\dfrac{6-18}{-6}$ đúng.

Vậy phương trình chính tắc của đường thẳng (d) cần tìm là $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-18}{-6}$.

Câu 19. Điểm cực đại của đồ thị của hàm số $y=x^4-2x^2+9$ có tọa độ là

A. $(0;9)$. **B.** $(2;9)$. **C.** $(-2;9)$. **D.** $(1;9)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=4x^3-4x=4x(x^2-1)$. Đạo hàm $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm1\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	8	$\nearrow$	9	$\searrow$	8	$\nearrow$	$+\infty$

Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(0;9)$.

Câu 20. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+2}$ là đường thẳng

A. $y=2$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=2$. **D.** $y=-2$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}y=2$, do đó $y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Mặt cầu (S) có tâm I và bán kính: $I(-1;0;5)$; $R=\sqrt{16}=4$

Câu 21. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_5(x^2-11x+43)<2$ là

A. 6 **B.** 7 **C.** 8 **D.** 9

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_5(x^2-11x+43)<2\Leftrightarrow\begin{cases}x^2-11x+43>0\\x^2-11x+43<25\end{cases}\Leftrightarrow x^2-11x+18<0\Leftrightarrow 2<x<9$

Vậy nghiệm của BPT là: $2<x<9$

Kết hợp $x\in\mathbb{Z}\Rightarrow x=\{3;4;5;6;7;8\}\Rightarrow$ BPT có 6 nghiệm nguyên.

Câu 22. Tập hợp M có 12 phần tử. Số tập con gồm hai phần tử của M là

A. C_{12}^{2}. **B.** 12^{2}. **C.** A_{12}^{10}. **D.** A_{12}^{2}.

Lời giải

Chọn A

Số tập con thỏa mãn đề bài chính là số cách chọn 2 phần tử lấy trong tập hợp M có 12 phần tử.
Số tập con gồm 2 phần tử của tập hợp M là C_{12}^{2}.

Câu 23. Tìm nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{1}{5x-2}$.

A. $\int \dfrac{dx}{5x-2}=\dfrac{1}{5}\ln\left|5x-2\right|+C$ **B.** $\int \dfrac{dx}{5x-2}=-\dfrac{1}{2}\left(\ln 5x-2\right)+C$

C. $\int \dfrac{dx}{5x-2}=5\ln\left|5x-2\right|+C$ **D.** $\int \dfrac{dx}{5x-2}=\ln\left|5x-2\right|+C$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int f\left(x\right)dx=\int \dfrac{dx}{5x-2}=\dfrac{1}{5}\int \dfrac{d\left(5x-2\right)}{5x-2}=\dfrac{1}{5}\ln\left|5x-2\right|+C$

Câu 24. Nếu $\int\limits_{1}^{2} f\left(x\right)\mathrm{d}x=-2$ và $\int\limits_{2}^{3} f\left(x\right)\mathrm{d}x=1$ thì $\int\limits_{1}^{3} f\left(x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. -1. **B.** -3. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int\limits_{1}^{3} f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\limits_{1}^{2} f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int\limits_{2}^{3} f\left(x\right)\mathrm{d}x=-2+1=-1$.

Câu 25. Họ nguyên hàm của hàm số $\boldsymbol{f\left(x\right)=e^{x}+x}$ là:

A. $e^{x}+\dfrac{1}{2}x^{2}+C$ **B.** $e^{x}+x^{2}+C$ **C.** $\dfrac{1}{x+1}e^{x}+\dfrac{1}{2}x^{2}+C$ **D.** $e^{x}+1+C$

Lời giải

Chọn A

$\int\left(e^{x}+x\right)dx=\int e^{x}dx+\int xdx=e^{x}+\dfrac{1}{2}x^{2}+C$.

Câu 26. Cho hàm số $y=\dfrac{5x+9}{x-1}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên $\left(-\infty;1\right)$ và $\left(1;+\infty\right)$.

B. Hàm số đồng biến trên $\left(-\infty;1\right)\cup\left(1;+\infty\right)$.

C. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\left\{1\right\}$.

D. Hàm số nghịch biến trên $\left(-\infty;1\right)\cup\left(1;+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn A

TXĐ $\mathbb{R}\setminus\left\{1\right\}$

Ta có $y'=-\dfrac{14}{\left(x-1\right)^{2}}<0,\forall x\neq 1$. Hàm số nghịch biến trên $\left(-\infty;1\right)$ và $\left(1;+\infty\right)$.

Câu 27. Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-3		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Hỏi hàm số $f\left(x\right)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Nhận thấy $f'(x)$ đổi dấu khi qua $x=-3$ và $x=2$ nên hàm số có 2 điểm cực trị($x=1$ không là điểm cực trị vì $f'(x)$ không đổi dấu khi qua $x=1$).

Câu 28. Rút gọn biểu thức $P=a^{\sqrt{3}+2}.\left(\dfrac{1}{a}\right)^{\sqrt{3}-1}$ với $a>0$.

A. $P=a^3$. **B.** $P=a^{\sqrt{3}+1}$. **C.** $P=a^{2\sqrt{3}+1}$. **D.** $P=a$.

Lời giải

Chọn A

$P=a^{\sqrt{3}+2}.\left(\dfrac{1}{a}\right)^{\sqrt{3}-1}=a^{\sqrt{3}+2}a^{1-\sqrt{3}}=a^3$.

Câu 29. Gọi *S* là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số: $y=x^3-3x$, $y=x$. Tính *S*.

A. $S=8$. **B.** $S=4$. **C.** $S=2$. **D.** $S=0$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị là

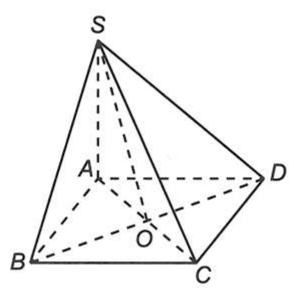
$x^3-3x=x\Leftrightarrow x^3-4x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\pm2\\x=0\end{array}\right.$ Vậy $S=\left|\int_{-2}^{0}\left(x^3-4x\right)dx\right|+\left|\int_{0}^{2}\left(x^3-4x\right)dx\right|=4+4=8$.

Câu 30. Cho hình chóp *S.ABCD* có $SA\perp(ABCD)$ và đáy ABCD là hình thoi tâm *O*. Góc giữa đường thẳng *SB* và mặt phẳng (*SAC*) là góc giữa cặp đường thẳng nào?

A. *SB* và *SO*. **B.** *SB* và *AB*. **C.** *SB* và *BC*. **D.** *SB* và *SA*.

Lời giải

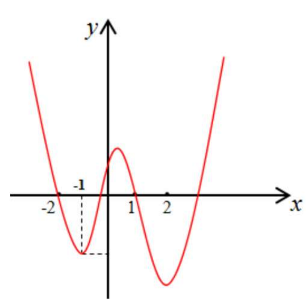
Chọn A



Ta có $BO\perp AC, BO\perp SA\Rightarrow BO\perp(SAC)$

Suy ra hình chiếu của *SB* lên mặt phẳng (*SAC*) là *SO*. Vậy $\widehat{\left(SB,(SAC)\right)}=\widehat{(SB,SO)}$.

Câu 31. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Số nghiệm thực của phương trình $f(x)-f(-1)=0$ là

A. 3 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 4

Lời giải

Chọn A

Ta thấy $f(-1)=2$, nên ta có phương trình: $f(x)=-2$

Khi đó từ đồ thị ta có số nghiệm thực của phương trình là: 3 nghiệm.

Câu 32. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=(x-2)(x+5)(x+1)$. Hỏi hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-6;-1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f'(x)=(x-2)(x+5)(x+1)$; $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-5 \\ x=-1 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Dấu của $f'(x)$:

x	$-\infty$		-5		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

$\Rightarrow$ Hàm số $f(x)$ đồng biên trên $(-5;-1)$ và $(2;+\infty)$.

Câu 33. Cho tập $S=\{1;2;3;4;5;6;7;8\}$. Hỏi từ tập S có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau và chia hết cho 9?

A. 2880. **B.** 3660. **C.** 4880. **D.** 6440.

Lời giải

Chọn A

Số tự nhiên có 6 chữ số dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$ ($a_1 \neq a_2 \neq a_3 \neq a_4 \neq a_5 \neq a_6$).
Số cách chọn hai chữ số có tổng chia hết cho 9 từ tập S có 4 cách chọn.
Hoán vị 6 chữ số còn lại thuộc tập S có $6!$ cách.
Áp dụng quy tắc nhân, suy ra số các số tự nhiên thỏa mãn là: $4.6!=2880$ số.

Câu 34. Cho a,b là các số thực dương khác 1, thoả mãn $\log_{a^2} b+\log_{b^2} a=1$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $a=b$. **B.** $a=\dfrac{1}{b}$. **C.** $a=\dfrac{1}{b^2}$. **D.** $a=b^2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_{a^2} b+\log_{b^2} a=1 \Leftrightarrow \log_a b+\log_b a=2$

$\Leftrightarrow \log_a b+\dfrac{1}{\log_a b}=2 \Leftrightarrow (\log_a b-1)^2=0 \Leftrightarrow \log_a b=1$. Suy ra: $a=b$.

Câu 35. Cho số phức $z=4+6i$. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm biểu diễn cho số phức $w=i.\overline{z}+z$ có tọa độ là

A. $(10;10)$. **B.** $(-2;10)$. **C.** $(10;-10)$. **D.** $(-10;10)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $w=i.\overline{z}+z=i.(4-6i)+4+6i=4i-6i^2+4+6i=10+10i.$

Vậy điểm biểu diễn số phức w là $(10;10)$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-1;2;2)$. Đường thẳng đi qua M và song song với trục Oy có phương trình là

A. $\begin{cases} x=-1 \\ y=2+t \\ z=2 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-1+t \\ y=2 \\ z=2+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-1+t \\ y=2 \\ z=2 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-1 \\ y=2 \\ z=2+t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng đi qua $M\left(-1;2;2\right)$ và song song với trục Oy nên nhận $\vec{j}=\left(0;1;0\right)$ làm vectơ chỉ phương nên có phương trình: $\begin{cases}x=-1\\y=2+t\\z=2\end{cases}$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(1;2;3\right)$. Tọa độ điểm M' đối xứng với M qua mặt phẳng $\left(Oxy\right)$ là

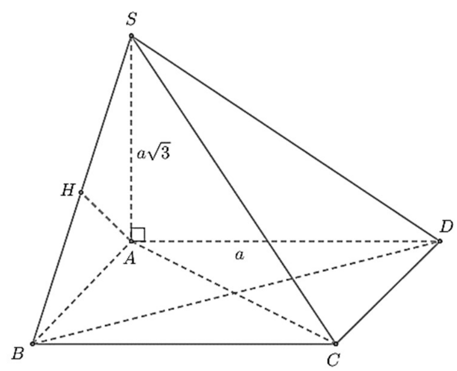
A. $\left(1;2;-3\right)$. **B.** $\left(1;-2;-3\right)$. **C.** $\left(-1;-2;3\right)$. **D.** $\left(-1;2;-3\right)$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=a\sqrt{3}$. Khoảng cách từ D đến mặt phẳng $\left(SBC\right)$ bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $a\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{a}{2}$. **D.** $\dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $BC\perp SA; BC\perp AB$ nên $BC\perp\left(SAB\right)\Rightarrow\left(SBC\right)\perp\left(SAB\right)$, vẽ $AH\perp SB$ tại H $\Rightarrow AH\perp\left(SBC\right)$.

Ta có $AD\,//\,BC\Rightarrow d\left(D,\left(SBC\right)\right)=d\left(A,\left(SBC\right)\right)=AH=\dfrac{SA.AB}{\sqrt{SA^2+AB^2}}=\dfrac{a\sqrt{3}.a}{\sqrt{3a^2+a^2}}=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 39. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(4^x-65.2^x+64\right)\sqrt{2-\log_3\left(x+3\right)}\le 0$ có tất cả bao nhiêu số nguyên dương?

A. 6. **B.** 7. **C.** 10. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định $\begin{cases}2-\log_3(x+3)\ge 0\\x+3>0\end{cases}\Leftrightarrow -3<x\le 6$

Bất phương trình tương đương:

$\left[\begin{array}{l}4^x-65.2^x+64\le 0\\2-\log_3(x+3)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}1\le 2^x\le 64\\x=6\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}0\le x\le 6\\x=6\end{array}\right.$.

Kết hợp với điều kiện xác định ta được: $0\le x\le 6$.

Vậy có 6 số nguyên dương thoả mãn yêu cầu bài toán.

Câu 40. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}2x+5 & \text{khi } x\ge 1\\3x^2+4 & \text{khi } x<1\end{cases}$. Giả sử F là nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(0)=2$. Giá trị của $F(-1)+2F(2)$ bằng

A. 27. **B.** 29. **C.** 12. **D.** 33.

Lời giải

Chọn A

Ta có $I=\int_0^{-1} f(x)\mathrm{d}x+2\int_0^{2} f(x)\mathrm{d}x=F(-1)-F(0)+2F(2)-2F(0)$.

Do đó $I=F(-1)+2F(2)-3F(0)=F(-1)+2F(2)-6\Rightarrow F(-1)+2F(2)=I+6$.

Mà $\int_0^{-1} f(x)\mathrm{d}x=-\int_{-1}^{0}\left(3x^2+4\right)\mathrm{d}x=-5$ và $2\int_0^{2} f(x)\mathrm{d}x=2\left(\int_0^{1}\left(3x^2+4\right)\mathrm{d}x+\int_1^{2}(2x+5)\mathrm{d}x\right)=26$.

Suy ra $I=26-5=21$. Vậy $F(-1)+2F(2)=21+6=27$.

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số a để hàm số $y=\left|x^4+2ax^2+8x\right|$ có đúng ba điểm cực trị?

A. 3. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $f\left(x\right)=x^4+2ax^2+8x$ trên $\mathbb{R}$.

$f'\left(x\right)=4x^3+4ax+8$.

$f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow 4x^3+4ax+8=0\Leftrightarrow a=-x^2-\dfrac{2}{x}$ (Do $x=0$ không thỏa mãn nên $x\neq 0$).

Xét hàm số $g\left(x\right)=-x^2-\dfrac{2}{x}$ trên $\mathbb{R}\setminus\left\{0\right\}$.

$g'\left(x\right)=-2x+\dfrac{2}{x^2}$.

$f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow -2x+\dfrac{2}{x^2}=0\Leftrightarrow x=1$.

Bảng biến thiên của hàm số $g\left(x\right)$:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	||	$+$	0	$-$	
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	-3	$\searrow$	$-\infty$

Dễ thấy phương trình $f\left(x\right)=0$ có ít nhất hai nghiệm phân biệt, trong đó có ít nhất một nghiệm đơn $x=0$ nên yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ Hàm số $f\left(x\right)$ có đúng một điểm cực trị $\Leftrightarrow$ Phương trình $a=g\left(x\right)$ có một nghiệm đơn duy nhất $\Leftrightarrow a\geq -3$.

Do a nguyên âm nên $a\in\left\{-3;-2;-1\right\}$.

Vậy có 3 giá trị nguyên âm của tham số a thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 42. Xét các số phức z và w thoả mãn $z\left(1-w\right)=2+2wi$. Gọi S là tập các số phức z sao cho tập hợp các điểm biểu diễn số phức w trên mặt phẳng toạ độ Oxy là tia Oy. Giá trị lớn nhất của $P=\left|z_1-3+i\right|+\left|\left(1+i\right)z_2-4-2i\right|$ với $z_1,z_2\in S$ là

A. $\sqrt{2}$. **B.** $4-\sqrt{2}$. **C.** 2. **D.** $2-\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

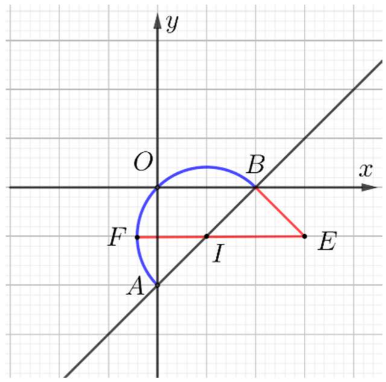
Ta có: $z\left(1-w\right)=2+2wi\Leftrightarrow w=\dfrac{z-2}{z+2i}$ với $z\neq -2i$. Đặt $M\left(x;y\right)$ là điểm biểu diễn số phức z

Điều kiện $z\neq -2i$ tương đương với điểm M không trùng với điểm $A\left(0;-2\right)$.

Ta có: $w=\dfrac{x-2+yi}{x+(y+2)i}=\dfrac{(x-2+yi)\left[x-(y+2)i\right]}{x^2+(y+2)^2}=\dfrac{x^2+y^2-2x+2y+(-2x+2y+4)i}{x^2+(y+2)^2}$.

Tập hợp các điểm biểu diễn số phức w trên mặt phẳng toạ độ Oxy là tia $Oy \Leftrightarrow w$ là số thuần ảo và có phần ảo không âm $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2+y^2-2x+2y=0 \\ -2x+2y+4\geq 0 \\ x^2+(y+2)^2\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2+(y+1)^2=2 \\ -x+y+2\geq 0 \\ x^2+(y+2)^2\neq 0 \end{cases}$ $(*)$.

Hệ $(*)$ chứng tỏ tập hợp điểm M biểu diễn số phức z thỏa mãn yêu cầu là nửa đường tròn (C) có tâm $I(1;-1)$, đường kính AB và bỏ điểm $A(0;-2)$ (như hình vẽ)



Ta có: $P=|z_1-3+i|+|(1+i)z_2-4-2i|$

$=|z_1-(3-i)|-|(1+i)||z_2-(3-i)|=|z_1-(3-i)|-\sqrt{2}|z_2-(3-i)|$

Gọi M_1, M_2, E lần lượt là các điểm biểu diễn của số phức $z_1;z_2$ và $z'=3-i \Rightarrow M_1;M_2$ thuộc nửa đường tròn (C) và $E(3;-1)$. Khi đó $P=EM_1-\sqrt{2}EM_2$.

Gọi F là giao điểm của đường thẳng EI và nửa đường tròn $\Rightarrow F\left(1-\sqrt{2};-1\right)$.

Dễ thấy $EM_1\leq EF=EI+R=2+\sqrt{2}$; $EM_2\geq EB=\sqrt{2}$.

Khi đó: $P\leq 2+\sqrt{2}-\sqrt{2}.\sqrt{2}=\sqrt{2}$. Dấu bằng xảy ra khi $M_1\equiv F$ và $M_2\equiv B$.

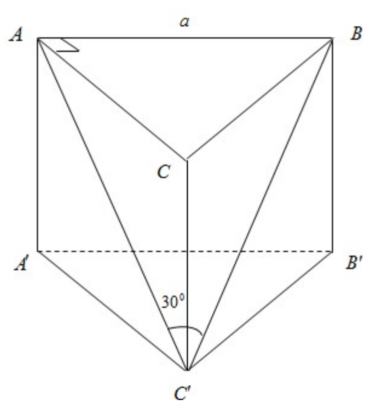
Hay $z_1=1-\sqrt{2}-i$ và $z_2=2$. Vậy $\max P=\sqrt{2}$

Câu 43. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB=a$. Góc giữa đường thẳng BC' và mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng $30°$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}a^3$. **B.** $\dfrac{1}{8}a^3$. **C.** $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}a^3$. **D.** $\dfrac{3}{8}a^3$.

Lời giải

Chọn A



Diện tích đáy: $S_{ABC} = \dfrac{1}{2}AB.AC = \dfrac{a^2}{2}$.

Ta có: $\begin{cases} AB \perp AC \\ AB \perp AA' \end{cases} \Rightarrow AB \perp (ACC'A') \Rightarrow \widehat{(BC',(ACC'A'))} = \widehat{BC'A} = 30^\circ$.

Khi đó $AC' = AB.\cot 30^\circ = a\sqrt{3} \Rightarrow AA' = \sqrt{AC'^2 - A'C'^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 - a^2} = a\sqrt{2}$.

Vậy, thể tích khối lăng trụ đã cho là: $V = S_{ABC}.AA' = \dfrac{a^2}{2}.a\sqrt{2} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}.a^3$.

Câu 44. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$. Biết rằng hàm số $g(x) = \ln f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		x_1		x_2		x_3		$+\infty$
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$\ln 10$	$\nearrow$	$\ln 42$	$\searrow$	$\ln 37$	$\nearrow$	$+\infty$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(35;36)$. **B.** $(25;26)$. **C.** $(38;39)$. **D.** $(28;29)$.

Lời giải

Chọn A

+ Ta có: $g'(x) = \dfrac{f'(x)}{f(x)}$.

+ Từ bảng biến thiên ta thấy $g(x) > 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$ suy ra $f(x) = \mathrm{e}^{g(x)} > 1$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

+ Phương trình $f'(x) = g'(x) \Leftrightarrow g'(x).f(x) = g'(x) \Leftrightarrow g'(x).\left[f(x) - 1\right] = 0 \Leftrightarrow g'(x) = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = x_1 \\ x = x_2 \\ x = x_3 \end{array}\right.$.

+ Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ là

$$S = \int_{x_1}^{x_3} \left|f'(x) - g'(x)\right| \mathrm{d}x = \left|\int_{x_1}^{x_2} \left[f'(x) - \frac{f'(x)}{f(x)}\right] \mathrm{d}x\right| + \left|\int_{x_2}^{x_3} \left[f'(x) - \frac{f'(x)}{f(x)}\right] \mathrm{d}x\right|$$

$$\overset{t = f(x)}{=} \left|\int_{10}^{42} \left(1 - \frac{1}{t}\right) \mathrm{d}t\right| + \left|\int_{42}^{37} \left(1 - \frac{1}{t}\right) \mathrm{d}t\right| \approx 35,438 \in (35;36).$$

Câu 45. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 2(m+1)z + m^2 = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đó có nghiệm z_o thõa mãn $|z_o| = 8$

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\Delta = 8m + 4$.

Trường hợp 1: $\Delta \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -\dfrac{1}{2}$ suy ra phương trình có 2 nghiệm thực $\Rightarrow z_o$ là nghiệm thực

$|z_o| = 8 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_o = 8 \\ z_o = -8 \end{array}\right.$ thay vào phương trình $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m^2 - 16m + 48 = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} m = 4 \\ m = 12 \end{array}\right. (T/M) \\ m^2 + 16m + 80 = 0 (VN) \end{array}\right.$.

Trường hợp 2: $\Delta < 0 \Leftrightarrow m < -\frac{1}{2}$ suy ra phương trình sẽ có 2 nghiệm phức, vì z_o là nghiệm nên suy ra $\overline{z_o}$ cũng là nghiệm

$|z_o| = 8 \Rightarrow |z_o|^2 = 64 \Leftrightarrow z_o.\overline{z_o} = 64 \Leftrightarrow m^2 = 64 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 8 \\ m = -8 \end{array}\right.$.

Kết hợp điều kiện nên ta nhận $m = -8$.

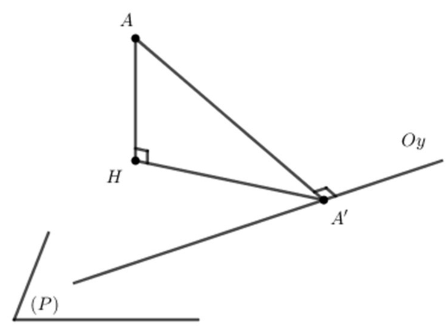
Vậy có 3 giá trị m thỏa mãn.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;-1)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa trục Oy sao cho khoảng cách từ A đến (P) là lớn nhất. Phương trình của (P) là:

A. $2x - z = 0$. **B.** $2x + z = 0$. **C.** $x - z = 0$. **D.** $x + z = 0$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm A lên mặt phẳng (P), A' là hình chiếu vuông góc của điểm A lên trục Oy suy ra $A'(0;1;0)$. Khi đó khoảng cách từ A đến (P) là đoạn thẳng $AH \le AA'$. Độ dài đoạn thẳng AH dài nhất khi H và A' trùng nhau. Khi đó mặt phẳng (P) nhận $\overrightarrow{A'A} = (2;0;-1)$ làm véc tơ pháp tuyến. Suy ra phương trình mặt phẳng (P) đi qua $A'(0;1;0)$ có VTPT: $\overrightarrow{A'A} = (2;0;-1)$ là: $2(x-0) + 0(y-1) + (-1)(z-0) = 0 \Leftrightarrow 2x - z = 0$.

Câu 47. Có bao nhiêu số nguyên $a \in (0;2023)$ sao cho ứng với mỗi a, tồn tại ít nhất mười số nguyên $b \in (-3;10)$ thỏa mãn $2^b 3^a + 6560 \le 3^{2a^2+b}$?

A. 2020. **B.** 2018. **C.** 2021. **D.** 2019.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $2^b 3^a + 6560 \le 3^{2a^2+b} \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^b 3^a + 6560\left(\frac{1}{3}\right)^b - 3^{2a^2} \le 0$.

Đặt $f(b) = \left(\frac{2}{3}\right)^b 3^a + 6560\left(\frac{1}{3}\right)^b - 3^{2a^2}$, bất phương trình trên có dạng $f(b) \le 0$, $b \in (-3;10)$.

Ta có $f'(b) = \ln\left(\frac{2}{3}\right).\left(\frac{2}{3}\right)^b 3^a + 6560\left(\frac{1}{3}\right)^b \ln\left(\frac{1}{3}\right) < 0$, $\forall b \in (-3;10)$.

Do đó $f(b)$ nghịch biến trên $(-3;10)$.

Khi đó $f(-3) > f(-2) > f(-1) > f(0) > f(1) > ... > f(9)$.

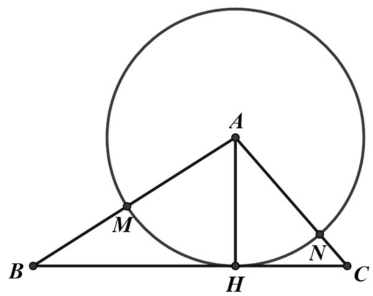
Để tìm được ít nhất 10 giá trị b nguyên thuộc $(-3;10)$ thỏa mãn $f(b) \le 0$ thì $f(0) \le 0$

$\Leftrightarrow 3^a + 6560 \le 3^{2a^2}$. Có a nguyên, $a \in (0;2022)$ nên $a \ge 1$

Suy ra $6563 \le 3^a + 6560 \le 3^{2a^2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a \ge \sqrt{\dfrac{1}{2}\log_3 6563} > 2 \\ a \le -\sqrt{\dfrac{1}{2}\log_3 6563} < -2 \end{array}\right.$.

Vậy $a \in \{3;4;5;...;2022\}$ nên có 2020 số nguyên a thỏa yêu cầu bài toán.

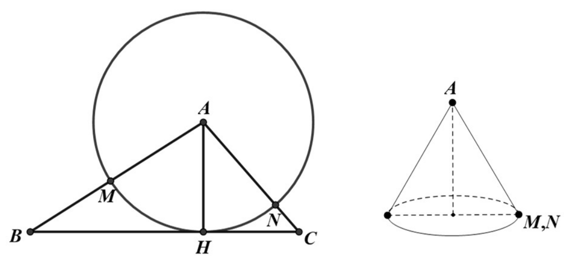
Câu 48. Một tấm tôn hình tam giác ABC có độ dài cạnh $AB = 3; AC = 2; BC = \sqrt{19}$. Điểm H là chân đường cao kẻ từ đỉnh A của tam giác ABC. Người ta dùng compa có tâm là A, bán kính AH vạch một cung tròn nhỏ MN. Lấy phần hình quạt gò thành hình nón không có mặt đáy với đỉnh là A, cung MN thành đường tròn đáy của hình nón (như hình vẽ). Tính thể tích khối nón trên.



A. $\dfrac{2\pi\sqrt{114}}{361}$. **B.** $\dfrac{\pi\sqrt{57}}{361}$. **C.** $\dfrac{2\pi\sqrt{3}}{19}$. **D.** $\dfrac{2\pi\sqrt{19}}{361}$.

Lời giải

Chọn A



Theo định lý côsin trong tam giác ABC ta có

$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2.AB.AC.\cos\widehat{BAC} \Rightarrow \cos\widehat{BAC} = \dfrac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2.AB.AC} = -\dfrac{1}{2} \Rightarrow \widehat{BAC} = 120°$

hay $\widehat{BAC} = \dfrac{2\pi}{3}$.

Suy ra diện tích tam giác ABC là $S_{ABC} = \dfrac{1}{2}AB.AC.\sin\widehat{BAC} = \dfrac{3\sqrt{3}}{2}$.

Mà $S_{ABC} = \dfrac{1}{2}AH.BC \Rightarrow AH = \dfrac{2S_{ABC}}{BC} = \dfrac{3\sqrt{57}}{19}$.

Gọi r là bán kính đáy của hình nón. Suy ra $2\pi r = \dfrac{2\pi}{3}AH \Rightarrow r = \dfrac{AH}{3} = \dfrac{\sqrt{57}}{19}$.

Chiều cao của khối nón bằng $h = \sqrt{AH^2 - r^2} = \dfrac{2\sqrt{114}}{19}$.

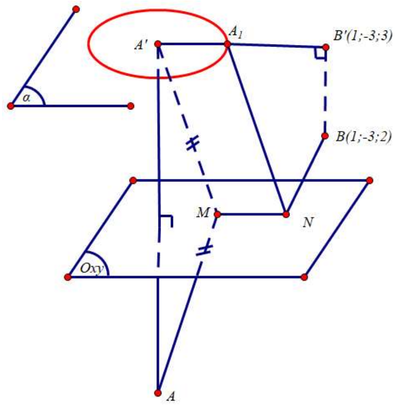
Thể tích bằng $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h = \dfrac{1}{3}\pi.\left(\dfrac{\sqrt{57}}{19}\right)^2 \cdot \dfrac{2\sqrt{114}}{19} = \dfrac{2\pi\sqrt{114}}{361}$.

Câu 49. Trong không gian Oxyz, cho hai điểm $A(-2;1;-3)$ và $B(1;-3;2)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN = 3$. Giá trị lớn nhất của $|AM - AN|$ bằng

A. $\sqrt{65}$. **B.** $\sqrt{29}$. **C.** $\sqrt{26}$. **D.** $\sqrt{91}$.

Lời giải

Chọn A



Dễ thấy điểm A nằm phía dưới, điểm B nằm phía trên mặt phẳng (Oxy).

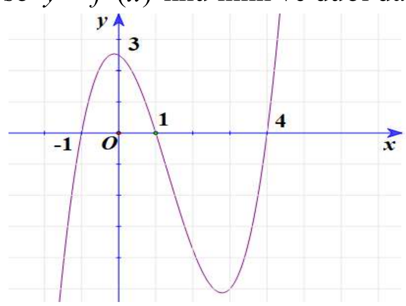
Gọi A' là điểm đối xứng của điểm A qua mặt phẳng (Oxy), suy ra tọa độ điểm $A'(-2;1;3)$.

Gọi (α) là mặt phẳng qua A' và song song với mặt phẳng (Oxy), suy ra phương trình mặt phẳng $(\alpha): z-3=0$. Trên mặt phẳng (α) lấy điểm A_1 sao cho $A'A_1 = MN = 3$, suy ra A_1 thuộc đường tròn $(A',3)$ và tứ giác $A'A_1MN$ là hình bình hành nên ta có $A'M = A_1N$.

Nên $|AM - BN| = |A'M - BN| = |A_1M - BN| \le A_1B$. Gọi B' là hình chiếu của B lên mặt phẳng (α), suy ra tọa độ điểm $B'(1;-3;3)$.

Ta có $A_1B = \sqrt{B'B^2 + B'A_1^2} \le \sqrt{1 + (B'A' + 3)^2} = \sqrt{65}$.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)$, đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ dưới đây.



Hàm số $y = f(|3-x|)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;2)$. **B.** $(4;6)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(2;3)$.

Lời giải

Chọn A

$$y = f(|3-x|) \Rightarrow f'(|3-x|) = -\frac{(3-x)}{|3-x|} f'(|3-x|) \, (x \ne 3)$$

$$f'(|3-x|) = 0 \Leftrightarrow -\frac{(3-x)}{|3-x|} f'(|3-x|) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f'(|3-x|) = 0 \\ 3-x=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} |3-x| = -1\,(L) \\ |3-x| = 1\,(N) \\ |3-x| = 4\,(N) \\ x = 3\,(L) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=7 \\ x=2 \\ x=4 \end{array}\right.$$

Ta có bảng xét dấu của $f'(|3-x|)$:

x	$-\infty$		-1		2		3		4		7		$+\infty$
$f'\|3-x\|$		$-$	0	$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	0	$+$	

Từ bảng xét dấu ta thấy hàm số $y = f(|3-x|)$ đồng biến trên khoảng $(-1;2)$.

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT - SỐ 02

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Note

Câu 1: Môđun của số phức $z=6-8i$ bằng

A. 8. **B.** 10. **C.** $\sqrt{10}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

Câu 2: Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=\log_6 x$ là:

A. $y'=\dfrac{1}{x\ln 6}$. **B.** $y'=\dfrac{\ln 6}{x}$. **C.** $y'=\dfrac{6^x}{\ln 6}$. **D.** $y'=\dfrac{6}{x}$.

Câu 3: Đạo hàm của hàm số $y=\mathrm{e}^{1-2x}$ là

A. $y'=-\dfrac{\mathrm{e}^{1-2x}}{2}$. **B.** $y'=-2\mathrm{e}^{1-2x}$. **C.** $y'=2\mathrm{e}^{1-2x}$. **D.** $y'=\mathrm{e}^{1-2x}$.

Câu 4: Tập nghiệm của bất phương trình $8^x>8$ là

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Câu 5: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=2$ và $q=-3$. Khi đó số hạng u_6 bằng

A. $2.(-3)^6$. **B.** -3.2^6. **C.** -3.2^5. **D.** $2(-3)^5$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 4x-5y+6z-8=0$ có một vectơ pháp tuyến là:

A. $\overrightarrow{n_4}=(4;5;6)$. **B.** $\overrightarrow{n_3}=(-5;6;-8)$.

C. $\overrightarrow{n_2}=(4;-5;6)$. **D.** $\overrightarrow{n_1}=(-4;5;6)$.

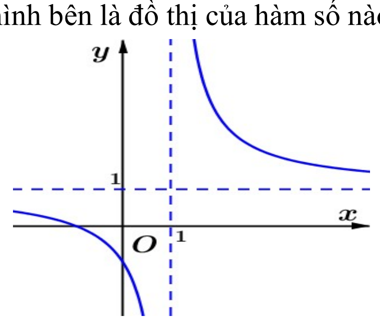
Câu 7: Đường thẳng $y=-x+2$ và đường cong $(C): y=x^3-2x^2+2x+2$ có tất cả bao nhiêu điểm chung?

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 8: Biết $\int_0^1 f(x)dx=2; \int_0^1 g(x)dx=-4$. Khi đó $\int_0^1 [f(x)+g(x)]dx$ bằng

A. -6. **B.** -2. **C.** 2. **D.** 6.

Câu 9: Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$.

C. $y=x^4+x^2+1$. **D.** $y=x^3-3x-1$.

Note

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-4y+6z-1=0$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(1;2;3)$. **B.** $(1;2;-3)$. **C.** $(-1;-2;3)$. **D.** $(1;-2;-3)$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau song song với trục Oz?

A. $(\alpha): z=0$. **B.** $(P): x+y=0$.
C. $(Q): x-11z+1=0$. **D.** $(\beta): z=1$.

Câu 12: Cho hai số phức $z_1=5-2i$ và $z_2=-4+i$. Phần thực của số phức $z_1.z_2$ bằng

A. -13. **B.** -18. **C.** 18. **D.** 13.

Câu 13: Cho khối lập phương có cạnh bằng 3. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng

A. 6. **B.** 27. **C.** $\frac{27}{3}$. **D.** 9.

Câu 14: Cho khối chóp có diện tích đáy $B=5$ và chiều cao $h=3$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. 15. **B.** 8. **C.** 5. **D.** 53.

Câu 15: Cho mặt phẳng (P) cắt mặt cầu $S(O;R)$. Gọi d là khoảng cách từ O đến (P). Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $d<R$. **B.** $d>R$. **C.** $d=R$. **D.** $d=0$.

Câu 16: Số phức liên hợp của $z=2-3i$ là:

A. $z=2+3i$. **B.** $z=-2+3i$. **C.** $\frac{1}{2-3i}$. **D.** $z=-2-3i$.

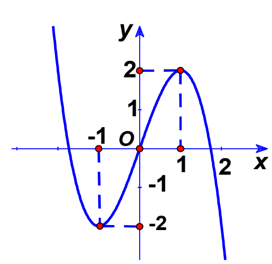
Câu 17: Cho hình nón có đường kính đáy $2r$ và độ dài đường sinh l. Thể tích của hình nón đã cho bằng

A. $2\pi rl$. **B.** $\frac{4}{3}\pi rl^2$. **C.** πrl. **D.** $\frac{1}{3}\pi r^2 l$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d: $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2-t \\ z=-2t \end{cases}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

A. $P(1;2;-2)$. **B.** $Q(1;2;0)$. **C.** $N(-2;1;2)$. **D.** $M(2;-1;-2)$.

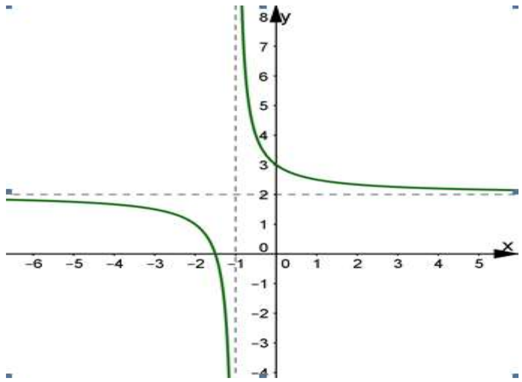
Câu 19: Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm số bậc 3 và có đồ thị như hình vẽ



Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. -2. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 20: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị lần lượt là.

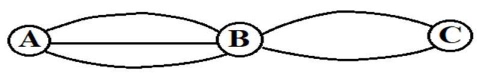


A. $x=-1$ và $y=2$. **B.** $x=1$ và $y=2$.
C. $x=-1$ và $y=-2$. **D.** $x=1$ và $y=-2$.

Câu 21: Tập nghiệm của bất phương trình $\log(x-1)\geq 1$ là

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;11)$. **C.** $(11;+\infty)$. **D.** $[11;+\infty)$.

Câu 22: Các tỉnh A,B,C được nối với nhau bởi các con đường như hình vẽ. Hỏi có tất cả bao nhiêu cách để đi từ tỉnh A đến tỉnh C mà chỉ qua tỉnh B chỉ một lần?



A. 8. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 6.

Câu 23: Với C là một hằng số tùy ý, họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=2\cos x-x$ là

A. $2\sin x-\dfrac{x^2}{2}+C.$ **B.** $-2\sin x-\dfrac{x^2}{2}+C.$
C. $2\sin x-1+C.$ **D.** $-2\sin x-x^2+C.$

Câu 24: Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x=4$. Khi đó $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left[2f(x)-\cos x\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 9. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 1.

Câu 25: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin x$ là

A. $\cos x+C$. **B.** $-\cos x+C$. **C.** $-\sin x+C$. **D.** $\sin x+C$.

Câu 26: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên R có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-2	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Note

Note

Câu 27: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	0	↗	$+\infty$

Tìm giá trị cực đại $y_{CĐ}$ và giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số đã cho.

A. $y_{CĐ}=3,\ y_{CT}=0.$ **B.** $y_{CĐ}=3,\ y_{CT}=-2.$

C. $y_{CĐ}=2,\ y_{CT}=0.$ **D.** $y_{CĐ}=-2,\ y_{CT}=2.$

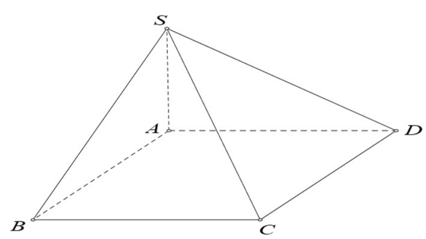
Câu 28: Cho số thực a với $0<a\neq 1$. Rút gọn biểu thức $P=\log_{\sqrt{a}}\left(a^3\right)$.

A. $P=3+a$. **B.** $P=3$. **C.** $P=6$. **D.** $P=\dfrac{3}{2}$.

Câu 29: Cho miền phẳng (D) giới hạn bởi $y=\sqrt{x}$, hai đường thẳng $x=1$, $x=2$ và trục hoành. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay (D) quanh trục hoành.

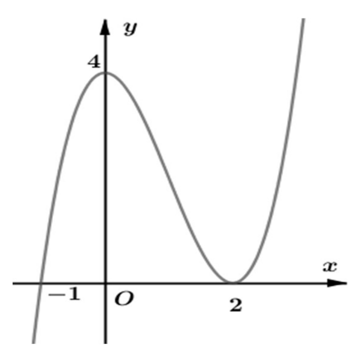
A. 3π. **B.** $\dfrac{3\pi}{2}$. **C.** $\dfrac{2\pi}{3}$. **D.** $\dfrac{3}{2}$.

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và mặt phẳng $(ABCD)$ là



A. $\widehat{SDC}$. **B.** $\widehat{SCD}$. **C.** $\widehat{DSA}$. **D.** $\widehat{SDA}$.

Câu 31: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Số nghiệm thực của phương trình $4f(x)-7=0$

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 32: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=(1-x)^2(x+1)^3(3-x)$. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(1;3)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Câu 33: Từ một đội văn nghệ gồm 5 nam và 8 nữ cần lập một nhóm gồm 4 người hát tốp ca. Xác suất để trong 4 người được chọn đều là nam bằng

A. $\dfrac{C_8^4}{C_{13}^4}$. **B.** $\dfrac{A_5^4}{C_8^4}$. **C.** $\dfrac{C_5^4}{C_{13}^4}$. **D.** $\dfrac{C_8^4}{A_{13}^4}$.

Câu 34: Tổng bình phương các nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2-5x+7)=0$ bằng

A. 6. **B.** 5. **C.** 13. **D.** 7.

Câu 35: Trong mặt phẳng tọa độ điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z-1-2i|=3$ là

A. đường tròn tâm $I(1;2)$, bán kính $R=9$.
B. đường tròn tâm $I(1;2)$, bán kính $R=3$.
C. đường tròn tâm $I(-1;-2)$, bán kính $R=3$.
D. đường thẳng có pt $x+2y-3=0$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;2;3)$ và $B(5;4;-1)$ là

A. $\dfrac{x-5}{2}=\dfrac{y-4}{1}=\dfrac{z+1}{2}$. **B.** $\dfrac{x+1}{4}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z+3}{-4}$.
C. $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-3}{4}$. **D.** $\dfrac{x-3}{-2}=\dfrac{y-3}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$.

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$. Điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

A. $(1;-2;3)$. **B.** $(1;2;3)$. **C.** $(-1;-2;-3)$. **D.** $(-1;2;3)$.

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=a\sqrt{3}$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$. **B.** $a\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{a}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 39: Bất phương trình $(x^3-9x)\ln(x+5)\le 0$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. 4. **B.** 7. **C.** 6. **D.** Vô số.

Câu 40: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;10]$ thỏa mãn $\int\limits_0^{10} f(x)\mathrm{d}x=7, \int\limits_2^{10} f(x)\mathrm{d}x=1$. Tính $P=\int\limits_0^1 f(2x)\mathrm{d}x$.

A. $P=6$. **B.** $P=-6$. **C.** $P=3$. **D.** $P=12$.

Note

Note

Câu 41: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=m^2x^4-\left(m^2-2019m\right)x^2-1$ có đúng một cực trị?

A. 2019. **B.** 2020. **C.** 2018. **D.** 2017.

Câu 42: Xét các số phức z thỏa mãn $\left|z-1\right|=2$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\left|z+2\right|+2\left|3-\overline{z}\right|$. Tổng $M+m$ bằng

A. 14. **B.** 7. **C.** $\dfrac{45+3\sqrt{55}}{5}$. **D.** $\dfrac{15+5\sqrt{33}}{3}$.

Câu 43: Cho khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a. Khoảng cách từ điểm A' đến mặt phẳng $\left(AB'C'\right)$ bằng $\dfrac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{19}}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho là

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{3a^3}{2}$.

Câu 44: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y=x\ln x$, trục hoành và đường thẳng $x=e$ là

A. $\dfrac{e^2-1}{2}$. **B.** $\dfrac{e^2+1}{2}$. **C.** $\dfrac{e^2-1}{4}$. **D.** $\dfrac{e^2+1}{4}$.

Câu 45: Gọi S là tổng các số thực m để phương trình $z^2-2z+1-m=0$ có nghiệm phức thỏa mãn $\left|z\right|=2$. Tính S.

A. $S=6$.. **B.** $S=10$.. **C.** $S=-3$.. **D.** $S=7$..

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(0;1;0)$, $B(2;3;1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): x+2y-z=0$ có phương trình là

A. $4x-3y+2z+3=0$. **B.** $4x-3y-2z+3=0$.
C. $2x+y-3z-1=0$. **D.** $4x+y-2z-1=0$.

Câu 47: Số nghiệm nguyên thuộc đoạn $[-20;20]$ của bất phương trình: $2^{2x+1}-9.2^x+4\sqrt{x^2+2x-3}\geq 0$ là

A. 38. **B.** 36. **C.** 37. **D.** 19.

Câu 48: Cho hai mặt phẳng $(P),(Q)$ song song với nhau và cùng cắt khối cầu tâm O, bán kính R thành hai hình tròn cùng bán kính. Xét hình nón có đỉnh trùng với tâm của một trong hai hình tròn này và có đáy là hình tròn còn lại. Tính khoảng cách h giữa hai mặt phẳng $(P),(Q)$ để diện tích xung quanh của hình nón là lớn nhất.

A. $h=R$. **B.** $h=R\sqrt{2}$. **C.** $h=\dfrac{2R\sqrt{3}}{3}$. **D.** $2R\sqrt{3}$.

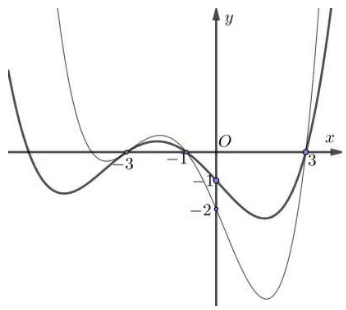
Note

Câu 49: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $A(2;-2;2)$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+(z+2)^2=1$. Điểm M di chuyển trên mặt cầu (S) đồng thời thỏa mãn $\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{AM}=6$. Điểm M thuộc mặt phẳng nào sau đây?

A. $2x-2y-6z+9=0$. **B.** $2x-2y+6z-9=0$.

C. $2x+2y+6z+9=0$. **D.** $2x-2y+6z+9=0$.

Câu 50: Cho hai hàm số đa thức bậc bốn $y=f(x)$ và $y=g(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới, trong đó đường đậm hơn là đồ thị hàm số $y=f(x)$. Biết rằng hai đồ thị này tiếp xúc với nhau tại điểm có hoành độ -3 và cắt nhau tại hai điểm phân biệt nữa có hoành độ lần lượt là -1 và 3. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $f(x)\ge g(x)+m$ nghiệm đúng với mọi $x\in[-3;3]$.



A. $\left(-\infty;\dfrac{12-8\sqrt{3}}{9}\right]$. **B.** $\left[\dfrac{12-10\sqrt{3}}{9};+\infty\right)$.

C. $\left(-\infty;\dfrac{12-10\sqrt{3}}{9}\right]$. **D.** $\left[\dfrac{12-8\sqrt{3}}{9};+\infty\right)$.

----------------------Hết------------------

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT - SỐ 02

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Môđun của số phức $z = 6 - 8i$ bằng

A. 8. **B.** 10. **C.** $\sqrt{10}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

Câu 2. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = \log_6 x$ là:

A. $y' = \dfrac{1}{x\ln 6}$. **B.** $y' = \dfrac{\ln 6}{x}$. **C.** $y' = \dfrac{6^x}{\ln 6}$. **D.** $y' = \dfrac{6}{x}$.

Câu 3. Đạo hàm của hàm số $y = e^{1-2x}$ là

A. $y' = -\dfrac{e^{1-2x}}{2}$ **B.** $y' = -2e^{1-2x}$ **C.** $y' = 2e^{1-2x}$ **D.** $y' = e^{1-2x}$

Câu 4. Tập nghiệm của bất phương trình $8^x > 8$ là

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Câu 5. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và $q = -3$. Khi đó số hạng u_6 bằng

A. $2.(-3)^6$. **B.** -3.2^6. **C.** -3.2^5. **D.** $2(-3)^5$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 4x - 5y + 6z - 8 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là:

A. $\overrightarrow{n_4} = (4;5;6)$. **B.** $\overrightarrow{n_3} = (-5;6;-8)$. **C.** $\overrightarrow{n_2} = (4;-5;6)$. **D.** $\overrightarrow{n_1} = (-4;5;6)$.

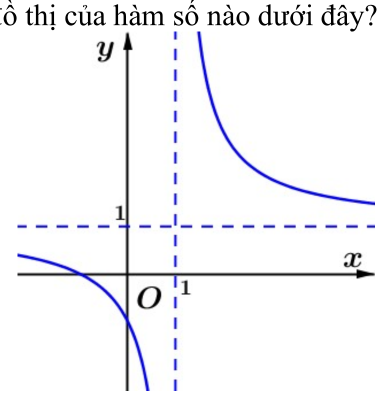
Câu 7. Đường thẳng $y = -x + 2$ và đường cong $(C): y = x^3 - 2x^2 + 2x + 2$ có tất cả bao nhiêu điểm chung?

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 8. Biết $\int_0^1 f(x)dx = 2; \int_0^1 g(x)dx = -4$. Khi đó $\int_0^1 [f(x) + g(x)]dx$ bằng

A. -6. **B.** -2. **C.** 2. **D.** 6.

Câu 9. Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \dfrac{x+1}{x-1}$. **B.** $y = \dfrac{2x-1}{x-1}$. **C.** $y = x^4 + x^2 + 1$. **D.** $y = x^3 - 3x - 1$.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z - 1 = 0$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(1;2;3)$. **B.** $(1;2;-3)$. **C.** $(-1;-2;3)$. **D.** $(1;-2;-3)$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau song song với trục Oz?

A. $(\alpha): z = 0$. **B.** $(P): x + y = 0$.

C. $(Q): x - 11z + 1 = 0$. **D.** $(\beta): z = 1$.

Câu 12. Cho hai số phức $z_1 = 5 - 2i$ và $z_2 = -4 + i$. Phần thực của số phức $z_1.z_2$ bằng

A. -13. **B.** -18. **C.** 18. **D.** 13.

Câu 13. Cho khối lập phương có cạnh bằng 3. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng

A. 6. **B.** 27. **C.** $\dfrac{27}{3}$. **D.** 9.

Câu 14. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 5$ và chiều cao $h = 3$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. 15. **B.** 8. **C.** 5. **D.** 53.

Câu 15. Cho mặt phẳng (P) cắt mặt cầu $S(O;R)$. Gọi d là khoảng cách từ O đến (P). Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $d < R$. **B.** $d > R$. **C.** $d = R$. **D.** $d = 0$.

Câu 16. Số phức liên hợp của $z = 2 - 3i$ là:

A. $z = 2 + 3i$. **B.** $z = -2 + 3i$. **C.** $\dfrac{1}{2-3i}$. **D.** $z = -2 - 3i$.

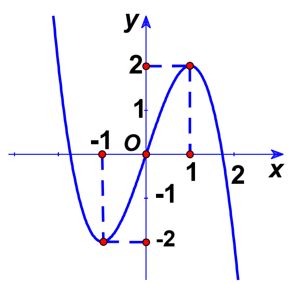
Câu 17. Cho hình nón có đường kính đáy $2r$ và độ dải đường sinh l. Thể tích của hình nón đã cho bằng

A. $2\pi rl$. **B.** $\dfrac{4}{3}\pi rl^2$. **C.** πrl. **D.** $\dfrac{1}{3}\pi r^2 l$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d: $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = -2t \end{cases}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

A. $P(1;2;-2)$. **B.** $Q(1;2;0)$. **C.** $N(-2;1;2)$. **D.** $M(2;-1;-2)$.

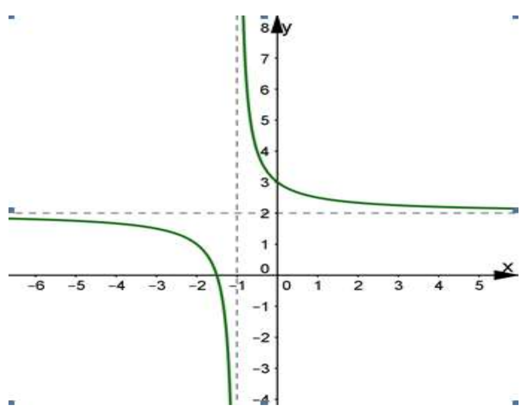
Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm số bậc 3 và có đồ thị như hình vẽ



Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. -2. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 20. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị lần lượt là.

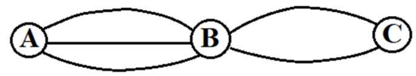


A. $x = -1$ và $y = 2$. **B.** $x = 1$ và $y = 2$. **C.** $x = -1$ và $y = -2$. **D.** $x = 1$ và $y = -2$.

Câu 21. Tập nghiệm của bất phương trình $\log(x-1) \ge 1$ là

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;11)$. **C.** $(11;+\infty)$. **D.** $[11;+\infty)$.

Câu 22. Các tỉnh A,B,C được nối với nhau bởi các con đường như hình vẽ. Hỏi có tất cả bao nhiêu cách để đi từ tỉnh A đến tỉnh C mà chỉ qua tỉnh B chỉ một lần?



A. 8 . **B.** 5 . **C.** 7 . **D.** 6 .

Câu 23. Với C là một hằng số tùy ý, họ nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=2\cos x-x$ là

A. $2\sin x-\dfrac{x^2}{2}+C.$ **B.** $-2\sin x-\dfrac{x^2}{2}+C.$ **C.** $2\sin x-1+C.$ **D.** $-2\sin x-x^2+C.$

Câu 24. Cho $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f\left(x\right)\mathrm{d}x=4$. Khi đó $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\left[2f\left(x\right)-\cos x\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 9. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 1.

Câu 25. Nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\sin x$ là

A. $\cos x+C$. **B.** $-\cos x+C$. **C.** $-\sin x+C$. **D.** $\sin x+C$.

Câu 26. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định trên R có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-2	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-\infty;1\right)$. **B.** $\left(-1;1\right)$. **C.** $\left(1;+\infty\right)$. **D.** $\left(-1;+\infty\right)$.

Câu 27. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
y'		+	0	$-$	0	+	
y	$-\infty$	↗	3	↘	0	↗	$+\infty$

Tìm giá trị cực đại $y_{CĐ}$ và giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số đã cho.

A. $y_{CĐ}=3,\ y_{CT}=0.$ **B.** $y_{CĐ}=3,\ y_{CT}=-2.$ **C.** $y_{CĐ}=2,\ y_{CT}=0.$ **D.** $y_{CĐ}=-2,\ y_{CT}=2.$

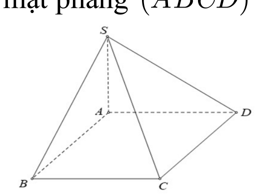
Câu 28. Cho số thực a với $0<a\neq 1$. Rút gọn biểu thức $P=\log_{\sqrt{a}}\left(a^3\right)$.

A. $P=3+a$. **B.** $P=3$. **C.** $P=6$. **D.** $P=\dfrac{3}{2}$.

Câu 29. Cho miền phẳng $\left(D\right)$ giới hạn bởi $y=\sqrt{x}$, hai đường thẳng $x=1$, $x=2$ và trục hoành. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay $\left(D\right)$ quanh trục hoành.

A. 3π . **B.** $\dfrac{3\pi}{2}$. **C.** $\dfrac{2\pi}{3}$. **D.** $\dfrac{3}{2}$.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và mặt phẳng $(ABCD)$ là



A. $\widehat{SDC}$. **B.** $\widehat{SCD}$. **C.** $\widehat{DSA}$. **D.** $\widehat{SDA}$.

Lời giải

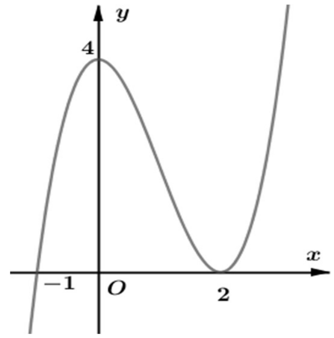
Chọn D

Ta có $(SCD)\cap(ABCD)=CD$

Mặt khác $CD\perp(SAD)\Rightarrow CD\perp SD$, lại có $AD\perp CD$

Vậy góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và mặt phẳng $(ABCD)$ là $\widehat{SDA}$.

Câu 31. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Số nghiệm thực của phương trình $4f(x)-7=0$

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 32. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'\left(x\right)=\left(1-x\right)^2\left(x+1\right)^3\left(3-x\right)$. Hàm số $y=f\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-\infty;1\right)$. **B.** $\left(-\infty;-1\right)$. **C.** $\left(1;3\right)$. **D.** $\left(3;+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left(1-x\right)^2\left(x+1\right)^3\left(3-x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\\x=3\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$f'\left(x\right)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đồng biến trên các khoảng $\left(-1;3\right)$.

Câu 33. Từ một đội văn nghệ gồm 5 nam và 8 nữ cần lập một nhóm gồm 4 người hát tốp ca. Xác suất để trong 4 người được chọn đều là nam bằng

A. $\dfrac{C_8^4}{C_{13}^4}$. **B.** $\dfrac{A_5^4}{C_8^4}$. **C.** $\dfrac{C_5^4}{C_{13}^4}$. **D.** $\dfrac{C_8^4}{A_{13}^4}$.

Lời giải

Chọn C

Chọn 4 người trong 13 người hát tốp ca có C_{13}^4. Nên $n(\Omega)=C_{13}^4$

Gọi A là biến cố chọn được 4 người đều là nam và $n(A)=C_5^4$

Nên xác suất của biến cố A là $P(A)=\dfrac{C_5^4}{C_{13}^4}$.

Câu 34. Tổng bình phương các nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2-5x+7\right)=0$ bằng

A. 6 **B.** 5 **C.** 13 **D.** 7

Lời giải

Chọn C

$\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2-5x+7\right)=0\Leftrightarrow x^2-5x+7=1\Leftrightarrow x^2-5x+6=0\Leftrightarrow x_1=2\vee x_2=3\Rightarrow x_1^2+x_2^2=13$

$\dfrac{1}{e^2}$.

Câu 35. Trong mặt phẳng tọa độ điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z-1-2i|=3$ là

A. đường tròn tâm $I(1;2)$, bán kính $R=9$.
B. đường tròn tâm $I(1;2)$, bán kính $R=3$.
C. đường tròn tâm $I(-1;-2)$, bán kính $R=3$.
D. đường thẳng có pt $x+2y-3=0$.

Lời giải

Chọn C

Giả sử điểm $M(x;y)$ là điểm biểu diễn số phức z. Ta có:

$|z-1-2i|=3 \Leftrightarrow |(x-1)+(y-2)i|=3 \Leftrightarrow (x-1)^2+(y-2)^2=9$

Vậy điểm $M(x;y)$ thuộc đường tròn $(x-1)^2+(y-2)^2=9$ có tâm $I(1;2)$, bán kính $R=3$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;2;3)$ và $B(5;4;-1)$ là

A. $\frac{x-5}{2}=\frac{y-4}{1}=\frac{z+1}{2}$.
B. $\frac{x+1}{4}=\frac{y+2}{2}=\frac{z+3}{-4}$.
C. $\frac{x-1}{4}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-3}{4}$.
D. $\frac{x-3}{-2}=\frac{y-3}{-1}=\frac{z-1}{2}$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB}(4;2;-4)$. Suy ra $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với $\vec{u}(-2;-1;2)$.

Phương trình đường thẳng AB đi qua $B(5;4;-1)$ nhận $\vec{u}(-2;-1;2)$ làm vectơ chỉ phương là:

$\frac{x-5}{-2}=\frac{y-4}{-1}=\frac{z+1}{2},(1)$. Do đó loại A, C

Có tọa độ $C(-1;-2;-3)$ không thỏa mãn phương trình (1) nên phương án loại B

Lại có tọa độ $D(3;3;1)$ thỏa mãn phương trình (1) nên phương trình đường thẳng AB cũng được viết là: $\frac{x-3}{-2}=\frac{y-3}{-1}=\frac{z-1}{2}$.

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$. Điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

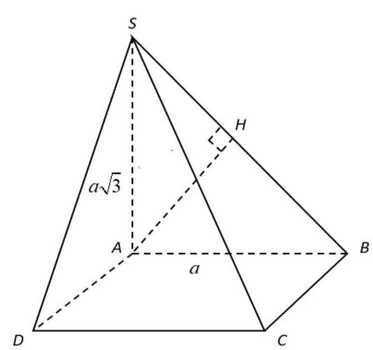
A. $(1;-2;3)$.
B. $(1;2;3)$.
C. $(-1;-2;-3)$.
D. $(-1;2;3)$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=a\sqrt{3}$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.
B. $a\sqrt{3}$.
C. $\frac{a}{2}$.
D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn D



Kẻ $AH \perp SB$ $(*)$. Ta có $BC \perp AB$ (Do $ABCD$ là hình vuông)

$BC \perp SA$ (Do $SA \perp (ABCD)$). Suy ra $BC \perp (SAB)$

Suy ra $BC \perp AH$ $(**)$

Từ $(*),(**)$ suy ra $AH \perp (SBC)$. Suy ra $d(A,(SBC))=AH$

$\dfrac{1}{AH^2}=\dfrac{1}{AB^2}+\dfrac{1}{SA^2}=\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{3a^2}=\dfrac{4}{3a^2}$. Suy ra $AH=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

Câu 39. Bất phương trình $\left(x^3-9x\right)\ln\left(x+5\right)\le 0$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. 4. **B.** 7. **C.** 6. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x>-5$.

Cho $\left(x^3-9x\right)\ln\left(x+5\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^3-9x=0\\ \ln\left(x+5\right)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-3\\x=0\\x=3\\x=-4\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu:

x	-5		-4		-3		0		3		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu ta thấy $f\left(x\right)\le 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-4\le x\le -3\\0\le x\le 3\end{array}\right.$.

Vì $x\in\mathbb{Z}\Rightarrow x\in\left\{-4;-3;0;1;2;3\right\}$.

Vậy có 6 giá trị nguyên của x thỏa bài toán.

Câu 40. Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên đoạn $\left[0;10\right]$ thỏa mãn $\int\limits_0^{10} f\left(x\right)\mathrm{d}x=7,\int\limits_2^{10} f\left(x\right)\mathrm{d}x=1$. Tính $P=\int\limits_0^1 f\left(2x\right)\mathrm{d}x$.

A. $P=6$. **B.** $P=-6$. **C.** $P=3$. **D.** $P=12$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int\limits_0^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\limits_0^{10} f\left(x\right)\mathrm{d}x-\int\limits_2^{10} f\left(x\right)\mathrm{d}x=6$.

Xét $P=\int\limits_0^1 f\left(2x\right)\mathrm{d}x$. Đặt $t=2x\Rightarrow \mathrm{d}t=2\mathrm{d}x\Rightarrow \mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}\mathrm{d}t$.

Đổi cận:

x	0	1
t	0	2

Lúc đó: $P=\int\limits_0^1 f\left(2x\right)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}\int\limits_0^2 f\left(t\right)\mathrm{d}t=\dfrac{1}{2}\int\limits_0^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x=3$.

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=m^2x^4-\left(m^2-2019m\right)x^2-1$ có đúng một cực trị?

A. 2019. **B.** 2020. **C.** 2018. **D.** 2017.

Lời giải

Chọn A

Trường hợp 1: $m=0\ \Rightarrow y=-1$ nên hàm số không có cực trị.

$\Rightarrow m=0$ (loại).

Trường hợp 2: $m\ne 0\Rightarrow m^2>0$.

Hàm số $y=m^2x^4-\left(m^2-2019m\right)x^2-1$ có đúng một cực trị

$\Leftrightarrow -m^2.\left(m^2-2019m\right)\ge 0 \Leftrightarrow m^2-2019m\le 0 \Leftrightarrow 0\le m\le 2019$.

Vì $m\ne 0 \Rightarrow 0<m\le 2019$.

Do $m\in\mathbb{Z}$ nên có 2019 giá trị nguyên của tham số m thỏa đề.

Câu 42. Xét các số phức z thỏa mãn $|z-1|=2$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|z+2|+2|3-\overline{z}|$. Tổng $M+m$ bằng

A. 14. **B.** 7. **C.** $\dfrac{45+3\sqrt{55}}{5}$. **D.** $\dfrac{15+5\sqrt{33}}{3}$.

Lời giải

Chọn D

+ Gọi $z=x+yi\ (x,y\in\mathbb{R})$. Ta có : $|z-1|=2 \Leftrightarrow (x-1)^2+y^2=4 (*)$

+ Ta có:

$P=\sqrt{(x+2)^2+y^2}+2\sqrt{(x-3)^2+y^2}=\sqrt{(x-1)^2+y^2+6x+3}+2\sqrt{(x-1)^2+y^2-4x+8}=$

$=\sqrt{6x+7}+4\sqrt{3-x}$

+ Xét hàm số $f(x)=\sqrt{6x+7}+4\sqrt{3-x}$ với $x\in\left[-\dfrac{7}{6};3\right]$. Ta có: $f'(x)=\dfrac{3}{\sqrt{6x+7}}-\dfrac{2}{\sqrt{3-x}}$ và

$f'(x)=0 \Leftrightarrow x=-\dfrac{1}{33}$. $f\left(-\dfrac{7}{6}\right)=\dfrac{10\sqrt{6}}{3}, f(3)=5, f\left(-\dfrac{1}{33}\right)=\dfrac{5\sqrt{33}}{3}$.

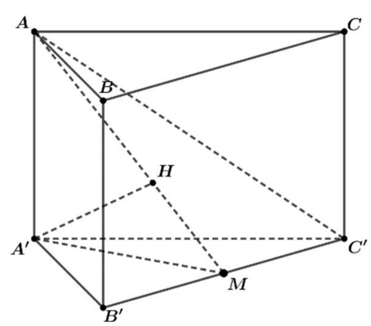
+ Do đó: $M=\dfrac{5\sqrt{33}}{3}, m=5 \Rightarrow M+m=\dfrac{15+5\sqrt{33}}{3}$.

Câu 43. Cho khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a. Khoảng cách từ điểm A' đến mặt phẳng $(AB'C')$ bằng $\dfrac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{19}}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho là

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$ **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$ **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$ **D.** $\dfrac{3a^3}{2}$

Lời giải

Chọn C



Gọi M là trung điểm của $B'C'$.

Ta có $\begin{cases} AA'\perp B'C' \\ A'M\perp B'C' \end{cases} \Rightarrow B'C'\perp(AA'M) \Rightarrow (AB'C')\perp(AA'M)$ theo giao tuyến AM.

Kẻ $A'H\perp AM$ trong mặt phẳng $(AA'M)$, suy ra $\Rightarrow A'H\perp(AB'C')$.

Vậy khoảng cách từ A' đến mặt phẳng $(AB'C')$ là $A'H=\dfrac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{19}}$.

Ta có $\dfrac{1}{A'H^2}=\dfrac{1}{A'A^2}+\dfrac{1}{A'M^2} \Rightarrow \dfrac{1}{A'A^2}=\dfrac{1}{A'H^2}-\dfrac{1}{A'M^2}=\dfrac{1}{4a^2} \Rightarrow A'A=2a$.

Vậy thể tích khối lăng trụ là $V=AA'.S_{A'B'C'}=2a.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 44. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = x\ln x$, trục hoành và đường thẳng $x = e$ là

A. $\dfrac{e^2-1}{2}$. **B.** $\dfrac{e^2+1}{2}$. **C.** $\dfrac{e^2-1}{4}$. **D.** $\dfrac{e^2+1}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ của đường cong $y = x\ln x$ và trục hoành là

$$x\ln x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ \ln x = 0 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x = 1.$$

Vậy diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = x\ln x$, trục hoành và đường thẳng $x = e$ là $S = \int_1^e |x\ln x|\,\mathrm{d}x = \int_1^e x\ln x\,\mathrm{d}x$.

Đặt $\begin{cases} u = \ln x \\ \mathrm{d}v = x\mathrm{d}x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = \dfrac{1}{x}\mathrm{d}x \\ v = \dfrac{x^2}{2} \end{cases}$. Suy ra $S = \dfrac{x^2}{2}\ln x\Big|_1^e - \dfrac{1}{2}\int_1^e x\mathrm{d}x = \dfrac{e^2}{2} - \dfrac{x^2}{4}\Big|_1^e = \dfrac{e^2+1}{4}$.

Câu 45. Gọi S là tổng các số thực m để phương trình $z^2 - 2z + 1 - m = 0$ có nghiệm phức thỏa mãn $|z| = 2$. Tính S.

A. $S = 6$. **B.** $S = 10$. **C.** $S = -3$. **D.** $S = 7$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $z^2 - 2z + 1 - m = 0 \Leftrightarrow (z-1)^2 = m$ (1)

+) Với $m \ge 0$ thì $(1) \Leftrightarrow z = 1 \pm \sqrt{m}$. Do $|z| = 2 \Leftrightarrow |1 \pm \sqrt{m}| = 2 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = 9 \end{array}\right.$ (thỏa mãn).

+) Với $m < 0$ thì $(1) \Leftrightarrow z = 1 \pm i\sqrt{-m}$.

Do $|z| = 2 \Leftrightarrow |1 \pm i\sqrt{-m}| = 2 \Leftrightarrow 1 - m = 4 \Leftrightarrow m = -3$ (thỏa mãn).

Vậy $S = 1 + 9 - 3 = 7$.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(0;1;0)$, $B(2;3;1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): x + 2y - z = 0$ có phương trình là

A. $4x - 3y + 2z + 3 = 0$. **B.** $4x - 3y - 2z + 3 = 0$. **C.** $2x + y - 3z - 1 = 0$. **D.** $4x + y - 2z - 1 = 0$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2;2;1)$, vectơ pháp tuyến mặt phẳng (Q): $\overrightarrow{n_Q} = (1;2;-1)$.

Theo đề bài ta có vectơ pháp tuyến mặt phẳng (P): $\overrightarrow{n_P} = \overrightarrow{n_Q} \wedge \overrightarrow{AB} = (4;-3;-2)$.

Phương trình mặt phẳng (P) có dạng $4x - 3y - 2z + C = 0$.

Mặt phẳng (P) đi qua $A(0;1;0)$ nên: $-3 + C = 0 \Leftrightarrow C = 3$.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $4x - 3y - 2z + 3 = 0$.

Câu 47. Số nghiệm nguyên thuộc đoạn $[-20; 20]$ của bất phương trình: $2^{2x+1} - 9.2^x + 4\sqrt{x^2 + 2x - 3} \ge 0$ là

A. 38. **B.** 36. **C.** 37. **D.** 19.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x^2 + 2x - 3 \ge 0 \Leftrightarrow x \le -3$ hoặc $x \ge 1$ $(*)$.

Vì x là số nguyên thuộc đoạn $[-20; 20]$ nên ta xét các trường hợp sau:

Trường hợp 1. $3 \le x \le 20$, khi đó dễ thấy $2^{2x+1} - 9.2^x = 2^x\left(2^{x+1} - 9\right) > 0$ nên $2^{2x+1} - 9.2^x + 4\sqrt{x^2 + 2x - 3} \ge 0$, do đó trên $[3; 20]$ bất phương trình có 18 nghiệm nguyên.

Trường hợp 2. $x = 2$ thay trực tiếp vào bất phương trình ta có: $4\sqrt{5} - 4 \ge 0$ (đúng).
Do đó $x = 2$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Trường hợp 3. $x = 1$ thay trực tiếp vào bất phương trình ta có: $-10 \ge 0$ (sai).
Do đó $x = 1$ không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Trường hợp 4. $-20 \le x \le -4$. Khi đó, xét hàm số: $f(x) = x^2 + 2x - 3$, dễ thấy $\min\limits_{[-20;-4]} f(x) = f(-4) = 5$ nên $4\sqrt{x^2 + 2x - 3} \ge 4\sqrt{5}, \forall x \in [-20;-4]$ (a).

Mặt khác, đặt $t = 2^x$, khi đó $2^{2x+1} - 9.2^x = 2t^2 - 9t$, $-20 \le x \le -4 \Rightarrow 2^{-20} \le t \le 2^{-4}$.

Khi đó xét hàm số $g(t) = 2t^2 - 9t$ với $2^{-20} \le t \le 2^{-4}$, dễ thấy

$$\min\limits_{\left[2^{-20};\, 2^{-4}\right]} g(t) = g\left(2^{-4}\right) = -\frac{71}{128} \ (b)$$

Từ $(a), (b)$ suy ra $\min\limits_{[-20;-4]}\left\{h(x) = 2^{2x+1} - 9.2^x + 4\sqrt{x^2 + 2x - 3}\right\} = h(-4) = 4\sqrt{5} - \frac{71}{128} > 0$. Do đó bất phương trình đã cho nghiệm đúng với mọi $-20 \le x \le -4$, nên trên đoạn $[-20;-4]$ bất phương trình có 17 nghiệm nguyên.

Trường hợp $x = -3$ thay trực tiếp vào bất phương trình ta thấy không thỏa mãn.
Vậy số nghiệm nguyên của bất phương trình là: 36.

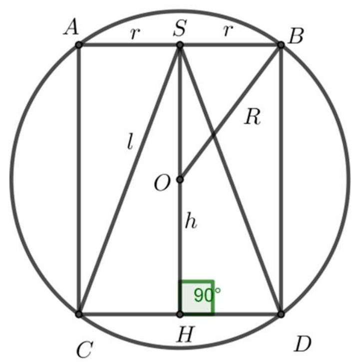
Câu 48. Cho hai mặt phẳng $(P), (Q)$ song song với nhau và cùng cắt khối cầu tâm O, bán kính R thành hai hình tròn cùng bán kính. Xét hình nón có đỉnh trùng với tâm của một trong hai hình tròn này và có đáy là hình tròn còn lại. Tính khoảng cách h giữa hai mặt phẳng $(P), (Q)$ để diện tích xung quanh của hình nón là lớn nhất.

A. $h = R$. **B.** $h = R\sqrt{2}$. **C.** $h = \frac{2R\sqrt{3}}{3}$. **D.** $2R\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C

Cắt khối cầu tâm O, bán kính R bằng mặt phẳng (α) đi qua tâm O và vuông góc với hai mặt phẳng $(P), (Q)$ ta được hình như hình vẽ bên dưới.



Trong đó, $AB = (\alpha) \cap (P)$, $CD = (\alpha) \cap (Q)$ với $AB = CD$, $h = SH = AC = BD$, $R = OB$.
Đường sinh $l = SC = SD$.

Bán kính của mỗi hình tròn giao tuyến là $r = \frac{AB}{2}$.

Ta có: $l^2 = SC^2 = AC^2 + AS^2 = h^2 + r^2$ và $r^2 = SB^2 = OB^2 - SO^2 = R^2 - \frac{h^2}{4}$.

Suy ra $l^2 = R^2 + \frac{3h^2}{4}$.

Mà diện tích xung quanh của khối nón được xét là: $S_{xq} = \pi rl$.

Ta có S_{xq} đạt giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow$ rl đạt giá trị lớn nhất.

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho 2 số $r\sqrt{3}$ và l ta có

$rl = \dfrac{1}{2\sqrt{3}}.2.\left(r\sqrt{3}\right)l \le \dfrac{\sqrt{3}}{6}\left(3r^2 + l^2\right) = \dfrac{\sqrt{3}}{6}.4R^2 = \dfrac{2R^2\sqrt{3}}{3}$.

rl lớn nhất là $\dfrac{2R^2\sqrt{3}}{3}$ khi và chỉ khi $3r^2 = l^2 \Leftrightarrow h^2 = \dfrac{4}{3}R^2 \Rightarrow h = \dfrac{2R\sqrt{3}}{3}$.

Câu 49. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $A(2;-2;2)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z+2)^2 = 1$. Điểm M di chuyển trên mặt cầu (S) đồng thời thỏa mãn $\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{AM} = 6$. Điểm M thuộc mặt phẳng nào sau đây?

A. $2x - 2y - 6z + 9 = 0$.
B. $2x - 2y + 6z - 9 = 0$.
C. $2x + 2y + 6z + 9 = 0$.
D. $2x - 2y + 6z + 9 = 0$.

Lời giải

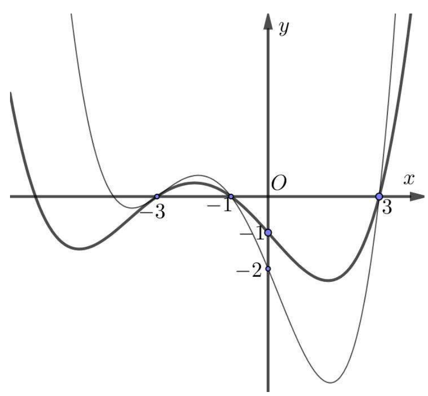
Giả sử $M(x;y;z)$ thì $\overrightarrow{OM} = (x;y;z)$, $\overrightarrow{AM} = (x-2;y+2;z-2)$.

Vì $M \in (S)$ và $\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{AM} = 6$ nên ta có hệ $\begin{cases} x(x-2) + y(y+2) + z(z-2) = 6 \\ x^2 + y^2 + (z+2)^2 = 1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 2z = 6 \\ x^2 + y^2 + z^2 + 4z + 4 = 1 \end{cases} \Rightarrow 2x - 2y + 6z + 9 = 0$.

Vậy điểm M thuộc mặt phẳng có phương trình: $2x - 2y + 6z + 9 = 0$.

Câu 50. Cho hai hàm số đa thức bậc bốn $y = f(x)$ và $y = g(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới, trong đó đường đậm hơn là đồ thị hàm số $y = f(x)$. Biết rằng hai đồ thị này tiếp xúc với nhau tại điểm có hoành độ -3 và cắt nhau tại hai điểm phân biệt nữa có hoành độ lần lượt là -1 và 3. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $f(x) \ge g(x) + m$ nghiệm đúng với mọi $x \in [-3;3]$.



A. $\left(-\infty; \dfrac{12 - 8\sqrt{3}}{9}\right]$.
B. $\left[\dfrac{12 - 10\sqrt{3}}{9}; +\infty\right)$.
C. $\left(-\infty; \dfrac{12 - 10\sqrt{3}}{9}\right]$.
D. $\left[\dfrac{12 - 8\sqrt{3}}{9}; +\infty\right)$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ cắt trục tung lần lượt tại điểm có tung độ bằng -1, -2 suy ra $f(0) = -1$, $g(0) = -2$.

Phương trình hoành độ giao điểm $f(x) = g(x)$. Do hai đồ thị này tiếp xúc với nhau tại điểm có hoành độ -3 và cắt nhau tại hai điểm phân biệt nữa có hoành độ lần lượt là -1 và 3 nên $f(x) - g(x) = a(x+3)^2(x+1)(x-3)$. Suy ra $f(0) - g(0) = -27a \Leftrightarrow a = -\dfrac{1}{27}$.

Ta có $f(x) \geq g(x) + m \Leftrightarrow m \leq f(x) - g(x) \Leftrightarrow m \leq -\frac{1}{27}(x+3)^2(x+1)(x-3)$ (1).

Đặt $h(x) = -\frac{1}{27}(x+3)^2(x+1)(x-3)$

Bất phương trình (1) nghiệm đúng với mọi $x \in [-3;3] \Leftrightarrow m \leq \min\limits_{[-3;3]} h(x)$.

Ta có $h'(x) = -\frac{4}{27}(x+3)(x^2-3)$; $h'(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{4}{27}(x+3)(x^2-3) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\sqrt{3} \\ x = \sqrt{3} \\ x = -3 \end{array}\right.$.

$h\left(-\sqrt{3}\right) = \frac{12-8\sqrt{3}}{9}$; $h\left(\sqrt{3}\right) = \frac{12+8\sqrt{3}}{9}$; $h(3) = 0$; $h(-3) = 0$. Suy ra $\min\limits_{[-3;3]} h(x) = \frac{12-8\sqrt{3}}{9}$.

Vậy $m \leq \frac{12-8\sqrt{3}}{9}$. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m là $\left(-\infty; \frac{12-8\sqrt{3}}{9}\right]$.

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT - SỐ 03

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Note

Câu 1: Số phức liên hợp của số phức $z = 3 - i$ là

A. $-3+i$. **B.** $3-i$. **C.** $3+i$. **D.** $-3-i$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, tâm mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 2023 = 0$ có tọa độ là

A. $(-1;-2;3)$. **B.** $(1;-2;3)$. **C.** $(1;2;3)$. **D.** $(-1;2;-3)$.

Câu 3: Số giao điểm của đồ thị của hàm số $y = x^3 - x$ với trục hoành là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 4: Diện tích của mặt cầu có bán kính bằng 2 là

A. $S = 8\pi$. **B.** $S = \dfrac{32\pi}{3}$. **C.** $S = 16\pi$. **D.** $S = 4\pi$.

Câu 5: Cho biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm $f(x)$. Tìm $I = \int [3f(x)+1]\mathrm{d}x$.

A. $I = 3F(x) + x + C$. **B.** $I = 3F(x) + 1 + C$.

C. $I = 3F(x) + C$. **D.** $I = 3xF(x) + x + C$.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x^2-1), \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 7: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1) < 2$ là

A. $(-\infty;5)$. **B.** $(1;5)$. **C.** $(0;5)$. **D.** $(5;+\infty)$.

Câu 8: Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 4$ và chiều cao $h = 6$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. 42. **B.** 8. **C.** 24. **D.** 56.

Câu 9: Tập xác định của hàm số $y = x^{\frac{1}{4}}$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(0;+\infty)\setminus\{1\}$.

Câu 10: Nghiệm của phương trình $\log_3(5x) = 1$ là:

A. $x = 3$. **B.** $x = 2$. **C.** $x = \dfrac{3}{5}$. **D.** $x = \dfrac{5}{3}$.

Câu 11: Nếu $\int_2^5 f(x)\mathrm{d}x = 3$ và $\int_2^5 g(x)\mathrm{d}x = 2$ thì $\int_2^5 [f(x) + 2g(x)]\mathrm{d}x$ bằng

A. 5. **B.** -5. **C.** 7. **D.** 3.

Câu 12: Cho hai số phức $z = 2 - i$ và $w = 5 + 3i$. Số phức $z + w$ bằng:

A. $7 - 2i$. **B.** $7 + 2i$. **C.** $3 + 4i$. **D.** $5 + 4i$.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB với $A(1;2;-1)$ và $B(3;4;1)$?

A. $\overrightarrow{u_1} = (-2;-2;2)$. **B.** $\overrightarrow{u_1} = (1;1;-1)$.

C. $\overrightarrow{u_1} = (4;6;0)$. **D.** $\overrightarrow{u_1} = (1;1;1)$.

Note

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-1;3)$ và $I(4;1;4)$. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB. Điểm B có tọa độ là:

A. $B\left(3;0;\frac{7}{2}\right)$. **B.** $B(2;2;1)$. **C.** $B(6;3;5)$. **D.** $B(0;-3;5)$.

Câu 15: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $-3i$ có tọa độ là:

A. $(0;3)$. **B.** $(0;-3)$. **C.** $(3;0)$. **D.** $(-3;0)$.

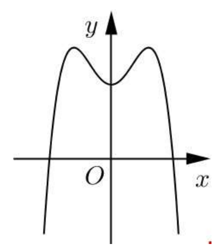
Câu 16: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{4x+5}{2x-3}$ là đường thẳng có phương trình nào dưới đây?

A. $y=4$. **B.** $y=2$. **C.** $y=\frac{3}{2}$. **D.** $y=-\frac{5}{3}$.

Câu 17: Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt[3]{a^2}$ bằng:

A. a. **B.** $a^{\frac{2}{3}}$. **C.** $a^{\frac{3}{2}}$. **D.** $|a|$.

Câu 18: Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=-x^4+2x^2+2$. **B.** $y=x^4-2x^2+2$.

C. $y=x^3-3x^2+2$. **D.** $y=-x^3+3x^2+2$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x+2y-3z-1=0$. Mặt phẳng (α) đi qua điểm nào sau đây:

A. $(1;2;1)$. **B.** $(0;2;1)$. **C.** $(3;1;1)$. **D.** $(2;-1;1)$.

Câu 20: Số hoán vị của một tập hợp gồm 5 phần tử là

A. $5!$. **B.** 5^2. **C.** 5^5. **D.** C_5^5.

Câu 21: Thể tích V của khối chóp có diện tích đáy bằng 10 và chiều cao bằng 9 là

A. $V=90$. **B.** $V=30$. **C.** $V=270$. **D.** $V=45$.

Câu 22: Đạo hàm của hàm số $y=3^{2x}$ là:

A. $2.3^{2x}\ln 3$. **B.** $\frac{1}{2}.3^{2x}\ln 3$. **C.** $3^{2x}\ln 3$. **D.** 3^{2x}.

Câu 23: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;1)$. **B.** $(-1;2)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 24: Công thức tính diện tích xung quanh của hình nón có bán kính đáy $2r$ và đường sinh l là

A. $S_{xq} = 2\pi r^2$. **B.** $S_{xq} = \pi rl$. **C.** $S_{xq} = 4\pi rl$. **D.** $S_{xq} = 2\pi rl$.

Câu 25: Nếu $\int_2^5 f(x)\mathrm{d}x = 3$ thì $\int_2^5 \left[2f(x)+1\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 9. **B.** 3. **C.** 18. **D.** 2.

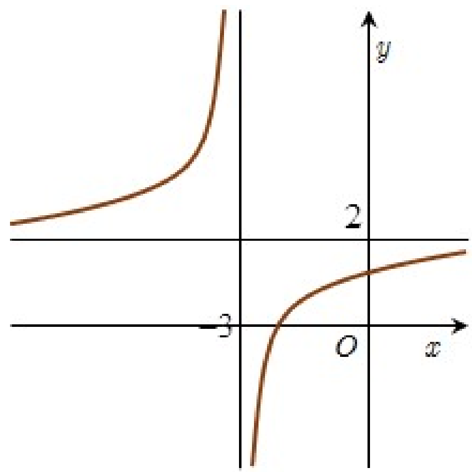
Câu 26: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 3$ và $u_2 = 5$. Giá trị của công sai d bằng

A. 2. **B.** 8. **C.** -2. **D.** $\dfrac{5}{3}$.

Câu 27: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x - \sin x$ là

A. $\sin x + \cos x + C$. **B.** $-\sin x + \cos x + C$.
C. $\sin x - \cos x + C$. **D.** $-\sin x - \cos x + C$.

Câu 28: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = \dfrac{2x+4}{x+3}$. **B.** $y = x^4 - 2x^2 - 1$.

C. $y = x^3 - 3x^2 - 1$. **D.** $y = \dfrac{2x+4}{x-3}$.

Câu 29: Biết rằng hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 28$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0;4]$ tại x_0. Tính $P = x_0 + 2022$

A. 3. **B.** 2021. **C.** 2024. **D.** 2025.

Câu 30: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \dfrac{2x-1}{x+2022}$. **B.** $y = x^4 - 2x^2 - 2022$.

C. $y = -x^3 + x^2 - x$. **D.** $y = x^3 + 2x + 2022$.

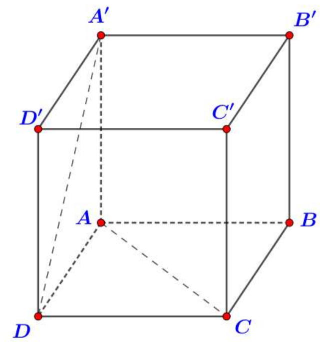
Câu 31: Cho a, b, c là các số thực dương, khác 1 và thỏa mãn $\log_a b^2 = x$, $\log_{b^2} \sqrt{c} = y$. Giá trị của $\log_c a$ bằng

A. $\dfrac{2}{xy}$. **B.** $2xy$. **C.** $\dfrac{xy}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{2xy}$.

Note

Note

Câu 32: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (hình vẽ bên dưới). Góc giữa hai đường thẳng AC và $A'D$ bằng



A. $45°$. **B.** $30°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Câu 33: Nếu $\int_0^2 f(x)dx = -2021$ thì $\int_0^2 (2f(x)+2022)dx$ bằng

A. 2021. **B.** 2. **C.** -2019. **D.** 1.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(1;1;1)$ và đi qua điểm $C(2;3;-1)$ có phương trình là

A. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=9$. **B.** $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=3$.

C. $(x-2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=9$. **D.** $(x-2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=3$.

Câu 35: Cho số phức $z=2-3i$. Số phức liên hợp của số phức $w=(2+i)z$ bằng

A. $7-4i$. **B.** $1-4i$. **C.** $7+4i$. **D.** $z=2+3i$.

Câu 36: Tính độ dài đường cao của tứ diện đều có cạnh bằng a

A. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$. **B.** $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. **D.** $a\sqrt{6}$.

Câu 37: Một nhóm học sinh gồm 10 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Giáo viên chọn ngẫu nhiên một học sinh đi lên bảng làm bài tập. Tính xác suất chọn được một học sinh nữ?

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{10}$. **C.** $\frac{1}{5}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

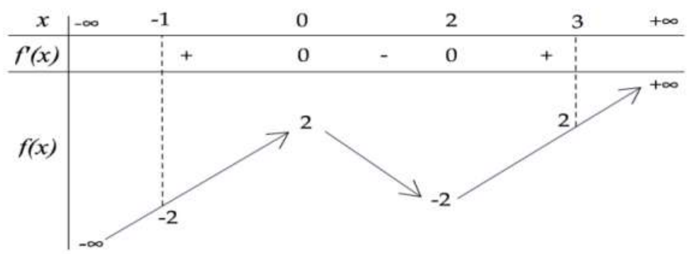
Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua $A(1;-2;2)$ và song song với đường thẳng $d:\frac{x-3}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z+1}{3}$ có phương trình là

A. $\begin{cases} x=2+t \\ y=-1-2t \\ z=3+2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+3t \\ y=-2+1t \\ z=2-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=2+3t \\ y=-1-t \\ z=3+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2-t \\ z=2+3t \end{cases}$.

Câu 39: Số giá trị nguyên dương của tham số m để bất phương trình: $\left(3^{x+2}-\sqrt{3}\right)\left(3^x-m\right)<0$ có tập nghiệm chứa **không** quá 6 số nguyên là

A. 31. **B.** 32. **C.** 244. **D.** 243.

Câu 40: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ



Phương trình $f(f(x))=-2$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực?

A. 6. **B.** 7. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 41: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=1$ và $f'(x)=\cos x\left(6\sin^2 x-1\right)$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Tính $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x$.

A. $\frac{5}{3}$. **B.** $-\frac{5}{3}$. **C.** $-\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$. Hình chiếu vuông góc của S với mặt phẳng đáy là trung điểm cạnh AB và (SCD) tạo với đáy một góc 60^0. Mặt phẳng chứa AB và vuông góc với (SCD) cắt SC, SD lần lượt tại M và N. Thể tích của khối chóp $S.ABMN$ bằng

A. $\frac{21a^3}{4}$. **B.** $\frac{7\sqrt{3}a^3}{2}$. **C.** $\frac{21\sqrt{3}a^3}{4}$. **D.** $\frac{7\sqrt{3}a^3}{4}$.

Câu 43: Trong tập số phức, cho phương trình $2z^2+2(m-1)z+m^2-3m-2=0$, $m\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m trong đoạn $[0;2022]$ để phương trình có 2 nghiệm phân biệt $z_1;z_2$ thỏa mãn $|z_1|=|z_2|$?

A. 2016. **B.** 2021 **C.** 2022 **D.** 2018.

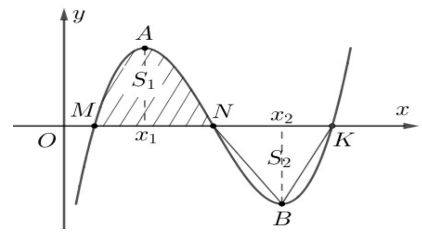
Câu 44: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho số phức z_1 có điểm biểu diễn M, số phức z_2 có điểm biểu diễn là N thỏa mãn $|z_1|=1$, $|z_2|=3$ và $\widehat{MON}=120°$. Giá trị lớn nhất của $|3z_1+2z_2-3i|$ là M_0, giá trị nhỏ nhất của $|3z_1-2z_2+1-2i|$ là m_0. Biết $M_0+m_0=a\sqrt{7}+b\sqrt{5}+c\sqrt{3}+d$, với $a,b,c,d\in\mathbb{Z}$. Tính $a+b-c+d$?

A. 9. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 10.

Câu 45: Cho hàm số đa thức bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong (C) trong hình bên. Hàm số $f(x)$ đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 thỏa mãn $f(x_1)+f(x_2)=0$. Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị (C); M, N, K là giao điểm của (C) với trục hoành; S là diện tích của hình phẳng được gạch trong hình, S_2 là diện tích tam giác NBK. Biết tứ giác $MAKB$ nội tiếp đường tròn, khi đó tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng

Note

Note



A. $\frac{2\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{6}}{2}$. **C.** $\frac{5\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\frac{3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 46: Trong không gian toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-y+z+3=0$ và mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=25$. Hai điểm M,N lần lượt di động trên (P) và (S) sao cho MN luôn cùng phương với $\vec{u}=(1;2;-2)$. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của đoạn thẳng MN bằng

A. $6\sqrt{5}$. **B.** 18. **C.** $10\sqrt{3}$. **D.** $10+5\sqrt{3}$.

Câu 47: Cho hình nón S đáy hình nón tâm O và $SO=h$. Một mặt phẳng (P) đi qua đỉnh S cắt đường tròn (O) theo dây cung AB sao cho góc $\widehat{AOB}=90°$, khoảng cách từ O đến mặt phẳng (P) bằng $\frac{h}{2}$. Diện tích xung quanh của hình nón bằng

A. $\frac{\pi h^2\sqrt{10}}{6}$. **B.** $\frac{\pi h^2\sqrt{30}}{9}$. **C.** $\frac{2\pi h^2\sqrt{10}}{3}$. **D.** $\frac{\pi h^2\sqrt{10}}{3}$.

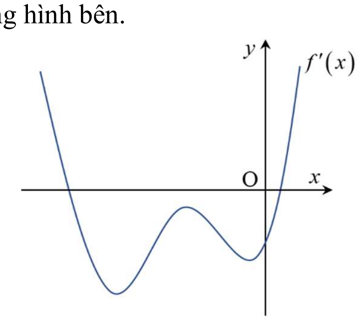
Câu 48: Có bao nhiêu số nguyên $m\in[-2022;2022]$ để phương trình $6^x-2m=\log_{\sqrt[3]{6}}\left(18(x+1)+12m\right)$ có nghiệm?

A. 211. **B.** 2022. **C.** 2024. **D.** 212.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-4}{2}=\frac{y-5}{-1}=\frac{z-3}{2}$ và hai điểm $A(3;1;2)$; $B(-1;3;-2)$. Mặt cầu tâm I bán kính R đi qua hai điểm hai điểm A,B và tiếp xúc với đường thẳng d. Khi R đạt giá trị nhỏ nhất thì mặt phẳng đi qua ba điểm A,B,I là $(P): 2x+by+cz+d=0$. Tính $b-c+d$.

A. 0. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 2.

Câu 50: Cho hàm số $f(x)$ và có $y=f'(x)$ là hàm số bậc bốn và có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Số điểm cực tiểu của hàm số $g(x)=f\left(|x|^3\right)-|x|$ là

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

--------------------Hết------------------

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT - SỐ 03

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

HƯỚNG DẪN CHI TIẾT

Câu 1. Số phức liên hợp của số phức $z=3-i$ là

A. $-3+i$. **B.** $3-i$. **C.** $3+i$. **D.** $-3-i$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $z=3-i\rightarrow \overline{z}=3+i$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, tâm mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z-2023=0$ có tọa độ là

A. $(-1;-2;3)$. **B.** $(1;-2;3)$. **C.** $(1;2;3)$. **D.** $(-1;2;-3)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 3. Số giao điểm của đồ thị của hàm số $y=x^3-x$ với trục hoành là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $x^3-x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 1 \end{array}\right.$. Vậy đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại 3 điểm.

Câu 4. Diện tích của mặt cầu có bán kính bằng 2 là

A. $S=8\pi$. **B.** $S=\dfrac{32\pi}{3}$. **C.** $S=16\pi$. **D.** $S=4\pi$.

Lời giải

Chọn C

Diện tích mặt cầu có bán kính bằng 2 là $S=4\pi r^2=4\pi.2^2=16\pi$.

Câu 5. Cho biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm $f(x)$. Tìm $I=\int\left[3f(x)+1\right]dx$.

A. $I=3F(x)+x+C$. **B.** $I=3F(x)+1+C$. **C.** $I=3F(x)+C$. **D.** $I=3xF(x)+x+C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $I=\int\left[3f(x)+1\right]dx=3F(x)+x+C$.

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x\left(x^2-1\right),\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x)=x\left(x^2-1\right)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 1 \end{array}\right.$. Vậy hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1)<2$ là

A. $(-\infty;5)$. **B.** $(1;5)$. **C.** $(0;5)$. **D.** $(5;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_2(x-1)<2\Leftrightarrow 0<x-1<4\Leftrightarrow 1<x<5$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là khoảng $(1;5)$.

Câu 8. Cho khối chóp có diện tích đáy $B=4$ và chiều cao $h=6$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. 42. **B.** 8. **C.** 24. **D.** 56.

Lời giải

Chọn B

Thể tích của khối chóp đã cho bằng $V=\frac{1}{3}.B.h=\frac{1}{3}.4.6=8$.

Câu 9. Tập xác định của hàm số $y=x^{\frac{1}{4}}$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(0;+\infty)\setminus\{1\}$.

Lời giải

Chọn C

Câu 10. Nghiệm của phương trình $\log_3(5x)=1$ là:

A. $x=3$. **B.** $x=2$. **C.** $x=\frac{3}{5}$. **D.** $x=\frac{5}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log_3(5x)=1 \Leftrightarrow 5x=3 \Leftrightarrow x=\frac{3}{5}$.

Câu 11. Nếu $\int_2^5 f(x)\mathrm{d}x=3$ và $\int_2^5 g(x)\mathrm{d}x=2$ thì $\int_2^5\left[f(x)+2g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 5. **B.** -5. **C.** 7. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có:. $\int_2^5\left[f(x)+2g(x)\right]\mathrm{d}x=\int_2^5 f(x)\mathrm{d}x+2\int_2^5 g(x)\mathrm{d}x=3+2.2=7$

Câu 12. Cho hai số phức $z=2-i$ và $w=5+3i$. Số phức $z+w$ bằng:

A. $7-2i$. **B.** $7+2i$. **C.** $3+4i$. **D.** $5+4i$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $z+w=2-i+5+3i=7+2i$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB với $A(1;2;-1)$ và $B(3;4;1)$?

A. $\overrightarrow{u_1}=(-2;-2;2)$. **B.** $\overrightarrow{u_1}=(1;1;-1)$. **C.** $\overrightarrow{u_1}=(4;6;0)$. **D.** $\overrightarrow{u_1}=(1;1;1)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(2;2;2)=2(1;1;1)$ nên một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB là $\overrightarrow{u_1}=(1;1;1)$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-1;3)$ và $I(4;1;4)$. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB. Điểm B có tọa độ là:

A. $B\left(3;0;\frac{7}{2}\right)$. **B.** $B(2;2;1)$. **C.** $B(6;3;5)$. **D.** $B(0;-3;5)$.

Lời giải

Chọn C

Điểm B có tọa độ là: $\begin{cases} x_B = 2x_I - x_A = 6 \\ y_B = 2y_I - y_A = 3 \\ z_B = 2z_I - z_A = 5 \end{cases} \Rightarrow B(6;3;5)$.

Câu 15. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $-3i$ có tọa độ là:

A. $(0;3)$. **B.** $(0;-3)$. **C.** $(3;0)$. **D.** $(-3;0)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 16. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{4x+5}{2x-3}$ là đường thẳng có phương trình nào dưới đây?

A. $y = 4$. **B.** $y = 2$. **C.** $y = \dfrac{3}{2}$. **D.** $y = -\dfrac{5}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Câu 17. Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt[3]{a^2}$ bằng:

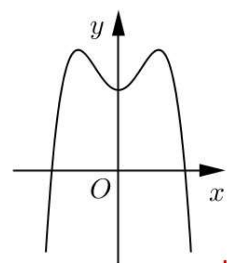
A. a. **B.** $a^{\frac{2}{3}}$. **C.** $a^{\frac{3}{2}}$. **D.** $|a|$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\sqrt[3]{a^2} = a^{\frac{2}{3}}$.

Câu 18. Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = -x^4 + 2x^2 + 2$. **B.** $y = x^4 - 2x^2 + 2$. **C.** $y = x^3 - 3x^2 + 2$. **D.** $y = -x^3 + 3x^2 + 2$.

Lời giải

Chọn A

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - 3z - 1 = 0$. Mặt phẳng (α) đi qua điểm nào sau đây:

A. $(1;2;1)$. **B.** $(0;2;1)$. **C.** $(3;1;1)$. **D.** $(2;-1;1)$.

Lời giải

Chọn B

Thay lần lượt tọa độ của các đáp án vào phương trình mặt phẳng (α) ta thấy tọa độ điểm $(0;2;1)$ thỏa mãn.

Câu 20. Số hoán vị của một tập hợp gồm 5 phần tử là

A. $5!$. **B.** 5^2. **C.** 5^5. **D.** C_5^5.

Lời giải

Chọn A

Câu 21. Thể tích V của khối chóp có diện tích đáy bằng 10 và chiều cao bằng 9 là:

A. $V=90$. **B.** $V=30$. **C.** $V=270$. **D.** $V=45$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối chóp là: $V=\frac{1}{3}.B.h=\frac{1}{3}.10.9=30$.

Câu 22. Đạo hàm của hàm số $y=3^{2x}$ là:

A. $2.3^{2x}\ln 3$. **B.** $\frac{1}{2}.3^{2x}\ln 3$. **C.** $3^{2x}\ln 3$. **D.** 3^{2x}.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y'=(2x)'.3^{2x}\ln 3=2.3^{2x}\ln 3$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	0	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;1)$. **B.** $(-1;2)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 24. Công thức tính diện tích xung quanh của hình nón có bán kính đáy $2r$ và đường sinh l là:

A. $S_{xq}=2\pi r^2$. **B.** $S_{xq}=\pi rl$. **C.** $S_{xq}=4\pi rl$. **D.** $S_{xq}=2\pi rl$.

Lời giải

Chọn D

Diện tích xung quanh hình nón bán kính đáy $2r$ và đường sinh l là: $S_{xq}=2\pi rl$.

Câu 25. Nếu $\int\limits_2^5 f(x)\mathrm{d}x=3$ thì $\int\limits_2^5\left[2f(x)+1\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 9. **B.** 3. **C.** 18. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int\limits_2^5\left[2f(x)+1\right]\mathrm{d}x=2\int\limits_2^5 f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_2^5 1\mathrm{d}x=2.3+3=9$

Câu 26. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=3$ và $u_2=5$. Giá trị của công sai d bằng

A. 2. **B.** 8. **C.** -2. **D.** $\frac{5}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $d=u_2-u_1=5-3=2$.

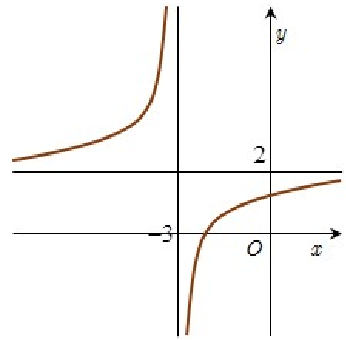
Câu 27. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos x-\sin x$ là

A. $\sin x+\cos x+C$. **B.** $-\sin x+\cos x+C$. **C.** $\sin x-\cos x+C$. **D.** $-\sin x-\cos x+C$.

Lời giải:

Ta có $F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=\int(\cos x-\sin x)\mathrm{d}x=\sin x+\cos x+C$.

Câu 28. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=\dfrac{2x+4}{x+3}$. **B.** $y=x^4-2x^2-1$. **C.** $y=x^3-3x^2-1$. **D.** $y=\dfrac{2x+4}{x-3}$.

Lời giải

Chọn A

Câu 29. Biết rằng hàm số $f(x)=x^3-3x^2-9x+28$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0;4]$ tại x_0.

Tính $P=x_0+2022$

A. 3. **B.** 2021. **C.** 2024. **D.** 2025.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $f'(x)=3x^2-6x-9\longrightarrow f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\notin[0;4]\\x=3\in[0;4]\end{array}\right.$.

$\begin{cases}f(0)=28\\f(3)=1\\f(4)=8\end{cases}\longrightarrow\min\limits_{[0;4]}f(x)=1$ khi $x=3=x_0\longrightarrow P=2025$.

Câu 30. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\dfrac{2x-1}{x+2022}$. **B.** $y=x^4-2x^2-2022$.

C. $y=-x^3+x^2-x$. **D.** $y=x^3+2x+2022$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y=-x^3+x^2-x$ có hệ số $a<0$ và $y'=-2x^2+2x-1=0$ vô nghiệm nên hàm số $y=-x^3+x^2-x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 31. Cho a,b,c là các số thực dương, khác 1 và thỏa mãn $\log_a b^2=x$, $\log_{b^2}\sqrt{c}=y$. Giá trị của $\log_c a$ bằng

A. $\dfrac{2}{xy}$. **B.** $2xy$. **C.** $\dfrac{xy}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{2xy}$.

Lời giải

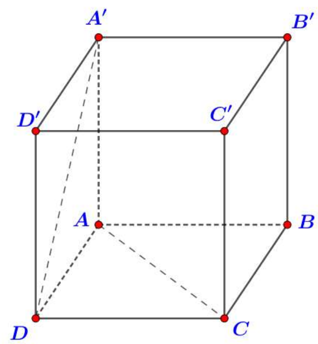
Chọn D

Ta có $\log_a b^2 = x \Rightarrow 2\log_a b = x \Rightarrow \log_a b = \frac{x}{2}$.

Ta lại có $\log_{b^2} \sqrt{c} = y \Rightarrow \frac{1}{4}\log_b c = y \Rightarrow \log_b c = 4y$.

Khi đó $\log_a b.\log_b c = \frac{x}{2}.4y \Leftrightarrow \log_a c = 2xy \Rightarrow \log_c a = \frac{1}{2xy}$.

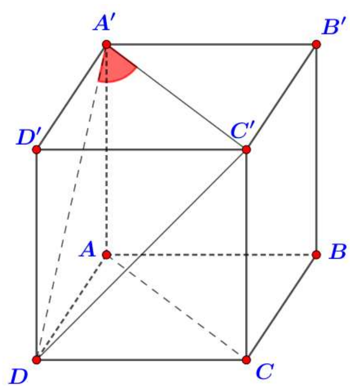
Câu 32. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (hình vẽ bên dưới). Góc giữa hai đường thẳng AC và $A'D$ bằng



A. $45°$. **B.** $30°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $AC \,//\, A'C'$ nên $\widehat{(AC, A'D)} = \widehat{(A'C', A'D)} = \widehat{DA'C'} = 60°$.

Tam giác $A'DC$ có: $A'D = A'C' = C'D \Rightarrow \Delta ABC$ đều $\Rightarrow \widehat{DA'C'} = 60°$.

Câu 33. Nếu $\int_0^2 f(x)dx = -2021$ thì $\int_0^2 (2f(x) + 2022)dx$ bằng

A. 2021. **B.** 2. **C.** -2019. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int_0^2 (2f(x) + 2022)dx = 2\int_0^2 f(x)dx + 2022\int_0^2 dx = 2.(-2021) + 2022.2 = 2$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(1;1;1)$ và đi qua điểm $C(2;3;-1)$ có phương trình là

A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 9$. **B.** $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 3$.

C. $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 9$. **D.** $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 3$.

Lời giải

Chọn A

Bán kính mặt cầu là $IC=\sqrt{(2-1)^2+(3-1)^2+(-1-1)^2}=3$. Suy ra phương trình mặt cầu là $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=9$.

Câu 35. Cho số phức $z=2-3i$. Số phức liên hợp của số phức $w=(2+i)z$ bằng

A. $7-4i$. **B.** $1-4i$. **C.** $7+4i$. **D.** $z=2+3i$.

Lời giải

Chọn C

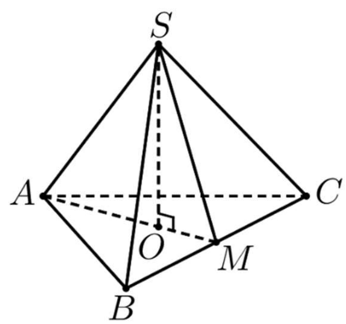
Ta có: $w=(2+i)z=7-4i \Rightarrow \overline{w}=7+4i$.

Câu 36. Tính độ dài đường cao của tứ diện đều có cạnh bằng a

A. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$. **B.** $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. **D.** $a\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi $S.ABC$ tứ diện đều cạnh a có O là tâm của đáy ABC, suy ra $SO\perp(ABC)$

Ta có ΔABC đều cạnh a nên $AO=\frac{2}{3}AM=\frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Xét tam giác ΔSAO vuông tại O, ta có: $SO=\sqrt{SA^2-AO^2}=\sqrt{a^2-\frac{a^2}{3}}=\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Câu 37. Một nhóm học sinh gồm 10 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Giáo viên chọn ngẫu nhiên một học sinh đi lên bảng làm bài tập. Tính xác suất chọn được một học sinh nữ?

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{10}$. **C.** $\frac{1}{5}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Có 15 cách chọn một học sinh trong nhóm.

Có 5 cách chọn một học sinh nữ.

Xác suất để chọn được một học sinh nữ là: $\frac{5}{15}=\frac{1}{3}$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua $A(1;-2;2)$ và song song với đường thẳng $d:\frac{x-3}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z+1}{3}$ có phương trình là

A. $\begin{cases}x=2+t\\y=-1-2t\\z=3+2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+3t\\y=-2+1t\\z=2-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2+3t\\y=-1-t\\z=3+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=-2-t\\z=2+3t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng song song với $d:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+1}{3}$ nên có VTCP là: $\vec{u}=(2;-1;3)$

suy ra phương trình tham số là: $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2-t \\ z=2+3t \end{cases}$

Câu 39. Số giá trị nguyên dương của tham số m để bất phương trình: $\left(3^{x+2}-\sqrt{3}\right)\left(3^x-m\right)<0$ có tập nghiệm chứa **không** quá 6 số nguyên là

A. 31. **B.** 32. **C.** 244. **D.** 243.

Lời giải:

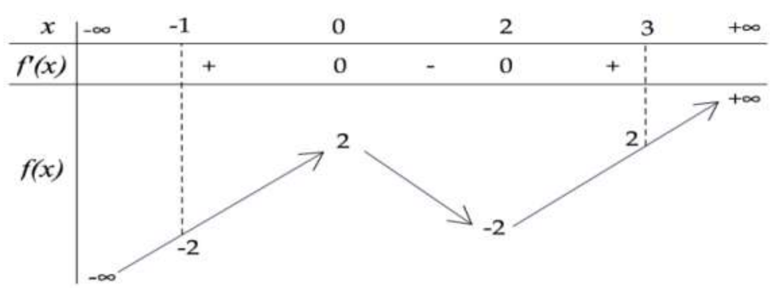
Bất phương trình $\left(3^{x+2}-\sqrt{3}\right)\left(3^x-m\right)<0 \Leftrightarrow \left(9.3^x-\sqrt{3}\right)\left(3^x-m\right)<0$.

$\Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{3}}{9}<3^x<m \Leftrightarrow -\dfrac{3}{2}<x<\log_3 m \Rightarrow S=\left(-\dfrac{3}{2};\log_3 m\right)$.

Để bất phương trình ban đầu có tập nghiệm chứa không quá 6số nguyên thì $x\in\{-1;0;...;4\}$. suy ra: $\log_3 m\le 5 \Leftrightarrow m\le 3^5 \Leftrightarrow m\le 3^5=243$.

Mà m là số nguyên dương nên $m\in\{1;2;3;...;243\}$.

Câu 40. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ



Phương trình $f\left(f(x)\right)=-2$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực?

A. 6. **B.** 7. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

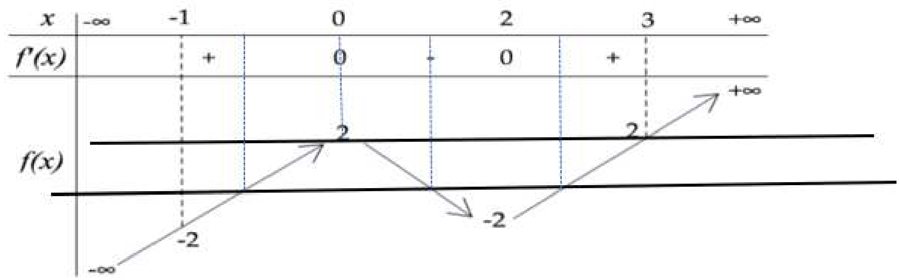
Từ bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ ta thấy $f\left(f(x)\right)=-2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=-1 \\ f(x)=2 \end{array}\right.$

+ Nghiệm của phương trình $f(x)=-1$ chính là hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ với đường thẳng $y=-1$.

Từ bảng biến thiên của đồ thị hàm số $y=f(x)$ ta thấy đường thẳng $y=-1$cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 3 điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là x_1,x_2,x_3 trong đó $-1<x_1<0, 0<x_2<2, 2<x_3<3$.

+ Nghiệm của phương trình $f(x)=2$ chính là hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ với đường thẳng $y=2$.

Từ bảng biến thiên của đồ thị hàm số $y=f(x)$ ta thấy đường thẳng $y=2$ tiếp xúc với đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại điểm có hoành độ $x_4=0$ và cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$tại điểm có hoành độ $x_5=3$.



Vậy phương trình $f\left(f\left(x\right)\right)=-2$ có 5 nghiệm phân biệt x_1,x_2,x_3,x_4,x_5.

Câu 41. Cho hàm số $f\left(x\right)$ thỏa mãn $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=1$ và $f'\left(x\right)=\cos x\left(6\sin^2 x-1\right),\forall x\in\mathbb{R}$. Tính $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{5}{3}$. **B.** $-\dfrac{5}{3}$. **C.** $-\dfrac{2}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Lời giải:

Ta có $f\left(x\right)=\int\cos x\left(6\sin^2 x-1\right)\mathrm{d}x=2\sin^3 x-\sin x+C$.

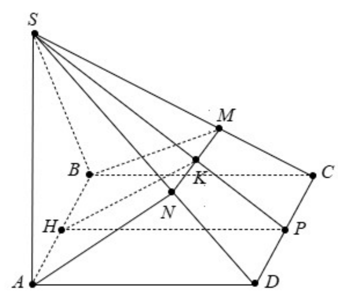
Từ $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=1$ suy ra $C=0$. Vậy $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\left(2\sin^3 x-\sin x\right)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{3}$.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$. Hình chiếu vuông góc của S với mặt phẳng đáy là trung điểm cạnh AB và $\left(SCD\right)$ tạo với đáy một góc 60^0. Mặt phẳng chứa AB và vuông góc với $\left(SCD\right)$ cắt SC,SD lần lượt tại M và N. Thể tích của khối chóp $S.ABMN$ bằng

A. $\dfrac{21a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{7\sqrt{3}a^3}{2}$. **C.** $\dfrac{21\sqrt{3}a^3}{4}$. **D.** $\dfrac{7\sqrt{3}a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi H là trung điểm của cạnh $AB\Rightarrow SH\perp\left(ABCD\right)$. Gọi P là trung điểm của CD.

Suy ra $\begin{cases}CD\perp HP\\CD\perp SH\end{cases}\Rightarrow CD\perp\left(SHP\right)$.

Do vậy : $\left(\left(SCD\right),\left(ABCD\right)\right)=\widehat{SPH}=60^0$ $\Rightarrow SH=HP.\tan 60^0=2a\sqrt{3};SP=\sqrt{SH^2+HP^2}=4a$

Kẻ $HK\perp SP\Rightarrow HK\perp\left(SCD\right)\Rightarrow\left(ABK\right)\perp\left(SCD\right)\Rightarrow\left(ABCD\right)\equiv\left(ABK\right)$.

Mặt khác $\begin{cases}AB//CD\\AB\subset\left(ABMN\right)\Rightarrow\left(ABMN\right)\cap\left(SCD\right)=MN//CD//AB\\CD\subset\left(SCD\right)\end{cases}$ nên MN là đường thẳng đi qua K và song song với CD.

Ta có : $V_{S.ABMN}=\frac{1}{3}V_{ABMN}.SK=\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}\left(AB+MN\right).HK\right).SK=\frac{1}{6}\left(2a+\frac{3a}{2}\right)\sqrt{3}a.3a=\frac{7\sqrt{3}a^3}{4}$.

Câu 43. Trong tập số phức, cho phương trình $2z^2+2\left(m-1\right)z+m^2-3m-2=0,\ m\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m trong đoạn $\left[0;2022\right]$ để phương trình có 2 nghiệm phân biệt $z_1;z_2$ thỏa mãn $\left|z_1\right|=\left|z_2\right|$?

A. 2016. **B.** 2021 **C.** 2022 **D.** 2018.

Lời giải

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt

Trường hợp 1: $\Delta>0\Leftrightarrow -m^2+4m+5>0\Leftrightarrow\begin{cases}m<5\\m>-1\end{cases}$

Phương trình đã cho có 2 nghiệm thực phân biệt $z_1,\ z_2$.

Theo định lí Vi-ét ta có: $\begin{cases}z_1+z_2=-\left(m-1\right)\\z_1z_2=m^2-3m-2\end{cases}$

Theo đề bài ta có: $\left|z_1\right|=\left|z_2\right|\Leftrightarrow z_1=-z_2\ \Leftrightarrow z_1+z_2=0\Rightarrow -\left(m-1\right)=0\Leftrightarrow m=1$

Trường hợp 2: $\Delta<0\Leftrightarrow\begin{cases}m>5\\m<-1\end{cases}$

Phương trình luôn có 2 nghiệm phức $z_1,\ z_2$ luôn thỏa mãn $\left|z_1\right|=\left|z_2\right|$.

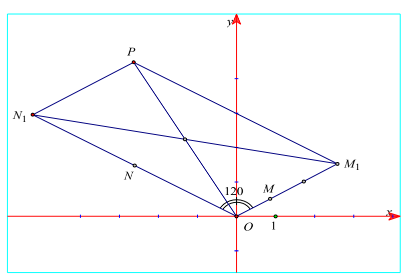
Vậy có 2018 giá trị m thỏa mãn.

Câu 44. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho số phức z_1 có điểm biểu diễn M, số phức z_2 có điểm biểu diễn là N thỏa mãn $\left|z_1\right|=1,\ \left|z_2\right|=3$ và $\widehat{MON}=120°$. Giá trị lớn nhất của $\left|3z_1+2z_2-3i\right|$ là M_0, giá trị nhỏ nhất của $\left|3z_1-2z_2+1-2i\right|$ là m_0. Biết $M_0+m_0=a\sqrt{7}+b\sqrt{5}+c\sqrt{3}+d$, với $a,b,c,d\in\mathbb{Z}$. Tính $a+b-c+d$?

A. 9. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 10.

Lời giải

Chọn D



Gọi M_1 là điểm biểu diễn của số phức $3z_1$, suy ra $OM_1=3$.

Gọi N_1 là điểm biểu diễn của số phức $2z_2$, suy ra $ON_1=6$. Gọi P là điểm sao cho $\overrightarrow{OM_1}+\overrightarrow{ON_1}=\overrightarrow{OP}$. Suy ra tứ giác OM_1PN_1 là hình bình hành.

Do từ giả thiết $\widehat{MON}=120°$, suy ra $\widehat{M_1ON_1}=120°$.

Dùng định lí cosin trong tam giác OM_1N_1 ta tính được $M_1N_1=\sqrt{9+36-2.3.6.\left(-\frac{1}{2}\right)}=3\sqrt{7}$;

và định lí cosin trong tam giác OM_1P ta có $OP=\sqrt{9+36-2.3.6.\frac{1}{2}}=3\sqrt{3}$.

Ta có $M_1N_1 = |3z_1 - 2z_2| = 3\sqrt{7}$; $OP = |3z_1 + 2z_2| = 3\sqrt{3}$.

+ Tìm giá trị lớn nhất của $|3z_1 + 2z_2 - 3i|$.

Đặt $3z_1 + 2z_2 = w_1 \Rightarrow |w_1| = 3\sqrt{3}$, suy ra điểm biểu diễn w_1 là A thuộc đường tròn (C_1) tâm $O(0;0)$ bán kính $R_1 = 3\sqrt{3}$. Gọi điểm Q_1 là biểu diễn số phức $3i$.

Khi đó $|3z_1 + 2z_2 - 3i| = AQ_1$, bài toán trở thành tìm $(AQ_1)_{max}$ biết điểm A trên đường tròn (C_1). Dễ thấy $(AQ_1)_{max} = OQ_1 + R_1 = 3 + 3\sqrt{3}$.

+ Tìm giá trị nhỏ nhất của $|3z_1 - 2z_2 + 1 - 2i| = |3z_1 - 2z_2 - (-1 + 2i)|$.

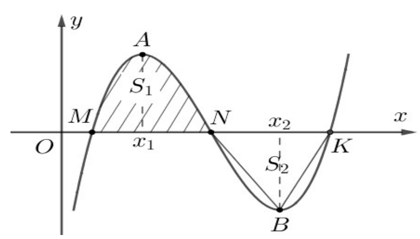
Đặt $3z_1 - 2z_2 = w_2 \Rightarrow |w_2| = 3\sqrt{7}$, suy ra điểm biểu diễn w_2 là B thuộc đường tròn (C_2) tâm $O(0;0)$ bán kính $R_1 = 3\sqrt{7}$. Gọi điểm Q_2 là biểu diễn số phức $-1 + 2i$.

Khi đó $|3z_1 - 2z_2 - (-1 + 2i)| = BQ_2$, bài toán trở thành tìm $(BQ_2)_{\min}$ biết điểm B trên đường tròn (C_2). Dễ thấy điểm Q_2 nằm trong đường tròn (C_2) nên $(BQ_2)_{\min} = R_2 - OQ_2 = 3\sqrt{7} - \sqrt{5}$.

Vậy $M_0 + m_0 = 3\sqrt{7} + 3\sqrt{3} - \sqrt{5} + 3 \to a = 3; b = 3; c = -1; d = 3$.

Do đó: $a + b - c + d = 3 + 3 - (-1) + 3 = 10$.

Câu 45. Cho hàm số đa thức bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong (C) trong hình bên. Hàm số $f(x)$ đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 thỏa mãn $f(x_1) + f(x_2) = 0$. Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị (C); M, N, K là giao điểm của (C) với trục hoành; S là diện tích của hình phẳng được gạch trong hình, S_2 là diện tích tam giác NBK. Biết tứ giác $MAKB$ nội tiếp đường tròn, khi đó tỉ số $\dfrac{S_1}{S_2}$ bằng

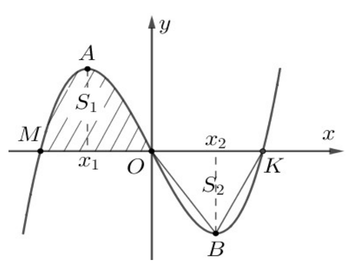


A. $\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$. **C.** $\dfrac{5\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Kết quả bài toán không thay đổi khi ta tịnh tiến đồ thị đồ thị (C) sang trái sao cho điểm uốn trùng với gốc tọa độ O. (như hình dưới)



Do $f(x)$ là hàm số bậc ba, nhận gốc tọa độ là tâm đối xứng $(O \equiv N)$.

Đặt $x_1 = -a,\ x_2 = a$, với $a > 0 \Rightarrow f'(x) = k(x^2 - a^2)$ với $k > 0$

$\Rightarrow f(x)=k\left(\frac{1}{3}x^3-a^2x\right) \Rightarrow x_M=-a\sqrt{3},\ x_K=a\sqrt{3}$

Có $MAKB$ nội tiếp đường tròn tâm O $\Rightarrow OA=OM=a\sqrt{3}$

Có $f(x_1)=\sqrt{OA^2-x_1^2} \Leftrightarrow f(-a)=a\sqrt{2} \Leftrightarrow k\left(-\frac{1}{3}a^3+a^3\right)=a\sqrt{2} \Leftrightarrow k=\frac{3\sqrt{2}}{2a^2}$

$\Rightarrow f(x)=\frac{3\sqrt{2}}{2a^2}\left(\frac{1}{3}x^3-a^2x\right)$

$S_1=\int\limits_{-a\sqrt{3}}^{0} f(x)dx=\frac{3\sqrt{2}}{2a^2}\left(\frac{1}{12}x^4-\frac{a^2}{2}x^2\right)\Bigg|_{-a\sqrt{3}}^{0}=\frac{9\sqrt{2}}{8}a^2$

$S_2=S_{\Delta AMO}=\frac{1}{2}f(-a).MO=\frac{1}{2}a\sqrt{2}.a\sqrt{3}=\frac{\sqrt{6}}{2}a^2$. Vậy $\frac{S_1}{S_2}=\frac{3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 46. Trong không gian toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x-y+z+3=0$ và mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=25$. Hai điểm M,N lần lượt di động trên (P) và (S) sao cho MN luôn cùng phương với $\vec{u}=(1;2;-2)$. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của đoạn thẳng MN bằng

A. $6\sqrt{5}$. **B.** 18. **C.** $10\sqrt{3}$. **D.** $10+5\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $N(a,b,c)\in(S)\Rightarrow(a-1)^2+(b+2)^2+(c+3)^2=25$.

Do $\overrightarrow{NM}=k.\vec{u}=k(1;2;-2)\Rightarrow M(k+a;2k+b;-2k+c)$.

Mặt khác :

$M\in(P)\Rightarrow(k+a)-(2k+b)+(-2k+c)+3=0\Leftrightarrow(a-1)-(b+2)+(c-3)=3k-9$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy, ta có :

$(3k-9)^2=((a-1)-(b+2)+(c-3))^2\le\left(1^2+(-1)^2+1^2\right)\left((a-1)^2+(b+2)^2+(c-3)^2\right)=75$

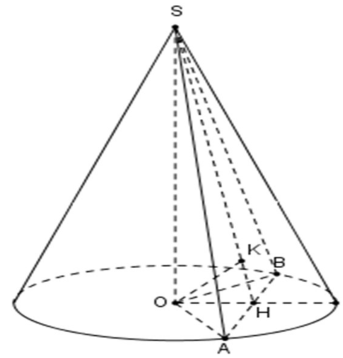
$\Leftrightarrow\frac{9-5\sqrt{3}}{3}\le k\le\frac{9+5\sqrt{3}}{3}\Rightarrow MN=\left|\overrightarrow{MN}\right|=\left|k.\vec{u}\right|=|k|\left|\vec{u}\right|=3|k|\in\left[9-5\sqrt{3};9+5\sqrt{3}\right]$.

Câu 47. Cho hình nón S đáy hình nón tâm O và $SO=h$. Một mặt phẳng (P) đi qua đỉnh S cắt đường tròn (O) theo dây cung AB sao cho góc $\widehat{AOB}=90°$, khoảng cách từ O đến mặt phẳng (P) bằng $\frac{h}{2}$. Diện tích xung quanh của hình nón bằng:

A. $\frac{\pi h^2\sqrt{10}}{6}$. **B.** $\frac{\pi h^2\sqrt{30}}{9}$. **C.** $\frac{2\pi h^2\sqrt{10}}{3}$. **D.** $\frac{\pi h^2\sqrt{10}}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Mặt phẳng (P) đi qua đỉnh S cắt đường tròn (O) theo dây cung AB, nên thiết diện tạo thành là tam giác SAB cân tại S.

Gọi H là trung điểm của dây cung AB, ta có $OH \perp AB$, mà $SO \perp AB \Rightarrow AB \perp (SOH)$.

Từ O kẻ $OK \perp SH \Rightarrow OK \perp AB \Rightarrow OK \perp (SAB) \Rightarrow OK = d(O,(SAB)) = \frac{h}{2}$.

Xét tam giác SOH vuông tại O, có $\frac{1}{OK^2} = \frac{1}{OH^2} + \frac{1}{OS^2} \Leftrightarrow \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OK^2} - \frac{1}{OS^2}$

$\Leftrightarrow \frac{1}{OH^2} = \frac{4}{h^2} - \frac{1}{h^2} = \frac{3}{h^2} \Leftrightarrow OH^2 = \frac{h^2}{3} \Leftrightarrow OH = \frac{h}{\sqrt{3}}$.

Vì tam giác AOB vuông tại O, nên $AB = 2OH = \frac{2h}{\sqrt{3}}$, và $OA = \frac{h\sqrt{6}}{3} \Rightarrow R = OA = \frac{h\sqrt{6}}{3}$.

Xét tam giác SOA vuông tại O, có $SA = \sqrt{SO^2 + OA^2} = \sqrt{h^2 + \frac{2h^2}{3}} = \sqrt{\frac{5h^2}{3}} = \frac{h\sqrt{15}}{3}$.

Vậy diện tích xung quanh của hình nón là: $Sxq = \pi rl = \pi OA.SA = \pi.\frac{h\sqrt{6}}{3}.\frac{h\sqrt{15}}{3} = \frac{\pi h^2\sqrt{10}}{3}$.

Câu 48. Có bao nhiêu số nguyên $m \in [-2022;2022]$ để phương trình $6^x - 2m = \log_{\sqrt[3]{6}}\left(18(x+1)+12m\right)$ có nghiệm?

A. 211. **B.** 2022. **C.** 2024. **D.** 212.

Lời giải

Chọn C

Phương trình $6^x - 2m = \log_{\sqrt[3]{6}}\left(18(x+1)+12m\right) \Leftrightarrow 6^x = 2m + 3\log_6\left[6(3x+2m+3)\right]$

$\Leftrightarrow 6^x = 2m + 3\left[1 + \log_6(3x+2m+3)\right]$

$\Leftrightarrow 6^x = 3\log_6(3x+2m+3) + 2m + 3, (*)$

Đặt $y = \log_6(3x+2m+3) \Leftrightarrow 6^y = 3x + 2m + 3, (1)$

Mặt khác, PT(*) trở thành: $6^x = 3y + 2m + 3, (2)$

Lấy (1) trừ vế với vế cho (2), ta được

$6^y - 6^x = 3x - 3y \Leftrightarrow 6^x + 3x = 6^y + 3y \quad (3)$

Xét hàm số $f(t) = 6^t + 3t,\ t \in \mathbb{R}$.

Ta có $f'(t) = 6^t\ln 6 + 3 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$. Suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

Mà PT (3) $f(x) = f(y) \Leftrightarrow x = y$.

Thay $y = x$ vào PT (1), ta được $6^x = 3x + 2m + 3 \Leftrightarrow 6^x - 3x = 2m + 3$.

Xét hàm số $g(x) = 6^x - 3x$, với $x \in \mathbb{R}$. Ta có $g'(x) = 6^x \ln 6 - 3 \Rightarrow g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \log_6\left(\frac{3}{\ln 6}\right)$

BBT:

x	$-\infty$		$\log_6\left(\frac{3}{\ln 6}\right)$		$+\infty$
$g'(x)$		-	0	+	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$0,81$	$\nearrow$	$+\infty$

Từ đó suy ra PT đã cho có nghiệm $\Leftrightarrow 2m + 3 \ge g\left(\log_6 \frac{3}{\ln 6}\right) \approx 0,81 \Rightarrow m \ge -1,095$

Vậy có 2024 số nguyên m thỏa mãn yêu cầu.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-4}{2} = \frac{y-5}{-1} = \frac{z-3}{2}$ và hai điểm $A(3;1;2)$; $B(-1;3;-2)$. Mặt cầu tâm I bán kính R đi qua hai điểm hai điểm A, B và tiếp xúc với đường thẳng d. Khi R đạt giá trị nhỏ nhất thì mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, I là $(P): 2x + by + cz + d = 0$. Tính $b - c + d$.

A. 0. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

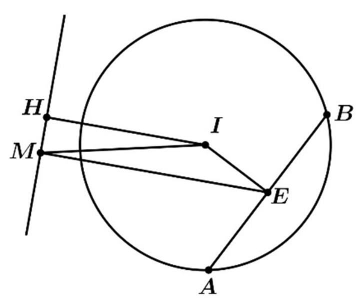
Gọi E là trung điểm của $AB \Rightarrow E(1;2;0)$ và $IE = \sqrt{R^2 - 9}$

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là $(\alpha): 2x - y + 2z = 0$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên d.

Gọi M là hình chiếu vuông góc của E lên $d \Rightarrow EM = d_{(E;d)} = 9$

Toạ độ M là nghiệm hệ $\begin{cases} x = 2t + 4 \\ y = -t + 5 \\ z = 2t + 3 \\ 2x - y + 2z = 0 \end{cases} \Rightarrow t = -1 \Rightarrow M(2;6;1) \Rightarrow ME = 3\sqrt{2}$



Vì $(\alpha) \perp d$ và $IH + IE \ge EM \Rightarrow R$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow I, H, E$ thẳng hàng.

$\Rightarrow R + \sqrt{R^2 - 9} = 3\sqrt{2} \Rightarrow R = \frac{9\sqrt{2}}{4}$

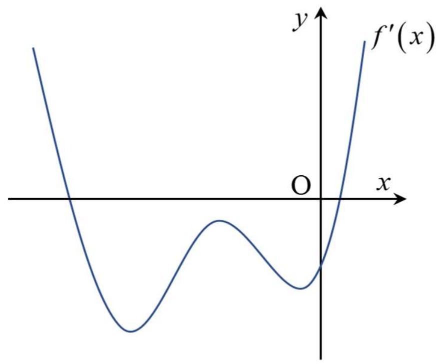
Vậy $\Rightarrow \overrightarrow{EI} = \frac{1}{4}\overrightarrow{EH} \Rightarrow I\left(\frac{5}{4};3;\frac{1}{4}\right) \Rightarrow \overrightarrow{IA} = \left(\frac{7}{4};-2;\frac{7}{4}\right)$

$\Rightarrow \vec{n} = \left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{IA}\right] = (-18;0;18) = -18(1;0;-1)$

$(P): 2x - 2z\text{-}2 = 0 \Rightarrow b = 0; c = -2; d = -2 \Rightarrow b - c + d = 0$.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)$ và có $y = f'(x)$ là hàm số bậc bốn và có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số điểm cực tiểu của hàm số $g(x) = f\left(|x|^3\right) - |x|$ là

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.



Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $h(x) = f\left(x^3\right) - x$

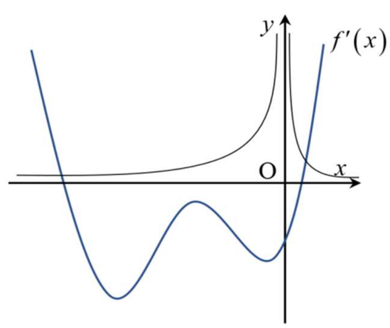
Ta có $h'(x) = 3x^2 f'\left(x^3\right) - 1$

$h'(x) = 0 \Leftrightarrow f'\left(x^3\right) = \dfrac{1}{3x^2}$ $(x \neq 0)$ (1)

Đặt $x^3 = t \Rightarrow x = \sqrt[3]{t} \Rightarrow x^2 = \sqrt[3]{t^2}$.

Khi đó (1) trở thành: $f'(t) = \dfrac{1}{3\sqrt[3]{t^2}}$ (2)

Vẽ đồ thị hàm số $y = \dfrac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$, $y = f'(x)$ trên cùng hệ trục tọa độ Oxy, ta được:



Từ đồ thị suy ra phương trình (2) có hai nghiệm $t_1 = a > 0$ và $t_2 = b < 0$.

$\Rightarrow (1)$ có hai nghiệm $x = \sqrt[3]{a} > 0$ và $x = \sqrt[3]{b} < 0$.

Bảng biến thiên của $h(x)$, $g(x) = h(|x|)$.

x	$-\infty$		$\sqrt[3]{b}$		0		$\sqrt[3]{a}$		$+\infty$
$h'(x)$		$+$	0	$-$			0	$+$	
$h(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$h\left(\sqrt[3]{b}\right)$	$\searrow$		$\searrow$	$h\left(\sqrt[3]{a}\right)$	$\nearrow$	$+\infty$
$h(\lvert x\rvert)$	$+\infty$	$\searrow$	$h\left(\sqrt[3]{a}\right)$	$\nearrow$	$h(0)$	$\searrow$	$h\left(\sqrt[3]{a}\right)$	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số $g\left(x\right)=h\left(\left|x\right|\right)=f\left(\left|x\right|^3\right)-\left|x\right|$ có 2 điểm cực tiểu.

--- HẾT ---

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT - SỐ 04

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Note

Câu 1: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z=(2+i)^2$ là điểm nào dưới đây?

A. $P(3;4)$. **B.** $M(5;4)$. **C.** $N(4;5)$. **D.** $Q(4;3)$.

Câu 2: Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=\log_\pi x$ là

A. $y'=\frac{x}{\pi}$. **B.** $y'=\frac{1}{x\ln\pi}$. **C.** $y'=\frac{1}{x}$. **D.** $y'=\frac{1}{\pi\ln x}$.

Câu 3: 1Đạo hàm của hàm số là $y=x^e$ trên tập số thực, là

A. $y'=ex^{e+1}$. **B.** $y'=ex^{e-1}$. **C.** $y'=\frac{1}{e}x^{e-1}$. **D.** $y'=\frac{1}{e+1}x^{e+1}$.

Câu 4: Tập nghiệm của bất phương trình $5^{x+2}\le 25$ là

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $[0;+\infty)$. **D.** $(-\infty;0]$.

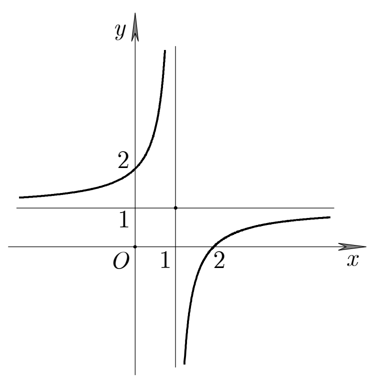
Câu 5: Tìm công bội của cấp số nhân (u_n) có các số hạng $u_3=27$, $u_4=81$.

A. $-\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** 3. **D.** -3.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $6x+12y-4z+5=0$ là

A. $\vec{n}=(6;12;4)$. **B.** $\vec{n}=(3;6;-2)$. **C.** $\vec{n}=(3;6;2)$ **D.** $\vec{n}=(-2;-1;3)$

Câu 7: Cho hàm số $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là



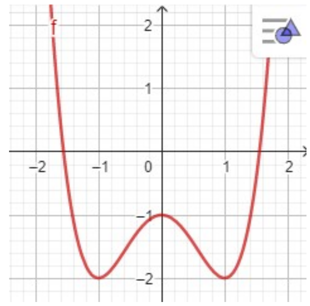
A. $(0;2)$. **B.** $(2;0)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(1;0)$.

Câu 8: Biết $\int_1^3 f(x)dx=5$ và $\int_1^3 g(x)dx=-7$. Giá trị của $\int_1^3[3f(x)-2g(x)]dx$ bằng

A. -29. **B.** 1. **C.** 29. **D.** -31.

Note

Câu 9: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên dưới?



A. $y = x^4 - 2x^2 - 1$. **B.** $y = \dfrac{-x+2}{x-1}$.

C. $y = -x^2 - 2x + 1$. **D.** $y = x^3 - 3x + 2$

Câu 10: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-4)^2 = 20$.

A. $I(-1;2;-4), R = 2\sqrt{5}$ **B.** $I(1;-2;4), R = 20$

C. $I(1;-2;4), R = 2\sqrt{5}$ **D.** $I(-1;2;-4), R = 5\sqrt{2}$

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng (P) và (Q) lần lượt có hai vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_P}$ và $\overrightarrow{n_Q}$. Biết cosin góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{n_P}$ và $\overrightarrow{n_Q}$ bằng $\dfrac{1}{2}$. Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng.

A. 30° **B.** 45° **C.** 60° **D.** 90°

Câu 12: Cho số phức $z = 3 + 5i$, phần ảo của số phức $\overline{z}^2$ bằng

A. 16. **B.** 30. **C.** -16. **D.** -30.

Câu 13: Cho khối lập phương có cạnh bằng $\sqrt{2}$. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng

A. $3\sqrt{2}$. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$. **D.** $4\sqrt{2}$.

Câu 14: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $V = \dfrac{\sqrt{2}a^3}{6}$. **B.** $V = \dfrac{\sqrt{2}a^3}{4}$. **C.** $V = \sqrt{2}a^3$. **D.** $V = \dfrac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 15: Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp một hình hộp chữ nhật có ba kích thước là a, b, c là:

A. $\dfrac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$. **B.** $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.

C. $\sqrt{2(a^2 + b^2 + c^2)}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{3}$.

Câu 16: Cho số phức $z = (1+2i)(3-4i)$. Phần thực của số phức $i\overline{z}$ tương ứng là

A. 2. **B.** 11. **C.** -2. **D.** -11.

Note

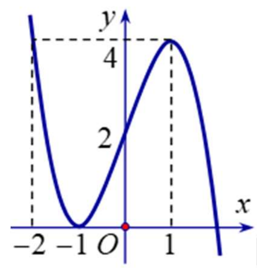
Câu 17: Cho hình nón có đường kính đáy $2r$ và độ dài đường cao h. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $2\pi rh$. **B.** $\dfrac{2}{3}\pi rh^2$. **C.** $\pi r^2 h$. **D.** $\dfrac{1}{3}\pi r^2 h$.

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z-1}{2}$. Điểm nào dưới đây **không** thuộc d?

A. $E(2;-2;3)$. **B.** $N(1;0;1)$. **C.** $F(3;-4;5)$. **D.** $M(0;2;1)$.

Câu 19: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là



A. $(-1;0)$. **B.** $(0;-1)$. **C.** $(1;4)$. **D.** $(0;2)$.

Câu 20: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{4x+1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=\dfrac{1}{4}$. **B.** $y=4$. **C.** $y=1$. **D.** $y=-1$.

Câu 21: Bất phương trình $\log_2(3x-2)>\log_2(6-5x)$ có tập nghiệm là

A. $(0;+\infty)$ **B.** $\left(\dfrac{1}{2};3\right)$. **C.** $(-3;1)$ **D.** $\left(1;\dfrac{6}{5}\right)$

Câu 22: Cho đa giác lồi 20 đỉnh. Số tam giác có 3 đỉnh là 3 đỉnh của đa giác đã cho là

A. A_{20}^3. **B.** $\dfrac{C_{20}^3}{3!}$. **C.** $20!$. **D.** C_{20}^3.

Câu 23: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{5x-2}$.

A. $\int\dfrac{dx}{5x-2}=\dfrac{1}{5}\ln|5x-2|+C$ **B.** $\int\dfrac{dx}{5x-2}=\ln|5x-2|+C$

C. $\int\dfrac{dx}{5x-2}=-\dfrac{1}{2}\ln|5x-2|+C$ **D.** $\int\dfrac{dx}{5x-2}=5\ln|5x-2|+C$

Câu 24: Cho $\int\limits_0^1 f(x)dx=1$ tích phân $\int\limits_0^1\left[2f(x)-3x^2\right]dx$ bằng

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** -1.

Câu 25: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x^2+\sin x$ là

A. $x^3+\cos x+C$. **B.** $6x+\cos x+C$.

C. $x^3-\cos x+C$. **D.** $6x-\cos x+C$.

Note

Câu 26: Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	0	+	0	−	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-1	↗	2	↘	$-\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-\infty;-1\right)$. **B.** $\left(0;1\right)$. **C.** $\left(-1;0\right)$. **D.** $\left(-\infty;0\right)$.

Câu 27: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	0	↗	$+\infty$

Tìm giá trị cực đại $y_{CĐ}$ và giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số đã cho.

A. $y_{CĐ}=2$ và $y_{CT}=0$ **B.** $y_{CĐ}=3$ và $y_{CT}=0$

C. $y_{CĐ}=3$ và $y_{CT}=-2$ **D.** $y_{CĐ}=-2$ và $y_{CT}=2$

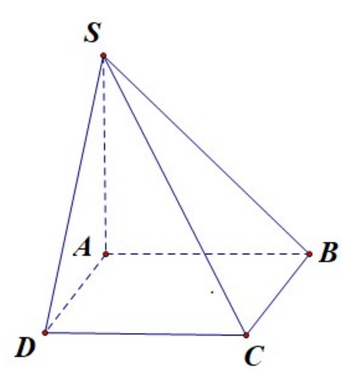
Câu 28: Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a-3\log_2 b=2$, khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $a=4b^3$. **B.** $a=3b+4$. **C.** $a=3b+2$. **D.** $a=\dfrac{4}{b^3}$.

Câu 29: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^3-x$ và đồ thị hàm số $y=x-x^2$.

A. $\dfrac{37}{12}$ **B.** $\dfrac{9}{4}$ **C.** $\dfrac{81}{12}$ **D.** 13

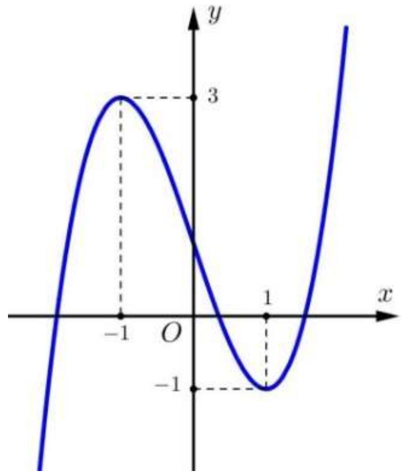
Câu 30: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tại cạnh bằng a, $SA=a$ vuông góc với đáy (tham khảo hình bên). Góc giữa hai mặt phẳng $\left(SBC\right)$ và $\left(ABCD\right)$ bằng



A. 60°. **B.** 30°. **C.** 90°. **D.** 45°.

Note

Câu 31: Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f\left(x\right)-m=0$ có ba nghiệm thực phân biệt?



A. 2. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 32: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x\left(x+2\right)^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 33: Một chiếc hộp chứa 9 quả cầu gồm 4 quả màu xanh, 3 quả màu đỏ và 2 quả màu vàng. Lấy ngẫu nhiên 3 quả cầu từ hộp đó. Xác suất để trong 3 quả cầu lấy được có ít nhất 1 quả màu đỏ bằng

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{19}{28}$. **C.** $\dfrac{16}{21}$. **D.** $\dfrac{17}{42}$.

Câu 34: Biết phương trình $\log_2^2 x-7\log_2 x+9=0$ có hai nghiệm x_1,x_2. Giá trị $x_1.x_2$ bằng

A. 128. **B.** 64. **C.** 9. **D.** 512.

Câu 35: Tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $\left|z-1+i\right|=2$ là đường tròn có tâm và bán kính lần lượt là:

A. $I\left(-1;1\right), R=4$. **B.** $I\left(-1;1\right), R=2$.

C. $I\left(1;-1\right), R=2$. **D.** $I\left(1;-1\right), R=4$.

Câu 36: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M\left(1;-2;1\right)$, $N\left(0;1;3\right)$. Phương trình đường thẳng qua hai điểm M, N là

A. $\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z+1}{2}$. **B.** $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z-2}{1}$.

C. $\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-3}{2}$. **D.** $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-3}{1}$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, tọa độ điểm đối xứng của $M\left(1;2;3\right)$ qua mặt phẳng $\left(Oyz\right)$ là

A. $\left(0;2;3\right)$. **B.** $\left(-1;-2;-3\right)$. **C.** $\left(-1;2;3\right)$. **D.** $\left(1;2;-3\right)$.

Note

Câu 38: Cho hình chóp $SABCD$ có $SA\perp(ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết $AD=2a$, $SA=a$. Khoảng cách từ A đến (SCD) bằng:

A. $\frac{3a}{\sqrt{7}}$ **B.** $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$ **C.** $\frac{2a}{\sqrt{5}}$ **D.** $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$

Câu 39: Nghiệm của bất phương trình $\log_2\left(\sqrt{3x+1}+6\right)-1\ge\log_2\left(7-\sqrt{10-x}\right)$ là

A. $1\le x\le\frac{369}{49}$. **B.** $x\ge\frac{369}{49}$. **C.** $x\le 1$. **D.** $x\le\frac{369}{49}$.

Câu 40: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn $f(1)=0$, $\int_0^1 x^2f(x)dx=\frac{1}{3}$ Tính $\int_0^1 x^3f'(x)dx$.

A. -1. **B.** 1. **C.** 3. **D.** -3.

Câu 41: Cho hàm số $y=mx^4+(m^2-6)x^2+4$. Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số có ba điểm cực trị trong đó có đúng hai điểm cực tiểu và một điểm cực đại ?

A. 4 **B.** 3 **C.** 2 **D.** 5

Câu 42: Cho số phức z thỏa mãn $|z+\bar{z}|+2|z-\bar{z}|=8$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|z-3-3i|$. Giá trị của $M+m$ bằng

A. $\sqrt{10}+\sqrt{34}$. **B.** $2\sqrt{10}$. **C.** $\sqrt{10}+\sqrt{58}$. **D.** $\sqrt{5}+\sqrt{58}$.

Câu 43: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, O là giao điểm của AC và BD. Biết mặt bên của hình chóp là tam giác đều và khoảng cách từ O đến mặt bên là $2a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a.

A. $16a^3\sqrt{3}$. **B.** $8a^3\sqrt{3}$. **C.** $48a^3\sqrt{3}$. **D.** $24a^3\sqrt{3}$.

Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn các điều kiện $f(0)=-2$ và $(x^2+1)f'(x)+xf(x)=-x$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Tính tích phân $I=\int_0^{\sqrt{3}}xf(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=-\frac{4}{3}$. **B.** $I=-\frac{1}{2}$. **C.** $I=-\frac{3}{2}$. **D.** $I=-\frac{5}{2}$.

Câu 45: Có bao nhiêu số nguyên a để phương trình $z^2-(a-4)z+a^2-a=0$ có hai nghiệm phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1+z_2|=|z_1-z_2|$?

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;-2)$; đường thẳng $d:\begin{cases}x=1-2t\\y=t\\z=-1-t\end{cases}$ và $d':\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z}{1}$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và chứa d. Khoảng cách giữa đường thẳng d' và (P) bằng

Note

A. $\frac{12}{\sqrt{5}}$. **B.** $\frac{4}{\sqrt{5}}$. **C.** $\frac{8}{\sqrt{5}}$. **D.** $\frac{5}{\sqrt{5}}$.

Câu 47: Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ thỏa mãn điều kiện $x \le 2023$ và $3(9^y+2y)+2 \le x+\log_3(x+1)^3$?

A. 3780 **B.** 3778 **C.** 2 **D.** 3776

Câu 48: Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn $(O;R)$ và $(O';R)$. AB là một dây cung của đường tròn $(O;R)$ sao cho tam giác $O'AB$ là tam giác đều và mặt phẳng $(O'AB)$ tạo với mặt phẳng chứa đường tròn $(O;R)$ một góc $60°$. Tính theo R khoảng cách từ O đến mặt phẳng $(O'AB)$.

A. $\frac{3R\sqrt{7}}{7}$. **B.** $\frac{R\sqrt{7}}{7}$. **C.** $\frac{R\sqrt{7}}{14}$. **D.** $\frac{3R\sqrt{7}}{14}$.

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$, mặt phẳng $(P): 2x+2y-z+9=0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+3t \\ y=2+4t \\ z=-3-4t \end{cases}$. Gọi B là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) và điểm M thay đổi trong (P) sao cho M luôn nhìn đoạn AB dưới góc $90°$. Khi độ dài MB lớn nhất, đường thẳng MB đi qua điểm nào trong các điểm sau?

A. $V(-2;-1;3)$. **B.** $N(-1;-2;3)$. **C.** $Q(3;0;15)$. **D.** $T(-3;2;7)$.

Câu 50: Có bao nhiêu số nguyên $m \in (-20;20)$ để hàm số $y=\left|3x^4-4x^3-12x^2+m\right|$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

A. 8. **B.** 15. **C.** 4. **D.** 30.

-------------------Hết------------------

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT - SỐ 04

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

HƯỚNG DẪN CHI TIẾT

Câu 1. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z=(2+i)^2$ là điểm nào dưới đây?

A. $P(3;4)$. **B.** $M(5;4)$. **C.** $N(4;5)$. **D.** $Q(4;3)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z=(2+i)^2=4+4i+i^2=3+4i$, suy ra điểm biểu diễn số phức $z=(2+i)^2$ là điểm $P(3;4)$.

Câu 2. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=\log_\pi x$ là

A. $y'=\frac{x}{\pi}$. **B.** $y'=\frac{1}{x\ln\pi}$. **C.** $y'=\frac{1}{x}$. **D.** $y'=\frac{1}{\pi\ln x}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=(\log_\pi x)'=\frac{1}{x\ln\pi}$

Câu 3. 1Đạo hàm của hàm số là $y=x^e$ trên tập số thực, là

A. $y'=ex^{e+1}$. **B.** $y'=ex^{e-1}$. **C.** $y'=\frac{1}{e}x^{e-1}$. **D.** $y'=\frac{1}{e+1}x^{e+1}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=(x^e)'=ex^{e-1}$.

Câu 4. Tập nghiệm của bất phương trình $5^{x+2}\le 25$ là

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $[0;+\infty)$. **D.** $(-\infty;0]$.

Lời giải

Chọn D

Ta có bất phương trình $5^{x+2}\le 25 \Leftrightarrow 5^{x+2}\le 5^2 \Leftrightarrow x+2\le 2 \Leftrightarrow x\le 0$. Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=(-\infty;0]$

Câu 5. Tìm công bội của cấp số nhân (u_n) có các số hạng $u_3=27$, $u_4=81$.

A. $-\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** 3. **D.** -3.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $q=\frac{u_4}{u_3}=3$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $6x+12y-4z+5=0$ là

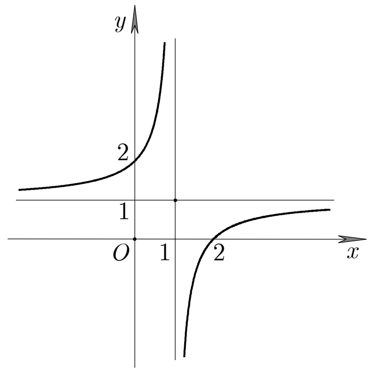
A. $\vec{n}=(6;12;4)$. **B.** $\vec{n}=(3;6;-2)$. **C.** $\vec{n}=(3;6;2)$. **D.** $\vec{n}=(-2;-1;3)$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng $6x+12y-4z+5=0$ có một vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_1}=(6;12;-4)$. Trong 4 phương án, $\vec{n}=(3;6;-2)$ cùng phương với vectơ $\overrightarrow{n_1}=(6;12;-4)$ nên $\vec{n}=(3;6;-2)$ cũng là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng: $6x+12y-4z+5=0$.

Câu 7. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là



A. $(0;2)$. **B.** $(2;0)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(1;0)$.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị, ta dễ thấy đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tọa độ $(0;2)$.

Câu 8. Biết $\int_1^3 f(x)dx=5$ và $\int_1^3 g(x)dx=-7$. Giá trị của $\int_1^3\left[3f(x)-2g(x)\right]dx$ bằng

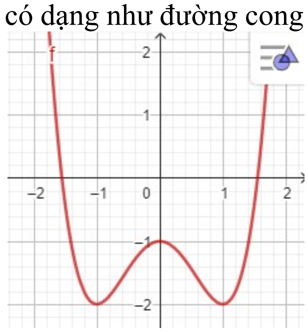
A. -29. **B.** 1. **C.** 29. **D.** -31.

Lời giải

Chọn C

$\int_1^3\left[3f(x)-2g(x)\right]dx=\int_1^3 3f(x)dx-\int_1^3 2g(x)dx=3\int_1^3 f(x)dx-2\int_1^3 g(x)dx=3.5-2.(-7)=29$.

Câu 9. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên dưới?



A. $y=x^4-2x^2-1$. **B.** $y=\dfrac{-x+2}{x-1}$. **C.** $y=-x^2-2x+1$. **D.** $y=x^3-3x+2$

Lời giải

Chọn A

Câu 10. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-4)^2=20$.

A. $I(-1;2;-4),R=2\sqrt{5}$ **B.** $I(1;-2;4),R=20$

C. $I(1;-2;4),R=2\sqrt{5}$ **D.** $I(-1;2;-4),R=5\sqrt{2}$

Lời giải

Chọn C

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu $(S):(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$ có tâm $I(a;\,b;\,c)$ và bán kính R.

Nên mặt cầu $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-4)^2=20$ có tâm và bán kính là $I(1;-2;4),R=2\sqrt{5}$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng (P) và (Q) lần lượt có hai vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_P}$ và $\overrightarrow{n_Q}$. Biết cosin góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{n_P}$ và $\overrightarrow{n_Q}$ bằng $\frac{1}{2}$. Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng.

A. 30° **B.** 45° **C.** 60° **D.** 90°

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\cos\widehat{((P);(Q))} = \left|\cos\left(\widehat{\overrightarrow{n_P};\overrightarrow{n_Q}}\right)\right| = \left|\frac{1}{2}\right| = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{((P);(Q))} = 60°$.

Câu 12. Cho số phức $z = 3 + 5i$, phần ảo của số phức $\overline{z}^2$ bằng

A. 16. **B.** 30. **C.** -16. **D.** -30.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overline{z}^2 = (3-5i)^2 = -16 - 30i$ nên phần ảo của số phức $\overline{z}^2$ bằng -30.

Câu 13. Cho khối lập phương có cạnh bằng $\sqrt{2}$. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng

A. $3\sqrt{2}$. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $\frac{2\sqrt{2}}{3}$. **D.** $4\sqrt{2}$.

Lời giải:

Chọn B

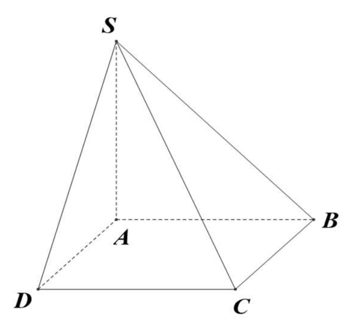
Thể tích của lập phương là: $V = a^3 = 2\sqrt{2}$.

Câu 14. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$. **B.** $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{4}$. **C.** $V = \sqrt{2}a^3$. **D.** $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA$ là đường cao của hình chóp

Thể tích khối chóp $S.ABCD$: $V = \frac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.a\sqrt{2}.a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 15. Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp một hình hộp chữ nhật có ba kích thước là a, b, c là:

A. $\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2+c^2}$. **B.** $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$. **C.** $\sqrt{2(a^2+b^2+c^2)}$. **D.** $\frac{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Câu 16. Cho số phức $z = (1+2i)(3-4i)$. Phần thực của số phức $i\overline{z}$ tương ứng là

A. 2. **B.** 11. **C.** -2. **D.** -11.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $z = (1+2i)(3-4i) = 11 + 2i$.

$i\overline{z} = i(11-2i) = 2 + 11i$. Vậy phần thực của số phức $i\overline{z}$ là 2.

Câu 17. Cho hình nón có đường kính đáy $2r$ và độ dài đường cao h. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $2\pi rh$. **B.** $\frac{2}{3}\pi rh^2$. **C.** $\pi r^2 h$. **D.** $\frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Lời giải

Chọn D

Hình nón có đường kính đáy $2r$ nên nó có bán kính đáy bằng r. Vậy thể tích của khối nón đã cho bằng $\frac{1}{3}\pi r^2 h$

Câu 18. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{-2}=\frac{z-1}{2}$. Điểm nào dưới đây **không** thuộc d?

A. $E(2;-2;3)$. **B.** $N(1;0;1)$. **C.** $F(3;-4;5)$. **D.** $M(0;2;1)$.

Lời giải

Chọn D

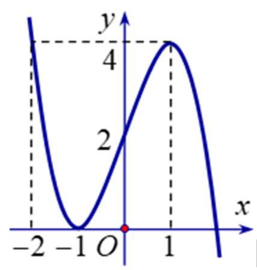
Thay tọa độ điểm $E(2;-2;3)$ vào $d \Rightarrow \frac{2-1}{1}=\frac{-2}{-2}=\frac{3-1}{2} \Rightarrow$ thỏa mãn nên loại A.

Thay tọa độ điểm $N(1;0;1)$ vào $d \Rightarrow \frac{1-1}{1}=\frac{0}{-2}=\frac{1-1}{2} \Rightarrow$ thỏa mãn nên loại B.

Thay tọa độ điểm $F(3;-4;5)$ vào $d \Rightarrow \frac{3-1}{1}=\frac{-4}{-2}=\frac{5-1}{2} \Rightarrow$ thỏa mãn nên loại C.

Thay tọa độ điểm $M(0;2;1)$ vào $d \Rightarrow \frac{0-1}{1}=\frac{2}{-2}=\frac{1-1}{2} \Rightarrow$ không thỏa mãn nên chọn D.

Câu 19. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là



A. $(-1;0)$. **B.** $(0;-1)$. **C.** $(1;4)$. **D.** $(0;2)$.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị, ta có đồ thị hàm số đã cho có điểm cực tiểu là $(-1;0)$.

Câu 20. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{4x+1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=\frac{1}{4}$. **B.** $y=4$. **C.** $y=1$. **D.** $y=-1$.

Lời giải

Chọn B

Tiệm cận ngang $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty} y=\frac{4}{1}=4$

Câu 21. Bất phương trình $\log_2(3x-2)>\log_2(6-5x)$ có tập nghiệm là

A. $(0;+\infty)$ **B.** $\left(\frac{1}{2};3\right)$. **C.** $(-3;1)$ **D.** $\left(1;\frac{6}{5}\right)$

Lời giải

Vì cơ số: $2>1$ nên $\log_2(3x-2)>\log_2(6-5x)$ $\Leftrightarrow \begin{cases}3x-2>6-5x\\6-5x>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x>1\\x<\frac{6}{5}\end{cases} \Leftrightarrow 1<x<\frac{6}{5}$.

Câu 22. Cho đa giác lồi 20 đỉnh. Số tam giác có 3 đỉnh là 3 đỉnh của đa giác đã cho là

A. A_{20}^3. **B.** $\frac{C_{20}^3}{3!}$. **C.** $20!$. **D.** C_{20}^3.

Lời giải.

Chọn D

Mỗi tam giác được tạo thành là một tổ hợp chập 3 của 20 phần tử.

Vậy số tam giác là: C_{20}^3.

Câu 23. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{5x-2}$.

A. $\int \frac{dx}{5x-2}=\frac{1}{5}\ln|5x-2|+C$ **B.** $\int \frac{dx}{5x-2}=\ln|5x-2|+C$

C. $\int \frac{dx}{5x-2}=-\frac{1}{2}\ln|5x-2|+C$ **D.** $\int \frac{dx}{5x-2}=5\ln|5x-2|+C$

Lời giải

Chọn A

Áp dụng công thức $\int \frac{dx}{ax+b}=\frac{1}{a}\ln|ax+b|+C\ (a\neq 0)$ ta được $\int \frac{dx}{5x-2}=\frac{1}{5}\ln|5x-2|+C$.

Câu 24. Cho $\int_0^1 f(x)dx=1$ tích phân $\int_0^1\left[2f(x)-3x^2\right]dx$ bằng

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** -1.

Lời giải

Chọn A

$\int_0^1\left(2f(x)-3x^2\right)dx=2\int_0^1 f(x)dx-3\int_0^1 x^2dx=2-1=1$.

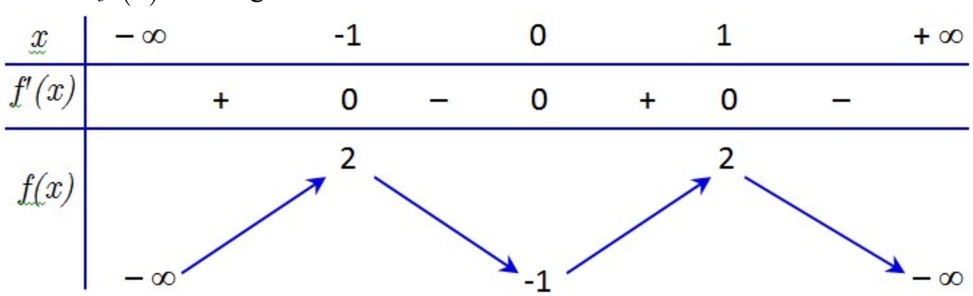
Câu 25. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x^2+\sin x$ là

A. $x^3+\cos x+C$. **B.** $6x+\cos x+C$. **C.** $x^3-\cos x+C$. **D.** $6x-\cos x+C$.

Lời giải

Ta có $\int\left(3x^2+\sin x\right)dx=x^3-\cos x+C$.

Câu 26. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $f'(x)<0$ trên các khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)\Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên $(-1;0)$.

Câu 27. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Tìm giá trị cực đại $y_{CĐ}$ và giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số đã cho.

A. $y_{CĐ}=2$ và $y_{CT}=0$ **B.** $y_{CĐ}=3$ và $y_{CT}=0$

C. $y_{CĐ}=3$ và $y_{CT}=-2$ **D.** $y_{CĐ}=-2$ và $y_{CT}=2$

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số ta có $y_{CĐ}=3$ và $y_{CT}=0$.

Câu 28. Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a-3\log_2 b=2$, khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $a=4b^3$. **B.** $a=3b+4$. **C.** $a=3b+2$. **D.** $a=\dfrac{4}{b^3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_2 a-3\log_2 b=2 \Leftrightarrow \log_2 a-\log_2 b^3=2 \Leftrightarrow \log_2\dfrac{a}{b^3}=2 \Leftrightarrow \dfrac{a}{b^3}=2^2 \Leftrightarrow a=4b^3$.

Câu 29. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^3-x$ và đồ thị hàm số $y=x-x^2$.

A. $\dfrac{37}{12}$ **B.** $\dfrac{9}{4}$ **C.** $\dfrac{81}{12}$ **D.** 13

Lời giải

Chọn A

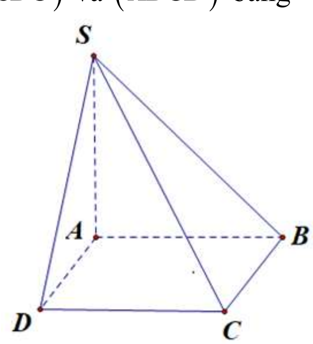
Phương trình hoành độ giao điểm $x^3-x=x-x^2 \Leftrightarrow x^3+x^2-2x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=-2 \end{array}\right.$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^3-x$ và đồ thị hàm số $y=x-x^2$ là:

$$S=\int_{-2}^{1}\left|x^3-x-\left(x-x^2\right)\right|dx=\left|\int_{-2}^{0}\left(x^3+x^2-2x\right)dx\right|+\left|\int_{0}^{1}\left(x^3+x^2-2x\right)dx\right|$$

$$=\left|\left(\frac{x^4}{4}+\frac{x^3}{3}-x^2\right)\Big|_{-2}^{0}\right|+\left|\left(\frac{x^4}{4}+\frac{x^3}{3}-x^2\right)\Big|_{0}^{1}\right|=\left|-\left(\frac{16}{4}-\frac{8}{3}-4\right)\right|+\left|\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{3}-1\right)\right|=\frac{37}{12}.$$

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tại cạnh bằng a, $SA=a$ vuông góc với đáy (tham khảo hình bên). Góc giữa hai mặt phẳng $\left(SBC\right)$ và $\left(ABCD\right)$ bằng



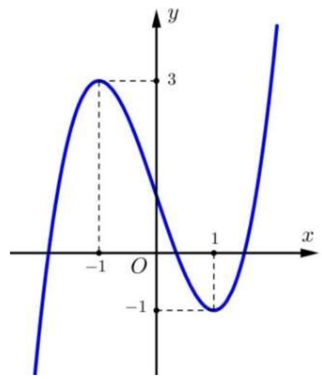
A. 60°. **B.** 30°. **C.** 90°. **D.** 45°.

Lời giải

Chọn D

$\left(\widehat{(SBC),(ABCD)}\right)=\left(\widehat{SB,AB}\right)=\widehat{SBA}=45^0$

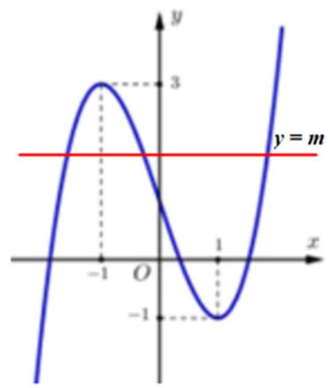
Câu 31. Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f\left(x\right)-m=0$ có ba nghiệm thực phân biệt?



A. 2. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C



$f\left(x\right)-m=0 \Leftrightarrow f\left(x\right)=m \;(1)$

Phương trình (1) có 3 nghiệm thực phân biệt $\Leftrightarrow -1<m<3$.

Câu 32. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x\left(x+2\right)^2, \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$			f_{CT}	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho có đúng một điểm cực trị đó là điểm cực tiểu $x=0$.

Câu 33. Một chiếc hộp chứa 9 quả cầu gồm 4 quả màu xanh, 3 quả màu đỏ và 2 quả màu vàng. Lấy ngẫu nhiên 3 quả cầu từ hộp đó. Xác suất để trong 3 quả cầu lấy được có ít nhất 1 quả màu đỏ bằng

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{19}{28}$. **C.** $\dfrac{16}{21}$. **D.** $\dfrac{17}{42}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $n\left(\Omega\right)=C_9^3=84$.

Gọi biến cố A: "3 quả cầu có ít nhất 1 quả màu đỏ".

Suy biến cố đối là $\overline{A}$: "3 quả cầu không có quả màu đỏ".

Vậy $n\left(\overline{A}\right)=C_6^3=20 \Rightarrow P\left(\overline{A}\right)=\dfrac{20}{84} \Rightarrow P(A)=1-\dfrac{20}{84}=\dfrac{16}{21}$.

Câu 34. Biết phương trình $\log_2^2 x-7\log_2 x+9=0$ có hai nghiệm x_1,x_2. Giá trị $x_1.x_2$ bằng

A. 128 **B.** 64 **C.** 9 **D.** 512

Lời giải

Chọn A

Đk: $x>0$; $\log_2^2 x-7\log_2 x+9=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_2 x=\dfrac{7-\sqrt{13}}{2}\\ \log_2 x=\dfrac{7+\sqrt{13}}{2}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=2^{\frac{7-\sqrt{13}}{2}}\\ x=2^{\frac{7+\sqrt{13}}{2}}\end{array}\right.$

Vậy $x_1.x_2=2^{\frac{7-\sqrt{13}}{2}}.2^{\frac{7+\sqrt{13}}{2}}=2^7=128$

Câu 35. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z-1+i|=2$ là đường tròn có tâm và bán kính lần lượt là:

A. $I(-1;1),R=4$. **B.** $I(-1;1),R=2$. **C.** $I(1;-1),R=2$. **D.** $I(1;-1),R=4$.

Lời giải

Gọi $z=a+bi$, với $x,y\in\mathbb{R}$, ta có:

$|z-1+i|=2 \Leftrightarrow |x+yi-1+i|=2 \Leftrightarrow |(x-1)+(y+1)i|=2 \Leftrightarrow (x-1)^2+(y+1)^2=4$.

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(1;-1)$, bán kính $R=2$.

Câu 36. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;-2;1)$, $N(0;1;3)$. Phương trình đường thẳng qua hai điểm M, N là

A. $\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z+1}{2}$. **B.** $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z-2}{1}$.

C. $\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-3}{2}$. **D.** $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-3}{1}$.

Lời giải

Chọn C

$\overrightarrow{MN}=(-1;3;2)$.

Đường thẳng MN qua N nhận $\overrightarrow{MN}=(-1;3;2)$ làm vecto chỉ phương có phương trình

$\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-3}{2}$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ điểm đối xứng của $M(1;2;3)$ qua mặt phẳng (Oyz) là

A. $(0;2;3)$. **B.** $(-1;-2;-3)$. **C.** $(-1;2;3)$. **D.** $(1;2;-3)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi H là hình chiếu của M lên mặt phẳng $(Oyz) \Rightarrow H(0;2;3)$

Gọi M' là điểm đối xứng với $M(1;2;3)$ qua mặt phẳng (Oyz)

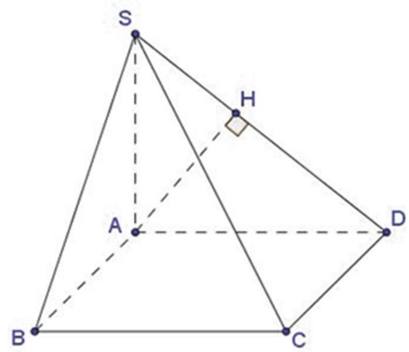
$\Rightarrow H$ là trung điểm của $MM' \Rightarrow M'(-1;2;3)$.

Câu 38. Cho hình chóp $SABCD$ có $SA\perp(ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết $AD=2a$, $SA=a$. Khoảng cách từ A đến (SCD) bằng:

A. $\dfrac{3a}{\sqrt{7}}$ **B.** $\dfrac{3a\sqrt{2}}{2}$ **C.** $\dfrac{2a}{\sqrt{5}}$ **D.** $\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$

Lời giải

Chọn C



Gọi H là hình chiếu của A lên SD ta chứng minh được $AH \perp (SCD)$

$\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{SA^2}+\frac{1}{AD^2} \Rightarrow AH=\frac{2a}{\sqrt{5}}$

Câu 39. Nghiệm của bất phương trình $\log_2\left(\sqrt{3x+1}+6\right)-1 \ge \log_2\left(7-\sqrt{10-x}\right)$ là

A. $1 \le x \le \frac{369}{49}$. **B.** $x \ge \frac{369}{49}$. **C.** $x \le 1$. **D.** $x \le \frac{369}{49}$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $-\frac{1}{3} \le x \le 10$. $(*)$

Ta có $\log_2\left(\sqrt{3x+1}+6\right)-1 \ge \log_2\left(7-\sqrt{10-x}\right) \Leftrightarrow \sqrt{3x+1}+6 \ge 14-2\sqrt{10-x}$

$\Leftrightarrow \sqrt{3x+1} \ge 8-2\sqrt{10-x} \Leftrightarrow 3x+1 \ge 64-32\sqrt{10-x}+4(10-x)$ (Do $(*)$)

$\Leftrightarrow 32\sqrt{10-x} \ge 103-7x \overset{(*)}{\Leftrightarrow} 1024(10-x) \ge 10609+49x^2-1442x$

$\Leftrightarrow 49x^2-418x+369 \le 0 \Leftrightarrow 1 \le x \le \frac{369}{49}$.

Câu 40. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn $f(1)=0$, $\int_0^1 x^2 f(x)dx=\frac{1}{3}$ Tính $\int_0^1 x^3 f'(x)dx$.

A. -1. **B.** 1. **C.** 3. **D.** -3.

Lời giải

Chọn A

$\begin{cases} u=f(x) \Rightarrow du=f'(x)dx \\ dv=x^2dx \Rightarrow v=\frac{x^3}{3} \end{cases}$

$I=\frac{x^3}{3}f(x)\Big|_0^1-\int_0^1\frac{x^3}{3}f'(x)dx=\frac{1^3}{3}f(1)-0.f(0)-\int_0^1\frac{x^3}{3}f'(x)dx\alpha$

$\frac{1}{3}=\frac{-1}{3}\int_0^1 x^3f'(x)dx \Rightarrow \int_0^1 x^3f'(x)dx=-1$

Câu 41. Cho hàm số $y=mx^4+\left(m^2-6\right)x^2+4$. Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số có ba điểm cực trị trong đó có đúng hai điểm cực tiểu và một điểm cực đại ?

A. 4 **B.** 3 **C.** 2 **D.** 5

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=4mx^3+2\left(m^2-6\right)x$.

Hàm số đã cho có ba điểm cực trị trong đó có đúng hai điểm cực tiểu và một điểm cực đại khi và chỉ khi $\begin{cases} 4m > 0 \\ m(m^2-6) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < \sqrt{6}$. Do đó có hai giá trị nguyên của tham số m.

Câu 42. Cho số phức z thỏa mãn $|z+\overline{z}|+2|z-\overline{z}|=8$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|z-3-3i|$. Giá trị của $M+m$ bằng

A. $\sqrt{10}+\sqrt{34}$. **B.** $2\sqrt{10}$. **C.** $\sqrt{10}+\sqrt{58}$. **D.** $\sqrt{5}+\sqrt{58}$.

Lời giải

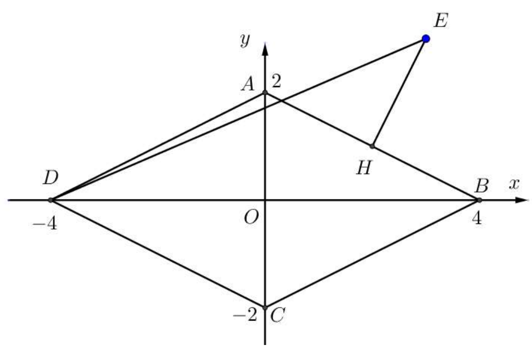
Chọn D

Đặt $z=x+yi\,(x,y\in\mathbb{R})$.

Ta có $|z+\overline{z}|+2|z-\overline{z}|=8 \Leftrightarrow 2|x|+4|y|=8 \Leftrightarrow |x|+2|y|=4$.

Trong mặt phẳng phức, gọi M là điểm biểu diễn hình học của số phức z. Khi đó tập hợp điểm M là hình bình hành $ABCD$ với $A(0;2)$, $B(4;0)$, $C(0;-2)$, $D(-4;0)$.

$P=|z-3-3i|=EM$ với $E(3;3)$.



$\min P = EH = d(E,AB)=\sqrt{5}$ với H là hình chiếu vuông góc của E lên đoạn AB.

$\max P = ED = \sqrt{58}$.

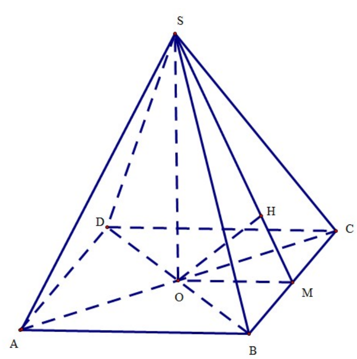
Vậy $M+m=\sqrt{5}+\sqrt{58}$.

Câu 43. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, O là giao điểm của AC và BD. Biết mặt bên của hình chóp là tam giác đều và khoảng cách từ O đến mặt bên là $2a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a.

A. $16a^3\sqrt{3}$. **B.** $8a^3\sqrt{3}$. **C.** $48a^3\sqrt{3}$. **D.** $24a^3\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi M là trung điểm của BC. Vì mặt bên là tam giác đều nên $BC\perp SM$. Mặt khác $BC\perp SO$ nên $BC\perp(SOM)\Rightarrow(SOM)\perp(SBC)$.

Gọi H là hình chiếu của O lên SM ta có $OH\perp(SBC)$, do đó $d(O;(SBC))=OH$.

Đặt $AB=x$, ta có $SA=x$, $SM=\dfrac{x\sqrt{3}}{2}; OM=\dfrac{x}{2}$; $SO^2=SM^2-OM^2=\dfrac{x^2}{2}$.

Tam giác SOM vuông tại O có OH là đường cao nên

$\frac{1}{OH^2}=\frac{1}{SO^2}+\frac{1}{OM^2}\Rightarrow OH=\frac{x\sqrt{6}}{6}$.

Theo giả thiết $d\left(O;\left(SBC\right)\right)=OH=2a$ nên $a=\frac{x\sqrt{6}}{12}\Rightarrow x=2a\sqrt{6}$.

Từ đó suy ra $SO=2a\sqrt{3};S_{ABCD}=24a^2$. Thể tích khối chóp là $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}.2a\sqrt{3}.24a^2=16\sqrt{3}a^3$.

Câu 44. Cho hàm số $f\left(x\right)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn các điều kiện $f\left(0\right)=-2$ và $\left(x^2+1\right)f'\left(x\right)+xf\left(x\right)=-x$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Tính tích phân $I=\int\limits_0^{\sqrt{3}}xf\left(x\right)\mathrm{d}x$.

A. $I=-\frac{4}{3}$. **B.** $I=-\frac{1}{2}$. **C.** $I=-\frac{3}{2}$. **D.** $I=-\frac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\left(x^2+1\right)f'\left(x\right)+xf\left(x\right)=-x\Leftrightarrow\sqrt{x^2+1}.f'\left(x\right)+\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}.f\left(x\right)=-\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$

$\Leftrightarrow\left[\sqrt{x^2+1}.f\left(x\right)\right]'=\left(-\sqrt{x^2+1}\right)'\Leftrightarrow\sqrt{x^2+1}.f\left(x\right)=-\sqrt{x^2+1}+C\Leftrightarrow f\left(x\right)=-1+\frac{C}{\sqrt{x^2+1}}$.

Vì $f\left(0\right)=-2$ nên $-2=-1+\frac{C}{\sqrt{0^2+1}}\Rightarrow C=-1$. Do đó $f\left(x\right)=-1-\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$.

Khi đó $I=\int\limits_0^{\sqrt{3}}xf\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\limits_0^{\sqrt{3}}\left[-x-\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}\right]\mathrm{d}x=\left[-\frac{1}{2}x^2-\sqrt{x^2+1}\right]\Bigg|_0^{\sqrt{3}}=\left(-\frac{3}{2}-\sqrt{3+1}\right)-\left(-0-1\right)$

$=-\frac{5}{2}$

Câu 45. Có bao nhiêu số nguyên a để phương trình $z^2-\left(a-4\right)z+a^2-a=0$ có hai nghiệm phức z_1, z_2 thỏa mãn $\left|z_1+z_2\right|=\left|z_1-z_2\right|$?

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

$z^2-\left(a-4\right)z+a^2-a=0\ \left(1\right)$

Có: $\Delta=\left(a-4\right)^2-4\left(a^2-a\right)=-3a^2-4a+16$.

+) Nếu $\Delta\ge0\Leftrightarrow a\in\left[\frac{-2-2\sqrt{13}}{3};\frac{-2+2\sqrt{13}}{3}\right]\left(2\right)$: Khi đó $\left(1\right)$ có hai nghiệm thực z_1, z_2.

$\left|z_1+z_2\right|=\left|z_1-z_2\right|\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z_1=0\\z_2=0\end{array}\right.\Leftrightarrow a^2-a=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=0\\a=1\end{array}\right.\left(tm\left(2\right)\right)$.

+) Nếu $\Delta<0\Leftrightarrow a\in\left(-\infty;\frac{-2-2\sqrt{13}}{3}\right)\cup\left(\frac{-2+2\sqrt{13}}{3};+\infty\right)\left(3\right)$.Khi đó $\left(1\right)$ có hai nghiệm phức z_1, z_2 là liên hợp của nhau.

$\left|z_1+z_2\right|=\left|z_1-z_2\right|\Leftrightarrow\left(z_1+z_2\right)\left(\overline{z_1}+\overline{z_2}\right)=\left(z_1-z_2\right)\left(\overline{z_1}-\overline{z_2}\right)\Leftrightarrow z_1\overline{z_2}+z_2\overline{z_1}=0\Leftrightarrow z_1^2+z_2^2=0$

$\Leftrightarrow\left(z_1+z_2\right)^2-2z_1z_2=0\Leftrightarrow\left(a-4\right)^2-2\left(a^2-a\right)=0\Leftrightarrow-a^2-6a+16=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=-8\\a=2\end{array}\right.\left(tm\left(3\right)\right)$.

Vậy có 4 số nguyên a thỏa mãn.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;-2)$; đường thẳng $d:\begin{cases}x=1-2t\\y=t\\z=-1-t\end{cases}$ và $d':\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z}{1}$.

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và chứa d. Khoảng cách giữa đường thẳng d' và (P) bằng

A. $\dfrac{12}{\sqrt{5}}$. **B.** $\dfrac{4}{\sqrt{5}}$. **C.** $\dfrac{8}{\sqrt{5}}$. **D.** $\dfrac{5}{\sqrt{5}}$.

Lời giải

Chọn B

Lấy $A(1;0;-1)\in d$ ta có $\overrightarrow{MA}=(0;0;1)$.

Ta có $\left[\overrightarrow{MA},\overrightarrow{u_d}\right]=(-1;-2;0)$.

Mặt phẳng (P) đi qua M và chứa d suy ra $\overrightarrow{n_P}=(0;1;0)$.

Phương trình mặt phẳng $(P): x+2y-1=0$.

Đường thẳng d' có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_{d'}}=(2;-1;1)$

Ta thấy $\overrightarrow{u_{d'}}.\overrightarrow{n_P}=0 \Rightarrow d'//(P)$.

Lấy $N(1;-2;0)\in d'$.

Vậy $\mathrm{d}(d',(P))=\mathrm{d}(N,(P))=\dfrac{|x_N+2y_N-1|}{\sqrt{1^2+2^2+0^2}}=\dfrac{4}{\sqrt{5}}$.

Câu 47. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ thỏa mãn điều kiện $x\le 2023$ và $3(9^y+2y)+2\le x+\log_3(x+1)^3$?

A. 3780 **B.** 3778 **C.** 2 **D.** 3776

Lời giải

Chọn A

Ta có $3(9^y+2y)+2\le x+\log_3(x+1)^3 \Leftrightarrow 3.9^y+6y+2\le x+3\log_3(x+1)$

$\Leftrightarrow 3^{2y+1}+3(2y+1)\le(x+1)+3\log_3(x+1)$. (*)

Xét hàm số $f(t)=3^t+3t$ có $f'(t)=3^t.\ln 3+3>0,\ \forall t$.

Suy ra hàm số $f(t)=3^t+3t$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Do đó $(*)\Leftrightarrow f(2y+1)\le f(\log_3(x+1))\Leftrightarrow 2y+1\le\log_3(x+1)\Leftrightarrow 3^{2y+1}-1\le x$.

Vì $x\le 2023$ nên $3^{2y+1}-1\le 2023\Leftrightarrow y\le\dfrac{\log_3 2023-1}{2}\approx 2,96$.

Với giả thiết y nguyên dương suy ra $y\in\{1;2\}$.

Với $y=1$ có $26\le x\le 2023$ suy ra có 1998 cặp số $(x;y)$ thỏa mãn.

Với $y=2$ có $242\le x\le 2023$ suy ra có 1782 cặp số $(x;y)$ thỏa mãn.

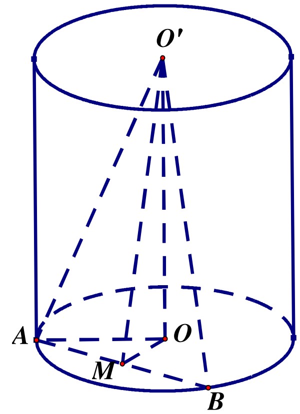
Vậy có tất cả 3780 cặp số $(x;y)$ thỏa mãn đề bài.

Câu 48. Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn $(O;R)$ và $(O';R)$. AB là một dây cung của đường tròn $(O;R)$ sao cho tam giác $O'AB$ là tam giác đều và mặt phẳng $(O'AB)$ tạo với mặt phẳng chứa đường tròn $(O;R)$ một góc $60°$. Tính theo R khoảng cách từ O đến mặt phẳng $(O'AB)$.

A. $\dfrac{3R\sqrt{7}}{7}$. **B.** $\dfrac{R\sqrt{7}}{7}$. **C.** $\dfrac{R\sqrt{7}}{14}$. **D.** $\dfrac{3R\sqrt{7}}{14}$.

Lời giải

Chọn D



Đặt độ dài cạnh $AB = x\ (x > 0)$ và M là trung điểm AB.

Vì tam giác $O'AB$ đều nên $O'A = O'B = AB = x \Rightarrow O'M = \dfrac{x\sqrt{3}}{2}$.

Vì mặt phẳng $(O'AB)$ tạo với mặt phẳng chứa đường tròn $(O;R)$ góc $60°$ nên $\widehat{O'MO} = 60°$.

Xét tam giác $O'OM$ vuông tại O ta có: $\cos\widehat{O'MO} = \dfrac{OM}{O'M}$. Suy ra $\cos 60° = \dfrac{OM}{\dfrac{x\sqrt{3}}{2}} \Leftrightarrow OM = \dfrac{x\sqrt{3}}{4}$

Xét tam giác OAM vuông ở M có: $OA^2 = OM^2 + AM^2$ nên

$R^2 = \left(\dfrac{x\sqrt{3}}{4}\right)^2 + \left(\dfrac{x}{2}\right)^2 \Leftrightarrow R^2 = \dfrac{7}{16}x^2 \Rightarrow x = \dfrac{4\sqrt{7}}{7}R$

Do đó: $OM = \dfrac{\sqrt{21}}{7}R$

Vậy khoảng cách từ O đến mặt phẳng $(O'AB)$ là:

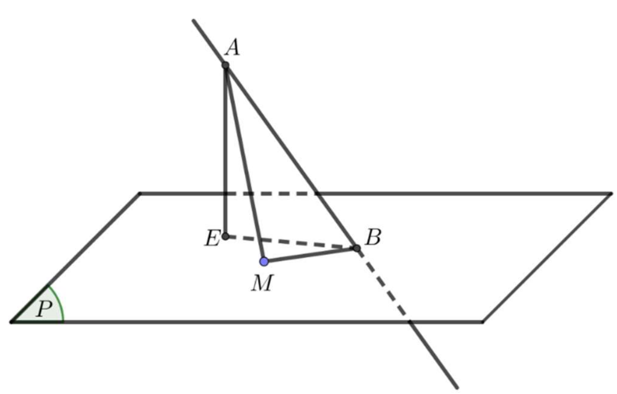
$d(O;(O'AB)) = OM.\sin 60^0 = \dfrac{R\sqrt{21}}{7}.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{3R\sqrt{7}}{14}$

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$, mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 9 = 0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \\ z = -3 - 4t \end{cases}$. Gọi B là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) và điểm M thay đổi trong (P) sao cho M luôn nhìn đoạn AB dưới góc $90°$. Khi độ dài MB lớn nhất, đường thẳng MB đi qua điểm nào trong các điểm sau?

A. $V(-2;-1;3)$. **B.** $N(-1;-2;3)$. **C.** $Q(3;0;15)$. **D.** $T(-3;2;7)$.

Lời giải

Chọn B



Ta có: $MB^2 = AB^2 - MA^2$. Do đó $(MB)_{max}$ khi và chỉ khi $(MA)_{min}$.

Gọi E là hình chiếu của A lên (P). Ta có: $AM \geq AE$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $M \equiv E$.

Khi đó $(AM)_{min} = AE$ và MB qua B nhận $\overrightarrow{BE}$ làm vectơ chỉ phương.

Ta có: $B \in d$ nên $B(1+3t;2+4t;-3-4t)$ mà $B \in (P)$ suy ra:

$2(1+3t)+2(2+4t)-(-3-4t)+9=0 \Leftrightarrow t=-1 \Rightarrow B(-2;-2;1)$.

Đường thẳng AE qua $A(1;2;-3)$, nhận $\vec{n}_P = (2;2;-1)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình là

$$\begin{cases} x = 1+2t \\ y = 2+2t \\ z = -3-t \end{cases}.$$

Suy ra $E(1+2t;2+2t;-3-t)$.

Mặt khác, $E \in (P)$ nên $2(1+2t)+2(2+2t)-(-3-t)+9=0 \Leftrightarrow t=-2 \Rightarrow E(-3;-2;-1)$.

Do đó đường thẳng. MB . qua $B(-2;-2;1)$, có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{BE} = (-1;0;-2)$ nên có phương trình là $\begin{cases} x = -2-t \\ y = -2 \\ z = 1-2t \end{cases}$.

Thử các đáp án thấy điểm $N(-1;-2;3)$ thỏa mãn.

Câu 50. Có bao nhiêu số nguyên $m \in (-20;20)$ để hàm số $y = \left|3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m\right|$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

A. 8. **B.** 15. **C.** 4. **D.** 30.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m$

Ta có $f'(x) = 12x^3 - 12x^2 - 24x = 12x(x^2 - x - 2)$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -1. \\ x = 2 \end{array}\right.$$

x	$-\infty$		-1
$f'(x)$		$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$m-5$

Lấy đối xứng đồ thị hàm số $f(x)$ qua trục hoành ta được đồ thị hàm số $|f(x)|$. Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số $|f(x)|$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1) \Leftrightarrow m-5 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq 5$.

Vì m nguyên và $m \in (-20;20)$ suy ra $m \in \{5;6;\ldots;17;18;19\}$.

Vậy có tất cả 15 giá trị nguyên của tham số m thoả mãn yêu cầu bài toán.

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT - SỐ 05

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Note

Câu 1: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z=2+5i$ là điểm nào dưới đây?

A. $N(2;-5)$. **B.** $M(2;5)$. **C.** $P(-2;5)$. **D.** $Q(5;2)$.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của (S).

A. $I(1;-2;-1)$ và $R=3$. **B.** $I(-1;2;1)$ và $R=9$.

C. $I(-1;2;1)$ và $R=3$. **D.** $I(1;-2;-1)$ và $R=9$.

Câu 3: Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị của hàm số $y=x^4+3x^2-2$?

A. $N(1;-3)$. **B.** $P(1;0)$. **C.** $M(1;1)$. **D.** $Q(1;2)$.

Câu 4: Biết bán kính mặt cầu (S) là $R=2$. Tính diện tích mặt cầu (S)?

A. 16π. **B.** 8π. **C.** 4π. **D.** $\frac{32\pi}{3}$.

Câu 5: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=3^x$ là:

A. $3^x\ln 3+C$. **B.** $\frac{3^x}{\ln 3}+C$. **C.** $-\frac{3^x}{\ln 3}+C$. **D.** $\frac{3^{x+1}}{x+1}+C$.

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)$ có tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$ và bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$-\infty$
y'		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là:

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 7: Bất phương trình $\log_3 x\ge 2$ có tập hợp nghiệm là:

A. $(0;9]$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $[9;+\infty)$. **D.** $(-\infty;9]$.

Câu 8: Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy bằng 4, chiều cao bằng 3 là:

A. 12. **B.** 4. **C.** 16. **D.** 48.

Câu 9: Tập xác định D của hàm số $y=\log_{\frac{2}{3}}(2023-x)$ là:

A. $D=(2023;+\infty)$. **B.** $D=(-\infty;2023)$.

C. $D=(0;2023)$. **D.** $D=(-\infty;2023]$.

Câu 10: Phương trình $5^{2x-1}=125$ có nghiệm là:

A. $x=3$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-1$.

Note

Câu 11: Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $[1;4]$ và $F(1)=2,\ F(4)=10$. Giá trị của $I=\int_1^4 f(x)dx$ là:

A. $I=48$. **B.** $I=12$. **C.** $I=3$. **D.** $I=8$.

Câu 12: Cho hai số phức $z_1=2-3i; z_2=-5+i$. Khi đó z_1-z_2 bằng:

A. $-3-2i$. **B.** $-3-4i$. **C.** $7-4i$. **D.** $-3+4i$.

Câu 13: Tìm véctơ chỉ phương của đường thẳng: d $\begin{cases} x=1-2t \\ y=3 \\ z=4+t \end{cases}$

A. $\vec{u}=(1;3;4)$. **B.** $\vec{u}=(-2;3;1)$. **C.** $\vec{u}=(-2;0;1)$. **D.** $\vec{u}=(2;3;1)$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$ cho hai véctơ $\vec{u}=(-2;1;3)$ và $\vec{v}=(0;4;5)$. Tính tích vô hướng $\vec{u}.\vec{v}$?

A. $\vec{u}.\vec{v}=19$. **B.** $\vec{u}.\vec{v}=11$. **C.** $\vec{u}.\vec{v}=13$. **D.** $\vec{u}.\vec{v}=21$.

Câu 15: Cho số phức z có số phức liên hợp là: $\bar{z}=3+2i$ .Tìm điểm biểu diễn của z

A. $(2;-3)$. **B.** $(3;2)$. **C.** $(-3;-2)$. **D.** $(3;-2)$.

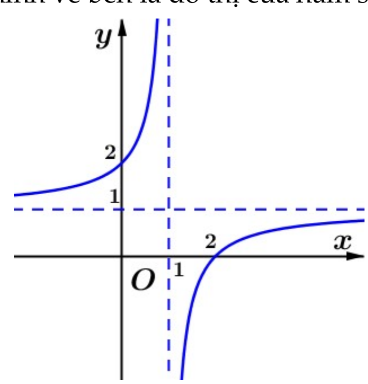
Câu 16: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{2x-4}$ có phương trình là:

A. $x=\dfrac{1}{2}$. **B.** $y=-\dfrac{1}{4}$. **C.** $y=\dfrac{1}{2}$. **D.** $x=2$.

Câu 17: Với a là số thực dương bất kì, $\log(100a)$ bằng:

A. $100+\log a$ **B.** $\dfrac{1}{2}\log a$. **C.** $2\log a$. **D.** $2+\log a$.

Câu 18: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=\dfrac{x+2}{x-2}$. **B.** $y=\dfrac{x+2}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x-2}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x-2}{x-1}$.

Câu 19: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$,mặt phẳng $(P):2x-3y-5=0$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $(-1;1;0)$. **B.** $(1;1;0)$. **C.** $(-1;1;2)$. **D.** $(1;-1;2)$.

Câu 20: Cho trước 5 chiếc ghế xếp thành một hàng ngang. Số cách xếp 3 bạn A, B, C vào 5 chiếc ghế đó sao cho mỗi bạn ngồi 1 ghế là:

A. 15. **B.** C_5^3. **C.** A_5^3. **D.** 6.

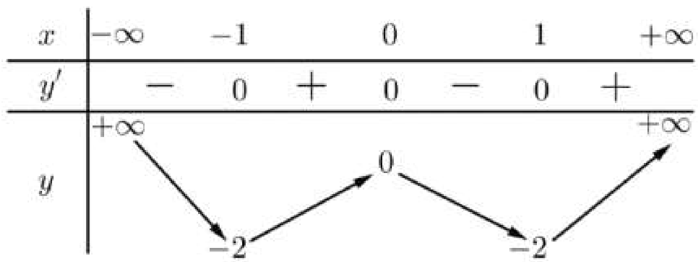
Câu 21: Cho khối chóp có diện tích đáy là B và chiều cao là h.Tính thể tích là V của khối chóp?

A. $V = 3Bh$. **B.** $V = \frac{1}{3}Bh$. **C.** $V = Bh$. **D.** $V = \frac{1}{2}Bh$.

Câu 22: Đạo hàm của hàm số $y = \ln\left(1 - x^2\right)$ là:

A. $\frac{x}{1-x^2}$. **B.** $\frac{1}{x^2-1}$. **C.** $\frac{2x}{x^2-1}$. **D.** $-\frac{2x}{x^2-1}$.

Câu 23: Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên như sau



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-2;+\infty)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Câu 24: Cho khối nón có chiều cao $h = 3$ và bán kính đáy $r = 2$. Thể tích của khối nón đã cho bằng:

A. 8π. **B.** 6π. **C.** 12π. **D.** 4π.

Câu 25: Cho $\int\limits_0^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x = 2$ và $\int\limits_0^1 g\left(x\right)\mathrm{d}x = 5$, khi đó $\int\limits_0^1 \left[f\left(x\right) - 2g\left(x\right)\right]\mathrm{d}x$ bằng:

A. -8. **B.** 12. **C.** -3. **D.** 1.

Câu 26: Cho cấp số nhân $\left(u_n\right)$ với $u_1 = 2$ và $u_2 = 8$. Công bội của q cấp số nhân đã cho bằng:

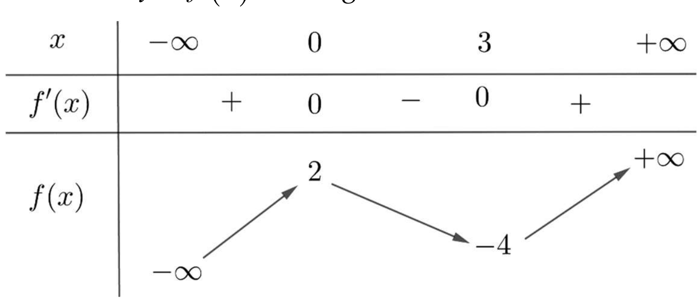
A. 6. **B.** 4. **C.** -6. **D.** 16.

Câu 27: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right) = x + e^x$?

A. $\int f\left(x\right)dx = x + e^x + C$. **B.** $\int f\left(x\right)dx = 1 + e^x + C$.

C. $\int f\left(x\right)dx = \frac{x}{2} + e^x + C$. **D.** $\int f\left(x\right)dx = \frac{x^2}{2} + e^x + C$.

Câu 28: Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:



Đồ thị hàm số $y = f\left(x\right)$ có điểm cực tiểu là:

A. $y = -4$. **B.** $(0;2)$. **C.** $x = 3$. **D.** $(3;-4)$.

Câu 29: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f\left(x\right) = x^4 - 10x^2$ trên đoạn $[0;9]$ bằng:

A. -24. **B.** -25. **C.** -26. **D.** -23.

Note

Note

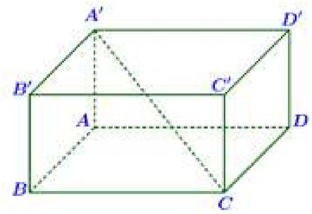
Câu 30: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = x^3 - x^2$. **B.** $y = x^2 - x + 1$.
C. $y = x^3 - x^2 + x - 1$. **D.** $y = x^4 + x^2 + 1$.

Câu 31: Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $2\log_3(2a - b) = \log_3 a + \log_3 b$. Hãy tìm đẳng thức đúng?

A. $4a^2 - 5ab + b^2 = 0$. **B.** $4a^2 - 3ab + b^2 = 0$.
C. $4a^2 - ab + b^2 = 0$. **D.** $2a^2 - 3ab + b^2 = 0$.

Câu 32: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$, có $AB = AA' = a$, $AD = a\sqrt{2}$ (tham khảo hình vẽ bên dưới). Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng:



A. $90°$. **B.** $60°$. **C.** $45°$. **D.** $30°$.

Câu 33: Cho $\int_{-1}^{2} f(x)dx = 7$; $\int_{0}^{2} f(x)dx = -1$. Tính $I = \int_{-1}^{0}\left[f(x) - 2x\right]dx$?

A. 9. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 7.

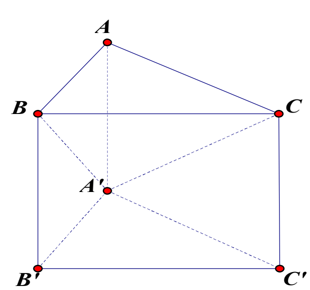
Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;-1;3)$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 1 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm M và vuông góc với mặt phẳng (P)?

A. $\begin{cases} x = 3 - t \\ y = -1 + 3t \\ z = 3 - 2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = -3 - t \\ y = 1 + 3t \\ z = -3 - 2t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -1 + 3t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 - 3t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$.

Câu 35: Tính môđun của số phức z thỏa mãn $z(2 - i) + 13i = 1$.

A. $|z| = \dfrac{\sqrt{34}}{3}$. **B.** $|z| = \sqrt{34}$. **C.** $|z| = 34$. **D.** $|z| = \dfrac{5\sqrt{34}}{3}$.

Câu 36: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = a, BC = a\sqrt{2}$, $AC = a\sqrt{3}$, $AA' = a$ (tham khảo hình vẽ bên dưới). Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng:



A. $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{a}{2}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 37: Một hộp đựng 7 quả cầu màu trắng và 2 quả cầu màu đỏ. Lấy ngẫu nhiên đồng thời từ hộp ra 4 quả cầu. Tính xác suất để trong 4 quả cầu lấy được có cả 2 loại quả cầu đỏ và trắng.

A. $\frac{2}{5}$. **B.** $\frac{14}{25}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{13}{18}$.

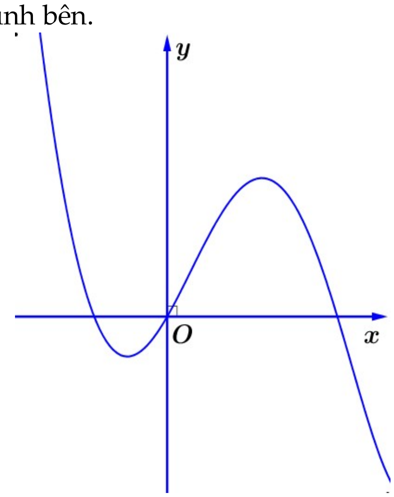
Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng chứa hai điểm $A(1;0;1)$, $B(-1;2;2)$ và song song với trục Ox có phương trình là:

A. $y-2z+2=0$. **B.** $x+2z-3=0$. **C.** $2y-z+1=0$. **D.** $x+y-z=0$.

Câu 39: Tính tổng S các nghiệm nguyên của bất phương trình $\left(4^{x^2}-2^{51x+26}\right)\left(\log^2{}_3(\frac{x}{3})-\log_9 x\right)\le 0$?

A. $S=226$. **B.** $S=228$. **C.** $S=315$. **D.** 316.

Câu 40: Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2\,(a,b,c\in\mathbb{R})$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như trong hình bên.



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $3f(x)+4=0$ là:

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 41: Cho hàm số $f(x)$ có $f(0)=0$ và $f'(x)=\cos x.\cos^2 2x, \forall x\in\mathbb{R}$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0)=-\frac{121}{225}$, khi đó $F(\pi)$ bằng:

A. $\frac{242}{225}$. **B.** $\frac{208}{225}$. **C.** $\frac{121}{225}$. **D.** $\frac{149}{225}$.

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều, $SA\perp(ABC)$. Mặt phẳng (SBC) cách A một khoảng bằng a và hợp với mặt phẳng (ABC) góc 30^0. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng:

A. $\frac{8a^3}{9}$. **B.** $\frac{8a^3}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. **D.** $\frac{4a^3}{9}$.

Câu 43: Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2-2(m+1)z+m^2=0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đó có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0|=7$?

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

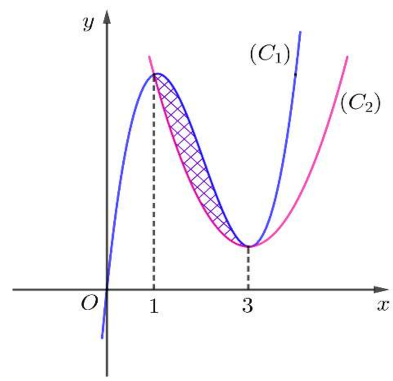
Note

Note

Câu 44: Cho các số phức z_1, z_2 thỏa mãn các điều kiện: $(z_1+2-i)(\overline{z_1}+1+2i)$ là một số thực và $|z_2-1-3i|=|z_2-1+i|$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|z_1-z_2|+|z_1-5-2i|+|z_2-5-2i|$ bằng:

A. 9. **B.** $6+3\sqrt{2}$. **C.** 10. **D.** $1+\sqrt{85}$.

Câu 45: Cho hai hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$, $g(x)=ax^2+bx+e\,(a,b,c,d,e\in\mathbb{R}, a\neq 0)$ có đồ thị lần lượt là hai đường cong (C_1), (C_2) ở hình vẽ bên.



Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị (C_1), (C_2) bằng $\frac{8}{3}$. Tính $f(2)-g(-1)$.

A. $f(2)-g(-1)=-26$. **B.** $f(2)-g(-1)=-24$.

C. $f(2)-g(-1)=-28$. **D.** $f(2)-g(-1)=-30$.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x-2y-z+1=0$ và hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x=-2+t \\ y=2+t \\ z=-t \end{cases}$, $d_2: \begin{cases} x=2t' \\ y=3+t' \\ z=1 \end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (α) và cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2. Đường thẳng Δ có phương trình là:

A. $\frac{x-6}{1}=\frac{y-6}{-3}=\frac{z-1}{8}$. **B.** $\frac{x-5}{1}=\frac{y-9}{3}=\frac{z+7}{8}$.

C. $\frac{x-6}{5}=\frac{y-6}{9}=\frac{z-1}{-7}$. **D.** $\frac{x-5}{6}=\frac{y-9}{6}=\frac{z+7}{1}$.

Câu 47: Cho một hình nón đỉnh S có chiều cao bằng $8\,\text{cm}$, bán kính đáy bằng $6\,\text{cm}$. Cắt hình nón đã cho bởi một mặt phẳng song song với mặt phẳng chứa đáy được một hình nón (N) đỉnh S có đường sinh bằng $4cm$. Tính thể tích của khối nón (N).

A. $V=\frac{768}{125}\pi\, cm^3$. **B.** $V=\frac{2304}{125}\pi\, cm^3$.

C. $V=\frac{786}{125}\pi\, cm^3$. **D.** $V=\frac{2358}{125}\pi\, cm^3$.

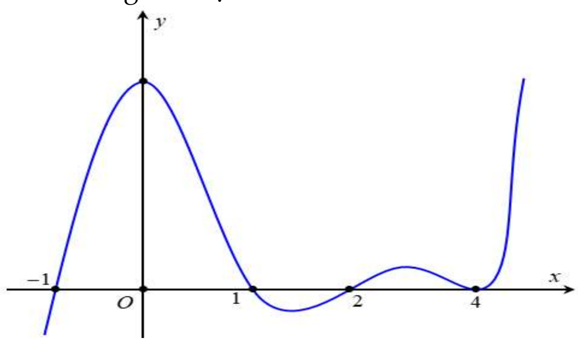
Câu 48: Có bao nhiêu số nguyên x sao cho tồn tại số thực y thỏa mãn $3^{x^2+y^2}=4^{x+y}$.

A. Vô số. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-1)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=16$ và mặt phẳng $(P): x+y+z+2=0$, (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (T). CD là một đường kính cố định của đường tròn (T), A là một điểm thay đổi trên (T) (A khác C và D). Đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) cắt (S) tại B. Tính BC^2+AD^2.

A. 8. **B.** 32. **C.** 64. **D.** 16.

Câu 50: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, đồ thị hàm số $y=f'(x)$ có đúng 4 điểm chung với trục hoành như hình vẽ bên dưới:



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=f(|x|-3|x|+m+2021)+2023m^3$ có đúng 11 điểm cực trị?

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 5.

----------HẾT----------

Note

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT - SỐ 05

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

HƯỚNG DẪN CHI TIẾT

Câu 1. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z=2+5i$ là điểm nào dưới đây?

A. $N(2;-5)$. **B.** $M(2;5)$. **C.** $P(-2;5)$. **D.** $Q(5;2)$.

Lời giải

Chọn B

Nếu số phức $z=a+bi$ $(a,b\in\mathbb{R})$ thì điểm biểu diễn của z là $M(a;b)$.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của (S).

A. $I(1;-2;-1)$ và $R=3$. **B.** $I(-1;2;1)$ và $R=9$.

C. $I(-1;2;1)$ và $R=3$. **D.** $I(1;-2;-1)$ và $R=9$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu $(S):(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$ có tâm $I(a;b;c)$ và bán kính R.

Câu 3. Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị của hàm số $y=x^4+3x^2-2$?

A. $N(1;-3)$. **B.** $P(1;0)$. **C.** $M(1;1)$. **D.** $Q(1;2)$.

Lời giải

Chọn D

Thay $x=1$ vào biểu thức $y=x^4+3x^2-2$ ta được $y=2$.

Câu 4. Biết bán kính mặt cầu (S) là $R=2$. Tính diện tích mặt cầu (S)?

A. 16π **B.** 8π **C.** 4π **D.** $\dfrac{32\pi}{3}$

Lời giải

Chọn A

Diện tích mặt cầu : $4\pi R^2=4\pi.2^2=16\pi$.

Câu 5. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=3^x$ là:

A. $3^x\ln 3+C$. **B.** $\dfrac{3^x}{\ln 3}+C$. **C.** $-\dfrac{3^x}{\ln 3}+C$. **D.** $\dfrac{3^{x+1}}{x+1}+C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có với $a>0$ thì $\int a^x dx=\dfrac{a^x}{\ln a}+C$.

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ có tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$ và bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$-\infty$
y'		+	0	−	‖	+	0	−	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là:

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có y’ đổi dấu khi đi qua các điểm $x=-2; x=0; x=2$ nhưng hàm số không xác định tại $x=0$ nên hàm số có 2 điểm cực trị.

Câu 7. Bất phương trình $\log_3 x \geq 2$ có tập hợp nghiệm là:

A. $(0;9]$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $[9;+\infty)$. **D.** $(-\infty;9]$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log_3 x \geq 2 \Leftrightarrow x \geq 3^2 \Leftrightarrow x \geq 9$.

Câu 8. Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy bằng 4, chiều cao bằng 3 là:

A. 12. **B.** 4. **C.** 16. **D.** 48.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối lăng trụ $V = 4.3 = 12$.

Câu 9. Tập xác định D của hàm số $y = \log_{\frac{2}{3}}(2023-x)$ là:

A. $D = (2023;+\infty)$. **B.** $D = (-\infty;2023)$. **C.** $D = (0;2023)$. **D.** $D = (-\infty;2023]$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác định của hàm số $y = \log_{\frac{2}{3}}(2023-x)$ là: $2023 - x > 0 \Leftrightarrow x < 2023$.

Câu 10. Phương trình $5^{2x-1} = 125$ có nghiệm là :

A. $x = 3$. **B.** $x = 2$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = -1$.

Lời giải

Chọn B

$5^{2x-1} = 125 \Leftrightarrow 5^{2x-1} = 5^3 \Leftrightarrow 2x - 1 = 3 \Leftrightarrow x = 2$.

Câu 11. Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $[1;4]$ và $F(1) = 2$, $F(4) = 10$. Giá trị của $I = \int_1^4 f(x)dx$ là:

A. $I = 48$. **B.** $I = 12$. **C.** $I = 3$. **D.** $I = 8$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a) \Rightarrow \int_1^4 f(x)dx = F(4) - F(1) = 10 - 2 = 8$.

Câu 12. Cho hai số phức $z_1 = 2 - 3i; z_2 = -5 + i$. Khi đó $z_1 - z_2$ bằng:

A. $-3 - 2i$. **B.** $-3 - 4i$. **C.** $7 - 4i$. **D.** $-3 + 4i$.

Lời giải

Chọn C

$z_1 - z_2 = 2 - 3i - (-5 + i) = 7 - 4i$.

Câu 13. Tìm véctơ chỉ phương của đường thẳng: $d\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 3 \\ z = 4 + t \end{cases}$

A. $\vec{u} = (1;3;4)$. **B.** $\vec{u} = (-2;3;1)$. **C.** $\vec{u} = (-2;0;1)$. **D.** $\vec{u} = (2;3;1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có đường thẳng $d: \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$ có véctơ chỉ phương $\vec{u} = k(a;b;c)$ $(k \neq 0)$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$ cho hai véctơ $\vec{u} = (-2;1;3)$ và $\vec{v} = (0;4;5)$. Tính tích vô hướng $\vec{u}.\vec{v}$?

A. $\vec{u}.\vec{v} = 19$. **B.** $\vec{u}.\vec{v} = 11$. **C.** $\vec{u}.\vec{v} = 13$. **D.** $\vec{u}.\vec{v} = 21$.

Lời giải

Chọn A

$\vec{u}.\vec{v} = -2.0 + 1.4 + 3.5 = 19$.

Câu 15. Cho số phức z có số phức liên hợp là: $\overline{z} = 3 + 2i$ .Tìm điểm biểu diễn của z

A. $(2;-3)$. **B.** $(3;2)$. **C.** $(-3;-2)$. **D.** $(3;-2)$.

Lời giải

Chọn D

$\overline{z} = 3 + 2i \Rightarrow z = 3 - 2i$. Điểm biểu diễn của z là $(3;-2)$.

Câu 16. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+1}{2x-4}$ có phương trình là:

A. $x = \dfrac{1}{2}$. **B.** $y = -\dfrac{1}{4}$. **C.** $y = \dfrac{1}{2}$. **D.** $x = 2$.

Lời giải

Chọn C

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ $(c \neq 0, ad - bc \neq 0)$ có phương trình là: $y = \dfrac{a}{c}$

Câu 17. Với a là số thực dương bất kì, $\log 100a$ bằng:

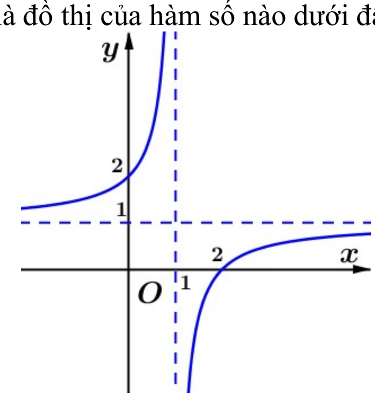
A. $100 + \log a$ **B.** $\dfrac{1}{2}\log a$. **C.** $2\log a$. **D.** $2 + \log a$.

Lời giải

Chọn D

$\log 100a = \log 100 + \log a = 2 + +\log a$.

Câu 18. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \dfrac{x+2}{x-2}$. **B.** $y = \dfrac{x+2}{x-1}$. **C.** $y = \dfrac{x-2}{x+1}$. **D.** $y = \dfrac{x-2}{x-1}$.

Lời giải

Chọn D

Quan sát đồ thị ta thấy: Tiệm cận đứng $x = 1$, tiệm cận ngang $y = 1$, đồ thị cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x = 2$.

Câu 19. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$,mặt phẳng $(P): 2x - 3y - 5 = 0$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $(-1;1;0)$ **B.** $(1;1;0)$ **C.** $(-1;1;2)$ **D.** $(1;-1;2)$

Lời giải

Chọn D

Thay tọa độ các điểm trong các phương án A,B,C,D vào phương trình mặt phẳng thấy phương án D thỏa mãn.

Câu 20. Cho trước 5 chiếc ghế xếp thành một hàng ngang. Số cách xếp 3 bạn A, B, C vào 5 chiếc ghế đó sao cho mỗi bạn ngồi 1 ghế là:

A. 15. **B.** C_5^3. **C.** A_5^3. **D.** 6 .

Lời giải

Chọn C

Số cách xếp 3 bạn A, B, C vào 5 chiếc ghế đó sao cho mỗi bạn ngồi 1 ghế là số chỉnh hợp chập 3 của 5 phần tử.

Câu 21. Cho khối chóp có diện tích đáy là B và chiều cao là h. Tính thể tích là V của khối chóp ?

A. $V = 3B.h$ **B.** $V = \frac{1}{3}B.h$. **C.** $V = Bh$. **D.** $V = \frac{1}{2}B.h$

Lời giải

Chọn B

Câu 22. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{1}{1-x^2}$ là:

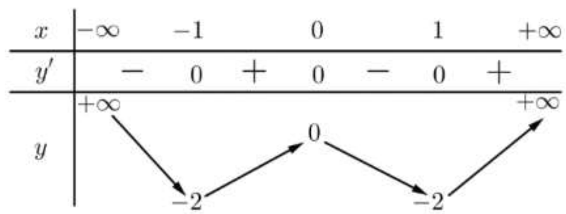
A. $\frac{x}{1-x^2}$. **B.** $\frac{1}{x^2-1}$. **C.** $\frac{2x}{x^2-1}$. **D.** $-\frac{2x}{x^2-1}$.

Lời giải

Chọn C

$y' = \frac{(1-x^2)'}{1-x^2} = \frac{-2x}{1-x^2} = \frac{2x}{x^2-1}$.

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên như sau



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-2;+\infty)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Chọn A

Trên khoảng $(1;+\infty)$ đạo hàm $y' > 0$ nên hàm số $y = f(x)$ đồng biến.

Câu 24. Cho khối nón có chiều cao $h = 3$ và bán kính đáy $r = 2$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. 8π. **B.** 6π. **C.** 12π **D.** 4π.

Lời giải

Chọn D

Thể tích của khối nón: $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi.2^2.3 = 4\pi$.

Câu 25. Cho $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 2$ và $\int_0^1 g(x)\mathrm{d}x = 5$, khi đó $\int_0^1 [f(x) - 2g(x)]\mathrm{d}x$ bằng

A. -8. **B.** 12. **C.** -3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

$\int_0^1 [f(x)-2g(x)]\mathrm{d}x = \int_0^1 \mathrm{f}(\mathrm{x})\mathrm{d}x - 2\int_0^1 g(\mathrm{x})\mathrm{d}x = 2 - 2.5 = -8$.

Câu 26. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 8$. Công bội của q cấp số nhân đã cho bằng

A. 6. **B.** 4. **C.** -6. **D.** 16.

Lời giải

Chọn B

Công bội của q cấp số nhân: $q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{8}{2} = 4$.

Câu 27. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x + e^x$?

A. $\int f(x)dx = x + e^x + C$. **B.** $\int f(x)dx = 1 + e^x + C$.

C. $\int f(x)dx = \frac{x}{2} + e^x + C$. **D.** $\int f(x)dx = \frac{x^2}{2} + e^x + C$.

Lời giải

Chọn D

Câu 28. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ có điểm cực tiểu là:

A. $y=-4$. **B.** $\left(0;2\right)$. **C.** $x=3$. **D.** $\left(3;-4\right)$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta có điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ là: $\left(3;-4\right)$.

Câu 29. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f\left(x\right)=x^4-10x^2$ trên đoạn $\left[0;9\right]$ bằng:

A. -24. **B.** -25. **C.** -26. **D.** -23.

Lời giải

Chọn B

$$f'\left(x\right)=4x^3-20x\ ;\ f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=\sqrt{5}\\ x=-\sqrt{5}\end{array}\right.\ ;\ f\left(0\right)=0;f\left(\sqrt{5}\right)=-25;f\left(9\right)=5751.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số $f\left(x\right)=x^4-10x^2$ trên đoạn $\left[0;9\right]$ bằng -25.

Câu 30. Hàm số nào sau đây đồng biến trên R ?

A. $y=x^3-x^2$ **B.** $y=x^2-x+1$ **C.** $y=x^3-x^2+x-1$ **D.** $y=x^4+x^2+1$

Lời giải

Chọn C

Với $y=x^3-x^2+x-1\Rightarrow y'=3x^2-2x+1>0\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Câu 31. Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $2\log_3\left(2a-b\right)=\log_3 a+\log_3 b$. Hãy tìm đẳng thức đúng ?

A. $4a^2-5ab+b^2=0$ **B.** $4a^2-3ab+b^2=0$ **C.** $4a^2-ab+b^2=0$ **D.** $2a^2-3ab+b^2=0$

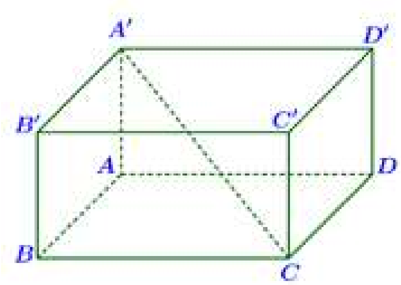
Lời giải

Chọn A

$2\log_3\left(2a-b\right)=\log_3 a+\log_3 b\Leftrightarrow\log_3\left(2a-b\right)^2=\log_3 ab\Leftrightarrow\left(2a-b\right)^2=ab$

$\Leftrightarrow 4a^2-5ab+b^2=0$

Câu 32. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$, có $AB=AA'=a$, $AD=a\sqrt{2}$. Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $\left(ABCD\right)$ bằng



A. $90°$. **B.** $60°$. **C.** $45°$. **D.** $30°$.

Lời giải

Chọn D

Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ là $\alpha = \widehat{A'CA}$. Ta có

$AC = \sqrt{AB^2 + AD^2} = a\sqrt{3}$

$\tan\alpha = \dfrac{AA'}{AC} = \dfrac{a}{a\sqrt{3}} = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \alpha = 30^0$.

Câu 33. Cho $\int\limits_{-1}^{2} f(x)dx = 7$; $\int\limits_{0}^{2} f(x)dx = -1$. Tính $I = \int\limits_{-1}^{0} \left[f(x) - 2x \right] dx$?

A. 9. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 7.

Lời giải

Chọn A

$\int\limits_{-1}^{0} f(x)dx = \int\limits_{-1}^{2} f(x)dx - \int\limits_{0}^{2} f(x)dx = 7 - (-1) = 8$;

$I = \int\limits_{-1}^{0} \left[f(x) - 2x \right] dx = \int\limits_{-1}^{0} f(x)dx - \int\limits_{-1}^{0} 2xdx = 8 - (-1) = 9$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;-1;3)$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 1 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm M và vuông góc với mặt phẳng (P)?

A. $\begin{cases} x = 3 - t \\ y = -1 + 3t \\ z = 3 - 2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = -3 - t \\ y = 1 + 3t \\ z = -3 - 2t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -1 + 3t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 - 3t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Vì đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) nên véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là véctơ chỉ phương của đường thẳng d. Mặt khác đường thẳng d đi qua điểm M.

Câu 35. Tính môđun của số phức z thỏa mãn $z(2 - i) + 13i = 1$.

A. $|z| = \dfrac{\sqrt{34}}{3}$ **B.** $|z| = \sqrt{34}$ **C.** $|z| = 34$ **D.** $|z| = \dfrac{5\sqrt{34}}{3}$

Lời giải

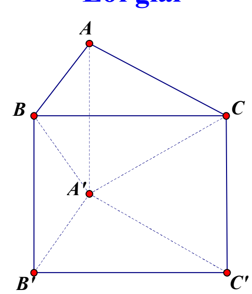
Chọn B

$z(2 - i) + 13i = 1 \Leftrightarrow z = \dfrac{1 - 13i}{2 - i} \Leftrightarrow z = 3 - 5i \Rightarrow |z| = \sqrt{34}$.

Câu 36. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = a, BC = a\sqrt{2}$, $AC = a\sqrt{3}$, $AA' = a$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng:

A. $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{a}{2}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải



Chọn A

Ta có: $AC^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại B.

$\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp BB' \end{cases} \Rightarrow BC \perp (ABB'A') \Rightarrow BC \perp AB' (1)$.

Mặt khác $AB = AA' = a \Rightarrow \square ABB'A'$ là hình vuông

$\Rightarrow AB' \perp A'B$ (2). Từ (1) và (2) suy ra $AB' \perp (A'BC)$. Vậy $d(A,(A'BC)) = \dfrac{1}{2}AB' = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 37. Một hộp đựng 7 quả cầu màu trắng và 2 quả cầu màu đỏ. Lấy ngẫu nhiên đồng thời từ hộp ra 4 quả cầu. Tính xác suất để trong 4 quả cầu lấy được có cả 2 loại quả cầu đỏ và trắng.

A. $\dfrac{2}{5}$. **B.** $\dfrac{14}{25}$. **C.** $\dfrac{1}{6}$. **D.** $\dfrac{13}{18}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $n(\Omega) = C_9^4 = 126$. Gọi A là biến cố cần tìm. Ta có biến cố $\overline{A}$:" Lấy được 4 quả màu trắng".

Khi đó $n(\overline{A}) = C_7^4 = 35 \Rightarrow p(\overline{A}) = \dfrac{n(\overline{A})}{n(\Omega)} = \dfrac{35}{126} = \dfrac{5}{18} \Rightarrow p(A) = 1 - \dfrac{5}{18} = \dfrac{13}{18}$.

Hoặc có thể chia 2 trường hợp để tính $n(A) = C_7^2C_2^2 + C_7^3C_2^1 = 91$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) chứa hai điểm $A(1;0;1), B(-1;2;2)$ và song song với trục Ox có phương trình là

A. $y - 2z + 2 = 0$. **B.** $x + 2z - 3 = 0$. **C.** $2y - z + 1 = 0$. **D.** $x + y - z = 0$.

Lời giải

Chọn A

Vì mặt phẳng (P) song song với trục hoành và đi qua hai điểm $A(1;0;1), B(-1;2;2)$ nên (P) có một véctơ pháp tuyến là: $\vec{n} = \vec{i} \wedge \overrightarrow{AB} = (0;-1;2)$.

Câu 39. Tính tổng S các nghiệm nguyên của bất phương trình $\left(4^{x^2} - 2^{51x+26}\right)\left(\log^2{}_3(\frac{x}{3}) - \log_9 x\right) \le 0$?

A. $S = 226$ **B.** $S = 228$. **C.** $S = 315$. **D.** 316.

Lời giải

Chọn D

$$\left(4^{x^2} - 2^{51x+26}\right)\left(\log^2{}_3(\frac{x}{3}) - \log_9 x\right) \le 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 4^{x^2} - 2^{51x+26} \le 0 \\ \log^2{}_3(\frac{x}{3}) - \log_9 x \ge 0 \end{cases} \quad (I) \\ \begin{cases} 4^{x^2} - 2^{51x+26} \ge 0 \\ \log^2{}_3(\frac{x}{3}) - \log_9 x \le 0 \end{cases} \quad (II) \end{array}\right.$$

$$(I) \Leftrightarrow \begin{cases} 2^{2x^2} \le 2^{51x+26} \\ \log^2{}_3 x - \frac{5}{2}\log_3 x + 1 \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 \le 51x + 26 \\ \left[\begin{array}{l} \log_3 x \ge 2 \\ \log_3 x \le \frac{1}{2} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{1}{2} \le x \le 26 \\ \left[\begin{array}{l} x \ge 9 \\ 0 < x \le \sqrt{3} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 9 \le x \le 26 \\ 0 < x \le \sqrt{3} \end{array}\right.$$

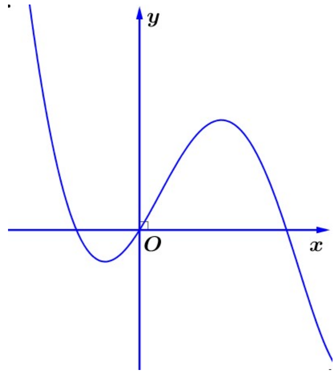
Các nghiệm nguyên của trường hợp (I) là 1 và các số tự nhiên từ 9 đến 26.

$$(II) \Leftrightarrow \begin{cases} 2^{2x^2} \ge 2^{51x+26} \\ \log^2{}_3 x - \frac{5}{2}\log_3 x + 1 \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 \ge 51x + 26 \\ \frac{1}{2} \le \log_3 x \le 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x \ge 26 \\ x \le -\frac{1}{2} \end{array}\right. \\ \sqrt{3} \le x \le 9 \end{cases}$$

Trường hợp (II) vô nghiệm.

Vậy tổng các nghiệm nguyên của bất phương trình là: $1 + 9 + 10 + 11 + ... + 26 = 316$.

Câu 40. Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2\,(a,b,c\in\mathbb{R})$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như trong hình bên.



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $3f(x)+4=0$ là

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có nhìn đồ thị hàm số $y=f'(x)$ cắt trục hoành tại 3 điểm có hoành độ $x=0;x=\alpha<0;x=\beta>0$ Do đó: $f'(x)=4ax^3+3bx^2+2cx=4ax(x-\alpha)(x-\beta)$. Nếu $a>0$ thì $\lim f'(x)=+\infty$ vô lý. Vậy $a<0$

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		α		0		β		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$f(\alpha)$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$f(\beta)$	$\searrow$	$-\infty$

Phương trình $3f(x)+4=0\Leftrightarrow f(x)=-\dfrac{4}{3}$. Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy phương trình có 2 nghiệm.

Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ có $f(0)=0$ và $f'(x)=\cos x.\cos^2 2x,\forall x\in\mathbb{R}$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0)=-\dfrac{121}{225}$, khi đó $F(\pi)$ bằng:

A. $\dfrac{242}{225}$. **B.** $\dfrac{208}{225}$. **C.** $\dfrac{121}{225}$. **D.** $\dfrac{149}{225}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'(x)=\cos x.\cos^2 2x,\forall x\in\mathbb{R}$ nên $f(x)$ là một nguyên hàm của $f'(x)$.

Có $\int f'(x)\mathrm{d}x=\int\cos x.\cos^2 2x\mathrm{d}x=\int\cos x.\dfrac{1+\cos 4x}{2}\mathrm{d}x=\int\dfrac{\cos x}{2}\mathrm{d}x+\int\dfrac{\cos x.\cos 4x}{2}\mathrm{d}x$

$=\dfrac{1}{2}\int\cos x\mathrm{d}x+\dfrac{1}{4}\int(\cos 5x+\cos 3x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}\sin x+\dfrac{1}{20}\sin 5x+\dfrac{1}{12}\sin 3x+C$.

Suy ra $f(x)=\dfrac{1}{2}\sin x+\dfrac{1}{20}\sin 5x+\dfrac{1}{12}\sin 3x+C,\forall x\in\mathbb{R}$. Mà $f(0)=0\Rightarrow C=0$.

Do đó $f(x)=\dfrac{1}{2}\sin x+\dfrac{1}{20}\sin 5x+\dfrac{1}{12}\sin 3x,\forall x\in\mathbb{R}$. Khi đó:

$$F(\pi)-F(0)=\int_0^{\pi}f(x)\mathrm{d}x=\int_0^{\pi}\left(\frac{1}{2}\sin x+\frac{1}{20}\sin 5x+\frac{1}{12}\sin 3x\right)\mathrm{d}x$$

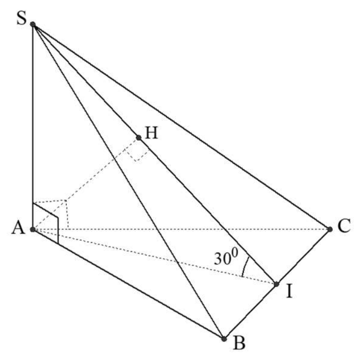
$$=\left(-\frac{1}{2}\cos x-\frac{1}{100}\cos 5x-\frac{1}{36}\cos 3x\right)\Bigg|_0^{\pi}=\frac{242}{225}\Rightarrow F(\pi)=F(0)+\frac{242}{225}=-\frac{121}{225}+\frac{242}{225}=\frac{121}{225}$$

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều, $SA\perp(ABC)$. Mặt phẳng (SBC) cách A một khoảng bằng a và hợp với mặt phẳng (ABC) góc 30^0. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{8a^3}{9}$. **B.** $\frac{8a^3}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. **D.** $\frac{4a^3}{9}$.

Lời giải

Chọn A



Ca

Gọi I là trung điểm sủa BC suy ra góc giữa mp(SBC) và mp(ABC) là $\widehat{SIA}=30^0$.

H là hình chiếu vuông góc của A trên SI suy ra $d(A,(SBC))=AH=a$.

Xét tam giác AHI vuông tại H suy ra $AI=\frac{AH}{\sin 30^0}=2a$.

Giả sử tam giác đều ABC có cạnh bằng x, mà AI là đường cao suy ra $2a=x\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow x=\frac{4a}{\sqrt{3}}$.

Diện tích tam giác đều ABC là $S_{ABC}=\left(\frac{4a}{\sqrt{3}}\right)^2.\frac{\sqrt{3}}{4}=\frac{4a^2\sqrt{3}}{3}$.

Xét tam giác SAI vuông tại A suy ra $SA=AI.\tan 30^0=\frac{2a}{\sqrt{3}}$.

Vậy $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.S_{ABC}.SA=\frac{1}{3}.\frac{4a^2\sqrt{3}}{3}.\frac{2a}{\sqrt{3}}=\frac{8a^3}{9}$.

Câu 43. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2-2(m+1)z+m^2=0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đó có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0|=7$?

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

$\Delta'=(m+1)^2-m^2=2m+1$.

+) Nếu $\Delta'\ge 0\Leftrightarrow 2m+1\ge 0\Leftrightarrow m\ge -\frac{1}{2}$, phương trình có 2 nghiệm thực. Khi đó $|z_0|=7\Leftrightarrow z_0=\pm 7$.

Thế $z_0=7$ vào phương trình ta được: $m^2-14m+35=0\Leftrightarrow m=7\pm\sqrt{14}$ (nhận).

Thế $z_0=-7$ vào phương trình ta được: $m^2+14m+63=0$, phương trình này vô nghiệm.

+) Nếu $\Delta'<0\Leftrightarrow 2m+1<0\Leftrightarrow m<-\frac{1}{2}$, phương trình có 2 nghiệm phức $z_1,z_2\notin\mathbb{R}$ thỏa $z_2=\overline{z_1}$.

Khi đó $z_1.z_2=|z_1|^2=m^2=7^2$ hay $m=7$ (loại) hoặc $m=-7$ (nhận).

Vậy tổng cộng có 3 giá trị của m là $m=7\pm\sqrt{14}$ và $m=-7$.

Câu 44. Cho các số phức z_1, z_2 thỏa mãn các điều kiện: $(z_1+2-i)(\overline{z_1}+1+2i)$ là một số thực và $|z_2-1-3i|=|z_2-1+i|$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|z_1-z_2|+|z_1-5-2i|+|z_2-5-2i|$ bằng:

A. 9. **B.** $6+3\sqrt{2}$. **C.** 10. **D.** $1+\sqrt{85}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi M, N, A lần lượt là điểm biểu diễn của các số phức

$z_1=x+yi, z_2=c+di, z_3=5+2i\,(x,y,c,d\in\mathbb{R})$

$(z_1+2-i)(\overline{z_1}+1+2i)=(x+2)(x+1)-(y-1)(-y+2)+[(x+2)(-y+2)+(y-1)(x+1)]i$

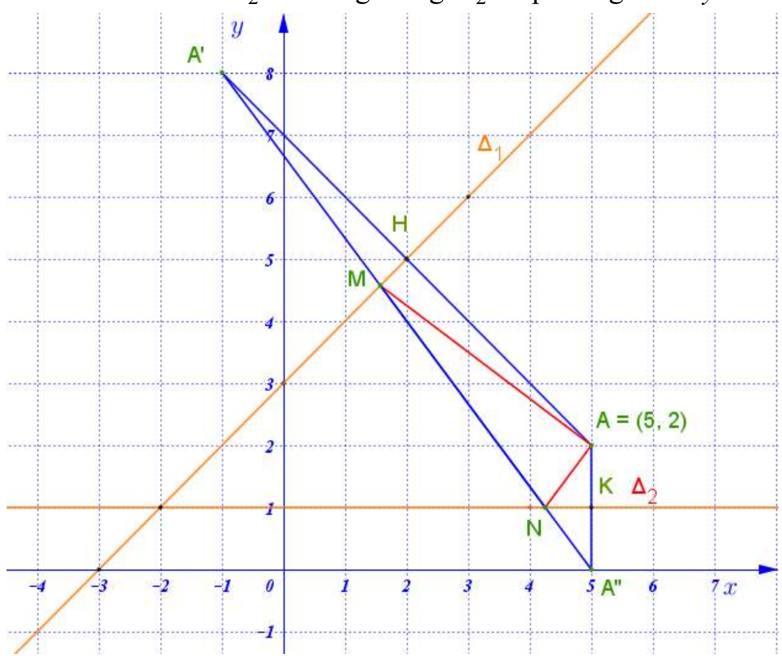
$(z_1+2-i)(\overline{z_1}+1+2i)$ là một số thực nên $(x+2)(-y+2)+(y-1)(x+1)=0$

$\Leftrightarrow -xy+2x-2y+4+xy+y-x-1=0 \Leftrightarrow x-y+3=0$.

Suy ra tập các điểm biểu diễn của z_1 là đường thẳng Δ_1 có phương trình $x-y+3=0$.

$|z_2-1-3i|=|z_2-1+i| \Leftrightarrow (c-1)^2+(d-3)^2=(c-1)^2+(d+1)^2 \Leftrightarrow d=1$

Suy ra tập các điểm biểu diễn của z_2 là đường thẳng Δ_2 có phương trình $y-1=0$.



Ta có $P=|z_1-z_2|+|z_1-5-2i|+|z_2-5-2i|=MN+MA+NA$

Gọi A', A'' lần lượt là các điểm đối xứng với A qua các đường thẳng Δ_1, Δ_2.

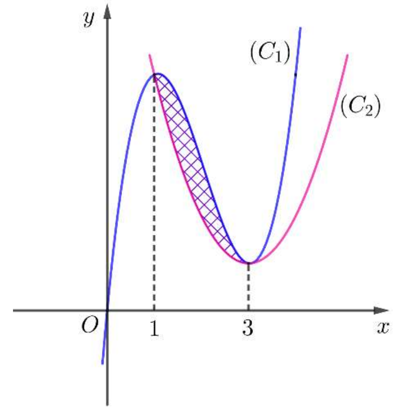
Khi đó ta có $P=MN+MA+NA=MN+MA'+NA''\geq A'A''$

Dấu bằng xảy ra khi các điểm A', M, N, A'' thẳng hàng hay M, N lần lượt là giao điểm của đường thẳng $A'A''$ với các đường thẳng Δ_1, Δ_2.

Tính được $A'(-1;8)$; $A''(5;0)$; $A'A''=10$.

Vậy GTNN của $P=|z_1-z_2|+|z_1-5-2i|+|z_2-5-2i|=A'A''=10$.

Câu 45. Cho hai hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$, $g(x)=ax^2+bx+e\left(a,b,c,d,e\in\mathbb{R},a\neq 0\right)$ có đồ thị lần lượt là hai đường cong $\left(C_1\right)$, $\left(C_2\right)$ ở hình vẽ bên.



Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $\left(C_1\right)$, $\left(C_2\right)$ bằng $\dfrac{8}{3}$. Tính $f(2)-g(-1)$.

A. $f(2)-g(-1)=-26$. **B.** $f(2)-g(-1)=-24$.

C. $f(2)-g(-1)=-28$. **D.** $f(2)-g(-1)=-30$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị, ta có $f(x)-g(x)=a(x-1)(x-3)^2$ và $a>0$

Ta có:

$$S=\int_1^3\left|f(x)-g(x)\right|\mathrm{d}x=\frac{8}{3}\Leftrightarrow\int_1^3\left|a(x-1)(x-3)^2\right|\mathrm{d}x=\frac{8}{3}\Leftrightarrow\int_1^3 a(x-1)(x-3)^2\,\mathrm{d}x=\frac{8}{3}$$

$$\Leftrightarrow\int_1^3 a\left(x^3-7x^2+15x-9\right)\mathrm{d}x=\frac{8}{3}\Leftrightarrow a\left(\frac{1}{4}x^4-\frac{7}{3}x^3+\frac{15}{2}x^2-9x\right)\Bigg|_1^3=\frac{8}{3}\Leftrightarrow\frac{4}{3}a=\frac{8}{3}\Leftrightarrow a=2.$$

Do đó $f(x)-g(x)=2(x-1)(x-3)^2\Leftrightarrow\left(ax^3+bx^2+cx+d\right)-\left(ax^2+bx+e\right)=2(x-1)(x-3)^2$

$\Leftrightarrow ax^3+(b-a)x^2+(c-b)x+d-e=2\left(x^3-7x^2+15x-9\right)$

Đồng nhất hệ số ta có: $\Rightarrow\begin{cases}a=2\\b-a=-14\\c-b=30\\d-e=-18\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\\b=-12\\c=18\\d=e-18\end{cases}$

$\Rightarrow f(x)=2x^3-12x^2+18x+e-18; g(x)=2x^2-12x+e\Rightarrow f(2)-g(-1)=-28$

Vậy $f(2)-g(-1)=-28$.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha):2x-2y-z+1=0$ và hai đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=-2+t\\y=2+t\\z=-t\end{cases}$, $d_2:\begin{cases}x=2t'\\y=3+t'\\z=1\end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (α) và cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2. Đường thẳng Δ có phương trình là:

A. $\dfrac{x-6}{1}=\dfrac{y-6}{-3}=\dfrac{z-1}{8}$. **B.** $\dfrac{x-5}{1}=\dfrac{y-9}{3}=\dfrac{z+7}{8}$.

C. $\dfrac{x-6}{5}=\dfrac{y-6}{9}=\dfrac{z-1}{-7}$. **D.** $\dfrac{x-5}{6}=\dfrac{y-9}{6}=\dfrac{z+7}{1}$.

Lời giải

Chọn A

. Gọi A là giao điểm của d_1 và (α),

$A(-2+t;2+t;-t)\in d_1$ mà $A\in(\alpha)\Leftrightarrow 2(-2+t)-2(2+t)+t+1=0\Leftrightarrow t=7\Rightarrow A(5;9;-7)$.

. Gọi B là giao điểm của d_2 và (α),

$B(2t';3+t';1)\in d_2$ mà $B\in(\alpha)\Leftrightarrow 2(2t')-2(3+t')-1+1=0\Leftrightarrow t'=3\Rightarrow B(6;6;1)$

. Véc tơ chỉ phương của Δ là $\overrightarrow{u_\Delta}=\overrightarrow{AB}=(1;-3;8)$.

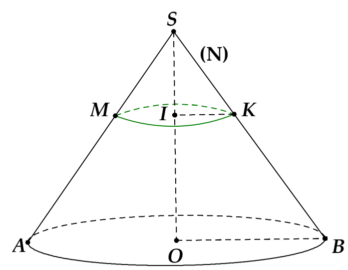
Phương trình đường thẳng Δ là: $\dfrac{x-6}{1}=\dfrac{y-6}{-3}=\dfrac{z-1}{8}$.

Câu 47. Cho một hình nón đỉnh S có chiều cao bằng $8\,\text{cm}$, bán kính đáy bằng $6\,\text{cm}$. Cắt hình nón đã cho bởi một mặt phẳng song song với mặt phẳng chứa đáy được một hình nón (N) đỉnh S có đường sinh bằng $4\,\text{cm}$. Tính thể tích của khối nón (N).

A. $V=\dfrac{768}{125}\pi\,\text{cm}^3$ **B.** $V=\dfrac{2304}{125}\pi\,\text{cm}^3$ **C.** $V=\dfrac{786}{125}\pi\,\text{cm}^3$ **D.** $V=\dfrac{2358}{125}\pi\,\text{cm}^3$

Lời giải

Chọn A



Đường sinh của hình nón lớn là: $l=SB=\sqrt{h^2+r^2}=\sqrt{8^2+6^2}=10\,\text{cm}$.

Gọi l_2, r_2, h_2 lần lượt là đường sinh, bán kính đáy và chiều cao của hình nón (N).

$l_2=SK=4\,\text{cm}$

Ta có: ΔSOB và ΔSIK đồng dạng nên: $\dfrac{SI}{SO}=\dfrac{IK}{OB}=\dfrac{SK}{SB}=\dfrac{4}{10}=\dfrac{2}{5}$.

$$\Rightarrow \frac{h_2}{h}=\frac{r_2}{r}=\frac{l_2}{l}=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}\Rightarrow \left[\begin{array}{l} h_2=\dfrac{2}{5}h=\dfrac{16}{5} \\ r_2=\dfrac{2}{5}.r=\dfrac{12}{5}\end{array}\right.$$

Thể tích khối nón (N) là: $V_{(N)}=\dfrac{1}{3}.\pi.r_2^2.h_2=\dfrac{1}{3}.\pi.\left(\dfrac{12}{5}\right)^2.\dfrac{16}{5}=\dfrac{768}{125}\pi\,\text{cm}^3$.

Câu 48. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho tồn tại số thực y thỏa mãn $3^{x^2+y^2}=4^{x+y}$

A. Vô số. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

$3^{x^2+y^2}=4^{x+y}\Leftrightarrow x^2+y^2=\log_3 4^{x+y}\Leftrightarrow x^2+y^2=(x+y)\log_3 4$

$\Leftrightarrow y^2-y\log_3 4+x^2-x\log_3 4=0,(*)$

Ta xem phương trình $(*)$ là phương trình ẩn y, tham số x.

Phương trình $(*)$ có nghiệm thực $y\Leftrightarrow\Delta\ge 0\Leftrightarrow(-\log_3 4)^2-4(x^2-x\log_3 4)\ge 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{(1-\sqrt{2})\log_3 4}{2}\le x\le\dfrac{(1+\sqrt{2})\log_3 4}{2},(*')$.

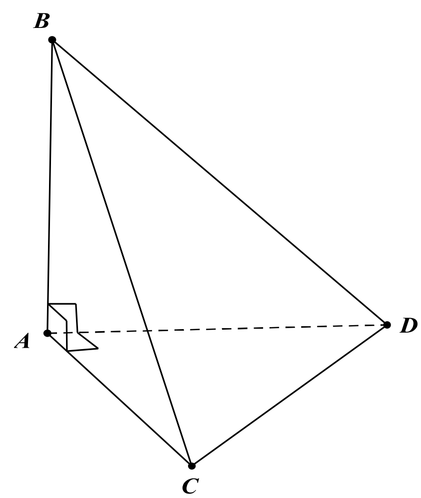
Do đó có hai số nguyên $x=0$ và $x=1$ thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-1)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=16$ và mặt phẳng $(P): x+y+z+2=0$, (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (T). CD là một đường kính cố định của đường tròn (T), A là một điểm thay đổi trên (T) (A khác C và D). Đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) cắt (S) tại B. Tính BC^2+AD^2.

A. 8. **B.** 32. **C.** 64. **D.** 16.

Lời giải

Chọn C

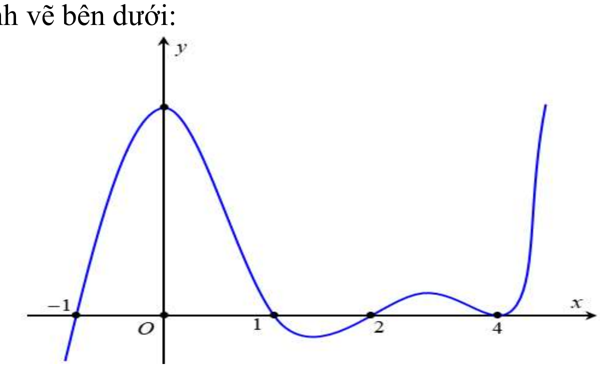


(S) có tâm $I(1;-1;1)$ và bán kính $R=4$. Ta có $d\left(I;(P)\right)=\dfrac{|1-1+1+2|}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}$ nên (P) cắt (S) theo đường tròn (T) có bán kính $r=\sqrt{R^2-d^2\left(I;(P)\right)}=\sqrt{13}$.

Gọi H là trung điểm CD, ta có $\mathrm{CD}=2\mathrm{r}=2\sqrt{13}$, $IH=\sqrt{3}$ và $\mathrm{A}B=2IH=2\sqrt{3}$.

nên $BC^2+AD^2=BA^2+AC^2+AD^2=BA^2+CD^2=12+52=64$.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, đồ thị hàm số $y=f'(x)$ có đúng 4 điểm chung với trục hoành như hình vẽ bên dưới:



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=f\left(|x|^3-3|x|+m+2021\right)+2023m^3$ có đúng 11 điểm cực trị?

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

Với mỗi tham số m thì số điểm cực trị của hàm số: $y=f\left(|x|^3-3|x|+m+2021\right)+2023m^3$ và: $y=f\left(|x|^3-3|x|+m+2021\right)$ là như nhau.

Do đó ta chỉ cần tìm giá trị nguyên của tham số m để hàm số: $y=f\left(|x|^3-3|x|+m+2021\right)$

có đúng 11 điểm cực trị.

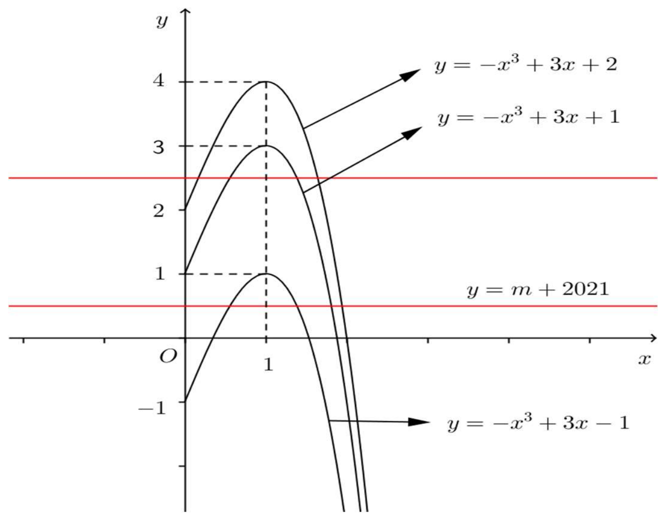
Xét $x>0$: Hàm số có dạng $y=f\left(x^3-3x+m+2021\right)$

Khi đó ta có đạo hàm như sau: $y'=\left(3x^2-3\right)f'\left(x^3-3x+m+2021\right)$

Do nghiệm của phương trình $x^3-3x+m+2021=4$ là các nghiệm bội bậc chẵn của phương trình $y'=0$ nên ta chỉ cần quan tâm đến các nghiệm còn lại. Tức là

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3x^2-3=0\\ f'\left(x^3-3x+m+2021\right)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\ \left(\text{do } x>0\right)\\ x^3-3x+m+2021=-1\\ x^3-3x+m+2021=1\\ x^3-3x+m+2021=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\ \left(\text{do } x>0\right)\\ m+2021=-x^3+3x-1\\ m+2021=-x^3+3x+1\\ m+2021=-x^3+3x+2\end{array}\right.$$

Vẽ đồ thị ba hàm số $y=-x^3+3x-1$; $y=-x^3+3x+1$; $y=-x^3+3x+2$ với $x>0$ trên cùng một hệ trục.



Hàm số $y=f\left(\left|x\right|^3-3\left|x\right|+m+2021\right)$ có đúng 11 điểm cực trị.

$\Leftrightarrow$ Hàm số $y=f\left(x^3-3x+m+2021\right)$ có đúng 5 điểm cực trị dương.

$\Leftrightarrow$ Phương trình $f'\left(x^3-3x+m+2021\right)=0$ có đúng 4 nghiệm bội lẻ dương và khác 1.

$\Leftrightarrow$ Đường thẳng $y=m+2021$ cắt đồ thị ba hàm số $y=-x^3+3x-1$; $y=-x^3+3x+1$; $y=-x^3+3x+2$ tại 4 điểm phân biệt có hoành độ dương khác 1.

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-1<m+2021<1\\ 2<m+2021<3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-2022<m<-2020\\ -2019<m<-2018\end{array}\right..$$

Do điều kiện m nguyên nên $m=-2021$.

Vậy chỉ có 1 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT - SỐ 06

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Note

Câu 1: Số phức liên hợp của số phức $z = 2 - 5i$ là

A. $\bar{z} = 2 + 5i$. **B.** $\bar{z} = -2 + 5i$. **C.** $\bar{z} = 2 - 5i$. **D.** $\bar{z} = -2 - 5i$.

Câu 2: Tìm đạo hàm của hàm số $y = \log x$.

A. $y' = \frac{\ln 10}{x}$ **B.** $y' = \frac{1}{x\ln 10}$ **C.** $y' = \frac{1}{10\ln x}$ **D.** $y' = \frac{1}{x}$

Câu 3: Tìm đạo hàm của hàm số $y = x^{\frac{5}{3}}$.

A. $y' = \frac{3}{8}x^{\frac{8}{3}}$ **B.** $y' = \frac{5}{3}x^{\frac{2}{3}}$ **C.** $y' = \frac{5}{3}x^{-\frac{2}{3}}$ **D.** $y' = \frac{3}{5}x^{\frac{2}{3}}$

Câu 4: Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{1}{3}^{x+1} \le \frac{1}{27}$ là

A. $(-\infty;2]$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $[2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Câu 5: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 4$. Giá trị của q bằng:

A. 3. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** 2.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{3}$. Vecto chỉ phương của đường thẳng là:

A. $\overrightarrow{u_d} = (-1;1;1)$. **B.** $\overrightarrow{u_d} = (1;-2;3)$. **C.** $\overrightarrow{u_d} = (1;1;1)$. **D** $\overrightarrow{n_d} = (1;2;-3)$.

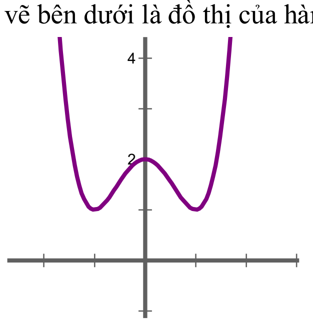
Câu 7: Toạ độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x + 1$ với trục tung là

A. $(0;-2)$. **B.** $(0;-1)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(1;0)$.

Câu 8: Nếu $\int_0^3 f(x)\,dx = 1$ và $\int_3^5 f(x)\,dx = -5$ thì $\int_0^5 f(x)\,dx$ bằng

A. -4. **B.** 6. **C.** -6. **D.** -5.

Câu 9: Đường cong ở hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = -x^4 + 4x^2 + 2$. **B.** $y = x^4 + 3x^2 - 2$.

C. $y = x^4 - 2x^2 + 2$. **D.** $y = x^4 - 2x^2 - 2$.

Note

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của (S).

A. $I(-1;2;1)$ và $R=3$. **B.** $I(1;-2;-1)$ và $R=3$.
C. $I(-1;2;1)$ và $R=9$. **D.** $I(1;-2;-1)$ và $R=9$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai mặt phẳng (Oxy) và (Oxz) bằng

A. $90°$. **B.** $60°$. **C.** $30°$. **D.** $45°$.

Câu 12: Cho số phức $z=2+i$, phần ảo của số phức z^2 là

A. 4. **B.** $4i$. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 13: Cho khối chóp diện tích đáy $B=4a^2$ và thể tích $V=8a^3$. Chiều cao của khối chóp đã cho bằng

A. $2a$. **B.** $6a$. **C.** $4a$. **D.** $24a$.

Câu 14: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, biết $AB=3a$, $AC=4a$; cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=5a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=30a^3$. **B.** $V=10a^3$. **C.** $V=15a^3$. **D.** $V=60a^3$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(2;1;-3)$ và tiếp xúc với trục Oy có phương trình là

A. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=4$.
B. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=13$.
C. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=9$.
D. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=10$.

Câu 16: Phần thực của số phức $z=-5+4i$ là

A. -5. **B.** 5. **C.** 4. **D.** -4.

Câu 17: Cho hình nón có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l. Khi đó, diện tích toàn phần của hình nón đã cho bằng

A. $\pi rl+\pi r$. **B.** $\pi rl-\pi r^2$. **C.** $\pi rl+\pi r^2$. **D.** $2\pi rl+\pi r^2$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x}{3}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{-1}$. Điểm nào sau đây thuộc Δ?

A. $A(3;2;-1)$. **B.** $B(0;2;-1)$. **C.** $C(0;2;1)$. **D.** $D(3;2;1)$.

Câu 19: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-4	↗	$+\infty$

Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là:

A. $(0;2)$. **B.** $(3;-4)$. **C.** $(2;0)$. **D.** $(-4;3)$.

Câu 20: Tọa độ giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{-2x+1}{x-2}$ là:

A. $(2;2)$. **B.** $(-2;-2)$. **C.** $(2;-2)$. **D.** $(-2;2)$.

Câu 21: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x+2}\le 8$ là:

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $[1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1]$.

Câu 22: Cho tập $M=\{0;1;2;...;9\}$. Số tập con gồm 3 phần tử và không chứa số 1 của M bằng

A. 45. **B.** 90. **C.** 72. **D.** 36.

Câu 23: Cho $\int \dfrac{1}{x^2}dx=F(x)+C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $F'(x)=-\dfrac{1}{x}$. **B.** $F'(x)=-\dfrac{2}{x^3}$. **C.** $F'(x)=\dfrac{1}{x^2}$. **D.** $F'(x)=\ln x^2$.

Câu 24: Nếu $\int_{-1}^{3} f(x)dx=2023$ thì $\int_{-1}^{3}[2f(x)+x]dx$ bằng

A. 16188. **B.** 4050. **C.** 16192. **D.** 8096.

Câu 25: Cho hàm số $f(x)=\sin x-x^2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\cos x-2x+C.$ **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\cos x-\dfrac{x^3}{3}+C.$

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\cos x+\dfrac{x^3}{3}+C.$ **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-\cos x-\dfrac{x^3}{3}+C.$

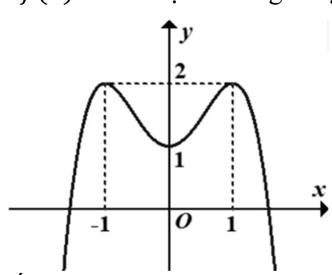
Câu 26: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-2;1)$ **B.** $(-1;2)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(-\infty;2)$.

Câu 27: Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

A. -1. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 28: Với a là số thực dương tùy ý, khi đó $\log_4(4a^3)$ bằng

A. $3\log_4(4a)$. **B.** $1+3\log_4 a$. **C.** $4+3\log_4 a$. **D.** $3+\log_4 a$.

Note

Note

Câu 29: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 3x + 2$ và trục Ox. Thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay hình (H) quanh trục Ox bằng :

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{1}{30}$. **C.** $\frac{\pi}{30}$. **D.** $\frac{\pi}{6}$.

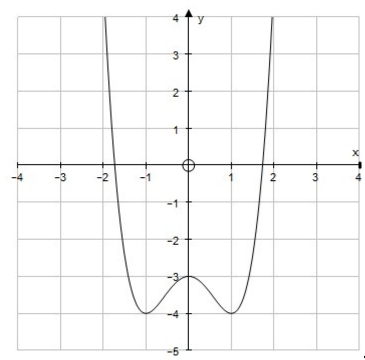
Câu 30: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B có $AB = a, AA' = a\sqrt{2}$. Tính tan của góc giữa đường thẳng $A'C$ với mặt phẳng $(AA'B'B)$:

A. $\frac{1}{\sqrt{3}}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** 1. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 31: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm là $f'(x) = (x^2 + 3x)(1 - x)$. Hỏi hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1; +\infty)$. **B.** $(-3; 0)$. **C.** $(0; 1)$. **D.** $(-\infty; 1)$.

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có 4 nghiệm thực phân biệt.

A. $-4 \le m \le -3$. **B.** $m \in \{-4; -3\}$. **C.** $-4 < m < -3$. **D.** $-2 < m < 2$.

Câu 33: Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 23 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn bằng

A. $\frac{11}{23}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{265}{529}$. **D.** $\frac{12}{23}$.

Câu 34: Gọi S là tập nghiệm của phương trình $2\log_2(2x - 2) + \log_2(x - 3)^2 = 2$ trên $\mathbb{R}$. Tổng các phần tử của S bằng

A. $6 + \sqrt{2}$. **B.** $8 + \sqrt{2}$. **C.** 8. **D.** $4 + \sqrt{2}$.

Câu 35: Cho số phức z thỏa $|iz - 1 + 2i| = 3$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn của số phức z trên mặt phẳng (Oxy) là một đường tròn. Tìm tâm của đường tròn đó.

A. $I(-2; -1)$. **B.** $I(1; 1)$. **C.** $I(0; 1)$. **D.** $I(1; 0)$.

Note

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;0), B(1;1;2)$ và $C(2;3;1)$. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z}{-1}$. **B.** $\frac{x-1}{3}=\frac{y-2}{4}=\frac{z}{3}$.

C. $\frac{x+1}{3}=\frac{y+2}{4}=\frac{z}{3}$. **D.** $\frac{x+1}{1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z}{-1}$.

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-2;3;5)$. Điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

A. $(1;-2;3)$. **B.** $(1;2;-3)$. **C.** $(-1;-2;-3)$. **D.** $(-1;2;3)$.

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=a$, $AD=2a$, $SA\perp(ABCD)$ và $SA=a$. Tính theo a khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBM), với M là trung điểm của CD.

A. $\frac{2a}{\sqrt{33}}$. **B.** $\frac{a}{\sqrt{33}}$. **C.** $\frac{4a}{\sqrt{33}}$. **D.** $a\sqrt{33}$.

Câu 39: Biết rằng phương trình $\log_2^2 x.\log_5 2+1=(\log_2 5+1)\log_5 x$ có hai nghiệm thực phân biệt. Tổng của hai nghiệm đó là

A. 7. **B.** 5. **C.** 22. **D.** 10.

Câu 40: Cho hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x), G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ và $g(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(6)+3G(0)=3$ và $F(0)+3G(2)=1$. Khi đó $\int_0^2[f(3x)-g(x)]dx$ bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{4}{3}$.

Câu 41: Tập hợp các số thực m để hàm số $y=x^3+(m+4)x^2+(5m+2)x+m+6$ đạt cực tiểu tại $x=-2$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $\{-2\}$. **C.** $\{2\}$. **D.** $\varnothing$.

Câu 42: Hai số phức z, w thay đổi nhưng luôn thỏa mãn đẳng thức

$(1+i)|z^2-2iz-1|=\frac{2023\bar{z}+2023i}{w}+2-2i$. Giá trị lớn nhất của $|w|$ là

A. $\frac{2019\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\frac{2019\sqrt{2}}{2}$. **C.** 2019. **D.** Đáp án khác.

Câu 43: Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy là a và khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\frac{a}{2}$. Thể tích của khối lăng trụ bằng

A. $\frac{3\sqrt{2}a^3}{12}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{16}$. **C.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{16}$. **D.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{48}$.

Câu 44: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{0;-1\}$ thỏa mãn điều kiện $f(1)=2\ln 2$ và $x(x+1).f'(x)+f(x)=x^2+3x+2$. Tính $f(2)$.

A. $f(2)=\frac{3}{2}-\frac{3}{2}\ln 3$. **B.** $f(2)=-\frac{3}{2}-\frac{3}{2}\ln 3$.

C. $f(2)=-\frac{3}{2}+\frac{3}{2}\ln 3$. **D.** $f(2)=\frac{3}{2}+\frac{3}{2}\ln 3$.

Note

Câu 45: Trong không gian *Oxyz,* cho hai điểm $A(3;-1;-2), B(1;-5;0)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-3}{1}$. Biết rằng điểm $M(a;b;c)$ là điểm trên d sao cho tam giác MAB có diện tích bằng $9\sqrt{2}$. Giá trị của biểu thức $T=a+b+c$ là:

A. $T=0$. **B.** $T=3$. **C.** $T=1$. **D.** $T=2$.

Câu 46: Trong tập số phức, cho phương trình $z^2+(m-2)z+2m-3=0$ (1) (với m là tham số thực). Tính tổng tất cả các giá trị của m để (1) có 2 nghiệm z_1, z_2 và tam giác OMN có một góc bằng $120°$ (với M, N là điểm biểu diễn của z_1, z_2 trên mặt phẳng tọa độ)?

A. -6. **B.** 6. **C.** 4. **D.** -4.

Câu 47: Cho các số x, y, a thoả mãn $1\le x\le 2048$, $y\ge 1$, $a\in\mathbb{N}$ và $x^2+xy+\log_2(x+y-1)^{x+1}=x\left(2^a+a\right)-y+2^a+a+1$. Có bao nhiêu giá trị của $a\le 100$ để luôn có 2048 cặp số nguyên $(x;y)$?

A. 89. **B.** 90. **C.** 11. **D.** 10.

Câu 48: Cho khối nón có đỉnh S, chiều cao bằng 7 và thể tích bằng $\dfrac{175\pi}{3}$. Gọi A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho $AB=6$. Gọi φ là góc tạo bởi giữa trục của nón với mặt phẳng (SAB). Tính $\sin\varphi$ giữa đường thẳng SO và mặt phẳng (SAB).

A. $\dfrac{4\sqrt{65}}{65}$. **B.** $\dfrac{7\sqrt{65}}{65}$. **C.** $\dfrac{4}{7}$. **D.** $\dfrac{3}{7}$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(-2;1;0), B(4;4;-3), C(2;3;-2)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-1}{-1}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa d sao cho A, B, C nằm ở cùng phía so với mặt phẳng (P). Gọi d_1, d_2, d_3 lần lượt là khoảng cách từ A, B, C đến (P). Tìm giá trị lớn nhất của $T=d_1+2d_2+3d_3$.

A. $T_{\max}=2\sqrt{21}$. **B.** $T_{\max}=\sqrt{14}$. **C.** $T_{\max}=3\sqrt{21}$. **D.** $T_{\max}=6\sqrt{14}$.

Câu 50: Cho hàm số $y=\dfrac{-x+1}{2x-1}$ (C), $y=x+m$ (d). Với mọi m đường thẳng (d) luôn cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A và B. Gọi k_1, k_2 lần lượt là hệ số góc của các tiếp tuyến với (C) tại A và B. Giá trị nhỏ nhất của $T=k_1^{2024}+k_2^{2024}$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{2}{3}$.

-----------Hết----------

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT - SỐ 06

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

HƯỚNG DẪN CHI TIẾT

Câu 1. Số phức liên hợp của số phức $z=2-5i$ là

A. $\bar{z}=2+5i$. **B.** $\bar{z}=-2+5i$. **C.** $\bar{z}=2-5i$. **D.** $\bar{z}=-2-5i$.

Lời giải

Chọn A

Số phức liên hợp của số phức $z=2-5i$ là $\bar{z}=2+5i$.

Câu 2. Tìm đạo hàm của hàm số $y=\log x$.

A. $y'=\frac{\ln 10}{x}$ **B.** $y'=\frac{1}{x\ln 10}$ **C.** $y'=\frac{1}{10\ln x}$ **D.** $y'=\frac{1}{x}$

Lời giải

Chọn B

Áp dụng công thức $\left(\log_a x\right)'=\frac{1}{x\ln a}$, ta được $y'=\frac{1}{x\ln 10}$.

Câu 3. Tìm đạo hàm của hàm số $y=x^{\frac{5}{3}}$.

A. $y'=\frac{3}{8}x^{\frac{8}{3}}$ **B.** $y'=\frac{5}{3}x^{\frac{2}{3}}$ **C.** $y'=\frac{5}{3}x^{-\frac{2}{3}}$ **D.** $y'=\frac{3}{5}x^{\frac{2}{3}}$

Lời giải

Chọn B

Áp dụng công thức $\left(x^n\right)'=n.x^{n-1}$, ta được $y'=\frac{5}{3}x^{\frac{2}{3}}$.

Câu 4. Tập nghiệm của bất phương trình ${\frac{1}{3}}^{x+1}\le\frac{1}{27}$ là

A. $(-\infty;2]$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $[2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có ${\frac{1}{3}}^{x+1}\le\frac{1}{27}\Leftrightarrow x+1\ge 3\Leftrightarrow x\ge 2$. Vậy $S=[2;+\infty)$

Câu 5. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=2$ và $u_2=4$. Giá trị của q bằng:

A. 3. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có $u_2=u_1.q\Rightarrow q=\frac{u_2}{u_1}=2$

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z+1}{3}$. Vectơ chỉ phương của đường thẳng là:

A. $\overrightarrow{u_d}=(-1;1;1)$. **B.** $\overrightarrow{u_d}=(1;-2;3)$. **C.** $\overrightarrow{u_d}=(1;1;1)$. **D.** $\overrightarrow{n_d}=(1;2;-3)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{u_d}=(1;-2;3)$

Câu 7. Toạ độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-2x+1$ với trục tung là

A. $(0;-2)$. **B.** $(0;-1)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(1;0)$.

Lời giải

Chọn C

Toạ độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-2x+1$ với trục tung là $(0;1)$.

Câu 8. Nếu $\int_0^3 f(x)\,dx=1$ và $\int_3^5 f(x)\,dx=-5$ thì $\int_0^5 f(x)\,dx$ bằng

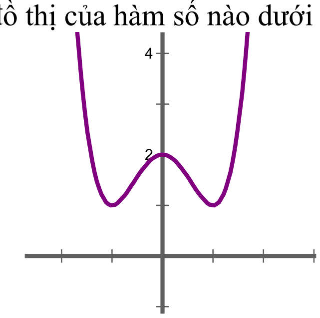
A. -4. **B.** 6. **C.** -6. **D.** -5.

Lời giải

Chọn A

$\int_0^5 f(x)\,dx=\int_0^3 f(x)\,dx+\int_3^5 f(x)\,dx=-4$.

Câu 9. Đường cong ở hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=-x^4+4x^2+2$. **B.** $y=x^4+3x^2-2$. **C.** $y=x^4-2x^2+2$. **D.** $y=x^4-2x^2-2$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị hàm số, bề lõm đồ thị hướng lên nên $a>0$.
Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $(0;2)$ nên chọn C.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của (S).

A. $I(-1;2;1)$ và $R=3$. **B.** $I(1;-2;-1)$ và $R=3$.

C. $I(-1;2;1)$ và $R=9$. **D.** $I(1;-2;-1)$ và $R=9$.

Lời giải

Chọn A

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai mặt phẳng (Oxy) và (Oxz) bằng

A. $90°$. **B.** $60°$. **C.** $30°$. **D.** $45°$.

Lời giải

Chọn A

Hai mặt phẳng (Oxy) và (Oxz) vuông góc với nhau nên góc giữa chúng bằng $90°$.

Câu 12. Cho số phức $z=2+i$, phần ảo của số phức z^2 là

A. 4. **B.** $4i$. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z^2=(2+i)^2=3+4i$. Do đó phần ảo của z^2 là 4.

Câu 13. Cho khối chóp diện tích đáy $B=4a^2$ và thể tích $V=8a^3$. Chiều cao của khối chóp đã cho bằng

A. $2a$. **B.** $6a$. **C.** $4a$. **D.** $24a$.

Lời giải

Chọn B

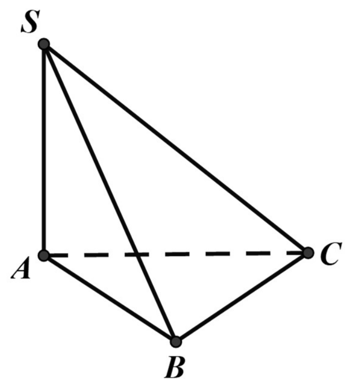
Từ công thức $V=\frac{1}{3}.B.h \Rightarrow h=\frac{3V}{B}=\frac{3.8a^3}{4a^2}=6a$.

Câu 14. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, biết $AB = 3a$, $AC = 4a$; cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = 5a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = 30a^3$. **B.** $V = 10a^3$. **C.** $V = 15a^3$. **D.** $V = 60a^3$.

Lời giải

Chọn B



Đáy ABC là tam giác vuông tại A nên có diện tích là $S_{ABC} = \frac{1}{2}AB.AC = \frac{1}{2}3a.4a = 6a^2$.

Ta có $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot 5a \cdot 6a^2 = 10a^3$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(2;1;-3)$ và tiếp xúc với trục Oy có phương trình là

A. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 4$. **B.** $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 13$.

C. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 9$. **D.** $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 10$.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu tiếp xúc với trục Oy nên bán kính của mặt cầu là $R = \sqrt{2^2 + (-3)^2} = \sqrt{13}$.

Phương trình mặt cầu là $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 13$.

Câu 16. Phần thực của số phức $z = -5 + 4i$ là

A. -5. **B.** 5. **C.** 4. **D.** -4.

Lời giải

Chọn A

Phần thực của số phức $z = -5 + 4i$ là -5.

Câu 17. Cho hình nón có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l. Khi đó, diện tích toàn phần của hình nón đã cho bằng

A. $\pi rl + \pi r$. **B.** $\pi rl - \pi r^2$. **C.** $\pi rl + \pi r^2$. **D.** $2\pi rl + \pi r^2$.

Lời giải

Chọn C

Diện tích toàn phần của hình nón đã cho bằng $S_{tp} = \pi rl + \pi r^2$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta : \frac{x}{3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{-1}$. Điểm nào sau đây thuộc Δ?

A. $A(3;2;-1)$. **B.** $B(0;2;-1)$. **C.** $C(0;2;1)$. **D.** $D(3;2;1)$.

Lời giải

Chọn B

Nhận thấy điểm $B(0;2;-1)$ thuộc đường thẳng Δ.

Câu 19. Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là:

A. $\left(0;2\right)$. **B.** $\left(3;-4\right)$. **C.** $\left(2;0\right)$. **D.** $\left(-4;3\right)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là: $\left(0;2\right)$.

Câu 20. Tọa độ giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \dfrac{-2x+1}{x-2}$ là:

A. $\left(2;2\right)$. **B.** $\left(-2;-2\right)$. **C.** $\left(2;-2\right)$. **D.** $\left(-2;2\right)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{-2x+1}{x-2}$ là: $x = 2$.

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{-2x+1}{x-2}$ là: $y = -2$.

Vậy tọa độ giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \dfrac{-2x+1}{x-2}$ là: $\left(2;-2\right)$.

Câu 21. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x+2} \le 8$ là:

A. $\left(1;+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;1\right)$. **C.** $\left[1;+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;1\right]$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $2^{x+2} \le 8 \Leftrightarrow x+2 \le \log_2 8 \Leftrightarrow x+2 \le 3 \Leftrightarrow x \le 1$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $\left(-\infty;1\right]$.

Câu 22. Cho tập $M = \left\{0;1;2;...;9\right\}$. Số tập con gồm 3 phần tử và không chứa số 1 của M bằng

A. 45. **B.** 90. **C.** 72. **D.** 36.

Lời giải

Chọn D

Ta có: Số tập con gồm 3 phần tử và không chứa số 1 của M bằng $C_9^3 = 36$.

Câu 23. Cho $\int \dfrac{1}{x^2}dx = F\left(x\right) + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $F'\left(x\right) = -\dfrac{1}{x}$. **B.** $F'\left(x\right) = -\dfrac{2}{x^3}$. **C.** $F'\left(x\right) = \dfrac{1}{x^2}$. **D.** $F'\left(x\right) = \ln x^2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int \dfrac{1}{x^2}dx = F\left(x\right) + C$ suy ra $F'\left(x\right) = \dfrac{1}{x^2}$.

Câu 24. Nếu $\int_{-1}^{3} f\left(x\right)dx = 2023$ thì $\int_{-1}^{3}\left[2f\left(x\right) + x\right]dx$ bằng

A. 16188. **B.** 4050. **C.** 16192. **D.** 8096.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int_{-1}^{3}\left[2f\left(x\right)+x\right]dx=2\int_{-1}^{3}f\left(x\right)dx+\int_{-1}^{3}xdx=2.2023+4=4050$.

Câu 25. Cho hàm số $f\left(x\right)=\sin x-x^2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\cos x-2x+C.$ **B.** $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\cos x-\dfrac{x^3}{3}+C.$

C. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=-\cos x+\dfrac{x^3}{3}+C.$ **D.** $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=-\cos x-\dfrac{x^3}{3}+C.$

Lời giải

Chọn D

$\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\left(\sin x-x^2\right)dx=-\cos x-\dfrac{x^3}{3}+C.$

Câu 26. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

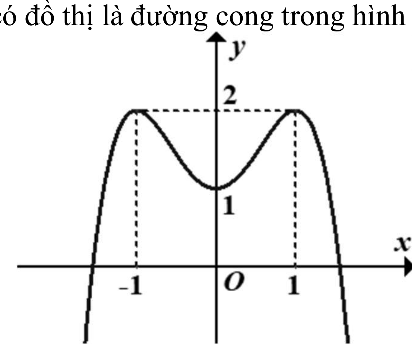
A. $\left(-2;1\right)$ **B.** $\left(-1;2\right)$. **C.** $\left(-\infty;-1\right)$. **D.** $\left(-\infty;2\right)$.

Lời giải

Chọn B

Từ Bảng biến thiên ta có hàm số nghịch biến trên $\left(-1;2\right)$

Câu 27. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

A. -1. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị ta có giá trị cực đại hàm số là 2

Câu 28. Với a là số thực dương tùy ý, khi đó $\log_4\left(4a^3\right)$ bằng

A. $3\log_4\left(4a\right)$. **B.** $1+3\log_4 a$. **C.** $4+3\log_4 a$. **D.** $3+\log_4 a$.

Lời giải

Chọn B

$\log_4\left(4a^3\right)=\log_4 4+\log_4 a^3=1+3\log_4 a$.

Câu 29. Gọi $\left(H\right)$ là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2-3x+2$ và trục Ox. Thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay hình $\left(H\right)$ quanh trục Ox bằng :

A. $\dfrac{1}{6}$. **B.** $\dfrac{1}{30}$. **C.** $\dfrac{\pi}{30}$. **D.** $\dfrac{\pi}{6}$.

Lời giải

Chọn C

Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^2-3x+2$ và trục Ox là nghiệm phương trình :

$x^2-3x+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay hình (H) quanh trục Ox bằng :

$\pi\int\limits_1^2\left(x^2-3x+2\right)^2\mathrm{d}x=\dfrac{\pi}{30}$.

Câu 30. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B có $AB=a, AA'=a\sqrt{2}$. Tính tan của góc giữa đường thẳng $A'C$ với mặt phẳng $(AA'B'B)$:

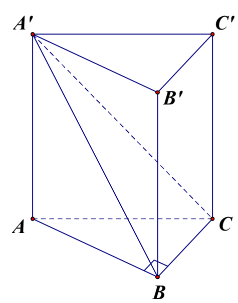
A. $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** 1. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\begin{cases} CB\perp AB \\ CB\perp AA' \\ AA'\cap AB=A \end{cases} \Rightarrow CB\perp\left(ABB'A'\right)$.

Suy ra $A'B$ là hình chiếu của $A'C$ lên mặt phẳng $\left(ABB'A'\right)$.



Do đó: $\left(A'C,\left(AA'B'B\right)\right)=\left(A'C,A'B\right)=\widehat{BA'C}$.

Xét $\Delta A'AB$ vuông tại A, ta có: $A'B=\sqrt{A'A^2+AB^2}=a\sqrt{3}$.

Xét $\Delta A'BC$ vuông tại B, ta có: $\tan\widehat{BA'C}=\dfrac{BC}{A'B}=\dfrac{a}{a\sqrt{3}}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

Câu 31. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm là $f'(x)=\left(x^2+3x\right)(1-x)$. Hỏi hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-3;0)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Lời giải

Chọn C

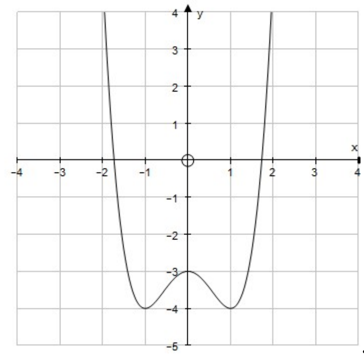
Ta có: $f'(x)=\left(x^2+3x\right)(1-x)$; $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=-3 \\ x=0 \\ x=1 \end{array}\right.$.

Dấu của $f'(x)$:

x	$-\infty$		-3		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

$\Rightarrow$ Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(-\infty;-3)$ và $(0;1)$.

Câu 32. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f\left(x\right)=m$ có 4 nghiệm thực phân biệt.

A. $-4\le m\le -3$. **B.** $m\in\left\{-4;-3\right\}$. **C.** $-4<m<-3$. **D.** $-2<m<2$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị ta thấy $-4<m<-3$ là giá trị cần tìm.

Câu 33. Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 23 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn bằng

A. $\frac{11}{23}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{265}{529}$. **D.** $\frac{12}{23}$.

Lời giải

Chọn A

Trong 23 số nguyên dương đầu tiên có 12 số lẻ và 11 số chẵn.

Chọn 2 số khác nhau từ 23 số, có C_{23}^{2} cách chọn nên số phần tử không gian mẫu là $n\left(\Omega\right)=C_{23}^{2}$.

Gọi A là biến cố: " Chọn được hai số có tổng là một số chẵn ".

Để hai số được chọn có tổng là một số chẵn thì hai số đó phải cùng chẵn hoặc cùng lẻ.

+ Trường hợp 1: Chọn hai số chẵn khác nhau từ 11 số chẵn, có C_{11}^{2} cách chọn.

+ Trường hợp 2: Chọn hai số lẻ khác nhau từ 12 số lẻ, có C_{12}^{2} cách chọn.

Do đó $n\left(A\right)=C_{11}^{2}+C_{12}^{2}$.

Xác suất cần tính là $P\left(A\right)=\dfrac{n\left(A\right)}{n\left(\Omega\right)}=\dfrac{C_{11}^{2}+C_{12}^{2}}{C_{23}^{2}}=\dfrac{11}{23}$.

Câu 34. Gọi S là tập nghiệm của phương trình $2\log_2\left(2x-2\right)+\log_2\left(x-3\right)^2=2$ trên $\mathbb{R}$. Tổng các phần tử của S bằng

A. $6+\sqrt{2}$. **B.** $8+\sqrt{2}$. **C.** 8. **D.** $4+\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $\begin{cases}x>1\\x\ne 3\end{cases}$.

$2\log_2\left(2x-2\right)+\log_2\left(x-3\right)^2=2\Leftrightarrow \log_2\left(2x-2\right)^2+\log_2\left(x-3\right)^2=2$.

$\Leftrightarrow \log_2\left[\left(2x-2\right)\left(x-3\right)\right]^2=2\Leftrightarrow\left(2x^2-8x+6\right)^2=2^2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x^2-8x+6=2\\2x^2-8x+6=-2\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2-4x+2=0\ (1)\\x^2-4x+4=0\ (2)\end{array}\right.$.

+) $(1)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2+\sqrt{2}\\x=2-\sqrt{2}\ (l)\end{array}\right.$.

+) $(2) \Leftrightarrow x = 2$.

$\Rightarrow S = \left\{2; 2+\sqrt{2}\right\}$.

Vậy tổng các nghiệm của S là: $2+2+\sqrt{2} = 4+\sqrt{2}$.

Câu 35. Cho số phức z thỏa $|iz-1+2i| = 3$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn của số phức z trên mặt phẳng (Oxy) là một đường tròn. Tìm tâm của đường tròn đó.

A. $I(-2;-1)$. **B.** $I(1;1)$. **C.** $I(0;1)$. **D.** $I(1;0)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi M là điểm biểu diễn số phức z.

Do đó $|iz-1+2i| = 3 \Leftrightarrow \left|i\left(z - \dfrac{1-2i}{i}\right)\right| = 3 \Leftrightarrow |z+2+i| = 3 \Leftrightarrow MI = 3$, với $I(-2;-1)$.

Do đó tập hợp điểm M là đường tròn tâm $I(-2;-1)$ và bán kính $R = 3$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;0), B(1;1;2)$ và $C(2;3;1)$. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z}{-1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y-2}{4} = \dfrac{z}{3}$. **C.** $\dfrac{x+1}{3} = \dfrac{y+2}{4} = \dfrac{z}{3}$. **D.** $\dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y+2}{2} = \dfrac{z}{-1}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi d là đường thẳng qua $A(1;2;0)$ và song song với BC.

Ta có $\overrightarrow{BC} = (1;2;-1)$ là véc tơ chỉ phương $\Rightarrow d: \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z}{-1}$.

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-2;3;5)$. Điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

A. $(1;-2;3)$. **B.** $(1;2;-3)$. **C.** $(-1;-2;-3)$. **D.** $(-1;2;3)$.

Lời giải

Chọn A

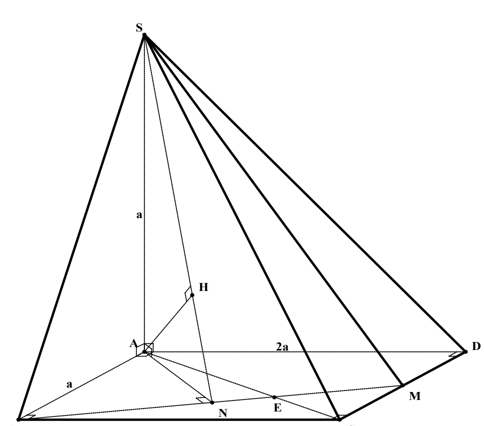
Tọa độ hình chiếu của điểm $A(-2;3;5)$ trên mặt phẳng (Oxy) là $(-2;3;0)$. Điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là $(-2;3;-5)$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a,\ AD = 2a,\ SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$. Tính theo a khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBM), với M là trung điểm của CD.

A. $\dfrac{2a}{\sqrt{33}}$. **B.** $\dfrac{a}{\sqrt{33}}$. **C.** $\dfrac{4a}{\sqrt{33}}$. **D.** $a\sqrt{33}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $d\left(D,\left(SBM\right)\right)=d\left(C,\left(SBM\right)\right)=\dfrac{CE}{AE}d\left(A,\left(SBM\right)\right)\Leftrightarrow d\left(D,\left(SBM\right)\right)=\dfrac{1}{2}d\left(A,\left(SBM\right)\right)$.

Dựng $AN\perp BM$ với N thuộc BM và $AH\perp SN$ với H thuộc SN.

Khi đó, $BM\perp AN$ và $BM\perp SA$, suy ra $BM\perp\left(SAN\right)$ nên $BM\perp AH$.

Và $AH\perp BM$ và $AH\perp SN$, suy ra $AH\perp\left(SBM\right)$ nên $d\left(A,\left(SBM\right)\right)=AH$.

Ta có $S_{ABM}=S_{ABCD}-2S_{ADM}\Leftrightarrow S_{ABM}=2a^2-2.\dfrac{1}{2}a^2\Leftrightarrow S_{ABM}=a^2$.

Mà $S_{ABM}=\dfrac{1}{2}AN.BM\Leftrightarrow AN=\dfrac{2.S_{ABM}}{BM}\Leftrightarrow AN=\dfrac{2a^2}{\sqrt{\left(2a\right)^2+\left(\dfrac{a}{2}\right)^2}}\Leftrightarrow AN=\dfrac{4a}{\sqrt{17}}$.

Trong tam giác vuông SAN, vuông tại A, với AH đường cao, ta có

$\dfrac{1}{AH^2}=\dfrac{1}{AN^2}+\dfrac{1}{AS^2}\Leftrightarrow AH=\dfrac{4a}{\sqrt{33}}$.

Vậy khoảng cách từ D đến mặt phẳng $\left(SBM\right)$ là $\mathrm{d}\left(\mathrm{D},\left(\mathrm{SBM}\right)\right)=\dfrac{2a}{\sqrt{33}}$.

Câu 39. Biết rằng phương trình $\log_2^2 x.\log_5 2+1=\left(\log_2 5+1\right)\log_5 x$ có hai nghiệm thực phân biệt. Tổng của hai nghiệm đó là

A. 7. **B.** 5. **C.** 22. **D.** 10.

Lời giải

Chọn A

Đk : $x>0$. Phương trình đã cho

$\Leftrightarrow\log_2 x.\log_2 x.\log_5 2+1=\log_2 x+\log_5 x\Leftrightarrow\log_2 x.\log_5 x+1-\log_2 x-\log_5 x=0$

$\Leftrightarrow\left(\log_2 x-1\right)\left(\log_5 x-1\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_2 x-1=0\\\log_5 x-1=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=5\end{array}\right.$.

Vậy tổng các nghiệm của phương trình là: 7

Câu 40. Cho hàm số $f\left(x\right)$ và $g\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F\left(x\right),G\left(x\right)$ là hai nguyên hàm của $f\left(x\right)$ và $g\left(x\right)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F\left(6\right)+3G\left(0\right)=3$ và $F\left(0\right)+3G\left(2\right)=1$. Khi đó $\int_0^2\left[f\left(3x\right)-g\left(x\right)\right]dx$ bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** $\dfrac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int\limits_0^2\left[f\left(3x\right)-g\left(x\right)\right]dx=\int_0^2 f\left(3x\right)dx-\int_0^2 g\left(x\right)dx=\dfrac{1}{3}\int_0^6 f\left(x\right)dx-\int_0^2 g\left(x\right)dx$

$=\dfrac{1}{3}\left[F\left(6\right)-F\left(0\right)\right]-\left[G\left(2\right)-G\left(0\right)\right]=\dfrac{1}{3}\left[F\left(6\right)+3G\left(0\right)\right]-\dfrac{1}{3}\left[F\left(0\right)-3G\left(2\right)\right]$

$=\dfrac{1}{3}.3-\dfrac{1}{3}.1=\dfrac{2}{3}$.

Câu 41. Tập hợp các số thực m để hàm số $y=x^3+(m+4)x^2+\left(5m+2\right)x+m+6$ đạt cực tiểu tại $x=-2$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $\left\{-2\right\}$. **C.** $\left\{2\right\}$. **D.** $\varnothing$.

Lời giải

Chọn D

Cách 1:

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $y'=3x^2+2(m+4)x+5m+2$; $y''=6x+2\left(m+4\right)$.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-2\Rightarrow y'\left(-2\right)=0\Leftrightarrow 12-4\left(m+4\right)+5m+2=0\Leftrightarrow m=2$.

Với $m=2$ ta có $y'=3x^2+12x+12\geq 0,\forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow$ hàm số đã cho luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Vậy không có giá trị nào của m để hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x=-2$.

Cách 2:

Hàm số đã cho là hàm đa thức có bậc nhỏ hơn hoặc bằng 3 nên ta có

Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=-2 \Leftrightarrow \begin{cases} y'(-2)=0 \\ y''(-2)>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=2 \\ m>2 \end{cases} \Leftrightarrow \varnothing$.

Vậy không có giá trị nào của m để hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x=-2$.

Câu 42. Hai số phức z, w thay đổi nhưng luôn thỏa mãn đẳng thức

$(1+i)\left|z^2-2iz-1\right|=\dfrac{2023\overline{z}+2023i}{w}+2-2i$. Giá trị lớn nhất của $|w|$ là

A. $\dfrac{2019\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\dfrac{2019\sqrt{2}}{2}$. **C.** 2019. **D.** Đáp án khác.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $|z-i|=\left|\overline{z}+i\right|$ nên $\left|z^2-2iz-1\right|=|z-i|^2=\left|\overline{z}+i\right|^2$.

Như vậy:

$$(1+i)\left|z^2-2iz-1\right|=\frac{2023\overline{z}+2023i}{w}+2-2i \Leftrightarrow (1+i)\left|\overline{z}+i\right|^2=\frac{2023\left(\overline{z}+i\right)}{w}+2-2i$$

$$\Leftrightarrow (1+i)\left|\overline{z}+i\right|^2+2i-2=\frac{2023\left(\overline{z}+i\right)}{w} \Leftrightarrow \left|\overline{z}+i\right|^2-2+\left(\left|\overline{z}+i\right|^2+2\right)i=\frac{2023\left(\overline{z}+i\right)}{w}.$$

Điều kiện: $w\neq 0$ suy ra $\overline{z}+i\neq 0$ hay $\left|\overline{z}+i\right|>0$.

Đặt $t=\left|\overline{z}+i\right|, t>0$ ta có $t^2-2+\left(t^2+2\right)i=\dfrac{2023\left(\overline{z}+i\right)}{w}$. Lấy môđun hai vế ta được:

$$\sqrt{\left(t^2-2\right)^2+\left(t^2+2\right)^2}=\frac{2023\left|\overline{z}+i\right|}{|w|} \Leftrightarrow \sqrt{\left(t^2-2\right)^2+\left(t^2+2\right)^2}=\frac{2023t}{|w|}$$

$$\Leftrightarrow |w|=\frac{2023t}{\sqrt{\left(t^2-2\right)^2+\left(t^2+2\right)^2}} \Leftrightarrow |w|=\frac{2023t}{\sqrt{2t^4+8}}.$$

$$\Rightarrow |w|\le \frac{2023t}{2\sqrt{2}t} \Leftrightarrow |w|\le \frac{2023\sqrt{2}}{4}.$$

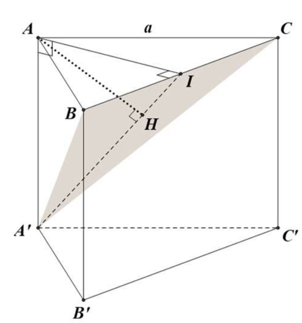
Vậy $\max|w|=\dfrac{2023\sqrt{2}}{4}$ khi $2t^4=8 \Leftrightarrow t^4=4 \Leftrightarrow t=\sqrt{2} \Leftrightarrow |z-i|=\sqrt{2}$.

Câu 43. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy là a và khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\dfrac{a}{2}$. Thể tích của khối lăng trụ bằng

A. $\dfrac{3\sqrt{2}a^3}{12}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{16}$. **C.** $\dfrac{3a^3\sqrt{2}}{16}$. **D.** $\dfrac{3a^3\sqrt{2}}{48}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi I là trung điểm của BC và H là hình chiếu vuông góc của A trên $A'I$.

Khi đó ta có: $d\left(A,\left(A'BC\right)\right)=AH=\dfrac{a}{2}$.

Trong tam giác vuông $AA'I$ ta có: $\dfrac{1}{AH^2}=\dfrac{1}{AA'^2}+\dfrac{1}{AI^2}$

$\Rightarrow \dfrac{1}{AA'^2}=\dfrac{1}{AH^2}-\dfrac{1}{AI^2}=\dfrac{1}{\left(\dfrac{a}{2}\right)^2}-\dfrac{1}{\left(\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}=\dfrac{4}{a^2}-\dfrac{4}{3a^2}=\dfrac{8}{3a^2}$. Suy ra: $AA'=\dfrac{a\sqrt{6}}{4}$.

Thể tích khối lăng trụ là: $V=S_{\Delta ABC}.AA'=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}\cdot\dfrac{a\sqrt{6}}{4}=\dfrac{3a^3\sqrt{2}}{16}$.

Câu 44. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\left\{0;-1\right\}$ thỏa mãn điều kiện $f\left(1\right)=2\ln 2$ và $x\left(x+1\right).f'\left(x\right)+f\left(x\right)=x^2+3x+2$. Tính $f\left(2\right)$.

A. $f\left(2\right)=\dfrac{3}{2}-\dfrac{3}{2}\ln 3$.
B. $f\left(2\right)=-\dfrac{3}{2}-\dfrac{3}{2}\ln 3$.
C. $f\left(2\right)=-\dfrac{3}{2}+\dfrac{3}{2}\ln 3$.
D. $f\left(2\right)=\dfrac{3}{2}+\dfrac{3}{2}\ln 3$.

Lời giải

Chọn D

Do hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\left\{0;-1\right\}$ nên

$x\left(x+1\right)f'\left(x\right)+f\left(x\right)=x^2+3x+2$

$\Leftrightarrow \dfrac{x}{x+1}f'\left(x\right)+\dfrac{1}{\left(x+1\right)^2}f\left(x\right)=\dfrac{x+2}{x+1}\Leftrightarrow\left(\dfrac{x}{x+1}f\left(x\right)\right)'=\dfrac{x+2}{x+1}$

$\Rightarrow \int\limits_1^2\left(\dfrac{x}{x+1}f\left(x\right)\right)'dx=\int\limits_1^2\dfrac{x+2}{x+1}dx\Leftrightarrow\left.\left(\dfrac{x}{x+1}f\left(x\right)\right)\right|_1^2=1+\ln\dfrac{3}{2}$

$\Leftrightarrow \dfrac{2}{3}f\left(2\right)-\dfrac{1}{2}f\left(1\right)=1+\ln\dfrac{3}{2}\Leftrightarrow\dfrac{2}{3}f\left(2\right)-\ln 2=1+\ln\dfrac{3}{2}\Leftrightarrow f\left(2\right)=\dfrac{3}{2}+\dfrac{3}{2}\ln 3$.

Vậy $f\left(2\right)=\dfrac{3}{2}+\dfrac{3}{2}\ln 3$.

Câu 45. Trong không gian *Oxyz,* cho hai điểm $A(3;-1;-2),B(1;-5;0)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-3}{1}$. Biết rằng điểm $M(a;b;c)$ là điểm trên d sao cho tam giác MAB có diện tích bằng $9\sqrt{2}$. Giá trị của biểu thức $T=a+b+c$ là:

A. $T=0$.
B. $T=3$.
C. $T=1$.
D. $T=2$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $M\in d\Rightarrow M\left(1+2t;1+t;3+t\right)$.

Theo bài ra ta có $S_{MAB}=\dfrac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AB}\right]\right|=9\sqrt{2}$ (1)

Ta có $\overrightarrow{AM}=\left(2t-2;t+2;t+5\right)$; $\overrightarrow{AB}=\left(-2;-4;2\right)$

$\left[\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AB}\right]=\left(6t+24;-6t-6;-6t+12\right)$

$(1)\Rightarrow\dfrac{1}{2}\sqrt{\left(6t+24\right)^2+\left(-6t-6\right)^2+\left(-6t+12\right)^2}=9\sqrt{2}$

$\Leftrightarrow 108t^2+216t+108=0\Leftrightarrow t^2+2t+1=0\Leftrightarrow t=-1$

$\Rightarrow M\left(-1;0;2\right)$.Vậy giá trị của biểu thức $T=a+b+c=1$.

Câu 46. Trong tập số phức, cho phương trình $z^2+(m-2)z+2m-3=0$ (1) (với m là tham số thực). Tính tổng tất cả các giá trị của m để (1) có 2 nghiệm z_1, z_2 và tam giác OMN có một góc bằng $120°$ (với M, N là điểm biểu diễn của z_1, z_2 trên mặt phẳng tọa độ)?

A. -6. **B.** 6. **C.** 4. **D.** -4.

Lời giải

Chọn B

Vì O, M, N không thẳng hàng nên z_1, z_2 không đồng thời là số thực, cũng không đồng thời là số thuần ảo $\Rightarrow$ z_1, z_2 là hai nghiệm phức, không phải số thực của phương trình $z^2+(m-2)z+2m-3=0$. Do đó, ta phải có: $\Delta=m^2-12m+16<0$ $\Leftrightarrow m\in\left(6-2\sqrt{5};\,6+2\sqrt{5}\right)$.

Khi đó, ta có: $\begin{cases} z_1=\dfrac{2-m}{2}-\dfrac{\sqrt{-m^2+12m-16}}{2}i \\ z_1=\dfrac{2-m}{2}+\dfrac{\sqrt{-m^2+12m-16}}{2}i \end{cases}$.

$\Rightarrow OM=ON=|z_1|=|z_2|=\sqrt{2m-3}$ và $MN=|z_1-z_2|=\sqrt{-m^2+12m-16}$.

Tam giác OMN cân nên $\widehat{MON}=120°$ $\Rightarrow \dfrac{OM^2+ON^2-MN^2}{2OM.ON}=\cos 120°$

$\Leftrightarrow \dfrac{m^2-8m+10}{2(2m-3)}=-\dfrac{1}{2}$ $\Leftrightarrow m^2-6m+7=0$ $\Leftrightarrow m=3\pm\sqrt{2}$ (thỏa mãn).

Suy ra tổng các giá trị cần tìm của m là 6.

Câu 47. Cho các số $x,\ y,\ a$ thoả mãn $1\le x\le 2048,\ y\ge 1,\ a\in\mathbb{N}$ và $x^2+xy+\log_2(x+y-1)^{x+1}=x(2^a+a)-y+2^a+a+1$. Có bao nhiêu giá trị của $a\le 100$ để luôn có 2048 cặp số nguyên $(x;y)$?

A. 89. **B.** 90. **C.** 11. **D.** 10.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $x^2+xy+\log_2(x+y-1)^{x+1}=x(2^a+a)-y+2^a+a+1$ (1)

$\Leftrightarrow (x+1)(x+y-1)+(x+1)\log_2(x+y-1)=(x+1)(2^a+a)$

$\Leftrightarrow 2^{\log_2(x+y-1)}+\log_2(x+y-1)=2^a+a$ (do $x+1\ge 2,\ \forall x\ge 1$ và $x+y-1\ge 1, \forall x\ge 1, y\ge 1$ nên $\log_2(x+y-1)\ge 0$ $(*)$

Xét hàm số $f(t)=2^t+t$ $(t\ge 0)$.

Vì $f'(t)=2^t.\ln 2+1>0,\ \forall t\ge 0$ nên hàm số $f(t)$ đồng biến trên $[0;+\infty)$.

$(*)\Leftrightarrow \log_2(x+y-1)=a\Leftrightarrow x+y-1=2^a\Leftrightarrow x=2^a-y+1$.

Mà $1\le x\le 2048$ nên suy ra: $1\le 2^a-y+1\le 2048\Leftrightarrow 2^a-2047\le y\le 2^a$.

Do $y\ge 1$ và mỗi giá trị của y có một giá trị tương ứng của x; trong đoạn $\left[2^a-2047;2^a\right]$ có 2048 số nguyên nên để có 2048 cặp số nguyên $(x;y)$ thoả mãn (1) thì $2^a-2047\ge 1\Leftrightarrow a\ge 11$. Mà $a\le 100,\ a\in\mathbb{N}$ nên $a\in\{11;12;...;100\}$.

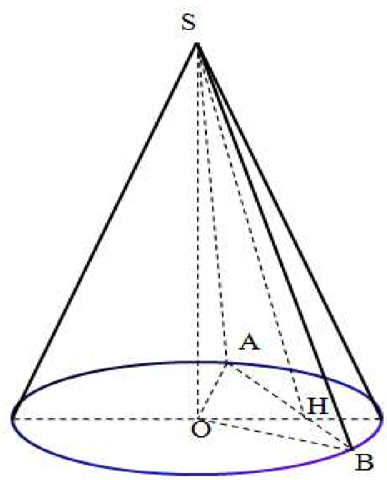
Vậy có 90 giá trị của a thoả mãn yêu cầu bài toán.

Câu 48. Cho khối nón có đỉnh S, chiều cao bằng 7 và thể tích bằng $\frac{175\pi}{3}$. Gọi A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho $AB = 6$. Gọi φ là góc tạo bởi giữa trục của nón với mặt phẳng (SAB). Tính $\sin\varphi$ giữa đường thẳng SO và mặt phẳng (SAB).

A. $\frac{4\sqrt{65}}{65}$. **B.** $\frac{7\sqrt{65}}{65}$. **C.** $\frac{4}{7}$. **D.** $\frac{3}{7}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là hình chiếu vuông góc của O lên cạnh $AB \Rightarrow HA = HB = 3$.

Vì $\left.\begin{matrix} OH \perp AB \\ SO \perp AB \end{matrix}\right\} \Rightarrow AB \perp (OHS), SH \subset (SAB) \Rightarrow \varphi = \left(\widehat{OS,(SAB)}\right) = \left(\widehat{SO,OH}\right) = \widehat{SOH}$

Theo bài ra ta có: $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h \Leftrightarrow \frac{175\pi}{3} = \frac{1}{3}\pi R^2 \cdot 7 \Leftrightarrow R = 5 \Rightarrow OA = R = 5$.

Xét tam giác vuông OHA có: $OH = \sqrt{OA^2 - HA^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$

Xét tam giác vuông SOH có $OH = 4, SO = 7$.

$\sin\widehat{SOH} = \frac{HO}{SH} = \frac{HO}{\sqrt{SO^2 + HO^2}} = \frac{4}{\sqrt{7^2 + 4^2}} = \frac{4\sqrt{65}}{65}$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(-2;1;0), B(4;4;-3), C(2;3;-2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{-1}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa d sao cho A, B, C nằm ở cùng phía so với mặt phẳng (P). Gọi d_1, d_2, d_3 lần lượt là khoảng cách từ A, B, C đến (P). Tìm giá trị lớn nhất của $T = d_1 + 2d_2 + 3d_3$.

A. $T_{\max} = 2\sqrt{21}$. **B.** $T_{\max} = \sqrt{14}$. **C.** $T_{\max} = 3\sqrt{21}$. **D.** $T_{\max} = 6\sqrt{14}$.

Lời giải

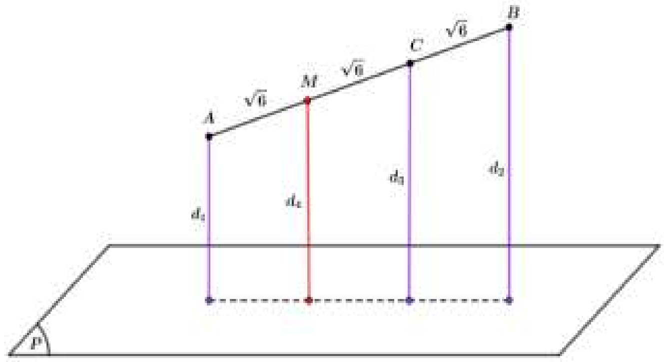
Chọn D

* Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (6;3;-3) \\ \overrightarrow{AC} = (4;2;-2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC} \\ AB = 3\sqrt{6}; AC = 2\sqrt{6} \end{cases}$

$\Rightarrow A, B, C$ thẳng hàng và C nằm giữa AB; $AC = \frac{2}{3}AB$.

* Gọi M là trung điểm của $AC \Rightarrow AM = MC = CB = \sqrt{6}$.

* Gọi $d_4 = d(M;(P))$. Ta có hình vẽ



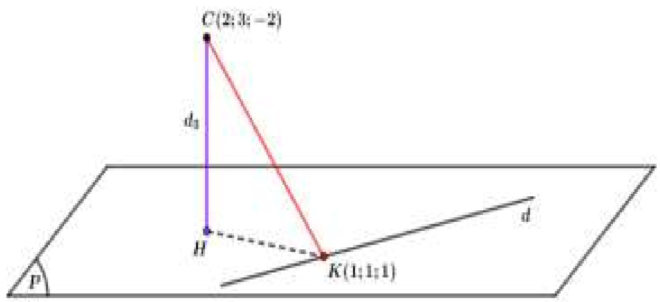
* Dựa vào hình vẽ, dựa vào tính chất đường trung bình của hình thang ta có:

$\begin{cases} d_2 + d_4 = 2d_3 \\ d_1 + d_3 = 2d_4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d_4 = 2d_3 - d_2 \\ d_1 + d_3 = 2(2d_3 - d_2) \end{cases} \Rightarrow d_1 + 2d_2 = 3d_3.$

* Theo đề bài $T = d_1 + 2d_2 + 3d_3 = 6d_3$. Suy ra T max $\Leftrightarrow d_3$ max.

* Gọi H là hình chiếu của C lên (P).

Tìm được hình chiếu của C lên d là $K(1;1;1)$.



Trong tam giác vuông HCK ta có: $d_3 = CH = \sqrt{CK^2 - HK^2} = \sqrt{14 - HK^2} \Rightarrow CH \le \sqrt{14}$

Ta có d_3 max khi và chỉ khi HK min.

Suy ra $T = 6d_3 \le 6\sqrt{14}$, dấu bằng xảy ra khi $H \equiv K$.

Vậy giá trị lớn nhất của T bằng $6\sqrt{14}$.

Câu 50. Cho hàm số $y = \dfrac{-x+1}{2x-1}$ (C), $y = x + m$ (d). Với mọi m đường thẳng (d) luôn cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A và B. Gọi k_1, k_2 lần lượt là hệ số góc của các tiếp tuyến với (C) tại A và B. Giá trị nhỏ nhất của $T = k_1^{2024} + k_2^{2024}$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (C) và (d)

$\dfrac{-x+1}{2x-1} = x + m \Leftrightarrow 2x^2 + 2mx - m - 1 = 0 \quad (1)$

(C) và (d) cắt nhau tại 2 điểm phân biệt A và B khi và chỉ khi (1) có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác $\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow m^2 + 2m + 2 > 0,\ \forall m \in \mathbb{R}$

Theo Viet, $\begin{cases} x_1 + x_2 = -m \\ x_1x_2 = \dfrac{-m-1}{2} \end{cases}$ Ta có $\begin{cases} k_1 = \dfrac{-1}{\left(2x_1 - 1\right)^2} \\ k_2 = \dfrac{-1}{\left(2x_2 - 1\right)^2} \end{cases}$

$$\Rightarrow k_1k_2 = \frac{-1}{\left(2x_1-1\right)^2}.\frac{-1}{\left(2x_2-1\right)^2} = \frac{1}{\left(2x_1-1\right)^2\left(2x_2-1\right)^2}$$

$$= \frac{1}{\left(4x_1x_2 - 2\left(x_1+x_2\right)+1\right)^2} = \frac{1}{\left(-2m-2+2m+1\right)^2} = 1$$

Mặt khác $T = k_1^{2024} + k_2^{2024} \geq 2\sqrt{k_1^{2024}k_2^{2024}} = 2\left(k_1k_2\right)^{1012} = 2$

Vậy giá trị nhỏ nhất của $T = k_1^{2024} + k_2^{2024}$ bằng 2.

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT - SỐ 07

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Note

Câu 1: Số phức $z = 4 - 2i$ có môđun bằng

A. $2\sqrt{5}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{6}$.

Câu 2: Đạo hàm của hàm số $y = 13^x$ là

A. $y' = x.13^{x-1}$. **B.** $y' = 13^x.\ln 13$. **C.** $y' = 13^x$. **D.** $y' = \dfrac{13^x}{\ln 13}$.

Câu 3: Tập xác định D của hàm số $y = x^{\frac{1}{3}}$ là

A. $D = [0;+\infty)$. **B.** $D = \mathbb{R}\setminus\{0\}$. **C.** $D = \mathbb{R}$. **D.** $D = (0;+\infty)$.

Câu 4: Nghiệm của phương trình $\log_3(x-1) = 2$ là

A. $x = 7$. **B.** $x = 10$. **C.** $x = 9$. **D.** $x = 6$.

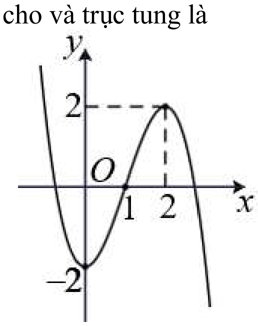
Câu 5: Cho cấp số nhân (u_n) biết $u_1 = 2$ và $u_2 = 6$. Giá trị của u_3 bằng

A. 10. **B.** 12. **C.** 18. **D.** 16.

Câu 6: Trong không gian *Oxyz*, cho đường thẳng $d:\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = t \end{cases}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_1} = (2;1;0)$. **B.** $\overrightarrow{u_2} = (2;1;1)$. **C.** $\overrightarrow{u_3} = (-1;2;1)$. **D.** $\overrightarrow{u_4} = (-1;2;0)$.

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là



A. $(-2;0)$. **B.** $(1;0)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(0;-2)$.

Câu 8: Nếu $\int\limits_2^5 f(x)\mathrm{d}x = 3$ thì $\int\limits_5^2 2f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. -6. **B.** 6. **C.** 5. **D.** -5.

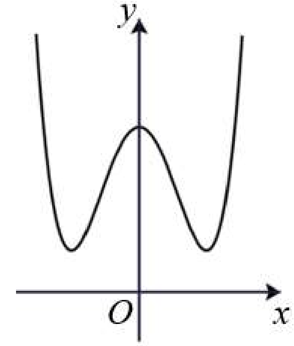
Câu 9: Trong không gian *Oxyz*, cho mặt cầu (S) có tâm $I(2;-3;0)$ và bán kính $R = 2$. Phương trình của mặt cầu (S) là

A. $(x-2)^2 + (y+3)^2 + z^2 = 4$. **B.** $(x-2)^2 + (y+3)^2 + z^2 = 2$.

C. $(x+2)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 4$. **D.** $(x+2)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 2$.

Note

Câu 10: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



A. $y = x^3 - 3x^2 + 3$. **B.** $y = x^4 - 3x^2 + 3$.
C. $y = -x^4 + 3x^2 + 3$. **D.** $y = -x^3 - 3x^2 + 3$.

Câu 11: Trong không gian *Oxyz*, điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (Oxy)?

A. $N(0;0;1)$. **B.** $J(0;2;1)$. **C.** $M(-1;2;0)$. **D.** $K(2;0;-1)$.

Câu 12: Cho số phức $z = 1 + 2i$. Phần ảo của số phức $2z - 3i$ bằng

A. 1. **B.** i. **C.** 2. **D.** $-i$.

Câu 13: Cho khối hộp chữ nhật có chiều cao bằng 3 và đáy là hình vuông cạnh bằng 4. Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

A. 12. **B.** 48. **C.** 36. **D.** 24.

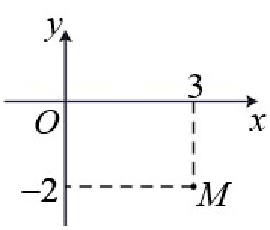
Câu 14: Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 2$ và chiều cao $h = 3$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** 12. **D.** 6.

Câu 15: Cho mặt cầu có diện tích bằng 24π. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

A. $3\sqrt{2}$. **B.** 3. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{6}$.

Câu 16: Cho số phức *z* có biểu diễn hình học là điểm *M* trong hình vẽ. Tìm số phức liên hợp của số phức *z*.



A. $\overline{z} = 2 + 3i$. **B.** $\overline{z} = 3 + 2i$. **C.** $\overline{z} = 3 - 2i$. **D.** $\overline{z} = -2 - 3i$.

Câu 17: Cho khối trụ có đường kính đáy bằng 6 và khoảng cách giữa hai đáy bằng 5. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 180π. **B.** 15π. **C.** 45π. **D.** 60π.

Câu 18: Trong không gian *Oxyz*, cho ba điểm $M(0;2;0)$, $N(1;0;0)$ và $P(0;0;3)$. Phương trình mặt phẳng (MNP) là

A. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 0$. **B.** $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$.
C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1$. **D.** $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 0$.

Câu 19: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-2		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	‖	$+$	0	$+$	

Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 20: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2x+4}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=\dfrac{1}{2}$. **B.** $y=\dfrac{1}{4}$. **C.** $y=0$. **D.** $y=-2$.

Câu 21: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\dfrac{1}{3}\right)^{4x+1}<9$ là

A. $\left(\dfrac{3}{4};+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;-\dfrac{3}{4}\right)$. **C.** $\left(-\infty;\dfrac{3}{4}\right)$. **D.** $\left(-\dfrac{3}{4};+\infty\right)$.

Câu 22: Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm ba chữ số đôi một khác nhau?

A. A_5^3. **B.** C_5^3. **C.** $5!$. **D.** 5^3.

Câu 23: Cho $\int f(x)\mathrm{d}x=x^{2023}+C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $f(x)=2023.x^{2022}$. **B.** $f(x)=\dfrac{x^{2024}}{2024}$.

C. $f(x)=2023.x^{2024}$. **D.** $f(x)=\dfrac{x^{2024}}{2023}$.

Câu 24: Biết $F(x)=x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int\limits_1^2\left[2+f(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 3. **B.** $\dfrac{13}{3}$. **C.** 5. **D.** $\dfrac{7}{3}$.

Câu 25: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin(3x-1)$ là

A. $\int\sin(3x-1)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{3}\cos(3x-1)+C$.

B. $\int\sin(3x-1)\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{3}\cos(3x-1)+C$.

C. $\int\sin(3x-1)\mathrm{d}x=3\cos(3x-1)+C$.

D. $\int\sin(3x-1)\mathrm{d}x=-\cos(3x-1)+C$.

Câu 26: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	4	↗	5	↘	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng

A. $(4;5)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 27: Giá trị cực tiểu của hàm số $y=x^4-2x^2+3$ bằng

A. -1. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 28: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_{\sqrt{2}}\left(a^2\right)$ bằng

A. $\log_2 a$. **B.** $\dfrac{1}{4}\log_2 a$. **C.** $4\log_2 a$. **D.** $1+\log_2 a$.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai vectơ $\vec{a}=(-1;0;1)$ và $\vec{b}=(1;0;0)$ bằng

A. 45^o. **B.** 30^o. **C.** 60^o. **D.** 135^o.

Note

Note

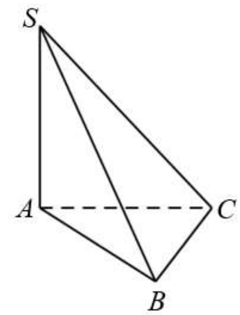
Câu 30: Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x - x^2$ và $y = 0$ quanh trục Ox bằng

A. $\dfrac{\pi}{30}$. **B.** $\dfrac{1}{30}$. **C.** $\dfrac{1}{6}$. **D.** $\dfrac{\pi}{6}$.

Câu 31: Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 35$ trên đoạn $[0;4]$. Tính $M + m$.

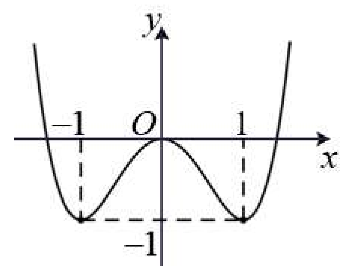
A. $M + m = 48$. **B.** $M + m = 55$. **C.** $M + m = 50$. **D.** $M + m = 43$.

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại C, $AC = 2a$, $BC = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{15}$ (tham khảo hình vẽ). Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng



A. 30°. **B.** 90°. **C.** 45°. **D.** 60°.

Câu 33: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Phương trình $2f(x) + 1 = 0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $(-1;1)$?



A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 34: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x+1)(x-1)^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 35: Một hộp chứa 17 quả cầu gồm 7 quả cầu màu trắng được đánh số từ 1 đến 7 và 10 quả cầu màu đen được đánh số từ 1 đến 10. Lấy ngẫu nhiên hai quả cầu từ hộp đó, xác suất để lấy được hai quả cầu khác màu đồng thời tích hai số ghi trên chúng là số lẻ bằng

A. $\dfrac{2}{7}$. **B.** $\dfrac{5}{34}$. **C.** $\dfrac{9}{34}$. **D.** $\dfrac{18}{35}$.

Câu 36: Gọi x_1, x_2 với $x_1 < x_2$ là các nghiệm của phương trình $3.9^x - 28.3^x + 9 = 0$. Giá trị của biểu thức $2x_1 + 3x_2$ bằng

A. 4. **B.** 1. **C.** 19. **D.** 12.

Câu 37: Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z - 2 - i| = |\overline{z} + 2i|$ là đường thẳng có phương trình

A. $x - 2y - 1 = 0$. **B.** $4x - 2y + 1 = 0$.

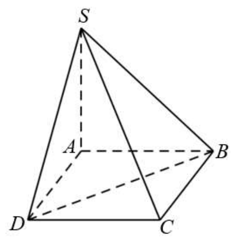
C. $4x - 2y - 1 = 0$. **D.** $x - 2y - 9 = 0$.

Note

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;-2;1)$, $B(-1;3;3)$ và $C(2;-4;2)$. Đường thẳng d đi qua điểm A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x=-1+9t \\ y=2+4t \\ z=-1-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+9t \\ y=-2+4t \\ z=1-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+9t \\ y=-2-4t \\ z=1-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=9+t \\ y=4-2t \\ z=-1+t \end{cases}$.

Câu 39: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $ABCD$, $AB=2a$ và $AD=a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA=3a$. Khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SBD) bằng



A. $\frac{7a}{6}$. **B.** $\frac{4a}{3}$. **C.** $\frac{3a}{4}$. **D.** $\frac{6a}{7}$.

Câu 40: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\log_2(x^2-5x+4)+\log_5(x-4)<1-\log_{\frac{1}{2}}(5x-5)$?

A. 5. **B.** 7. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 41: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x)$, $G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $2F(0)+G(0)=-7$ và $2F(9)+G(9)=20$. Khi đó, $\int_2^5 f(3x-6)\,dx$ bằng

A. 3. **B.** 27. **C.** 6. **D.** 9.

Câu 42: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2023;2023]$ để hàm số $y=\frac{1}{4}x^4+mx-\frac{3}{2x}$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$?

A. 2026. **B.** 2024. **C.** 2022. **D.** 2020.

Câu 43: Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1+2+3i|=1$ và $|z_2-1+i|=|z_2-2|$. Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|z_1-z_2|+|z_2-2+2i|$.

A. $\sqrt{29}-1$. **B.** $\sqrt{29}+1$. **C.** $\sqrt{17}+1$. **D.** $\sqrt{17}-1$.

Câu 44: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $BA=BC=a$. Biết góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 60°, thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{6}a^3$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{18}a^3$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{3}a^3$.

Câu 45: Cho hàm số $f(x)$ xác định và có đạo hàm trên khoảng $(0;+\infty)$ thỏa mãn $f(1)=\frac{4}{e}$ và $(x+1)f(x)+xf'(x)=(2x+1)e^{-x}$ với mọi $x>0$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y=e^x f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=1$, $x=2$ bằng

A. $\frac{5}{2}-2\ln 2$. **B.** $4-2\ln 2$. **C.** $\frac{5}{2}+2\ln 2$. **D.** $4+2\ln 2$.

Note

Câu 46: Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2-2z+1-m=0$ (m là tham số thực). Gọi S là tập hợp tất cả giá trị của m để phương trình đã cho có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0|=2$. Tổng các phần tử của S bằng

A. 7. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 47: Trong không gian *Oxyz*, gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z}{-1}$ và cắt các trục *Ox*, *Oy* lần lượt tại *A*, *B* sao cho đường thẳng *AB* vuông góc với *d*. Khoảng cách từ điểm $N(5;-2;1)$ đến (P) bằng

A. $\dfrac{7\sqrt{30}}{15}$. **B.** $\dfrac{2\sqrt{30}}{15}$. **C.** $\dfrac{6\sqrt{30}}{15}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{30}}{15}$.

Câu 48: Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn $\log_2\dfrac{x+y+2}{x^2+y^2+6}\ge x(x-4)+y(y-4)-4$?

A. 37. **B.** 41. **C.** 43. **D.** 31.

Câu 49: Cho hình nón có thiết diện qua đỉnh *S* là tam giác *SAB* vuông tại *S* (*A*, *B* thuộc đường tròn đáy). Biết tam giác *SAB* có bán kính đường tròn nội tiếp bằng $2(\sqrt{2}-1)$ và đường cao *SO* của hình nón tạo với mặt phẳng (SAB) một góc 30°. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. $2\sqrt{10}\pi$. **B.** $2\sqrt{5}\pi$. **C.** $4\sqrt{10}\pi$. **D.** $\sqrt{15}\pi$.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-1)^2+z^2=4$ và hai điểm $A(1;2;4)$, $B(0;0;1)$. Mặt phẳng $(\alpha):ax+by+cz+3=0$ đi qua *A*, *B* và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính $T=a+b+c$.

A. $T=\dfrac{27}{4}$. **B.** $T=\dfrac{33}{5}$. **C.** $T=-\dfrac{3}{4}$. **D.** $T=\dfrac{31}{5}$.

----- HẾT -----

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT - SỐ 07

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

HƯỚNG DẪN CHI TIẾT

Câu 1. Số phức $z=4-2i$ có môđun bằng

A. $2\sqrt{5}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{6}$.

Lời giải

Môđun của số phức $z=4-2i$ là $|z|=|4-2i|=\sqrt{4^2+(-2)^2}=2\sqrt{5}$.■

Câu 2. Đạo hàm của hàm số $y=13^x$ là

A. $y'=x.13^{x-1}$. **B.** $y'=13^x.\ln 13$. **C.** $y'=13^x$. **D.** $y'=\dfrac{13^x}{\ln 13}$.

Lời giải

Đạo hàm của hàm số $y=13^x$ là $y'=13^x.\ln 13$.■

Câu 3. Tập xác định D của hàm số $y=x^{\frac{1}{3}}$ là

A. $D=[0;+\infty)$. **B.** $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **C.** $D=\mathbb{R}$. **D.** $D=(0;+\infty)$.

Lời giải

Vì $\dfrac{1}{3}$ là số không nguyên nên hàm số $y=x^{\frac{1}{3}}$ xác định khi $x>0$.

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $D=(0;+\infty)$.■

Câu 4. Nghiệm của phương trình $\log_3(x-1)=2$ là

A. $x=7$. **B.** $x=10$. **C.** $x=9$. **D.** $x=6$.

Lời giải

Ta có: $\log_3(x-1)=2$

$\Leftrightarrow x-1=3^2$

$\Leftrightarrow x=10.$

Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x=10$.■

Câu 5. Cho cấp số nhân (u_n) biết $u_1=2$ và $u_2=6$. Giá trị của u_3 bằng

A. 10. **B.** 12. **C.** 18. **D.** 16.

Lời giải

Công bội của cấp số nhân là $q=\dfrac{u_2}{u_1}=\dfrac{6}{2}=3$.

Vậy $u_3=u_2.q=6.3=18$.■

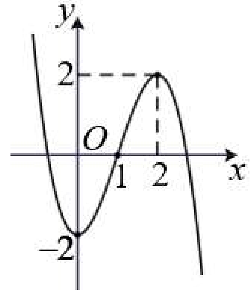
Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=2-t\\y=1+2t\\z=t\end{cases}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_1}=(2;1;0)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(2;1;1)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(-1;2;1)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(-1;2;0)$.

Lời giải

Vectơ chỉ phương của d là $\overrightarrow{u_3}=(-1;2;1)$.■

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là



A. $(-2;0)$. **B.** $(1;0)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(0;-2)$.

Lời giải

Đồ thị hàm số đã cho cắt trục tung Oy tại điểm có tọa độ là $(0;-2)$.■

Câu 8. Nếu $\int_2^5 f(x)\mathrm{d}x=3$ thì $\int_5^2 2f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. -6. **B.** 6. **C.** 5. **D.** -5.

Lời giải

Ta có: $\int_5^2 2f(x)\mathrm{d}x=-\int_2^5 2f(x)\mathrm{d}x=-2\int_2^5 f(x)\mathrm{d}x=-2.3=-6$.■

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(2;-3;0)$ và bán kính $R=2$. Phương trình của mặt cầu (S) là

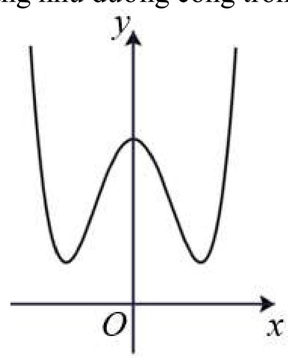
A. $(x-2)^2+(y+3)^2+z^2=4$. **B.** $(x-2)^2+(y+3)^2+z^2=2$.

C. $(x+2)^2+(y-3)^2+z^2=4$. **D.** $(x+2)^2+(y-3)^2+z^2=2$.

Lời giải

Phương trình của mặt cầu (S) là $(x-2)^2+(y+3)^2+z^2=4$.■

Câu 10. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



A. $y=x^3-3x^2+3$. **B.** $y=x^4-3x^2+3$. **C.** $y=-x^4+3x^2+3$. **D.** $y=-x^3-3x^2+3$.

Lời giải

Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số có dạng $y=ax^4+bx^2+c$ với $a>0$.

Vậy hàm số đó là $y=x^4-3x^2+3$.■

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (Oxy)?

A. $N(0;0;1)$. **B.** $J(0;2;1)$. **C.** $M(-1;2;0)$. **D.** $K(2;0;-1)$.

Lời giải

Mặt phẳng (Oxy) có phương trình là $z=0$.

Vậy $M(-1;2;0)$ thuộc mặt phẳng (Oxy).■

Câu 12. Cho số phức $z=1+2i$. Phần ảo của số phức $2z-3i$ bằng

A. 1. **B.** i. **C.** 2. **D.** $-i$.

Lời giải

Ta có: $2z-3i=2(1+2i)-3i=2+4i-3i=2+i$.

Vậy phần ảo của số phức $2z-3i$ bằng 1.■

Câu 13. Cho khối hộp chữ nhật có chiều cao bằng 3 và đáy là hình vuông cạnh bằng 4. Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

A. 12. **B.** 48. **C.** 36. **D.** 24.

Lời giải

Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng $3.4.4=48$.■

Câu 14. Cho khối chóp có diện tích đáy $B=2$ và chiều cao $h=3$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** 12. **D.** 6.

Lời giải

Thể tích của khối chóp đã cho là $V=\dfrac{1}{3}Bh=\dfrac{1}{3}.2.3=2$.■

Câu 15. Cho mặt cầu có diện tích bằng 24π. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

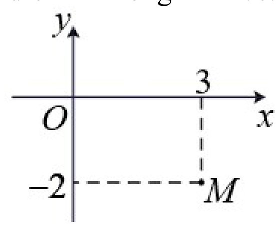
A. $3\sqrt{2}$. **B.** 3. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{6}$.

Lời giải

Mặt cầu bán kính r có diện tích là $S=4\pi r^2$, suy ra $4\pi r^2=24\pi$.

Vậy $r=\sqrt{6}$.■

Câu 16. Cho số phức z có biểu diễn hình học là điểm M trong hình vẽ. Tìm số phức liên hợp của số phức z.



A. $\overline{z}=2+3i$. **B.** $\overline{z}=3+2i$. **C.** $\overline{z}=3-2i$. **D.** $\overline{z}=-2-3i$.

Lời giải

Theo hình vẽ, ta có: $M(3;-2)$, suy ra: $z=3-2i$.

Vậy $\overline{z}=3+2i$.■

Câu 17. Cho khối trụ có đường kính đáy bằng 6 và khoảng cách giữa hai đáy bằng 5. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 180π. **B.** 15π. **C.** 45π. **D.** 60π.

Lời giải

Thể tích của khối trụ đã cho là $V=\pi r^2h=\pi.\left(\dfrac{6}{2}\right)^2.5=45\pi$.■

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(0;2;0)$, $N(1;0;0)$ và $P(0;0;3)$. Phương trình mặt phẳng (MNP) là

A. $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=0$. **B.** $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=1$. **C.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{3}=1$. **D.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{3}=0$.

Lời giải

Ta có: $N(1;0;0)\in Ox$, $M(0;2;0)\in Oy$ và $P(0;0;3)\in Oz$.

Phương trình mặt phẳng (MNP) theo đoạn chắn là $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=1$.■

Câu 19. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-2		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	‖	$+$	0	$+$	

Hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Vì hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ nên ta có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$+$	
$f(x)$		$\searrow$	$f(-2)$	$\nearrow$	$f(1)$	$\searrow$	$f(2)$		$\nearrow$		

Vậy hàm số $y=f\left(x\right)$ có 3 điểm cực trị.■

Câu 20. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2x+4}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=\dfrac{1}{2}$. **B.** $y=\dfrac{1}{4}$. **C.** $y=0$. **D.** $y=-2$.

Lời giải

Vì $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{1}{2x+4}=0$ nên đường thẳng $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2x-4}$.■

Câu 21. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\dfrac{1}{3}\right)^{4x+1}<9$ là

A. $\left(\dfrac{3}{4};+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;-\dfrac{3}{4}\right)$. **C.** $\left(-\infty;\dfrac{3}{4}\right)$. **D.** $\left(-\dfrac{3}{4};+\infty\right)$.

Lời giải

Ta có: $\left(\dfrac{1}{3}\right)^{4x+1}<9\Leftrightarrow 3^{-4x-1}<3^2\Leftrightarrow -4x-1<2\Leftrightarrow x>-\dfrac{3}{4}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $\left(-\dfrac{3}{4};+\infty\right)$.■

Câu 22. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm ba chữ số đôi một khác nhau?

A. A_5^3. **B.** C_5^3. **C.** $5!$. **D.** 5^3.

Lời giải

Mỗi số lập được là một chỉnh hợp chập 3 của 5 chữ số đã cho.

Vậy có thể lập được A_5^3 số.■

Câu 23. Cho $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=x^{2023}+C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $f\left(x\right)=2023.x^{2022}$. **B.** $f\left(x\right)=\dfrac{x^{2024}}{2024}$. **C.** $f\left(x\right)=2023.x^{2024}$. **D.** $f\left(x\right)=\dfrac{x^{2024}}{2023}$.

Lời giải

Ta có: $f\left(x\right)=\left(x^{2023}\right)'=2023.x^{2022}$.■

Câu 24. Biết $F\left(x\right)=x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int\limits_1^2\left[2+f\left(x\right)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 3. **B.** $\dfrac{13}{3}$. **C.** 5. **D.** $\dfrac{7}{3}$.

Lời giải

Ta có: $\int\limits_1^2\left[2+f\left(x\right)\right]\mathrm{d}x=\left(2x+x^2\right)\Big|_1^2=8-3=5$.■

Câu 25. Họ nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\sin\left(3x-1\right)$ là

A. $\int\sin\left(3x-1\right)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{3}\cos\left(3x-1\right)+C$. **B.** $\int\sin\left(3x-1\right)\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{3}\cos\left(3x-1\right)+C$.

C. $\int\sin\left(3x-1\right)\mathrm{d}x=3\cos\left(3x-1\right)+C$. **D.** $\int\sin\left(3x-1\right)\mathrm{d}x=-\cos\left(3x-1\right)+C$.

Lời giải

Ta có: $\int \sin(3x-1)\,dx = -\frac{1}{3}\cos(3x-1)+C$.■

Câu 26. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	4	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng

A. $(4;5)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0;1)$.■

Câu 27. Giá trị cực tiểu của hàm số $y=x^4-2x^2+3$ bằng

A. -1. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Ta có: $y'=4x^3-4x$, $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 1 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	3	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng 2.■

Câu 28. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_{\sqrt{2}}(a^2)$ bằng

A. $\log_2 a$. **B.** $\frac{1}{4}\log_2 a$. **C.** $4\log_2 a$. **D.** $1+\log_2 a$.

Lời giải

Ta có: $\log_{\sqrt{2}}(a^2)=\log_{2^{\frac{1}{2}}}(a^2)=2\log_{2^{\frac{1}{2}}} a = 2.2\log_2 a = 4\log_2 a$.■

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai vectơ $\vec{a}=(-1;0;1)$ và $\vec{b}=(1;0;0)$ bằng

A. 45^o. **B.** 30^o. **C.** 60^o. **D.** 135^o.

Lời giải

Ta có: $\cos(\vec{a},\vec{b})=\frac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{a}|.|\vec{b}|}=\frac{-1.1+0.0+1.0}{\sqrt{(-1)^2+0^2+1^2}.\sqrt{1^2+0^2+0^2}}=\frac{-1}{\sqrt{2}}$.

Vậy $(\vec{a},\vec{b})=135^\circ$.■

Câu 30. Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=x-x^2$ và $y=0$ quanh trục Ox bằng

A. $\frac{\pi}{30}$. **B.** $\frac{1}{30}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{\pi}{6}$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường $y=x-x^2$ và $y=0$ là: $x-x^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \end{array}\right.$.

Thể tích khối tròn xoay thu được là: $V=\pi\int_0^1 (x-x^2)^2\,dx=\pi\int_0^1 (x^2-2x^3+x^4)\,dx$

$=\pi\left(\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{x^4}{2}+\dfrac{x^5}{5}\right)\Bigg|_0^1=\dfrac{\pi}{30}$.■

Câu 31. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x^2-9x+35$ trên đoạn $[0;4]$. Tính $M+m$.

A. $M+m=48$. **B.** $M+m=55$. **C.** $M+m=50$. **D.** $M+m=43$.

Lời giải

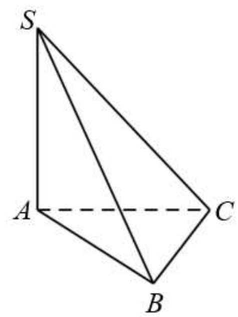
Ta có: $y'=3x^2-6x-9$, $y'=0\Leftrightarrow 3x^2-6x-9=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\x=-1\notin[0;4]\end{array}\right.$.

Trên đoạn $[0;4]$, ta có: $y(0)=35$, $y(4)=15$, $y(3)=8$.

Suy ra: $M=\max\limits_{[0;4]}y=35$ và $m=\min\limits_{[0;4]}y=8$.

Vậy $M+m=35+8=43$.■

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại C, $AC=2a$, $BC=a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a\sqrt{15}$ (tham khảo hình vẽ). Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng



A. 30°. **B.** 90°. **C.** 45°. **D.** 60°.

Lời giải

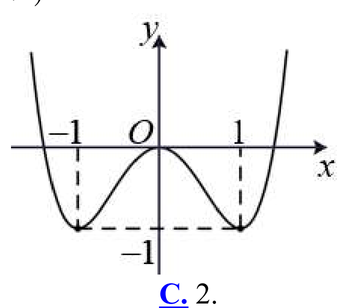
Vì AB là hình chiếu vuông góc của SB lên mặt phẳng (ABC) nên góc $\widehat{SBA}$ là góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC).

Xét tam giác ABC vuông tại C, ta có: $AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{(2a)^2+a^2}=\sqrt{5a^2}=a\sqrt{5}$.

Xét tam giác SAB vuông tại A, ta có: $\tan\widehat{SBA}=\dfrac{SA}{AB}=\dfrac{a\sqrt{15}}{a\sqrt{5}}=\sqrt{3}$.

Vậy $\widehat{SBA}=60^\circ$.■

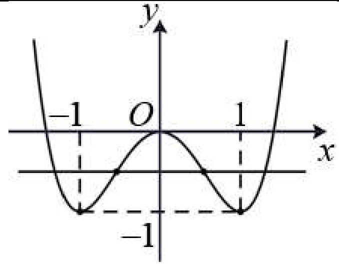
Câu 33. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Phương trình $2f(x)+1=0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $(-1;1)$?



A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Ta có: $2f(x)+1=0\Leftrightarrow f(x)=-\dfrac{1}{2}$.



Đường thẳng $y=-\dfrac{1}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ tại 4 điểm phân biệt, trong đó chỉ có 2 điểm có hoành độ thuộc khoảng $\left(-1;1\right)$.

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm thuộc khoảng $\left(-1;1\right)$.■

Câu 34. Cho hàm số $f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)=x\left(x+1\right)\left(x-1\right)^2$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-\infty;-1\right)$. **<u>B.</u>** $\left(-1;0\right)$. **C.** $\left(1;+\infty\right)$. **D.** $\left(0;1\right)$.

Lời giải

Ta có: $f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow x\left(x+1\right)\left(x-1\right)^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-1\\x=1\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	
$f(x)$		↗		↘		↗		↗	

Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $\left(-1;0\right)$.■

Câu 35. Một hộp chứa 17 quả cầu gồm 7 quả cầu màu trắng được đánh số từ 1 đến 7 và 10 quả cầu màu đen được đánh số từ 1 đến 10. Lấy ngẫu nhiên hai quả cầu từ hộp đó, xác suất để lấy được hai quả cầu khác màu đồng thời tích hai số ghi trên chúng là số lẻ bằng

A. $\dfrac{2}{7}$. **<u>B.</u>** $\dfrac{5}{34}$. **C.** $\dfrac{9}{34}$. **D.** $\dfrac{18}{35}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là $n\left(\Omega\right)=C_{17}^2=136$.

Để tích hai số ghi trên hai quả cầu là số lẻ thì hai quả cầu đó đều phải được đánh số lẻ.
Trong 7 quả cầu trắng, có 4 quả cầu được đánh số lẻ.
Trong 10 quả cầu đen, có 5 quả cầu được đánh số lẻ.
Gọi A là biến cố: "lấy được hai quả cầu khác màu đồng thời tích hai số ghi trên chúng là số lẻ", ta có: $n\left(A\right)=C_4^1.C_5^1=20$.

Vậy $P\left(A\right)=\dfrac{n\left(A\right)}{n\left(\Omega\right)}=\dfrac{20}{136}=\dfrac{5}{34}$.■

Câu 36. Gọi x_1,x_2 với $x_1<x_2$ là các nghiệm của phương trình $3.9^x-28.3^x+9=0$. Giá trị của biểu thức $2x_1+3x_2$ bằng

<u>A.</u> 4. **B.** 1. **C.** 19. **D.** 12.

Lời giải

Ta có: $3.9^x-28.3^x+9=0\Leftrightarrow 3.\left(3^x\right)^2-28.3^x+9=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3^x=9\\3^x=\dfrac{1}{3}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=-1\end{array}\right.$.

Vì $x_1<x_2$ nên $x_1=-1$, $x_2=2$. Vậy $2x_1+3x_2=2.\left(-1\right)+3.2=4$.■

Câu 37. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z-2-i|=|\overline{z}+2i|$ là đường thẳng có phương trình

A. $x-2y-1=0$. **B.** $4x-2y+1=0$. **C.** $4x-2y-1=0$. **D.** $x-2y-9=0$.

Lời giải

Đặt $z=x+yi\ (x,y\in\mathbb{R})$, ta có: $|x+yi-2-i|=|x-yi+2i|$

$\Leftrightarrow \sqrt{(x-2)^2+(y-1)^2}=\sqrt{x^2+(2-y)^2} \Leftrightarrow (x-2)^2+(y-1)^2=x^2+(2-y)^2$

$\Leftrightarrow x^2-4x+4+y^2-2y+1=x^2+4-4y+y^2 \Leftrightarrow 4x-2y-1=0$.

Vậy tập hợp điểm biểu diễn các số phức z là đường thẳng có phương trình $4x-2y-1=0$.■

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;-2;1)$, $B(-1;3;3)$ và $C(2;-4;2)$. Đường thẳng d đi qua điểm A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình tham số là

A. $\begin{cases}x=-1+9t\\y=2+4t\\z=-1-t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+9t\\y=-2+4t\\z=1-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+9t\\y=-2-4t\\z=1-t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=9+t\\y=4-2t\\z=-1+t\end{cases}$.

Lời giải

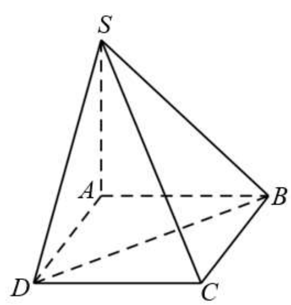
Ta có: $\overrightarrow{AB}=(-2;5;2)$, $\overrightarrow{AC}=(1;-2;1)$, suy ra: $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(9;4;-1)$.

Do đó, mặt phẳng (ABC) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(9;4;-1)$.

Vì $d\perp(ABC)$ nên d nhận $\vec{n}=(9;4;-1)$ làm vectơ chỉ phương.

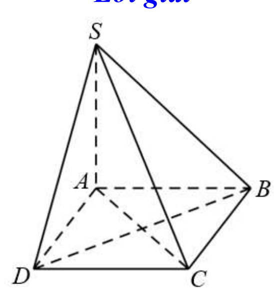
Vậy phương trình tham số của đường thẳng d là: $\begin{cases}x=1+9t\\y=-2+4t\\z=1-t\end{cases}$.■

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $ABCD$, $AB=2a$ và $AD=a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA=3a$. Khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SBD) bằng



A. $\frac{7a}{6}$. **B.** $\frac{4a}{3}$. **C.** $\frac{3a}{4}$. **D.** $\frac{6a}{7}$.

Lời giải



Vì đường thẳng AC cắt mặt phẳng (SBD) tại trung điểm của đoạn thẳng AC nên $d(C,(SBD))=d(A,(SBD))=h$.

Xét tứ diện $ASBD$ có ba cạnh AS, AB, AD đôi một vuông góc, ta có:

$\frac{1}{h^2}=\frac{1}{AS^2}+\frac{1}{AB^2}+\frac{1}{AD^2}=\frac{1}{(3a)^2}+\frac{1}{(2a)^2}+\frac{1}{a^2}=\frac{49}{36a^2}$. Suy ra: $h=\frac{6a}{7}$.

Vậy $d\left(C,\left(SBD\right)\right)=\frac{6a}{7}$.■

Câu 40. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\log_2\left(x^2-5x+4\right)+\log_5\left(x-4\right)<1-\log_{\frac{1}{2}}\left(5x-5\right)$?

A. 5. **B.** 7. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải

Điều kiện: $\begin{cases} x^2-5x+4>0 \\ x-4>0 \\ 5x-5>0 \end{cases} \Leftrightarrow x>4$.

Với điều kiện trên, ta có: $\log_2\left(x^2-5x+4\right)+\log_5\left(x-4\right)<1-\log_{\frac{1}{2}}\left(5x-5\right)$

$\Leftrightarrow \log_2\left[(x-4)(x-1)\right]+\log_5(x-4)<1+\log_2\left[5(x-1)\right]$

$\Leftrightarrow \log_2(x-4)+\log_2(x-1)+\log_5(x-4)<1+\log_2 5+\log_2(x-1)$

$\Leftrightarrow \log_2(x-4)+\log_5(x-4)<1+\log_2 5 \Leftrightarrow \log_2(x-4)(1+\log_5 2)<1+\log_2 5$

$\Leftrightarrow \log_2(x-4)<\frac{1+\log_2 5}{1+\log_5 2} \Leftrightarrow \log_2(x-4)<\frac{\log_2 10}{\log_5 10} \Leftrightarrow \log_2(x-4)<\log_2 5 \Leftrightarrow x-4<5$

$\Leftrightarrow x<9$

So lại với điều kiện, ta được: $4<x<9$, mà $x\in\mathbb{Z}$ nên $x\in\{5;6;7;8\}$.

Vậy có 4 số nguyên x thỏa đề bài.■

Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x)$, $G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $2F(0)+G(0)=-7$ và $2F(9)+G(9)=20$. Khi đó, $\int_2^5 f(3x-6)\mathrm{d}x$ bằng

A. 3. **B.** 27. **C.** 6. **D.** 9.

Lời giải

Vì $F(x)$, $G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ nên $G(x)=F(x)+C$ với C là một hằng số.

Ta có:

$\begin{cases} 2F(0)+G(0)=-7 \\ 2F(9)+G(9)=20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2F(0)+F(0)+C=-7 \\ 2F(9)+F(9)+C=20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3F(0)+C=-7 \\ 3F(9)+C=20 \end{cases} \Rightarrow 3\left[F(9)-F(0)\right]=27$

$\Rightarrow F(9)-F(0)=9$.

Vậy $\int_2^5 f(3x-6)\mathrm{d}x=\frac{1}{3}F(3x-6)\Big|_2^5=\frac{1}{3}\left[F(9)-F(0)\right]=\frac{1}{3}.9=3$.■

Câu 42. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2023;2023]$ để hàm số $y=\frac{1}{4}x^4+mx-\frac{3}{2x}$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$?

A. 2026. **B.** 2024. **C.** 2022. **D.** 2020.

Lời giải

Ta có: $y'=x^3+m+\frac{3}{2x^2}$.

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$ khi và chỉ khi $y'\ge 0,\ \forall x\in(0;+\infty)$

$\Leftrightarrow x^3+m+\frac{3}{2x^2}\ge 0,\ \forall x\in(0;+\infty)$

$\Leftrightarrow x^3+\frac{3}{2x^2}\ge -m,\ \forall x\in(0;+\infty)$.

Đặt $f(x)=x^3+\dfrac{3}{2x^2}$ với $x\in(0;+\infty)$, ta có: $f'(x)=3x^2-\dfrac{3}{x^3}$, $f'(x)=0\Leftrightarrow 3x^2-\dfrac{3}{x^3}=0\Leftrightarrow x=1$.

Bảng biến thiên:

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\searrow$	$\dfrac{5}{2}$	$\nearrow$	

Do đó: $f(x)\ge -m,\ \forall x\in(0;+\infty)\Leftrightarrow \dfrac{5}{2}\ge -m\Leftrightarrow m\ge -\dfrac{5}{2}$.

Vì $m\in\mathbb{Z}$ và $m\in[-2023;2023]$ nên $m\in\{-2;-1;0;1;2;3;...;2022;2023\}$.

Vậy có tất cả 2026 giá trị của tham số *m* thỏa đề bài.■

Câu 43. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1+2+3i|=1$ và $|z_2-1+i|=|z_2-2|$. Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|z_1-z_2|+|z_2-2+2i|$.

A. $\sqrt{29}-1$. **B.** $\sqrt{29}+1$. **C.** $\sqrt{17}+1$. **D.** $\sqrt{17}-1$.

Lời giải

Đặt $z_1=x_1+y_1i$ được biểu diễn bởi điểm $M(x_1;y_1)$, $z_2=x_2+y_2i$ được biểu diễn bởi điểm $N(x_2;y_2)$

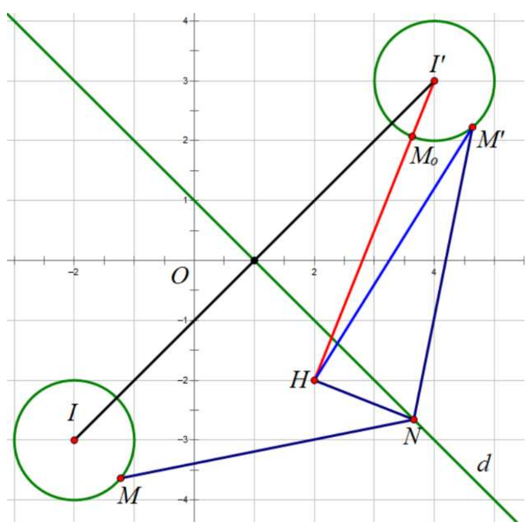
Ta có: $|z_1+2+3i|=1\Leftrightarrow(x_1+2)^2+(y_1+3)^2=1$.

Suy ra, điểm *M* thuộc đường tròn (C) có tâm $I(-2;-3)$ và bán kính $R=1$.

Ta có: $|z_2-1+i|=|z_2-2|\Leftrightarrow(x_2-1)^2+(y_2+1)^2=(x_2-2)^2+y_2^2\Leftrightarrow x_2+y_2-1=0$.

Suy ra, điểm *N* thuộc đường thẳng $d: x+y-1=0$.

Ta có: $P=|z_1-z_2|+|z_2-2+2i|=|z_1-z_2|+|z_2-(2-2i)|=MN+NH$ với $H(2;-2)$ là điểm biểu diễn số phức $2-2i$.



Gọi đường tròn (C') là ảnh của đường tròn (C) qua phép đối xứng trục *d* thì đường tròn (C') có tâm $I'(4;3)$ và bán kính $R'=1$.

Gọi điểm M' là ảnh của điểm *M* qua phép đối xứng trục *d* thì $M'\in(C')$ và $MN=M'N$.

Khi đó, ta có:

$P=MN+NH=M'N+NH\ge M'H\ge M_0H=I'H-R'=\sqrt{(2-4)^2+(-2-3)^2}-1=\sqrt{29}-1$.

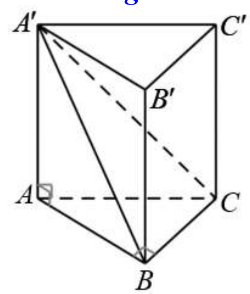
Dấu "=" xảy ra khi $M'\equiv M_0$ hay *M* đối xứng với M_0 qua *d* và $N=M_0H\cap d$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức *P* bằng $\sqrt{29}-1$.■

Câu 44. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $BA = BC = a$. Biết góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 60°, thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{6}a^3$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{18}a^3$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}a^3$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}a^3$.

Lời giải



Ta có: $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BC \perp (A'AB) \Rightarrow BC \perp A'B$.

Do đó: $\begin{cases} (A'BC) \cap (ABC) = BC \\ A'B \subset (A'BC), A'B \perp BC \\ AB \subset (ABC), AB \perp BC \end{cases}$, suy ra góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) là $\widehat{A'BA} = 60^\circ$

.

Xét tam giác $A'BA$ vuông tại A, ta có: $AA' = AB.\tan\widehat{A'BA} = a.\tan 60^\circ = a\sqrt{3}$.

Vậy thể tích của khối lăng trụ đã cho là $V = AA'.S_{ABC} = AA'.\dfrac{1}{2}.BA.BC = a\sqrt{3}.\dfrac{1}{2}.a.a = \dfrac{\sqrt{3}}{2}a^3$.■

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ xác định và có đạo hàm trên khoảng $(0;+\infty)$ thỏa mãn $f(1) = \dfrac{4}{e}$ và $(x+1)f(x) + xf'(x) = (2x+1)e^{-x}$ với mọi $x > 0$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = e^x f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 2$ bằng

A. $\dfrac{5}{2} - 2\ln 2$. **B.** $4 - 2\ln 2$. **C.** $\dfrac{5}{2} + 2\ln 2$. **D.** $4 + 2\ln 2$.

Lời giải

Ta có: $(x+1)f(x) + xf'(x) = (2x+1)e^{-x}$

$\Leftrightarrow (x+1)e^x f(x) + xe^x f'(x) = 2x+1 \Leftrightarrow (xe^x + e^x)f(x) + xe^x f'(x) = 2x+1$

$\Leftrightarrow (xe^x)' f(x) + xe^x f'(x) = 2x+1 \Leftrightarrow \left[xe^x f(x)\right]' = 2x+1$.

Vì $\int (2x+1)\mathrm{d}x = x^2 + x + C$ nên $xe^x f(x) = x^2 + x + C$.

Ta có: $f(1) = \dfrac{4}{e}$, suy ra: $C = e.f(1) - 2 = e.\dfrac{4}{e} - 2 = 2$. Do đó: $e^x f(x) = x + 1 + \dfrac{2}{x}$.

Vậy diện tích hình phẳng cần tìm là:

$$S = \int_1^2 \left|e^x f(x)\right| \mathrm{d}x = \int_1^2 \left|x + 1 + \frac{2}{x}\right| \mathrm{d}x = \int_1^2 \left(x + 1 + \frac{2}{x}\right)\mathrm{d}x = \left.\left(\frac{x^2}{2} + x + 2\ln x\right)\right|_1^2 = \frac{5}{2} + 2\ln 2.■$$

Câu 46. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 2z + 1 - m = 0$ (m là tham số thực). Gọi S là tập hợp tất cả giá trị của m để phương trình đã cho có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0| = 2$. Tổng các phần tử của S bằng

A. 7. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải

Ta có: $\Delta' = (-1)^2 - 1.(1-m) = m$.

+ Trường hợp 1: $\Delta' < 0 \Leftrightarrow m < 0$.

Khi đó, phương trình đã cho có 2 nghiệm phức z_1, z_2 là hai số phức liên hợp và $|z_1| = |z_2| = \sqrt{\dfrac{c}{a}} = \sqrt{1-m}$.

Vì $|z_0| = 2$ nên ta có: $\sqrt{1-m} = 2 \Leftrightarrow 1-m = 4 \Leftrightarrow m = -3$ (nhận).

+ Trường hợp 2: $\Delta' = 0 \Leftrightarrow m = 0$.

Khi đó, phương trình đã cho có duy nhất một nghiệm thực $z = 1$ và $|z| = 1$.

Do đó, $m = 0$ không thỏa đề bài.

+ Trường hợp 3: $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m > 0$.

Khi đó, phương trình đã cho có 2 nghiệm thực phân biệt.

Vì $|z_0| = 2$ nên ta có:

Nếu $z_0 = 2$ thì $2^2 - 2.2 + 1 - m = 0 \Leftrightarrow m = 1$ (nhận).

Nếu $z_0 = -2$ thì $(-2)^2 - 2.(-2) + 1 - m = 0 \Leftrightarrow m = 9$ (nhận).

Vậy $S = \{-3;1;9\}$ và tổng các phần tử của *S* bằng $-3+1+9 = 7$.■

Câu 47. Trong không gian *Oxyz*, gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng $d: \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z}{-1}$ và cắt các trục *Ox*, *Oy* lần lượt tại *A*, *B* sao cho đường thẳng *AB* vuông góc với *d*. Khoảng cách từ điểm $N(5;-2;1)$ đến (P) bằng

A. $\dfrac{7\sqrt{30}}{15}$. **B.** $\dfrac{2\sqrt{30}}{15}$. **C.** $\dfrac{6\sqrt{30}}{15}$. **<u>D.</u>** $\dfrac{\sqrt{30}}{15}$.

Lời giải

Đường thẳng $d: \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z}{-1}$ đi qua điểm $M(2;1;0)$ và có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (1;2;-1)$.

Vì $A \in Ox$, $B \in Oy$ nên $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, suy ra $\overrightarrow{AB} = (-a;b;0)$.

Vì $AB \perp d$ nên $\overrightarrow{AB}.\vec{u} = 0 \Leftrightarrow -a.1 + b.2 + 0.(-1) = 0 \Leftrightarrow a = 2b$.

Suy ra $\overrightarrow{AB} = (-2b;b;0)$ mà $\overrightarrow{AB} \neq \vec{0}$ nên đường thẳng *AB* có vectơ chỉ phương là $\vec{v} = (-2;1;0)$.

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2;1;0)$ và có vectơ pháp tuyến là $[\vec{u},\vec{v}] = (1;2;5)$ nên (P) có phương trình là: $1(x-2) + 2(y-1) + 5(z-0) = 0 \Leftrightarrow x + 2y + 5z - 4 = 0$

Vậy $d(N,(P)) = \dfrac{|5 + 2.(-2) + 5.1 - 4|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 5^2}} = \dfrac{\sqrt{30}}{15}$.■

Câu 48. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn $\log_2 \dfrac{x+y+2}{x^2+y^2+6} \geq x(x-4) + y(y-4) - 4$?

<u>A.</u> 37. **B.** 41. **C.** 43. **D.** 31.

Lời giải

Điều kiện: $x + y + 2 > 0$.

Với điều kiện trên, ta có: $\log_2 \dfrac{x+y+2}{x^2+y^2+6} \geq x(x-4) + y(y-4) - 4$

$\Leftrightarrow \log_2(x+y+2) - \log_2(x^2+y^2+6) \geq x^2 - 4x + y^2 - 4y - 4$

$\Leftrightarrow \log_2(x+y+2) + 4x + 4y + 4 \geq \log_2(x^2+y^2+6) + x^2 + y^2$

$\Leftrightarrow \log_2(x+y+2) + 4(x+y+2) + 2 \geq \log_2(x^2+y^2+6) + x^2 + y^2 + 6$

$\Leftrightarrow \log_2[4(x+y+2)] + 4(x+y+2) \geq \log_2(x^2+y^2+6) + x^2 + y^2 + 6$.

Xét hàm số $f(t) = \log_2 t + t$ với $t > 0$, ta có: $f'(t) = \dfrac{1}{t.\ln 2} + 1 > 0,\ \forall t > 0$.

Do đó, hàm số $f(t) = \log_2 t + t$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Suy ra: $f\left(4\left(x+y+2\right)\right)\geq f\left(x^2+y^2+6\right)\Leftrightarrow 4\left(x+y+2\right)\geq x^2+y^2+6$ (thỏa điều kiện $x+y+2>0$)

$\Leftrightarrow\left(x-2\right)^2+\left(y-2\right)^2\leq 10$.

Ta có: $\begin{cases}\left(x-2\right)^2\leq 10\\ x\in\mathbb{Z}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2-\sqrt{10}\leq x\leq 2+\sqrt{10}\\ x\in\mathbb{Z}\end{cases}\Leftrightarrow x\in\left\{-1;0;1;2;3;4;5\right\}$.

Với $x=-1,\ x=5$ thì: $\begin{cases}9+\left(y-2\right)^2\leq 10\\ y\in\mathbb{Z}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1\leq y\leq 3\\ y\in\mathbb{Z}\end{cases}\Leftrightarrow y\in\left\{1;2;3\right\}$,

suy ra có 6 cặp số nguyên $\left(x;y\right)$.

Với $x=0,\ x=4$ thì: $\begin{cases}4+\left(y-2\right)^2\leq 10\\ y\in\mathbb{Z}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2-\sqrt{6}\leq y\leq 2+\sqrt{6}\\ y\in\mathbb{Z}\end{cases}\Leftrightarrow y\in\left\{0;1;2;3;4\right\}$,

suy ra có 10 cặp số nguyên $\left(x;y\right)$.

Với $x=1,\ x=3$ thì: $\begin{cases}1+\left(y-2\right)^2\leq 10\\ y\in\mathbb{Z}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-1\leq y\leq 5\\ y\in\mathbb{Z}\end{cases}\Leftrightarrow y\in\left\{-1;0;1;2;3;4;5\right\}$,

suy ra có 14 cặp số nguyên $\left(x;y\right)$.

Với $x=2$ thì: $\begin{cases}0+\left(y-2\right)^2\leq 10\\ y\in\mathbb{Z}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2-\sqrt{10}\leq y\leq 2+\sqrt{10}\\ y\in\mathbb{Z}\end{cases}\Leftrightarrow y\in\left\{-1;0;1;2;3;4;5\right\}$,

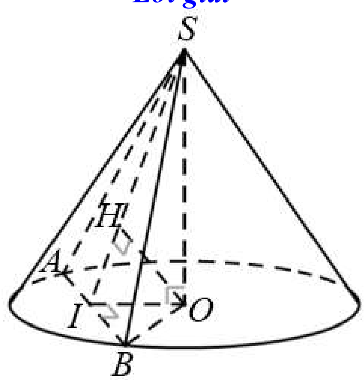
suy ra có 7 cặp số nguyên $\left(x;y\right)$.

Vậy có tất cả $6+10+14+7=37$ cặp số nguyên $\left(x;y\right)$ thỏa đề bài.■

Câu 49. Cho hình nón có thiết diện qua đỉnh S là tam giác SAB vuông tại S (A, B thuộc đường tròn đáy). Biết tam giác SAB có bán kính đường tròn nội tiếp bằng $2\left(\sqrt{2}-1\right)$ và đường cao SO của hình nón tạo với mặt phẳng $\left(SAB\right)$ một góc 30°. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. $2\sqrt{10}\pi$. **B.** $2\sqrt{5}\pi$. **C.** $4\sqrt{10}\pi$. **D.** $\sqrt{15}\pi$.

Lời giải



Ta có: $S_{SAB}=\frac{1}{2}.SA.SB=\frac{1}{2}.SA^2$.

Mặt khác: $S_{SAB}=\frac{SA+SB+AB}{2}.2\left(\sqrt{2}-1\right)=\frac{SA+SA+SA.\sqrt{2}}{2}.2\left(\sqrt{2}-1\right)$

$=SA.\left(2+\sqrt{2}\right).\left(\sqrt{2}-1\right)=SA.\sqrt{2}$

Do đó: $\frac{1}{2}.SA^2=SA.\sqrt{2}$, suy ra $SA=2\sqrt{2}$ và $AB=SA.\sqrt{2}=2\sqrt{2}.\sqrt{2}=4$.

Gọi I là trung điểm của AB, suy ra $OI\perp AB$ và $IA=IB=SI=\frac{1}{2}.AB=\frac{1}{2}.4=2$.

Trong mặt phẳng $\left(SOI\right)$, kẻ $OH\perp SI$ tại H.

Ta có: $\begin{cases} AB \perp OI \\ AB \perp SO \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SOI) \Rightarrow AB \perp OH$.

Ta có: $\begin{cases} OH \perp AB \\ OH \perp SI \end{cases} \Rightarrow OH \perp (SAB)$.

Do đó, SH là hình chiếu vuông góc của SO lên mặt phẳng (SAB), suy ra góc giữa SO và (SAB) là góc $\widehat{OSH}$ và $\widehat{OSH} = 30^\circ$ hay $\widehat{OSI} = 30^\circ$.

Xét tam giác SOI vuông tại O, ta có: $OI = SI.\sin\widehat{OSI} = 2.\sin 30^\circ = 1$.

Xét tam giác OIB vuông tại I, ta có: $OB = \sqrt{OI^2 + IB^2} = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$.

Vậy diện tích xung quanh của hình nón đã cho là $S_{xq} = \pi r l = \pi.\sqrt{5}.2\sqrt{2} = 2\sqrt{10}\pi$.■

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 4$ và hai điểm $A(1;2;4)$, $B(0;0;1)$. Mặt phẳng $(\alpha): ax + by + cz + 3 = 0$ đi qua A, B và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính $T = a + b + c$.

A. $T = \dfrac{27}{4}$. **B.** $T = \dfrac{33}{5}$. **C.** $T = -\dfrac{3}{4}$. **D.** $T = \dfrac{31}{5}$.

Lời giải

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;1;0)$ và bán kính $R = 2$.

Gọi d là đường thẳng đi qua hai điểm A, B thì d có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{AB} = (-1;-2;-3)$, suy ra:

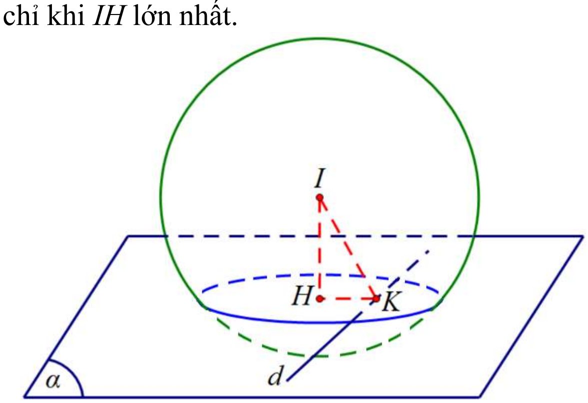
$d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 - 2t \\ z = 4 - 3t \end{cases}$.

Vì $IA = \sqrt{(1+1)^2 + (2-1)^2 + (4-0)^2} = \sqrt{21} > R$, $IB = \sqrt{(0+1)^2 + (0-1)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{3} < R$ nên điểm A nằm ngoài mặt cầu (S), điểm B nằm trong mặt cầu (S).

Suy ra, đường thẳng d cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt và mặt phẳng (α) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính r.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên mặt phẳng (α), ta có: $r = \sqrt{R^2 - IH^2} = \sqrt{4 - IH^2}$.

Do đó, r nhỏ nhất khi và chỉ khi IH lớn nhất.



Gọi K là hình chiếu vuông góc của I lên đường thẳng d, ta có: $IH \le IK$, $IH = IK$ khi H trùng K.

Do đó, IH lớn nhất khi H trùng K hay $IK \perp (\alpha)$.

Vì $K \in d$ nên $K(1-t;2-2t;4-3t)$, suy ra $\overrightarrow{IK} = (2-t;1-2t;4-3t)$.

Ta có: $\overrightarrow{IK}.\overrightarrow{AB} = 0 \Rightarrow -1(2-t) - 2(1-2t) - 3(4-3t) = 0 \Leftrightarrow t = \dfrac{8}{7}$, suy ra: $\overrightarrow{IK} = \left(\dfrac{6}{7};-\dfrac{9}{7};\dfrac{4}{7}\right)$ cùng phương với $\vec{n} = (6;-9;4)$.

Mặt phẳng (α) đi qua điểm $A(1;2;4)$ và có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(6;-9;4)$ nên mặt phẳng (α) có phương trình là: $6(x-1)-9(y-2)+4(z-4)=0 \Leftrightarrow 6x-9y+4z-4=0$

$\Leftrightarrow -\frac{9}{2}x+\frac{27}{4}y-3z+3=0$.

Suy ra: $a=-\frac{9}{2}$, $b=\frac{27}{4}$, $c=-3$.

Vậy $T=a+b+c=-\frac{9}{2}+\frac{27}{4}-3=-\frac{3}{4}$.■

----- HẾT -----

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT - SỐ 08

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Note

Câu 1: Trên mặt phẳng toạ độ, cho số phức $z=3-4i$. Môđun của z bằng

A. -16. **B.** 5. **C.** 25. **D.** 7.

Câu 2: Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=5^x$ là:

A. $y'=5^x$. **B.** $y'=\dfrac{5^x}{\ln 5}$. **C.** $y'=5^x.\ln 5$. **D.** $y'=5^{x+1}$.

Câu 3: Tập xác định D của hàm số $y=(x-1)^{\pi}$ là:

A. $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **B.** $D=\mathbb{R}$. **C.** $[1;+\infty)$. **D.** $D=(1;+\infty)$.

Câu 4: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x-1}\ge 9$ là

A. $(-\infty;2)$. **B.** $(-\infty;3]$. **C.** $[3;+\infty)$. **D.** $[2;+\infty)$.

Câu 5: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=2023$ và công bội $q=3$. Giá trị của u_3 bằng

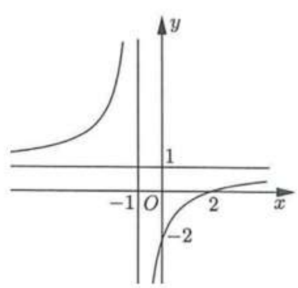
A. 2029. **B.** 54621. **C.** 18207. **D.** 6069.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2y-z+2023=0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\overrightarrow{n_1}=(0;2;-1)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(2;-1;2023)$.

C. $\overrightarrow{n_3}=(-1;0;2)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(2;-1;-2023)$.

Câu 7: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



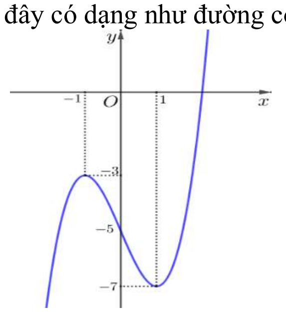
Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là

A. $(0;-2)$. **B.** $(2;0)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(0;2)$.

Câu 8: Nếu $\int_{-1}^{4} f(x)\mathrm{d}x=2023$ và $\int_{-1}^{4} g(x)\mathrm{d}x=2022$ thì $\int_{-1}^{4}\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 5. **B.** 6. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 9: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=x^4-3x^2+2$. **B.** $y=\dfrac{x-3}{x-1}$.

C. $y=x^2-4x+1$. **D.** $y=x^3-3x-5$.

Note

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z=0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S).

A. $I(1;-2;3); R=\sqrt{14}$. **B.** $I(-1;2;-3); R=\sqrt{14}$.
C. $I(-1;2;-3); R=14$. **D.** $I(1;-2;3); R=14$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai mặt phẳng $(P): x+y-z-11=0$ và $(Q): 2x+2y-2z+7=0$ bằng

A. $0°$. **B.** $90°$. **C.** $180°$. **D.** $45°$.

Câu 12: Cho số phức $z=3+4i$. Phần thực của số phức $w=\overline{z}+|z|$ là

A. 8. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 3.

Câu 13: Cho khối lập phương có độ dài đường chéo bằng $3\sqrt{3}$. Thể tích khối lập phương đã cho bằng

A. 9. **B.** 12. **C.** 27. **D.** 18.

Câu 14: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=a, BC=a\sqrt{3}$, SA vuông góc với đáy và $SA=2a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $2a^3\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 15: Cho mặt phẳng (P) cắt mặt cầu $S(O;R)$ theo thiết diện là một đường tròn. Gọi d là khoảng cách từ O đến (P). Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $d=R$. **B.** $d>R$. **C.** $d=2R$. **D.** $d<R$.

Câu 16: Số phức liên hợp của số phức $z=-7-2i$ là

A. $z=2-7i$. **B.** $z=7-2i$. **C.** $z=-7+2i$. **D.** $z=7+2i$.

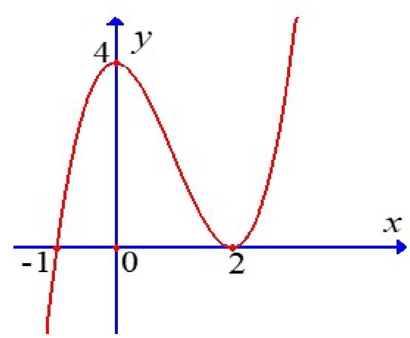
Câu 17: Cho hình nón có bán kính đáy r, độ dài đường sinh l và chiều cao h. Khi đó, thể tích của khối nón đã cho bằng

A. πr^2. **B.** πrl. **C.** $\pi r^2 h$. **D.** $\dfrac{1}{3}\pi r^2 h$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=3-t \\ y=-5+2t \\ z=-2t \end{cases}$. Điểm nào sau đây thuộc Δ?

A. $M(-3;5;0)$. **B.** $N(3;-5;-2)$. **C.** $P(3;-5;0)$. **D.** $Q(-1;2;-2)$.

Câu 19: Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$. **B.** Hàm số đạt cực đại tại $x=4$.
C. Hàm số có hai điểm cực trị. **D.** Hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

Note

Câu 20: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$	||	$-$	
y	2	↘ $-\infty$	||	$+\infty$ ↘	2

Tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho lần lượt là

A. $x = 1, y = 2$. **B.** $x = 2, y = 1$. **C.** $x = 2, y = 2$. **D.** $x = 1, y = 1$.

Câu 21: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{2}{3}} x > 2$ là

A. $\left(-\infty; \dfrac{4}{9}\right)$. **B.** $\left(-\infty; \sqrt[3]{4}\right)$. **C.** $\left(\sqrt[3]{4}; +\infty\right)$. **D.** $\left(0; \dfrac{4}{9}\right)$.

Câu 22: Có bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau được lập từ các số $1;3;4;6;7$
.

A. 15. **B.** 120. **C.** 10. **D.** 24.

Câu 23: Cho $\int f(x)\mathrm{d}x = 3x^2 + \sin x + C$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $f(x) = 6x + \cos x$. **B.** $f(x) = x^3 - \cos x$.

C. $f(x) = x^3 + \cos x$. **D.** $f(x) = 6x - \cos x$.

Câu 24: Biết $\int\limits_0^{\ln 2} \left(2f(x) + \mathrm{e}^x\right)\mathrm{d}x = 5$. Giá trị của $\int\limits_0^{\ln 2} f(x)\mathrm{d}x$ bằng:

A. 3. **B.** $\dfrac{5}{2}$. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 25: Cho hàm số $f(x) = \sin x - x + 1$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx = \cos x - \dfrac{x^2}{2} + x + C$. **B.** $\int f(x)dx = -\cos x - \dfrac{x^2}{2} + x + C$.

C. $\int f(x)dx = \sin x - x + C$. **D.** $\int f(x)dx = -\cos x - x^2 + x + C$.

Câu 26: Cho hàm số $y = \dfrac{2023x - 22}{x + 1}$. Khẳng định nào dưới đây là **sai**?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 2023)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 2023)$.

Câu 27: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	5	↘	1	↗	$+\infty$

A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 5$. **B.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$. **D.** Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.

Câu 28: Cho các số thực dương $a; b$ thỏa mãn $\log_2 a = x$, $\log_2 b = y$. Giá trị biểu thức $P = \log_2\left(a^2 b^3\right)$ theo $x; y$ bằng

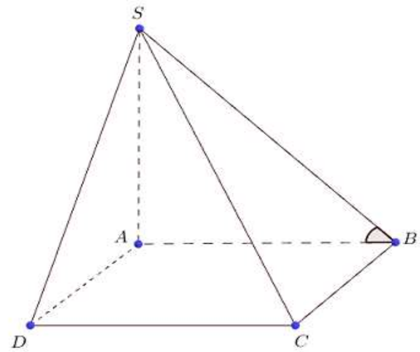
A. $2x - 3y$. **B.** $x + 3y$. **C.** $3x + 2y$. **D.** $2x + 3y$.

Note

Câu 29: Thể tích vật thể tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 4x + 3$ và trục hoành quay quanh trục Ox là

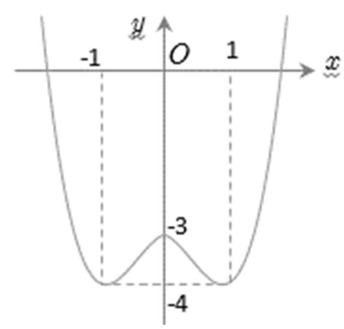
A. $\frac{4\pi}{3}$. **B.** $\frac{16}{15}$. **C.** $\frac{16\pi}{15}$. **D.** $\frac{4}{3}$.

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật cạnh $AB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SB = 2a$ (tham khảo hình bên). Góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy bằng



A. $90°$. **B.** $60°$. **C.** $45°$. **D.** $30°$.

Câu 31: Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2;5]$ của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt?



A. 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 9

Câu 32: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (2-x)(x+1)^2(x-1)^5$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;2)$ **B.** $(2;+\infty)$ **C.** $(-1;2)$ **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 33: Chọn ngẫu nhiên 2 số khác nhau từ 30 số nguyên dương đầu tiên. Tính xác suất để chọn được 2 số có tích là một số lẻ?

A. $\frac{7}{29}$. **B.** $\frac{15}{29}$. **C.** $\frac{22}{29}$. **D.** $\frac{8}{29}$.

Câu 34: Biết phương trình $2\log_3 x + 2\log_x 3 = 5$ có hai nghiệm thực $x_1 < x_2$. Tính giá trị của biểu thức $T = 6x_1^2 - x_2 + 1$.

A. $T = 12$. **B.** $T = 10$. **C.** $T = 16$. **D.** $T = 8$.

Câu 35: Cho số phức z thỏa mãn $(z - 3 + 2i)(\overline{z} - 3 - 2i) = 16$. Biết tập hợp các điểm M biểu diễn số phức $w = 2z - 2 + 3i$ là đường tròn tâm $I(a;b)$ và bán kính c. Giá trị của $a + b + c$ bằng

A. 11. **B.** 10. **C.** 17. **D.** 18.

Note

Câu 36: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z}{3}$ và mặt phẳng $(P):x+6y-4z+27=0$. Gọi $M(a;b;c)$ là giao điểm của d và (P). Tính $S=2a-b+c$.

A. $S=10$. **B.** $S=13$. **C.** $S=11$. **D.** $S=12$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;1)$ và mặt phẳng $(P):x-y+z+6=0$. Giả sử $H(a;b;c)$ là hình chiếu của M trên mặt phẳng (P). Khi đó $a+b+c$ bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 38: Cho hình chóp $SABCD$ có đáy là hình vuông, cạnh a. Tam giác SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Khoảng cách giữa 2 đường thẳng AB và SC bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{7}$. **B.** a. **C.** $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 39: Có bao nhiêu số nguyên x trong khoảng $(0;2023)$ thỏa mãn $\log_3(2x+5)<\log_2 x+1$

A. 2000. **B.** 2022. **C.** 2002. **D.** 2020.

Câu 40: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x),G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(7)+2G(7)=8$ và $F(1)+2G(1)=2$. Khi đó $\int_0^3 f(2x+1)\mathrm{d}x$ bằng

A. 6. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 41: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{5}x^5-4x^3-mx+2024$ có bốn điểm cực trị?

A. 36. **B.** 34. **C.** 37. **D.** 35.

Câu 42: Xét các số phức z thoản mãn điều kiện $\left|z^2+2z+4+4i\right|=2\left|z+1\right|$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của $\left|z+1\right|$. Giá trị của $M-m$ bằng

A. 2. **B.** $2\sqrt{6}$. **C.** 14. **D.** $4\sqrt{6}$.

Câu 43: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC. Biết khoảng cách giữa AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Khi đó thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Câu 44: Biết hàm số $f(x)$ nhận giá trị dương và có đạo hàm liên tục trên nửa khoảng $(0;1]$, thỏa mãn $f(1)=1$ và $2f(x)+x.f'(x)=\sqrt{\frac{f(x)}{x}}$ với mọi $x\in(0;1]$. Khi đó diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$ và $y=5-4x$ gần giá trị nào nhất sau đây?

A. $0,58$. **B.** $0,49$. **C.** $1,22$. **D.** $0,97$.

Note

Câu 45: Xét phương trình $z^2-3z+a^2-4a=0$ (a là tham số thực) trên tập hợp số phức. Có bao nhiêu số nguyên a để phương trình có hai nghiệm phân biệt z_1; z_2 thỏa mãn $|z_1|+|z_2|=4\sqrt{3}$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-2)$; mặt phẳng $(P): x-2y-2z+8=0$ và hai đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=2+t_1\\y=1+2t_1\\z=4-3t_1\end{cases}$; $d_2:\begin{cases}x=3+2t_2\\y=3+t_2\\z=-5+t_2\end{cases}$. Đường thẳng d đi qua điểm A, cắt hai đường thẳng d_1; d_2 lần lượt tại B và C. Tính tổng khoảng cách từ B và C đến mặt phẳng (P).

A. 9. **B.** 10. **C.** 7. **D.** 8.

Câu 47: Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thoả mãn

$$\log_5\left(x^2+y^2+x\right)+\log_3\left(x^2+y^2\right)\le\log_5 x+\log_3\left(x^2+y^2+8x\right)?$$

A. 10. **B.** 12. **C.** 6. **D.** 5.

Câu 48: Cho khối nón đỉnh S, chiều cao bằng 6 và thể tích bằng 128π. Gọi A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho $AB=10$, khoảng cách từ tâm của đường tròn đáy đến mặt phẳng (SAB) bằng

A. $\frac{6\sqrt{15}}{5}$. **B.** $\frac{6\sqrt{13}}{5}$. **C.** $\frac{3\sqrt{15}}{5}$. **D.** $\frac{3\sqrt{13}}{5}$.

Câu 49: Trong không gian *Oxyz,* cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y+2z-3=0$ và mặt phẳng $(P): 2x-y+2z-14=0$. Điểm M thay đổi trên (S), điểm N thay đổi trên (P). Biết rằng khi $M(x_M;y_M;z_M), N(x_N;y_N;z_N)$ thì MN có độ dài nhỏ nhất. Giá trị của $T=x_M+y_M+z_M+x_N+y_N+z_N$ bằng:

A. -3. **B.** $T=3$. **C.** -4. **D.** 4.

Câu 50: Cho các hàm số $f(x)=x^2-4x+m$ và $g(x)=\left(x^2+1\right)\left(x^2+2\right)^{2023}$. Số các giá trị nguyên của tham số $m\in(-2023;2023)$ để hàm số $y=g(f(x))$ đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$ là:

A. 2019. **B.** 2021. **C.** 2022. **D.** 2020.

----------------HẾT----------------

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT - SỐ 08

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

HƯỚNG DẪN CHI TIẾT

Câu 1. Trên mặt phẳng toạ độ, cho số phức $z=3-4i$. Môđun của z bằng

A. -16. **B.** 5. **C.** 25. **D.** 7.

Lời giải

Chọn B

Môđun của $z=3-4i$ bằng $\sqrt{3^2+(-4)^2}=25$.

Câu 2. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=5^x$ là:

A. $y'=5^x$. **B.** $y'=\dfrac{5^x}{\ln 5}$. **C.** $y'=5^x.\ln 5$. **D.** $y'=5^{x+1}$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y=a^x$ có đạo hàm là $y'=a^x.\ln a$

Đạo hàm của hàm số $y=5^x$ là $y=5^x.\ln 5$.

Câu 3. Tập xác định D của hàm số $y=(x-1)^\pi$ là:

A. $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **B.** $D=\mathbb{R}$. **C.** $D=[1;+\infty)$. **D.** $D=(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định D của hàm số $y=(x-1)^\pi$ là $D=(1;+\infty)$.

Câu 4. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x-1}\ge 9$ là

A. $(-\infty;2)$. **B.** $(-\infty;3]$. **C.** $[3;+\infty)$. **D.** $[2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $3^{x-1}\ge 9 \Leftrightarrow 3^{x-1}\ge 3^2 \Leftrightarrow x-1\ge 2 \Leftrightarrow x\ge 3$.

Câu 5. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=2023$ và công bội $q=3$. Giá trị của u_3 bằng

A. 2029. **B.** 54621. **C.** 18207. **D.** 6069.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $u_3=u_1.q^2=2023.3^2=18207$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P):2y-z+2023=0$ có một vectơ pháp tuyến là

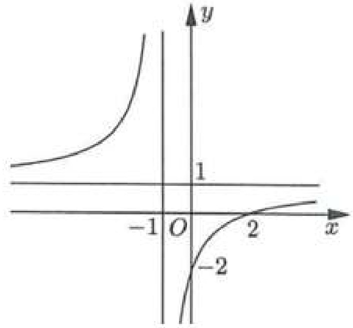
A. $\overrightarrow{n_1}=(0;2;-1)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(2;-1;2023)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(-1;0;2)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(2;-1;-2023)$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng $(P):2y-z+2023=0$ có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_1}=(0;2;-1)$.

Câu 7. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là

A. $(0;-2)$. **B.** $(2;0)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(0;2)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị hàm số: Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là $(0;-2)$.

Câu 8. Nếu $\int\limits_{-1}^{4} f(x)\mathrm{d}x=2023$ và $\int\limits_{-1}^{4} g(x)\mathrm{d}x=2022$ thì $\int\limits_{-1}^{4}\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

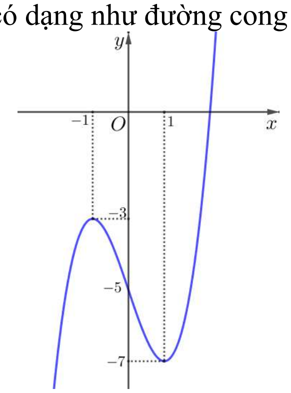
A. 5. **B.** 6. **C.** 1. **D.** -1.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int\limits_{-1}^{4}\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x=\int\limits_{-1}^{4} f(x)\mathrm{d}x-\int\limits_{-1}^{4} g(x)\mathrm{d}x=2023-2022=1$.

Câu 9. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=x^4-3x^2+2$. **B.** $y=\dfrac{x-3}{x-1}$. **C.** $y=x^2-4x+1$. **D.** $y=x^3-3x-5$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị hàm số, ta có: Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số $y=x^3-3x-5$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z=0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S).

A. $I(1;-2;3);R=\sqrt{14}$. **B.** $I(-1;2;-3);R=\sqrt{14}$.

C. $I(-1;2;-3);R=14$. **D.** $I(1;-2;3);R=14$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình mặt cầu đã cho tương đương với phương trình sau:

$(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=14$.

Vậy mặt cầu đã cho có tâm $I(1;-2;3)$ và bán kính $R=\sqrt{14}$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai mặt phẳng $(P): x+y-z-11=0$ và $(Q): 2x+2y-2z+7=0$ bằng

A. $0°$. **B.** $90°$. **C.** $180°$. **D.** $45°$.

Lời giải

Chọn A

$\vec{n}_{(P)}=(1;1;-1)$, $\vec{n}_{(Q)}=(2;2;-2)$.

Do $\vec{n}_{(P)}$ và $\vec{n}_{(Q)}$ là hai vectơ cùng phương nên góc giữa (P) và (Q) bằng $0°$.

Câu 12. Cho số phức $z=3+4i$. Phần thực của số phức $w=\overline{z}+|z|$ là

A. 8. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\overline{z}=3-4i; |z|=\sqrt{3^2+4^2}=5$.

$w=\overline{z}+|z|=3-4i+5=8-4i$.

Vậy phần thực của số phức w bằng 8.

Câu 13. Cho khối lập phương có độ dài đường chéo bằng $3\sqrt{3}$. Thể tích khối lập phương đã cho bằng

A. 9. **B.** 12. **C.** 27. **D.** 18.

Lời giải

Chọn C

Độ dài đường chéo hình lập phương bằng $3\sqrt{3}$ nên độ dài cạnh hình lập phương bằng 3.

Thể tích khối lập phương đã cho là $V=(3)^3=27$.

Câu 14. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=a$, $BC=a\sqrt{3}$, SA vuông góc với đáy và $SA=2a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $2a^3\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải

Chọn A

Diện tích đáy $B=S_{ABCD}=a.a\sqrt{3}=a^2\sqrt{3}$.

Thể tích khối chóp đã cho $V_{ABCD}=\dfrac{1}{3}a^2\sqrt{3}.2a=\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 15. Cho mặt phẳng (P) cắt mặt cầu $S(O;R)$ theo thiết diện là một đường tròn. Gọi d là khoảng cách từ O đến (P). Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $d=R$. **B.** $d>R$. **C.** $d=2R$. **D.** $d<R$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu $S(O;R)$ theo thiết diện là một đường tròn suy ra $d<R$.

Câu 16. Số phức liên hợp của số phức $z=-7-2i$ là

A. $z=2-7i$. **B.** $z=7-2i$. **C.** $z=-7+2i$. **D.** $z=7+2i$.

Lời giải

Chọn C

Số phức liên hợp của số phức $z=-7-2i$ là $z=-7+2i$.

Câu 17. Cho hình nón có bán kính đáy r, độ dài đường sinh l và chiều cao h. Khi đó, thể tích của khối nón đã cho bằng

A. πr^2. **B.** πrl. **C.** $\pi r^2 h$. **D.** $\dfrac{1}{3}\pi r^2 h$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích của khối nón đã cho bằng $\frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\begin{cases} x=3-t \\ y=-5+2t \\ z=-2t \end{cases}$. Điểm nào sau đây thuộc Δ?

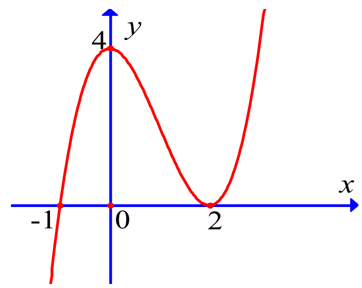
A. $M(-3;5;0)$. **B.** $N(3;-5;-2)$. **C.** $P(3;-5;0)$. **D.** $Q(-1;2;-2)$.

Lời giải

Chọn C

Nhận thấy điểm $P(3;-5;0)$ thuộc đường thẳng Δ.

Câu 19. Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$.
B. Hàm số đạt cực đại tại $x=4$.
C. Hàm số có hai điểm cực trị.
D. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

Câu 20. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	
y	$2 \searrow -\infty$		‖	$+\infty \searrow 2$	

Tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho lần lượt là

A. $x=1, y=2$. **B.** $x=2, y=1$. **C.** $x=2, y=2$. **D.** $x=1, y=1$.

Lời giải

Chọn A

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=+\infty \Rightarrow$ đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=1$.

Lại có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=2 \Rightarrow$ đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=2$.

Câu 21. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{2}{3}} x>2$ là

A. $\left(-\infty;\frac{4}{9}\right)$. **B.** $\left(-\infty;\sqrt[3]{4}\right)$. **C.** $\left(\sqrt[3]{4};+\infty\right)$. **D.** $\left(0;\frac{4}{9}\right)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_{\frac{2}{3}} x>2 \Leftrightarrow 0<x<\left(\frac{2}{3}\right)^2 \Leftrightarrow 0<x<\frac{4}{9}$. Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\left(0;\frac{4}{9}\right)$.

Câu 22. Có bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau được lập từ các số $1;3;4;6;7$.

A. 15. **B.** 120. **C.** 10. **D.** 24.

Lời giải

Chọn B

Số các số cần lập là $A_5^4=120$.

Câu 23. Cho $\int f(x)\mathrm{d}x=3x^2+\sin x+C$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $f(x)=6x+\cos x$. **B.** $f(x)=x^3-\cos x$. **C.** $f(x)=x^3+\cos x$. **D.** $f(x)=6x-\cos x$.

Lời giải

Chọn B

Ta có : $\int(6x+\cos x)\mathrm{d}x=3x^2+\sin x+C$.

Do đó: $f(x)=6x+\cos x$.

Câu 24. Cho $\int\limits_0^{\ln 2}\left(2f(x)+\mathrm{e}^x\right)\mathrm{d}x=5$. Tính $\int\limits_0^{\ln 2}f(x)\mathrm{d}x$.

A. 3. **B.** $\frac{5}{2}$. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int\limits_0^{\ln 2}\left(2f(x)+\mathrm{e}^x\right)\mathrm{d}x=2\int\limits_0^{\ln 2}f(x)\mathrm{d}x+\mathrm{e}^x\Big|_0^{\ln 2}=2\int\limits_0^{\ln 2}f(x)\mathrm{d}x+\mathrm{e}^{\ln 2}-\mathrm{e}^0=2\int\limits_0^{\ln 2}f(x)\mathrm{d}x+1$.

Theo bài ra $\int\limits_0^{\ln 2}\left(2f(x)+\mathrm{e}^x\right)\mathrm{d}x=5\Leftrightarrow 2\int\limits_0^{\ln 2}f(x)\mathrm{d}x+1=5\Rightarrow\int\limits_0^{\ln 2}f(x)\mathrm{d}x=2$.

Câu 25. Cho hàm số $f(x)=\sin x-x+1$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx=\cos x-\frac{x^2}{2}+x+C$. **B.** $\int f(x)dx=-\cos x-\frac{x^2}{2}+x+C$.

C. $\int f(x)dx=\sin x-x+C$. **D.** $\int f(x)dx=-\cos x-x^2+x+C$.

Lời giải

Chọn B

$\int f(x)dx=\int\sin xdx-\int xdx+\int dx=-\cos x-\frac{x^2}{2}+x+C$.

Câu 26. Cho hàm số $y=\frac{2023x-22}{x+1}$. Khẳng định nào dưới đây là **sai**?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;2023)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;2023)$.

Lời giải

Chọn C

$y=\frac{2023x-22}{x+1}\Rightarrow y'=\frac{2045}{(x+1)^2}>0;\forall x\neq -1$.

Vậy hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$ nên nó cũng đồng biến trên các khoảng $(1;2023)$ và $(-1;2023)$.

Câu 27. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

A. Hàm số đạt cực đại tại $x=5$. **B.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$.
C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$. **D.** Hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

Lời giải

Chọn D

Qua bảng biến thiên ta thấy hàm số có y' đổi dấu từ dương sang âm qua $x=0$ nên hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

Câu 28. Cho các số thực dương $a;b$ thỏa mãn $\log_2 a=x$, $\log_2 b=y$. Giá trị biểu thức $P=\log_2\left(a^2b^3\right)$ theo $x;y$ bằng

A. $2x-3y$. **B.** $x+3y$. **C.** $3x+2y$. **D.** $2x+3y$.

Lời giải

Chọn B

Theo tính chất Logarit ta có:

$P=\log_2\left(a^2b^3\right)=\log_2 a^2+\log_2 b^3=2\log_2 a+3\log_2 b=2x+3y$.

Câu 29. Thể tích vật thể tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2-4x+3$ và trục hoành quay quanh trục Ox là

A. $\dfrac{4\pi}{3}$. **B.** $\dfrac{16}{15}$. **C.** $\dfrac{16\pi}{15}$. **D.** $\dfrac{4}{3}$.

Lời giải

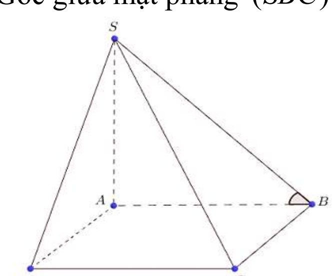
Chọn C

Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^2-4x+3$ và trục hoành là nghiệm phương trình $x^2-4x+3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=3\end{array}\right.$.

Do đó, thể tích vật thể tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2-4x+3$ và trục hoành quay quanh trục Ox là

$$V=\pi\int_1^3\left(x^2-4x+3\right)^2\mathrm{d}x=\pi\int_1^3\left(x^4-8x^3+22x^2-24x+9\right)\mathrm{d}x=\pi\left(\frac{x^5}{5}-2x^4+\frac{22x^3}{3}-12x^2+9x\right)\Bigg|_1^3=\frac{16\pi}{15}.$$

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật cạnh $AB=a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SB=2a$ (tham khảo hình bên). Góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy bằng



A. $90°$. **B.** $60°$. **C.** $45°$. **D.** $30°$.

Lời giải

Chọn B

Vì $SA\perp(ABCD)$ nên $SA\perp BC$.

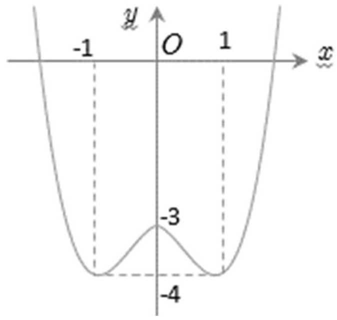
Mặt khác, theo giả thiết $AB\perp BC$. Do đó $BC\perp(SAB)$ nên $SB\perp BC$.

$\Rightarrow$ Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ là góc $\widehat{SBA}$.

Ta có $\cos\widehat{SBA} = \dfrac{AB}{SB} = \dfrac{a}{2a} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \widehat{SBA} = 60°$.

Vậy góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng $60°$.

Câu 31. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2;5]$ của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt?

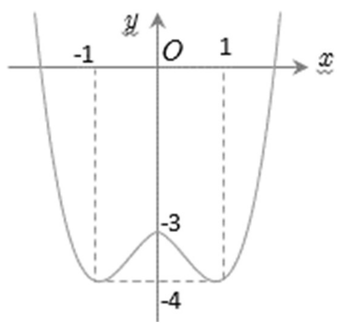


A. 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 9

Lời giải

Chọn C

Để phương trình $f(x) = m$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt thì ĐTHS $y = m$ cắt ĐTHS $y = f(x)$ tại hai điểm phân biệt .



Dựa vào đồ thị hàm số ta có $\left[\begin{array}{l} m > -3 \\ m = -4 \end{array}\right.$

Do $m \in \mathbb{Z}; m \in [-2;5]$ nên $m \in \{-2;-1;....;5\}$. Có 8 giá trị cuả m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 32. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (2-x)(x+1)^2(x-1)^5$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;2)$ **B.** $(2;+\infty)$ **C.** $(-1;2)$ **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow (2-x)(x+1)^2(x-1)^5 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = -1 \\ x = 1 \end{array}\right.$$

Bảng xét dấu $f'(x)$

x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Từ bảng xét dấu suy ra hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(2;+\infty)$.

Câu 33. Chọn ngẫu nhiên 2 số khác nhau từ 30 số nguyên dương đầu tiên. Tính xác suất để chọn được 2 số có tích là một số lẻ?

A. $\frac{7}{29}$. **B.** $\frac{15}{29}$. **C.** $\frac{22}{29}$. **D.** $\frac{8}{29}$.

Lời giải

Chọn A

Không gian mẫu $C_{30}^2 = 435$.

Từ số 1 đến số 30 có 15 số lẻ và 15 số chẵn.

Để chọn được 2 số có tích là một số lẻ thì cả 2 số đó phải đều là số lẻ nên có $C_{15}^2 = 105$ số.

Vậy xác suất cần tìm là: $\frac{105}{435} = \frac{7}{29}$.

Câu 34. Biết phương trình $2\log_3 x + 2\log_x 3 = 5$ có hai nghiệm thực $x_1 < x_2$. Tính giá trị của biểu thức $T = 6x_1^2 - x_2 + 1$.

A. $T = 12$. **B.** $T = 10$. **C.** $T = 16$. **D.** $T = 8$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $\begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$.

Ta có: $2\log_3 x + 2\log_x 3 = 5 \Leftrightarrow 2\log_3 x + \frac{2}{\log_3 x} = 5$

$\Leftrightarrow 2\log_3^2 x - 5\log_3 x + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_3 x = 2 \\ \log_3 x = \frac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 9 \\ x = \sqrt{3} \end{array}\right.$ (thỏa mãn).

$\Rightarrow x_1 = \sqrt{3}$; $x_2 = 9 \Rightarrow T = 6x_1^2 - x_2 + 1 = 6.3 - 9 + 1 = 10$.

Câu 35. Cho số phức z thỏa mãn $(z - 3 + 2i)(\bar{z} - 3 - 2i) = 16$. Biết tập hợp các điểm M biểu diễn số phức $w = 2z - 2 + 3i$ là đường tròn tâm $I(a;b)$ và bán kính c. Giá trị của $a + b + c$ bằng

A. 11. **B.** 10. **C.** 17. **D.** 18.

Lời giải

Chọn A

Gọi: $w = x + yi \ (x; y \in \mathbb{R})$.

Ta có: $w = 2z - 2 + 3i \Leftrightarrow z = \frac{w + 2 - 3i}{2} = \frac{x + 2 + yi - 3i}{2}$.

Theo gt: $(z - 3 + 2i)(\bar{z} - 3 - 2i) = 16 \Leftrightarrow \left(\frac{x + 2 + yi - 3i}{2} - 3 + 2i\right)\left(\frac{x + 2 - yi + 3i}{2} - 3 - 2i\right) = 16$

$\Leftrightarrow \left(\frac{x + 2 + yi - 3i - 6 + 4i}{2}\right)\left(\frac{x + 2 - yi + 3i - 6 - 4i}{2}\right) = 16 \Leftrightarrow \left(\frac{x - 4 + yi + i}{2}\right)\left(\frac{x - 4 - yi - i}{2}\right) = 16$

$\Leftrightarrow [(x-4) + (y+1)i][(x-4) - (y+1)i] = 64 \Leftrightarrow (x-4)^2 + (y+1)^2 = 64$.

Suy ra, tập hợp điểm biểu diễn của số phức w là đường tròn tâm $I(4;-1)$ và bán kính $c = 8$.

Vậy $a + b + c = 11$.

Câu 36. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{3}$ và mặt phẳng $(P): x + 6y - 4z + 27 = 0$. Gọi $M(a;b;c)$ là giao điểm của d và (P). Tính $S = 2a - b + c$.

A. $S = 10$. **B.** $S = 13$. **C.** $S = 11$. **D.** $S = 12$.

Lời giải

Chọn D

d có phương trình tham số $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = -2-t \\ z = 3t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$.

Ta có: $M(1+2t;\,-2-t;\,3t) \in d$.

$M \in (P) \Leftrightarrow 1+2t+6(-2-t)-4.3t+27=0 \Leftrightarrow t=1$.

Suy ra $M(3;-3;3)$ nên $a=3, b=-3, c=3$. Vậy $S = 2a-b+c = 2.3+3+3=12$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;1)$ và mặt phẳng $(P): x-y+z+6=0$. Giả sử $H(a;b;c)$ là hình chiếu của M trên mặt phẳng (P). Khi đó $a+b+c$ bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** -1.

Lời giải

Chọn B

Gọi d là đường thẳng qua M và vuông góc với (P).

Phương trình tham số của $d: \begin{cases} x = 1+t \\ y = 2-t \\ z = 1+t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$

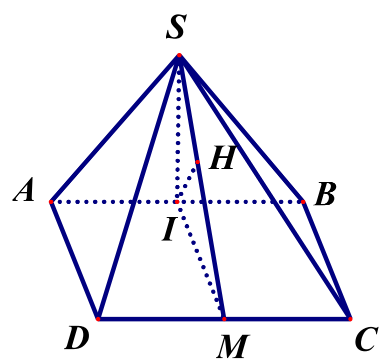
Khi đó, $H = d \cap (P) \Rightarrow 1+t-2+t+1+t+6=0 \Rightarrow t=-2 \Rightarrow H(-1;4;-1)$.

Câu 38. Cho hình chóp $SABCD$ có đáy là hình vuông, cạnh a. Tam giác SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Khoảng cách giữa 2 đường thẳng AB và SC bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{3}}{7}$. **B.** a. **C.** $\dfrac{a\sqrt{21}}{7}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi I là trung điểm AB. Ta có $\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \\ SI \perp AB \\ SI \subset (SAB) \end{cases} \Rightarrow SI \perp (ABCD)$

Gọi M là trung điểm CD. Dựng IH là đường cao tam giác SIM.

Ta có $\begin{cases} CD \perp SI \\ CD \perp IM \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SIM) \Rightarrow CD \perp IH$

Do đó $\begin{cases} IH \perp SM \\ IH \perp CD \end{cases} \Rightarrow IH \perp (SCD) \Rightarrow d(I;(SCD)) = IH$

Suy ra $d(AB,SC) = d(AB,(SCD)) = d(I;(SCD)) = IH = \dfrac{SI.IM}{\sqrt{SI^2+IM^2}} = \dfrac{\frac{a\sqrt{3}}{2}.a}{\sqrt{\frac{3a^2}{4}+a^2}} = \dfrac{a\sqrt{21}}{7}$.

Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên x trong khoảng $(0;2023)$ thỏa mãn $\log_3(2x+5)<\log_2 x+1$

A. 2000. **B.** 2022. **C.** 2002. **D.** 2020.

Lời giải

Chọn D

$\log_3(2x+5)<\log_2 x+1$

ĐK : $x>0$

Đặt $t=\log_2 x \Rightarrow x=2^t$

Ta được $\log_3(2.2^t+5)<t+1 \Leftrightarrow 2.2^t+5<3^{t+1} \Leftrightarrow 2.\left(\frac{2}{3}\right)^t+5.\left(\frac{1}{3}\right)^t<3$ (*)

Xét $f(t)=2.\left(\frac{2}{3}\right)^t+5.\left(\frac{1}{3}\right)^t$

Ta có $f'(t)=2.\left(\frac{2}{3}\right)^t\ln\left(\frac{2}{3}\right)+5.\left(\frac{1}{3}\right)^t\ln\left(\frac{1}{3}\right)<0$ do đó $f(t)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ và $f(1)=3$

(*) $\Leftrightarrow f(t)<f(1)\Leftrightarrow t>1\Leftrightarrow \log_2 x>1\Leftrightarrow x>2$

Mà x là số nguyên trong khoảng $(0;2023)\Rightarrow x=3;4;5;...;2022$.

Vậy có 2020 giá trị x thỏa mãn.

Câu 40. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x),G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(7)+2G(7)=8$ và $F(1)+2G(1)=2$. Khi đó $\int_0^3 f(2x+1)\mathrm{d}x$ bằng

A. 6. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Vì $F(x),G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ nên tồn tại hằng số C thỏa mãn điều kiện $G(x)=F(x)+C,\forall x\in\mathbb{R}$. Suy ra $G(7)-G(1)=F(7)-F(1)$.

Theo giả thiết ta có: $F(7)-F(1)+2\left[G(7)-G(1)\right]=6\Leftrightarrow 3\left[F(7)-F(1)\right]=6\Leftrightarrow F(7)-F(1)=2$.

Xét $\int_0^3 f(2x+1)\mathrm{d}x$

Đặt $2x+1=t\Rightarrow \mathrm{d}x=\frac{1}{2}\mathrm{d}t$

Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=1$

$x=3\Rightarrow t=7$

Khi đó $\int_0^3 f(2x+1)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int_1^7 f(t)\mathrm{d}t=\frac{1}{2}\left[F(7)-F(1)\right]=1$.

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{5}x^5-4x^3-mx+2024$ có bốn điểm cực trị?

A. 36. **B.** 34. **C.** 37. **D.** 35.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=x^4-12x^2-m$; $y'=0\Leftrightarrow x^4-12x^2-m=0\Leftrightarrow x^4-12x^2=m$ (1)

Hàm số $y=\frac{1}{5}x^5-4x^3-mx+2024$ có bốn điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình (1) có bốn nghiệm phân biệt. Đặt $f(x)=x^4-12x^2$.

Ta có: $f'(x)=4x^3-24x \Rightarrow f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\sqrt{6} \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên của $f(x)=x^4-12x^2$

x	$-\infty$		$-\sqrt{6}$		0		$\sqrt{6}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-36	$\nearrow$	0	$\searrow$	-36	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta có $x^4-12x^2=m$ có 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $-36<m<0$.
Vậy có tất cả 35 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 42. Xét các số phức z thoản mãn điều kiện $\left|z^2+2z+4+4i\right|=2\left|z+1\right|$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của $\left|z+1\right|$. Giá trị của $M-m$ bằng

A. 2. **B.** $2\sqrt{6}$. **C.** 14. **D.** $4\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn A

$\left|z^2+2z+4+4i\right|=2\left|z+1\right| \Leftrightarrow \left|(z+1)^2+3+4i\right|=2\left|z+1\right|$ (1)

Áp dụng bất đẳng thức tam giác ta có: $2\left|z+1\right|=\left|(z+1)^2+3+4i\right| \geq \left|\left|(z+1)^2\right|-\left|3+4i\right|\right|=\left|\left|z+1\right|^2-5\right|$

(Vì $\left|z+1\right|^2=\left|(z+1)^2\right|$)

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $z+1=k(3+4i)$.

Suy ra $4\left|z+1\right|^2 \geq \left(\left|z+1\right|^2-5\right)^2 \Leftrightarrow \left|z+1\right|^4-14\left|z+1\right|^2+25 \leq 0 \Leftrightarrow 7-2\sqrt{6} \leq \left|z+1\right|^2 \leq 7+2\sqrt{6}$

$\Leftrightarrow \sqrt{6}-1 \leq \left|z+1\right| \leq \sqrt{6}+1$

Suy ra giá trị lớn nhất của $\left|z+1\right|=\sqrt{6}+1$ đạt được khi và chỉ khi $z=-1\pm\dfrac{\sqrt{6}+1}{5}(3+4i)$, giá trị nhỏ nhất của $\left|z+1\right|=\sqrt{6}-1$ đạt được khi và chỉ khi $z=-1\pm\dfrac{\sqrt{6}-1}{5}(3+4i)$.

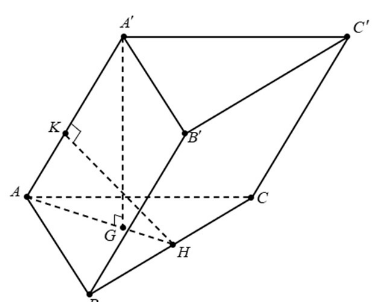
Vậy $M-m=2$.

Câu 43. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC. Biết khoảng cách giữa AA' và BC bằng $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$. Khi đó thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Lời giải

Chọn A



Do tam giác ABC đều có trọng tâm G và $A'G \perp (ABC)$ nên $A'.ABC$ là hình chóp đều.

Gọi H là trung điểm của BC, khi đó $AH \perp BC$ và $AH = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AG = \frac{2}{3}AH = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Gọi K là hình chiếu vuông góc của H trên $AA' \Rightarrow HK \perp AA'$ (1).

Lại có $BC \perp (A'HA)$ mà $HK \subset (A'HA)$ nên $BC \perp HK$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra HK là đoạn vuông góc chung của BC và AA'.

Do đó $d(AA', BC) = HK = \frac{a\sqrt{3}}{4}$. Đặt $A'A = A'B = A'C = x$, khi đó $A'G = \sqrt{x^2 - \frac{a^2}{3}}$.

Ta có $2S_{\Delta A'HA} = HK.AA' = A'G.AH \Leftrightarrow \frac{a\sqrt{3}}{4}.x = \sqrt{x^2 - \frac{a^2}{3}}.\frac{a\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow x^2 = 4\left(x^2 - \frac{a^2}{3}\right) \Leftrightarrow x = \frac{2a}{3}$.

Khi đó $A'G = \sqrt{x^2 - \frac{a^2}{3}} = \frac{a}{3}$, $S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = A'G.S_{\Delta ABC} = \frac{a}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Vậy thể tích khối lăng trụ đã cho là $V_{ABC.A'B'C'} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 44. Biết hàm số $f(x)$ nhận giá trị dương và có đạo hàm liên tục trên nửa khoảng $(0;1]$, thỏa mãn $f(1) = 1$ và $2f(x) + x.f'(x) = \sqrt{\frac{f(x)}{x}}$ với mọi $x \in (0;1]$. Khi đó diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$ và $y = 5 - 4x$ gần giá trị nào nhất sau đây?

A. $0,58$. **B.** $0,49$. **C.** $1,22$. **D.** $0,97$.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$$2f(x) + x.f'(x) = \frac{\sqrt{f(x)}}{\sqrt{x}} \Leftrightarrow 2.\sqrt{f(x)} + \frac{x.f'(x)}{\sqrt{f(x)}} = \frac{1}{\sqrt{x}} \Leftrightarrow (2x)'.\sqrt{f(x)} + 2x.\frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}} = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$\Leftrightarrow \left(2x.\sqrt{f(x)}\right)' = \frac{1}{\sqrt{x}} \Leftrightarrow 2x.\sqrt{f(x)} = \int \frac{1}{\sqrt{x}}dx \Leftrightarrow 2x.\sqrt{f(x)} = 2\sqrt{x} + C$$

Vì $f(1) = 1 \Rightarrow 2.1.\sqrt{f(1)} = 2\sqrt{1} + C \Rightarrow C = 0$. Do đó $2x.\sqrt{f(x)} = 2\sqrt{x} \Rightarrow f(x) = \frac{1}{x}$.

Phương trình hoành độ giao điểm của hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 5 - x$ là

$$\frac{1}{x} = 5 - 4x \Leftrightarrow -4x^2 + 5x - 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{1}{4}. \\ x = 1 \end{array}\right.$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị là: $S = \int_{\frac{1}{4}}^{1} |f(x) - g(x)|dx = \int_{\frac{1}{4}}^{1} \left|\frac{1}{x} - 5 + 4x\right|dx = 0,488$.

Câu 45. Xét phương trình $z^2 - 3z + a^2 - 4a = 0$ (a là tham số thực) trên tập hợp số phức. Có bao nhiêu số nguyên a để phương trình có hai nghiệm phân biệt z_1; z_2 thỏa mãn $|z_1| + |z_2| = 4\sqrt{3}$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\Delta = 9 - 4(a^2 - 4a) = -4a^2 + 16a + 9$.

+ TH1: $\Delta > 0 \Leftrightarrow -4a^2 + 16a + 9 > 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < a < \frac{9}{2}$.

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $z_1;z_2\in\mathbb{R}$. Theo định lí Vi-ét ta có $\begin{cases} z_1+z_2=3\\ z_1.z_2=a^2-4a\end{cases}$.

Theo giả thiết ta có $|z_1|+|z_2|=4\sqrt{3}\Leftrightarrow\left(|z_1|+|z_2|\right)^2=48\Leftrightarrow|z_1|+|z_2|+2|z_1||z_2|=48$

$\Leftrightarrow z_1^2+z_2^2+2|z_1.z_2|=48\Leftrightarrow(z_1+z_2)^2-2z_1.z_2+2|z_1.z_2|=48$

$\Leftrightarrow 3^2-2\left(a^2-4a\right)+2\left|a^2-4a\right|=48\Leftrightarrow 2\left|a^2-4a\right|=2a^2-8a+39$

$\Leftrightarrow\begin{cases}2a^2-8a+39\ge0\\ \left[\begin{array}{l}2\left(a^2-4a\right)=2a^2-8a+39\\ 2\left(a^2-4a\right)=-2a^2+8a-39\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2a^2-8a+39\ge0\\ 4a^2-16a+39=0\ \ (vo\,nghiem)\end{cases}$.

+ TH2: $\Delta<0\Leftrightarrow -4a^2+16a+9<0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a<-\dfrac{1}{2}\\ a>\dfrac{9}{2}\end{array}\right.$.

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $z_1=\dfrac{3-i\sqrt{4a^2-16a-9}}{2}$; $z_2=\dfrac{3+i\sqrt{4a^2-16a-9}}{2}$.

Theo giả thiết: $\left|\dfrac{3-i\sqrt{4a^2-16a-9}}{2}\right|+\left|\dfrac{3+i\sqrt{4a^2-16a-9}}{2}\right|=4\sqrt{3}$

$\Leftrightarrow\sqrt{4a^2-16a}=4\sqrt{3}\Leftrightarrow 4a^2-16a=48\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}a=-2 & (thoa\ man)\\ a=6 & (thoa\ man)\end{array}\right.$.

Vậy có 2 số nguyên a thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-2)$; mặt phẳng $(P):x-2y-2z+8=0$ và hai đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=2+t_1\\ y=1+2t_1\\ z=4-3t_1\end{cases}$; $d_2:\begin{cases}x=3+2t_2\\ y=3+t_2\\ z=-5+t_2\end{cases}$. Đường thẳng d đi qua điểm A, cắt hai đường thẳng d_1; d_2 lần lượt tại B và C. Tính tổng khoảng cách từ B và C đến mặt phẳng (P).

A. 9. **B.** 10. **C.** 7. **D.** 8.

Lời giải

Chọn D

Do $B\in d_1$ nên tọa độ B có dạng $B(2+t_1;1+2t_1;4-3t_1)$;

$C\in d_2$ nên tọa độ C có dạng $C(3+2t_2;3+t_2;-5+t_2)$.

$\Rightarrow\overrightarrow{AB}=(1+t_1;-1+2t_1;6-3t_1)$; $\overrightarrow{AC}=(2+2t_2;1+t_2;-3+t_2)$.

Do A; B; C thẳng hàng nên $\overrightarrow{AB}=k\overrightarrow{AC}$ $(k\in\mathbb{R})$

$\Leftrightarrow\begin{cases}1+t_1=k(2+2t_2)\\ -1+2t_1=k(1+t_2)\\ 6-3t_1=k(-3+t_2)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-1+2t_1=k(1+t_2)\\ 3-3t_1=0\\ -7+5t_1=4k\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t_1=1\\ k=-\dfrac{1}{2}\\ t_2=-3\end{cases}\Rightarrow B(3;3;1)$; $C(-3;0;-8)$.

Vậy tổng khoảng cách từ B và C đến mặt phẳng (P) là

$$d(B;(P))+d(C;(P))=\frac{|3-2.3-2.1+8|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+(-2)^2}}+\frac{|-3-2.0-2.(-8)+8|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+(-2)^2}}=8.$$

Câu 47. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thoả mãn

$\log_5\left(x^2+y^2+x\right)+\log_3\left(x^2+y^2\right)\le\log_5 x+\log_3\left(x^2+y^2+8x\right)$?

A. 10. **B.** 12. **C.** 6. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $x>0$.

Ta có: $\log_5\left(x^2+y^2+x\right)+\log_3\left(x^2+y^2\right)\le\log_5 x+\log_3\left(x^2+y^2+8x\right)$?

$\Leftrightarrow\log_5\left(x^2+y^2+x\right)-\log_5 x\le\log_3\left(x^2+y^2+8x\right)-\log_3\left(x^2+y^2\right)$

$\Leftrightarrow\log_5\left(\frac{x^2+y^2+x}{x}\right)\le\log_3\left(\frac{x^2+y^2+8x}{x^2+y^2}\right)\Leftrightarrow\log_5\left(\frac{x^2+y^2}{x}+1\right)-\log_3\left(1+\frac{8x}{x^2+y^2}\right)\le 0$

Đặt $\frac{x^2+y^2}{x}=t\ \ (t>0)$; bất phương trình trở thành $\log_5(t+1)-\log_3\left(1+\frac{8}{t}\right)\le 0$.

Xét hàm số $f(t)=\log_5(t+1)-\log_3\left(1+\frac{8}{t}\right)$ có $f'(t)=\frac{1}{(t+1)\ln 5}+\frac{8}{\left(t^2+8t\right)\ln 3}>0$, $\forall t>0$

Suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Mặt khác $f(4)=\log_5(4+1)-\log_3\left(1+\frac{8}{4}\right)=0\Rightarrow f(t)\le f(4)\Leftrightarrow t\le 4$

Suy ra $\frac{x^2+y^2}{x}\le 4\Leftrightarrow(x-2)^2+y^2\le 4$.

Đếm các cặp giá trị nguyên của $(x;y)$

Ta có: $(x-2)^2\le 4\Rightarrow 0<x\le 4$.

Với $x=1\ \Rightarrow y\in\{0;\pm1\}$ có 3 cặp.

Với $x=2\ \Rightarrow y\in\{0;\pm1;\pm2\}$ có 5 cặp

Với $x=3\Rightarrow y\in\{0;\pm1\}$ có 3 cặp

Với $x=4\Rightarrow y=0$ có 1 cặp

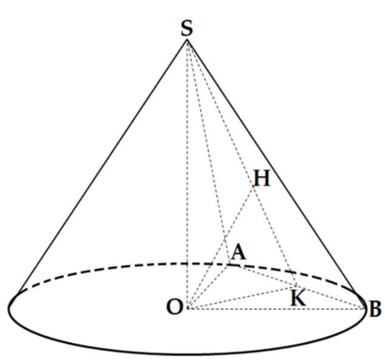
Vậy có 12 cặp giá trị nguyên $(x;y)$ thoả mãn yêu cầu bài toán.

Câu 48. Cho khối nón đỉnh S, chiều cao bằng 6 và thể tích bằng 128π. Gọi A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho $AB=10$, khoảng cách từ tâm của đường tròn đáy đến mặt phẳng (SAB) bằng

A. $\frac{6\sqrt{15}}{5}$. **B.** $\frac{6\sqrt{13}}{5}$. **C.** $\frac{3\sqrt{15}}{5}$. **D.** $\frac{3\sqrt{13}}{5}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi O,R lần lượt là tâm và bán kính của đường tròn đáy. K,H lần lượt là hình chiếu của O lên AB và SK. Khi đó khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SAB) bằng OH.

Ta có: $V=\frac{1}{3}\pi R^2h \Rightarrow R^2=\frac{3V}{\pi h}=\frac{3.128\pi}{\pi.6}=64 \Rightarrow R=8$.

Xét tam giác vuông OAK có: $OK=\sqrt{OA^2-AK^2}=\sqrt{8^2-5^2}=\sqrt{39}$.

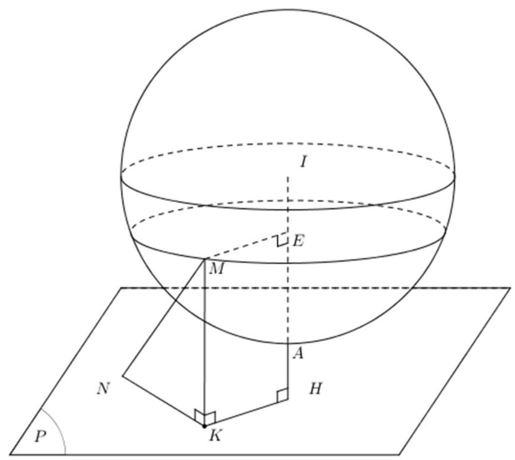
Xét tam giác vuông SOK có: $\frac{1}{OH^2}=\frac{1}{SO^2}+\frac{1}{OK^2}=\frac{1}{6^2}+\frac{1}{\left(\sqrt{39}\right)^2} \Rightarrow OH=\frac{6\sqrt{13}}{5}$.

Câu 49. Trong không gian *Oxyz,* cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y+2z-3=0$ và mặt phẳng $(P): 2x-y+2z-14=0$. Điểm M thay đổi trên (S), điểm N thay đổi trên (P). Biết rằng khi $M\left(x_M;y_M;z_M\right), N\left(x_N;y_N;z_N\right)$ thì MN có độ dài nhỏ nhất. Giá trị của $T=x_M+y_M+z_M+x_N+y_N+z_N$ bằng:

A. -3. **B.** $T=3$. **C.** -4. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B



Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;-1)$, bán kính $R=3$.

Khoảng cách từ I đến (P) bằng: $d\left(I,(P)\right)=4>R \Rightarrow (S)$ và (P) không có điểm chung.

Đường thẳng Δ qua I và vuông góc với (P) cắt (S) tại A, cắt (P) tại H. Gọi M, N lần lượt là hai điểm thay đổi trên (S) và (P). Gọi K, E lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên (P) và IH.

Ta có: $MN \ge MK = EH$

Vì M nằm trên mặt cầu (S) (M nằm trên đường tròn tâm E là giao tuyến của mặt cầu với mặt phẳng qua M vuông góc với IH) nên $EH \ge AH \Rightarrow MN \ge AH$.

Do đó, MN nhỏ nhất khi M, N là giao điểm của $(S), (P)$ với đường thẳng Δ. Phương trình Δ là:

$$\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2-t \\ z=-1+2t \end{cases}$$

Giao điểm của Δ và (P) là: $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2-t \\ z=-1+2t \\ 2x-y+2z-14=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=\frac{11}{3} \\ y=\frac{-10}{3} \\ z=\frac{5}{3} \end{cases} \Rightarrow H\left(\frac{11}{3};\frac{-10}{3};\frac{5}{3}\right)$

Giao điểm của Δ và (S) là: $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = -1 + 2t \\ x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} A(3;-3;1) \\ A'(-1;-1;-3) \end{array} \right.$

Ta có: $AH = 1, A'H = 7$ nên để MN nhỏ nhất thì $M(3;-3;1)$ và $N\left(\frac{11}{3};\frac{-10}{3};\frac{5}{3}\right)$

Vậy $T = 3$

Câu 50. Cho các hàm số $f(x) = x^2 - 4x + m$ và $g(x) = (x^2+1)(x^2+2)^{2023}$. Số các giá trị nguyên của tham số $m \in (-2023;2023)$ để hàm số $y = g(f(x))$ đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$ là:

A. 2019. **B.** 2021. **C.** 2022. **D.** 2020.

Lời giải

Chọn D

$f(x) = x^2 - 4x + m \Rightarrow f'(x) = 2x - 4$.

$g(x) = (x^2+1)(x^2+2)^{2023} \Rightarrow g'(x) = 2x.(x^2+2)^{2023} + (x^2+1).2023.2x.(x^2+2)^{2022}$

$= 2x(x^2+2)^{2022}(2024x^2+2025)$

Do đó: $\left[g(f(x))\right]' = f'(x).g'(f(x)) = (2x-4).2f(x).(f^2(x)+2)^{2022}(2024f^2(x)+2025)$

Vì $(f^2(x)+2)^{2022}(2024f^2(x)+2025) > 0$ và $2x - 4 > 0,\ \forall x \in (3;+\infty)$ nên

$2(2x-4)(f^2(x)+2)^{2022}(2024f^2(x)+2025) > 0,\ \forall x \in (3;+\infty)$.

Hàm số $g(f(x))$ đồng biến trên khoảng $(3;+\infty) \Leftrightarrow \left[g(f(x))\right]' \geq 0,\ \forall x \in (3;+\infty)$

$\Leftrightarrow f(x) \geq 0,\ \forall x \in (3;+\infty) \Leftrightarrow x^2 - 4x + m \geq 0,\ \forall x \in (3;+\infty) \Leftrightarrow m \geq h(x) = -x^2 + 4x,\ \forall x \in (3;+\infty)$

$\Rightarrow m \geq 3$.

Vậy có 2020 giá trị nguyên của $m \in (-2023;2023)$ thoả mãn bài toán.

------------------Hết----------------

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT - SỐ 09

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Note

Câu 1: Số phức z thỏa mãn $z=5-8i$ có phần ảo là

A. 8. **B.** $-8i$. **C.** 5. **D.** -8.

Câu 2: Tính đạo hàm của hàm số $y=2^{2x+3}$.

A. $y'=2^{2x+2}\ln 4$. **B.** $y'=4^{x+2}\ln 4$. **C.** $y'=2^{2x+2}\ln 16$. **D.** $y'=2^{2x+3}\ln 2$.

Câu 3: Tính đạo hàm của hàm số $y=\log_2\left(x+\mathrm{e}^x\right)$.

A. $\dfrac{1+\mathrm{e}^x}{\ln 2}$. **B.** $\dfrac{1+\mathrm{e}^x}{\left(x+\mathrm{e}^x\right)\ln 2}$. **C.** $\dfrac{1+\mathrm{e}^x}{x+\mathrm{e}^x}$. **D.** $\dfrac{1}{\left(x+\mathrm{e}^x\right)\ln 2}$.

Câu 4: Nghiệm của bất phương trình $3^{x-2}\le 243$ là:

A. $2\le x\le 7$. **B.** $x<7$. **C.** $x\le 7$. **D.** $x\ge 7$.

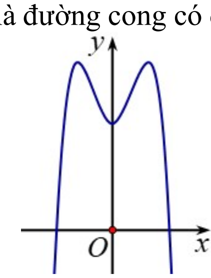
Câu 5: Cho một cấp số cộng $\left(u_n\right)$ có $u_1=\dfrac{1}{3}$, $u_8=26$. Tìm công sai d

A. $d=\dfrac{11}{3}$. **B.** $d=\dfrac{10}{3}$. **C.** $d=\dfrac{3}{10}$. **D.** $d=\dfrac{3}{11}$.

Câu 6: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a}=-\vec{i}+2\vec{j}-3\vec{k}$. Tọa độ của vectơ $\vec{a}$ là:

A. $(2;-1;-3)$. **B.** $(-3;2;-1)$. **C.** $(2;-3;-1)$. **D.** $(-1;2;-3)$.

Câu 7: Hỏi hàm số nào có đồ thị là đường cong có dạng như hình vẽ sau đây.



A. $y=-x^2+x-4$. **B.** $y=x^4-3x^2-4$.

C. $y=-x^3+2x^2+4$. **D.** $y=-x^4+3x^2+4$.

Câu 8: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;10]$ và $\displaystyle\int_0^{10} f(x)\,\mathrm{d}x=7$ và $\displaystyle\int_2^{6} f(x)\,\mathrm{d}x=3$. Tính $P=\displaystyle\int_0^{2} f(x)\,\mathrm{d}x+\int_6^{10} f(x)\,\mathrm{d}x$.

A. $P=7$. **B.** $P=-4$. **C.** $P=4$. **D.** $P=10$.

Câu 9: Số giao điểm của đồ thị hai hàm số $y=x^2-3x-1$ và $y=x^3-1$ là

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z+9=0$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu là

A. $I(-1;2;-3)$ và $R=\sqrt{5}$. **B.** $I(1;-2;3)$ và $R=\sqrt{5}$.

C. $I(1;-2;3)$ và $R=5$. **D.** $I(-1;2;-3)$ và $R=5$.

Note

Câu 11: Cho mặt phẳng (P) đi qua các điểm $A(-2;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;-3)$. Mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau?

A. $x+y+z+1=0$. **B.** $x-2y-z-3=0$.
C. $2x+2y-z-1=0$. **D.** $3x-2y+2z+6=0$.

Câu 12: Tìm phần ảo của số phức z, biết $(1+i)z=3-i$.

A. 2. **B.** -2. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 13: Thể tích của khối lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh bằng a là

A. $3a^3$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** a^3. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A với $AB=a,\ AC=2a$ cạnh SA vuông góc với (ABC) và $SA=a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$ **B.** $a^3\sqrt{3}$ **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$ **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 15: Cho hình cầu đường kính $2a\sqrt{3}$. Mặt phẳng (P) cắt hình cầu theo thiết diện là hình tròn có bán kính bằng $a\sqrt{2}$. Tính khoảng cách từ tâm hình cầu đến mặt phẳng (P).

A. a. **B.** $\dfrac{a}{2}$. **C.** $a\sqrt{10}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{10}}{2}$.

Câu 16: Số phức liên hợp của số phức $z=1-2i$ là

A. $1+2i$. **B.** $-1-2i$. **C.** $2-i$. **D.** $-1+2i$.

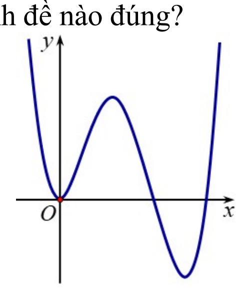
Câu 17: Cho hình nón tròn xoay có bán kính đường tròn đáy r, chiều cao h và đường sinh l.
Kết luận nào sau đây **sai**?

A. $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h$. **B.** $S_{tp}=\pi rl+\pi r^2$.
C. $h^2=r^2+l^2$. **D.** $S_{xq}=\pi rl$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{-4}=\dfrac{z-3}{-5}$ đi qua điểm

A. $(-1;2;-3)$. **B.** $(1;-2;3)$. **C.** $(-3;4;5)$. **D.** $(3;-4;-5)$.

Câu 19: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ trên $\mathbb{R}$ như hình vẽ. Mệnh đề nào đúng?



A. Hàm số $y=f(x)$ có 1 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.
B. Hàm số $y=f(x)$ có 2 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu.
C. Hàm số $y=f(x)$ có 1 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu.
D. Hàm số $y=f(x)$ có 2 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.

Câu 20: Tìm số tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-4}{x-1}$.

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 21: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3\left(x^2+2\right)\le 3$ là:

A. $S=(-\infty;-5]\cup[5;+\infty)$. **B.** $S=\varnothing$.

C. $S=\mathbb{R}$. **D.** $P=[-5;5]$.

Câu 22: Cho đa giác lồi n đỉnh $(n>3)$. Số tam giác có 3 đỉnh là 3 đỉnh của đa giác đã cho là

A. A_n^3. **B.** C_n^3. **C.** $\dfrac{C_n^3}{3!}$. **D.** $n!$.

Câu 23: Tìm nguyên hàm $F(x)=\int \pi^2 \mathrm{d}x$.

A. $F(x)=\pi^2x+C$. **B.** $F(x)=2\pi x+C$.

C. $F(x)=\dfrac{\pi^3}{3}+C$. **D.** $F(x)=\dfrac{\pi^2x^2}{2}+C$.

Câu 24: Biết $\int\limits_a^b (2x-1)\mathrm{d}x=1$. Khẳng định nào sau đây là **đúng?**

A. $b-a=1$. **B.** $a^2-b^2=a-b-1$.

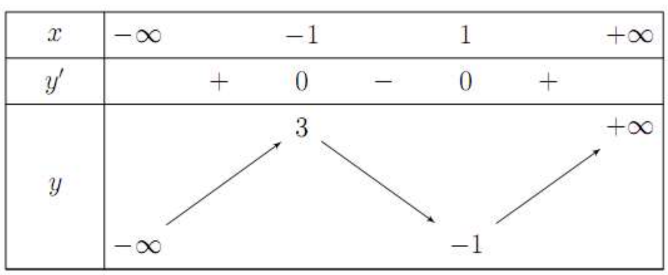
C. $b^2-a^2=b-a+1$. **D.** $a-b=1$.

Câu 25: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x^2+8\sin x$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=6x-8\cos x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=6x+8\cos x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=x^3-8\cos x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=x^3+8\cos x+C$.

Câu 26: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

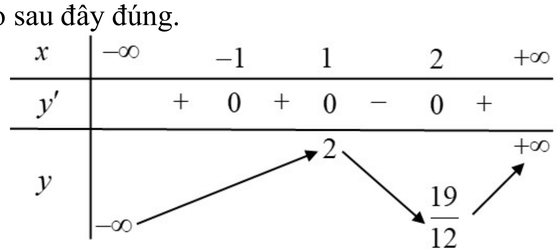
A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;3)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

Câu 27: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau. Kết luận nào sau đây đúng.



A. Hàm số có hai điểm cực trị. **B.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$.

C. Hàm số có ba điểm cực trị. **D.** Hàm số đạt cực đại tại $x=2$.

Note

Note

Câu 28: Cho các số thực dương a, b, c khác 1. Chọn mệnh đề sai trong các mệnh đề sau đây.

A. $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$. **B.** $\log_a b = \frac{\log_c a}{\log_c b}$.

C. $\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c$. **D.** $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$.

Câu 29: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2$, trục hoành Ox, các đường thẳng $x = 1$, $x = 2$ là

A. $S = \frac{7}{3}$. **B.** $S = \frac{8}{3}$. **C.** $S = 7$. **D.** $S = 8$.

Câu 30: Cho hình lập phương $ABCD.A'BC'D'$. Tính góc giữa mặt phẳng $(ABCD)$ và $(ACC'A')$.

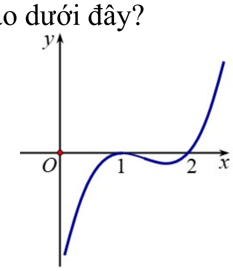
A. $45°$. **B.** $60°$. **C.** $30°$. **D.** $90°$.

Câu 31: Tìm tất các các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^3 - 3x + 2m = 0$ có ba nghiệm thực phân biệt.

A. $m \in (-2;2)$. **B.** $m \in (-1;1)$.

C. $m \in (-\infty;-1) \cup (1;+\infty)$. **D.** $m \in (-2;+\infty)$.

Câu 32: Hình bên là đồ thị của hàm số $y = f'(x)$. Hỏi đồ thị hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(2;+\infty)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(0;1)$ và $(2;+\infty)$.

Câu 33: Một thầy giáo có 12 cuốn sách đôi một khác nhau, trong đó có 5 cuốn sách văn học, 4 cuốn sách âm nhạc và 3 cuốn sách hội họa. Thầy muốn lấy ra 6 cuốn và đem tặng cho 6 em học sinh mỗi em một cuốn. Thầy giáo muốn rằng sau khi tặng xong, mỗi một trong 3 thể loại văn học, âm nhạc, hội họa đều còn lại ít nhất một cuốn. Hỏi thầy có tất cả bao nhiêu cách tặng?

A. 665280. **B.** 85680. **C.** 119. **D.** 579600.

Câu 34: Số nghiệm của phương trình $\log_3 (x^2 + 4x) + \log_{\frac{1}{3}} (2x + 3) = 0$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 35: Tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn: $|\overline{z} + 2 - i| = 4$ là đường tròn có tâm I và bán kính R lần lượt là:

A. $I(-2;-1)$; $R = 4$. **B.** $I(-2;-1)$; $R = 2$. **C.** $I(2;-1)$; $R = 4$. **D.** $I(2;-1)$; $I(2;-1)$.

Câu 36: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho $M(1;-2;1)$, $N(0;1;3)$. Phương trình đường thẳng qua hai điểm M, N là

A. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{2}$. **B.** $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-2}{1}$.

C. $\frac{x}{-1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-3}{2}$. **D.** $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-3}{1}$.

Note

Câu 37: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-12}{4}=\dfrac{y-9}{3}=\dfrac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P):3x+5y-z-2=0$. Tìm tọa độ giao điểm của d và (P).

A. $(1;\,0;\,1)$. **B.** $(0;\,0;\,-2)$. **C.** $(1;\,1;\,6)$. **D.** $(12;\,9;\,1)$.

Câu 38: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và DC' bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 39: Tìm các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_{0,02}\left(\log_2\left(3^x+1\right)\right)>\log_{0,02}m$ có nghiệm với mọi $x\in(-\infty;0)$.

A. $m>9$. **B.** $m<2$. **C.** $0<m<1$. **D.** $m\geq 1$.

Câu 40: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trong đoạn $[1;\mathrm{e}]$, biết $\displaystyle\int_1^{\mathrm{e}}\frac{f(x)}{x}\mathrm{d}x=1$, $f(\mathrm{e})=1$. Khi đó $I=\displaystyle\int_1^{\mathrm{e}}f'(x).\ln x\mathrm{d}x$ bằng

A. $I=4$. **B.** $I=3$. **C.** $I=1$. **D.** $I=0$.

Câu 41: Cho hàm số $y=x^4-2mx^2-2m^2+m^4$ có đồ thị (C). Biết đồ thị (C) có ba điểm cực trị A, B, C và $ABDC$ là hình thoi trong đó $D(0;-3)$, A thuộc trục tung. Khi đó m thuộc khoảng nào?

A. $m\in\left(\dfrac{9}{5};2\right)$. **B.** $m\in\left(-1;\dfrac{1}{2}\right)$. **C.** $m\in(2;3)$. **D.** $m\in\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{9}{5}\right)$.

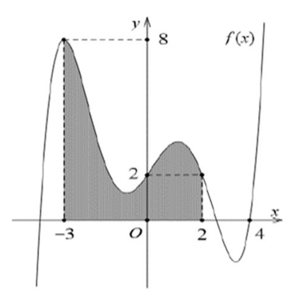
Câu 42: Cho số phức z thoả mãn $|z-3-4i|=\sqrt{5}$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|z+2|^2-|z-i|^2$. Tính môđun của số phức $w=M+mi$.

A. $|w|=\sqrt{1258}$. **B.** $|w|=\sqrt{1258}$. **C.** $|w|=2\sqrt{314}$. **D.** $|w|=2\sqrt{309}$.

Câu 43: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm BC. Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng $B'C'$ và AA' biết góc giữa hai mặt phẳng $(ABB'A')$ và $(A'B'C')$ bằng $60°$.

A. $d=\dfrac{3a\sqrt{7}}{14}$. **B.** $d=\dfrac{a\sqrt{21}}{14}$. **C.** $d=\dfrac{3a}{4}$. **D.** $d=\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$.

Câu 44: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Giả sử phần màu có diện tích bằng a. Tính theo a giá trị của tích phân $\displaystyle\int_{-3}^{2}\left[1+(2x+1)f'(x)\right]dx$



A. $55-2a$. **B.** $50-2a$. **C.** $-30+2a$. **D.** $50-a$.

Note

Câu 45: Tìm $m\in\mathbb{R}$ để các nghiệm của phương trình sau đều là số ảo: $(m-3)z^4+6z^2+m+3=0$.

A. $-3\sqrt{2}\le m\le -3$.
B. $3\le m\le 3\sqrt{2}$.
C. $3<m\le 3\sqrt{2}$.
D. $\left[\begin{array}{l}-3\sqrt{2}\le m\le -3\\ 3<m\le 3\sqrt{2}\end{array}\right.$.

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(3;-2;4)$, $B(5;3;-2)$, $C(0;4;2)$, đường thẳng d cách đều ba điểm A, B, C có phương trình là

A. $\begin{cases}x=\dfrac{11}{6}\\ y=\dfrac{1}{6}+22t\\ z=27t\end{cases}$.
B. $\begin{cases}x=4+26t\\ y=2+38t\\ z=\dfrac{9}{4}+27t\end{cases}$.
C. $\begin{cases}x=\dfrac{8}{3}+26t\\ y=\dfrac{5}{3}+22t\\ z=\dfrac{4}{3}+27t\end{cases}$.
D. $\begin{cases}x=4+26t\\ y=2+22t\\ z=\dfrac{9}{4}+27t\end{cases}$.

Câu 47: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_3\dfrac{3x^2+x+1}{2x^2+2x+3}+x^2-x-2\le 0$ là

A. 2.
B. 1.
C. 3.
D. 4.

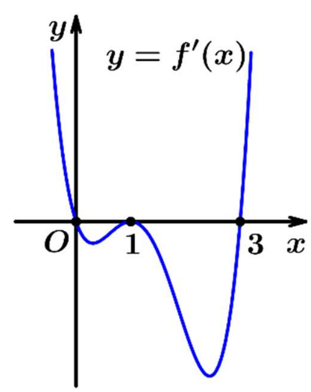
Câu 48: Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn (O) và (O'), bán kính bằng a. Một hình nón có đỉnh là O' và có đáy là hình tròn (O). Biết góc giữa đường sinh của hình nón và mặt đáy là 60°, tỉ số diện tích xung quanh của hình trụ và hình nón bằng

A. $\sqrt{2}$.
B. $\sqrt{3}$.
C. $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$.
D. 2.

Câu 49: Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho biết $A(0;2;0), B(2;2;1), C(3;0;-4)$. Xét biểu thức $T=MA+MB+MC+kMO$, trong đó k là hệ số thực. Biết rằng khi điểm M thay đổi và $k\in[\alpha;+\infty)$ thì biểu thức T đạt giá trị nhỏ nhất bằng 10. Hỏi số thực α nằm trong khoảng nào dưới đây?

A. $(1;2)$
B. $(3;4)$
C. $(0;1)$
D. $(2;3)$

Câu 50: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình vẽ bên.



Có bao nhiêu số nguyên $m\in(-20;20)$ để hàm số $y=f(x^2+m)$ có đúng 5 điểm cực trị.

A. 19.
B. 17.
C. 20.
D. 3.

-----------------Hết-----------------

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT - SỐ 09

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

HƯỚNG DẪN CHI TIẾT

Câu 1. Số phức z thỏa mãn $z=5-8i$ có phần ảo là

A. 8. **B.** $-8i$. **C.** 5. **D.** -8.

Lời giải

Ta có $z=5-8i$ suy ra phần ảo của z là -8.

Câu 2. Tính đạo hàm của hàm số $y=2^{2x+3}$.

A. $y'=2^{2x+2}\ln 4$. **B.** $y'=4^{x+2}\ln 4$. **C.** $y'=2^{2x+2}\ln 16$. **D.** $y'=2^{2x+3}\ln 2$.

Lời giải

Áp dụng công thức đạo hàm $\left(a^u\right)'=u'.a^u.\ln a$

Ta có $y'=(2x+3)'\,2^{2x+3}\ln 2=2^{2x+3}\ln 4=2^{2x+2}\ln 16$.

Câu 3. Tính đạo hàm của hàm số $y=\log_2\left(x+\mathrm{e}^x\right)$.

A. $\dfrac{1+\mathrm{e}^x}{\ln 2}$. **B.** $\dfrac{1+\mathrm{e}^x}{\left(x+\mathrm{e}^x\right)\ln 2}$. **C.** $\dfrac{1+\mathrm{e}^x}{x+\mathrm{e}^x}$. **D.** $\dfrac{1}{\left(x+\mathrm{e}^x\right)\ln 2}$.

Lời giải

$$y'=\frac{\left(x+\mathrm{e}^x\right)'}{\left(x+\mathrm{e}^x\right)\ln 2}=\frac{1+\mathrm{e}^x}{\left(x+\mathrm{e}^x\right)\ln 2}.$$

Câu 4. Nghiệm của bất phương trình $3^{x-2}\le 243$ là:

A. $2\le x\le 7$. **B.** $x<7$. **C.** $x\le 7$. **D.** $x\ge 7$.

Lời giải

Ta có $3^{x-2}\le 243\Leftrightarrow 3^{x-2}\le 3^5\Leftrightarrow x-2\le 5\Leftrightarrow x\le 7$.

Câu 5. Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1=\dfrac{1}{3}$, $u_8=26$. Tìm công sai d

A. $d=\dfrac{11}{3}$. **B.** $d=\dfrac{10}{3}$. **C.** $d=\dfrac{3}{10}$. **D.** $d=\dfrac{3}{11}$.

Lời giải

$$u_8=u_1+7d\Leftrightarrow 26=\frac{1}{3}+7d\Leftrightarrow d=\frac{11}{3}.$$

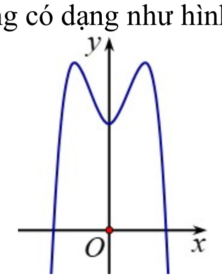
Câu 6. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a}=-\vec{i}+2\vec{j}-3\vec{k}$. Tọa độ của vectơ $\vec{a}$ là:

A. $(2;-1;-3)$. **B.** $(-3;2;-1)$. **C.** $(2;-3;-1)$. **D.** $(-1;2;-3)$.

Lời giải

Ta có: $\vec{a}=-\vec{i}+2\vec{j}-3\vec{k}\Rightarrow \vec{a}(-1;2;-3)$.

Câu 7. Hỏi hàm số nào có đồ thị là đường cong có dạng như hình vẽ sau đây.



A. $y=-x^2+x-4$. **B.** $y=x^4-3x^2-4$. **C.** $y=-x^3+2x^2+4$. **D.** $y=-x^4+3x^2+4$.

Lời giải

Qua hình dáng đồ thị dễ thấy hàm số cần chọn là hàm bậc bốn trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$, $(a \neq 0)$ và $\begin{cases} a < 0 \\ a.b < 0 \end{cases}$ suy ra chỉ có đáp án D thỏa các yêu cầu.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;10]$ và $\int_0^{10} f(x)\mathrm{d}x = 7$ và $\int_2^6 f(x)\mathrm{d}x = 3$. Tính $P = \int_0^2 f(x)\mathrm{d}x + \int_6^{10} f(x)\mathrm{d}x$.

A. $P = 7$. **B.** $P = -4$. **C.** $P = 4$. **D.** $P = 10$.

Lời giải

Ta có $\int_0^{10} f(x)\mathrm{d}x = 7 \Leftrightarrow \int_0^2 f(x)\mathrm{d}x + \int_2^6 f(x)\mathrm{d}x + \int_6^{10} f(x)\mathrm{d}x = 7$

$\Leftrightarrow \int_0^2 f(x)\mathrm{d}x + \int_6^{10} f(x)\mathrm{d}x = 7 - 3 = 4$. Vậy $P = 4$.

Câu 9. Số giao điểm của đồ thị hai hàm số $y = x^2 - 3x - 1$ và $y = x^3 - 1$ là

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm $x^3 - 1 = x^2 - 3x - 1 \Leftrightarrow x^3 - x^2 + 3x = 0$

$\Leftrightarrow x(x^2 - x + 3) = 0 \Leftrightarrow x\left[\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{11}{4}\right] = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Vậy đồ thị hai hàm số có 1 điểm chung.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 9 = 0$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu là

A. $I(-1;2;-3)$ và $R = \sqrt{5}$. **B.** $I(1;-2;3)$ và $R = \sqrt{5}$.

C. $I(1;-2;3)$ và $R = 5$. **D.** $I(-1;2;-3)$ và $R = 5$.

Lời giải

Ta có $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 9 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 5$.

Vậy mặt cầu có tâm $I(1;-2;3)$ và $R = \sqrt{5}$.

Câu 11. Cho mặt phẳng (P) đi qua các điểm $A(-2;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;-3)$. Mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau?

A. $x + y + z + 1 = 0$. **B.** $x - 2y - z - 3 = 0$.

C. $2x + 2y - z - 1 = 0$. **D.** $3x - 2y + 2z + 6 = 0$.

Lời giải

Phương trình mặt phẳng (P) theo đoạn chắn: $\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{-3} = 1 \Leftrightarrow -3x + 2y - 2z - 6 = 0$.

Dễ thấy mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng có phương trình $2x + 2y - z - 1 = 0$ vì tích vô hướng của hai vec-tơ pháp tuyến bằng 0.

Câu 12. Tìm phần ảo của số phức z, biết $(1+i)z = 3 - i$.

A. 2. **B.** -2. **C.** 1. **D.** -1.

Lời giải

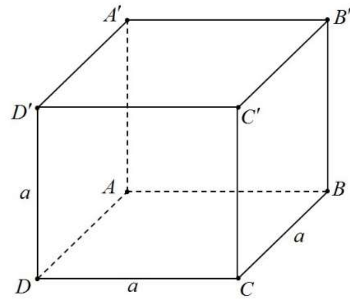
Ta có: $(1+i)z = 3 - i \Leftrightarrow z = \frac{3-i}{1+i} \Leftrightarrow z = \frac{(3-i)(1-i)}{(1+i)(1-i)} \Leftrightarrow z = 1 - 2i$.

Vậy phần ảo của số phức z bằng -2.

Câu 13. Thể tích của khối lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh bằng a là

A. $3a^3$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** a^3. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

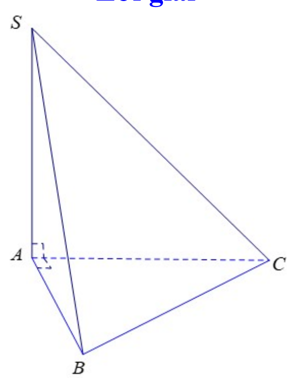


Khối lăng trụ tứ giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a là khối lập phương cạnh a nên thể tích $V = a^3$.

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A với $AB = a,\ AC = 2a$ cạnh SA vuông góc với (ABC) và $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$ **B.** $a^3\sqrt{3}$ **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$ **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

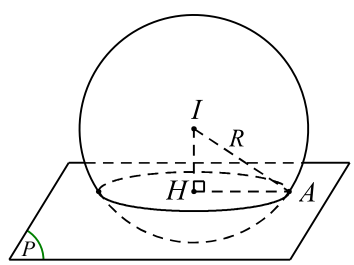


Ta có, $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{6}SA.AB.AC = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 15. Cho hình cầu đường kính $2a\sqrt{3}$. Mặt phẳng (P) cắt hình cầu theo thiết diện là hình tròn có bán kính bằng $a\sqrt{2}$. Tính khoảng cách từ tâm hình cầu đến mặt phẳng (P).

A. a. **B.** $\dfrac{a}{2}$. **C.** $a\sqrt{10}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{10}}{2}$.

Lời giải



Bán kính hình cầu đã cho là $R = a\sqrt{3}$.

Khoảng cách từ tâm hình cầu đến mặt phẳng (P) là $d = \sqrt{\left(a\sqrt{3}\right)^2 - \left(a\sqrt{2}\right)^2} = a$.

Câu 16. Số phức liên hợp của số phức $z = 1 - 2i$ là

A. $1 + 2i$. **B.** $-1 - 2i$. **C.** $2 - i$. **D.** $-1 + 2i$.

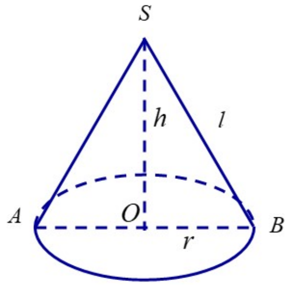
Lời giải

Số phức liên hợp của số phức $z = 1 - 2i$ là $\overline{z} = 1 + 2i$.

Câu 17. Cho hình nón tròn xoay có bán kính đường tròn đáy r, chiều cao h và đường sinh l. Kết luận nào sau đây **sai**?

A. $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$. **B.** $S_{tp} = \pi rl + \pi r^2$. **C.** $h^2 = r^2 + l^2$. **D.** $S_{xq} = \pi rl$.

Lời giải



Ta có tam giác SOB vuông tại O nên: $h^2 + r^2 = l^2 \Rightarrow h^2 = l^2 - r^2$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z-3}{-5}$ đi qua điểm

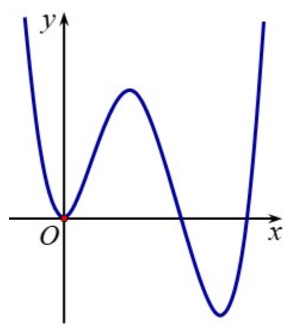
A. $(-1;2;-3)$. **B.** $(1;-2;3)$. **C.** $(-3;4;5)$. **D.** $(3;-4;-5)$.

Lời giải

Đường thẳng đi qua điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (u_1;u_2;u_3)$ có phương trình: $\frac{x-x_0}{u_1} = \frac{y-y_0}{u_2} = \frac{z-z_0}{u_3}$.

Suy ra đường thẳng đi qua điểm $(1;-2;3)$.

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ trên $\mathbb{R}$ như hình vẽ. Mệnh đề nào đúng?



A. Hàm số $y = f(x)$ có 1 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.

B. Hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu.

C. Hàm số $y = f(x)$ có 1 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu.

D. Hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.

Lời giải

Nhìn vào đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta thấy $\exists x_1 < x_2$ để $f'(x_1) = f'(x_2) = 0$

Bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$

x	$-\infty$		0		x_1		x_2		$+\infty$
y'		$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y		↗		↗		↘		↗	

KL: Hàm số $y = f(x)$ có 1 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.

Câu 20. Tìm số tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-4}{x-1}$.

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Ta có tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Do $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=3$ và $\lim\limits_{x\to 1^+} y=-\infty$, $\lim\limits_{x\to 1^-} y=+\infty$ nên đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận.

Câu 21. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3\left(x^2+2\right)\le 3$ là:

A. $S=(-\infty;-5]\cup[5;+\infty)$. **B.** $S=\varnothing$.

C. $S=\mathbb{R}$. **D.** $P=[-5;5]$.

Lời giải

Ta có: $\log_3\left(x^2+2\right)\le 3 \Leftrightarrow x^2+2\le 27 \Leftrightarrow x^2\le 25 \Leftrightarrow -5\le x\le 5$.

Câu 22. Cho đa giác lồi n đỉnh $(n>3)$. Số tam giác có 3 đỉnh là 3 đỉnh của đa giác đã cho là

A. A_n^3. **B.** C_n^3. **C.** $\dfrac{C_n^3}{3!}$. **D.** $n!$.

Lời giải

Số tam giác có 3 đỉnh là 3 đỉnh của đa giác đã cho là số tổ hợp chập 3 của n phần tử.
Số tam giác lập được là C_n^3.

Câu 23. Tìm nguyên hàm $F(x)=\int \pi^2\,\mathrm{d}x$.

A. $F(x)=\pi^2x+C$. **B.** $F(x)=2\pi x+C$. **C.** $F(x)=\dfrac{\pi^3}{3}+C$. **D.** $F(x)=\dfrac{\pi^2x^2}{2}+C$.

Lời giải

Ta có $F(x)=\int \pi^2\,\mathrm{d}x=\pi^2x+C$ (vì π^2 là hằng số).

Câu 24. Biết $\int\limits_a^b (2x-1)\,\mathrm{d}x=1$. Khẳng định nào sau đây là **đúng?**

A. $b-a=1$. **B.** $a^2-b^2=a-b-1$. **C.** $b^2-a^2=b-a+1$. **D.** $a-b=1$.

Lời giải

Ta có: $\int\limits_a^b (2x-1)\,\mathrm{d}x=\left(x^2-x\right)\Big|_a^b=b^2-b-\left(a^2-a\right)$.

Mà $\int\limits_a^b (2x-1)\,\mathrm{d}x=1 \Leftrightarrow b^2-b-a^2+a=1 \Leftrightarrow b^2-a^2=b-a+1$.

Câu 25. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x^2+8\sin x$.

A. $\int f(x)\,\mathrm{d}x=6x-8\cos x+C$. **B.** $\int f(x)\,\mathrm{d}x=6x+8\cos x+C$.

C. $\int f(x)\,\mathrm{d}x=x^3-8\cos x+C$. **D.** $\int f(x)\,\mathrm{d}x=x^3+8\cos x+C$.

Lời giải

Ta có: $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\int\left(3x^2+8\sin x\right)\mathrm{d}x=x^3-8\cos x+C$.

Câu 26. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			3				$+\infty$
		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	
	$-\infty$				-1		

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;3)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-1;1\right)$.

Câu 27. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau. Kết luận nào sau đây đúng.

x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$		$\nearrow$	2	$\searrow$	$\frac{19}{12}$	$\nearrow$	$+\infty$

A. Hàm số có hai điểm cực trị. **B.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$.
C. Hàm số có ba điểm cực trị. **D.** Hàm số đạt cực đại tại $x=2$.

Câu 28. Cho các số thực dương a, b, c khác 1. Chọn mệnh đề sai trong các mệnh đề sau đây.

A. $\log_a\frac{b}{c}=\log_a b-\log_a c$. **B.** $\log_a b=\frac{\log_c a}{\log_c b}$.

C. $\log_a\left(bc\right)=\log_a b+\log_a c$. **D.** $\log_a b=\frac{\log_c b}{\log_c a}$.

Lời giải

Với các số thực dương a, b, c khác 1, ta có

$\log_a\frac{b}{c}=\log_a b-\log_a c$ nên A đúng.

$\log_a b=\frac{\log_c b}{\log_c a}$ nên B sai và D đúng.

$\log_a\left(bc\right)=\log_a b+\log_a c$ nên C đúng.

Câu 29. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2$, trục hoành Ox, các đường thẳng $x=1$, $x=2$ là

A. $S=\frac{7}{3}$. **B.** $S=\frac{8}{3}$. **C.** $S=7$. **D.** $S=8$.

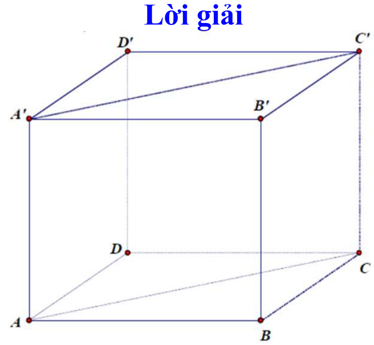
Lời giải

Diện tích hình phẳng là $S=\int\limits_1^2\left|x^2\right|\mathrm{d}x=\int\limits_1^2 x^2\mathrm{d}x=\left.\frac{x^3}{3}\right|_1^2=\frac{8}{3}-\frac{1}{3}=\frac{7}{3}$.

Câu 30. Cho hình lập phương $ABCD.A'BC'D'$. Tính góc giữa mặt phẳng $\left(ABCD\right)$ và $\left(ACC'A'\right)$.

A. $45°$. **B.** $60°$. **C.** $30°$. **D.** $90°$.

Lời giải



Do $AA'\perp\left(ABCD\right)\Rightarrow\left(ACC'A'\right)\perp\left(ABCD\right)$.

Câu 31. Tìm tất các các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^3-3x+2m=0$ có ba nghiệm thực phân biệt.

A. $m\in\left(-2;2\right)$. **B.** $m\in\left(-1;1\right)$.

C. $m\in\left(-\infty;-1\right)\cup\left(1;+\infty\right)$. **D.** $m\in\left(-2;+\infty\right)$.

Lời giải

Ta có: $x^3-3x+2m=0 \Leftrightarrow -x^3+3x=2m \quad (*)$

Xét hàm số $y=-x^3+3x$ có đồ thị là (C) và đường thẳng $d: y=2m$.

Số nghiệm của phương trình $(*)$ phụ thuộc vào số giao điểm của đồ thị hàm số (C) và đường thẳng d

Ta có: $y'=-3x^2+3$, cho $y'=0 \Leftrightarrow -3x^2+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=1 \end{array}\right.$.

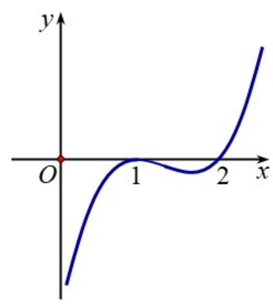
Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Nhìn bảng biến thiên suy ra:

Phương trình $(*)$ có ba nghiệm phân biệt khi $-2<2m<2 \Leftrightarrow -1<m<1$.

Câu 32. Hình bên là đồ thị của hàm số $y=f'(x)$. Hỏi đồ thị hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(2;+\infty)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(0;1)$ và $(2;+\infty)$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị $f'(x)$ ta có $f'(x)>0$ khi $x\in(2;+\infty) \Rightarrow$ hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$

Câu 33. Một thầy giáo có 12 cuốn sách đôi một khác nhau, trong đó có 5 cuốn sách văn học, 4 cuốn sách âm nhạc và 3 cuốn sách hội họa. Thầy muốn lấy ra 6 cuốn và đem tặng cho 6 em học sinh mỗi em một cuốn. Thầy giáo muốn rằng sau khi tặng xong, mỗi một trong 3 thể loại văn học, âm nhạc, hội họa đều còn lại ít nhất một cuốn. Hỏi thầy có tất cả bao nhiêu cách tặng?

A. 665280. **B.** 85680. **C.** 119. **D.** 579600.

Lời giải

Số cách chọn 6 cuốn bất kì tặng cho 6 em học sinh: A_{12}^6.

Số cách chọn để tặng hết một trong ba loại: $C_5^5.C_7^1.6!+C_4^4.C_8^2.6!+C_3^3.C_9^3.6!$.

Số cách chọn thỏa mãn yêu cầu bài toán: $A_{12}^6-C_5^5.C_7^1.6!+C_4^4.C_8^2.6!+C_3^3.C_9^3.6!=579600$.

Câu 34. Số nghiệm của phương trình $\log_3(x^2+4x)+\log_{\frac{1}{3}}(2x+3)=0$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Điều kiện $\begin{cases} x^2+4x>0 \\ 2x+3>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x>0 \\ x<-4 \end{array}\right. \\ x>-\dfrac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x>0$.

Phương trình đã cho $\Leftrightarrow \log_3(x^2+4x)=\log_3(2x+3) \Leftrightarrow x^2+4x=2x+3 \Leftrightarrow x^2+2x-3=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-3 \end{array}\right.$.

Kết hợp điều kiện ta được $x=1$.

Câu 35. Tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn: $|\bar{z}+2-i|=4$ là đường tròn có tâm I và bán kính R lần lượt là:

A. $I(-2;-1)$; $R=4$. **B.** $I(-2;-1)$; $R=2$. **C.** $I(2;-1)$; $R=4$. **D.** $I(2;-1)$; $I(2;-1)$.

Lời giải

Gọi số phức $z=x+iy\,(x,y\in\mathbb{R})$

Ta có:

$|\bar{z}+2-i|=4 \Leftrightarrow |(x+2)+(-y-1)i|=4 \Leftrightarrow (x+2)^2+(y+1)^2=16$

Vậy tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn: $|\bar{z}+2-i|=4$ là đường tròn có tâm $I(-2;-1)$ và có bán kính $R=4$.

Câu 36. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho $M(1;-2;1)$, $N(0;1;3)$. Phương trình đường thẳng qua hai điểm M, N là

A. $\frac{x+1}{-1}=\frac{y-2}{3}=\frac{z+1}{2}$. **B.** $\frac{x+1}{1}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z-2}{1}$.

C. $\frac{x}{-1}=\frac{y-1}{3}=\frac{z-3}{2}$. **D.** $\frac{x}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-3}{1}$.

Lời giải

Đường thẳng MN đi qua $N(0;1;3)$ và có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{MN}=(-1;3;2)$ có phương trình là $\frac{x}{-1}=\frac{y-1}{3}=\frac{z-3}{2}$.

Câu 37. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-12}{4}=\frac{y-9}{3}=\frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P):3x+5y-z-2=0$. Tìm tọa độ giao điểm của d và (P).

A. $(1;\,0;\,1)$. **B.** $(0;\,0;\,-2)$. **C.** $(1;\,1;\,6)$. **D.** $(12;\,9;\,1)$.

Lời giải:

Gọi M là giao điểm của của đường thẳng d và mặt phẳng (P)

Ta có: $M(12+4t;\ 9+3t;\ 1+t)\in d$.

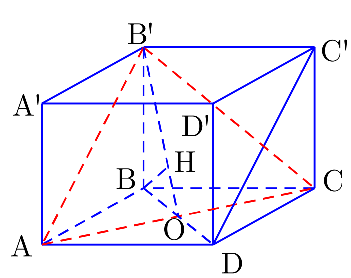
$M\in(P)\Leftrightarrow 3(12+4t)+5(9+3t)-(1+t)-2=0\Leftrightarrow 26t=-78\Leftrightarrow t=-3$.

Vậy $M(0;\ 0;\ -2)$.

Câu 38. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và DC' bằng

A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải



Ta có: $DC'//AB' \Rightarrow DC'//(B'AC)$ chứa AC.

Khi đó ta có $d(AC;DC') = d(D;(B'AC)) = d(B;(B'AC))$.

Ta có: $\begin{cases} AC \perp BD \\ AC \perp BB' \end{cases} \Rightarrow AC \perp (BB'O)$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của B lên $B'O$ ta có: $\begin{cases} BH \perp AC \\ BH \perp B'O \end{cases} \Rightarrow BH \perp (B'AC)$.

Suy ra $d(B,(B'AC)) = BH$.

Trong tam giác $B'BO$ ta có: $\dfrac{1}{BH^2} = \dfrac{1}{BB'^2} + \dfrac{1}{BO^2} \Leftrightarrow \dfrac{1}{BH^2} = \dfrac{1}{a^2} + \dfrac{2}{a^2} \Leftrightarrow BH = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$

Câu 39. Tìm các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_{0,02}\left(\log_2\left(3^x+1\right)\right) > \log_{0,02} m$ có nghiệm với mọi $x \in (-\infty;0)$.

A. $m > 9$. **B.** $m < 2$. **C.** $0 < m < 1$. **D.** $m \geq 1$.

Lời giải

$\log_{0,02}\left(\log_2\left(3^x+1\right)\right) > \log_{0,02} m$

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

ĐK tham số m: $m > 0$

Ta có: $\log_{0,02}\left(\log_2\left(3^x+1\right)\right) > \log_{0,02} m \Leftrightarrow \log_2\left(3^x+1\right) < m$

Xét hàm số $f(x) = \log_2\left(3^x+1\right)$, $\forall x \in (-\infty;0)$ có $f' = \dfrac{3^x.\ln 3}{\left(3^x+1\right)\ln 2} > 0$, $\forall x \in (-\infty;0)$

Bảng biến thiên $f(x)$:

x	$-\infty$		0
f'		$+$	
f	0	$\nearrow$	1

Khi đó với yêu cầu bài toán thì $m \geq 1$.

Câu 40. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trong đoạn $[1;e]$, biết $\int_1^e \dfrac{f(x)}{x}dx = 1$, $f(e) = 1$. Khi đó $I = \int_1^e f'(x).\ln x dx$ bằng

A. $I = 4$. **B.** $I = 3$. **C.** $I = 1$. **D.** $I = 0$.

Lời giải

Cách 1: Ta có $I = \int_1^e f'(x).\ln x dx = f(x).\ln x\Big|_1^e - \int_1^e f(x).\dfrac{1}{x}dx = f(e) - 1 = 1 - 1 = 0$.

Cách 2: Đặt $\begin{cases} u = \ln x \\ dv = f'(x)dx \end{cases} \to \begin{cases} du = \dfrac{dx}{x} \\ v = f(x) \end{cases}$.

Suy ra $I = \int_1^e f'(x).\ln x dx = f(x)\ln x\Big|_1^e - \int_1^e \dfrac{f(x)}{x}dx = f(e) - 1 = 1 - 1 = 0$.

Câu 41. Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 - 2m^2 + m^4$ có đồ thị (C). Biết đồ thị (C) có ba điểm cực trị A, B, C và $ABDC$ là hình thoi trong đó $D(0;-3)$, A thuộc trục tung. Khi đó m thuộc khoảng nào?

A. $m \in \left(\frac{9}{5};2\right)$. **B.** $m \in \left(-1;\frac{1}{2}\right)$. **C.** $m \in (2;3)$. **D.** $m \in \left(\frac{1}{2};\frac{9}{5}\right)$.

Lời giải

Ta có $y' = 4x(x^2 - m) \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = m \end{array}\right.$;

Với điều kiện $m > 0$ đồ thị hàm số có ba điểm cực trị là $A(0;m^4 - 2m^2)$; $B(-\sqrt{m};m^4 - 3m^2)$; $C(\sqrt{m};m^4 - 3m^2)$. Để $ABDC$ là hình thoi điều kiện là $BC \perp AD$ và trung điểm I của BC trùng với trung điểm J của AD. Do tính đối xứng ta luôn có $BC \perp AD$ nên chỉ cần $I \equiv J$ với $I(0;\, m^4 - 3m^2)$, $J\left(0;\frac{m^4 - 2m^2 - 3}{2}\right)$.

ĐK: $m^4 - 2m^2 - 3 = 2m^4 - 6m^2 \Leftrightarrow m^4 - 4m^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = \sqrt{3} \end{array}\right. \Leftrightarrow m \in \left(\frac{1}{2};\frac{9}{5}\right)$.

Câu 42. Cho số phức z thoả mãn $|z - 3 - 4i| = \sqrt{5}$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z+2|^2 - |z-i|^2$. Tính môđun của số phức $w = M + mi$.

A. $|w| = \sqrt{1258}$. **B.** $|w| = \sqrt{1258}$. **C.** $|w| = 2\sqrt{314}$. **D.** $|w| = 2\sqrt{309}$.

Lời giải

Giả sử $z = a + bi$ $(a, b \in \mathbb{R})$.

$|z - 3 - 4i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow (a-3)^2 + (b-4)^2 = 5$ (1).

$P = |z+2|^2 - |z-i|^2 = (a+2)^2 + b^2 - \left[a^2 + (b-1)^2\right] = 4a + 2b + 3$ (2).

Từ (1) và (2) ta có $20a^2 + (64 - 8P)a + P^2 - 22P + 137 = 0$ (*).

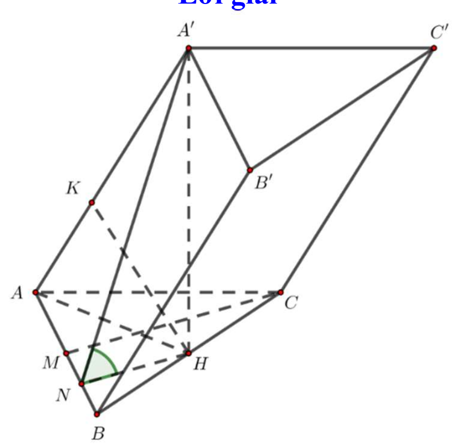
Phương trình (*) có nghiệm khi $\Delta' = -4P^2 + 184P - 1716 \ge 0$

$\Leftrightarrow 13 \le P \le 33 \Rightarrow |w| = \sqrt{1258}$.

Câu 43. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm BC. Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng $B'C'$ và AA' biết góc giữa hai mặt phẳng $(ABB'A')$ và $(A'B'C')$ bằng $60°$.

A. $d = \frac{3a\sqrt{7}}{14}$. **B.** $d = \frac{a\sqrt{21}}{14}$. **C.** $d = \frac{3a}{4}$. **D.** $d = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải



Gọi H là trung điểm BC, theo giả thiết $A'H \perp (ABC)$.

Vì ΔABC là tam giác đều nên $AH \perp BC$. Vậy $BC \perp (A'AH) \Rightarrow BC \perp AA'$.

Gọi M là trung điểm AB, N là trung điểm MB. Ta có $CM \perp AB$, NH là đường trung bình ΔBCM nên $HN//CM$ $\Rightarrow HN \perp AB$. Mà góc giữa hai mặt phẳng $(ABB'A')$ và $(A'B'C')$ bằng góc giữa hai mặt phẳng $(ABB'A')$ và (ABC) là góc $\widehat{A'NH} = 60°$.

Vì $AA'//BB'$ nên $d(AA';B'C') = d(AA';(BCC'B'))$

Trong mặt phẳng $(A'AH)$, kẻ $HK \perp AA'$ tại K. Ta thấy $HK \perp AA'$ mà $AA'//BB'$ $\Rightarrow HK \perp BB'$, $HK \perp BC$ nên $HK \perp (BCC'B')$.

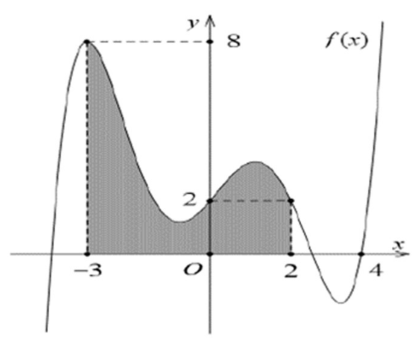
Vì $AA'//BB'$ nên $d(AA';B'C') = d(AA';(BCC'B')) = d(K;(BCC'B')) = HK$.

Ta có $HN = \dfrac{1}{2}CM = \dfrac{a\sqrt{3}}{4}$ $\Rightarrow A'H = NH.\tan 60° = \dfrac{3a}{4}$.

Trong $\Delta A'AH$ có $AH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$; $A'H = \dfrac{3a}{4}$ nên $\dfrac{1}{HK^2} = \dfrac{1}{A'H^2} + \dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{16}{9a^2} + \dfrac{4}{3a^2} = \dfrac{28}{9a^2}$

$\Rightarrow HK = \dfrac{3a\sqrt{7}}{14}$.

Câu 44. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Giả sử phần màu có diện tích bằng a. Tính theo a giá trị của tích phân $\int_{-3}^{2} [1 + (2x+1) f'(x)] dx$



A. $55 - 2a$. **B.** $50 - 2a$. **C.** $-30 + 2a$. **D.** $50 - a$.

Lời giải

$\int_{-3}^{2} [1 + (2x+1) f'(x)] dx = \int_{-3}^{2} dx + \int_{-3}^{2} (2x+1) f'(x) dx = 5 + \int_{-3}^{2} (2x+1) f'(x) dx$

Gọi $I = \int_{-3}^{2} (2x+1) f'(x) dx$

Đặt $\begin{cases} u = 2x+1 \\ dv = f'(x)\,dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u' = 2 \\ v = f(x) \end{cases}$

Khi đó $I = (2x+1) f(x)\Big|_{-3}^{2} - 2\int_{-3}^{2} f(x)\,dx = 5f(2) + 5f(-3) - 2a = 5.2 + 5.8 - 2a = 50 - 2a$

Vậy kết quả $55 - 2a$

Câu 45. Tìm $m \in \mathbb{R}$ để các nghiệm của phương trình sau đều là số ảo: $(m-3)z^4 + 6z^2 + m + 3 = 0$.

A. $-3\sqrt{2} \le m \le -3$. **B.** $3 \le m \le 3\sqrt{2}$. **C.** $3 < m \le 3\sqrt{2}$. **D.** $\begin{cases} -3\sqrt{2} \le m \le -3 \\ 3 < m \le 3\sqrt{2} \end{cases}$.

Lời giải

* Nếu $m = 3$: Phương trình trở thành $6z^2 + 6 = 0 \Leftrightarrow z = \pm i$ (thỏa mãn).

* Nếu $m \ne 3$: Đặt $z = xi\ (x \in \mathbb{R})$, phương trình $(m-3)z^4 + 6z^2 + m + 3 = 0\ (1)$ trở thành $(m-3)x^4 - 6x^2 + m + 3 = 0\ (2)$.

Đặt $t=x^2\ (t\ge 0)$, phương trình (2) trở thành $(m-3)t^2-6t+m+3=0\ (3)$.

Phương trình (1) chỉ có nghiệm ảo $\Leftrightarrow$ phương trình (2) chỉ có nghiệm thực.

$\Leftrightarrow$ phương trình (3) có 2 nghiệm thực thỏa mãn $0\le t_1\le t_2 \Leftrightarrow \begin{cases}\Delta'\ge 0\\ S\ge 0\\ P\ge 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}18-m^2\ge 0\\ \dfrac{6}{m-3}\ge 0\\ \dfrac{m+3}{m-3}\ge 0\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}-3\sqrt{2}\le m\le 3\sqrt{2}\\ m>3\\ \left[\begin{array}{l} m>3\\ m\le -3\end{array}\right.\end{cases} \Leftrightarrow 3<m\le 3\sqrt{2}$. Vậy $3\le m\le 3\sqrt{2}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(3;-2;4)$, $B(5;3;-2)$, $C(0;4;2)$, đường thẳng d cách đều ba điểm A, B, C có phương trình là

A. $\begin{cases}x=\dfrac{11}{6}\\ y=\dfrac{1}{6}+22t\\ z=27t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=4+26t\\ y=2+38t\\ z=\dfrac{9}{4}+27t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=\dfrac{8}{3}+26t\\ y=\dfrac{5}{3}+22t\\ z=\dfrac{4}{3}+27t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=4+26t\\ y=2+22t\\ z=\dfrac{9}{4}+27t\end{cases}$.

Lời giải

Gọi I là trung điểm của AB suy ra $I\left(4;\dfrac{1}{2};1\right)$ và (P) là mặt phẳng trung trực của đoạn AB.

Mặt phẳng (P) đi qua I và nhận $\overrightarrow{AB}=(2;5;-6)$ làm vec tơ pháp tuyến có phương trình là: $2(x-4)+5\left(y-\dfrac{1}{2}\right)-6(z-1)=0 \Leftrightarrow 4x+10y-12z-9=0$.

Gọi J là trung điểm của AC suy ra $J\left(\dfrac{3}{2};1;3\right)$ và (Q) là mặt phẳng trung trực của đoạn AC

Mặt phẳng (Q) đi qua J và nhận $\overrightarrow{AC}=(-3;6;-2)$ làm vec tơ pháp tuyến có phương trình là: $-3\left(x-\dfrac{3}{2}\right)+6(y-1)-2(z-3)=0 \Leftrightarrow 6x-12y+4z-9=0$. Khi đó $d=(P)\cap(Q)$

Ta có d có vectơ chỉ phương $\vec{u}=\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]=(26;22;27)$ và đi qua M là nghiệm của hệ $\begin{cases}4x+10y-12z-9=0\\ 6x-12y+4z-9=0\end{cases}$, ta chọn $x=4$ suy ra $y=2$ và $z=\dfrac{9}{4}$. Vậy $M\left(4;2;\dfrac{9}{4}\right)$.

Phương trình tham số của d là: $\begin{cases}x=4+26t\\ y=2+22t\\ z=\dfrac{9}{4}+27t\end{cases}$.

Câu 47. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_3\dfrac{3x^2+x+1}{2x^2+2x+3}+x^2-x-2\le 0$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Điều kiện: $\begin{cases} \dfrac{3x^2+x+1}{2x^2+2x+3} > 0 \\ 2x^2+2x+3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 3x^2+x+1>0 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}$.

Ta có

$\log_3 \dfrac{3x^2+x+1}{2x^2+2x+3} + x^2 - x - 2 \le 0 \Leftrightarrow \log_3\left(3x^2+x+1\right) - \log_3\left(2x^2+2x+3\right) + x^2 - x - 2 \le 0$

$\Leftrightarrow \log_3\left(3x^2+x+1\right) + 3x^2+x+1 \le \log_3\left(2x^2+2x+3\right) + 2x^2+2x+3 (*)$.

Xét hàm số $f(t) = \log_3 t + t$ với $t>0$.

Ta có $f'(t) = \dfrac{1}{t\ln 3} + 1 > 0 \forall t > 0$.

Vậy hàm số đã cho đồng biến với $t>0$.

Khi đó

$(*) \Leftrightarrow 3x^2+x+1 \le 2x^2+2x+3 \Leftrightarrow x^2-x-2 \le 0 \Leftrightarrow -1 \le x \le 2$.

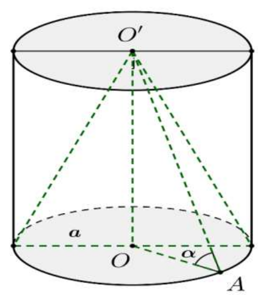
Do $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{-1;0;1;2\}$.

Vậy phương trình đã cho có 4 nghiệm nguyên.

Câu 48. Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn (O) và (O'), bán kính bằng a. Một hình nón có đỉnh là O' và có đáy là hình tròn (O). Biết góc giữa đường sinh của hình nón và mặt đáy là 60°, tỉ số diện tích xung quanh của hình trụ và hình nón bằng

A. $\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$. **D.** 2.

Lời giải



Ta có: $OO' = OA.\tan\alpha = a.\tan 60^\circ = \sqrt{3}a$ và $O'A = \sqrt{O'O^2 + OA^2} = \sqrt{a^2 + \left(\sqrt{3}a\right)^2} = 2a$.

Gọi S_1 là diện tích xung quanh của hình trụ.

Ta có: $S_1 = 2\pi rl = 2\pi.OA.OO' = 2\pi a.\sqrt{3}a = 2\sqrt{3}\pi a^2$.

Gọi S_2 là diện tích xung quanh của hình nón.

Ta có: $S_2 = \pi rl = \pi.OA.O'A = \pi a.2a = 2\pi a^2$.

$\Rightarrow$ Tỉ số diện tích xung quanh của hình trụ và hình nón là: $\dfrac{S_1}{S_2} = \dfrac{2\sqrt{3}\pi a^2}{2\pi a^2} = \sqrt{3}$.

Câu 49. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho biết $A(0;2;0), B(2;2;1), C(3;0;-4)$. Xét biểu thức $T = MA + MB + MC + kMO$, trong đó k là hệ số thực. Biết rằng khi điểm M thay đổi và $k \in [\alpha;+\infty)$ thì biểu thức T đạt giá trị nhỏ nhất bằng 10. Hỏi số thực α nằm trong khoảng nào dưới đây?

A. $(1;2)$ **B.** $(3;4)$ **C.** $(0;1)$ **D.** $(2;3)$

Lời giải

Ta có: $MA = MA.\dfrac{OA}{OA} \geq \dfrac{\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{OA}}{OA} = \dfrac{\left(\overrightarrow{MO}+\overrightarrow{OA}\right)\overrightarrow{OA}}{OA} = \dfrac{.\overrightarrow{MO}.\overrightarrow{OA}}{OA} + \dfrac{\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OA}}{OA} = \dfrac{\overrightarrow{MO}.\overrightarrow{OA}}{OA} + OA$

Dấu bằng xảy ra khi M nằm trên tia đối của tia OA.

Tương tự ta có $MB \geq \dfrac{\overrightarrow{MO}.\overrightarrow{OB}}{OB} + OB; MC \geq \dfrac{\overrightarrow{MO}.\overrightarrow{OC}}{OC} + OC$

Từ đó suy ra $T = MA + MB + MC \geq kMO + \dfrac{\overrightarrow{MO}.\overrightarrow{OA}}{OA} + \dfrac{\overrightarrow{MO}.\overrightarrow{OB}}{OB} + \dfrac{\overrightarrow{MO}.\overrightarrow{OC}}{OC} + OA + OB + OC$

$T \geq kMO + \dfrac{\overrightarrow{MO}.\overrightarrow{OA}}{OA} + \dfrac{\overrightarrow{MO}.\overrightarrow{OB}}{OB} + \dfrac{\overrightarrow{MO}.\overrightarrow{OC}}{OC} + 10 = kMO + \overrightarrow{MO}\left(\dfrac{\overrightarrow{OA}}{OA} + \dfrac{\overrightarrow{OB}}{OB} + \dfrac{\overrightarrow{OC}}{OC}\right) + 10$

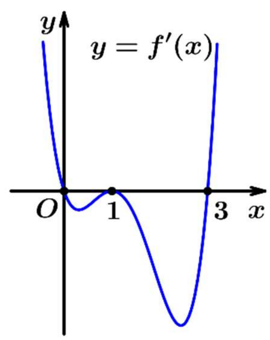
$T \geq kMO + MO.\left|\dfrac{\overrightarrow{OA}}{OA} + \dfrac{\overrightarrow{OB}}{OB} + \dfrac{\overrightarrow{OC}}{OC}\right| cos\beta + 10 \geq MO\left(k - \left|\dfrac{\overrightarrow{OA}}{OA} + \dfrac{\overrightarrow{OB}}{OB} + \dfrac{\overrightarrow{OC}}{OC}\right|\right) + 10$

Suy ra $T \geq MO\left(k - \left|\dfrac{\overrightarrow{OA}}{OA} + \dfrac{\overrightarrow{OB}}{OB} + \dfrac{\overrightarrow{OC}}{OC}\right|\right) + 10 = MO\left(k - \dfrac{\sqrt{115}}{5}\right) + 10$ (Xảy ra khi M trùng với O)

Giả thiết cho giá trị nhỏ nhất của biểu thức T luôn là 10, suy ra: $k - \dfrac{\sqrt{115}}{5} \geq 0 \Leftrightarrow k \geq \dfrac{\sqrt{115}}{5}$

$\Rightarrow k \in \left[\dfrac{\sqrt{115}}{5}; +\infty\right) = [\alpha; +\infty) \Rightarrow \alpha = \dfrac{\sqrt{115}}{5}$.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình vẽ bên.



Có bao nhiêu số nguyên $m \in (-20; 20)$ để hàm số $y = f(x^2 + m)$ có đúng 5 điểm cực trị.

A. 19. **B.** 17. **C.** 20. **D.** 3.

Lời giải

Ta có $f'(x)$ cắt trục hoành tại các điểm có hoành độ $x = 0$; $x = 1$; $x = 3$ trong đó điểm có hoành độ $x = 1$ là điểm tiếp xúc với trục hoành

Do đó $f'(x) = x^{2m+1}(x-1)^{2n}(x-3)^{2p+1}.\ g(x)$ trong đó $g(x) > 0, \forall x$ và $m, n, p \in \mathbb{N}; n \neq 0$.

Khi đó $y' = 2xf'(x^2+m) = 2x(x^2+m)^{2m+1}(x^2+m-1)^{2n}(x^2+m-3)^{2p+1}.\ g(x^2+m)$.

Do đó y' chỉ có thể đổi dấu khi qua các điểm $x = 0$; $x^2 + m = 0$; $x^2 + m - 3 = 0$.

Trường hợp 1: Nếu $m \geq 3 \Rightarrow x^2 + m > 0;\ x^2 + m - 3 \geq 0, \forall x$ khi đó y' có đúng một điểm đổi dấu $x = 0$ hàm số có đúng một điểm cực trị (loại).

Trường hợp 2: Nếu $m < 0$ khi đó y' có 5 điểm đổi dấu là $x = 0$; $x = \pm\sqrt{-m}$; $x = \pm\sqrt{3-m}$ hàm số có 5 điểm cực trị (thỏa mãn).

Trường hợp 3: Nếu $0 \leq m < 3 \Rightarrow x^2 + m \geq 0, \forall x$ khi đó y' có đúng 3 điểm đổi dấu là $x = 0$; $x = \pm\sqrt{3-m}$ hàm số có 3 điểm cực trị (loại).

Vậy $m < 0$ là các giá trị cần tìm. Có tất cả 19 số nguyên thỏa mãn.

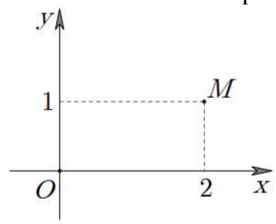
ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT - SỐ 10

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Note

Câu 1: Trong hình vẽ bên, điểm M biểu diễn số phức z. Số phức $\overline{z}$ là



A. $2-i$. **B.** $1+2i$. **C.** $1-2i$. **D.** $2+i$.

Câu 2: Đạo hàm của hàm số $y=\log_5 x$ trên khoảng $(0;+\infty)$ là

A. $y'=\frac{\ln 5}{x}$. **B.** $y'=\frac{x}{\ln 5}$. **C.** $y'=\frac{1}{x\ln 5}$. **D.** $y'=\frac{1}{x}$.

Câu 3: Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=5x^{\frac{6}{5}}$ là

A. $\frac{6}{5}x^{\frac{1}{5}}$. **B.** $\frac{25}{11}x^{\frac{11}{5}}$. **C.** $6x^{\frac{1}{5}}$. **D.** $\frac{5}{6}x^{-\frac{1}{5}}$.

Câu 4: Tập nghiệm của bất phương trình $5^{2x-1}>125$ là

A. $(3;+\infty)$. **B.** $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$. **C.** $\left(\frac{1}{3};+\infty\right)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 5: Cho cấp số nhân (u_n) biết $u_3=9$ và công bội $q=-3$. Tính tổng S_3 của 3 số hạng đầu của cấp số nhân (u_n).

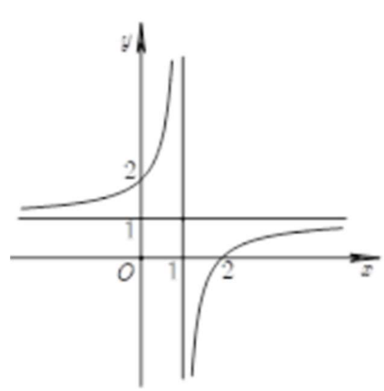
A. 7. **B.** 36. **C.** -14. **D.** 1.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1:\frac{x-2}{2}=\frac{y-6}{-2}=\frac{z+2}{1}$ và $d_2:\frac{x-4}{1}=\frac{y+1}{3}=\frac{z+2}{-2}$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa d_1 và (P) song song với đường thẳng d_2 là

A. $(P):x+5y+8z-16=0$. **B.** $(P):x+5y+8z+16=0$.

C. $(P):x+4y+6z-12=0$. **D.** $(P):2x+y-6=0$.

Câu 7: Cho hàm số $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là điểm nào trong các điểm sau



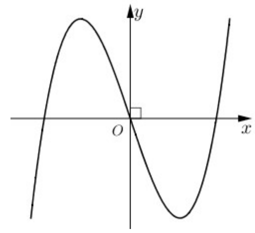
A. $(0;-2)$. **B.** $(2;0)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(0;2)$.

Note

Câu 8: Biết $\int_0^1 \left[f(x)+2x\right]dx=3$. Khi đó $\int_0^1 f(x)\,dx$ bằng

A. 1. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 9: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=x^3-3x$. **B.** $y=-x^3+3x$. **C.** $y=x^4-2x^2$. **D.** $y=-x^4+2x^2$.

Câu 10: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt cầu tâm $I(2;1;-2)$ bán kính $R=2$ là:

A. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=2^2$.

B. $x^2+y^2+z^2-4x-2y+4z+5=0$.

C. $x^2+y^2+z^2+4x-2y+4z+5=0$.

D. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=2$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng: $-\sqrt{3}x+y+1=0$. Tính góc tạo bởi (P) với trục Ox?

A. 60^0. **B.** 30^0. **C.** 120^0. **D.** 150^0.

Câu 12: Trong mặt phẳng phức, điểm $M(3;7)$ biểu diễn số phức z. Môđun của số phức $w=i.\overline{z}-z^2$ bằng:

A. $2\sqrt{2}$. **B.** 8. **C.** $4\sqrt{43}$. **D.** $\sqrt{3730}$.

Câu 13: Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $AC'=a\sqrt{3}$.

A. $V=a^3$ **B.** $V=\dfrac{3\sqrt{6}a^3}{4}$ **C.** $V=3\sqrt{3}a^3$ **D.** $V=\dfrac{1}{3}a^3$

Câu 14: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a, $SA\perp(ABC)$, $SA=3a$. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $V=a^3$. **B.** $V=3a^3$. **C.** $V=\dfrac{1}{3}a^3$. **D.** $V=2a^3$.

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x-2y+2z-2=0$ và điểm $I(-1;2;-1)$. Xét (S) là mặt cầu tâm I và cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 5. Phương trình của (S) là

A. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=34$.

B. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=34$.

C. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=25$.

D. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=16$.

Câu 16: Phần ảo của số phức $z=\dfrac{3-2i}{1+i}$ bằng

A. 1. **B.** $\dfrac{5}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $-\dfrac{5}{2}$.

Note

Câu 17: Thiết diện qua trục của một hình nón là một tam giác đều cạnh có độ dài bằng a. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình nón đó.

A. $S_{tp} = \pi a^2$. **B.** $S_{tp} = \frac{3}{4}\pi a^2$. **C.** $S_{tp} = \frac{5}{4}\pi a^2$. **D.** $S_{tp} = \frac{1}{4}\pi a^2$

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{1}$ đi qua điểm $M(m;2;3)$.

A. $m=-1$. **B.** $m=3$. **C.** $m=-3$. **D.** $m=1$.

Câu 19: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-5	$\nearrow$	$+\infty$

Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. $y=-5$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(3;-5)$. **D.** $x=3$.

Câu 20: Tìm phương trình tất cả các tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-1}{x-2}$.

A. $x=-2$ và $y=3$. **B.** $x=3$ và $y=2$.

C. $x=2$ và $y=-\frac{1}{2}$. **D.** $x=2$ và $y=3$.

Câu 21: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_3(2x+3) < \log_3(1-x)$

A. $\left(-\frac{2}{3};+\infty\right)$ **B.** $\left(-\frac{3}{2};-\frac{2}{3}\right)$ **C.** $\left(-\frac{3}{2};1\right)$ **D.** $\left(-\infty;-\frac{2}{3}\right)$

Câu 22: Một tổ có 7 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 6 học sinh trong đó có 2 học sinh nữ?

A. $A_5^2.A_7^4$. **B.** $C_5^2.C_7^4$. **C.** $C_5^2 + C_7^4$. **D.** $A_5^2 + A_7^4$.

Câu 23: Nếu $\int f(x)\mathrm{d}x = 4x^3 + x^2 + C$ thì hàm số $f(x)$ bằng

A. $f(x) = x^4 + \frac{x^3}{3} + Cx$. **B.** $f(x) = 12x^2 + 2x + C$.

C. $f(x) = 12x^2 + 2x$. **D.** $f(x) = x^4 + \frac{x^3}{3}$.

Câu 24: Nếu $\int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x = 2$ thì $\int_{-1}^{2}\left[2f(x) - 2x\right]dx$ bằng

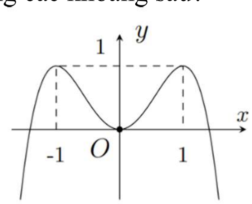
A. -2. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -1.

Câu 25: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 - 2\cos x$ là

A. $f(x) = x^3 - 2\sin x + C$. **B.** $f(x) = x^3 + \sin x + C$.

C. $f(x) = 3x^3 - 2\sin x + C$. **D.** $f(x) = 3x^3 + 2\sin x + C$.

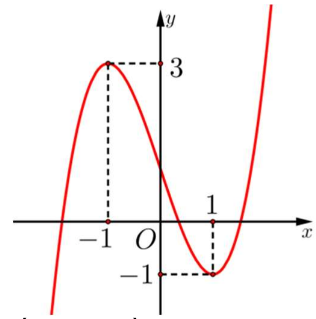
Câu 26: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trong khoảng nào trong các khoảng sau?



A. $(-1;1)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Note

Câu 27: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a,b,c,d \in \mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ.



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 0. **B.** 3. **C.** -1. **D.** 1.

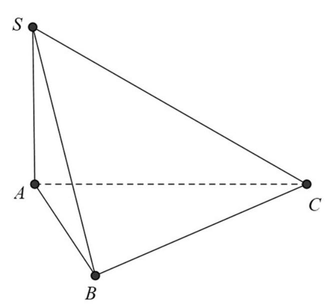
Câu 28: Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_2 a = x$, $\log_2 b = y$. Tính $P = \log_2\left(a^2b^3\right)$ theo x và y.

A. $P = x^2y^3$. **B.** $P = x^2 + y^3$. **C.** $P = 6xy$. **D.** $P = 2x + 3y$.

Câu 29: Hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 1$, trục tung và tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^2 + 1$ tại điểm $(1;2)$. Khi quay hình (H) quanh trục Ox tạo thành khối tròn xoay có thể tích V bằng

A. $V = \dfrac{4}{5}\pi$. **B.** $V = \dfrac{28}{15}\pi$. **C.** $V = \dfrac{8}{15}\pi$. **D.** $V = \pi$.

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$, tam giác ABC đều cạnh bằng a. Góc tạo bởi giữa mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng



A. 90^0. **B.** 30^0. **C.** 45^0. **D.** 60^0.

Câu 31: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		$-\sqrt{3}$		0		$\sqrt{3}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-8	↗	1	↘	-8	↗	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $2f(x) + 3m = 0$ có 4 nghiệm phân biệt.

A. 6. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (1-x)(2-x)(x+4)^2$. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-4;2)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Note

Câu 33: Có 8 nam và 5 nữ xếp thành một hàng ngang. Xác suất để xếp được một hàng ngang sao cho vị trí đầu và vị trí cuối là nam và không có hai nữ nào đứng cạnh nhau là

A. $\frac{56}{1287}$. **B.** $\frac{7}{429}$. **C.** $\frac{14}{143}$. **D.** $\frac{1}{1287}$.

Câu 34: Cho phương trình $\log_2^2 x-\left(m^2-2m\right)\log_2 x+m+3=0$ (m là tham số thực). Gọi S là tập các giá trị của m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1,x_2 thỏa mãn $x_1.x_2=8$. Tổng các phần tử của S là

A. -1. **B.** 2. **C.** 5. **D.** -2.

Câu 35: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp điểm M biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $\left|z+i-1\right|=2$ là

A. Đường tròn tâm $I\left(1;-1\right)$, bán kính $R=2$.

B. Đường tròn tâm $I\left(1;-1\right)$, bán kính $R=4$.

C. Đường tròn tâm $I\left(-1;1\right)$, bán kính $R=2$.

D. Đường tròn tâm $I\left(-1;1\right)$, bán kính $R=4$.

Câu 36: Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M\left(1;2;-1\right)$, song song với mặt phẳng $\left(P\right):x+y-z=3$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=3+t\\y=3+3t\\z=2t\end{cases}$.

A. $\begin{cases}x=1+5t\\y=2-3t\\z=-1+2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+t\\y=2-3t\\z=-1+2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+t\\y=2+t\\z=-1-t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=5+t\\y==3+2t\\z=2-t\end{cases}$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\left(d\right):\frac{x-2}{1}=\frac{y+1}{-3}=\frac{z+1}{-2}$ và điểm $M\left(2;3;0\right)$. Điểm M' đối xứng với M qua đường thẳng d là:

A. $M'\left(0;1;2\right)$. **B.** $M'\left(3;-4;-3\right)$.

C. $M'\left(1;2;1\right)$. **D.** $M'\left(4;-11;-6\right)$.

Câu 38: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh 1, $AA'=\sqrt{3}$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $\left(A'BC\right)$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ **B.** $\frac{\sqrt{15}}{5}$ **C.** $\frac{2\sqrt{15}}{5}$ **D.** $\frac{\sqrt{3}}{4}$

Câu 39: Bất phương trình $\log_2^2 x+\log_3\frac{6}{x}\le\left(1+\log_3\frac{6}{x}\right)\log_2 x$ có số nghiệm nguyên dương là

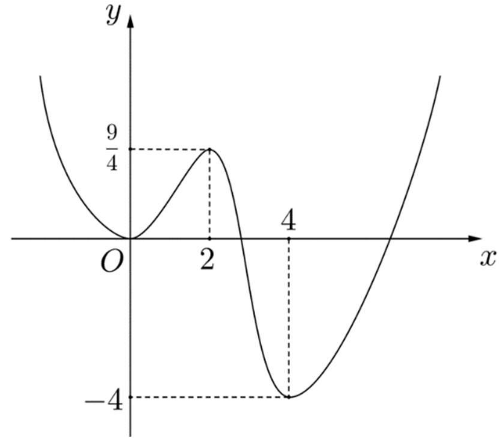
A. vô nghiệm. **B.** 1 nghiệm. **C.** 2 nghiệm. **D.** 3 nghiệm.

Câu 40: Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa $f\left(x\right)=3f\left(2x\right)$. Gọi $F\left(x\right)$ là nguyên hàm của $f\left(x\right)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F\left(4\right)=3$ và $F\left(2\right)+4F\left(8\right)=0$. Khi đó $\int\limits_2^8 f\left(x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. 15. **B.** -15. **C.** 9. **D.** -9.

Note

Câu 41: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của hàm số $y=f(5-2x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m thoả mãn $m\in\mathbb{Z}$ và hàm số $g(x)=2f(4x^2+1-m)$ có 5 điểm cực trị?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

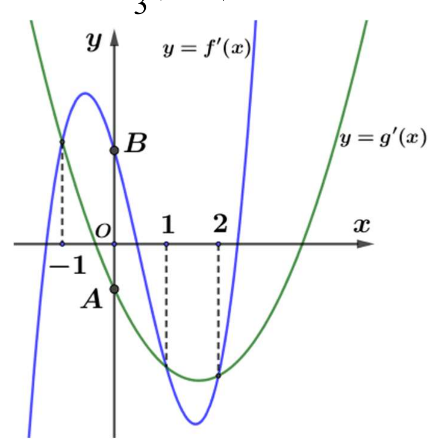
Câu 42: Gọi S là tập hợp các số phức $w=(3+4i)z+(1+i)^2$ sao cho $|\overline{z}|=1$. Xét các số phức $z_1, z_2\in S$ thỏa mãn $|z_1-z_2|=2$, giá trị lớn nhất của $P=|z_1-i|^2-|z_2-i|^2$ bằng

A. 4. **B.** 5. **C.** 2. **D.** $2\sqrt{2}$.

Câu 43: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và BD bằng $\frac{2\sqrt{3}a}{3}$. Thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

A. $8a^3$. **B.** $\frac{3\sqrt{6}}{4}a^3$. **C.** $3\sqrt{3}a^3$. **D.** a^3.

Câu 44: Cho hai hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+\mathrm{d}x-\frac{4}{3}$ $(a,b,c,d\in\mathbb{R})$ và $g(x)=mx^3+nx^2+px$ $(m,n,p\in\mathbb{R})$. Đồ thị hai hàm số $f'(x)$ và $g'(x)$ được cho ở hình bên dưới. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=f(x)$ và $y=g(x)+\frac{1}{3}(x-2)^2$ biết rằng $AB=4$.



A. $\frac{175}{45}$. **B.** $\frac{14848}{1215}$. **C.** $\frac{14336}{1215}$. **D.** $\frac{512}{45}$.

Note

Câu 45: Trên tập số phức, xét phương trình $z^2-4(m+1)z+4m^2+2=0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của tham số m để phương trình đó có nghiệm z_0 thoả mãn $|z_0|=4$?

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 46: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$, $B(5;-4;-1)$ và mặt phẳng (P) qua Ox sao cho $d_{(B,(P))}=2d_{(A,(P))}$, (P) cắt AB tại $I(a;b;c)$ nằm giữa AB. Tính $a+b+c$

A. 8 **B.** 6 **C.** 12 **D.** 4

Câu 47: Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi số nguyên x có đúng 5 số nguyên y thỏa mãn $3^{y^2-|x-2y|}\le \log_{y^2+3}(|x-2y|+3)$?

A. 10. **B.** 12. **C.** 9. **D.** 11.

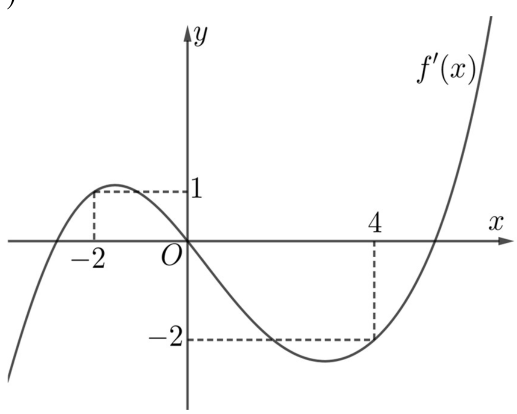
Câu 48: Cho khối nón đỉnh S có đường cao bằng $3a$. SA, SB là hai đường sinh của khối nón. Khoảng cách từ tâm đường tròn đáy đến mặt phẳng (SAB) bằng a và diện tích tam giác SAB bằng $3a^2$. Tính thể tích khối nón.

A. $\dfrac{145\pi a^3}{72}$. **B.** $\dfrac{145\pi a^3}{54}$. **C.** $\dfrac{145\pi a^3}{36}$. **D.** $\dfrac{145\pi a^3}{48}$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $B(2;5;0)$, $C(4;7;0)$ và $K(1;1;3)$. Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua K và vuông góc với mặt phẳng (Oxy). Khi $2d(B,(Q))+d(C,(Q))$ đạt giá trị lớn nhất, giao tuyến của (Oxy) và (Q) đi qua điểm nào trong các điểm sau đây?

A. $M(3;2;0)$. **B.** $N(15;-4;0)$. **C.** $P(8;-4;0)$. **D.** $Q\left(15;\dfrac{7}{2};0\right)$.

Câu 50: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, biết $f(0)=0$ và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình sau:



Hàm số $g(x)=|4f(x)+x^2|$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(4;+\infty)$. **B.** $(0;4)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(-2;0)$.

---------- HẾT ----------

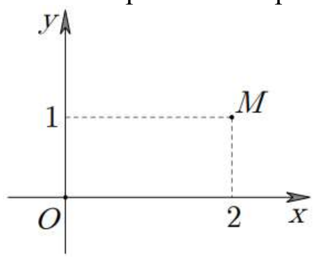
ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT - SỐ 10

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

HƯỚNG DẪN CHI TIẾT

Câu 1. Trong hình vẽ bên, điểm M biểu diễn số phức z. Số phức $\overline{z}$ là



A. $2-i$. **B.** $1+2i$. **C.** $1-2i$. **D.** $2+i$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào hình vẽ ta có $z=2+i$, suy ra $\overline{z}=2-i$.

Câu 2. Đạo hàm của hàm số $y=\log_5 x$ trên khoảng $(0;+\infty)$ là

A. $y'=\dfrac{\ln 5}{x}$. **B.** $y'=\dfrac{x}{\ln 5}$. **C.** $y'=\dfrac{1}{x\ln 5}$. **D.** $y'=\dfrac{1}{x}$.

Lời giải

Chọn C

Câu 3. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=5x^{\frac{6}{5}}$ là

A. $\dfrac{6}{5}x^{\frac{1}{5}}$. **B.** $\dfrac{25}{11}x^{\frac{11}{5}}$. **C.** $6x^{\frac{1}{5}}$. **D.** $\dfrac{5}{6}x^{-\frac{1}{5}}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\left(5x^{\frac{6}{5}}\right)'=5\left(x^{\frac{6}{5}}\right)'=5.\dfrac{6}{5}x^{\frac{1}{5}}=6x^{\frac{1}{5}}$.

Câu 4. Tập nghiệm của bất phương trình $5^{2x-1}>125$ là

A. $(3;+\infty)$. **B.** $\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$. **C.** $\left(\dfrac{1}{3};+\infty\right)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $5^{2x-1}>125 \Leftrightarrow 5^{2x-1}>5^3 \Leftrightarrow 2x-1>3 \Leftrightarrow x>2$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $(2;+\infty)$.

Câu 5. Cho cấp số nhân (u_n) biết $u_3=9$ và công bội $q=-3$. Tính tổng S_3 của 3 số hạng đầu của cấp số nhân (u_n).

A. 7. **B.** 36. **C.** -14. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

(u_n) là cấp số nhân nên ta có: $u_3=u_1.q^2 \Rightarrow u_1=\dfrac{u_3}{q^2}=\dfrac{9}{(-3)^2}=1$. $S_3=u_1.\dfrac{1-q^3}{1-q}=1.\dfrac{1-(-3)^3}{1+3}=7$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-6}{-2}=\dfrac{z+2}{1}$ và $d_2:\dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z+2}{-2}$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa d_1 và (P) song song với đường thẳng d_2 là

A. $(P): x+5y+8z-16=0$. **B.** $(P): x+5y+8z+16=0$.

C. $(P): x+4y+6z-12=0$. **D.** $(P): 2x+y-6=0$.

Lời giải

Chọn A

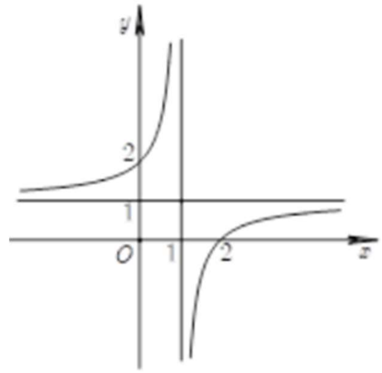
Đường thẳng d_1 đi qua $A(2;6;-2)$ và có một véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}=(2;-2;1)$.

Đường thẳng d_2 có một véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2}=(1;3;-2)$.

Gọi $\vec{n}$ là một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P). Do mặt phẳng (P) chứa d_1 và (P) song song với đường thẳng d_2 nên $\vec{n}=\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]=(1;5;8)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) đi qua $A(2;6;-2)$ và có một véc tơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;5;8)$ là $x+5y+8z-16=0$.

Câu 7. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là điểm nào trong các điểm sau



A. $(0;-2)$. **B.** $(2;0)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(0;2)$.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị, ta dễ thấy đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tọa độ $(0;2)$.

Câu 8. Biết $\int\limits_0^1 \left[f(x)+2x\right]dx=3$. Khi đó $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 1. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 2.

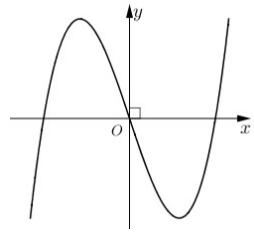
Lời giải

Chọn D

Ta có $\int\limits_0^1 \left[f(x)+2x\right]dx=3 \Leftrightarrow \int\limits_0^1 f(x)dx+2\int\limits_0^1 xdx=3 \Leftrightarrow \int\limits_0^1 f(x)dx+2.\dfrac{x^2}{2}\Big|_0^1=3$.

Suy ra $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x=3-x^2\Big|_0^1=3-(1-0)=2$.

Câu 9. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = x^3 - 3x$. **B.** $y = -x^3 + 3x$. **C.** $y = x^4 - 2x^2$. **D.** $y = -x^4 + 2x^2$.

Lời giải

Chọn A

Đường cong có dạng của đồ thị hàm số bậc 3 với hệ số $a > 0$ nên chỉ có hàm số $y = x^3 - 3x$ thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 10. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt cầu tâm $I(2;1;-2)$ bán kính $R = 2$ là:

A. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 2^2$. **B.** $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 4z + 5 = 0$.

C. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 4z + 5 = 0$. **D.** $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 2$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình mặt cầu tâm $I(2;1;-2)$ bán kính $R = 2$ có hai dạng:

Chính tắc: $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 2^2$

Tổng quát: $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 4z + 5 = 0$.

Vậy đáp án đúng là B.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng: $-\sqrt{3}x + y + 1 = 0$. Tính góc tạo bởi (P) với trục Ox?

A. 60^0. **B.** 30^0. **C.** 120^0. **D.** 150^0.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (P) có VTPT $\vec{n} = (-\sqrt{3};1;0)$

Trục Ox có VTCP $\vec{i} = (1;0;0)$; Góc tạo bởi (P) với trục Ox

$$\sin((P);Ox) = \left|\cos((P);Ox)\right| = \frac{\left|\vec{n}.\vec{i}\right|}{\left|\vec{n}\right|.\left|\vec{i}\right|} = \frac{\left|-\sqrt{3}.1 + 1.0 + 0.0\right|}{\sqrt{3+1}.\sqrt{1}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Vậy góc tạo bởi (P) với trục Ox bằng 60^0.

Câu 12. Trong mặt phẳng phức, điểm $M(3;7)$ biểu diễn số phức z. Môđun của số phức $w = i.\overline{z} - z^2$ bằng:

A. $2\sqrt{2}$. **B.** 8. **C.** $4\sqrt{43}$. **D.** $\sqrt{3730}$.

Lời giải

Chọn D

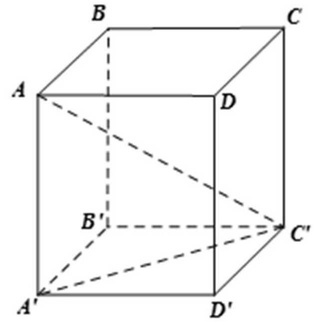
$w = 47 - 39i \Rightarrow |w| = \sqrt{3730}$

Câu 13. Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $AC' = a\sqrt{3}$.

A. $V = a^3$ **B.** $V = \frac{3\sqrt{6}a^3}{4}$ **C.** $V = 3\sqrt{3}a^3$ **D.** $V = \frac{1}{3}a^3$

Lời giải

Chọn A



Giả sử khối lập phương có cạnh bằng $x;(x>0)$

Xét tam giác $A'B'C'$ vuông cân tại B' ta có:

$A'C'^2 = A'B'^2 + B'C'^2 = x^2 + x^2 = 2x^2 \Rightarrow A'C' = x\sqrt{2}$

Xét tam giác $A'AC'$ vuông tại A'ta có

$AC'^2 = A'A^2 + A'C'^2 \Leftrightarrow 3a^2 = x^2 + 2x^2 \Leftrightarrow x = a$

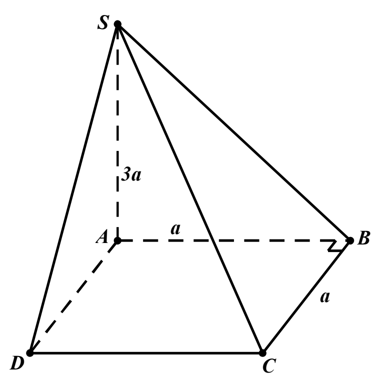
Thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là $V = a^3$.

Câu 14. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a, $SA \perp (ABC)$, $SA = 3a$. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $V = a^3$. **B.** $V = 3a^3$. **C.** $V = \frac{1}{3}a^3$. **D.** $V = 2a^3$.

Lời giải

Chọn A



Diện tích đáy $ABCD$ là $S_{ABCD} = a^2$.

Vì $SA \perp (ABC)$ nên chiều cao của khối chóp là $SA = 3a$.

Vậy thể tích khối chóp $S.ABCD$ là: $V = \frac{1}{3}.S_{ABCD}.SA = \frac{1}{3}.a^2.3a = a^3$.

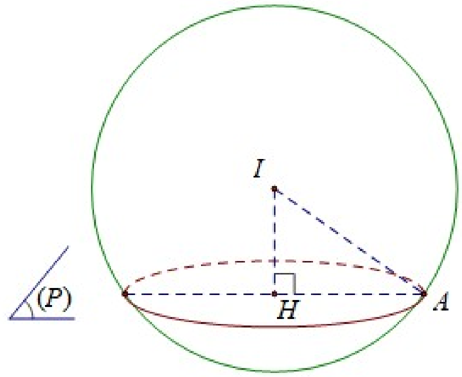
Câu 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 2 = 0$ và điểm $I(-1;2;-1)$. Xét (S) là mặt cầu tâm I và cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 5. Phương trình của (S) là

A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 34$. **B.** $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 34$.

C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 25$. **D.** $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 16$.

Lời giải

Chọn A



Gọi r là bán kính đường tròn giao tuyến và H là hình chiếu của I lên mặt phẳng (P).

$\Rightarrow IH = d\left(I,(P)\right) = 3 \Rightarrow R = \sqrt{IH^2 + r^2} = \sqrt{34} \Rightarrow (S):(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 34.$

Câu 16. Phần ảo của số phức $z = \dfrac{3-2i}{1+i}$ bằng

A. 1. **B.** $\dfrac{5}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $-\dfrac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn D

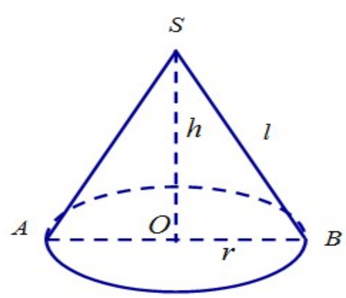
Ta có $z = \dfrac{3-2i}{1+i} = \dfrac{1}{2} - \dfrac{5}{2}i$. Vậy phần ảo của z là $-\dfrac{5}{2}$

Câu 17. Thiết diện qua trục của một hình nón là một tam giác đều cạnh có độ dài bằng a . Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình nón đó.

A. $S_{tp} = \pi a^2$. **B.** $S_{tp} = \dfrac{3}{4}\pi a^2$. **C.** $S_{tp} = \dfrac{5}{4}\pi a^2$. **D.** $S_{tp} = \dfrac{1}{4}\pi a^2$

Lời giải

Chọn B



Ta có $l = a$, $r = \dfrac{a}{2}$

$S_{tp} = \pi r l + \pi r^2 = \pi \dfrac{a}{2} a + \pi (\dfrac{a}{2})^2 = \dfrac{3}{4}\pi a^2$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z-3}{1}$ đi qua điểm $M(m;2;3)$.

A. $m = -1$. **B.** $m = 3$. **C.** $m = -3$. **D.** $m = 1$.

Lời giải

Chọn D

Vì d đi qua điểm $M(m;2;3)$ nên $\dfrac{m-1}{3} = \dfrac{2-2}{2} = \dfrac{3-3}{1} \Leftrightarrow m = 1$.

Câu 19. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-5	$\nearrow$	$+\infty$

Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. $y=-5$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(3;-5)$. **D.** $x=3$.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên ta có điểm cực tiểu của hàm số đã cho là $x=3$.

Câu 20. Tìm phương trình tất cả các tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x-2}$.

A. $x=-2$ và $y=3$. **B.** $x=3$ và $y=2$. **C.** $x=2$ và $y=-\dfrac{1}{2}$. **D.** $x=2$ và $y=3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{3x-1}{x-2}=+\infty$, $\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{3x-1}{x-2}=-\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=2$.

$\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{3x-1}{x-2}=3$, $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{3x-1}{x-2}=3$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=3$.

Vậy phương trình tất cả các tiệm cận của đồ thị hàm số: $y=\dfrac{3x-1}{x-2}$ là $x=2$ và $y=3$.

Câu 21. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_3(2x+3)<\log_3(1-x)$

A. $\left(-\dfrac{2}{3};+\infty\right)$ **B.** $\left(-\dfrac{3}{2};-\dfrac{2}{3}\right)$ **C.** $\left(-\dfrac{3}{2};1\right)$ **D.** $\left(-\infty;-\dfrac{2}{3}\right)$

Lời giải

Chọn B

Điều kiện : $\begin{cases}2x+3>0\\1-x>0\end{cases}\Leftrightarrow -\dfrac{3}{2}<x<1$.

$\log_3(2x+3)<\log_3(1-x)\Leftrightarrow 2x+3<1-x\Leftrightarrow x<-\dfrac{2}{3}$.

So với điều kiện, ta được tập nghiệm của bất phương trình là $S=\left(-\dfrac{3}{2};-\dfrac{2}{3}\right)$.

Câu 22. Một tổ có 7 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 6 học sinh trong đó có 2 học sinh nữ?

A. $A_5^2.A_7^4$. **B.** $C_5^2.C_7^4$. **C.** $C_5^2+C_7^4$. **D.** $A_5^2+A_7^4$.

Lời giải.

Chọn B

Để chọn được 6 học sinh theo yêu cầu ta cần chọn liên tục 2 học sinh nữ và 4 học sinh nam.

❖ Chọn 2 học sinh nữ có C_5^2 cách.

❖ Chọn 4 học sinh nam có C_7^4 cách.

Theo quy tắc nhân, ta có $C_5^2.C_7^4$ cách chọn thỏa yêu cầu.

Câu 23. Nếu $\int f(x)\mathrm{d}x = 4x^3 + x^2 + C$ thì hàm số $f(x)$ bằng

A. $f(x) = x^4 + \frac{x^3}{3} + Cx$. **B.** $f(x) = 12x^2 + 2x + C$.

C. $f(x) = 12x^2 + 2x$. **D.** $f(x) = x^4 + \frac{x^3}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Có $f(x) = \left(4x^3 + x^2 + C\right)' = 12x^2 + 2x$.

Câu 24. Nếu $\int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x = 2$ thì $\int\limits_{-1}^{2}\left[2f(x) - 2x\right]dx$ bằng

A. -2. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -1.

Lời giải

Chọn B

$\int\limits_{-1}^{2}\left[2f(x) - 2x\right]dx = 2.\int\limits_{-1}^{2} f(x)dx - 2.\int\limits_{-1}^{2} xdx = 2.2 - 2.\frac{3}{2} = 1$.

Câu 25. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 - 2\cos x$ là

A. $f(x) = x^3 - 2\sin x + C$. **B.** $f(x) = x^3 + \sin x + C$.

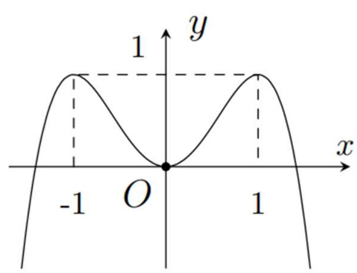
C. $f(x) = 3x^3 - 2\sin x + C$. **D.** $f(x) = 3x^3 + 2\sin x + C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int\left(3x^2 - 2\cos x\right)\mathrm{d}x = x^3 - 2\sin x + C$.

Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trong khoảng nào trong các khoảng sau?



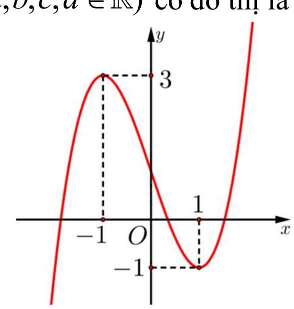
A. $(-1;1)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị, hàm số nghịch biến trong khoảng $(1;+\infty)$.

Câu 27. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a,b,c,d \in \mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ.



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 0. **B.** 3. **C.** -1. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(1;-1)$ nên giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng -1.

Câu 28. Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_2 a = x$, $\log_2 b = y$. Tính $P = \log_2\left(a^2b^3\right)$ theo x và y.

A. $P = x^2y^3$. **B.** $P = x^2 + y^3$. **C.** $P = 6xy$. **D.** $P = 2x + 3y$.

Lời giải

Chọn D

$P = \log_2\left(a^2b^3\right) = \log_2 a^2 + \log_2 b^3 = 2\log_2 a + 3\log_2 b = 2x + 3y$.

Câu 29. Hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 1$, trục tung và tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^2 + 1$ tại điểm $(1;2)$. Khi quay hình (H) quanh trục Ox tạo thành khối tròn xoay có thể tích V bằng

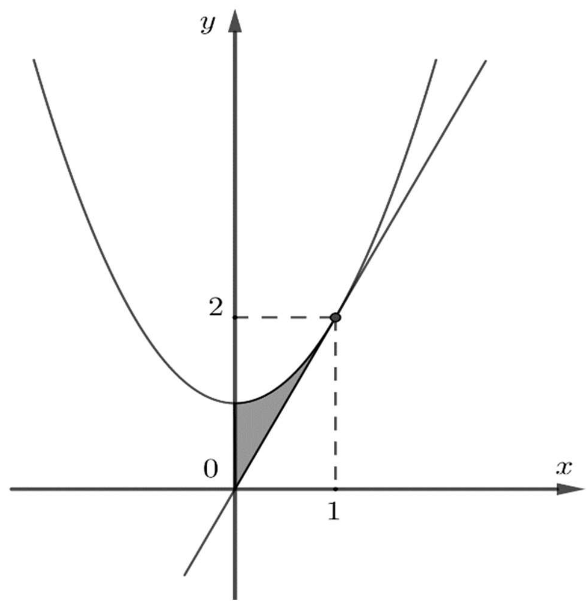
A. $V = \frac{4}{5}\pi$. **B.** $V = \frac{28}{15}\pi$. **C.** $V = \frac{8}{15}\pi$. **D.** $V = \pi$.

Lời giải

Chọn C

Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^2 + 1$ tại điểm $(1;2)$ có phương trình là:

$y = y'(1)(x-1) + 2 = 2(x-1) + 2 = 2x$.



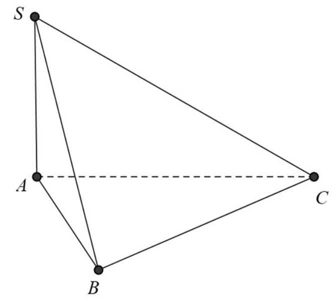
Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 + 1 = 2x \Leftrightarrow x = 1$.

Thể tích cần tính là: $V = \pi\int_0^1 \left|\left(x^2+1\right)^2 - (2x)^2\right|\mathrm{d}x = \pi\int_0^1 \left|x^4 - 2x^2 + 1\right|\mathrm{d}x$.

Ta có: $x^4 - 2x^2 + 1 = \left(x^2 - 1\right)^2 \geq 0\,\forall x \Rightarrow \left|x^4 - 2x^2 + 1\right| = x^4 - 2x^2 + 1$

$\Rightarrow V = \pi\int_0^1 \left(x^4 - 2x^2 + 1\right)\mathrm{d}x = \pi\left(\frac{x^5}{5} - \frac{2x^3}{3} + x\right)\Bigg|_0^1 = \frac{8}{15}\pi$.

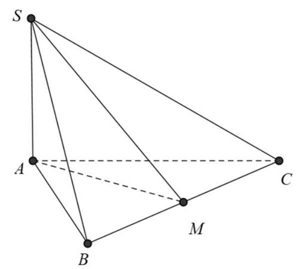
Câu 30. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA=\frac{a\sqrt{3}}{2}$, tam giác ABC đều cạnh bằng a. Góc tạo bởi giữa mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng



A. 90^0. **B.** 30^0. **C.** 45^0. **D.** 60^0.

Lời giải

Chọn C



Gọi M là trung điểm BC.

ΔABC đều cạnh a nên $AM\perp BC$ và $AM=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Ta có $SA\perp(ABC)\Rightarrow$ Hình chiếu của SM trên mặt phẳng (ABC) là AM.

Suy ra $SM\perp BC$.

Có $\begin{cases}(SBC)\cap(ABC)=BC\\ AM\subset(ABC),\ AM\perp BC\\ SM\subset(SBC),\ SM\perp BC\end{cases}$. Do đó góc giữa mặt phẳng (SBC) và (ABC) là góc giữa SM và AM, hay là góc $\widehat{SMA}$.

Xét tam giác SAM vuông tại A có $\tan\widehat{SMA}=\frac{SA}{AM}=\frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}}=1\Rightarrow\widehat{SMA}=45^0$.

Vậy góc cần tìm là 45^0.

Câu 31. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		$-\sqrt{3}$		0		$\sqrt{3}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-8	↗	1	↘	-8	↗	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $2f(x)+3m=0$ có 4 nghiệm phân biệt.

A. 6. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $2f\left(x\right)+3m=0\Leftrightarrow f\left(x\right)=\dfrac{-3m}{2}$.

Số nghiệm của phương trình $2f\left(x\right)+3m=0$ là số điểm chung của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ và đường thẳng $y=\dfrac{-3m}{2}$.

+ Phương trình $2f\left(x\right)+3m=0$ có 4 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -8<\dfrac{-3m}{2}<1\Leftrightarrow \dfrac{-2}{3}<m<\dfrac{16}{3}$.

+ Do $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\left\{0;1;2;3;4;5\right\}$.

Vậy có 6 số nguyên thỏa mãn bài.

Câu 32. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)=\left(1-x\right)\left(2-x\right)\left(x+4\right)^2$. Hàm số $y=f\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-4;2\right)$. **B.** $\left(0;+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;0\right)$. **D.** $\left(1;+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left(1-x\right)\left(2-x\right)\left(x+4\right)^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=2\\x=-4\end{array}\right.$

Bảng xét dấu đạo hàm

x	$-\infty$		-4		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;1\right);\left(2;+\infty\right)$.

Câu 33. Có 8 nam và 5 nữ xếp thành một hàng ngang. Xác suất để xếp được một hàng ngang sao cho vị trí đầu và vị trí cuối là nam và không có hai nữ nào đứng cạnh nhau là

A. $\dfrac{56}{1287}$. **B.** $\dfrac{7}{429}$. **C.** $\dfrac{14}{143}$. **D.** $\dfrac{1}{1287}$.

Lời giải

Chọn B

Số cách xếp 13 người thành một hàng ngang là $13!$.

Số cách 8 nam thành một hàng ngang là $8!$.

Giữa hai người nam tạo ra một khoảng trống. Do vị trí đầu và vị trí cuối là nam, nên chỉ có thể xếp 5 người nữ vào 7 khoảng trống do 8 người nam tạo ra. Số cách xếp 5 người nữ vào 7 khoảng trống là A_7^5.

Số cách xếp được một hàng ngang sao cho vị trí đầu và vị trí cuối là nam và không có hai nữ nào đứng cạnh nhau là $8!A_7^5$.

Xác xuất để xếp được một hàng ngang sao cho vị trí đầu và vị trí cuối là nam và không có hai nữ nào đứng cạnh nhau là: $P=\dfrac{8!A_7^5}{13!}=\dfrac{7}{429}$.

Câu 34. Cho phương trình $\log_2^2 x-\left(m^2-2m\right)\log_2 x+m+3=0$ (m là tham số thực). Gọi S là tập các giá trị của m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1,x_2 thỏa mãn $x_1.x_2=8$. Tổng các phần tử của S là

A. -1. **B.** 2. **C.** 5. **D.** -2.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x>0$. Đặt $t=\log_2 x\Leftrightarrow x=2^t$

Khi đó ta có phương trình: $t^2-\left(m^2-2m\right).t+m+3=0$ $\left(1\right)$.

Để phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt thì phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt, tương đương với $\Delta=\left[-\left(m^2-2m\right)\right]^2-4.(m+3)>0$.

Giả sử phương trình (1) có 2 nghiệm $x_1=2^{t_1}$, $x_2=2^{t_2}$.

Yêu cầu bài toán $x_1.x_2=8\Leftrightarrow 2^{t_1}.2^{t_2}=8\Leftrightarrow t_1+t_2=3\Leftrightarrow m^2-2m=3\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-1\\m=3\end{array}\right.$

Với $m=-1$ thì $\Delta=1>0$

Với $m=3$ thì $\Delta=-15<0$. Vậy $S=\{-1\}$. Khi đó tổng các phần tử của S là -1.

Câu 35. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp điểm M biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $|z+i-1|=2$ là

A. Đường tròn tâm $I(1;-1)$, bán kính $R=2$.

B. Đường tròn tâm $I(1;-1)$, bán kính $R=4$.

C. Đường tròn tâm $I(-1;1)$, bán kính $R=2$.

D. Đường tròn tâm $I(-1;1)$, bán kính $R=4$.

Lời giải

Chọn A

Giả sử $z=x+yi\ (x,y\in\mathbb{R})$.

Theo giả thiết $|z+i-1|=2\Leftrightarrow|(x-1)+(y+1)i|=2\Leftrightarrow(x-1)^2+(y+1)^2=4$.

Khi đó tập hợp điểm M biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(1;-1)$, bán kính $R=2$.

Câu 36. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(1;2;-1)$, song song với mặt phẳng $(P):x+y-z=3$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=3+t\\y=3+3t\\z=2t\end{cases}$.

A. $\begin{cases}x=1+5t\\y=2-3t\\z=-1+2t\end{cases}$.   **B.** $\begin{cases}x=1+t\\y=2-3t\\z=-1+2t\end{cases}$.   **C.** $\begin{cases}x=1+t\\y=2+t\\z=-1-t\end{cases}$.   **D.** $\begin{cases}x=5+t\\y==3+2t\\z=2-t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

VTPT của mặt phẳng $(P):\vec{n}_{(P)}=(1;1;-1)$.

VTCP của đường thẳng $(\Delta):\vec{u}_\Delta=(1;3;2)$.

VTCP của đường thẳng $(d):\vec{u}_d=\left[\vec{n}_{(P)};\vec{u}_\Delta\right]=(5;-3;2)$.

Vậy phương trình tham số của đường thẳng $(d):\begin{cases}x=1+5t\\y=2-3t\\z=-1+2t\end{cases}$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d):\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{-3}=\dfrac{z+1}{-2}$ và điểm $M(2;3;0)$. Điểm M' đối xứng với M qua đường thẳng d là:

A. $M'(0;1;2)$.   **B.** $M'(3;-4;-3)$.   **C.** $M'(1;2;1)$.   **D.** $M'(4;-11;-6)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên d, suy ra $H(2+t;-1-3t;-1-2t),(t\in\mathbb{R})$.

Ta có: $\overrightarrow{MH}=(t;-4-3t;-1-2t)$

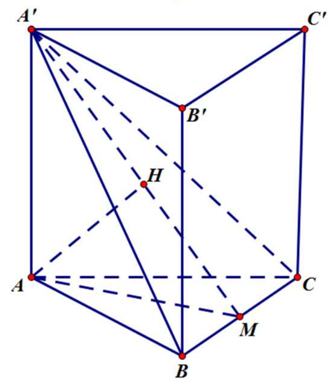
Vì $MH \perp \Delta \Rightarrow \overrightarrow{MH}.\overrightarrow{u_\Delta} = 0 \Leftrightarrow t + 3(4+3t) + 2(1+2t) = 0 \Leftrightarrow 14t + 14 = 0 \Leftrightarrow t = -1$

Với $t = -1 \Rightarrow H(1;2;1) \Rightarrow M'(0;1;2)$

Câu 38. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh 1, $AA' = \sqrt{3}$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ **B.** $\dfrac{\sqrt{15}}{5}$ **C.** $\dfrac{2\sqrt{15}}{5}$ **D.** $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$

Lời giải



Chọn B

Gọi M là trung điểm của $BC \Rightarrow AM \perp BC$,

Do $AA' \perp (ABC) \Rightarrow AA' \perp BC$ suy ra $BC \perp (AA'M)$.

Kẻ $AH \perp A'M \Rightarrow AH \perp BC$. Do đó $AH \perp (A'BC)$ hay $d(A;(A'BC)) = AH$.

Ta có $AM = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Suy ra $\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{AA'^2} + \dfrac{1}{AM^2} = \dfrac{1}{3} + \dfrac{4}{3} = \dfrac{5}{3} \Rightarrow AH = \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{15}}{5}$.

Vậy khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\dfrac{\sqrt{15}}{5}$.

Câu 39. Bất phương trình $\log_2^2 x + \log_3 \dfrac{6}{x} \le \left(1 + \log_3 \dfrac{6}{x}\right)\log_2 x$ có số nghiệm nguyên dương là

A. vô nghiệm. **B.** 1 nghiệm. **C.** 2 nghiệm. **D.** 3 nghiệm.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x > 0$.

BPT đã cho $\Leftrightarrow \log_2^2 x + \log_3 \dfrac{6}{x} - \log_2 x - \log_2 x.\log_3 \dfrac{6}{x} \le 0$

$\Leftrightarrow \log_2 x(\log_2 x - 1) + \log_3 \dfrac{6}{x}(1 - \log_2 x) \le 0$

$\Leftrightarrow (\log_2 x - 1)\left(\log_2 x - \log_3 \dfrac{6}{x}\right) \le 0 \quad (1)$

Xét phương trình: $(\log_2 x - 1)\left(\log_2 x - \log_3 \dfrac{6}{x}\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} \log_2 x - 1 = 0 & (1) \\ \log_2 x - \log_3 \dfrac{6}{x} = 0 & (2) \end{array}\right.$

Giải (1): $(1) \Leftrightarrow x = 2\ (t/m)$

Giải (2): $(2) \Leftrightarrow \log_2 x = \log_3 \dfrac{6}{x} \Leftrightarrow \log_2 x = \dfrac{\log_2 \dfrac{6}{x}}{\log_2 3} \Leftrightarrow \log_2 3.\log_2 x = \log_2 6 - \log_2 x$

$\Leftrightarrow \log_2 x.(1+\log_2 3)=\log_2 6 \Leftrightarrow \log_2 x.(\log_2 2+\log_2 3)=\log_2 6 \Leftrightarrow \log_2 x=1 \Leftrightarrow x=2\ (t/m)$

Ta có bảng xét dấu

x	0		2		$+\infty$
$VT\ (1)$		$+$	0	$+$	

Vậy BPT đã cho có nghiệm duy nhất $x=2$.

Câu 40. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa $f(x)=3f(2x)$. Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(4)=3$ và $F(2)+4F(8)=0$. Khi đó $\int\limits_2^8 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 15. **B.** -15. **C.** 9. **D.** -9.

Lời giải

Chọn B

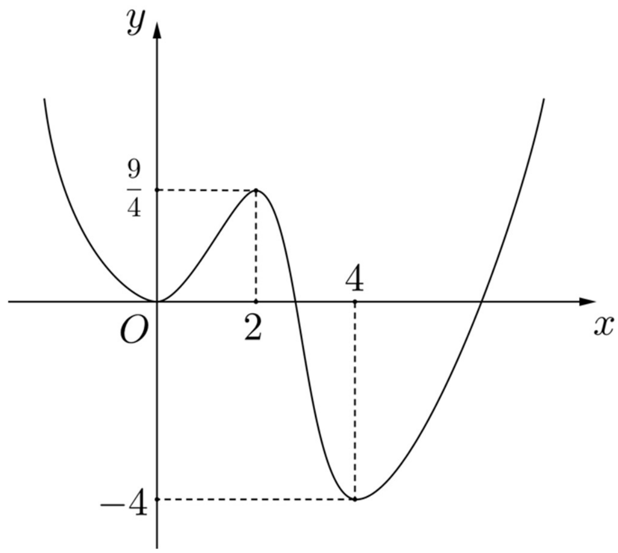
Ta có: $f(x)=3f(2x) \Rightarrow \int f(x)\mathrm{d}x = 3\int f(2x)\mathrm{d}x \Rightarrow F(x)=\frac{3}{2}F(2x)+C$

Từ đó có: $\begin{cases} 2F(2)=3F(4)+2C \\ 2F(4)=3F(8)+2C \end{cases} \Rightarrow 2F(4)+3F(8)=5F(4)=15\ (*)$

Kết hợp $(*)$ với giả thiết $F(2)+4F(8)=0$ ta được $F(2)=12$; $F(8)=-3$

Vậy $\int\limits_2^8 f(x)\mathrm{d}x = F(x)\Big|_2^8 = F(8)-F(2)=-15$.

Câu 41. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của hàm số $y=f(5-2x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m thoả mãn $m\in\mathbb{Z}$ và hàm số $g(x)=2f(4x^2+1-m)$ có 5 điểm cực trị?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

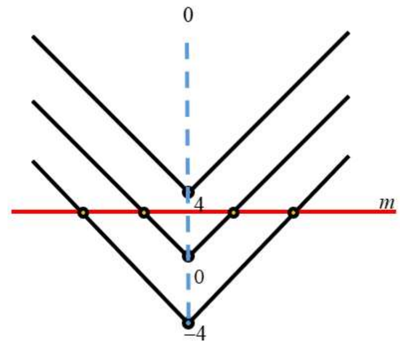
Chọn B

Đặt $t=5-2x$. Khi $y=f(5-2x)$ có 3 điểm cực trị $x=0, x=2, x=4$ thì $y=f(t)$ có 3 điểm cực trị $t=5, t=1, t=-3$ và $f(5)=0, f(1)=\frac{9}{4}, f(-3)=-4$

Xét $g(x)=2f(4x^2+1-m) \Rightarrow g'(x)=16x.f'(4x^2+1-m)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ f'(4x^2+1-m)=0(*) \end{array}\right.$

Giải $(*)$ ta có:

$$f'\left(4x^2+1-m\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4x^2+1-m=-3 \\ 4x^2+1-m=1 \\ 4x^2+1-m=5 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=4x^2+4 \\ m=4x^2 \\ m=4x^2-4 \end{array}\right.$$



Suy ra $g(x)=2f\left(4x^2+1-m\right)$ có 5 điểm cực trị khi $0<m\le 4$

Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên có 4 giá trị.

Câu 42. Gọi S là tập hợp các số phức $w=(3+4i)z+(1+i)^2$ sao cho $\left|\overline{z}\right|=1$. Xét các số phức $z_1,\ z_2\in S$ thỏa mãn $\left|z_1-z_2\right|=2$, giá trị lớn nhất của $P=\left|z_1-i\right|^2-\left|z_2-i\right|^2$ bằng

A. 4. **B.** 5. **C.** 2. **D.** $2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Giả sử $w=x+yi, z_1=x_1+y_1i, z_2=x_2+y_2i$ trong đó $x,y,x_1,y_1,x_2,y_2\in\mathbb{R}$.

Vì $|z|=\left|\overline{z}\right|=1$ nên ta có

$w=(3+4i)z+(1+i)^2 \Leftrightarrow w-2i=(3+4i)z \Leftrightarrow |w-2i|=5.|z| \Leftrightarrow |w-2i|=5 \Leftrightarrow x^2+(y-2)^2=25$.

Vì $z_1,\ z_2\in S$ và $\left|z_1-z_2\right|=2$ nên ta có $\begin{cases} {x_1}^2+\left(y_1-2\right)^2={x_2}^2+\left(y_2-2\right)^2=25 \\ \left(x_1-x_2\right)^2+\left(y_1-y_2\right)^2=4 \end{cases}$.

Khi đó

$P=\left|z_1-i\right|^2-\left|z_2-i\right|^2={x_1}^2+\left(y_1-1\right)^2-{x_2}^2+\left(y_2-1\right)^2=2.\left(y_1-y_2\right)\le 2.\left|y_1-y_2\right|=2.\sqrt{4-\left(x_1-x_2\right)^2}\le 4$

Suy ra $\max P=4$, dấu bằng xảy ra khi $x_1=x_2$.

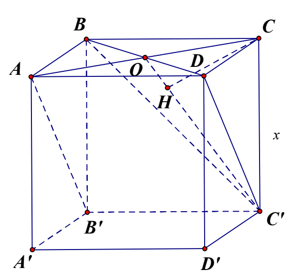
Vậy giá trị lớn nhất của P là 4.

Câu 43. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và BD bằng $\frac{2\sqrt{3}a}{3}$. Thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

A. $8a^3$. **B.** $\frac{3\sqrt{6}}{4}a^3$. **C.** $3\sqrt{3}a^3$. **D.** a^3.

Lời giải

Chọn A



Gọi O là giao điểm của BD và AC.

Ta có: $\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp CC' \\ AC \cap CC' = C \end{cases} \Rightarrow BD \perp (ACC'A')$.

Trong $(ACC'A')$: Từ C hạ $CH \perp C'O$ tại H

Khi đó ta có: $\begin{cases} CH \perp BD \\ CH \perp C'O \\ C'O \cap BD = O \end{cases} \Rightarrow CH \perp (BDC')$

Ta lại có: $AB' // DC' \subset (BDC')$ và $AB' \not\subset (BDC') \Rightarrow AB' // (BDC')$

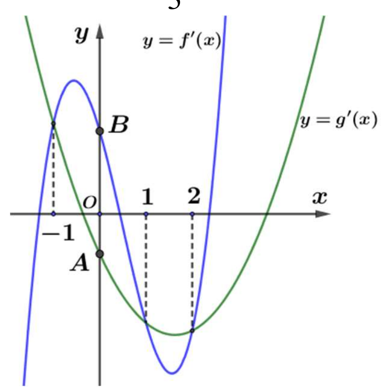
$\Rightarrow d(AB';BD) = d(AB';(BDC')) = d(A;(BDC')) = d(C,(BDC')) = CH = \dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Đặt cạnh hình lập phương là x $\Rightarrow \begin{cases} CC' = x \\ CO = \dfrac{x\sqrt{2}}{2} \end{cases}$

Khi đó $\dfrac{1}{CH^2} = \dfrac{1}{CC'^2} + \dfrac{1}{CO^2} \Leftrightarrow \dfrac{3}{4a^2} = \dfrac{1}{x^2} + \dfrac{2}{x^2} = \dfrac{3}{x^2} \Leftrightarrow x^2 = 4a^2 \Leftrightarrow x = 2a$.

Do đó thể tích của khối lập phương là $(2a)^3 = 8a^3$.

Câu 44. Cho hai hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx - \dfrac{4}{3}$ $(a,b,c,d \in \mathbb{R})$ và $g(x) = mx^3 + nx^2 + px$ $(m,n,p \in \mathbb{R})$. Đồ thị hai hàm số $f'(x)$ và $g'(x)$ được cho ở hình bên dưới. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = f(x)$ và $y = g(x) + \dfrac{1}{3}(x-2)^2$ biết rằng $AB = 4$.



A. $\dfrac{175}{45}$. **B.** $\dfrac{14848}{1215}$. **C.** $\dfrac{14336}{1215}$. **D.** $\dfrac{512}{45}$.

Lời giải

Chọn B

Ta thấy đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và đồ thị hàm số $y = g'(x)$ cắt nhau tại đúng ba điểm phân biệt với các hoành độ $-1,\ 1,\ 2$ nên phương trình $f'(x) - g'(x) = 0$ có đúng ba nghiệm phân biệt là $-1,\ 1,\ 2$.

Do đó ta có

$f'(x) - g'(x) = 4a(x+1)(x-1)(x-2)$.

Theo đề

$AB = 4 \Leftrightarrow f'(0) - g'(0) = 4 \Leftrightarrow 8a = 4 \Leftrightarrow a = \dfrac{1}{2}$.

Suy ra

$f(x) - g(x) = \int (f'(x) - g'(x))dx = \int 2(x+1)(x-1)(x-2)dx = 2\left(\dfrac{x^4}{4} - \dfrac{2x^3}{3} - \dfrac{x^2}{2} + 2x\right) + C$

Theo đề $f(0)-g(0)=-\frac{4}{3}$ nên $C=-\frac{4}{3}$.

Suy ra $f(x)-g(x)=2\left(\frac{x^4}{4}-\frac{2x^3}{3}-\frac{x^2}{2}+2x\right)-\frac{4}{3}$.

Đặt $h(x)=g(x)+\frac{1}{3}(x-2)^2$, xét phương trình $f(x)-h(x)=0$. Ta có

$f(x)-h(x)=0\Leftrightarrow f(x)-g(x)-\frac{1}{3}(x-2)^2=0$

$$\Leftrightarrow 2\left(\frac{x^4}{4}-\frac{2x^3}{3}-\frac{x^2}{2}+2x\right)-\frac{4}{3}-\frac{1}{3}(x-2)^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=\frac{2}{3}\\x=2\end{array}\right..$$

Diện tích hình phẳng đã cho là

$$S=\int_{-2}^{1}\left|f(x)-h(x)\right|dx=\int_{-2}^{2}\left|2\left(\frac{x^4}{4}-\frac{2x^3}{3}-\frac{x^2}{2}+2x\right)-\frac{4}{3}-\frac{1}{3}(x-2)^2\right|dx$$

$$=\int_{-2}^{\frac{2}{3}}\left|\frac{x^4}{2}-\frac{4x^3}{3}-\frac{4x^2}{3}+\frac{16x}{3}-\frac{8}{3}\right|dx+\int_{\frac{2}{3}}^{2}\left|\frac{x^4}{2}-\frac{4x^3}{3}-\frac{4x^2}{3}+\frac{16x}{3}-\frac{8}{3}\right|dx$$

$$=\left|\int_{-2}^{\frac{2}{3}}\left(\frac{x^4}{2}-\frac{4x^3}{3}-\frac{4x^2}{3}+\frac{16x}{3}-\frac{8}{3}\right)dx\right|+\left|\int_{\frac{2}{3}}^{2}\left(\frac{x^4}{2}-\frac{4x^3}{3}-\frac{4x^2}{3}+\frac{16x}{3}-\frac{8}{3}\right)dx\right|$$

$$=\left|-\frac{14336}{1215}\right|+\left|\frac{512}{1215}\right|=\frac{14848}{1215}.$$

Câu 45. Trên tập số phức, xét phương trình $z^2-4(m+1)z+4m^2+2=0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của tham số m để phương trình đó có nghiệm z_0 thoả mãn $|z_0|=4$?

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Phương trình $z^2-4(m+1)z+4m^2+2=0$ có $\Delta'=4(m+1)^2-4m^2-2=8m+2$.

Trường hợp 1: Nếu $\Delta\ge 0\Leftrightarrow m\ge -\frac{1}{4}$. Phương trình đã cho có nghiệm z_0 thoả mãn $|z_0|=4$, suy ra $z_0=4$ hoặc $z_0=-4$.

Nếu $z_0=4$, suy ra $16-4(m+1).4+4m^2+2=0\Leftrightarrow 4m^2-16m+2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=\frac{4+\sqrt{14}}{2}\\m=\frac{4-\sqrt{14}}{2}\end{array}\right.(t)$

Nếu $z_0=-4$, suy ra $16+4(m+1).4+4m^2+2=0\Leftrightarrow 4m^2+16m+34=0$.

Trường hợp 2: Nếu $\Delta<0\Leftrightarrow m<-\frac{1}{4}$, phương trình đã cho có hai nghiệm phức $z_1=2(m+1)-i\sqrt{-8m-2}$ và $z_2=2(m+1)+i\sqrt{-8m-2}$.

Khi đó $|z_0|=4\Leftrightarrow 4(m+1)^2-8m-2=16\Leftrightarrow 4m^2=14\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=\frac{\sqrt{14}}{2}\ (l)\\m=-\frac{\sqrt{14}}{2}\ (t)\end{array}\right..$

Vậy có 3 giá trị của tham số m thoả mãn yêu cầu bài toán.

Câu 46. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3), B(5;-4;-1)$ và mặt phẳng (P) qua Ox sao cho $d_{(B,(P))} = 2d_{(A,(P))}, (P)$ cắt AB tại $I(a;b;c)$ nằm giữa AB. Tính $a+b+c$

A. 8 **B.** 6 **C.** 12 **D.** 4

Lời giải

Chọn D

Do mặt phẳng (P) qua Ox nên phương trình mặt phẳng (P) có dạng $by+cz=0\ \left(b^2+c^2>0\right)$

$$d_{(B,(P))}=2d_{(A,(P))} \Leftrightarrow \frac{|-4b-c|}{\sqrt{b^2+c^2}}=2.\frac{|2b+3c|}{\sqrt{b^2+c^2}} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -4b-c=4b+6c \\ -4b-c=-4b-6c \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 8b+7c=0 \\ c=0 \end{array}\right.$$

Trường hợp 1: $8b+7c=0$ chọn $b=7; c=-8$ khi đó $(P): 7y-8z=0$

Xét $f(y,z)=7y-8z$

Thay tọa độ A, B vào ta được $(7.2-8.3)(7.(-4)-8.(-1))>0$ suy ra A, B nằm cùng phía so với (P)

Trường hợp 2: $c=0$ suy ra phương trình $(P): y=0$

Thay tọa độ A, B vào ta được $2.(-4)<0$ suy ra A, B nằm khác phía so với (P). Do đó đường thẳng AB cắt (P) tại I nằm giữa AB

Phương trình tham số của đường thẳng AB: $\begin{cases} x=1+4t \\ y=2-6t\ (t\in\mathbb{R}) \\ z=3-4t \end{cases}$

Tọa độ điểm I là nghiệm hệ phương trình: $\begin{cases} x=1+4t \\ y=2-6t \\ z=3-4t \\ y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=\frac{1}{3} \\ x=\frac{7}{3} \\ y=0 \\ z=\frac{5}{3} \end{cases} \Rightarrow I\left(\frac{7}{3};0;\frac{5}{3}\right)$

Vậy $a+b+c=\frac{7}{3}+0+\frac{5}{3}=4$

Câu 47. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi số nguyên x có đúng 5 số nguyên y thỏa mãn $3^{y^2-|x-2y|} \le \log_{y^2+3}\left(|x-2y|+3\right)$?

A. 10. **B.** 12. **C.** 9. **D.** 11.

Lời giải

Chọn D

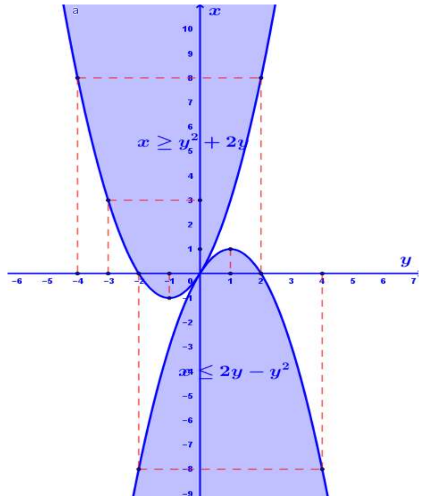
$3^{y^2-|x-2y|} \le \log_{y^2+3}\left(|x-2y|+3\right) \Leftrightarrow \dfrac{3^{y^2+3}}{3^{|x-2y|+3}} \le \dfrac{\ln\left(|x-2y|+3\right)}{\ln\left(y^2+3\right)}$

$\Leftrightarrow 3^{y^2+3}\ln\left(y^2+3\right) \le 3^{|x-2y|+3}\ln\left(|x-2y|+3\right)$. Xét hàm số $f(t)=3^t\ln t$ với $t\ge 3$.

$f'(t)=3^t\ln t.\ln t+\dfrac{3^t}{t}>0, \forall t\ge 3 \Rightarrow$ hàm số đồng trên $[3;+\infty)$.

Ta có: $f\left(y^2+3\right)\le f\left(|x-2y|+3\right) \Leftrightarrow y^2+3\le |x-2y|+3 \Leftrightarrow y^2\le |x-2y|$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\ge y^2+2y=g_1(y) \\ x\le 2y-y^2=g_2(y) \end{array}\right.$$



Ta thấy $\left[\begin{array}{l} 3 \leq x < 8 \\ x = 0 \\ -8 < x \leq -3 \end{array}\right.$ thì sẽ có đúng 5 giá trị nguyên của y với mỗi giá trị nguyên của x.

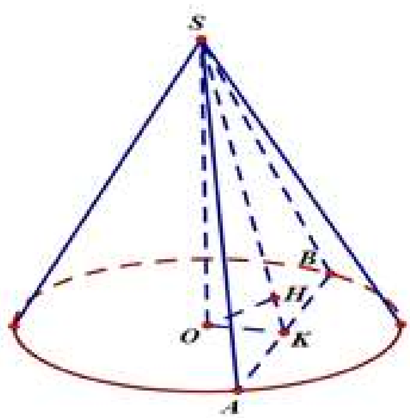
Vậy có tất cả 11 giá trị.

Câu 48. Cho khối nón đỉnh S có đường cao bằng $3a$. SA, SB là hai đường sinh của khối nón. Khoảng cách từ tâm đường tròn đáy đến mặt phẳng (SAB) bằng a và diện tích tam giác SAB bằng $3a^2$. Tính thể tích khối nón.

A. $\dfrac{145\pi a^3}{72}$. **B.** $\dfrac{145\pi a^3}{54}$. **C.** $\dfrac{145\pi a^3}{36}$. **D.** $\dfrac{145\pi a^3}{48}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi O là tâm đường tròn đáy, K là hình chiếu vuông góc của O lên AB và H là hình chiếu vuông góc của O lên SK. Theo giả thiết ta có $SO = 3a$, $OH = a$; tam giác SOK vuông tại O nên ta có

$$\frac{1}{OK^2} = \frac{1}{OH^2} - \frac{1}{SO^2} = \frac{1}{a^2} - \frac{1}{9a^2} = \frac{8}{9a^2} \Leftrightarrow OK = \frac{3a}{2\sqrt{2}};\ SK = \sqrt{SO^2 + OK^2} = \frac{9a}{2\sqrt{2}}.$$

Mặt khác $S_{\Delta SAB} = 3a^2 \Leftrightarrow \dfrac{1}{2} SK.AB = 3a^2 \Leftrightarrow KA = \dfrac{AB}{2} = \dfrac{3a^2}{SK} = \dfrac{2\sqrt{2}a}{3}$.

Do đó, $OA = \sqrt{OK^2 + KA^2} = \sqrt{\dfrac{145}{72}}a$

Vậy $V = \dfrac{1}{3}\pi.OA^2.SO = \dfrac{145\pi a^3}{72}$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $B(2;5;0)$, $C(4;7;0)$ và $K(1;1;3)$. Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua K và vuông góc với mặt phẳng (Oxy). Khi $2d(B,(Q))+d(C,(Q))$ đạt giá trị lớn nhất, giao tuyến của (Oxy) và (Q) đi qua điểm nào trong các điểm sau đây?

A. $M(3;2;0)$. **B.** $N(15;-4;0)$. **C.** $P(8;-4;0)$. **D.** $Q\left(15;\frac{7}{2};0\right)$.

Lời giải

Chọn B

$B,C\in(Oxy)$

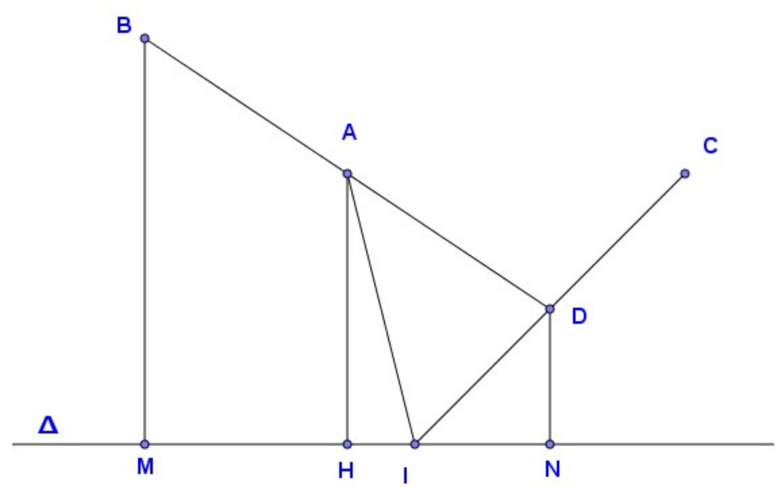
Gọi I là hình chiếu của K lên (Oxy), suy ra $I(1;1;0)$

$(Q):\begin{cases} qua\,K \\ \perp(Oxy)\end{cases}$ suy ra, (Q) chứa IK

Gọi $\Delta=(Oxy)\cap(Q)\Rightarrow \Delta\,qua\,I$

Gọi D là trung điểm của IC, suy ra $D\left(\frac{5}{2},4,0\right)$

TH1: D,B cùng phía với Δ



$d(C,(Q))=2d(D,(Q))=d(D,\Delta)=2DM$

M,N là hình chiếu của D,B lên Δ

Gọi A là trung điểm của BD

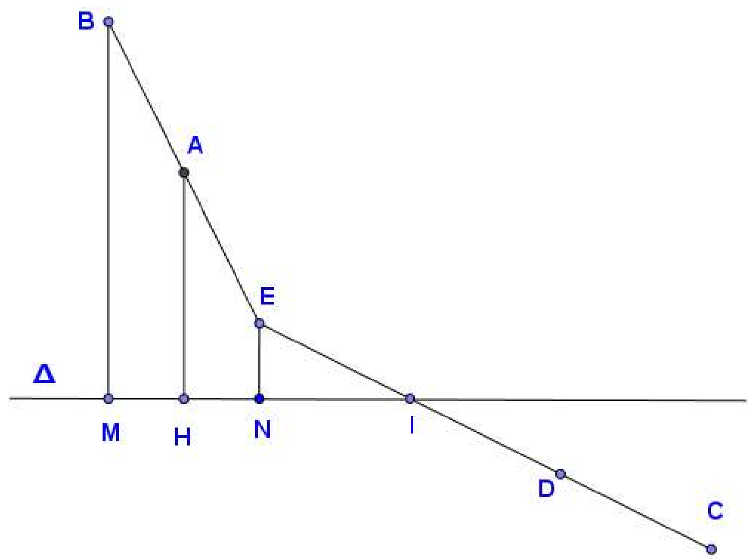
Suy ra, $2d(B,(Q))+d(C,(Q))=2d(B,\Delta)+2d(D,\Delta)$

$\Rightarrow(BN+DM)=4d(A,\Delta)\Rightarrow 2d(B,(Q))+d(C,(Q))\max\Leftrightarrow 4d(A,\Delta)\max$

$\Leftrightarrow\Delta\perp AI$

Ta có, A là trung điểm của BD suy ra $A\left(\frac{9}{4},\frac{9}{2},0\right)$ và $AI=\sqrt{\left(\frac{9}{4}-1\right)^2+\left(\frac{9}{2}-1\right)^2+0^2}=\frac{\sqrt{221}}{4}$

TH2: D,B khác phía với Δ



Gọi E là điểm đối xứng với D qua I. Khi đó: $d(D,\Delta) = d(E,\Delta)$

Gọi A là trung điểm của BE

Thì $2d(B,(Q)) + d(C,(Q))\max \Leftrightarrow \Delta \perp AI$

Vì E là điểm đối xứng với D qua I, suy ra: I là trung điểm của ED $\Rightarrow E\left(\frac{-1}{2};-2;0\right)$

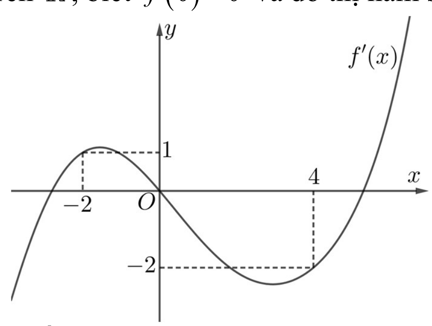
A là trung điểm của BE $\Rightarrow A\left(\frac{3}{4};\frac{3}{2};0\right) \Rightarrow AI = \frac{\sqrt{5}}{4}$

Ta thấy, TH1 có AI lớn hơn ta chọn trường hợp 1

Đường thẳng $\Delta \begin{cases} qua\, I(1;1;0) \\ vtpt\, \vec{n} = \overrightarrow{AI} = \left(\frac{5}{4};\frac{7}{2};0\right) \end{cases} \Rightarrow \Delta : 5x + 14y - 19 = 0$

Suy ra, $N(15;-4;0) \in \Delta$.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, biết $f(0) = 0$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình sau:



Hàm số $g(x) = \left|4f(x) + x^2\right|$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(4;+\infty)$. **B.** $(0;4)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(-2;0)$.

Lời giải

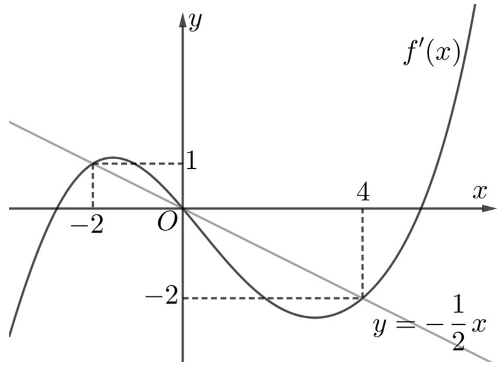
Chọn B

Xét hàm số $h(x) = 4f(x) + x^2$ trên $\mathbb{R}$

$h'(x) = 4f'(x) + 2x$

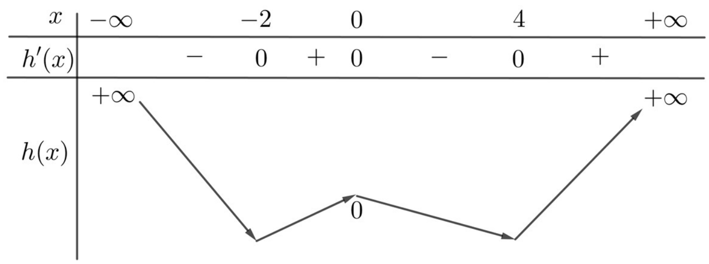
$h'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = -\frac{1}{2}x$

Vẽ đường thẳng $y = -\frac{1}{2}x$ vào đồ thị trên ta có

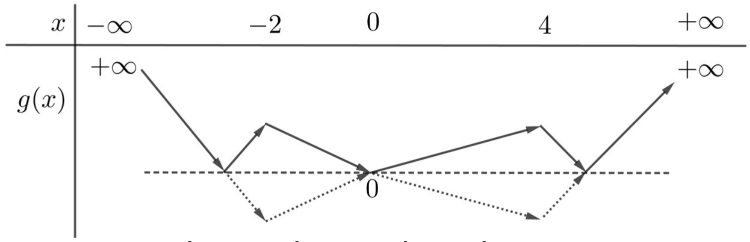


Dựa vào sự tương giao của đồ thị hàm số $y=f'(x)$ và đường thẳng $y=-\frac{1}{2}x$, ta có $h'(x)=0 \Leftrightarrow x\in\{-2;0;4\}$

Suy ra bảng biến thiên của hàm số $h(x)$ như sau:



Từ đó ta có bảng biến thiên của hàm số $g(x)=|h(x)|$ như sau:



Dựa vào bảng biến thiên trên, ta thấy hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;4)$.

---------- HẾT ----------

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT - SỐ 11

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Note

Câu 1: Có bao nhiêu cách chọn 2 học sinh trong số 10 học sinh?

A. C_{10}^{2}. **B.** A_{10}^{2}. **C.** C_{2}^{10}. **D.** A_{2}^{10}.

Câu 2: Chọn ngẫu nhiên 3 viên bi trong số 6 bi xanh và 5 bi đỏ. Tính xác suất để chọn được ít nhất 1 bi xanh.

A. $\dfrac{31}{33}$. **B.** $\dfrac{32}{33}$. **C.** $\dfrac{29}{33}$. **D.** $\dfrac{28}{33}$.

Câu 3: Cho cấp số cộng có $u_3=5; d=2$ số hạng u_5 bằng

A. 9. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 10.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a, SA vuông góc với đáy và $SA=\dfrac{3a}{2}$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng

A. $60°$. **B.** $30°$. **C.** $90°$. **D.** $45°$.

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O cạnh a, $\widehat{ABC}=60^0$. SA vuông góc với đáy và $SA=\dfrac{a}{2}$. Tính khoảng cách O đến mặt phẳng (SBC).

A. $\dfrac{a\sqrt{3}}{8}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{8}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$.

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-3;1)$. **B.** $(1;3)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;3)$.

Câu 7: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên R?

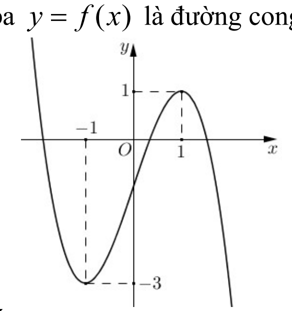
A. $y=-x^3-3x+5$. **B.** $y=-x^3+3x+5$.

C. $y=-x^4-3x^2+5$. **D.** $y=\dfrac{2x+1}{x-3}$.

Câu 8: Cho hàm số $y=f(x)$ có $f'(x)=(x-1)(x^2-3x+2)$. Số điểm cực trị của hàm số là

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 9: Đồ thị hàm số bậc ba $y=f(x)$ là đường cong như hình bên



Cực tiểu của hàm số đã cho là

A. -3. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 0.

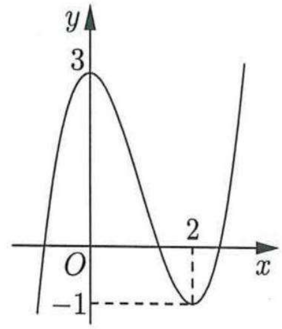
Note

Câu 10: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ có tiệm cận đứng và ngang lần lượt là

A. $x=-1; y=2$. **B.** $x=-1; y=-2$.

C. $x=1; y=2$. **D.** $x=1; y=-2$.

Câu 11: Đồ thị như hình là của hàm số nào sau đây?



A. $y=x^3-3x^2+3$. **B.** $y=-x^3+3x^2+3$.

C. $y=x^4-3x^2+3$ **D.** $y=\dfrac{2x+1}{x+2}$.

Câu 12: Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$ là

A. $I(-1;2)$. **B.** $I(-1;-2)$. **C.** $I(1;-2)$. **D.** $I(1;2)$

Câu 13: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Phương trình $|f(x)|=2$ có

A. 3 nghiệm. **B.** 2 nghiệm.

C. 4 nghiệm. **D.** 5 nghiệm.

Câu 14: Cho $\log 3=a$. Khi đó $\log 9000$ bằng

A. $3+2a$. **B.** $3+a$.

C. $3-2a$. **D.** $3-a$.

Câu 15: Tập xác định của hàm số $y=(x+2)^{\sqrt{3}}$ là

A. $(-2;+\infty)$. **B.** $(2;+\infty)$.

C. $(-\infty;-2)$. **D.** $(-\infty;2)$.

Câu 16: Đạo hàm của hàm số $y=7^x$ là

A. $7^x\ln 7$. **B.** $\dfrac{7^x}{\ln 7}$.

C. 7^x. **D.** $x.7^{x-1}$.

Câu 17: Tổng các nghiệm của phương trình $2^{2x+1}-2^{x+2}-16=0$ bằng

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 18: Số nghiệm nguyên dương của bất phương trình $2^{x+1}<32$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 19: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-3)<1$ là

A. $(3;5)$. **B.** $(0;2)$.

C. $(-3;5)$. **D.** $(0;5)$.

Note

Câu 20: Cho $\int_1^3 f(x)dx = 5, \int_1^8 f(x)dx = 13$. Tích phân $\int_3^8 f(x)dx$ bằng

A. 8. **B.** -8. **C.** 18. **D.** -18.

Câu 21: Cho $\int_0^2 f(x)dx = 3$. Khi đó $\int_0^2 \left[3x^2 - 5f(x)\right]dx$ bằng

A. -7. **B.** 18. **C.** 7. **D.** -18.

Câu 22: Cho $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} - \frac{1}{2}\sin 2x + C$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $f(x) = x^2 - \cos 2x$. **B.** $f(x) = x^2 + \cos 2x$.

C. $f(x) = x^2 - 2\cos 2x$. **D.** $f(x) = x^2 + 2\cos 2x$.

Câu 23: Cho $f(x) = e^{2x} - \frac{1}{x} (x \neq 0)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\int f(x)dx = \frac{1}{2}e^{2x} - \ln|x| + C$. **B.** $\int f(x)dx = \frac{1}{2}e^{2x} - \ln x + C$.

C. $\int f(x)dx = 2e^{2x} - \frac{1}{x^2} + C$. **D.** $\int f(x)dx = e^{2x} - \ln|x| + C$.

Câu 24: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^3 + 2x^2 + 5, y = 2x^2 + 4x + 5$ bằng

A. 8. **B.** 4. **C.** 12. **D.** 10.

Câu 25: Cho số phức $z = 2 + 3i$. Điểm biểu diễn của số phức $\overline{z}$ trên mặt phẳng Oxy là

A. $M(2;-3)$. **B.** $M(2;3)$. **C.** $M(-2;3)$. **D.** $M(-2;-3)$.

Câu 26: Tổng phần thực và phần ảo của số phức $z = \frac{2+i}{1-i}$ bằng

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 27: Mô đun của số phức $4 - 3i$ bằng

A. 5. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 3.

Câu 28: Trên mặt phẳng tọa độ tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z + 3 - 2i| = 6$ là một đường tròn có tâm và bán kính lần lượt là

A. $I(-3;2); R = 6$. **B.** $I(3;-2); R = 6$.

C. $I(-3;2); R = \sqrt{6}$. **D.** $I(-3;2); R = 36$.

Câu 29: Thể tích khối lập phương có cạnh bằng 4 là

A. 64. **B.** 8. **C.** 16. **D.** 4.

Câu 30: Khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng a. SA vuông góc với đáy và $SA = 6a$ có thể tích bằng

A. $2a^3$. **B.** $6a^3$. **C.** $18a^3$. **D.** a^3.

Câu 31: Hình trụ có bán kính r, độ dài đường sinh l có diện tích xung quanh là

A. $S = 2\pi rl$. **B.** $S = 6\pi rl$. **C.** $S = \pi rl$. **D.** $S = \frac{1}{3}\pi rl$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, Hình chiếu vuông góc của $M(-2;1;3)$ trên mặt phẳng Oxy là

A. $N(-2;1;0)$. **B.** $N(2;-1;0)$. **C.** $M(-2;1;3)$. **D.** $M(-2;1;-3)$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $Ox \perp (Oyz)$. **B.** $Ox \perp (Oxz)$. **C.** $Ox \perp (Oxy)$. **D.** $Ox \parallel (Oyz)$.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $3x - 2y + 5z - 7 = 0$ có một véc tơ pháp tuyến là

A. $\overrightarrow{n} = (3;-2;5)$. **B.** $\overrightarrow{n} = (3;-2;-5)$.

C. $\overrightarrow{n} = (-3;-2;5)$. **D.** $\overrightarrow{n} = (3;2;5)$.

Note

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $\frac{x-1}{2}=\frac{y+3}{-1}=\frac{z}{3}$ có một véc tơ chỉ phương là

A. $\overrightarrow{u}=(2;-1;3)$. **B.** $\overrightarrow{u}=(2;1;3)$.

C. $\overrightarrow{u}=(-2;-1;-3)$. **D.** $\overrightarrow{u}=(1;-3;0)$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng trung trực của đoạn AB với $A(3;-2;5);B(1;4;-3)$ có phương trình là

A. $x-3y+4z-3=0$. **B.** $x-3y+4z+3=0$.

C. $x+3y+5z-10=0$. **D.** $x+3y-4z-1=0$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+6y-4z-11=0$ có tâm và bán kính lần lượt là

A. $I(1;-3;2);R=5$. **B.** $I(1;-3;2);R=25$.

C. $I(-1;3;-2);R=5$. **D.** $I(-1;3;-2);R=25$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y+3)^2+(z-1)^2=36$ và mặt phẳng $(P):2x-2y+z+4=0$ cắt nhau theo đường tròn có bán kính là

A. $r=\sqrt{11}$. **B.** $r=3$. **C.** $r=4$. **D.** $r=\sqrt{13}$.

Câu 39: Cho hàm số $y=f(x)=\frac{x^3}{3}-\frac{m+1}{2}x^2+mx$. Có bao nhiêu số nguyên m thuộc đoạn $[0;2023]$ để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt?

A. 2020. **B.** 2019. **C.** 2021. **D.** 2022.

Câu 40: Cho phương trình $\log_5 x.\log_3 x+x.\log_5 x+4=\log_3 x+4\log_5 x+x$. Tổng bình phương các nghiệm của phương trình bằng

A. 34. **B.** 29. **C.** 41. **D.** 37.

Câu 41: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên R, $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$, $f'(x)=12x^2-4$, $f(1)=5$, $F(0)=7$. Tính $F(2)$.

A. $F(2)=25$. **B.** $F(2)=11$.

C. $F(2)=23$. **D.** $F(2)=12$.

Câu 42: Trong mặt phẳng Oxy, gọi M là điểm biểu diễn của số phức z có mô đun nhỏ nhất thỏa $|z+1-6i|+|z-5+2i|=10$. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng OM và đồ thị hàm số $y=3x^2$. Tính thể tích khối tròn xoay sinh ra khi cho hình phẳng (H) quay quanh trục Ox.

A. $\frac{3}{2560}\pi$. **B.** $\frac{5}{2560}\pi$.

C. $\frac{3}{2560}$. **D.** $\frac{7}{2560}\pi$.

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(4;-2;3)$ và mặt phẳng $(P):3x-4y+2z-1=0$. Đường thẳng qua M, cắt trục Oz và song song với (P) có phương trình là

A. $\frac{x-4}{2}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z-3}{-5}$. **B.** $\frac{x-4}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-3}{-5}$.

C. $\frac{x}{2}=\frac{y}{-1}=\frac{z+13}{-5}$. **D.** $\frac{x-4}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-3}{5}$

Câu 44: Trong tập hợp số phức, cho phương trình $z^2-2mz+5m+14=0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt z_1,z_2 thỏa $|z_1|=|z_2|$?

A. 8. **B.** 7. **C.** 9. **D.** 10.

Note

Câu 45: Cho số phức z thỏa $|z+3-2i|=|\overline{z}+2+i|$. Giá trị nhỏ nhất của $|z|$ là

A. $2\sqrt{2}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $3\sqrt{2}$. **D.** $4\sqrt{2}$.

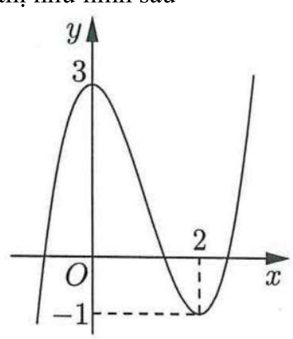
Câu 46: Cho hình nón có bán kính đáy bằng 5. Mặt phẳng (α) đi qua đỉnh của nón cắt đường tròn đáy theo một dây cung có độ dài bằng 6 và cách tâm của đáy một khoảng bằng 2. Tính thể tích của khối nón tương ứng.

A. $\frac{100\sqrt{3}}{9}\pi$. **B.** $\frac{100\sqrt{3}}{3}\pi$. **C.** $\frac{100\sqrt{3}}{9}$. **D.** $\frac{20\sqrt{3}}{9}\pi$.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, Thể tích của phần không gian giới hạn bởi mặt phẳng $(P): 2x-2y+z+11=0$ và mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-3)^2+(z-2)^2=25$ (phần có chứa tâm của mặt cầu) bằng

A. $\frac{448}{3}\pi$. **B.** $\frac{448}{3}$. **C.** $\frac{448}{5}\pi$. **D.** $\frac{446}{3}\pi$.

Câu 48: Cho hàm số bậc ba có đồ thị như hình sau



Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số và $(P): y=x^2+5x+3$.

A. $\frac{443}{6}$. **B.** $\frac{445}{6}$. **C.** $\frac{439}{6}$. **D.** $\frac{451}{6}$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho M là một điểm trên $(P): 2x+2y-z+3=0$, hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng Oxy là $M'(-1;-1;0)$. Mặt cầu tâm M và tiếp xúc với Oz cắt mặt phẳng (P) theo một đường tròn. Diện tích của hình tròn đó bằng

A. 2π. **B.** π. **C.** 3π. **D.** 4π.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, Gọi (P) là mặt phẳng chứa $A(1;-2;3), B(3;-2;2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): x+3y-z+5=0$. Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu $(S):(x+m)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=46$ khi

A. $m=-27,\ m=\frac{11}{3}$. **B.** $m=-27,\ m=-\frac{11}{3}$.

C. $m=27,\ m=\frac{11}{3}$. **D.** $m=27,\ m=-\frac{11}{3}$.

------------------Hết------------------

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT - SỐ 11

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

HƯỚNG DẪN CHI TIẾT

Câu 1. Có bao nhiêu cách chọn 2 học sinh trong số 10 học sinh?

A. C_{10}^{2}. **B.** A_{10}^{2}. **C.** C_{2}^{10}. **D.** A_{2}^{10}.

Lời giải

Mỗi cách chọn hai học sinh trong số 10 học sinh là một tổ hợp chập 2 của 10: C_{10}^{2}.

Câu 2. Chọn ngẫu nhiên 3 viên bi trong số 6 bi xanh và 5 bi đỏ. Tính xác suất để chọn được ít nhất 1 bi xanh.

A. $\frac{31}{33}$. **B.** $\frac{32}{33}$. **C.** $\frac{29}{33}$. **D.** $\frac{28}{33}$.

Lời giải

số cách chọn ngẫu nhiên 3 viên bi là C_{11}^{3}.

Số cách chọn 3 viên bi không có bi xanh nào là C_{5}^{3}

Xác suất để chọn được 3 viên bi có ít nhất 1 bi xanh là $\frac{C_{11}^{3}-C_{5}^{3}}{C_{11}^{3}}=\frac{31}{33}$

Câu 3. Cho cấp số cộng có $u_3=5;d=2$ số hạng u_5 bằng

A. 9. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 10.

Lời giải

$u_5=u_1+4d=u_3+2d=9$

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a, SA vuông góc với đáy và $SA=\frac{3a}{2}$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng

A. $60°$. **B.** $30°$. **C.** $90°$. **D.** $45°$.

Lời giải

Gọi M là trung điểm của BC. Ta có

$$\begin{cases} BC\perp AM \\ BC\perp SA \end{cases} \Rightarrow BC\perp SM \Rightarrow \left(\widehat{(SBC),(ABC)}\right)=\widehat{SMA}$$

ΔSAM vuông tại A có $AM=\frac{a\sqrt{3}}{2}, SA=\frac{3a}{2} \Rightarrow \widehat{SMA}=60^0$

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O cạnh a, $\widehat{ABC}=60^0$. SA vuông góc với đáy và $SA=\frac{a}{2}$. Tính khoảng cách O đến mặt phẳng (SBC).

A. $\frac{a\sqrt{3}}{8}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{8}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Khoảng cách từ O đến (SBC) bằng nửa khoảng cách từ A đến (SBC).

Gọi h là khoảng cách từ A đến (SBC) thì $\frac{1}{h^2}=\frac{4}{a^2}+\frac{4}{3a^2}=\frac{16}{3a^2}$

$\Rightarrow h=\frac{a\sqrt{3}}{4} \Rightarrow d\left(O,(SBC)\right)=\frac{a\sqrt{3}}{8}$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-3;1)$. **B.** $(1;3)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;3)$.

Lời giải

$x \in (-3;1) \Rightarrow f'(x) > 0$. Chọn A

Câu 7. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên R?

A. $y = -x^3 - 3x + 5$. **B.** $y = -x^3 + 3x + 5$. **C.** $y = -x^4 - 3x^2 + 5$. **D.** $y = \dfrac{2x+1}{x-3}$.

Lời giải

$y = -x^3 - 3x + 5 \Rightarrow y' = -3x^2 - 3 < 0, \forall x \in R$. Chọn A

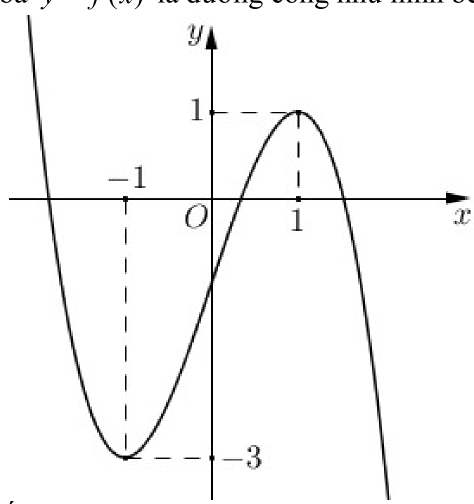
Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có $f'(x) = (x-1)(x^2 - 3x + 2)$. Số điểm cực trị của hàm số là

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

$f'(x) = (x-1)(x^2 - 3x + 2) = 0$ có một nghiệm đơn và một nghiệm kép nên có một điểm cực trị.

Câu 9. Đồ thị hàm số bậc ba $y = f(x)$ là đường cong như hình bên



Cực tiểu của hàm số đã cho là

A. -3. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Nhìn vào đồ thị ta thấy giá trị cực tiểu của hàm số là -3.

Câu 10. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x+1}$ có tiệm cận đứng và ngang lần lượt là

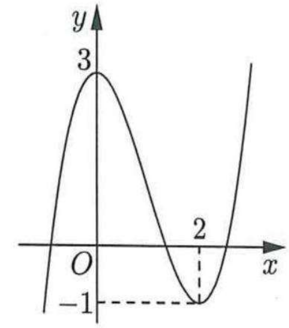
A. $x = -1; y = 2$. **B.** $x = -1; y = -2$.

C. $x = 1; y = 2$. **D.** $x = 1; y = -2$.

Lời giải

Tiệm cận đứng là $x = -1$, tiệm cận ngang là $y = 2$.

Câu 11. Đồ thị như hình là của hàm số nào sau đây?



A. $y = x^3 - 3x^2 + 3$. **B.** $y = -x^3 + 3x^2 + 3$. **C.** $y = x^4 - 3x^2 + 3$. **D.** $y = \dfrac{2x+1}{x+2}$.

Lời giải

Đồ thị là của hàm số bậc ba với hệ số a dương.

Câu 12. Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x+1}$ là

A. $I(-1;2)$. **B.** $I(-1;-2)$. **C.** $I(1;-2)$. **D.** $I(1;2)$.

Câu 13. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Phương trình $|f(x)| = 2$ có

A. 3 nghiệm. **B.** 2 nghiệm. **C.** 4 nghiệm. **D.** 5 nghiệm.

Lời giải

$$|f(x)| = 2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x) = 2 \quad 2n_0 \\ f(x) = -2 \quad 1n_0 \end{array}\right..$$

Câu 14. Cho $\log 3 = a$. Khi đó $\log 9000$ bằng

A. $3 + 2a$. **B.** $3 + a$. **C.** $3 - 2a$. **D.** $3 - a$.

Lời giải

$\log 9000 = \log 1000 + \log 9 = 3 + 2a$.

Câu 15. Tập xác định của hàm số $y = (x+2)^{\sqrt{3}}$ là

A. $(-2;+\infty)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(-\infty;2)$.

Lời giải

Hàm số xác định khi và chỉ khi $x + 2 > 0 \Leftrightarrow x > -2$

Câu 16. Đạo hàm của hàm số $y = 7^x$ là

A. $7^x \ln 7$. **B.** $\dfrac{7^x}{\ln 7}$. **C.** 7^x. **D.** $x.7^{x-1}$.

Câu 17. Tổng các nghiệm của phương trình $2^{2x+1} - 2^{x+2} - 16 = 0$ bằng

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

$$2^{2x} - 5.2^x + 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^x = 4 \\ 2^x = 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = 0 \end{array}\right..$$

Câu 18. Số nghiệm nguyên dương của bất phương trình $2^{x+1} < 32$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

$2^{x+1} < 32 \Leftrightarrow x + 1 < 5 \Leftrightarrow x < 4$. Có 3 nghiệm nguyên dương.

Câu 19. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-3)<1$ là

A. $(3;5)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-3;5)$. **D.** $(0;5)$.

Lời giải

$\log_2(x-3)<1 \Leftrightarrow 0<x-3<2 \Leftrightarrow 3<x<5$.

Câu 20. Cho $\int\limits_1^3 f(x)dx=5, \int\limits_1^8 f(x)dx=13$. Tích phân $\int\limits_3^8 f(x)dx$ bằng

A. 8. **B.** -8. **C.** 18. **D.** -18.

Lời giải

$\int\limits_3^8 f(x)dx=\int\limits_1^8 f(x)dx-\int\limits_1^3 f(x)dx=13-5=8$.

Câu 21. Cho $\int\limits_0^2 f(x)dx=3$. Khi đó $\int\limits_0^2 \left[3x^2-5f(x)\right]dx$ bằng

A. -7. **B.** 18. **C.** 7. **D.** -18.

Lời giải

$\int\limits_0^2 \left[3x^2-5f(x)\right]dx=x^3\Big|_0^2-5\int\limits_0^2 f(x)dx=-7$.

Câu 22. Cho $\int f(x)dx=\frac{x^3}{3}-\frac{1}{2}\sin 2x+C$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $f(x)=x^2-\cos 2x$. **B.** $f(x)=x^2+\cos 2x$.

C. $f(x)=x^2-2\cos 2x$. **D.** $f(x)=x^2+2\cos 2x$.

Lời giải

$f(x)=\left(\frac{x^3}{3}-\frac{1}{2}\sin 2x+C\right)'=x^2-\cos 2x$.

Câu 23. Cho $f(x)=e^{2x}-\frac{1}{x}(x\neq 0)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\int f(x)dx=\frac{1}{2}e^{2x}-\ln|x|+C$. **B.** $\int f(x)dx=\frac{1}{2}e^{2x}-\ln x+C$.

C. $\int f(x)dx=2e^{2x}-\frac{1}{x^2}+C$. **D.** $\int f(x)dx=e^{2x}-\ln|x|+C$.

Lời giải

$\int f(x)dx=\int\left(e^{2x}-\frac{1}{x}\right)dx=\frac{1}{2}e^{2x}-\ln|x|+C$.

Câu 24. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=x^3+2x^2+5, y=2x^2+4x+5$ bằng

A. 8. **B.** 4. **C.** 12. **D.** 10.

Lời giải

Phương trình hoành độ điểm chung có nghiệm $x=-2; x=0; x=2$.

Diện tích là $S=\int\limits_{-2}^2 \left|x^3-4x\right|dx=8$.

Câu 25. Cho số phức $z=2+3i$. Điểm biểu diễn của số phức $\overline{z}$ trên mặt phẳng Oxy là

A. $M(2;-3)$. **B.** $M(2;3)$. **C.** $M(-2;3)$. **D.** $M(-2;-3)$.

Lời giải

$\overline{z}=2-3i \Rightarrow M(2;-3)$.

Câu 26. Tổng phần thực và phần ảo của số phức $z=\frac{2+i}{1-i}$ bằng

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

$z=\frac{2+i}{1-i}=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i$. Tổng phần thực và phần ảo bằng 2.

Câu 27. Mô đun của số phức $4-3i$ bằng

A. 5. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 3.

Lời giải

$$\left|4-3i\right|=\sqrt{4^2+\left(-3\right)^2}=5.$$

Câu 28. Trên mặt phẳng tọa độ tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $\left|z+3-2i\right|=6$ là một đường tròn có tâm và bán kính lần lượt là

A. $I(-3;2);R=6$. **B.** $I(3;-2);R=6$.

C. $I(-3;2);R=\sqrt{6}$. **D.** $I(-3;2);R=36$.

Lời giải

$\left|z+3-2i\right|=6\Leftrightarrow\sqrt{(x+3)^2+(y-2)^2}=6\Leftrightarrow(x+3)^2+(y-2)^2=6^2$.

Tâm và bán kính lần lượt là $I(-3;2);R=6$.

Câu 29. Thể tích khối lập phương có cạnh bằng 4 là

A. 64. **B.** 8. **C.** 16. **D.** 4.

Lời giải

$V=a^3=4^3=64$.

Câu 30. Khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng a. SA vuông góc với đáy và $SA=6a$ có thể tích bằng

A. $2a^3$. **B.** $6a^3$. **C.** $18a^3$. **D.** a^3.

Lời giải

Diện tích đáy bằng a^2, Chiều cao bằng $6a$ nên thể tích bằng $\frac{1}{3}.a^2.6a=2a^3$.

Câu 31. Hình trụ có bán kính r, độ dài đường sinh l có diện tích xung quanh là

A. $S=2\pi rl$. **B.** $S=6\pi rl$. **C.** $S=\pi rl$. **D.** $S=\frac{1}{3}\pi rl$.

Lời giải

Diện tích xung quanh của hình trụ $S=2\pi rl$.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, Hình chiếu vuông góc của $M(-2;1;3)$ trên mặt phẳng Oxy là

A. $N(-2;1;0)$. **B.** $N(2;-1;0)$. **C.** $M(-2;1;3)$. **D.** $M(-2;1;-3)$.

Lời giải

Hình chiếu vuông góc của $M(-2;1;0)$ trên Oxy là $N(-2;1;0)$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $Ox\perp(Oyz)$. **B.** $Ox\perp(Oxz)$. **C.** $Ox\perp(Oxy)$. **D.** $Ox\parallel(Oyz)$.

Lời giải

Trong không gian $Oxyz$, $Ox\perp(Oyz)$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $3x-2y+5z-7=0$ có một véc tơ pháp tuyến là

A. $\overrightarrow{n}=(3;-2;5)$. **B.** $\overrightarrow{n}=(3;-2;-5)$. **C.** $\overrightarrow{n}=(-3;-2;5)$. **D.** $\overrightarrow{n}=(3;2;5)$.

Lời giải

Mặt phẳng $3x-2y+5z-7=0$ có một véc tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n}=(3;-2;5)$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $\frac{x-1}{2}=\frac{y+3}{-1}=\frac{z}{3}$ có một véc tơ chỉ phương là

A. $\overrightarrow{u}=(2;-1;3)$. **B.** $\overrightarrow{u}=(2;1;3)$. **C.** $\overrightarrow{u}=(-2;-1;-3)$. **D.** $\overrightarrow{u}=(1;-3;0)$.

Lời giải

Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $\frac{x-1}{2}=\frac{y+3}{-1}=\frac{z}{3}$ có một véc tơ chỉ phương là $\overrightarrow{u}=(2;-1;3)$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng trung trực của đoạn AB với $A(3;-2;5); B(1;4;-3)$ có phương trình là

A. $x-3y+4z-3=0$. **B.** $x-3y+4z+3=0$.

C. $x+3y+5z-10=0$. **D.** $x+3y-4z-1=0$.

Lời giải

Gọi là I trung điểm của AB ta có $I(2;1;1); \overrightarrow{IA}=(1;-3;4)$.

Mặt phẳng trung trực của AB qua I có VTPT $\overrightarrow{IA}=(1;-3;4)$.

Phương trình mặt phẳng là $x-3y+4z-3=0$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+6y-4z-11=0$ có tâm và bán kính lần lượt là

A. $I(1;-3;2); R=5$. **B.** $I(1;-3;2); R=25$.

C. $I(-1;3;-2); R=5$. **D.** $I(-1;3;-2); R=25$.

Lời giải

Tâm và bán kính mặt cầu là $I(1;-3;2); R=5$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x-2)^2+(y+3)^2+(z-1)^2=36$ và mặt phẳng $(P): 2x-2y+z+4=0$ cắt nhau theo đường tròn có bán kính là

A. $r=\sqrt{11}$. **B.** $r=3$. **C.** $r=4$. **D.** $r=\sqrt{13}$.

Lời giải

(S) có tâm $I(2;-3;1)$ bán kính $R=6$; $d(I,(P))=5$

Bán kính của giao tuyến là $r=\sqrt{11}$.

Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)=\frac{x^3}{3}-\frac{m+1}{2}x^2+mx$. Có bao nhiêu số nguyên m thuộc đoạn $[0;2023]$ để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt?

A. 2020. **B.** 2019. **C.** 2021. **D.** 2022.

Lời giải

$$f'(x)=x^2-(m+1)x+m=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \Rightarrow y=\frac{3m-1}{6} \\ x=m \Rightarrow y=\frac{m^2(3-m)}{6} \end{array}\right.$$

Theo yêu cầu bài toán thì $\begin{cases} (3m-1)(3-m)<0 \\ m\neq 0 \\ m\in[0;2023] \end{cases} \Leftrightarrow 3<m\le 2023$. Vậy có 2020 số nguyên m

Câu 40. Cho phương trình $\log_5 x.\log_3 x+x.\log_5 x+4=\log_3 x+4\log_5 x+x$. Tổng bình phương các nghiệm của phương trình bằng

A. 34. **B.** 29. **C.** 41. **D.** 37.

Lời giải

$\log_5 x.\log_3 x+x.\log_5 x+4=\log_3 x+4\log_5 x+x,\ x>0 \Leftrightarrow (\log_5 x-1)(\log_3 x+x-4)=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_5 x-1=0 \\ \log_3 x+x-4=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=5 \\ \log_3 x+x-4=0 \ \ (1) \end{array}\right.$$

Dùng tính biến thiên chứng minh được phương trình (1) có nghiêm duy nhất. dễ thấy nghiệm duy nhất đó là $x=3$.

Tổng bình phương các nghiệm là 34

Câu 41. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên R, $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$, $f'(x)=12x^2-4$, $f(1)=5$, $F(0)=7$. Tính $F(2)$.

A. $F(2)=25$. **B.** $F(2)=11$. **C.** $F(2)=23$. **D.** $F(2)=12$.

Lời giải

$f(x)=\int(12x^2-4)dx=4x^3-4x+C$

$f(1)=5\Rightarrow C=5\Rightarrow f(x)=4x^3-4x+5$

$F(2)=\int_0^2(4x^3-4x+5)dx-F(0)=11$

Câu 42. Trong mặt phẳng Oxy, gọi M là điểm biểu diễn của số phức z có mô đun nhỏ nhất thỏa $|z+1-6i|+|z-5+2i|=10$. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng OM và đồ thị hàm số $y=3x^2$. Tính thể tích khối tròn xoay sinh ra khi cho hình phẳng (H) quay quanh trục Ox.

A. $\frac{3}{2560}\pi$. **B.** $\frac{5}{2560}\pi$. **C.** $\frac{3}{2560}$. **D.** $\frac{7}{2560}\pi$.

Lời giải

Giả sử $M(x;y)$ là điểm biểu diễn của z. Đặt $A(-1;6);B(5;-2)$

Ta có $|z+1-6i|=MA;|z-5+2i|=MB;AB=10\Rightarrow MA+MB=AB$ nên M nằm trên đoạn AB

$AB:4x+3y-14=0$; $d(O;AB)=\frac{14}{5}$; $OA=\sqrt{37};OB=\sqrt{29}$. M biểu diễn số phức có mô đun nhỏ nhất nên M là hình chiếu vuông góc của O trên AB

Phương trình của $OM:3x-4y=0\Leftrightarrow y=\frac{3x}{4}$

Thể tích $V=\pi\int_0^{\frac{1}{4}}\frac{9x^2}{16}dx-\pi\int_0^{\frac{1}{4}}9x^4dx=\frac{3}{2560}\pi$

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(4;-2;3)$ và mặt phẳng $(P):3x-4y+2z-1=0$. Đường thẳng qua M, cắt trục Oz và song song với (P) có phương trình là

A. $\frac{x-4}{2}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z-3}{-5}$. **B.** $\frac{x-4}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-3}{-5}$.

C. $\frac{x}{2}=\frac{y}{-1}=\frac{z+13}{-5}$. **D.** $\frac{x-4}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-3}{5}$.

Lời giải

Gọi giao điểm của M và trục Oz là $N(0;0;c)$, $\overrightarrow{MN}=(-4;2;c-3)$. $MN\parallel(P)\Leftrightarrow c=13$.

Phương trình của đường thẳng là: $\frac{x-4}{2}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z-3}{-5}$.

Câu 44. Trong tập hợp số phức, cho phương trình $z^2-2mz+5m+14=0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt z_1,z_2 thỏa $|z_1|=|z_2|$?

A. 8. **B.** 7. **C.** 9. **D.** 10.

Lời giải

$\Delta'=m^2-5m-14$.

Nếu $\Delta'>0$ thì phương trình có hai nghiệm đối nhau $z_1+z_2=0\Rightarrow m=0$.

Nếu $\Delta'<0\Leftrightarrow -2<m<7$ thì phương trình có hai nghiệm phức là hai số liên hợp luôn thỏa $|z_1|=|z_2|$

Vậy có 8 giá trị nguyên của m.

Câu 45. Cho số phức z thỏa $|z+3-2i|=|\overline{z}+2+i|$. Giá trị nhỏ nhất của $|z|$ là

A. $2\sqrt{2}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $3\sqrt{2}$. **D.** $4\sqrt{2}$.

Lời giải

Giả sử $M(x;y)$ là điểm biểu diễn của $|z|$

$|z+3-2i|=|\overline{z}+2+i|\Leftrightarrow(x+3)^2+(y-2)^2=(x+2)^2+(-y+1)^2\Leftrightarrow x-y+4=0$

$\Rightarrow M\in\Delta:x-y+4=0$

$\min|z|=d(O,\Delta)=2\sqrt{2}$

Câu 46. Cho hình nón có bán kính đáy bằng 5. Mặt phẳng (α) đi qua đỉnh của nón cắt đường tròn đáy theo một dây cung có độ dài bằng 6 và cách tâm của đáy một khoảng bằng 2. Tính thể tích của khối nón tương ứng.

A. $\dfrac{100\sqrt{3}}{9}\pi$. **B.** $\dfrac{100\sqrt{3}}{3}\pi$. **C.** $\dfrac{100\sqrt{3}}{9}$. **D.** $\dfrac{20\sqrt{3}}{9}\pi$.

Lời giải

Gọi h là chiều cao của hình nón

Ta có $\dfrac{1}{h^2}=\dfrac{1}{2^2}-\dfrac{1}{5^2-3^2}=\dfrac{3}{16}\Rightarrow h=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$

$V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h=\dfrac{1}{3}\pi.5^2.\dfrac{4\sqrt{3}}{3}=\dfrac{100\sqrt{3}}{9}\pi$

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, Thể tích của phần không gian giới hạn bởi mặt phẳng $(P):2x-2y+z+11=0$ và mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-3)^2+(z-2)^2=25$ (phần có chứa tâm của mặt cầu) bằng

A. $\dfrac{448}{3}\pi$. **B.** $\dfrac{448}{3}$. **C.** $\dfrac{448}{5}\pi$. **D.** $\dfrac{446}{3}\pi$.

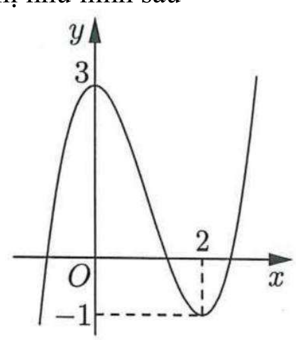
Lời giải

Khoảng các từ tâm mặt cầu tới (P) bằng 3.

Thể tích của phần không gian giới hạn bởi mặt phẳng $(P):2x-2y+z+11=0$ và mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-3)^2+(z-2)^2=25$ (phần có chứa tâm của mặt cầu) bằng thể tích khối tròn xoay sinh ra khi cho hình phẳng có giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{25-x^2}, Ox, x=-5, x=3$ quay quanh Ox

Vậy $V=\pi\displaystyle\int_{-5}^{3}(25-x^2)dx=\dfrac{448}{3}\pi$

Câu 48. Cho hàm số bậc ba có đồ thị như hình sau



Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số và $(P): y=x^2+5x+3$.

A. $\dfrac{443}{6}$. **B.** $\dfrac{445}{6}$. **C.** $\dfrac{439}{6}$. **D.** $\dfrac{451}{6}$.

Lời giải

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị $A(0;3);B(2;-1)$ suy ra hàm số $y=x^3-3x^2+3$

$$x^3-3x^2+3=x^2+5x+3\Leftrightarrow x^3-4x^2-5x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-1\\x=5\end{array}\right.$$

Diện tích $S=\displaystyle\int_{-1}^{5}\left|x^3-4x^2-5x\right|dx=\dfrac{443}{6}$

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho M là một điểm trên $(P): 2x+2y-z+3=0$, hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng Oxy là $M'(-1;-1;0)$. Mặt cầu tâm M và tiếp xúc với Oz cắt mặt phẳng (P) theo một đường tròn. Diện tích của hình tròn đó bằng

A. 2π. **B.** π. **C.** 3π. **D.** 4π.

Lời giải

$M(-1;-1;-1) \Rightarrow d(M,Oz)=\sqrt{2}$

Diện tích của hình tròn 2π.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, Gọi (P) là mặt phẳng chứa $A(1;-2;3), B(3;-2;2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): x+3y-z+5=0$. Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu $(S):(x+m)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=46$ khi

A. $m=-27,\ m=\frac{11}{3}$. **B.** $m=-27,\ m=-\frac{11}{3}$. **C.** $m=27,\ m=\frac{11}{3}$. **D.** $m=27,\ m=-\frac{11}{3}$.

Lời giải

$\overrightarrow{AB}=(2;0;-1); \overrightarrow{n_Q}=(1;3;-1) \Rightarrow \overrightarrow{n_P}=(3;1;6)$

Phương trình của $(P): 3x+y+6z-19=0$

(S) có tâm $I(-m;2;-3)$ bán kính $R=\sqrt{46}$

$$(P)tx(S) \Leftrightarrow d(I,(P))=R \Leftrightarrow \frac{|-3m+2-18-19|}{\sqrt{3^2+1^2+6^2}}=\sqrt{46} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-27 \\ m=\frac{11}{3} \end{array}\right.$$

----------------------Hết--------------------

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT - SỐ 12

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Note

Câu 1: Cho số phức $z=4-5i$. Trong mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $\overline{z}$?

A. $P(4;-5)$. **B.** $Q(-4;5)$. **C.** $N(4;5)$. **D.** $M(-5;4)$.

Câu 2: Đạo hàm của hàm số $y=\log_3\left(x^2+2\right)$ là

A. $y'=\dfrac{2x}{x^2+2}$. **B.** $y'=\dfrac{2x}{\left(x^2+2\right)\ln 3}$.

C. $y'=\dfrac{2x\ln 3}{x^2+2}$. **D.** $y'=\dfrac{1}{\left(x^2+2\right)\ln 3}$.

Câu 3: Trong khoảng $(-\infty;4)$ đạo hàm của hàm số $y=(4-x)^{\pi}$ là

A. $y'=-\pi(4-x)^{\pi-1}$. **B.** $y'=\pi(4-x)^{\pi-1}$.

C. $y'=-\pi(4-x)^{\pi+1}$. **D.** $y'=-\dfrac{1}{\pi}(4-x)^{\pi-1}$.

Câu 4: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\dfrac{1}{5}\right)^{1-x}\geq\dfrac{1}{25}$ là

A. $[-1;+\infty)$. **B.** $(-2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $(-\infty;-1]$.

Câu 5: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1=5$ và công bội $q=-2$. Giá trị của u_6 bằng

A. 160. **B.** -320. **C.** -160. **D.** 320.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;0)$, $B(0;-2;0)$ và $C(0;0;3)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $\dfrac{x}{1}-\dfrac{y}{-2}+\dfrac{z}{3}=1$. **B.** $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{-2}+\dfrac{z}{3}=0$.

C. $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=1$. **D.** $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{-2}+\dfrac{z}{3}=1$.

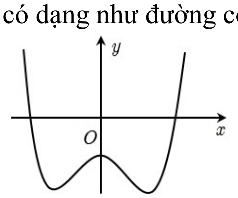
Câu 7: Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-3}$. Giao điểm của đồ thị hàm số đã cho với trục tung có tung độ là

A. $\left(0;-\dfrac{1}{3}\right)$. **B.** $-\dfrac{1}{3}$. **C.** $\left(-\dfrac{1}{2};0\right)$. **D.** $-\dfrac{1}{2}$.

Câu 8: Nếu $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=-1$ và $\int_1^2\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x=-5$ thì $\int_1^2 g(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 9: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên dưới?



A. $y=-x^3+x^2-1$. **B.** $y=x^4-x^2-1$.

C. $y=x^3-x^2-1$. **D.** $y=-x^4+x^2-1$.

Note

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(2;5;-1)$, bán kính $R=3$ có phương trình là

A. $(S): x^2+y^2+z^2-4x-10y+2z+21=0$

B. $(S): x^2+y^2+z^2+4x+10y+2z+21=0$.

C. $(S): x^2+y^2+z^2+4x+10y+2z-21=0$.

D. $(S): x^2+y^2+z^2-4x-10y-2z+21=0$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, tìm điểm đối xứng của $A(-1;2;5)$ qua mặt phẳng (Oyz)?

A. $(0;2;5)$. **B.** $(-1;-2;-5)$. **C.** $(1;2;5)$. **D.** $(1;-2;-5)$.

Câu 12: Số phức nào dưới đây là số thuần ảo?

A. $z=(1-i)^2$. **B.** $z=(1+2i)^2$. **C.** i^2. **D.** $(2-i)^2$.

Câu 13: Cho khối chóp có diện tích đáy $B=3a^2$ và chiều cao $h=4a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $2a^3$. **B.** $4a^3$. **C.** $8a^3$. **D.** $12a^3$.

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại C, $AB=a\sqrt{5}$, $AC=a$. Cạnh bên $SA=3a$ và vuông góc với mặt phẳng (ABC). Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{5}}{2}$. **B.** a^3. **C.** $3a^3$. **D.** $2a^3$.

Câu 15: Cho đường thẳng Δ tiếp xúc với mặt cầu $S(O;R)$. Gọi d là khoảng cách từ O đến Δ. Khẳng định nào dưới đây đúng?'

A. $d=0$. **B.** $d=R$. **C.** $d<R$. **D.** $d>R$.

Câu 16: Số phức nào sau đây có số phức liên hợp là $\overline{z}=-5-4i$

A. $z=5+4i$. **B.** $z=5-4i$. **C.** $z=-5+4i$. **D.** $z=-5-4i$.

Câu 17: Cho khối trụ có bán kính đáy $r=3$ và độ dài đường sinh $l=5$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 12π. **B.** 36π. **C.** 15π. **D.** 45π.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases} x=1+2t \\ y=2+3t, t\in\mathbb{R} \\ z=5-t \end{cases}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

A. $P(3;5;4)$. **B.** $Q(2;3;-1)$. **C.** $N(3;5;-4)$. **D.** $M(-1;-1;4)$.

Câu 19: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. Hàm số có đúng một cực trị.

B. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2.

C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -3.

D. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.

Câu 20: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x^2-4}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=2$. **B.** $y=0$. **C.** $y=1$. **D.** $x=-2$.

Câu 21: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-1)>1$ là

A. $\left(-\infty;-\dfrac{3}{2}\right)$. **B.** $\left(1;\dfrac{3}{2}\right)$. **C.** $\left(\dfrac{3}{2};+\infty\right)$. **D.** $\left[1;\dfrac{3}{2}\right)$.

Câu 22: Một tổ gồm 12 học sinh trong đó có bạn An. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 4 em đi trực trong đó phải có An.

A. 990. **B.** 495. **C.** 220. **D.** 165.

Câu 23: Cho $\int x\mathrm{d}x=F(x)+C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $F'(x)=x^2$. **B.** $F'(x)=1$. **C.** $F'(x)=x$. **D.** $F'(x)=\dfrac{x^2}{2}$.

Câu 24: Nếu $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x=2$ thì $\int_0^{\frac{3}{2}} f(2x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** $\dfrac{3}{2}$.

Câu 25: Cho hàm số $f(x)=\sin x+x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\cos x+\dfrac{x^2}{2}+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-\cos x+\dfrac{x^2}{2}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\cos x+x^2+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-\cos x+x^2+C$.

Câu 26: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	6	$\searrow$	-26	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-1;4)$. **C.** $(-1;2)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Câu 27: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	-3	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** -3. **C.** -2. **D.** 1.

Câu 28: Cho $\log 7=a$. Tính $\log\dfrac{1000}{49}$ theo a.

A. $6a$. **B.** $3-2a$. **C.** $\dfrac{3}{2a}$. **D.** $3+2a$.

Note

Note

Câu 29: Cho hình phẳng D giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=(3x-1)\sqrt{\ln x}$, trục hoành và đường thẳng $x=e$. Khi hình phẳng D quay quanh trục hoành được vật thể tròn xoay có thể tích V được tính theo công thức

A. $V=\pi\int\limits_{\frac{1}{3}}^{e}(3x-1)^2\ln x dx$ **B.** $V=\pi\int\limits_{1}^{e}(3x-1)^2\ln x dx$.

C. $V=\int\limits_{1}^{e}(3x-1)^2\ln x dx$. **D.** $V=\int\limits_{\frac{1}{3}}^{e}(3x-1)^2\ln x dx$.

Câu 30: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ với O là tâm của đáy và chiều cao $SO=\frac{\sqrt{3}}{2}AB$. Tính góc giữa mặt phẳng (SAB) và mặt phẳng đáy.

A. $90°$. **B.** $60°$. **C.** $30°$. **D.** $45°$.

Câu 31: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên.

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	0	+	0	−	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có 3 nghiệm phân biệt là

A. 6. **B.** 1. **C.** 5. **D.** 2.

Câu 32: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$		-3		-2		0		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		−	0	+	0	−	‖	−	0	+	0	+	

A. $(0;3)$. **B.** $(-\infty;-2)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-2;1)$.

Câu 33: Trong kho đèn trang trí đang còn 5 bóng đèn loại I, 7 bóng đèn loại II, các bóng đèn đều khác nhau về màu sắc và hình dáng. Lấy ra ngẫu nhiên 5 bóng đèn. Tính xác suất để 5 bóng đèn lấy ra có số bóng đèn loại I nhiều hơn số bóng đèn loại II?

A. $\frac{41}{132}$. **B.** $\frac{35}{792}$. **C.** $\frac{11}{36}$. **D.** $\frac{245}{792}$.

Câu 34: Gọi $x_1,x_2(x_1>x_2)$ là hai nghiệm của phương trình $\log_2^2 x+3.\log_2 x-4=0$. Giá trị biểu thức $P=2x_1+x_2$ bằng

A. $P=\frac{33}{16}$. **B.** $P=\frac{65}{16}$. **C.** $P=\frac{16}{65}$. **D.** $P=\frac{1}{8}$.

Câu 35: Trên mặt phẳng tọa độ, biết tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $\left|z+(1+2i)^2\right|=4$ là một đường tròn. Tâm của đường tròn đó có tọa độ là

A. $I(-3;4)$. **B.** $I(-3;-4)$. **C.** $I(3;-4)$. **D.** $I(3;4)$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $E(-1;0;2)$ và $F(2;1;-5)$. Phương trình đường thẳng EF là

A. $\begin{cases}x=1+3t\\y=t\\z=-2-7t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-1+3t\\y=t\\z=2-7t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+t\\y=t\\z=-2-3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-1+t\\y=t\\z=2+3t\end{cases}$.

Note

Câu 37: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-3;4), B(1;y;-1) C(x;4;3)$. Nếu ba điểm A, B, C thẳng hàng thì tổng giá trị $5x+y$ là:

A. 36. **B.** 40. **C.** 41. **D.** 42.

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 1. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy $(ABCD)$. Tính khoảng cách d từ A đến (SCD).

A. $d=1$. **B.** $d=\sqrt{2}$. **C.** $d=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. **D.** $d=\dfrac{\sqrt{21}}{7}$.

Câu 39: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn

$$\log_3\left(\frac{2x^2-5x+2}{1000}\right)+\log 3.\log\left(\frac{2x^2-5x+2}{27}\right)<\log(2x^2-5x+2)?$$

A. 234. **B.** 230. **C.** 288. **D.** 232.

Câu 40: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x)$, $G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(3)+G(3)=6$ và $F(0)+G(0)=2$. Khi đó $\int\limits_0^1 f(3x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 2. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** $\dfrac{4}{3}$. **D.** 4.

Câu 41: Cho hàm số $y=x^4+4mx^3+3(m+1)x^2+1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số chỉ có cực tiểu và không có cực đại?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 42: Cho số phức z thỏa mãn $3\left|z+\overline{z}\right|+2\left|z-\overline{z}\right|\le 12$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của $|z-4+3i|$. Giá trị của $M.m$ bằng

A. 28. **B.** 24. **C.** 26. **D.** 30.

Câu 43: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của B' trên mặt phẳng đáy trùng trung điểm H của cạnh AB, biết góc giữa $B'H$ và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng $30°$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V=\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $V=\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{16}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{16}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{16}$.

Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ liên tục và có đạo hàm xác định trên $(0;+\infty)$. Biết rằng $f(x)>0$ với mọi $x\in(0;+\infty)$ thỏa mãn $f(0)=2$, và $3\left(f(x)-xf'(x)\right)=2f'(x)+f^2(x)$. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $x-6y+12=0$.

A. $\dfrac{275}{12}-\ln 6$. **B.** $\ln 6$. **C.** $\dfrac{35}{12}-\ln 6$. **D.** $120+\ln 6$.

Câu 45: Trên tập hợp số phức, cho phương trình $x^2-4x+\dfrac{c}{d}=0$ (với phân số $\dfrac{c}{d}$ tối giản) có hai nghiệm phức. Gọi A, B là hai điểm biểu diễn của hai nghiệm đó trên mặt phẳng Oxy. Biết tam giác OAB đều (với O là gốc tọa độ), tính $P=c+2d$.

A. 18. **B.** 22. **C.** -10. **D.** -14.

Note

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+3z-4=0$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1}=\frac{y}{-1}=\frac{z+1}{2}$, $d_2: \frac{x-1}{2}=\frac{y-3}{1}=\frac{z+1}{1}$. Mặt phẳng (α) song song với (P) và cắt d_1, d_2 theo thứ tự tại M, N sao cho $MN=\sqrt{3}$. Khoảng cách từ điểm $A(1;2;-3)$ đến mặt phẳng (α) là:

A. $\frac{3\sqrt{14}}{14}$. **B.** $\frac{\sqrt{14}}{14}$. **C.** $\frac{\sqrt{14}}{7}$. **D.** $\frac{2\sqrt{14}}{7}$.

Câu 47: Có bao nhiêu số nguyên dương y trong đoạn $[-2023;2023]$ sao cho bất phương trình $(10x)^{y+\frac{\log x}{10}} \ge 10^{\frac{11}{10}\log x}$ đúng với mọi $x\in(1;100)$?

A. 2022. **B.** 2021. **C.** 2020. **D.** 2023.

Câu 48: Cho một hình nón đỉnh S có đáy là đường tròn tâm O, bán kính $R=\sqrt{5}$ và góc ở đỉnh là 2α với $\sin\alpha=\frac{2}{3}$. Một mặt phẳng (P) vuông góc với SO tại H (với H nằm trong đoạn SO) và cắt hình nón theo một đường tròn tâm H. Gọi V là thể tích của khối nón đỉnh O và đáy là đường tròn tâm H. Biết V đạt giá trị lớn nhất khi $SH=\frac{a}{b}$ với $a,b\in\mathbb{N}^*$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị của biểu thức $T=a^3-2b^2$?

A. 21. **B.** 123. **C.** 107. **D.** 170.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho $B(2;-1;-3), C(-6;-1;3)$. Điểm A nằm trong mặt phẳng (Oxy) có tung độ dương. Trong các tam giác ABC, các đường trung tuyến kẻ từ B và C vuông góc với nhau sao cho góc A lớn nhất, tọa độ trung điểm M của AB là

A. $M\left(0;\frac{13}{2};\frac{-3}{2}\right)$. **B.** $M(0;13;-3)$. **C.** $M\left(4;\frac{13}{2};\frac{3}{2}\right)$. **D.** $M(8;13;3)$.

Câu 50: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=\left|2x^3-mx+1\right|$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$?

A. 2. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 4.

--------------------Hết--------------------

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT - SỐ 12

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

HƯỚNG DẪN CHI TIẾT

Câu 1. Cho số phức $z = 4 - 5i$. Trong mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $\overline{z}$?

A. $P(4;-5)$. **B.** $Q(-4;5)$. **C.** $N(4;5)$. **D.** $M(-5;4)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overline{z} = 4 + 5i$ nên điểm biểu diễn số phức $\overline{z}$ là điểm $M(4;5)$.

Câu 2. Đạo hàm của hàm số $y = \log_3(x^2+2)$ là

A. $y' = \dfrac{2x}{x^2+2}$. **B.** $y' = \dfrac{2x}{(x^2+2)\ln 3}$. **C.** $y' = \dfrac{2x\ln 3}{x^2+2}$. **D.** $y' = \dfrac{1}{(x^2+2)\ln 3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y' = \left[\log_3(x^2+2)\right]' = \dfrac{(x^2+2)'}{(x^2+2)\ln 3} = \dfrac{2x}{(x^2+2)\ln 3}$. Vậy $y' = \dfrac{2x}{(x^2+2)\ln 5}$.

Câu 3. Trong khoảng $(-\infty;4)$ đạo hàm của hàm số $y = (4-x)^{\pi}$ là

A. $y' = -\pi(4-x)^{\pi-1}$. **B.** $y' = \pi(4-x)^{\pi-1}$. **C.** $y' = -\pi(4-x)^{\pi+1}$. **D.** $y' = -\dfrac{1}{\pi}(4-x)^{\pi-1}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = -\pi(4-x)^{\pi-1}$.

Câu 4. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\dfrac{1}{5}\right)^{1-x} \geq \dfrac{1}{25}$ là

A. $[-1;+\infty)$. **B.** $(-2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $(-\infty;-1]$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\left(\dfrac{1}{5}\right)^{1-x} \geq \dfrac{1}{25} \Leftrightarrow \left(\dfrac{1}{5}\right)^{1-x} \geq \left(\dfrac{1}{5}\right)^{2} \Leftrightarrow 1-x \leq 2 \Leftrightarrow x \geq -1$.

Vậy tập nghiệm của bpt là $T = [-1;+\infty)$.

Câu 5. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 5$ và công bội $q = -2$. Giá trị của u_6 bằng

A. 160. **B.** -320. **C.** -160. **D.** 320.

Lời giải

Chọn C

Ta có $u_6 = u_1 q^5 = 5.(-2)^5 = -160$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;0)$, $B(0;-2;0)$ và $C(0;0;3)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $\dfrac{x}{1} - \dfrac{y}{-2} + \dfrac{z}{3} = 1$. **B.** $\dfrac{x}{1} + \dfrac{y}{-2} + \dfrac{z}{3} = 0$. **C.** $\dfrac{x}{1} + \dfrac{y}{2} + \dfrac{z}{3} = 1$. **D.** $\dfrac{x}{1} + \dfrac{y}{-2} + \dfrac{z}{3} = 1$.

Lời giải

Chọn D

Áp dụng phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn, ta có phương trình của mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{1}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{3}=1$.

Câu 7. Cho hàm số $y=\frac{2x+1}{x-3}$. Giao điểm của đồ thị hàm số đã cho với trục tung có tung độ là

A. $\left(0;-\frac{1}{3}\right)$. **B.** $-\frac{1}{3}$. **C.** $\left(-\frac{1}{2};0\right)$. **D.** $-\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung có hoành độ $x=0\Rightarrow$ Tung độ $y=-\frac{1}{3}$.

Câu 8. Nếu $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=-1$ và $\int_1^2\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x=-5$ thì $\int_1^2 g(x)\mathrm{d}x$ bằng

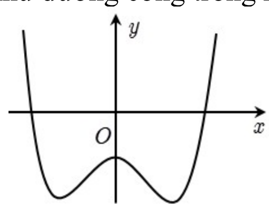
A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int_1^2\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x=\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x-\int_1^2 g(x)\mathrm{d}x \Leftrightarrow -5=-1-\int_1^2 g(x)\mathrm{d}x \Leftrightarrow \int_1^2 g(x)\mathrm{d}x=4$.

Câu 9. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên dưới?



A. $y=-x^3+x^2-1$. **B.** $y=x^4-x^2-1$. **C.** $y=x^3-x^2-1$. **D.** $y=-x^4+x^2-1$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào dáng đồ thị có 3 điểm cực trị nhận trục tung làm trục đối xứng nên hàm số y là hàm bậc bốn trùng phương, loại A,C.

Nhánh đồ thị ngoài cùng bên phải đi lên nên hệ số $a>0$, loại D.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(2;5;-1)$, bán kính $R=3$ có phương trình là

A. $(S):x^2+y^2+z^2-4x-10y+2z+21=0$ **B.** $(S):x^2+y^2+z^2+4x+10y+2z+21=0$.

C. $(S):x^2+y^2+z^2+4x+10y+2z-21=0$. **D.** $(S):x^2+y^2+z^2-4x-10y-2z+21=0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $d=a^2+b^2+c^2-R^2=4+25+1-9=21$.

Suy ra $(S):x^2+y^2+z^2-4x-10y+2z+21=0$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, tìm điểm đối xứng của $A(-1;2;5)$ qua mặt phẳng (Oyz)?

A. $(0;2;5)$. **B.** $(-1;-2;-5)$. **C.** $(1;2;5)$. **D.** $(1;-2;-5)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có điểm đối xứng của $A(-1;2;5)$ qua mặt phẳng (Oyz) là $(1;2;5)$.

Câu 12. Số phức nào dưới đây là số thuần ảo?

A. $z=(1-i)^2$. **B.** $z=(1+2i)^2$. **C.** i^2. **D.** $(2-i)^2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $(1-i)^2=-2i$.

Câu 13. Cho khối chóp có diện tích đáy $B=3a^2$ và chiều cao $h=4a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $2a^3$. **B.** $4a^3$. **C.** $8a^3$. **D.** $12a^3$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối chóp: $V=\frac{1}{3}.B.h=\frac{1}{3}.3a^2.4a=4a^3$.

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại C, $AB=a\sqrt{5}$, $AC=a$. Cạnh bên $SA=3a$ và vuông góc với mặt phẳng (ABC). Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3\sqrt{5}}{2}$. **B.** a^3. **C.** $3a^3$. **D.** $2a^3$.

Lời giải

Chọn B

Vì tam giác ABC vuông tại C nên $BC=\sqrt{AB^2-AC^2}=\sqrt{5a^2-a^2}=2a.$

$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AC.BC=\frac{1}{2}.a.2a=a^2$.

$V_{S.ABC}=\frac{1}{3}SA.S_{\Delta ABC}=\frac{1}{3}.3a.a^2=a^3$ (đvtt).

Câu 15. Cho đường thẳng Δ tiếp xúc với mặt cầu $S(O;R)$. Gọi d là khoảng cách từ O đến Δ. Khẳng định nào dưới đây đúng?'

A. $d=0$. **B.** $d=R$. **C.** $d<R$. **D.** $d>R$.

Lời giải

Chọn B

Do đường thẳng Δ tiếp xúc với mặt cầu $S(O;R)$ nên $d=R$.

Câu 16. Số phức nào sau đây có số phức liên hợp là $\overline{z}=-5-4i$

A. $z=5+4i$. **B.** $z=5-4i$. **C.** $z=-5+4i$. **D.** $z=-5-4i$.

Lời giải

Chọn C

Số phức $z=-5+4i$ có số phức liên hợp là: $\overline{z}=-5-4i$.

Câu 17. Cho khối trụ có bán kính đáy $r=3$ và độ dài đường sinh $l=5$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 12π. **B.** 36π. **C.** 15π. **D.** 45π.

Lời giải

Chọn D

Ta có độ dài đường sinh của khối trụ $l=5$ suy ra chiều cao của khối trụ là $h=l=5$.

Vậy thể tích của khối trụ là $V=\pi r^2h=\pi.3^2.5=45\pi$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=2+3t\\z=5-t\end{cases},t\in\mathbb{R}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

A. $P(3;5;4)$. **B.** $Q(2;3;-1)$. **C.** $N(3;5;-4)$. **D.** $M(-1;-1;4)$.

Lời giải

Chọn A

Thay tọa độ điểm $P(3;5;4)$ vào phương trình đường đường thẳng d ta được

$$\begin{cases}3=1+2t\\5=2+3t\\4=5-t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=1\\t=1\\t=1\end{cases}\Leftrightarrow t=1\Rightarrow P\in d.$$

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	$\|$	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. Hàm số có đúng một cực trị.

B. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2.

C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -3.

D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Lời giải

Chọn D

Từ BBT ta có hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Câu 20. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-2}{x^2-4}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y = 2$. **B.** $y = 0$. **C.** $y = 1$. **D.** $x = -2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{x-2}{x^2-4} = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{\frac{1}{x} - \frac{2}{x^2}}{1 - \frac{4}{x^2}} = \dfrac{0}{1} = 0$.

Do đó đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y = 0$.

Câu 21. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) > 1$ là

A. $\left(-\infty; -\dfrac{3}{2}\right)$. **B.** $\left(1; \dfrac{3}{2}\right)$. **C.** $\left(\dfrac{3}{2}; +\infty\right)$. **D.** $\left[1; \dfrac{3}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) > 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 > 0 \\ x-1 < \dfrac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < \dfrac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x \in \left(1; \dfrac{3}{2}\right)$.

Câu 22. Một tổ gồm 12 học sinh trong đó có bạn An. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 4 em đi trực trong đó phải có An.

A. 990. **B.** 495. **C.** 220. **D.** 165.

Lời giải

Chọn D

Vì trong số 4 bạn được chọn phải có An nên chỉ cần chọn 3 học sinh từ 11 học sinh (không có An) nên số cách chọn là: $C_{11}^3 = 165$.

Câu 23. Cho $\int x\mathrm{d}x = F(x) + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $F'(x) = x^2$. **B.** $F'(x) = 1$. **C.** $F'(x) = x$. **D.** $F'(x) = \dfrac{x^2}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int x\mathrm{d}x = F(x) + C \Leftrightarrow F'(x) = x$.

Câu 24. Nếu $\int\limits_0^3 f(x)\mathrm{d}x = 2$ thì $\int\limits_0^{\frac{3}{2}} f(2x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn B

$\int\limits_0^{\frac{3}{2}} f(2x)\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\int\limits_0^3 f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{2}.2 = 1$ (nguyên hàm mở rộng).

Câu 25. Cho hàm số $f(x) = \sin x + x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = \cos x + \frac{x^2}{2} + C$.

B. $\int f(x)\mathrm{d}x = -\cos x + \frac{x^2}{2} + C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = \cos x + x^2 + C$.

D. $\int f(x)\mathrm{d}x = -\cos x + x^2 + C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int (\sin x + x)\mathrm{d}x = -\cos x + \frac{x^2}{2} + C$.

Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	6	$\searrow$	-26	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-1;4)$. **C.** $(-1;2)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1;3)$ nên sẽ nghịch biến trên khoảng $(-1;2)$.

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	-3	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** -3. **C.** -2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số ta thấy giá trị cực tiểu của hàm số là $y_{CT} = -3$

Câu 28. Cho $\log 7 = a$. Tính $\log\frac{1000}{49}$ theo a.

A. $6a$. **B.** $3-2a$. **C.** $\frac{3}{2a}$. **D.** $3+2a$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\log\frac{1000}{49} = \log 1000 - \log 49 = 3 - 2\log 7 = 3 - 2a$.

Câu 29. Cho hình phẳng D giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=(3x-1)\sqrt{\ln x}$, trục hoành và đường thẳng $x=e$. Khi hình phẳng D quay quanh trục hoành được vật thể tròn xoay có thể tích V được tính theo công thức

A. $V=\pi\int_{\frac{1}{3}}^{e}(3x-1)^2\ln x dx$ **B.** $V=\pi\int_{1}^{e}(3x-1)^2\ln x dx$.

C. $V=\int_{1}^{e}(3x-1)^2\ln x dx$. **D.** $V=\int_{\frac{1}{3}}^{e}(3x-1)^2\ln x dx$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác định: $\ln x\ge 0\Leftrightarrow x\ge 1$.

Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=(3x-1)\sqrt{\ln x}$ với trục hoành là nghiệm của phương trình: $(3x-1)\sqrt{\ln x}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\ln x=0\\ x=\frac{1}{3}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\ x=\frac{1}{3}\textit{(loại)}\end{array}\right.\Rightarrow x=1$

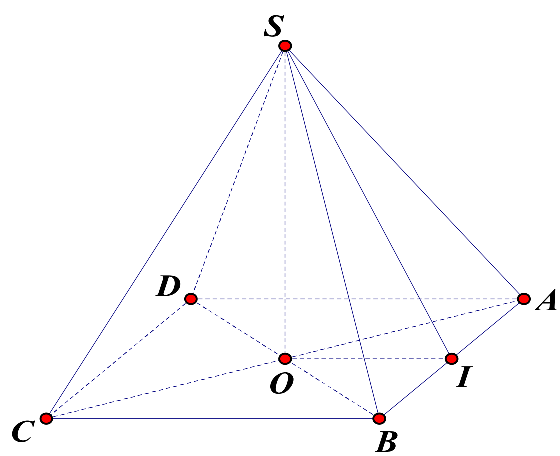
Ta có: $V=\pi\int_{1}^{e}(3x-1)^2\ln x dx$.

Câu 30. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ với O là tâm của đáy và chiều cao $SO=\frac{\sqrt{3}}{2}AB$. Tính góc giữa mặt phẳng (SAB) và mặt phẳng đáy.

A. $90°$. **B.** $60°$. **C.** $30°$. **D.** $45°$.

Lời giải

Chọn B



Đặt $AB=a$, gọi I là trung điểm của AB. Ta có:

$$\begin{cases}(SAB)\cap(ABCD)=AB\\ SI\perp AB\\ OI\perp AB\end{cases}\Rightarrow\left((SAB),(ABCD)\right)=(SI,OI)=\widehat{SIO}$$

Mặt khác, ta lại có:

$$AB=a,\ SO=\frac{\sqrt{3}}{2}AB=\frac{\sqrt{3}}{2}a,\ OI=\frac{1}{2}a\Rightarrow\tan\widehat{SIO}=\frac{SO}{OI}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}a}{\frac{1}{2}a}=\sqrt{3}\Rightarrow\widehat{SIO}=60°$$

Câu 31. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình bên.

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f\left(x\right)=m$ có 3 nghiệm phân biệt là

A. 6. **B.** 1. **C.** 5. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số để phương trình $f(x)=m$ có đúng 3 nghiệm thực phân biệt thì $m=-1$.

Câu 32. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

$f'(x)$			0	$+$	0		$\|\|$		0	$+$	0	$+$	
x	$-\infty$		-3		-2		0		1		3		$+\infty$

A. $\left(0;3\right)$. **B.** $\left(-\infty;-2\right)$. **C.** $\left(1;+\infty\right)$. **D.** $\left(-2;1\right)$.

Lời giải

Chọn D

Ta thấy $f'\left(x\right)<0,\forall x\in\left(-2;0\right)\cup\left(0;1\right)$ và $f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ nên $y=f\left(x\right)$ nghịch biến trên khoảng $\left(-2;1\right)$.

Câu 33. Trong kho đèn trang trí đang còn 5 bóng đèn loại I, 7 bóng đèn loại II, các bóng đèn đều khác nhau về màu sắc và hình dáng. Lấy ra ngẫu nhiên 5 bóng đèn. Tính xác suất để 5 bóng đèn lấy ra có số bóng đèn loại I nhiều hơn số bóng đèn loại II?

A. $\dfrac{41}{132}$. **B.** $\dfrac{35}{792}$. **C.** $\dfrac{11}{36}$. **D.** $\dfrac{245}{792}$.

Lời giải

Chọn A

Số cách lấy ngẫu nhiên 5 bóng đèn là: $C_{12}^{5}=792$ cách.

Lấy 5 bóng đèn mà số bóng đèn loại I nhiều hơn số bóng đèn loại II, có 3 trường hợp xảy ra như sau:

- **Trường hợp 1:** Lấy được 5 bóng đèn loại I: có 1 cách.
- **Trường hợp 2:** Lấy được 4 bóng đèn loại I và 1 bóng đèn loại II: có $C_5^4.C_7^1$ cách.
- **Trường hợp 3:** Lấy được 3 bóng đèn loại I và 2 bóng đèn loại II: có $C_5^3.C_7^2$ cách.

Theo quy tắc cộng, có $1+C_5^4.C_7^1+C_5^3.C_7^2=246$ (cách).

Vậy xác suất cần tính là: $\dfrac{246}{792}=\dfrac{41}{132}$.

Câu 34. Gọi $x_1,x_2(x_1>x_2)$ là hai nghiệm của phương trình $\log_2^2 x+3.\log_2 x-4=0$. Giá trị biểu thức $P=2x_1+x_2$ bằng

A. $P=\dfrac{33}{16}$. **B.** $P=\dfrac{65}{16}$. **C.** $P=\dfrac{16}{65}$. **D.** $P=\dfrac{1}{8}$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x>0$.

$$\log_2^2 x+3.\log_2 x-4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_2 x=1\\ \log_2 x=-4\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=2\\ x=\dfrac{1}{16}\end{array}\right.(TM) \Rightarrow x_1=2, x_2=\frac{1}{16}.$$

Vậy $2x_1+x_2=\dfrac{65}{16}$.

Câu 35. Trên mặt phẳng tọa độ, biết tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $\left|z+(1+2i)^2\right|=4$ là một đường tròn. Tâm của đường tròn đó có tọa độ là

A. $I(-3;4)$. **B.** $I(-3;-4)$. **C.** $I(3;-4)$. **D.** $I(3;4)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $z=x+yi$ (với $x;y\in\mathbb{R}$).

Ta có: $\left|z+(1+2i)^2\right|=4 \Leftrightarrow |z-3+4i|=4 \Leftrightarrow \sqrt{(x-3)^2+(y+4)^2}=4 \Leftrightarrow (x-3)^2+(y+4)^2=16$.

Vậy tập hợp điểm biểu diễn các số phức z là đường tròn tâm $I(3;-4)$, bán kính $R=4$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $E(-1;0;2)$ và $F(2;1;-5)$. Phương trình đường thẳng EF là

A. $\begin{cases}x=1+3t\\ y=t\\ z=-2-7t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-1+3t\\ y=t\\ z=2-7t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+t\\ y=t\\ z=-2-3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-1+t\\ y=t\\ z=2+3t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng EF có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{EF}=(3;1;-7)$

Điểm $E(-1;0;2)\in EF$.

Vậy đường thẳng EF có phương trình tham số là: $\begin{cases}x=-1+3t\\ y=t\\ z=2-7t\end{cases}$.

Câu 37. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-3;4), B(1;y;-1) C(x;4;3)$. Nếu ba điểm A, B, C thẳng hàng thì tổng giá trị $5x+y$ là:

A. 36. **B.** 40. **C.** 41. **D.** 42.

Lời giải

Chọn C

Có $\overrightarrow{AB}=(-1;y+3;-5); \overrightarrow{AC}=(x-2;7;-1)$

Để ba điểm A, B, C thẳng hàng thì $\overrightarrow{AB}$ cùng phương $\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \dfrac{-1}{x-2}=\dfrac{y+3}{7}=\dfrac{-5}{-1}$

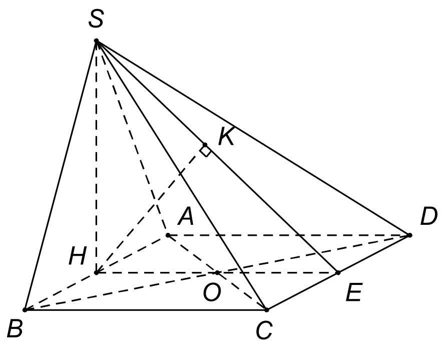
$\Rightarrow \begin{cases}x=\dfrac{9}{5}\\ y=32\end{cases} \Rightarrow 5x+y=41$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 1. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy $(ABCD)$. Tính khoảng cách d từ A đến (SCD).

A. $d=1$. **B.** $d=\sqrt{2}$. **C.** $d=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. **D.** $d=\dfrac{\sqrt{21}}{7}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi H là trung điểm AB, suy ra $SH \perp AB$. Do đó $SH \perp (ABCD)$.

Do $AH \parallel CD$ nên $d\left[A,(SCD)\right] = d\left[H,(SCD)\right]$.

Gọi E là trung điểm CD; K là hình chiếu vuông góc của H trên SE.

Khi đó $d\left[H,(SCD)\right] = HK = \dfrac{SH.HE}{\sqrt{SH^2 + HE^2}} = \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$.

Vậy $d\left[A,(SCD)\right] = HK = \dfrac{\sqrt{21}}{7}$.

Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn

$\log_3\left(\dfrac{2x^2-5x+2}{1000}\right) + \log 3.\log\left(\dfrac{2x^2-5x+2}{27}\right) < \log(2x^2-5x+2)$?

A. 234. **B.** 230. **C.** 288. **D.** 232.

Lời giải

Chọn B

TXĐ: $D = \left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right) \cup (2;+\infty)$.

Ta có: $\log_3\left(\dfrac{2x^2-5x+2}{1000}\right) + \log 3.\log\left(\dfrac{2x^2-5x+2}{27}\right) < \log(2x^2-5x+2)$

$\Leftrightarrow \log_3(2x^2-5x+2) - \log_3 1000 + \log 3[\log(2x^2-5x+2) - \log 27] < \log(2x^2-5x+2)$

$\Leftrightarrow \log_3(2x^2-5x+2) + \log 3.\log(2x^2-5x+2) - \log(2x^2-5x+2) < \log_3 1000 + \log 3.\log 27$

$\Leftrightarrow \log_3(2x^2-5x+2)[1+\log^2 3 - \log 3] < 3(\log_3 10 + \log^2 3)$

$\Leftrightarrow \log_3(2x^2-5x+2) < \dfrac{3(\log_3 10 + \log^2 3)}{1+\log^2 3 - \log 3}$

$\Leftrightarrow 2x^2-5x+2 < 3^{\frac{3(\log_3 10+\log^2 3)}{1+\log^2 3-\log 3}} \Leftrightarrow 2x^2-5x+2 < 27000 \Leftrightarrow 2x^2-5x-26998 < 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{4}(5-3\sqrt{24001}) < x < \dfrac{1}{4}(5+3\sqrt{24001})$

Kết hợp điều kiện ta có $x \in \{-114;-113;...;0;3;...;116;117\}$.

Vậy có 230 số nguyên x thỏa mãn.

Câu 40. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x)$, $G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(3)+G(3)=6$ và $F(0)+G(0)=2$. Khi đó $\int_0^1 f(3x)\,dx$ bằng

A. 2. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** $\dfrac{4}{3}$. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $G(x)=F(x)+C \Rightarrow \begin{cases} G(3)=F(3)+C \\ G(0)=F(0)+C \end{cases}$.

Khi đó $\begin{cases} F(3)+G(3)=6 \\ F(0)+G(0)=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2F(3)+C=6 \\ 2F(0)+C=2 \end{cases} \Leftrightarrow F(3)-F(0)=2$.

Vậy: $\int\limits_0^1 f(3x)\,\mathrm{d}x=\frac{1}{3}\int\limits_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x=\frac{1}{3}\left(F(3)-F(0)\right)=\frac{2}{3}$.

Câu 41. Cho hàm số $y=x^4+4mx^3+3(m+1)x^2+1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số chỉ có cực tiểu và không có cực đại?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y'=4x^3+12mx^2+6(m+1)x$

$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ g(x)=2x^2+6mx+3(m+1)=0 \quad (*) \end{array}\right.$

Để hàm số chỉ có cực tiểu mà không có cực đại thì phương trình $(*)$ phải thỏa mãn một trong hai trường hợp

□Trường hợp 1: xảy ra khi $\Delta'\le 0 \Leftrightarrow 3m^2-2m-2\le 0 \Leftrightarrow \frac{1-\sqrt{7}}{3}\le m\le \frac{1+\sqrt{7}}{3}$ (a).

□Trường hợp 2: xảy ra khi $\begin{cases} \Delta'>0 \\ g(0)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m<\frac{1-\sqrt{7}}{3} \\ m>\frac{1+\sqrt{7}}{3} \end{array}\right. \\ 3(m+1)=0 \end{cases} \Leftrightarrow m=-1$ (b).

Từ (a) và (b) ta có $m\in\{-1;0;1\}$.

Vậy có ba giá trị nguyên của tham số m thì hàm số chỉ có cực tiểu và không có cực đại.

Câu 42. Cho số phức z thỏa mãn $3\left|z+\bar{z}\right|+2\left|z-\bar{z}\right|\le 12$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của $|z-4+3i|$. Giá trị của $M.m$ bằng

A. 28. **B.** 24. **C.** 26. **D.** 30.

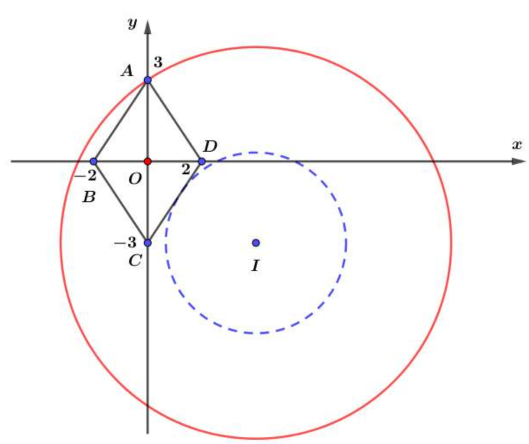
Lời giải

Chọn B

Gọi $z=x+yi$; $x;y\in\mathbb{R}$.

Xét $3\left|z+\bar{z}\right|+2\left|z-\bar{z}\right|\le 12 \Leftrightarrow 3|x|+2|y|\le 6$. (1)

Ta có: $P=|z-4+3i|=\sqrt{(x-4)^2+(y+3)^2}$ (2)



Tập hợp những điểm biểu diễn $z=x+yi$; $x;y\in\mathbb{R}$. thỏa mãn (1) là miền trong (tính cả biên) của hình thoi $ABCD$ với $A(0;3)$; $B(-2;0)$; $C(0;-3)$; $D(2;0)$ tạo bởi 4 đường thẳng thỏa $3|x|+2|y|=6$. Điểm biểu diễn z thỏa mãn (2) là đường tròn tâm $I(4;-3)$ bán kính $R=P\ge 0$.

P đạt min, max khi bán kính đường tròn đạt min, max khi xét sự tương giao với miền hình thoi $ABCD$.

Ta có đường tròn giao với miền hình thoi điểm gần tâm nhất khi đường tròn tiếp xúc cạnh CD: $3x-2y-6=0$ tương ứng có $m=\dfrac{|3.4+2.3-6|}{\sqrt{3^2+2^2}}=\dfrac{12}{\sqrt{13}}$. Điểm giao xa nhất là đỉnh $A(0;3)$ của hình thoi. Do đó $M=\sqrt{4^2+6^2}=2\sqrt{13}$.

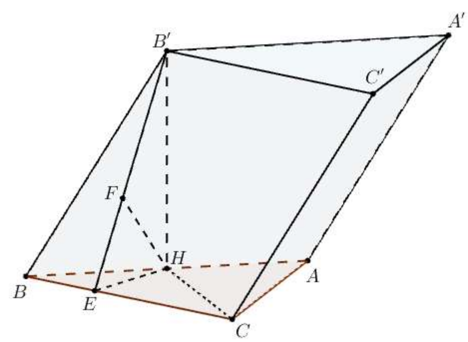
$\Rightarrow M.m=24$.

Câu 43. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của B' trên mặt phẳng đáy trùng trung điểm H của cạnh AB, biết góc giữa $B'H$ và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng $30°$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V=\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $V=\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{16}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{16}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{16}$.

Lời giải

Chọn B



Dựng $HE\perp BC$, $HF\perp B'E$ ta có: $\begin{cases} BC\perp B'H \\ BC\perp HE \end{cases}$ suy ra $BC\perp HF\Rightarrow HF\perp(B'BCC')$

$\Rightarrow \widehat{(B'H,(BCC'B'))}=\widehat{HB'F}=\widehat{HB'E}\Rightarrow \widehat{HB'E}=30°$.

Tam giác BEH vuông tại E, $\widehat{HBE}=60°\Rightarrow HE=HB\sin\widehat{HBE}=\dfrac{a}{2}\sin 60°=\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$.

Khi đó $B'H=\dfrac{HE}{\tan 30°}=\dfrac{3a}{4}$.

Vậy $V=V_{ABC.A'B'C'}=S_{ABC}.B'H=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.\dfrac{3a}{4}=\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{16}$.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ liên tục và có đạo hàm xác định trên $(0;+\infty)$. Biết rằng $f(x)>0$ với mọi $x\in(0;+\infty)$ thỏa mãn $f(0)=2$, và $3\left(f(x)-xf'(x)\right)=2f'(x)+f^2(x)$. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $x-6y+12=0$.

A. $\dfrac{275}{12}-\ln 6$. **B.** $\ln 6$. **C.** $\dfrac{35}{12}-\ln 6$. **D.** $120+\ln 6$.

Lời giải

Chọn C

Do $f(x)>0$ ta có

$$3\left(f(x)-xf'(x)\right)=2f'(x)+f^2(x)\Leftrightarrow \frac{3f(x)-(3x+2)f'(x)}{f^2(x)}=1\Leftrightarrow\left(\frac{3x+2}{f(x)}\right)'=1$$

$\Rightarrow \dfrac{3x+2}{f(x)}=x+C$. Vì $f(0)=2$ nên $\dfrac{3.0+2}{f(0)}=0+C\Leftrightarrow C=1$

$\Rightarrow \dfrac{3x+2}{f(x)}=x+1\Rightarrow f(x)=\dfrac{3x+2}{x+1}$

Ta có $\frac{3x+2}{x+1}=\frac{1}{6}x+2 \Leftrightarrow \frac{1}{6}x^2-\frac{5}{6}x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=5 \end{array}\right.$.

Diện tích giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $x-6y+12=0$ là

$S=\int_0^5\left|\frac{3x+2}{x+1}-\left(\frac{1}{6}x+2\right)\right|\mathrm{d}x=\frac{35}{12}-\ln 6$.

Câu 45. Trên tập hợp số phức, cho phương trình $x^2-4x+\frac{c}{d}=0$ (với phân số $\frac{c}{d}$ tối giản) có hai nghiệm phức. Gọi A, B là hai điểm biểu diễn của hai nghiệm đó trên mặt phẳng Oxy. Biết tam giác OAB đều (với O là gốc tọa độ), tính $P=c+2d$.

A. 18. **B.** 22. **C.** -10. **D.** -14.

Lời giải

Chọn B

Nếu phương trình $x^2-4x+\frac{c}{d}=0$ có hai nghiệm thực thì ba điểm A,B,O cùng nằm trên một đường thẳng (không thỏa mãn).

Vậy $x^2-4x+\frac{c}{d}=0$ có hai nghiệm phức có phần ảo khác 0 $\Leftrightarrow \Delta'=4-\frac{c}{d}<0$.

Khi đó, phương trình có hai nghiệm phức $x_1=2+\sqrt{|\Delta'|}i$; $x_2=2-\sqrt{|\Delta'|}i$.

Gọi A, B lần lượt là hai điểm biểu diễn của x_1; x_2 trên mặt phẳng Oxy, ta có:

$A\left(2;\sqrt{|\Delta'|}\right)$; $B\left(2;-\sqrt{|\Delta'|}\right)$.

Ta có: $AB=2\sqrt{|\Delta'|}$; $OA=OB=\sqrt{4+|\Delta'|}$.

Tam giác OAB đều khi và chỉ khi $AB=OA=OB \Leftrightarrow 2\sqrt{|\Delta'|}=\sqrt{4+|\Delta'|} \Leftrightarrow 4|\Delta'|=4+|\Delta'|$

$\Leftrightarrow |\Delta'|=\frac{4}{3}$. Vì $\Delta'<0$ nên $\Delta'=-\frac{4}{3}$ hay $4-\frac{c}{d}=-\frac{4}{3} \Leftrightarrow \frac{c}{d}=\frac{16}{3}$.

Từ đó ta có $c=16$; $d=3$. Vậy: $P=c+2d=22$.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+3z-4=0$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1}=\frac{y}{-1}=\frac{z+1}{2}$, $d_2: \frac{x-1}{2}=\frac{y-3}{1}=\frac{z+1}{1}$. Mặt phẳng (α) song song với (P) và cắt d_1, d_2 theo thứ tự tại M, N sao cho $MN=\sqrt{3}$. Khoảng cách từ điểm $A(1;2;-3)$ đến mặt phẳng (α) là:

A. $\frac{3\sqrt{14}}{14}$. **B.** $\frac{\sqrt{14}}{14}$. **C.** $\frac{\sqrt{14}}{7}$. **D.** $\frac{2\sqrt{14}}{7}$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (α) song song với (P) nên phương trình (α) có dạng $(\alpha): x-2y+3z+d=0, d\neq -4$

.

$M\in d_1 \Leftrightarrow M(1+m;-m;-1+2m)$, $N\in d_2 \Leftrightarrow M(1+2n;3+n;-1+n)$.

$\overrightarrow{MN}=(2n-m;n+m+3;n-2m)$

$M,N\in(\alpha) \Rightarrow 2n-m-2(n+m+3)+3(n-2m)=0 \Leftrightarrow 3n-9m-6=0 \Leftrightarrow n=2+3m$.

Kết hợp với giả thiết $MN=\sqrt{3}$ ta có $(5m+4)^2+(4m+5)^2+(m+2)^2=3 \Leftrightarrow m=-1$.

Khi đó điểm $M(0;1;-3)\in(\alpha) \Leftrightarrow d=11$ thỏa điều kiện $d\neq 4$.

Thử lại thấy mặt phẳng $(\alpha): x-2y+3z+11=0$ thỏa mãn giả thiết nên là mặt phẳng cần tìm.

Khoảng cách từ điểm $A(1;2;-3)$ đến mặt phẳng (α) là

$d(A,(\alpha))=\frac{|1-2.2+3.(-3)+11|}{\sqrt{1^2+2^2+3^2}}=\frac{1}{\sqrt{14}}=\frac{\sqrt{14}}{14}$.

Câu 47. Có bao nhiêu số nguyên dương y trong đoạn $[-2023;2023]$ sao cho bất phương trình $(10x)^{y+\frac{\log x}{10}} \ge 10^{\frac{11}{10}\log x}$ đúng với mọi $x \in (1;100)$?

A. 2022. **B.** 2021. **C.** 2020. **D.** 2023.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x>0$.

Ta có: $(10x)^{y+\frac{\log x}{10}} \ge 10^{\frac{11}{10}\log x} \Leftrightarrow \left(y+\frac{\log x}{10}\right)(\log x+1) \ge \frac{11}{10}\log x$

$\Leftrightarrow (\log x+10y)(\log x+1)-11\log x \ge 0 \Leftrightarrow 10y(\log x+1)+(\log x)^2-10\log x \ge 0$.

Vì $x\in(1;100)$ nên $\log x \in (0;2)$.

Do đó: $10y(\log x+1)+(\log x)^2-10\log x \ge 0 \Leftrightarrow 10y \ge \dfrac{10\log x-(\log x)^2}{\log x+1}$.

Đặt $t=\log x, t\in(0;2)$.

Xét hàm số $f(t)=\dfrac{10t-t^2}{t+1}$ liên tục trên đoạn $[0;2]$.

Ta có $f'(t)=\dfrac{10-2t-t^2}{(t+1)^2}>0, \forall t\in(0;2) \Rightarrow$ Hàm số $f(t)$ đồng biến trên $[0;2]$.

Suy ra $\max\limits_{[0;2]} f(t)=f(2)=\dfrac{16}{3}$.

Để bất phương trình $10y \ge \dfrac{10\log x-(\log x)^2}{\log x+1}$ đúng với mọi $x\in(1;100)$ thì $10y \ge \dfrac{16}{3} \Leftrightarrow y \ge \dfrac{8}{15}$

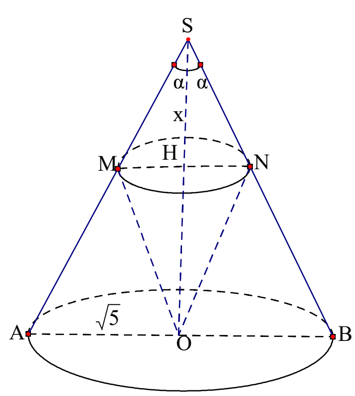
Do đó $y \in \left[\dfrac{8}{15};2023\right]$ hay có 2023 giá trị thỏa mãn.

Câu 48. Cho một hình nón đỉnh S có đáy là đường tròn tâm O, bán kính $R=\sqrt{5}$ và góc ở đỉnh là 2α với $\sin\alpha=\dfrac{2}{3}$. Một mặt phẳng (P) vuông góc với SO tại H (với H nằm trong đoạn SO) và cắt hình nón theo một đường tròn tâm H. Gọi V là thể tích của khối nón đỉnh O và đáy là đường tròn tâm H. Biết V đạt giá trị lớn nhất khi $SH=\dfrac{a}{b}$ với $a,b\in\mathbb{N}^*$ và $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị của biểu thức $T=a^3-2b^2$?

A. 21. **B.** 123. **C.** 107. **D.** 170.

Lời giải

Chọn C



Đặt $SH=x$. Gọi SAB là thiết diện qua trục SO và M, N lần lượt là giao điểm của SA, SB với (P).

Xét ΔSOA vuông tại O ta có $SO=OA.\cot\alpha=R\cot\alpha \Rightarrow OH=SO-SH=R.\cot\alpha-x$.

Xét ΔSHM vuông tại H ta có $HM = SH\tan\alpha = x\tan\alpha$.

Ta có $V = \frac{1}{3}\pi.HM^2.OH = \frac{1}{3}\pi x^2.\tan^2\alpha.(R\cot\alpha - x)$.

Áp dụng bất đẳng thức Côsi ta có:

$$x^2\left(R\cot\alpha - x\right) = 4.\frac{x}{2}.\frac{x}{2}.\left(R\cot\alpha - x\right) \le 4.\left(\frac{\frac{x}{2}+\frac{x}{2}+R\cot\alpha - x}{3}\right)^3 = \frac{4}{27}R^3\cot^3\alpha.$$

Vậy $V_{\text{Max}} = \frac{4\pi}{81}R^3.\tan^2\alpha.\cot\alpha$ đạt được $\Leftrightarrow x = \frac{2R}{3}\cot\alpha = \frac{2R}{3}\sqrt{\frac{1}{\sin^2\alpha}-1} = \frac{2}{3}.\sqrt{5}.\sqrt{\frac{3^2}{2^2}-1} = \frac{5}{3}$.

Từ đây ta có $a = 5, b = 3 \Rightarrow T = 5^3 - 2.3^2 = 107$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho $B(2;-1;-3), C(-6;-1;3)$. Điểm A nằm trong mặt phẳng (Oxy) có tung độ dương. Trong các tam giác ABC, các đường trung tuyến kẻ từ B và C vuông góc với nhau sao cho góc A lớn nhất, tọa độ trung điểm M của AB là

A. $M\left(0;\frac{13}{2};\frac{-3}{2}\right)$. **B.** $M(0;13;-3)$. **C.** $M\left(4;\frac{13}{2};\frac{3}{2}\right)$. **D.** $M(8;13;3)$.

Lời giải

Chọn A

Điểm A nằm trong mặt phẳng (Oxy) có tung độ dương nên $A(a;b;0)$, $b > 0$.

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Ta có:

$GB \perp GC \Leftrightarrow GB^2 + GC^2 = BC^2$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{9}\left(\frac{BC^2+BA^2}{2} - \frac{CA^2}{4}\right) + \frac{4}{9}\left(\frac{BC^2+CA^2}{2} - \frac{AB^2}{4}\right) = BC^2$$

$\Leftrightarrow AB^2 + AC^2 = 5BC^2$

Khi đó $\cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB.AC} = \frac{4BC^2}{2AB.AC} \ge \frac{4BC^2}{AB^2 + AC^2} = \frac{4}{5}$.

Do đó góc A lớn nhất khi $\cos A = \frac{4}{5} \Leftrightarrow AB = AC = 5\sqrt{10}$.

Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases}(a-2)^2 + (b+1)^2 + 9 = (a+6)^2 + (b+1)^2 + 9\\ (a-2)^2 + (b+1)^2 + 9 = 250\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a = -2\\ b = 14\end{cases} \text{ (vì } b > 0\text{)}$$

Do đó $A(-2;14;0)$.

Vậy tọa độ trung điểm M của AB là $M\left(0;\frac{13}{2};\frac{-3}{2}\right)$.

Câu 50. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \left|2x^3 - mx + 1\right|$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$?

A. 2. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $f(x) = 2x^3 - mx + 1$.

Trường hợp 1: $f(x) = 0$ có nghiệm $x_0 \in (1;+\infty)$ thì hàm số $y = \left|f(x)\right|$ không thể đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

Trường hợp 2: $f(x) = 0$ không có nghiệm $x_0 \in (1;+\infty)$. Ta có: $f'(x) = 6x^2 - m$.

Khi đó $y = \left|2x^3 - mx + 1\right| = \left|f(x)\right| = \sqrt{f^2(x)}$ nên $y' = \frac{f'(x).f(x)}{\sqrt{f^2(x)}}$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(1;+\infty\right)$ khi và chỉ khi $y' \geq 0$ với $\forall x \in \left(1;+\infty\right)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} f'(x).f(x) \geq 0 \\ f\left(x\right) \neq 0 \end{cases}$, $\forall x \in \left(1;+\infty\right)$ $\Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ f'(x) \geq 0 \end{cases}$, $\forall x \in \left(1;+\infty\right)$ (vì $\lim\limits_{x \to +\infty} f\left(x\right) = +\infty$)

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x^3 - mx + 1 > 0 \\ 6x^2 - m \geq 0 \end{cases}$, $\forall x \in \left(1;+\infty\right) \Leftrightarrow \begin{cases} f\left(1\right) \geq 0 \\ f'\left(1\right) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - m + 1 \geq 0 \\ 6 - m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq 3 \Rightarrow m \in \left\{1;2;3\right\}$.

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT - SỐ 13

Môn: TOÁN

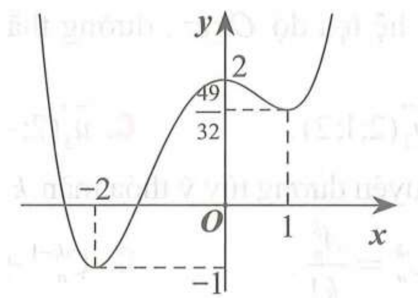
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Note

Câu 1: Cho khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng $2a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $2\sqrt{3}a^3$. **B.** $8a^3$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{2}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 2: Cho hàm số $y=ax^4+bx^3+cx+d$ $\left(a,b,c,d\in\mathbb{R};a\neq 0\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Các điểm cực tiểu của hàm số là

A. $x=-2$ và $x=1$. **B.** $x=0$.

C. $x=-1$ và $x=2$. **D.** $x=-1$ và $x=\dfrac{49}{32}$.

Câu 3: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho $\vec{a}=(2;-3;3)$, $\vec{b}=(0;2;-1)$, $\vec{c}=(3;-1;5)$. Tìm tọa độ của véctơ $\vec{u}=2\vec{a}+3\vec{b}-2\vec{c}$

A. $(-2;2;-7)$. **B.** $(10;-2;13)$. **C.** $(-2;-2;7)$. **D.** $(-2;2;7)$.

Câu 4: Cho hàm số $y=\sqrt{x^2-6x+5}$. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(5;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;3)$.

Câu 5: Cho $a=\log_3 15$, thì $P=\log_{25}15$ bằng?

A. $P=\dfrac{a}{2(a-1)}$. **B.** $P=\dfrac{a}{2(a+1)}$. **C.** $P=\dfrac{a}{2(1-a)}$. **D.** $P=\dfrac{2a}{a-1}$.

Câu 6: Tích phân $\displaystyle\int_0^{2019} 2^x dx$ bằng:

A. $\dfrac{2^{2019}-1}{\ln 2}$. **B.** $\dfrac{2^{2019}-\ln 2}{2}$. **C.** $\dfrac{2^{2020}-2}{\ln 2}$. **D.** $\dfrac{2^{2020}-\ln 2}{2}$.

Câu 7: Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình lập phương cạnh 3cm là

A. $\dfrac{27\pi\sqrt{3}}{2}cm^3$. **B.** $\dfrac{9\pi\sqrt{3}}{2}cm^3$. **C.** $9\pi\sqrt{3}cm^3$. **D.** $\dfrac{27\pi\sqrt{3}}{8}cm^3$.

Câu 8: Cho phương trình $4^{x^2-2x}+2^{x^2-2x+3}-3=0$. Khi đặt $2^{x^2-2x}=t$ (với $t>0$) ta được phương trình nào dưới đây?

A. $t^2+2t-3=0$. **B.** $2t^2-3=0$. **C.** $t^2+8t-3=0$. **D.** $4t-3=0$.

Note

Câu 9: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho ba điểm $A(1;-2;1)$, $B(-1;3;3)$, $C(2;-4;2)$. Một véctơ pháp tuyến $\vec{n}$ của mặt phẳng *(ABC)* là:

A. $\overrightarrow{n_4}=(9;4;-1)$. **B.** $\overrightarrow{n_1}=(-1;9;4)$.

C. $\overrightarrow{n_3}=(4;9;-1)$. **D.** $\overrightarrow{n_2}=(9;4;11)$.

Câu 10: Hàm số $f(x)=(x-1)e^x$ có một nguyên hàm $F(x)$ thỏa $F(0)=1$. Tìm $F(x)$.

A. $F(x)=(x-2)e^x+3$. **B.** $F(x)=(x-1)e^x$.

C. $F(x)=(x-1)e^x+1$. **D.** $F(x)=(x-2)e^x$.

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-3}{2}$ có véctơ chỉ phương là

A. $\overrightarrow{u_3}(2;-1;2)$. **B.** $\overrightarrow{u_1}(1;2;3)$.

C. $\overrightarrow{u_2}(2;1;2)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}(-1;-2;-3)$.

Câu 12: Với k và n là các số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k\le n$, mệnh đề nào dưới đây **sai?**

A. $C_n^k=C_k^n$. **B.** $C_n^k=\frac{A_n^k}{k!}$.

C. $C_n^{k-1}+C_n^k=C_{n+1}^k$. **D.** $C_n^k=C_n^{n-k}$.

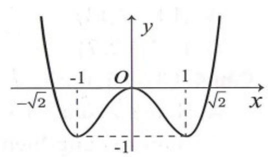
Câu 13: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=-9;u_4=\frac{1}{3}$. Tìm công bội của cấp số nhân đã cho.

A. $-\frac{1}{3}$. **B.** -3. **C.** 3. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 14: Môđun của số phức $z=5-2i$ bằng

A. $\sqrt{29}$. **B.** 3. **C.** 7. **D.** 29.

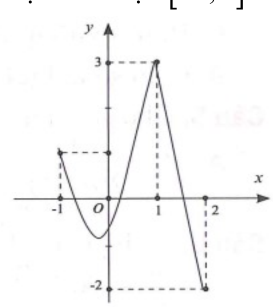
Câu 15: Đồ thị trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y=x^4-2x^2$. **B.** $y=x^4-2x^2-1$.

C. $y=x^3-2x^2+x$. **D.** $y=-x^4+2x^2$.

Câu 16: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;2]$ và có đồ thị như hình vẽ bên.

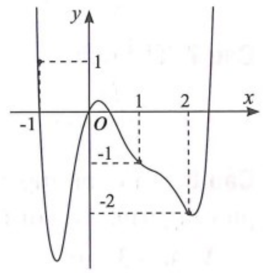


Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;2]$. Ta có $2M+m$ bằng

A. 4. **B.** 5 **C.** 3. **D.** 2.

Note

Câu 17: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên.



Hàm số $g\left(x\right)=2f\left(x+2\right)+\left(x+1\right)\left(x+3\right)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 18: Tìm các số thực a và b thỏa mãn $2a+\left(b+i\right)i=1+2i$ với i là đơn vị ảo.

A. $a=\frac{1}{2},b=1$. **B.** $a=0,b=2$. **C.** $a=0,b=1$. **D.** $a=1,b=2$.

Câu 19: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, xét mặt cầu (S) có phương trình dạng $x^2+y^2+z^2-4x+2y-2az+10a=0$. Tập hợp các giá trị thực của a để (S) có chu vi đường tròn lớn bằng 8π là

A. $\left\{-1;11\right\}$. **B.** $\left\{1;10\right\}$. **C.** $\left\{2;-10\right\}$. **D.** $\left\{1;-11\right\}$.

Câu 20: Cho hai số thực a và b với $1<a<b$. Chọn khẳng định **đúng**

A. $\log_b a<1<\log_a b$. **B.** $1<\log_a b<\log_b a$.

C. $\log_a b<1<\log_b a$. **D.** $\log_a b^2<1<\log_b a$.

Câu 21: Gọi z_1,z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-5z+7=0$. Tính $P=\left|z_1\right|^2+\left|z_2\right|^2$

A. 14. **B.** $4\sqrt{7}$. **C.** 56. **D.** $2\sqrt{7}$.

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $B\left(2;1;-3\right)$, đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng $\left(Q\right):x+y+3z=0$ và $\left(R\right):2x-y+z=0$ là:

A. $4x+5y-3z-22=0$. **B.** $4x-5y-3z-12=0$,

C. $2x+y-3z-14=0$. **D.** $4x+5y-3z+22=0$.

Câu 23: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2-3x}<16$ là

A. $\left(-1;4\right)$. **B.** $\left(-\infty;-1\right)$.

C. $\left(4;+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;-1\right)\cup\left(4;+\infty\right)$.

Câu 24: Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\left(x+1\right)\ln x$, trục hoành và đường thẳng $x=e$.

A. $S=\frac{e^2+5}{4}$. **B.** $S=\frac{e^2+7}{6}$. **C.** $S=\frac{e^2+3}{2}$. **D.** $S=\frac{e^2+9}{8}$.

Câu 25: Cho khối nón có bán kính đáy bằng a, góc giữa đường sinh và mặt đáy bằng 30^o. Thể tích khối nón đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{9}$. **B.** $\frac{4\sqrt{3}\pi a^3}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$. **D.** $\sqrt{3}\pi a^3$.

Câu 26: Tìm tham số m để đồ thị hàm số $y=\frac{\left(m+1\right)x-5m}{2x-m}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=1$.

A. $m=1$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=\frac{1}{2}$. **D.** $m=2$.

Note

Câu 27: Tính thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng a và tổng diện tích các mặt bên bằng $3a^2$.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 28: Đạo hàm của hàm số là $f(x)=\dfrac{\log_2 x}{x}$.

A. $f'(x)=\dfrac{1-\ln x}{x^2\ln 2}$. **B.** $f'(x)=\dfrac{1-\ln x}{x^2}$

C. $f'(x)=\dfrac{1-\log_2 x}{x^2\ln 2}$. **D.** $f'(x)=\dfrac{1-\log_2 x}{x^2}$.

Câu 29: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	-1	$\nearrow$	2	$\searrow$	1

Phương trình $f(x)=m$ có hai nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi

A. $m\in(1;2)$. **B.** $m\in(-1;1)$. **C.** $m\in(-1;2)$. **D.** $m\in[1;2)$.

Câu 30: Cho tứ diện ABCD có $AB=AC=AD$ và $\widehat{BAC}=\widehat{BAD}=60^o$. Hãy xác định góc giữa cặp vecto $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$?

A. 90^o. **B.** 45^o. **C.** 120^o. **D.** 60^o.

Câu 31: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\left(\sqrt{2}-1\right)^x+\left(\sqrt{2}+1\right)^x-6=0$ là:

A. 0. **B.** $\dfrac{5}{2}$. **C.** 6. **D.** 1.

Câu 32: Cho hình lăng trụ đều và một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn ngoại tiếp hai mặt đáy của hình lăng trụ. Gọi V_1,V_2 lần lượt là thể tích khối lăng trụ và khối trụ. Tính $\dfrac{V_1}{V_2}$.

A. $\dfrac{3\sqrt{3}}{4\pi}$. **B.** $\dfrac{3\sqrt{5}}{4\pi}$. **C.** $\dfrac{5\sqrt{2}}{4\pi}$. **D.** $\dfrac{3\sqrt{2}}{4\pi}$.

Câu 33: Biết rằng $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^{3x+1}$ và thỏa mãn $F(0)=\dfrac{e}{3}$. Giá trị của $\ln^3\left(3F(1)\right)$ bằng

A. 64. **B.** 27. **C.** - 8. **D.** 81.

Câu 34: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông tâm O, cạnh a. Cạnh bên SA vuông với đáy, góc $\widehat{SBD}=60^o$. Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng AB và SO.

A. $d=\dfrac{a\sqrt{5}}{5}$. **B.** $d=\dfrac{a\sqrt{6}}{4}$. **C.** $d=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $d=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 35: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x-3y+z=0$ và $(\beta): x+y-z+4=0$. Phương trình tham số của đường thẳng d là

A. $\begin{cases}x=-2+t\\y=t\\z=2+2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2+t\\y=t\\z=2+2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2-t\\y=t\\z=2-2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2+t\\y=t\\z=-2+2t\end{cases}$.

Note

Câu 36: Có bao nhiêu giá trị m nguyên để hàm số $y=x^3+3x^2-3\left(m^2-1\right)x$ đồng biến trên khoảng $(1;2)$

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 6.

Câu 37: Cho số phức z thỏa mãn $2|z+1|^2=|z-i|^2$. Tính môdun của số phức $z+2+i$

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 38: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $(0;+\infty)$, thỏa mãn

$3x.f(x)-x^2.f'(x)=2f^2(x), f(x)\neq 0$ với $x\in(0;+\infty)$ và $f(1)=\frac{1}{2}$.

Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[1;2]$. Tính M + m.

A. $\frac{21}{10}$. **B.** $\frac{7}{5}$. **C.** $\frac{6}{5}$. **D.** $\frac{9}{10}$.

Câu 39: Giả sử m là số thực thỏa mãn giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=31^x+3^x+mx$ trên $\mathbb{R}$ là 2. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $m\in(-5;0)$. **B.** $m\in(-10;-5)$. **C.** $m\in(0;5)$. **D.** $m\in(5;10)$.

Câu 40: Tính thể tích của vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=0, x=\pi$. Biết rằng thiết diện của vật thể cắt bởi mặt phẳng vuông góc với Ox tại điểm có hoành độ $x(0\le x\le\pi)$ là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $\sin x+2$.

A. $\frac{9\pi}{8}+2$. **B.** $\frac{7\pi}{6}+1$. **C.** $\frac{7\pi}{6}+2$. **D.** $\frac{9\pi}{8}+1$.

Câu 41: Cho hàm số $f(x)=x^4-2x^2+m$ (m là tham số thực). Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[-20;20]$ sao cho $\max\limits_{[0;2]}|f(x)|<3\min\limits_{[0;2]}|f(x)|$. Tổng các phân tử của S bằng

A. 63. **B.** 51. **C.** 195. **D.** 23.

Câu 42: Trong mặt phẳng Oxy, cho hình chữ nhật OMNP với $M(0;10), N(100;10)$ và $P(100;0)$. Gọi S là tập hợp tất cả các điểm $A(x;y)$ $(x;y\in\mathbb{Z})$ nằm bên trong (kể cả trên cạnh) của OMNP. Lấy ngẫu nhiên một điểm $A(x;y)\in S$. Xác suất để $x+y\le 90$ bằng

A. $\frac{86}{101}$. **B.** $\frac{473}{500}$. **C.** $\frac{169}{200}$. **D.** $\frac{845}{1111}$.

Câu 43: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm $A(-2;2;-2)$; $B(3;-3;3)$. Điểm M trong không gian thỏa mãn $\frac{MA}{MB}=\frac{2}{3}$. Khi đó độ dài OM lớn nhất bằng

A. $12\sqrt{3}$. **B.** $6\sqrt{3}$. **C.** $\frac{5\sqrt{3}}{2}$. **D.** $5\sqrt{3}$.

Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	0	+	0	−	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	1	↗	2	↘	$-\infty$

Số nghiệm thuộc đoạn $\left[-\frac{3\pi}{2};2\pi\right]$ của phương trình $2f(\cos x)-3=0$ là

A. 7. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 8.

Note

Câu 45: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$. Hàm số $y=f'\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

Biết phương trình $f\left(x\right)>2^x+m$ nghiệm đúng với mọi $x\in\left(-1;1\right)$ khi và chỉ khi:

A. $m\le f\left(1\right)-2$. **B.** $m>f\left(1\right)-2$.

C. $m\le f\left(-1\right)-\dfrac{1}{2}$. **D.** $m>f\left(-1\right)-\dfrac{1}{2}$.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A\left(1;0;2\right),B\left(-2;0;5\right),C\left(0;-1;7\right)$. Trên đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (ABC) tại A lấy một điểm S. Gọi H,K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB,SC. Biết khi S di động trên d $\left(S\ne A\right)$ thì đường thẳng HK luôn đi qua một điểm cố định D. Tính độ dài đoạn thẳng AD.

A. $AD=3\sqrt{6}$. **B.** $AD=6\sqrt{2}$. **C.** $AD=3\sqrt{3}$. **D.** $AD=6\sqrt{3}$.

Câu 47: Cho các số thực x, y, z thỏa mãn $\sqrt{\log_2\dfrac{x}{4}}+\sqrt{\log_3\dfrac{y}{9}}+\sqrt{\log_5\dfrac{z}{25}}=3$.

Tính giá trị nhỏ nhất của $S=\log_{2001}x.\log_{2018}y.\log_{2019}z$.

A. $\min S=27.\log_{2001}2.\log_{2018}3.\log_{2019}5$.

B. $\min S=44.\log_{2001}2.\log_{2018}3.\log_{2019}5$.

C. $\min S=88.\log_{2001}2.\log_{2018}3.\log_{2019}5$.

D. $\min S=\dfrac{289}{8}.\log_{2001}2.\log_{2018}3.\log_{2019}5$.

Câu 48: Cho hàm số $f\left(x\right)$ nhận giá trị dương trên $[0;1]$, có đạo hàm dương và liên tục trên $[0;1]$, thỏa mãn $f\left(0\right)=1$ và

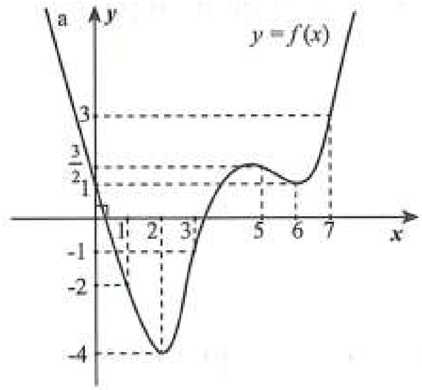
$$\int_0^1\left[f^3\left(x\right)+4\left[f'\left(x\right)\right]^3\right]dx\le3\int_0^1 f'\left(x\right).f^2\left(x\right)dx.\text{ Tính } I=\int_0^1 f\left(x\right)dx.$$

A. $I=2\left(\sqrt{e}-1\right)$. **B.** $I=2\left(e^2-1\right)$. **C.** $I=\dfrac{\sqrt{e}-1}{2}$. **D.** $I=\dfrac{e^2-1}{2}$.

Câu 49: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và góc giữa SC với mặt phẳng (SAB) bằng 30^o. Gọi M là điểm di động trên cạnh CD và H là hình chiếu vuông góc của S trên đường thẳng BM. Khi điểm M di động trên cạnh CD thì thể tích của khối chóp $S.ABH$ đạt giá trị lớn nhất bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Câu 50: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Tìm tất cả các giá trị m để phương trình $\left|f\left(\dfrac{3x^2+2x+3}{2x^2+2}\right)\right|=m$ có nghiệm.

A. $2\le m\le 4$. **B.** $m>-4$. **C.** $2<m<4$. **D.** $-4\le m\le -2$.

------------------Hết-----------------

Note

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT - SỐ 13

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

HƯỚNG DẪN CHI TIẾT

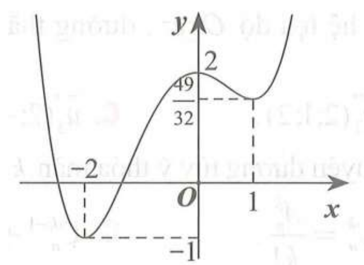
Câu 1. Cho khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng 2a. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $2\sqrt{3}a^3$. **B.** $8a^3$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{2}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

Lời giải

Ta có $V = Sh = \dfrac{\sqrt{3}(2a)^2}{4}.2a = 2\sqrt{3}a^3$.

Câu 2. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^3 + cx + d \quad (a,b,c,d \in \mathbb{R}; a \neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Các điểm cực tiểu của hàm số là

A. $x = -2$ và $x = 1$. **B.** $x = 0$.

C. $x = -1$ và $x = 2$. **D.** $x = -1$ và $x = \dfrac{49}{32}$.

Lời giải.

Câu 3. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho $\vec{a} = (2;-3;3)$, $\vec{b} = (0;2;-1)$, $\vec{c} = (3;-1;5)$. Tìm tọa độ của véctơ $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c}$

A. $(-2;2;-7)$. **B.** $(10;-2;13)$. **C.** $(-2;-2;7)$. **D.** $(-2;2;7)$.

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} 2\vec{a} = (4;-6;6) \\ 3\vec{b} = (0;6;-3) \\ -2\vec{c} = (-6;2;-10) \end{cases} \Rightarrow \vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c} = (-2;2;-7)$

Câu 4. Cho hàm số $y = \sqrt{x^2 - 6x + 5}$. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(5;+\infty)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;3)$.

Lời giải

TXĐ: $D = (-\infty;1] \cup [5;+\infty)$. Ta có $y' = \dfrac{x-3}{\sqrt{x^2-6x+5}} > 0, \forall x \in (5;+\infty)$

x	$-\infty$	1		5	$+\infty$
y'	-	||		||	+
y	↘				↗

Câu 5. Cho $a=\log_3 15$, thì $P=\log_{25}15$ bằng ?

A. $P=\dfrac{a}{2(a-1)}$. **B.** $P=\dfrac{a}{2(a+1)}$. **C.** $P=\dfrac{a}{2(1-a)}$. **D.** $P=\dfrac{2a}{a-1}$.

Lời giải

Ta có $P=\log_{25}15=\dfrac{\log_3 15}{\log_3 25}=\dfrac{a}{2\log_3 5}=\dfrac{a}{2\log_3\dfrac{15}{3}}=\dfrac{a}{2(a-1)}$

Câu 6. Tích phân $\int\limits_0^{2019} 2^x dx$ bằng:

A. $\dfrac{2^{2019}-1}{\ln 2}$. **B.** $\dfrac{2^{2019}-\ln 2}{2}$. **C.** $\dfrac{2^{2020}-2}{\ln 2}$. **D.** $\dfrac{2^{2020}-\ln 2}{2}$.

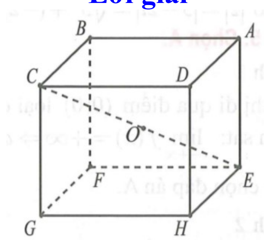
Lời giải

Ta có $\int\limits_0^{2019} 2^x dx=\left.\dfrac{2^x}{\ln 2}\right|_0^{2019}=\dfrac{2^{2019}-1}{\ln 2}$

Câu 7. Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình lập phương cạnh 3cm là

A. $\dfrac{27\pi\sqrt{3}}{2}cm^3$. **B.** $\dfrac{9\pi\sqrt{3}}{2}cm^3$. **C.** $9\pi\sqrt{3}cm^3$. **D.** $\dfrac{27\pi\sqrt{3}}{8}cm^3$.

Lời giải



Gọi R là bán kính khối cầu ngoại tiếp hình lập phương ABCD.EFGH

Ta có $CE=AB.\sqrt{3}=3\sqrt{3}cm$. Suy ra: $R=\dfrac{1}{2}CE=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}cm$

Thể tích khối cầu là: $V=\dfrac{4}{3}\pi R^3=\dfrac{4}{3}\pi\left(\dfrac{3\sqrt{3}}{2}\right)^3=\dfrac{27\sqrt{3}}{2}\pi\left(cm^3\right)$

Câu 8. Cho phương trình $4^{x^2-2x}+2^{x^2-2x+3}-3=0$. Khi đặt $2^{x^2-2x}=t$ (với $t>0$) ta được phương trình nào dưới đây?

A. $t^2+8t-3=0$. **B.** $2t^2-3=0$. **C.** $t^2+2t-3=0$. **D.** $4t-3=0$.

Lời giải

Phương trình tương đương với: $\left(2^{x^2-2x}\right)^2+8.2^{x^2-2x}-3=0$

Đặt $2^{x^2-2x}=t$ (với $t>0$), phương trình trở thành: $t^2+8t-3=0$

Câu 9. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho ba điểm $A(1;-2;1)$, $B(-1;3;3)$, $C(2;-4;2)$. Một véctơ pháp tuyến $\vec{n}$ của mặt phẳng (ABC) là:

A. $\overrightarrow{n_4}=(9;4;-1)$. **B.** $\overrightarrow{n_1}=(-1;9;4)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(4;9;-1)$. **D.** $\overrightarrow{n_2}=(9;4;11)$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-2;5;2), \overrightarrow{AC}=(1;-2;1)$

Véctơ pháp tuyến $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(9;4;-1)$

Câu 10. Hàm số $f(x)=(x-1)e^x$ có một nguyên hàm $F(x)$ thỏa $F(0)=1$. Tìm $F(x)$.

A. $F(x)=(x-2)e^x+3$. **B.** $F(x)=(x-1)e^x$.

C. $F(x)=(x-1)e^x+1$. **D.** $F(x)=(x-2)e^x$.

Lời giải

Ta có: $F(x)=\int f(x)dx=\int(x-1)e^x dx$

Đặt: $\begin{cases} u=x-1 \\ dv=e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du=dx \\ v=e^x \end{cases}$

Do đó: $F(x)=\int(x-1)e^x dx=(x-1)e^x-\int e^x dx=(x-1)e^x-e^x+C$

Theo giả thiết: $F(0)=1 \Leftrightarrow -1-1+C=1 \Leftrightarrow C=3 \Rightarrow F(x)=(x-1)e^x-e^x+3=(x-2)e^x+3$

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-3}{2}$ có véctơ chỉ phương là

A. $\overrightarrow{u_3}(2;-1;2)$. **B.** $\overrightarrow{u_1}(1;2;3)$. **C.** $\overrightarrow{u_2}(2;1;2)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}(-1;-2;-3)$.

Lời giải

Câu 12. Với k và n là các số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k\le n$, mệnh đề nào dưới đây **sai?**

A. $C_n^k=C_k^n$. **B.** $C_n^k=\frac{A_n^k}{k!}$. **C.** $C_n^{k-1}+C_n^k=C_{n+1}^k$. **D.** $C_n^k=C_n^{n-k}$.

Lời giải.

Câu 13. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=-9; u_4=\frac{1}{3}$. Tìm công bội của cấp số nhân đã cho.

A. $-\frac{1}{3}$. **B.** -3. **C.** 3. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

(u_n) là cấp số nhân nên ta có: $u_4=u_1.q^3 \Rightarrow q=\sqrt[3]{\frac{u_4}{u_1}}=\sqrt[3]{\frac{-1}{27}}=-\frac{1}{3}$

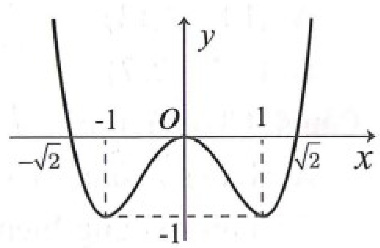
Câu 14. Môdun của số phức $z=5-2i$ bằng

A. $\sqrt{29}$. **B.** 3. **C.** 7. **D.** 29.

Lời giải

Ta có $|z|=\sqrt{5^2+(-2)^2}=\sqrt{29}$.

Câu 15. Đồ thị trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?

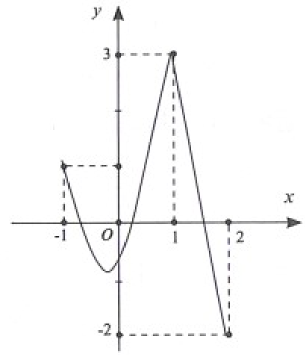


A. $y=x^4-2x^2$. **B.** $y=x^4-2x^2-1$. **C.** $y=x^3-2x^2+x$. **D.** $y=-x^4+2x^2$.

Lời giải

Đồ thị đi qua điểm (0;0) loại đáp án B, đồ thị có dạng $y=ax^4+bx^2+c$ loại đáp án C, quan sát: $\lim_{x\to+\infty} y=+\infty \Rightarrow a>0$ loại đáp ánD

Câu 16. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;2]$ và có đồ thị như hình vẽ bên



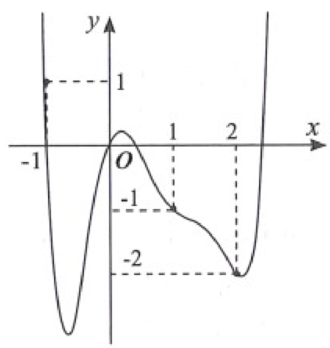
Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;2]$. Ta có $2M+m$ bằng

A. 4. **B.** 5 **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Dựa vào đồ thị, suy ra: $\begin{cases} m=\min\limits_{[-1;2]} y=-2 \\ M=\max\limits_{[-1;2]} y=3 \end{cases}$. Do đó $2M+m=4$

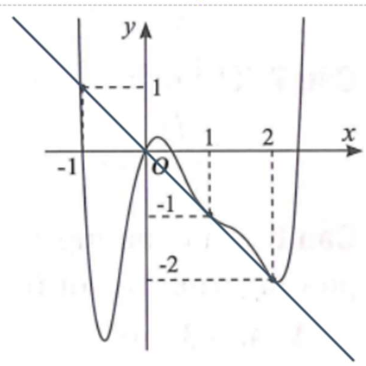
Câu 17. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên.



Hàm số $g(x)=2f(x+2)+(x+1)(x+3)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải



Ta có $g'(x)=2f'(x+2)+2(x+2)=0 \Leftrightarrow f'(x+2)=-(x+2)(*)$

Đặt $t=x+2,$ phương trình (*) trở thành: $f'(t)=-t$ chính là hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=f'(t)$ và đường thẳng $d: y=t$ *(hình vẽ)*.

Dựa vào đồ thị, suy ra $f'(t) = -t \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-1 \\ t=0 \\ t=1 \\ t=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-3 \\ x=-2 \\ x=-1 \\ x=0 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên hàm số $g(x)$

x	$-\infty$		-3		-2		-1		0		$+\infty$
g'(x)		+	0	-	0	+	0	+	0	+	
g(x)		↗		↘		↗		↗		↗	

Dựa vào bảng biến thiên, suy ra hàm số $g(x)$ có một điểm cực tiểu.

Câu 18. Tìm các số thực a và b thỏa mãn $2a+(b+i)i = 1+2i$ với i là đơn vị ảo.

A. $a=\frac{1}{2}, b=1.$ **B.** $a=0, b=2.$ **C.** $a=0, b=1.$ **D.** $a=1, b=2.$

Lời giải

Ta có: $2a+(b+i)i = 1+2i \Leftrightarrow (2a-1)+b = 1+2i \Leftrightarrow \begin{cases} 2a-1=1 \\ b=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=2 \end{cases}$

Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, xét mặt cầu (S) có phương trình dạng $x^2+y^2+z^2-4x+2y-2az+10a=0$. Tập hợp các giá trị thực của a để (S) có chu vi đường tròn lớn bằng 8π là

A. $\{-1;11\}$. **B.** $\{1;10\}$. **C.** $\{2;-10\}$. **D.** $\{1;-11\}$.

Lời giải

Đường tròn lớn có chu vi bằng $8\pi = 2R.\pi$ nên bán kính của (S) là: $R=\frac{8\pi}{2\pi}=4$

Từ phương trình của (S) suy ra bán kính của (S) là: $R=\sqrt{2^2+1^2+a^2-10a}=\sqrt{a^2-10a+5}$

Do đó: $\sqrt{a^2-10a+5}=4 \Leftrightarrow a^2-10a-11=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=-1 \\ a=11 \end{array}\right.$

Câu 20. Cho hai số thực a và b với $1<a<b$. Chọn khẳng định **đúng**

A. $\log_b a < 1 < \log_a b.$ **B.** $1 < \log_a b < \log_b a.$

C. $\log_a b < 1 < \log_b a.$ **D.** $\log_a b^2 < 1 < \log_b a.$

Lời giải

Vì $1<a<b,$ suy ra $\begin{cases} \log_a b > \log_a a = 1 \\ \log_b a < \log_b b = 1 \end{cases}$. Vậy $\log_b a < 1 < \log_a b,$ nên chọn A

Câu 21. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-5z+7=0$. Tính $P=|z_1|^2+|z_2|^2$

A. 14. **B.** $4\sqrt{7}$. **C.** 56. **D.** $2\sqrt{7}$.

Lời giải

Ta có: $P=|z_1|^2+|z_2|^2 = z_1.\overline{z_1}+z_2.\overline{z_2} = 2z_1.z_2 = \frac{2c}{a} = 14$

Câu 22. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $B(2;1;-3)$, đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng $(Q): x+y+3z=0$ và $(R): 2x-y+z=0$ là:

A. $4x+5y-3z-22=0.$ **B.** $4x-5y-3z-12=0,$

C. $2x+y-3z-14=0.$ **D.** $4x+5y-3z+22=0.$

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{n_1}=(1;1;3)$ và $\overrightarrow{n_2}=(2;-1;1)$ lần lượt là các vectơ pháp tuyến của hai mặt phẳng (Q) và (R).

Vì mặt phẳng (P) vuông góc với hai mặt phẳng (Q) và (R) nên ta chọn vectơ pháp tuyến mặt phẳng (P) là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}\right]=(4;5;-3)$

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $B(2;1;-3)$ nên phương trình mặt phẳng (P) là:

$4(x-2)+5(y-1)-3(z+3)=0 \Leftrightarrow 4x+5y-3z-22=0$

Câu 23. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2-3x}<16$ là

A. $(-1;4)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(4;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1)\cup(4;+\infty)$.

Lời giải

Bất phương trình tương đương với: $2^{x^2-3x}<2^4 \Leftrightarrow x^2-3x<4 \Leftrightarrow -1<x<4$

Vậy bất phương trình đã cho có tập nghiệm: $S=(-1;4)$

Câu 24. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=(x+1)\ln x$, trục hoành và đường thẳng $x=e$.

A. $S=\dfrac{e^2+5}{4}$. **B.** $S=\dfrac{e^2+7}{6}$. **C.** $S=\dfrac{e^2+3}{2}$. **D.** $S=\dfrac{e^2+9}{8}$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm: $(x+1)\ln x=0$ (điều kiện xác định: $x>0$)

$\Leftrightarrow \begin{cases} x+1=0 \\ \ln x=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \text{ (loai)} \\ x=1\ (nhan) \end{cases}$

Khi đó, diện tích hình phẳng cần tìm là: $S=\int_1^e\left|(x+1)\ln x\right|dx=\int_1^e(x+1)\ln x dx$

Bấm máy --> Chọn đáp án A

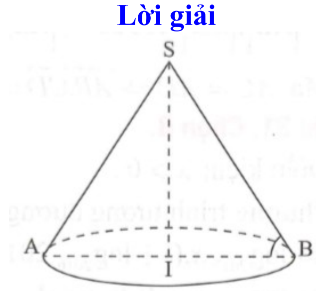
Giải tự luận: Đặt: $\begin{cases} u=\ln x \\ dv=(x+1)dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du=\dfrac{1}{x}dx \\ v=\dfrac{x^2}{2}+x \end{cases}$

$$S=\left(\frac{x^2}{2}+x\right)\ln x\Bigg|_1^e-\int_1^e\left(\frac{x^2}{2}+x\right)\frac{1}{x}dx=\frac{e^2}{2}+e-\int_1^e\left(\frac{x}{2}+1\right)dx=\frac{e^2}{2}+e-\left(\frac{x^2}{4}+x\right)\Bigg|_1^e=\frac{e^2+5}{4}.$$

Câu 25. Cho khối nón có bán kính đáy bằng a, góc giữa đường sinh và mặt đáy bằng 30^o. Thể tích khối nón đã cho bằng

A. $\dfrac{\sqrt{3}\pi a^3}{9}$. **B.** $\dfrac{4\sqrt{3}\pi a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$. **D.** $\sqrt{3}\pi a^3$.

Lời giải



Theo giả thiết ta có: $r=IB=a,\ \widehat{SBI}=30^o$

Chiều cao $SI=IB.\tan 30^o=\dfrac{a}{\sqrt{3}}$

Thể tích khối nón là: $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h=\dfrac{1}{3}\pi a^2.\dfrac{a}{\sqrt{3}}=\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{9}$

Câu 26. Tìm tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{(m+1)x-5m}{2x-m}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=1$.

A. $m=1$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=\dfrac{1}{2}$. **D.** $m=2$.

Lời giải

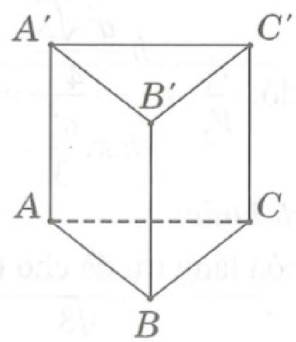
Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số: $y=\dfrac{(m+1)x-5m}{2x-m}$ là: $y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(x+1)x-5m}{2x-m}=\dfrac{m+1}{2}$

Theo bài ra ta có: $\dfrac{m+1}{2}=1\Leftrightarrow m=1$

Câu 27. Tính thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng a và tổng diện tích các mặt bên bằng $3a^2$.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải



Xét khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều và $AA'\perp(ABC)$

Diện tích xung quang lăng trụ là $S_{xq}=3.S_{ABB'A'}$

$\Leftrightarrow 3a^2=3.(AA'.AB)\Leftrightarrow 3a^2=3(AA'.a)\Rightarrow AA'=a$

Diện tích tam giác ABC là: $S_{\Delta ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$ (đvdt)

Thể tích khối lăng trụ là: $V_{ABC.A'B'C'}=S_{\Delta ABC}.AA'=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$ (đvtt).

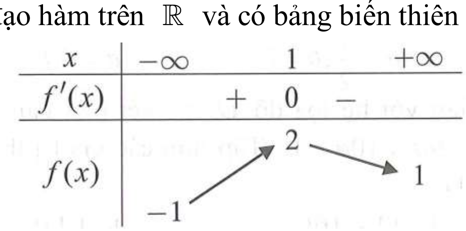
Câu 28. Đạo hàm của hàm số là $f(x)=\dfrac{\log_2 x}{x}$.

A. $f'(x)=\dfrac{1-\ln x}{x^2\ln 2}$. **B.** $f'(x)=\dfrac{1-\ln x}{x^2}$ **C.** $f'(x)=\dfrac{1-\log_2 x}{x^2\ln 2}$. **D.** $f'(x)=\dfrac{1-\log_2 x}{x^2}$.

Lời giải

Ta có: $f'(x)=\dfrac{\dfrac{1}{x\ln 2}.x-\log_2 x}{x^2}=\dfrac{1-\ln 2.\log_2 x}{x^2.\ln 2}=\dfrac{1-\ln x}{x^2.\ln 2}$

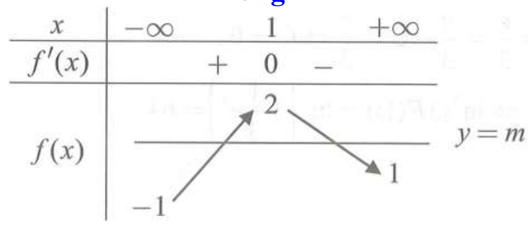
Câu 29. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên



Phương trình $f(x)=m$ có hai nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi

A. $m\in(1;2)$. **B.** $m\in(-1;1)$. **C.** $m\in(-1;2)$. **D.** $m\in[1;2)$.

Lời giải



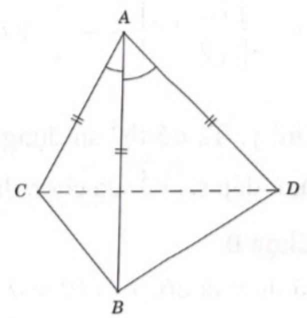
Phương trình $f(x)=m$ có hai nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt đường thẳng $y=m$ tại hai điểm phân biệt.

$\Leftrightarrow 1<m<2$.

Câu 30. Cho tứ diện ABCD có $AB=AC=AD$ và $\widehat{BAC}=\widehat{BAD}=60^o$. Hãy xác định góc giữa cặp vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$?

A. 90^o. **B.** 45^o. **C.** 120^o. **D.** 60^o.

Lời giải



Ta có $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AB}.\left(\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AC}\right)=\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$

$=AB.AD.\cos\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right)-AB.AC.\cos\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$ $=AB.AD.\cos 60^o-AB.AC.\cos 60^o$

Mà $AC=AD\Rightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}=0\Rightarrow\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}\right)=90^o$

Câu 31. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\left(\sqrt{2}-1\right)^x+\left(\sqrt{2}+1\right)^x-6=0$ là:

A. 0. **B.** $\frac{5}{2}$. **C.** 6. **D.** 1.

Lời giải

Ta có: $\left(\sqrt{2}-1\right)\left(\sqrt{2}+1\right)=1\Rightarrow\left(\sqrt{2}-1\right)^x\left(\sqrt{2}+1\right)^x=1$.

Đặt $\left(\sqrt{2}+1\right)^x=t,t>0\Rightarrow\left(\sqrt{2}-1\right)^x=\frac{1}{t}$.

Khi đó phương trình trở thành: $\frac{1}{t}+t-6=0\Leftrightarrow t^2-6t+1=0$.

Có $\Delta'=9-1=8>0\Rightarrow$ Phương trình ẩn t có 2 nghiệm t_1,t_2 phân biệt.

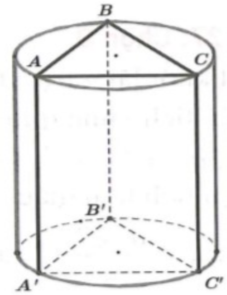
$\Rightarrow$ Phương trình ban đầu có 2 nghiệm x_1,x_2 phân biệt.

Ta có: $x_1+x_2=\log_{\sqrt{2}+1}t_1+\log_{\sqrt{2}+1}t_2=\log_{\sqrt{2}+1}t_1t_2=\log_{\sqrt{2}+1}1=0$.

Câu 32. Cho hình lăng trụ đều và một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn ngoại tiếp hai mặt đáy của hình lăng trụ. Gọi V_1,V_2 lần lượt là thể tích khối lăng trụ và khối trụ. Tính $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{3\sqrt{3}}{4\pi}$. **B.** $\frac{3\sqrt{5}}{4\pi}$. **C.** $\frac{5\sqrt{2}}{4\pi}$. **D.** $\frac{3\sqrt{2}}{4\pi}$.

Lời giải



Giả sử lăng trụ đều có cạnh đáy là a, chiều cao h.

Khi đó, bán kính đáy của hình trụ là $R = \frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

Do đó: $\frac{V_1}{V_2} = \frac{h.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}}{h.\pi.\frac{a^2}{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{4\pi}$

Câu 33. Biết rằng $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{3x+1}$ và thỏa mãn $F(0) = \frac{e}{3}$. Giá trị của $\ln^3(3F(1))$ bằng

A. 64. **B.** 27. **C.** - 8. **D.** 81.

Lời giải

Ta có $F(x) = \int e^{3x+1}dx = \frac{1}{3}e^{3x+1} + c$

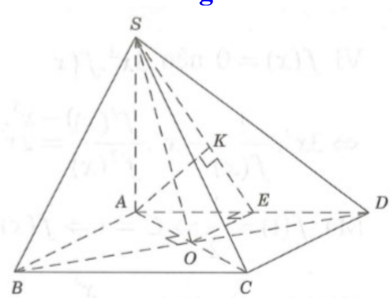
Theo giả thiết $F(0) = \frac{e}{3} \Rightarrow \frac{e}{3} + C = \frac{e}{3} \Leftrightarrow C = 0$

Suy ra $F(x) = \frac{1}{3}e^{3x+1} \Rightarrow \ln^3(3F(1)) = \ln^3\left(3.\frac{1}{3}e^4\right) = 64$

Câu 34. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông tâm O, cạnh a. Cạnh bên SA vuông với đáy, góc $\widehat{SBD} = 60^o$. Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng AB và SO.

A. $d = \frac{a\sqrt{5}}{5}$. **B.** $d = \frac{a\sqrt{6}}{4}$. **C.** $d = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $d = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải



Ta có $\Delta SAB = \Delta SAD\ (c-g-c)$, suy ra $SB = SD$

Lại có $\widehat{SBD} = 60^o$, suy ra ΔSBD đều cạnh $SB = SD = BD = a\sqrt{2}$

Tam giác vuông SAB, có $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = a$

Gọi E là trung điểm AD, suy ra $OE // AB$ và $AE \perp OE$

Do đó $d(AB,SO) = d(AB,(SOE)) = d(A,(SOE))$

Kẻ $AK \perp SE$

Khi đó $d(A,(SOE)) = AK = \frac{SA.AE}{\sqrt{SA^2 + AE^2}} = \frac{a\sqrt{5}}{5}$.

Câu 35. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x-3y+z=0$ và $(\beta): x+y-z+4=0$. Phương trình tham số của đường thẳng d là

A. $\begin{cases} x=-2+t \\ y=t \\ z=2+2t \end{cases}$.
B. $\begin{cases} x=2+t \\ y=t \\ z=2+2t \end{cases}$.
C. $\begin{cases} x=2-t \\ y=t \\ z=2-2t \end{cases}$.
D. $\begin{cases} x=2+t \\ y=t \\ z=-2+2t \end{cases}$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{n_{(\alpha)}}=(1;-3;1)$ và $\overrightarrow{n_{(\beta)}}=(1;1;-1)$

Suy ra $\left[\overrightarrow{n_{(\alpha)}},\overrightarrow{n_{(\beta)}}\right]=(2;2;4)$, một vectơ chỉ phương của đường thẳng d là $\overrightarrow{u_d}=(1;1;2)$

Xét hệ phương trình giao điểm của (α) và (β). Cho $y=0$ ta được:

$\begin{cases} x+z=0 \\ x-z=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ z=2 \end{cases} \Rightarrow A(-2;0;2)\in d$

Câu 36. Có bao nhiêu giá trị m nguyên để hàm số $y=x^3+3x^2-3\left(m^2-1\right)x$ đồng biến trên khoảng $(1;2)$

A. 5.
B. 4.
C. 3.
D. 6.

Lời giải

TXĐ: $D=\mathbb{R}$

Ta có $y'=3x^2+6x-3\left(m^2-1\right)$

Hàm số đồng biến trên khoảng (1;2) khi và chỉ khi $y'\ge 0, \forall x\in(1;2)$

$m^2\le x^2+2x+1, \forall x\in(1;2)$

Bảng biến thiên hàm số $f(x)=x^2+2x+1$ trên khoảng (1;2)

$f'(x)=2x+2=0\Rightarrow x=-1$

x	1	2
f'(x)	+	
f(x)	4	9

Từ bảng biến thiên, suy ra $m^2\le \min\limits_{[1;2]}\left(x^2+2x+1\right)=4 \Leftrightarrow -2\le m\le 2$

Mà $m\in\mathbb{Z}$, suy ra $m\in\{-2;-1;0;1;2\}$. Vậy có 5 giá trị m thỏa mãn.

Câu 37. Cho số phức z thỏa mãn $2|z+1|^2=|z-i|^2$. Tính môđun của số phức $z+2+i$

A. 2.
B. 1.
C. 3.
D. 4.

Lời giải

Gọi $z=x+yi\,(x,y\in\mathbb{R})$

Ta có: $2|z+1|^2=|z-i|^2 \Leftrightarrow 2|x+yi+1|^2=|x+yi-i|^2$

$\Leftrightarrow 2\left[(x+1)^2+y^2\right]=x^2+(y-1)^2 \Leftrightarrow x^2+4x+y^2+2y+1=0 \Leftrightarrow (x+2)^2+(y+1)^2=4$

Do đó $|z+2+i|=|x+2+yi+i|=\sqrt{(x+2)^2+(y+1)^2}=\sqrt{4}=2$

Câu 38. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $(0;+\infty)$, thỏa mãn $3x.f(x)-x^2.f'(x)=2f^2(x), f(x)\ne 0$ với mọi $x\in(0;+\infty)$ và $f(1)=\frac{1}{2}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[1;2]$. Tính M + m.

A. $\frac{21}{10}$.
B. $\frac{7}{5}$.
C. $\frac{6}{5}$.
D. $\frac{9}{10}$.

Lời giải

Vì $x>0$ nên $3x.f(x)-x^2.f'(x)=2f^2(x) \Leftrightarrow 3x^2.f(x)-x^3.f'(x)=2x.f^2(x)$

Vì $f(x)\neq 0$ nên $3x^2.f(x)-x^3.f'(x)=2x.f^2(x) \Leftrightarrow 3x^2.\dfrac{1}{f(x)}-x^3.\dfrac{f'(x)}{f^2(x)}=2x$

$\Leftrightarrow \left(x^3.\dfrac{1}{f(x)}\right)'=2x \Rightarrow x^3.\dfrac{1}{f(x)}=x^2+C$

Mà $f(1)=\dfrac{1}{2}\Rightarrow C=1\Rightarrow f(x)=\dfrac{x^3}{x^2+1}$.

Xét hàm số $f(x)=\dfrac{x^3}{x^2+1}$ trên đoạn $[1;2]$

$f'(x)=\dfrac{x^4+3x^2}{\left(x^2+1\right)^2}>0, \forall x\in[1;2]$, suy ra hàm số đồng biến trên $[1;2]$.

Khi đó $\begin{cases}\min\limits_{[1;2]} f(x)=f(1)=\dfrac{1}{2}\\ \max\limits_{[1;2]} f(x)=f(2)=\dfrac{8}{5}\end{cases}\Rightarrow M+m=\dfrac{21}{10}$.

Câu 39. Giả sử m là số thực thỏa mãn giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=31^x+3^x+mx$ trên $\mathbb{R}$ là 2. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $m\in(-5;0)$. **B.** $m\in(-10;-5)$. **C.** $m\in(0;5)$. **D.** $m\in(5;10)$.

Lời giải

Ta có $f'(x)=31^x\ln 31+3^x\ln 3+m$.

TH1: Với $m\geq 0\Rightarrow f'(x)>0$, $\forall x\in\mathbb{R}$; suy ra hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\Rightarrow$ Hàm số không có giá trị nhỏ nhất.

TH2: Với $m<0$ thì phương trình $f'(x)=0\Leftrightarrow 31^x\ln 31+3^x\ln 3=-m$.

Do hàm số $y=31^x\ln 31+3^x\ln 3$ đồng biến trên $\mathbb{R}\Rightarrow$ Phương trình $f'(x)=-m$ có nghiệm duy nhất $x=a$. Do $m<0$ thì $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.

Ta có bảng biến thiên cho $f(x)$

x	$-\infty$		α		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$f(\alpha)$	$\nearrow$	$+\infty$

Suy ra $\min\limits_{\mathbb{R}} f(x)=f(a)=2$, mặt khác $f(0)=2\Rightarrow a=0$.

Do đó $-m=f'(0)=\ln 31+\ln 3\Leftrightarrow m=-\ln 31-\ln 3\approx -4,49$.

Câu 40. Tính thể tích của vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=0, x=\pi$. Biết rằng thiết diện của vật thể cắt bởi mặt phẳng vuông góc với Ox tại điểm có hoành độ x $(0\leq x\leq\pi)$ là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $\sin x+2$.

A. $\dfrac{9\pi}{8}+2$. **B.** $\dfrac{7\pi}{6}+1$. **C.** $\dfrac{7\pi}{6}+2$. **D.** $\dfrac{9\pi}{8}+1$.

Lời giải

Tam giác vuông có cạnh huyền bằng $\sin x+2$ có cạnh góc vuông bằng $\dfrac{\sin x+2}{\sqrt{2}}$.

$\Rightarrow S(x)=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\sin x+2}{\sqrt{2}}\right)^2=\dfrac{(\sin x+2)^2}{4}\quad\Rightarrow V=\dfrac{1}{4}\int\limits_0^{\pi}(2+\sin x)^2.dx$

-->Bấm máy, đưa về radian,

$V=\dfrac{1}{4}\int\limits_0^{\pi}(\sin x+2)^2\,dx\;=\dfrac{1}{4}\int\limits_0^{\pi}\left(\sin^2 x+4\sin x+4\right)dx\;=\dfrac{1}{4}\int\limits_0^{\pi}\left(\dfrac{1-\cos 2x}{2}+4\sin x+4\right)dx$

$=\dfrac{1}{4}\left(\dfrac{1}{2}x-\dfrac{\sin 2x}{4}-4\cos x+4x\right)\Bigg|_0^{\pi}=\dfrac{1}{4}\left(\dfrac{1}{2}\pi+4+4\pi+4\right)=\dfrac{9\pi}{8}+2.$

Câu 41. Cho hàm số $f(x)=x^4-2x^2+m$ (m là tham số thực). Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[-20;20]$ sao cho $\max\limits_{[0;2]}|f(x)|<3\min\limits_{[0;2]}|f(x)|$. Tổng các phần tử của S bằng

A. 63. **B.** 51. **C.** 195. **D.** 23.

Lời giải

Xét hàm số $f(x)=x^4-2x^2+m$ trên đoạn $[0;2]$

Ta có: $f'(x)=4x^3-4x$; $f'(x)=0\Leftrightarrow 4x^3-4x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\end{array}\right.$.

Ta lại có: $f(1)=m-1$; $f(2)=m+8$; $f(0)=m$.

$\max\limits_{[0;2]}f(x)=m+8$; $\min\limits_{[0;2]}f(x)=m-1$.

TH1: Nếu $m-1\ge 0\Leftrightarrow m\ge 1$ thì $\max\limits_{[0;2]}|f(x)|=m+8$; $\min\limits_{[0;2]}|f(x)|=m-1$.

Khi đó $\max\limits_{[0;2]}|f(x)|<3\min\limits_{[0;2]}|f(x)|\Leftrightarrow 8+m<3(m-1)\Leftrightarrow m>\dfrac{11}{2}$.

TH2: Nếu $m+8\le 0\Leftrightarrow m\le -8$ thì $\max\limits_{[0;2]}|f(x)|=1-m$; $\min\limits_{[0;2]}|f(x)|=-m-8$.

Khi đó $\max\limits_{[0;2]}|f(x)|<3\min\limits_{[0;2]}|f(x)|\Leftrightarrow 1-m<3(-m-8)\Leftrightarrow m<-\dfrac{25}{2}$

TH3: Nếu $(m-1)(m+8)<0\Leftrightarrow -8<m<1$ thì

$\max\limits_{[0;2]}|f(x)|=\max\{|m+8|,|1-m|\}=\max\{m+8,1-m\}$; $\min\limits_{[0;2]}|f(x)|=0$.

Khi đó, không thỏa mãn điều kiện $\max\limits_{[0;2]}|f(x)|<3\min\limits_{[0;2]}|f(x)|$

Do đó: $\left[\begin{array}{l}m<-\dfrac{25}{2}\\m>\dfrac{11}{2}\end{array}\right.$ kết hợp với $m\in[-20;20]$ ta có $m\in\left[-20;-\dfrac{25}{2}\right)\cup\left(\dfrac{11}{2};20\right]$

Mà $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow S=\{-20;-19;-18;...;-13;6;7;...;20\}$.

Tổng các phần tử của S bằng $6+7+8+9+10+11+12=63$.

Câu 42. Trong mặt phẳng Oxy, cho hình chữ nhật OMNP với $M(0;10),N(100;10)$ và $P(100;0)$. Gọi S là tập hợp tất cả các điểm $A(x;y)$ $(x;y\in\mathbb{Z})$ nằm bên trong (kể cả trên cạnh) của OMNP. Lấy ngẫu nhiên một điểm $A(x;y)\in S$. Xác suất để $x+y\ \le 90$ bằng

A. $\dfrac{86}{101}$. **B.** $\dfrac{473}{500}$. **C.** $\dfrac{169}{200}$. **D.** $\dfrac{845}{1111}$.

Lời giải

Điểm $A(x;y)$ nằm bên trong (kể cả trên cạnh) của $OMNP \Rightarrow 0 \le x \le 100; 0 \le y \le 10$

Có 101 cách chọn x, 11 cách chọn y.

Do đó số phần tử của không gian mẫu tập hợp các điểm có tọa độ nguyên nằm trên hình chữ nhật $OMNP$ là $n(\Omega) = 101.11$

Gọi X là biến cố: "Các điểm $A(x;y)$ thỏa mãn $x + y \le 90$"

Vì $x \in [0;100]; y \in [0;10]$ và $x + y \le 90 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y = 0 \to x = \{0;1;2;...90\} \\ .... \\ y = 1 \to x = \{0;1;2;...89\} \end{array}\right.$

Khi đó có $91 + 90 + ... + 81 = \dfrac{(81+91).11}{2} = 946$ cặp $(x;y)$ thỏa mãn.

Vậy xác suất cần tính là $P = \dfrac{n(X)}{n(\Omega)} = \dfrac{946}{101.11} = \dfrac{86}{101}$.

Câu 43. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm $A(-2;2;-2)$; $B(3;-3;3)$. Điểm M trong không gian thỏa mãn $\dfrac{MA}{MB} = \dfrac{2}{3}$. Khi đó độ dài OM lớn nhất bằng

A. $12\sqrt{3}$. **B.** $6\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{5\sqrt{3}}{2}$. **D.** $5\sqrt{3}$.

Lời giải

Gọi $M(x;y;z)$

Ta có $\dfrac{MA}{MB} = \dfrac{2}{3} \Leftrightarrow 3MA = 2MB \Leftrightarrow 9MA^2 = 4MB^2$

$\Leftrightarrow 9\left[(x+2)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2\right] = 4\left[(x-3)^2 + (y+3)^2 + (z-3)^2\right]$

$\Leftrightarrow 5x^2 + 5y^2 + 5z^2 + 60x - 60y + 60z = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 + 12x - 12y + 12z = 0$

$\Leftrightarrow (x+6)^2 + (y-6)^2 + (z+6)^2 = 108$

Như vậy, điểm $M \in (S)$ có tâm $I(-6;6;-6)$, bán kính $R = \sqrt{108} = 6\sqrt{3}$

Do đó $OM_{\max} = OI + R = \sqrt{(-6)^2 + 6^2 + (-6)^2} + 6\sqrt{3} = 12\sqrt{3}$.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	0	+	0	−	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	1	↗	2	↘	$-\infty$

Số nghiệm thuộc đoạn $\left[-\dfrac{3\pi}{2}; 2\pi\right]$ của phương trình $2f(\cos x) - 3 = 0$ là

A. 7. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 8.

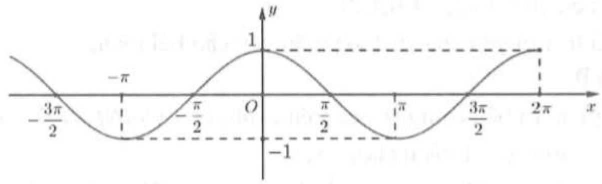
Lời giải

Cách 1: Phương pháp tự luận truyền thống

Ta có $2f(\cos x) - 3 = 0 \Leftrightarrow f(\cos x) = \dfrac{3}{2} \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} \cos x = a \in (-\infty;-1) \\ \cos x = b \in (-1;0) \\ \cos x = c \in (0;1) \\ \cos x = d \in (1;+\infty) \end{array}\right.$

Vì $\cos x \in [-1;1]$ nên $\cos x = a \in (-\infty;-1)$ và $\cos x = d \in (1;+\infty)$ vô nghiệm.

Xét đồ thị hàm số $y=\cos x$ trên $\left[-\dfrac{3\pi}{2};2\pi\right]$



Phương trình $\cos x=b\in(-1;0)$ có 4 nghiệm phân biệt.

Phương trình $\cos x=c\in(0;1)$ có 3 nghiệm phân biệt, không trùng với nghiệm nào của phương trình $\cos x=b\in(-1;0)$.

Vậy phương trình đã cho có 7 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $\left[-\dfrac{3\pi}{2};2\pi\right]$.

Cách 2: Phương pháp ghép trục

Ta có $2f(\cos x)-3=0\Leftrightarrow f(\cos x)=\dfrac{3}{2}$ (*)

Đặt $t=\cos x, t\in[-1;1]; t'=-\sin x; t'=0\Rightarrow x=k\pi; x\in\left[-\dfrac{3\pi}{2};2\pi\right]\Rightarrow x\in\{-\pi;0;\pi;2\pi\}$

x	$-\frac{3\pi}{2}$		$-\pi$		0		π		2π
t'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0
t	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	1	$\searrow$	-1	$\nearrow$	1

Khi đó (*) trở thành $f(t)=\dfrac{3}{2}$.

Số nghiệm của phương trình (*) trên đoạn $\left[-\dfrac{3\pi}{2};2\pi\right]$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(t), t\in[-1;1]$ và đường thẳng $y=\dfrac{3}{2}$.

Ta có bảng biến thiên sau:

x	$-\frac{3\pi}{2}$	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$t=\cos x$	0	-1	0	1	0	-1	0	1
$f(t)$	1 $\nearrow$	2 $\searrow$	1 $\nearrow$	2 $\searrow$	1 $\nearrow$	2 $\searrow$	1 $\nearrow$	2

Từ bảng biến thiên ta được kết quả đường thẳng $y=\dfrac{3}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y=f(t)$ tại 7 điểm hay phương trình (*) có 7 nghiệm phân biệt trên đoạn $\left[-\dfrac{3\pi}{2};2\pi\right]$.

Câu 45. Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

Biết phương trình $f(x)>2^x+m$ nghiệm đúng với mọi $x\in(-1;1)$ khi và chỉ khi:

A. $m\le f(1)-2$. **B.** $m>f(1)-2$. **C.** $m\le f(-1)-\dfrac{1}{2}$. **D.** $m>f(-1)-\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Bất phương trình đã cho tương đương với: $m<f(x)-2^x, \forall x\in(-1;1)$.

Xét hàm số $g(x)=f(x)-2^x$ trên $(-1;1)$

Bài toàn trở thành tìm m để $m<g(x),\forall x\in(-1;1)\Leftrightarrow m\le\min\limits_{[-1;1]}g(x)$

Ta có $g'(x)=f'(x)-2^x.\ln 2$

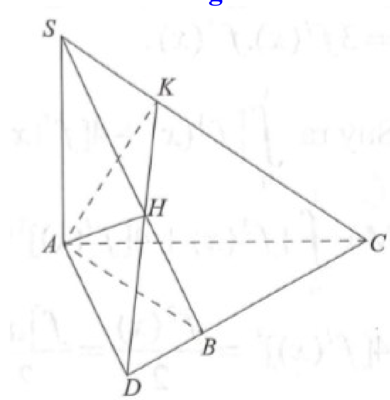
Nhận xét: Với $x\in(-1;1)\Rightarrow\begin{cases}-1<f'(x)<0\\-2^x.\ln 2<0\end{cases}\Rightarrow g'(x)<0$

Do đó ta có $m\le\min\limits_{[-1;1]}g(x)=g(1)=f(1)-2$. Vậy $m\le f(1)-2$

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;2),B(-2;0;5),C(0;-1;7)$. Trên đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (ABC) tại A lấy một điểm S. Gọi H,K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB,SC. Biết khi S di động trên d $(S\ne A)$ thì đường thẳng HK luôn đi qua một điểm cố định D. Tính độ dài đoạn thẳng AD.

A. $AD=3\sqrt{6}$. **B.** $AD=6\sqrt{2}$. **C.** $AD=3\sqrt{3}$. **D.** $AD=6\sqrt{3}$.

Lời giải



Ta có: $AB^2=18,BC^2=9,CA^2=27\Rightarrow AB^2+BC^2=CA^2$

Do đó ΔABC vuông tại B suy ra $BC\perp(SAB)$

Nên $\begin{cases}AH\perp SB\\AH\perp BC\end{cases}\Rightarrow AH\perp(SBC)\Rightarrow AH\perp SC\Rightarrow SC\perp(AHK)$

Gọi $D=(AHK)\cap BC$, ta có $\begin{cases}AD\perp SC\\AD\perp SA\end{cases}\Rightarrow AD\perp(SAC)\Rightarrow AD\perp AC$

Do đó D cố định và

$AD=AC.\tan ACB=AC.\dfrac{AB}{BC}=3\sqrt{3}.\dfrac{3\sqrt{2}}{3}=3\sqrt{6}.$

Câu 47. Cho các số thực x, y, z thỏa mãn $\sqrt{\log_2\frac{x}{4}}+\sqrt{\log_3\frac{y}{9}}+\sqrt{\log_5\frac{z}{25}}=3$. Tính giá trị nhỏ nhất của $S=\log_{2001}x.\log_{2018}y.\log_{2019}z$.

A. $\min S=27.\log_{2001}2.\log_{2018}3.\log_{2019}5$.

B. $\min S=44.\log_{2001}2.\log_{2018}3.\log_{2019}5$.

C. $\min S=88.\log_{2001}2.\log_{2018}3.\log_{2019}5$.

D. $\min S=\dfrac{289}{8}.\log_{2001}2.\log_{2018}3.\log_{2019}5$.

Lời giải

Điều kiện: $x\ge 4;y\ge 9;z\ge 25$.

Đặt $\begin{cases} a=\sqrt{\log_2\frac{x}{4}} \Rightarrow a^2=\log_2\frac{x}{4} \Rightarrow a^2=\log_2 x-2 \Rightarrow \log_2 x=a^2+2 \\ b=\sqrt{\log_3\frac{y}{9}} \Rightarrow \log_3 y=b^2+2 \\ c=\sqrt{\log_5\frac{z}{25}} \Rightarrow \log_5 z=c^2+2 \end{cases}$

Khi đó $a,b,c\ge 0$ và $a+b+c=3$

Ta có: $\begin{cases} \log_{2001} x=\log_{2001} 2.\log_2 x=\left(a^2+2\right).\log_{2001} 2 \\ \log_{2018} y=\left(b^2+2\right).\log_{2018} 3 \\ \log_{2019} z=\left(c^2+2\right).\log_{2019} 5 \end{cases}$

Suy ra $S=\underbrace{\left(a^2+2\right)\left(b^2+2\right)\left(c^2+2\right)}_{P}.\log_{2001} 2.\log_{2018} 3.\log_{2019} 5.$

Ta có: $\left(a^2+2\right)\left(b^2+2\right)=\left(a^2+1\right)\left(1+b^2\right)+a^2+b^2+3\ge(a+b)^2+\frac{(a+b)^2}{2}+3$

(Bunhiacopxki)

$$\Rightarrow\left(a^2+2\right)\left(b^2+2\right)\ge\frac{3}{2}(a+b)^2+3=3\left[\frac{1}{2}(a+b)^2+1\right]$$

$$\Rightarrow P=\left(a^2+2\right)\left(b^2+2\right)\left(c^2+2\right)\ge 3\left[\frac{1}{2}(a+b)^2+1\right]\left(c^2+2\right)$$

$$=3\left[1+\frac{(a+b)^2}{4}+\frac{(a+b)^2}{4}\right]\left(c^2+1+1\right)\ge 3\left(c+\frac{a+b}{2}+\frac{a+b}{2}\right)^2=3(a+b+c)^2=27$$

$P=27$ khi $a=b=c=1$ hay $x=8,y=27,z=125$

Suy ra $S_{\min}=27.\log_{2001} 2.\log_{2018} 3.\log_{2019} 5$

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$ nhận giá trị dương trên $[0;1]$, có đạo hàm dương và liên tục trên $[0;1]$, thỏa mãn $f(0)=1$ và $\int_0^1\left[f^3(x)+4\left[f'(x)\right]^3\right]dx\le 3\int_0^1 f'(x).f^2(x)dx$. Tính $I=\int_0^1 f(x)dx$.

A. $I=2\left(\sqrt{e}-1\right)$. **B.** $I=2\left(e^2-1\right)$. **C.** $I=\frac{\sqrt{e}-1}{2}$. **D.** $I=\frac{e^2-1}{2}$.

Lời giải

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM cho ba số dương ta có

$$f^3(x)+4[f'(x)]^3=4[f'(x)]^3+\frac{f^3(x)}{2}+\frac{f^3(x)}{2}\ge 3\sqrt[3]{4[f'(x)]^3.\frac{f^3(x)}{2}.\frac{f^3(x)}{2}}$$

$$=3f'(x).f^2(x)$$

Suy ra $\int_0^1\left[f^3(x)+4[f'(x)]^3\right]dx\ge 3\int_0^1 f'(x).f^2(x)dx$.

Mà $\int_0^1\left\{f^3(x)+4[f'(x)]^3\right\}dx\le 3\int_0^1 f'(x).f^2(x)dx$ nên dấu “=” xảy ra, tức là

$$4[f'(x)]^3=\frac{f^3(x)}{2}\Leftrightarrow f'(x)=\frac{1}{2}f(x)$$

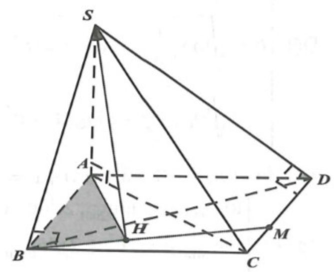
$\frac{f'(x)}{f(x)}=\frac{1}{2}\Rightarrow\int\frac{f'(x)}{f(x)}dx=\frac{1}{2}\int dx\ \Rightarrow\ln|f(x)|=\frac{1}{2}x+C\Rightarrow f(x)=e^{\frac{1}{2}x+C}$

Theo giả thiết $f(0)=e^C=1\Rightarrow C=0\Rightarrow f(x)=e^{\frac{1}{2}x}\ \Rightarrow\int\limits_0^1 f(x)dx=2e^{\frac{1}{2}x}\Big|_0^1=2\left(\sqrt{e}-1\right)$

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và góc giữa SC với mặt phẳng (SAB) bằng 30^o. Gọi M là điểm di động trên cạnh CD và H là hình chiếu vuông góc của S trên đường thẳng BM. Khi điểm M di động trên cạnh CD thì thể tích của khối chóp $S.ABH$ đạt giá trị lớn nhất bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Lời giải



Góc giữa SC và (SBC) là $\widehat{CSB}\Rightarrow\widehat{CSB}=30^o$

Ta có $\tan\widehat{CSB}=\frac{BC}{SB}\Rightarrow SB=a\sqrt{3};SA=\sqrt{SB^2-AB^2}=a\sqrt{2}$

Đặt $CM=x$ (với $0\le x\le a)\Rightarrow DM=a-x$

Ta có $\begin{cases}BM\perp SH\\BM\perp SA\end{cases}\Rightarrow BM\perp(SAH)\Rightarrow BM\perp AH$

Ta có: $S_{\Delta BMC}=\frac{1}{2}BC.CM=\frac{1}{2}ax;\ \ S_{\Delta ADM}=\frac{1}{2}AD.DM=\frac{1}{2}a(a-x)$

$S_{\Delta ABM}=S_{ABCD}-S_{\Delta AMC}-S_{\Delta ADM}=\frac{a^2}{2}$

Ta có $S_{\Delta ABM}=\frac{1}{2}AH.BM\Rightarrow AH=\frac{a^2}{\sqrt{a^2+x^2}},BH=\sqrt{AB^2-AH^2}=\frac{ax}{\sqrt{a^2+x^2}}$

Thể tích của khối chóp $S.ABH$ là: $V=\frac{1}{3}SA.S_{\Delta ABH}=\frac{1}{3}SA.\frac{1}{2}BH.AH$

$=\frac{1}{6}a\sqrt{2}.\frac{a^2}{\sqrt{a^2+x^2}}.\frac{ax}{\sqrt{a^2+x^2}}=\frac{\sqrt{2}}{6}a^4.\frac{x}{a^2+x^2}$

Xét hàm số $f(x)=\frac{x}{a^2+x^2}$ với $x\in[0;a]$

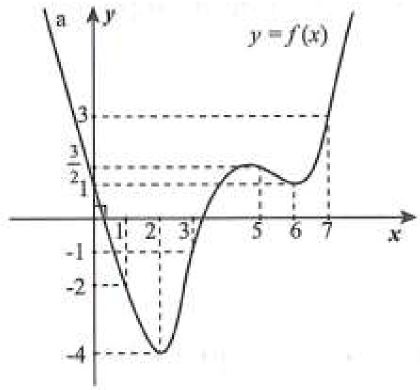
Ta có $f'(x)=\frac{a^2-x^2}{\left(a^2+x^2\right)^2};f'(x)=0\Rightarrow x=a$. Trên đoạn $[0;a]$ ta có $f'(x)\ge0,\forall x\in[0;a]$

Vậy giá trị lớn nhất của V tại $x=a\Rightarrow V_{\max}=\frac{\sqrt{2}}{12}a^3$.

Ngoài ra, ta có thể sử dụng bất đẳng thức Côsi để tìm $V_{\max}$, thật vậy ta có:

$V=\frac{\sqrt{2}}{6}a^4.\frac{x}{a^2+x^2}\le\frac{\sqrt{2}}{6}a^4.\frac{1}{2a}=\frac{\sqrt{2}a^3}{12}$.

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



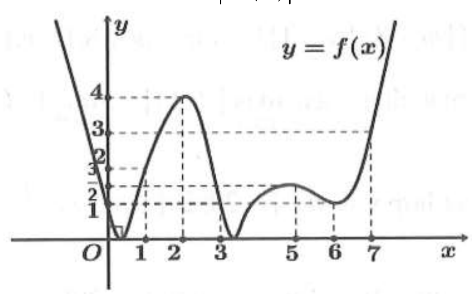
Tìm tất cả các giá trị m để phương trình $\left|f\left(\dfrac{3x^2+2x+3}{2x^2+2}\right)\right| = m$ có nghiệm.

A. $2 \le m \le 4$. **B.** $m > -4$. **C.** $2 < m < 4$. **D.** $-4 \le m \le -2$.

Lời giải

Cách 1: Phương pháp tự luận truyền thống

Dựa vào đồ thị đã cho ta có đồ thị của hàm $y = |f(x)|$ là



Đặt $t = \dfrac{3x^2+2x+3}{2x^2+2}$

Ta có $t' = \dfrac{-4x^2+4}{\left(2x^2+2\right)^2} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=1 \end{array}\right.$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
t'		$-$	0	$+$	0	$-$	
t	$\dfrac{3}{2}$	$\searrow$	1	$\nearrow$	2	$\searrow$	$\dfrac{3}{2}$

Dựa vào bảng biến thiên ta có $x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow t \in [1;2]$

Vậy phương trình $\left|f\left(\dfrac{3x^2+2x+3}{2x^2+2}\right)\right| = m$ có nghiệm khi và chỉ khi phương trình $|f(t)| = m$ có nghiệm $t \in [1;2] \Leftrightarrow 2 \le m \le 4$.

-------------------Hết------------------

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT - SỐ 14

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Note

Câu 1: Cho hai số phức $z_1 = 1+i$ và $z_2 = 2+i$. Trên mặt phẳng Oxy, điểm biểu diễn số phức $z_1 + 2z_2$ có toạ độ là:

A. $(3;5)$. **B.** $(2;5)$. **C.** $(5;3)$. **D.** $(5;2)$.

Câu 2: Đạo hàm của hàm số $y = 3^x$ là

A. $\frac{1}{2} - \log_2 a$. **B.** $y' = 3^x \ln 3$. **C.** $y' = \frac{3^x}{\ln 3}$. **D.** $\ln 3$.

Câu 3: Đạo hàm của hàm số $y = \log_2(2x+1)$ trên khoảng $\left(-\frac{1}{2};+\infty\right)$ là

A. $\frac{2}{(2x+1)\ln x}$. **B.** $\frac{2}{(2x+1)\ln 2}$. **C.** $\frac{2\ln 2}{2x+1}$. **D.** $\frac{2}{(x+1)\ln 2}$.

Câu 4: Tập nghiệm S của bất phương trình $5^{x+2} < 5^{2x}$ là

A. $S = (-\infty;2)$. **B.** $S = (-\infty;1)$. **C.** $S = (1;+\infty)$. **D.** $S = (2;+\infty)$.

Câu 5: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -2$ và $u_2 = 6$. Giá trị của u_3 bằng

A. -18. **B.** 18. **C.** 12. **D.** -12.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 1 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\overrightarrow{n_1} = (2;-1;3)$. **B.** $\overrightarrow{n_4} = (2;1;-3)$. **C.** $\overrightarrow{n_3} = (2;-1;-3)$. **D.** $\overrightarrow{n_2} = (2;1;3)$.

Câu 7: Số giao điểm của đường cong $(C): y = x^3 - 2x + 1$ và đường thẳng $d: y = x - 1$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 8: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_1^2 f(x)dx = 1$ và $\int_1^4 f(t)dt = -3$. Tính tích phân $I = \int_2^4 f(u)du$

A. $I = -4$. **B.** $I = 4$. **C.** $I = -2$. **D.** $I = 2$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 4z + 5 = 0$. Tọa độ tâm I và bán kính R của (S) là

A. $I(1;-2;-2)$ và $R = 2$. **B.** $I(2;\ 4;\ 4)$ và $R = 2$.

C. $I(-1;\ 2;\ 2)$ và $R = 2$ **D.** $I(1;-2;-2)$ và $R = \sqrt{14}$.

Câu 10: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, góc giữa hai vectơ $\vec{i}$ và $\vec{u} = \left(-\sqrt{3};0;1\right)$ là

A. 30^0. **B.** 120^0. **C.** 60^0. **D.** 150^0.

Câu 11: Cho hai số phức $z_1 = 3 + 2i$ và $z_2 = 4i$. Phần thực của số phức $z_1.z_2$ là

A. -8. **B.** 8. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 12: Đường chéo của hình hộp chữ nhật có ba kích thước $3,4,12$ có độ dài là

A. 13. **B.** 30. **C.** 15. **D.** 6.

Note

Câu 13: Cho khối chóp $S.ABC$, có SA vuông góc với đáy, đáy là tam giác vuông tại B, $SA=2a$, $AB=3a$, $BC=4a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $8a^3$. **B.** $4a^3$. **C.** $12a^3$. **D.** $24a^3$.

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-2y-z+5=0$. Phương trình mặt cầu có tâm $I(-1;1;-2)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $(x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=1$. **B.** $(x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=9$.

C. $(x+1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=9$. **D.** $(x+1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=1$.

Câu 15: Cho số phức $z=5-3i$. Môđun của số phức $(1-2i)(\overline{z}-1)$ bằng

A. 25. **B.** 10. **C.** $5\sqrt{2}$. **D.** $5\sqrt{5}$.

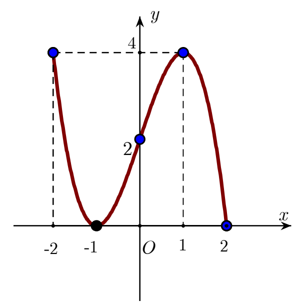
Câu 16: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB=\sqrt{3}$ và $AC=3$. Thể tích V của khối nón nhận được khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC là

A. $V=2\pi$. **B.** $V=5\pi$. **C.** $V=9\pi$. **D.** $V=3\pi$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng nào dưới đây đi qua điểm $I(2;1;1)$?

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=t \\ z=1-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=1-t \\ z=t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=t \\ z=t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=t \\ y=1+t \\ z=1-t \end{cases}$.

Câu 18: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $[-2;2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên.



Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm

A. $x=1$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=2$. **D.** $x=-1$.

Câu 19: Tìm đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$.

A. $x=\dfrac{1}{2}$, $y=-1$. **B.** $x=1$, $y=-2$. **C.** $x=-1$, $y=2$. **D.** $x=-1$, $y=\dfrac{1}{2}$.

Câu 20: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(25-x^2)\le 2$ là

A. $(-5;-4]\cup[4;5)$. **B.** $(-\infty;-4]\cup[4;+\infty)$.

C. $(4;5)$. **D.** $[4;+\infty)$.

Câu 21: Cần chọn 3 người đi công tác từ một tổ có 30 người, khi đó số cách chọn là:

A. A_{30}^3. **B.** 3^{30}. **C.** 10. **D.** C_{30}^3.

Note

Câu 22: Cho hàm số $f(x)=\sin 4x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

A. $\int f(x)dx=-\dfrac{\cos 4x}{4}+C$. **B.** $\int f(x)dx=\dfrac{\cos 4x}{4}+C$.

C. $\int f(x)dx=4\cos 4x+C$. **D.** $\int f(x)dx=-4\cos 4x+C$.

Câu 23: Nếu $\int_0^{\frac{\pi}{3}}\left[\sin x-3f(x)\right]dx=6$ thì $\int_0^{\frac{\pi}{3}}f(x)dx$ bằng

A. $\dfrac{13}{2}$. **B.** $-\dfrac{11}{2}$. **C.** $-\dfrac{13}{4}$. **D.** $-\dfrac{11}{6}$.

Câu 24: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^{2x}$ là

A. $F(x)=e^{2x}+C$ **B.** $F(x)=e^{3x}+C$

C. $F(x)=2e^{2x}+C$ **D.** $F(x)=\dfrac{1}{2}e^{2x}+C$

Câu 25: Cho hàm số có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-4		-1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	-11	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	1	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào, trong các khoảng dưới đây?

A. $(-4;2)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(-1;2)$.

Câu 26: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	-3	↗	$+\infty$

Điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. $x=-2$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=1$. **D.** $x=3$.

Câu 27: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2\dfrac{4}{a}$ bằng

A. $\dfrac{1}{2}-\log_2 a$. **B.** $2\log_2 a$. **C.** $2-\log_2 a$. **D.** $\log_2 a-1$.

Câu 28: Cho hình phẳng (D) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=2x-x^2$ và trục Ox. Thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (D) quanh trục Ox bằng

A. $\dfrac{256\pi}{15}$. **B.** $\dfrac{64\pi}{15}$. **C.** $\dfrac{16\pi}{15}$. **D.** $\dfrac{4\pi}{3}$.

Câu 29: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B có $AB=a, AA'=a\sqrt{2}$. Góc giữa đường thẳng $A'C$ với mặt phẳng $(AA'B'B)$ bằng:

A. $30°$. **B.** $60°$. **C.** $45°$. **D.** $90°$.

Note

Câu 30: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2$ cắt đường thẳng $y = m$ tại ba điểm phân biệt.

A. $m \in (-\infty; -4)$. **B.** $m \in (-4; 0)$.

C. $m \in (0; +\infty)$. **D.** $m \in (-\infty; -4) \cup (0; +\infty)$.

Câu 31: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + 4x + 3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 32: Một chiếc hộp chứa 9 quả cầu gồm 4 quả màu xanh, 3 quả màu đỏ và 2 quả màu vàng. Lấy ngẫu nhiên 3 quả cầu từ hộp đó. Xác suất để trong 3 quả cầu lấy được có ít nhất 1 quả màu đỏ bằng

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{19}{28}$. **C.** $\frac{16}{21}$. **D.** $\frac{17}{42}$.

Câu 33: Số nghiệm của phương trình $\log_3(6 + x) + \log_3 9x - 5 = 0$.

A. 0 **B.** 2 **C.** 1 **D.** 3

Câu 34: Xét các số phức z thỏa mãn $|z| = \sqrt{2}$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w = \frac{5 + iz}{1 + z}$ là một đường tròn có bán kính bằng

A. 44. **B.** 52. **C.** $2\sqrt{13}$. **D.** $2\sqrt{11}$.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm $M(2;-1;1)$ và $N(0;1;3)$ là

A. $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 + t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = -1 - t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 \\ z = 1 + 2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - t \\ z = 1 - t \end{cases}$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, điểm đối xứng với điểm $A(1;-3;1)$ qua đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+1}{3}$ có tọa độ là

A. $(10;6;-10)$. **B.** $(-10;-6;10)$. **C.** $(4;9;-6)$. **D.** $(-4;-9;6)$.

Câu 37: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy và khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SBD) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = \frac{a^3}{2}$. **B.** $V = a^3$. **C.** $V = \frac{a^3}{3}$. **D.** $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{9}$.

Câu 38: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(10 - 3^{x+1}) \geq 1 - x$ chứa mấy số nguyên?

A. 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** Vô số.

Câu 39: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $f(x) = x\left(1 + \frac{1}{\sqrt{x}} - f'(x)\right), \forall x \in (0; +\infty)$ và $f(4) = \frac{4}{3}$. Giá trị của $\int_1^4 (x^2 - 1) f'(x) \mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{457}{15}$. **B.** $\frac{457}{30}$. **C.** $-\frac{263}{30}$. **D.** $-\frac{263}{15}$.

Note

Câu 40: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m trên miền $[-10;10]$ để hàm số $y=x^4-2(2m+1)x^2+7$ có ba điểm cực trị?

A. 20 **B.** 10 **C.** Vô số **D.** 11

Câu 41: Cho số phức z thỏa mãn $|z-2-2i|=1$. Số phức $z-i$ có môđun nhỏ nhất là:

A. $\sqrt{5}-2$. **B.** $\sqrt{5}-1$. **C.** $\sqrt{5}+1$. **D.** $\sqrt{5}+2$.

Câu 42: Cho $\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x=2018$. Tính tích phân $I=\int_0^2[f(2x)+f(4-2x)]\mathrm{d}x$.

A. $I=0$. **B.** $I=2018$. **C.** $I=4036$. **D.** $I=1009$.

Câu 43: Cho khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a. Khoảng cách từ điểm A' đến mặt phẳng $(AB'C')$ bằng $\frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{19}}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho là:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ **D.** $\frac{3a^3}{2}$

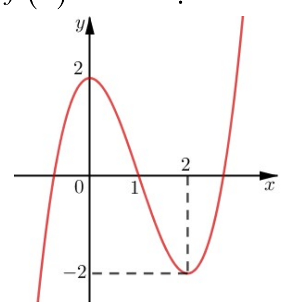
Câu 44: Bác Năm làm một cái cửa nhà hình parabol có chiều cao từ mặt đất đến đỉnh là $2,25$ mét, chiều rộng tiếp giáp với mặt đất là 3 mét. Giá thuê mỗi mét vuông là 1500000 đồng. Vậy số tiền bác Năm phải trả là:

A. 33750000 đồng. **B.** 3750000 đồng.
C. 12750000 đồng. **D.** 6750000 đồng.

Câu 45: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có các cạnh đáy bằng $2a$, chiều cao bằng $a\sqrt{3}$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) bằng

A. $a\sqrt{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. **D.** $\frac{2a\sqrt{21}}{7}$.

Câu 46: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Số nghiệm của phương trình $f'(f(x-1)-1)=0$ là

A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-y-2z+4=0$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-4}{2}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z-4}{1}$. Đường thẳng d đi qua điểm $A(2;-1;3)$, cắt mặt phẳng (P) và đường thẳng Δ lần lượt tại M,N sao cho N là trung điểm của AM có phương trình là

A. $\begin{cases}x=2+t\\y=-1-2t\\z=3+2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2+t\\y=-1-t\\z=3-2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2+2t\\y=-1-t\\z=3+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2-t\\y=-1+2t\\z=3+2t\end{cases}$.

Note

Câu 48: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC vuông tại A, cạnh $AB = a$, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết khoảng cách từ điểm A đến mặt bên (SBC) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. Thể tích khối chóp $S.ABC$

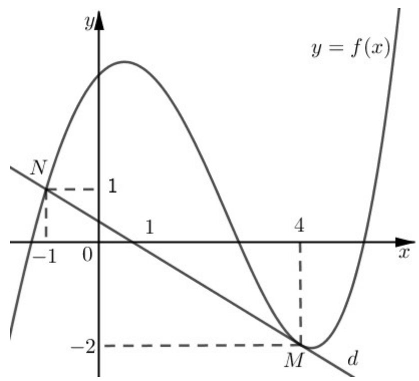
A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{5}}{20}$. **C.** $\frac{3a^3\sqrt{5}}{20}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Câu 49: Gọi S là tập hợp các giá trị thực của tham số m để tồn tại duy nhất số phức z thỏa mãn $(z+i)(\overline{z}-i)=16$ và $|z-4-2i|=m$. Tính tổng các phần tử của tập (S).

A. 9. **B.** 8. **C.** 14. **D.** 10.

Câu 50: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tiếp tuyến d của (C) tại điểm $M(4;-2)$ cắt đồ thị hàm số tại điểm thứ hai $N(-1;1)$. Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi tiếp tuyến d và (C) bằng $\frac{125}{12}$.

Tính $\int_{-1}^{1} f(x)\mathrm{d}x$.



A. $\frac{125}{36}$. **B.** $\frac{14}{3}$. **C.** $\frac{85}{12}$. **D.** $\frac{94}{15}$.

----------------------Hết--------------------

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT - SỐ 14

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

HƯỚNG DẪN CHI TIẾT

Câu 1. Cho hai số phức $z_1 = 1+i$ và $z_2 = 2+i$. Trên mặt phẳng Oxy, điểm biểu diễn số phức $z_1 + 2z_2$ có toạ độ là:

A. $(3;5)$. **B.** $(2;5)$. **C.** $(5;3)$. **D.** $(5;2)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có số phức $z_1 + 2z_2 = 5+3i$ có điểm biểu diễn là $(5;3)$

Câu 2. Đạo hàm của hàm số $y = 3^x$ là

A. $\frac{1}{2} - \log_2 a$. **B.** $y' = 3^x \ln 3$. **C.** $y' = \frac{3^x}{\ln 3}$. **D.** $\ln 3$.

Lời giải

Chọn B

Dùng công thức $\left(a^x\right)' = a^x \ln a \Rightarrow \left(3^x\right)' = 3^x \ln 3$.

Câu 3. Đạo hàm của hàm số $y = \log_2(2x+1)$ trên khoảng $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$ là

A. $\frac{2}{(2x+1)\ln x}$. **B.** $\frac{2}{(2x+1)\ln 2}$. **C.** $\frac{2\ln 2}{2x+1}$. **D.** $\frac{2}{(x+1)\ln 2}$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D = \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Ta có $y' = \left(\log_2(2x+1)\right)' = \frac{(2x+1)'}{(2x+1)\ln 2} = \frac{2}{(2x+1)\ln 2}$.

Câu 4. Tập nghiệm S của bất phương trình $5^{x+2} < 5^{2x}$ là

A. $S = (-\infty; 2)$. **B.** $S = (-\infty; 1)$. **C.** $S = (1; +\infty)$. **D.** $S = (2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $5^{x+2} < (5)^{2x} \Leftrightarrow 2 < x$.

Tập nghiệm S của bất phương trình $5^{x+2} < \left(\frac{1}{25}\right)^{-x}$ là $S = (2; +\infty)$.

Câu 5. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -2$ và $u_2 = 6$. Giá trị của u_3 bằng

A. -18. **B.** 18. **C.** 12. **D.** -12.

Lời giải

Chọn A

Công bội của cấp số nhân đã cho là: $q = \frac{u_2}{u_1} = -3$.

Vậy $u_3 = u_2.q = -18$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 1 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\overrightarrow{n_1} = (2;-1;3)$. **B.** $\overrightarrow{n_4} = (2;1;-3)$. **C.** $\overrightarrow{n_3} = (2;-1;-3)$. **D.** $\overrightarrow{n_2} = (2;1;3)$.

Lời giải

Chọn A

vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_1}=(2;-1;3)$

Câu 7. Số giao điểm của đường cong $(C): y=x^3-2x+1$ và đường thẳng $d: y=x-1$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và d là:

$$x^3-2x+1=x-1 \Leftrightarrow x^3-3x+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=1 \end{array}\right..$$

Do đó, số giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng d là 2.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=1$ và $\int_1^4 f(t)\mathrm{d}t=-3$. Tính tích phân $I=\int_2^4 f(u)\mathrm{d}u$.

A. $I=-4$. **B.** $I=4$. **C.** $I=-2$. **D.** $I=2$.

Lời giải

Chọn A

$$\int_1^4 f(u)\mathrm{d}u=\int_1^2 f(u)\mathrm{d}u+\int_2^4 f(u)\mathrm{d}u \Leftrightarrow -3=1+\int_2^4 f(u)\,du \Leftrightarrow \int_2^4 f(u)du=-4.$$

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y+4z+5=0$. Tọa độ tâm I và bán kính R của (S) là

A. $I(1;-2;-2)$ và $R=2$. **B.** $I(2;\ 4;\ 4)$ và $R=2$.

C. $I(-1;\ 2;\ 2)$ và $R=2$ **D.** $I(1;-2;-2)$ và $R=\sqrt{14}$.

Lời giải

ChọnA

Phương trình mặt cầu có dạng: $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$ $(a^2+b^2+c^2>d)$

$\Rightarrow a=1$, $b=-2$, $c=-2$, $d=5$.

Vậy tâm mặt cầu là $I(1;-2;-2)$ và bán kính mặt cầu $R=\sqrt{1+4+4-5}=2$.

Câu 10. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, góc giữa hai vectơ $\vec{i}$ và $\vec{u}=(-\sqrt{3};0;1)$ là

A. 30^0. **B.** 120^0. **C.** 60^0. **D.** 150^0.

Lời giải

Chọn D

Gọi α là góc giữa hai vectơ $\vec{i}$ và $\vec{u}=(-\sqrt{3};0;1)$, ta có:

$$\cos\alpha=\frac{\vec{i}.\vec{u}}{|\vec{i}|.|\vec{u}|}=\frac{-\sqrt{3}}{2}\Rightarrow \alpha=150^0.$$

Câu 11. Cho hai số phức $z_1=3+2i$ và $z_2=4i$. Phần thực của số phức $z_1.z_2$ là

A. -8. **B.** 8. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $z_1.z_2=(3+2i).4i=-8+12i$. Nên phần thực của số phức $z_1.z_2$ là -8.

Câu 12. Đường chéo của hình hộp chữ nhật có ba kích thước $3,4,12$ có độ dài là

A. 13. **B.** 30. **C.** 15. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

Hình hộp chữ nhật có ba kích thước là a,b,c thì có độ dài đường chéo là $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$.

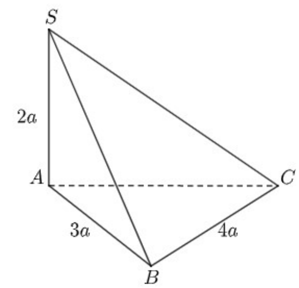
Do đó độ dài đường chéo hình hộp chữ nhật đã cho là $\sqrt{3^2+4^2+12^2}=13$.

Câu 13. Cho khối chóp $S.ABC$, có SA vuông góc với đáy, đáy là tam giác vuông tại B, $SA=2a$, $AB=3a$, $BC=4a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $8a^3$. **B.** $4a^3$. **C.** $12a^3$. **D.** $24a^3$.

Lời giải

Chọn B



$V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.S_{ABC}.SA=\frac{1}{3}.\left(\frac{1}{2}.AB.BC\right).SA=\frac{1}{6}.3a.4a.2a=4a^3$.

Câu 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-2y-z+5=0$. Phương trình mặt cầu có tâm $I(-1;1;-2)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $(x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=1$. **B.** $(x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=9$.

C. $(x+1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=9$. **D.** $(x+1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=1$.

Lời giải

Chọn D

Do mặt cầu tiếp xúc với mặt phẳng $(P)\Rightarrow R=d(I,(P))=\frac{|-2-2+2+5|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+(-1)^2}}=1$.

$\Rightarrow (S):(x+1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=1$.

Câu 15. Cho số phức $z=5-3i$. Môđun của số phức $(1-2i)(\bar{z}-1)$ bằng

A. 25. **B.** 10. **C.** $5\sqrt{2}$. **D.** $5\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $(1-2i)(\bar{z}-1)=(1-2i)(4+3i)=10-5i$.

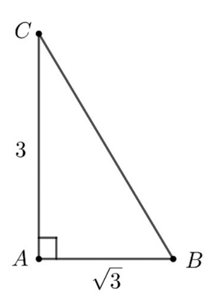
Từ đó: $|(1-2i)(\bar{z}-1)|=\sqrt{10^2+5^2}=5\sqrt{5}$.

Câu 16. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB=\sqrt{3}$ và $AC=3$. Thể tích V của khối nón nhận được khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC là

A. $V=2\pi$. **B.** $V=5\pi$. **C.** $V=9\pi$. **D.** $V=3\pi$.

Lời giải

Chọn D



Khối nón tạo thành khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC có chiều cao $h=AC=3$ và bán kính đáy $r=AB=\sqrt{3}\Rightarrow V=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{1}{3}\pi.(\sqrt{3})^2.3=3\pi$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng nào dưới đây đi qua điểm $I(2;1;1)$?

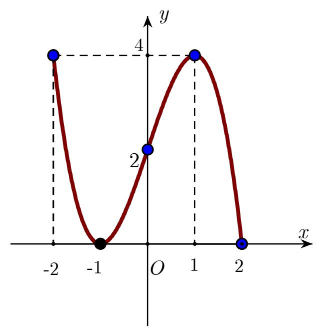
A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=t \\ z=1-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=1-t \\ z=t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=t \\ z=t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=t \\ y=1+t \\ z=1-t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Xét các phương án A, B, **C.** Ta có $1+t=2 \Leftrightarrow t=1$. Thay $t=1$ vào y,z ta thấy phương án C thỏa mãn. Chọn đáp án **C.**

Câu 18. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $[-2;2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên.



Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm

A. $x=1$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=2$. **D.** $x=-1$.

Lời giải

Chọn D

Căn cứ vào đồ thị ta có

$f'(x)<0,\ \forall x\in(-2;-1)$ và $f'(x)>0,\ \forall x\in(-1;0)$ suy ra hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$.

$f'(x)>0,\ \forall x\in(0;1)$ và $f'(x)<0,\ \forall x\in(1;2)$ suy ra hàm số đạt cực đại tại $x=1$.

Hàm số không đạt cực tiểu tại hai điểm $x=\pm 2$ vì $f'(x)$ không đổi dấu khi x đi qua $x=\pm 2$.

Câu 19. Tìm đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$.

A. $x=\dfrac{1}{2},\ y=-1$. **B.** $x=1,\ y=-2$. **C.** $x=-1,\ y=2$. **D.** $x=-1,\ y=\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có :

Vì $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2x-1}{x+1}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2-\frac{1}{x}}{1+\frac{1}{x}}=2$ nên đường thẳng $y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

Vì $\lim\limits_{x\to -1^+}\dfrac{2x-1}{x+1}=-\infty$, $\lim\limits_{x\to -1^-}\dfrac{2x-1}{x+1}=+\infty$ nên đường thẳng $x=-1$ là tiệm cân đứng của đồ thị hàm số

Câu 20. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(25-x^2)\le 2$ là

A. $(-5;-4]\cup[4;5)$. **B.** $(-\infty;-4]\cup[4;+\infty)$. **C.** $(4;5)$. **D.** $[4;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_3(25-x^2)\le 2 \Leftrightarrow \begin{cases} 25-x^2>0 \\ 25-x^2\le 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2<25 \\ x^2\ge 16 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -5<x\le -4 \\ 4\le x<5 \end{array}\right.$.

Do tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S=(-5;-4]\cup[4;5)$.

Câu 21. Cần chọn 3 người đi công tác từ một tổ có 30 người, khi đó số cách chọn là:

A. A_{30}^{3}. B. 3^{30}. C. 10. D. C_{30}^{3}.

Lời giải

Chọn D

Chọn 3 người đi công tác từ một tổ có 30 người là một tổ hợp chập 3 của 30 phần tử, nên có C_{30}^{3} cách.

Câu 22. Cho hàm số $f(x)=\sin 4x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\dfrac{\cos 4x}{4}+C$. B. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{\cos 4x}{4}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=4\cos 4x+C$. D. $\int f(x)\mathrm{d}x=-4\cos 4x+C$.

Lời giải

Chọn A

$\int f(x)\mathrm{d}x=\int \sin 4x\mathrm{d}x=-\dfrac{\cos 4x}{4}+C$.

Câu 23. Nếu $\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}}\left[\sin x-3f(x)\right]\mathrm{d}x=6$ thì $\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}} f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\dfrac{13}{2}$. B. $-\dfrac{11}{2}$. C. $-\dfrac{13}{4}$. D. $-\dfrac{11}{6}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $6=\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}}\left[\sin x-3f(x)\right]\mathrm{d}x=\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}}\sin x\mathrm{d}x-3\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}} f(x)\mathrm{d}x=-\cos x\Big|_0^{\frac{\pi}{3}}-3\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}} f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}-3\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}} f(x)\mathrm{d}x$

Suy ra $3\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}} f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}-6\Leftrightarrow\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}} f(x)\mathrm{d}x=-\dfrac{11}{6}$.

Câu 24. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^{2x}$ là

A. $F(x)=e^{2x}+C$ B. $F(x)=e^{3x}+C$

C. $F(x)=2e^{2x}+C$ D. $F(x)=\dfrac{1}{2}e^{2x}+C$

Lời giải:

Chọn C

Ta có: $\int e^{2x}dx=\dfrac{1}{2}e^{2x}+C$.

Câu 25. Cho hàm số có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-4		-1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	-11	$\searrow$	$-\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào, trong các khoảng dưới đây?

A. $(-4;2)$. B. $(2;+\infty)$. C. $(-1;+\infty)$. D. $(-1;2)$.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên suy ra, $y'<0$ khi $x\in(-4;-1)$ và $x\in(-1;2)$. Chọn đáp án D

Câu 26. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. $x=-2$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=1$. **D.** $x=3$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số đã cho xác định trên $\mathbb{R}$.

Qua $x=-2$, đạo hàm $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm nên hàm số đạt cực đại tại $x=-2$.

Câu 27. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2\dfrac{4}{a}$ bằng

A. $\dfrac{1}{2}-\log_2 a$. **B.** $2\log_2 a$. **C.** $2-\log_2 a$. **D.** $\log_2 a-1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log_2\dfrac{4}{a}=\log_2 4-\log_2 a=2-\log_2 a$.

Câu 28. Cho hình phẳng (D) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=2x-x^2$ và trục Ox. Thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (D) quanh trục Ox bằng

A. $\dfrac{256\pi}{15}$. **B.** $\dfrac{64\pi}{15}$. **C.** $\dfrac{16\pi}{15}$. **D.** $\dfrac{4\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn C

$(D):\begin{cases} y=2x-x^2 \\ y=0 \end{cases}$. Phương trình hoành độ giao điểm là: $2x-x^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$

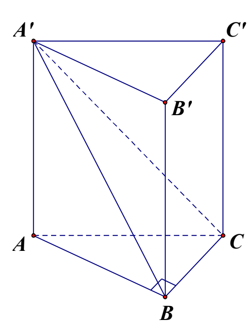
$$V=\pi\int_0^2\left(2x-x^2\right)^2 \mathrm{d}x=\pi\int_0^2\left(x^4-4x^3+4x^2\right)\mathrm{d}x=\pi\left.\left(\frac{x^5}{5}-x^4+\frac{4}{3}x^3\right)\right|_0^2=\frac{16\pi}{15}.$$

Câu 29. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B có $AB=a, AA'=a\sqrt{2}$. Góc giữa đường thẳng $A'C$ với mặt phẳng $(AA'B'B)$ bằng:

A. $30°$. **B.** $60°$. **C.** $45°$. **D.** $90°$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $\begin{cases} CB\perp AB \\ CB\perp AA' \\ AA'\cap AB=A \end{cases} \Rightarrow CB\perp\left(ABB'A'\right)$.

Suy ra $A'B$ là hình chiếu của $A'C$ lên mặt phẳng $(ABB'A')$.

Do đó: $\left(A'C,(AA'B'B)\right)=\left(A'C,A'B\right)=\widehat{BA'C}$.

Xét $\Delta A'AB$ vuông tại A, ta có: $A'B=\sqrt{A'A^2+AB^2}=a\sqrt{3}$.

Xét $\Delta A'BC$ vuông tại B, ta có: $\tan BA'C=\dfrac{BC}{A'B}=\dfrac{a}{a\sqrt{3}}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

$\Rightarrow \widehat{BA'C}=30^\circ \Rightarrow \left(A'C,(AA'B'B)\right)=30^\circ$.

Câu 30. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2$ cắt đường thẳng $y=m$ tại ba điểm phân biệt.

A. $m\in(-\infty;-4)$. **B.** $m\in(-4;0)$. **C.** $m\in(0;+\infty)$. **D.** $m\in(-\infty;-4)\cup(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y=x^3-3x^2 \Rightarrow y'=3x^2-6x;\ y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2$ cắt đường thẳng $y=m$ tại ba điểm phân biệt khi $-4<m<0$

Câu 31. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số $f(x)=\dfrac{1}{3}x^3+mx^2+4x+3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x)=x^2+2mx+4$.

Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $f'(x)\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}$ (Dấu '=' xảy ra tại hữu hạn điểm).

Ta có $f'(x)\ge 0,\forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta'\le 0 \Leftrightarrow \Delta'=m^2-4\le 0 \Leftrightarrow -2\le m\le 2$.

Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-2;-1;0;1;2\}$, vậy có 5 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 32. Một chiếc hộp chứa 9 quả cầu gồm 4 quả màu xanh, 3 quả màu đỏ và 2 quả màu vàng. Lấy ngẫu nhiên 3 quả cầu từ hộp đó. Xác suất để trong 3 quả cầu lấy được có ít nhất 1 quả màu đỏ bằng

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{19}{28}$. **C.** $\dfrac{16}{21}$. **D.** $\dfrac{17}{42}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $n(\Omega)=C_9^3=84$.

Gọi biến cố A: "3 quả cầu có ít nhất 1 quả màu đỏ".

Suy biến cố đối là $\overline{A}$: "3 quả cầu không có quả màu đỏ".

Vậy $n(\overline{A})=C_6^3=20 \Rightarrow P(\overline{A})=\dfrac{20}{84} \Rightarrow P(A)=1-\dfrac{20}{84}=\dfrac{16}{21}$.

Câu 33. Số nghiệm của phương trình $\log_3(6+x)+\log_3 9x-5=0$.

A. 0 **B.** 2 **C.** 1 **D.** 3

Lời giải

Chọn C

+) Điều kiện $x>0$

+) Phương trình $\Leftrightarrow \log_3(6+x)+\log_3 x=3 \Leftrightarrow \log_3 x(6+x)=3 \Leftrightarrow x^2+6x-27=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=-9(L) \end{array}\right. \Leftrightarrow x=3$. Vậy phương trình có 1 nghiệm.

Câu 34. Xét các số phức z thỏa mãn $|z|=\sqrt{2}$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w=\dfrac{5+iz}{1+z}$ là một đường tròn có bán kính bằng

A. 44. **B.** 52. **C.** $2\sqrt{13}$. **D.** $2\sqrt{11}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $w=x+yi$ với x,y là các số thực. Ta có $w=\dfrac{5+iz}{1+z} \Leftrightarrow z=\dfrac{w-5}{i-w}$.

Lại có $|z|=\sqrt{2} \Leftrightarrow \left|\dfrac{w-5}{i-w}\right|=\sqrt{2} \Leftrightarrow |w-5|=\sqrt{2}|w-i| \Leftrightarrow (x-5)^2+y^2=2\left[x^2+(y-1)^2\right]$

$\Leftrightarrow (x+5)^2+(y-4)^2=52$.

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn các số phức w là một đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{52}=2\sqrt{13}$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm $M(2;-1;1)$ và $N(0;1;3)$ là

A. $\begin{cases} x=2 \\ y=-1+t \\ z=1+3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=1-t \\ z=-1-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=-1 \\ z=1+2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=-1-t \\ z=1-t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

$\overrightarrow{MN}=(-2;2;2)$.

$\Rightarrow \vec{u}=-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{MN}=(1;-1;-1)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng MN. Do đó phương trình đường thẳng MN là $\begin{cases} x=2+t \\ y=-1-t \quad (t\in\mathbb{R}) \\ z=1-t \end{cases}$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, điểm đối xứng với điểm $A(1;-3;1)$ qua đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-4}{2}=\dfrac{z+1}{3}$ có tọa độ là

A. $(10;6;-10)$. **B.** $(-10;-6;10)$. **C.** $(4;9;-6)$. **D.** $(-4;-9;6)$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình tham số của đường thẳng $d:\begin{cases} x=2-t \\ y=4+2t \\ z=-1+3t \end{cases}$.

Một vectơ chỉ phương của d là $\vec{u}=(-1;2;3)$.

Gọi H là hình chiếu của A trên d, A' là điểm đối xứng của A qua d.

Ta có $H\in d \Rightarrow H(2-t;4+2t;-1+3t) \Rightarrow \overrightarrow{AH}=(1-t;7+2t;-2+3t)$

$\overrightarrow{AH}.\vec{u}=0 \Leftrightarrow 14t+7=0 \Leftrightarrow t=-\dfrac{1}{2} \Rightarrow H\left(\dfrac{5}{2};3;-\dfrac{5}{2}\right)$

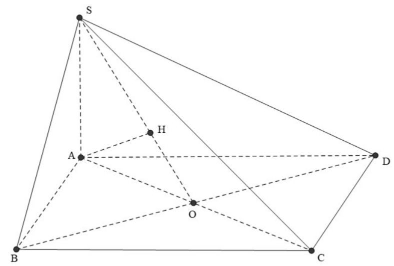
H là trung điểm của AA' suy ra $A'(4;9;-6)$.

Câu 37. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy và khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SBD) bằng $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V=\dfrac{a^3}{2}$. **B.** $V=a^3$. **C.** $V=\dfrac{a^3}{3}$. **D.** $V=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{9}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi $O=AC\cap BD$, gọi H là hình chiếu của A lên SO.

Vì O là trung điểm của AC nên $d\left(C,(SBD)\right)=d\left(A,(SBD)\right)$

Ta có: $BD\perp AC; BD\perp SA\Rightarrow BD\perp(SAC)\Rightarrow(SBD)\perp(SAC)$;

$SO=(SAC)\cap(SBD)$; $AH\perp SO\Rightarrow AH\perp(SBD)\Rightarrow AH=d\left(A,(SBD)\right)=d\left(C,(SBD)\right)=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$

Ta có: $AO=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. Trong tam giác $SAO:\dfrac{1}{AH^2}=\dfrac{1}{SA^2}+\dfrac{1}{AO^2}\Rightarrow SA=a$.

=> $V_{SABCD}=\dfrac{1}{3}.S_{ABCD}.SA=\dfrac{a^3}{3}$.

Câu 38. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3\left(10-3^{x+1}\right)\ge 1-x$ chứa mấy số nguyên ?

A. 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_3\left(10-3^{x+1}\right)\ge 1-x\Leftrightarrow 10-3^{x+1}\ge 3^{1-x}\Leftrightarrow 3.3^x+\dfrac{3}{3^x}-10\le 0\,(*)$.

Giải (*) ta có $\dfrac{1}{3}\le 3^x\le 3\Leftrightarrow -1\le x\le 1$. Vậy có 3 số nguyên thuộc tập nghiệm của bất phương trình.

Câu 39. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $f(x)=x\left(1+\dfrac{1}{\sqrt{x}}-f'(x)\right),\forall x\in(0;+\infty)$ và $f(4)=\dfrac{4}{3}$. Giá trị của $\displaystyle\int_1^4\left(x^2-1\right)f'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\dfrac{457}{15}$. **B.** $\dfrac{457}{30}$. **C.** $-\dfrac{263}{30}$. **D.** $-\dfrac{263}{15}$.

Lời giải

Chọn A

$\forall x\in(0;+\infty)$, ta có: $f(x)=x+\sqrt{x}-xf'(x)\Leftrightarrow f(x)+xf'(x)=x+\sqrt{x}\Leftrightarrow\left(xf(x)\right)'=x+\sqrt{x}$.

Suy ra: $\displaystyle\int\left(xf(x)\right)'\mathrm{d}x=\int\left(x+\sqrt{x}\right)\mathrm{d}x\Leftrightarrow xf(x)=\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{2\sqrt{x^3}}{3}+C\Leftrightarrow f(x)=\dfrac{x}{2}+\dfrac{2\sqrt{x}}{3}+\dfrac{C}{x}$.

Vì $f(4)=\dfrac{4}{3}$ nên $C=-8$. Suy ra $f(x)=\dfrac{x}{2}+\dfrac{2\sqrt{x}}{3}-\dfrac{8}{x}\Rightarrow f'(x)=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3\sqrt{x}}+\dfrac{8}{x^2}$.

$\displaystyle\Rightarrow\int_1^4\left(x^2-1\right)f'(x)\mathrm{d}x=\int_1^4\left[\left(x^2-1\right)\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3\sqrt{x}}+\dfrac{8}{x^2}\right)\right]\mathrm{d}x=\dfrac{457}{15}$.

Câu 40. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m trên miền $[-10;10]$ để hàm số $y=x^4-2(2m+1)x^2+7$ có ba điểm cực trị?

A. 20 **B.** 10 **C.** Vô số **D.** 11

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=4x\left[x^2-(2m+1)\right]\quad \forall x$.

$$y'=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2=2m+1 \quad (*) \end{array}\right.$$

Hàm số đã cho có ba cực trị khi và chỉ khi $y'=0$ có ba nghiệm phân biệt, hay (*) có hai nghiệm phân biệt khác $0\Leftrightarrow 2m+1>0\Leftrightarrow m>-\dfrac{1}{2}$.

Do $m\in[-10;10]$ nên có 11 giá trị thỏa mãn.

Câu 41. Cho số phức z thỏa mãn $|z-2-2i|=1$. Số phức $z-i$ có môđun nhỏ nhất là:

A. $\sqrt{5}-2$. **B.** $\sqrt{5}-1$. **C.** $\sqrt{5}+1$. **D.** $\sqrt{5}+2$.

Lời giải

Chọn B

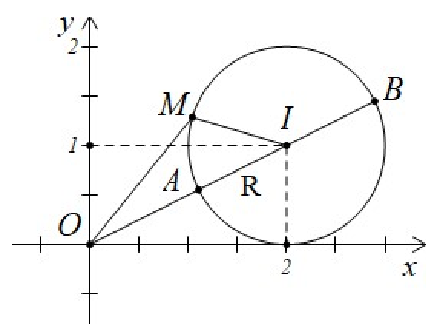
Đặt $w=z-i\Rightarrow z=w+i$.

Gọi $M(x;y)$ là điểm biểu diễn hình học của số phức w.

Từ giả thiết $|z-2-2i|=1$ ta được:

$|w+i-2-2i|=1\Leftrightarrow|w-2-i|=1\Leftrightarrow|(x-2)+(y-1)i|=1\Leftrightarrow(x-2)^2+(y-1)^2=1$.

Suy ra tập hợp những điểm $M(x;y)$ biểu diễn cho số phức w là đường tròn (C) có tâm $I(2;1)$ bán kính $R=1$.



Giả sử OI cắt đường tròn (C) tại hai điểm A,B với A nằm trong đoạn thẳng OI.

Ta có $|w|=OM$

Mà $OM+MI\ge OI\ \Leftrightarrow OM+MI\ge OA+AI\ \Leftrightarrow OM\ge OA$

Nên $|w|$ nhỏ nhất bằng $OA=OI-IA=\sqrt{5}-1$ khi $M\equiv A$.

Câu 42. Cho $\int\limits_0^4 f(x)\mathrm{d}x=2018$. Tính tích phân $I=\int\limits_0^2[f(2x)+f(4-2x)]\mathrm{d}x$.

A. $I=0$. **B.** $I=2018$. **C.** $I=4036$. **D.** $I=1009$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int\limits_0^2 f(2x)\mathrm{d}x\overset{2x=t}{=}\dfrac{1}{2}\int\limits_0^4 f(t)\mathrm{d}t$.

$\int\limits_0^2 f(4-2x)\mathrm{d}x\overset{4-2x=t}{=}-\dfrac{1}{2}\int\limits_4^0 f(t)\mathrm{d}t=\dfrac{1}{2}\int\limits_0^4 f(t)\mathrm{d}t$

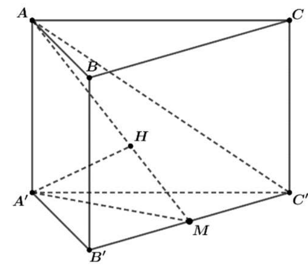
Suy ra $I=\int\limits_0^2[f(2x)+f(4-2x)]\mathrm{d}x=\int\limits_0^4 f(t)\mathrm{d}t=\int\limits_0^4 f(x)\mathrm{d}x=2018$.

Câu 43. Cho khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a. Khoảng cách từ điểm A' đến mặt phẳng $(AB'C')$ bằng $\frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{19}}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho là:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ **D.** $\frac{3a^3}{2}$

Lời giải

Chọn C



Gọi M là trung điểm của $B'C'$.

Ta có $\begin{cases} AA' \perp B'C' \\ A'M \perp B'C' \end{cases} \Rightarrow B'C' \perp (AA'M) \Rightarrow (AB'C') \perp (AA'M)$ theo giao tuyến AM.

Kẻ $A'H \perp AM$ trong mặt phẳng $(AA'M)$, suy ra $\Rightarrow A'H \perp (AB'C')$.

Vậy khoảng cách từ A' đến mặt phẳng $(AB'C')$ là $A'H = \frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{19}}$.

Ta có $\frac{1}{A'H^2} = \frac{1}{A'A^2} + \frac{1}{A'M^2} \Rightarrow \frac{1}{A'A^2} = \frac{1}{A'H^2} - \frac{1}{A'M^2} = \frac{1}{4a^2} \Rightarrow A'A = 2a$.

Vậy thể tích khối lăng trụ là $V = AA'.S_{A'B'C'} = 2a.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

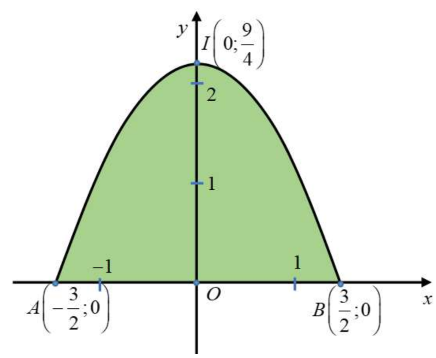
Câu 44. Bác Năm làm một cái cửa nhà hình parabol có chiều cao từ mặt đất đến đỉnh là $2,25$ mét, chiều rộng tiếp giáp với mặt đất là 3 mét. Giá thuê mỗi mét vuông là 1500000 đồng. Vậy số tiền bác Năm phải trả là:

A. 33750000 đồng. **B.** 3750000 đồng. **C.** 12750000 đồng. **D.** 6750000 đồng.

Lời giải

Chọn D

Gọi phương trình parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$. Do tính đối xứng của parabol nên ta có thể chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho (P) có đỉnh $I \in Oy$ (như hình vẽ).



Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} \frac{9}{4} = c, (I \in (P)) \\ \frac{9}{4}a - \frac{3}{2}b + c = 0 (A \in (P)) \\ \frac{9}{4}a + \frac{3}{2}b + c = 0 (B \in (P)) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = \frac{9}{4} \\ a = -1 \\ b = 0 \end{cases}$. Vậy $(P): y = -x^2 + \frac{9}{4}$.

Dựa vào đồ thị, diện tích cửa parabol là:

$$S=\int_{\frac{-3}{2}}^{\frac{3}{2}}\left(-x^2+\frac{9}{4}\right)\mathrm{d}x=2\int_{0}^{\frac{3}{2}}\left(-x^2+\frac{9}{4}\right)\mathrm{d}x\ =2\left(\frac{-x^3}{3}+\frac{9}{4}x\right)\Bigg|_0^{\frac{9}{4}}=\frac{9}{2}\mathrm{m}^2.$$

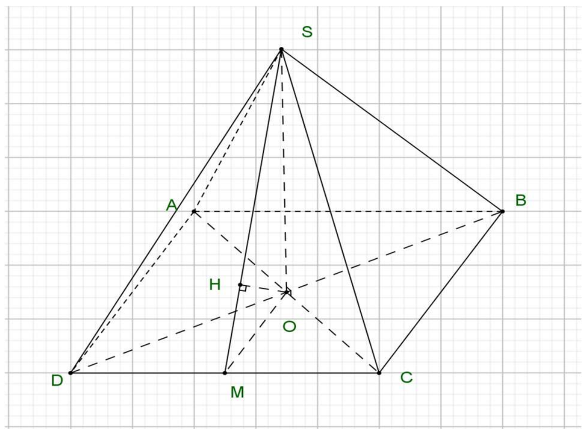
Số tiền phải trả là: $\frac{9}{2}.1500000=6750000$ đồng.

Câu 45. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có các cạnh đáy bằng $2a$, chiều cao bằng $a\sqrt{3}$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) bằng

A. $a\sqrt{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. **D.** $\frac{2a\sqrt{21}}{7}$.

Lời giải

Chọn A



$AC\cap BD=O$. Gọi M là trung điểm của CD.

Trong mặt phẳng (SOM) kẻ $OH\perp SM$ (1)

Ta có $\begin{cases}CD\perp OM\\CD\perp SO\end{cases}\Rightarrow CD\perp(SOM)$.

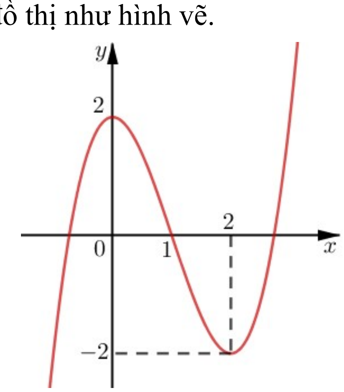
Mà $\begin{cases}OH\perp SM\\OH\perp CD\end{cases}\Rightarrow OH\perp(SCD)$

Ta có $AC=2OC\Rightarrow d\left(A,(SCD)\right)=2d\left(O,(SCD)\right)=2OH$.

Tam giác SOM vuông tại $O\Rightarrow\frac{1}{OH^2}=\frac{1}{OS^2}+\frac{1}{OM^2}=\frac{1}{\left(a\sqrt{3}\right)^2}+\frac{1}{a^2}=\frac{4}{3a^2}\Rightarrow OH=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Do đó $d\left(A,(SCD)\right)=2d\left(O,(SCD)\right)=2OH=a\sqrt{3}$.

Câu 46. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Số nghiệm của phương trình $f'\left(f(x-1)-1\right)=0$ là

A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị ta có: $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Khi đó:

$f'(f(x-1)-1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x-1)-1=0 \\ f(x-1)-1=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x-1)=1 \\ f(x-1)=3 \end{array}\right.$.

Số nghiệm của phương trình $f(x-1)=1$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=1$, dựa vào đồ thị phương trình $f(x-1)=1$ có 3 nghiệm.

Tương tự: Phương trình $f(x-1)=3$ có 1 nghiệm.

Vậy phương trình $f'(f(x-1)-1)=0$ có 4 nghiệm.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-y-2z+4=0$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-4}{2}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z-4}{1}$. Đường thẳng d đi qua điểm $A(2;-1;3)$, cắt mặt phẳng (P) và đường thẳng Δ lần lượt tại M, N sao cho N là trung điểm của AM có phương trình là

A. $\left\{\begin{array}{l} x=2+t \\ y=-1-2t \\ z=3+2t \end{array}\right.$.   **B.** $\left\{\begin{array}{l} x=2+t \\ y=-1-t \\ z=3-2t \end{array}\right.$.   **C.** $\left\{\begin{array}{l} x=2+2t \\ y=-1-t \\ z=3+t \end{array}\right.$.   **D.** $\left\{\begin{array}{l} x=2-t \\ y=-1+2t \\ z=3+2t \end{array}\right.$.

Lời giải

Chọn C

$N \in \Delta \Rightarrow N(2t+4;-t-2;t+4)$; N là trung điểm của $AM \Rightarrow M(4t+6;-2t-3;2t+5)$.

$M \in (P) \Leftrightarrow 4t+6+2t+3-4t-6=0 \Leftrightarrow t=-\frac{3}{2} \Rightarrow N\left(1;-\frac{1}{2};\frac{5}{2}\right)$.

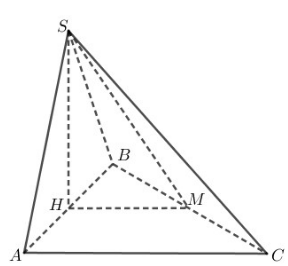
Vậy d đi qua hai điểm $A(2;-1;3), N\left(1;-\frac{1}{2};\frac{5}{2}\right)$ nên có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{NA}\left(1;-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$ hay $\vec{u}(2;-1;1)$. Vậy $d: \left\{\begin{array}{l} x=2+2t \\ y=-1-t \\ z=3+t \end{array}\right.$.

Câu 48. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC vuông tại A, cạnh $AB=a$, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết khoảng cách từ điểm A đến mặt bên (SBC) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. Thể tích khối chóp $S.ABC$

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.   **B.** $\frac{a^3\sqrt{5}}{20}$.   **C.** $\frac{3a^3\sqrt{5}}{20}$.   **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi M, H lần lượt là trung điểm của BC, AB.

Từ giả thiết ta có: $SH \perp (ABC)$; $SH=\frac{a\sqrt{3}}{2}$; $HB=\frac{a}{2}$; $d(H,(SBC))=\frac{1}{2}d(A,(SBC))=\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Ta có tứ diện $SHBM$ vuông tại H nên: $\dfrac{1}{HB^2}+\dfrac{1}{HS^2}+\dfrac{1}{HM^2}=\dfrac{1}{d^2\left(H,(SBC)\right)}$

$\Leftrightarrow \dfrac{4}{a^2}+\dfrac{4}{3a^2}+\dfrac{4}{AC^2}=\dfrac{12}{a^2}\Leftrightarrow AC=\dfrac{a\sqrt{15}}{5}$.

Vậy $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}SH.S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{6}SH.AB.AC=\dfrac{1}{6}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}.a.\dfrac{a\sqrt{15}}{5}=\dfrac{a^3\sqrt{5}}{20}$.

Câu 49. Gọi S là tập hợp các giá trị thực của tham số m để tồn tại duy nhất số phức z thỏa mãn $(z+i)(\overline{z}-i)=16$ và $|z-4-2i|=m$. Tính tổng các phần tử của tập (S).

A. 9. **B.** 8. **C.** 14. **D.** 10.

Lời giải

Chọn D

Đặt $z=x+yi$ và M là điểm biểu diễn số phức z trên mặt phẳng phức.

Ta có $(z+i)(\overline{z}-i)=16\Leftrightarrow(z+i)\overline{(z+i)}=16\Leftrightarrow|z+i|=4$, khi đó M thuộc đường tròn tâm $I_1(0;-1)$ bán kính $R=4$.

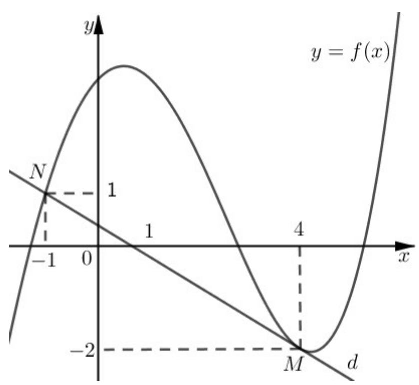
Ta có $|z-4-2i|=m$, khi đó M thuộc đường tròn tâm $I_2(4;2)$ bán kính $R=m$ với $m>0$.

Ta có $\overrightarrow{I_1I_2}=(4;3)\Rightarrow I_1I_2=5$

Để tồn tại duy nhất số phức z thỏa mãn $(z+i)(\overline{z}-i)=16$ và $|z-4-2i|=m$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}I_1I_2=R_1+R_2\\ I_1I_2=|R_1-R_2|\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}5=4+m\\ 5=|4-m|\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}m=1 & (n)\\ m=-1 & (l)\\ m=9 & (n)\end{array}\right..$$

Câu 50. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tiếp tuyến d của (C) tại điểm $M(4;-2)$ cắt đồ thị hàm số tại điểm thứ hai $N(-1;1)$. Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi tiếp tuyến d và (C) bằng $\dfrac{125}{12}$. Tính $\displaystyle\int_{-1}^{1}f(x)\mathrm{d}x$.



A. $\dfrac{125}{36}$. **B.** $\dfrac{14}{3}$. **C.** $\dfrac{85}{12}$. **D.** $\dfrac{94}{15}$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng d có phương trình là $y=g(x)=\dfrac{-3}{5}x+\dfrac{2}{5}$.

Gọi $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d,(a\neq 0)$

Theo bài ra ta có: $f(x)-g(x)=k.(x-4)^2.(x+1)$

Diện tích hình phẳng tạo bởi d và (C)

$S=\int_{-1}^{4}\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x=\int_{-1}^{4}k(x-4)^2(x+1)\mathrm{d}x=\dfrac{625k}{12}$

Theo giả thiết: $\dfrac{625k}{12}=\dfrac{125}{12}\Leftrightarrow k=\dfrac{1}{5}$.

Khi đó: $ax^3+bx^2+cx+d-\left(\dfrac{-3}{5}x+\dfrac{2}{5}\right)=\dfrac{1}{5}(x-4)^2(x+1)$

$\Leftrightarrow ax^3+bx^2+\left(c+\dfrac{3}{5}\right)x+d-\dfrac{2}{5}=\dfrac{1}{5}x^3-\dfrac{7}{5}x^2+\dfrac{8}{5}x+\dfrac{16}{5}$

Đồng nhất hệ số: $a=\dfrac{1}{5},\ b=\dfrac{-7}{5},\ c=1,\ d=\dfrac{18}{5}$

Vậy $\int_{-1}^{1}f(x)\mathrm{d}x=\int_{-1}^{1}\left(\dfrac{1}{5}x^3-\dfrac{7}{5}x^2+x+\dfrac{18}{5}\right)\mathrm{d}x=\dfrac{94}{15}$.

-----------------------**HẾT**-----------------------

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT - SỐ 15

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Note

Câu 1: Thể tích khối hộp chữ nhật có 3 kích thước là a; $2a$; $3a$ bằng

A. a^3. **B.** $6a^2$. **C.** $2a^3$. **D.** $6a^3$.

Câu 2: Nếu $\int_0^{\pi} f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{2}$ thì $\int_0^{\pi} 3f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{7}{2}$. **B.** 3. **C.** $\frac{3}{2}$. **D.** $\frac{3\pi}{2}$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1;-4;2)$ và điểm $M(1;2;2)$ thuộc mặt cầu. Phương trình của (S) là

A. $(x+1)^2+(y+4)^2+(z-2)^2=\sqrt{40}$.

B. $(x+1)^2+(y+4)^2+(z-2)^2=40$.

C. $(x-1)^2+(y-4)^2+(z+2)^2=10$.

D. $(x-1)^2+(y-4)^2+(z+2)^2=40$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-3;5)$. Tọa độ của véc-tơ $\overrightarrow{OA}$ là

A. $(2;-3;-5)$. **B.** $(-2;3;5)$. **C.** $(2;-3;5)$. **D.** $(-2;-3;5)$.

Câu 5: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-3	↗	5	↘	$-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. -3. **B.** -1. **C.** 5. **D.** 1.

Câu 6: Cho khối trụ có bán kính đáy $r=3$ và chiều cao $h=6$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 54π. **B.** 18π. **C.** 36π. **D.** 108π.

Câu 7: Cho $a>0$ và $a\neq 1$, khi đó $\log_{a^2}\sqrt[4]{a^3}$ bằng

A. $-\frac{3}{8}$. **B.** $\frac{3}{4}$. **C.** $\frac{3}{8}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

Câu 8: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_2=6$ và $u_5=162$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. 3. **B.** -3. **C.** 2. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 9: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		-1		0		4		6		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 3.

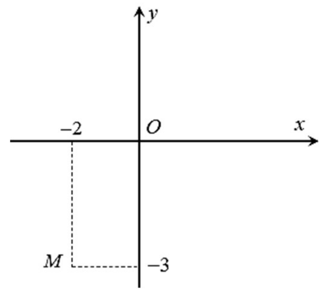
Note

Câu 10: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^x < 2$ là

A. $\left(\log_2\frac{1}{3};+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;\log_2\frac{1}{3}\right)$.

C. $\left(-\infty;\log_{\frac{1}{3}}2\right)$. **D.** $\left(\log_{\frac{1}{3}}2;+\infty\right)$.

Câu 11: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm M là điểm biểu diễn số phức $\overline{z}$. Số phức z bằng



A. $z=-2-3i$. **B.** $z=2-3i$. **C.** $z=2+3i$. **D.** $z=-2+3i$.

Câu 12: Phần ảo của số phức $z=2-7i$ bằng:

A. -7. **B.** $-7i$. **C.** 2. **D.** 7.

Câu 13: Đồ thị hàm số $y=\frac{x-2}{x+3}$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng

A. $x=0$. **B.** $y=2$. **C.** $x=-3$. **D.** $x=2$.

Câu 14: Tập xác định của hàm số $(x-2)^{\sqrt{7}}$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{2\}$. **C.** $[2;+\infty)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 15: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{-x+3}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=-1$. **B.** $y=1$. **C.** $x=1$. **D.** $y=-1$.

Câu 16: Với n là số nguyên dương bất kỳ, $n\ge 7$ công thức nào dưới đây đúng?

A. $C_n^7=\frac{n!}{7!(n-7)!}$. **B.** $C_n^7=\frac{n!}{(n-7)!}$.

C. $C_n^7=\frac{(n-7)!}{n!}$. **D.** $C_n^7=\frac{7!}{(n-7)!}$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng (d) đi qua điểm $M(1;-2;2)$ và song song với đường thẳng $\Delta:\frac{x-2}{2}=\frac{y+3}{1}=\frac{z}{-1}$. Phương trình tham số của đường thẳng (d) là

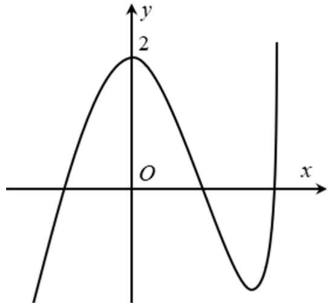
A. $\begin{cases}x=1-2t\\y=-2+t\\z=2-t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2+t\\y=1-2t\\z=-1+2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=-2-t\\z=2+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=-2+t\\z=2-t\end{cases}$.

Câu 18: Thể tích của khối cầu có bán kính R được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $4\pi R^3$. **B.** $\frac{4}{3}\pi R^3$. **C.** $4\pi R^2$. **D.** $\frac{4}{3}\pi R^2$.

Note

Câu 19: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình dưới?



A. $y=-x^3+3x-1$. **B.** $y=2x^4-4x^2+2$.

C. $y=x^3-3x^2+2$. **D.** $y=-2x^4+4x^2-1$.

Câu 20: Nghiệm của phương trình $3^{2x}=5$ là

A. $\dfrac{\log_5 3}{2}$. **B.** $\dfrac{\log_3 5}{2}$. **C.** $\dfrac{125}{2}$. **D.** $2\log_5 3$.

Câu 21: Nếu $\int_0^6 f(x)dx=3$ thì $\int_0^6 [x+f(x)]dx$ bằng

A. 6. **B.** 39. **C.** 21. **D.** 9.

Câu 22: Cho hai số phức $z=-5i$ và $w=-7+3i$. Số phức $z+w$ bằng

A. -9. **B.** $15+35i$. **C.** $7-8i$. **D.** $-7-2i$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oyz)?

A. $\vec{n}_1=(0;1;1)$. **B.** $\vec{n}_2=(1;0;0)$. **C.** $\vec{n}_3=(1;1;1)$. **D.** $\vec{n}_4=(1;2;3)$.

Câu 24: Cho hàm số $f(x)=7^x-1$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{7^x}{\ln 7}+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{7^{x-2}}{x-2}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=7^x.\ln 7-x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{7^x}{\ln 7}-x+C$.

Câu 25: Cho khối chóp có diện tích đáy $B=7a^2$, chiều cao $h=2a$. Thể tích khối chóp bằng

A. $\dfrac{14a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{7a^3}{3}$. **C.** $7a^3$. **D.** $14a^3$.

Câu 26: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến như hình vẽ bên dưới.

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	1	↗	3	↘	1	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;3)$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 27: Đạo hàm của hàm số $y=4^x$ bằng

A. $y'=4^x$. **B.** $y'=4^x\ln 4$. **C.** $y'=8^x\ln 2$. **D.** $y'=4^{x+1}\ln 2$.

Note

Câu 28: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{1}{\sin^2 x}$ với $x\neq k\pi\,(k\in\mathbb{Z})$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\tan x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\cot x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\cot x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{\sin x}+C$.

Câu 29: Cho $\int_0^1 f(x)dx=1$. Giá trị của tích phân $\int_0^1\left[2x+f(x)\right]dx$ bằng

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 30: Một lớp học có 20 học sinh nam và 10 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên ra 4 bạn để đi dự đại hội. Xác suất để số học sinh nam bằng số học sinh nữ là

A. $\dfrac{190}{609}$. **B.** $\dfrac{8}{15}$. **C.** $\dfrac{3}{10}$. **D.** $\dfrac{419}{609}$.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;-1;2)$, $B(0;1;3)$ và $C(-1;1;1)$. Đường thẳng đi qua C và song song với đường thẳng AB có phương trình là:

A. $\dfrac{x+3}{-1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-1}{1}$. **B.** $\dfrac{x-3}{-1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z+1}{1}$.

C. $\dfrac{x-1}{-3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z+1}{1}$. **D.** $\dfrac{x+1}{-3}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{1}$.

Câu 32: Với mọi a, b dương khác 1, thỏa mãn $1-\log_2 a^3=\dfrac{1}{\log_b 4}$, khẳng định nào dưới đây đúng.

A. $a^6b=4$. **B.** $a^6+b=4$. **C.** $a^3\sqrt{b}=\dfrac{1}{2}$. **D.** $a^3\sqrt{b}=1$.

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=a\sqrt{3}$. Biết diện tích tam giác SAB là $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) là bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{10}}{3}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{10}}{5}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$.

Câu 34: Cho số phức z thoả mãn $iz=2022+2023i$. Số phức liên hợp của z là

A. $\bar{z}=2022-2021i$. **B.** $\bar{z}=-2022-2021i$. **C.** $\bar{z}=2023+2022i$. **D.** $\bar{z}=-2022+2021i$.

Câu 35: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau. M là trung điểm của BC. Góc giữa hai đường thẳng AM và $B'C$ bằng

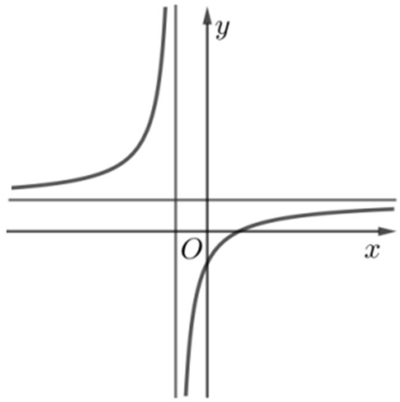
A. 60^0. **B.** 30^0. **C.** 90^0. **D.** 45^0.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(1;3;-2)$ và $(P): x-2y+4z+1=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

A. $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+3}{-2}=\dfrac{z+2}{4}$. **B.** $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-5}{-2}=\dfrac{z+6}{4}$.

C. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+2}{4}$. **D.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z-2}{4}$.

Câu 37: Hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



A. $ad>0, ab<0$. **B.** $bd>0,\ ad>0$.
C. $bd<0,\ ab>0$. **D.** $ad<0,\ ab<0$.

Câu 38: Cho hàm số $y=\dfrac{2x+m}{x+1}$. Biết $\min\limits_{[0;2]} y+3\max\limits_{[0;2]} y=10$. Chọn khẳng định đúng

A. $m\in(1;3)$. **B.** $m\in[3;5)$. **C.** $m\in(5;7)$. **D.** $m\in[7;9)$.

Câu 39: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-2		-1		3		5		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-2	↗	1	↘	0	↗	3	↘	$-\infty$

Tìm số điểm cực trị của hàm số $g(x)=f(|x-4|)+2$.

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 40: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn các điều kiện $f(0)=-2$ và $(x^2+1)f'(x)+xf(x)=-x$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Tính tích phân $I=\int\limits_0^{\sqrt{3}} xf(x)\,\mathrm{d}x$.

A. $I=-\dfrac{4}{3}$. **B.** $I=-\dfrac{1}{2}$. **C.** $I=-\dfrac{3}{2}$. **D.** $I=-\dfrac{5}{2}$.

Câu 41: Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho ứng với mỗi y đều có nhưng không quá 5 số nguyên x thỏa mãn $(2^x-y)(2^x-2^{10}y)\sqrt{11-x}<0$?

A. 992. **B.** 961. **C.** 481. **D.** 1921.

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{-1}$ và mặt phẳng (P): $x-y+z-1=0$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) là đường thẳng có phương trình

A. $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z+2}{1}$. **B.** $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+3}{-2}=\dfrac{z+2}{1}$.
C. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z}{1}$. **D.** $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$.

Note

Note

Câu 43: Trên tập hợp các số phức, gọi S là tổng các giá trị thực của m để phương trình $mz^2+2(m+1)z-m+6=0$ có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0|=1$. Tính S.

A. 3. **B.** -4. **C.** 1. **D.** -2.

Câu 44: Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=2a$, $BC=3a$. Góc giữa hai mặt phẳng $(A'B'CD)$ và $(ABCD)$ bằng $45°$. Thể tích khối hộp chữ nhật bằng

A. $12a^3$. **B.** $18\sqrt{2}a^3$. **C.** $18a^3$. **D.** $6\sqrt{13}a^3$.

Câu 45: Biết hàm số $F(x)=\frac{x^5}{20}-\frac{x^4}{12}-\frac{2}{3}x^3+2x^2+7x$ là nguyên hàm của hàm số $y=f(x)$. Gọi $y=g(x)$ là hàm số bậc hai có đồ thị đi qua ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=f(x)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=f(x)$ và $y=g(x)$ bằng

A. $\frac{3479}{1073}$. **B.** $\frac{1219}{126}$. **C.** $\frac{378}{5}$. **D.** $\frac{3778}{1215}$.

Câu 46: Cho hình trụ có diện tích toàn phần bằng 9π và có thiết diện cắt bởi mặt phẳng qua trục là một hình vuông. Thể tích khối trụ đã cho là

A. $3\pi\sqrt{6}$. **B.** $\frac{3\pi\sqrt{6}}{2}$. **C.** $\frac{3\pi\sqrt{6}}{4}$. **D.** $\frac{2\pi\sqrt{6}}{3}$.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-3;-4)$ và $B(-2;1;1)$. Với M là điểm trên đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z+1}{-1}$, xét N là một điểm di động trên mặt cầu có tâm M với bán kính bằng 2. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=AM+BN$ thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $(1;3)$. **B.** $(3;5)$. **C.** $(5;7)$. **D.** $(7;9)$.

Câu 48: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, điểm $M(x;y)$ biểu diễn nghiệm của bất phương trình $\log_3(9x+18)+x=y+3^y$. Có bao nhiêu điểm M có tọa độ nguyên thuộc hình tròn tâm O bán kính $R=7$?

A. 7. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 49.

Câu 49: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)^2(x-2), \forall x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x)=f\left(x^3-3x^2+m\right)$ có đúng 8 cực trị?

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 50: Xét các số phức $z=a+bi, (a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $|z-2+3i|=4$ và $|z+1-4i|+|z-9|$ đạt giá trị lớn nhất. Khi đó $5a-2b$ bằng

A. 4. **B.** 8. **C.** 16. **D.** 12.

------------------------Hết-----------------------

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT - SỐ 15

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

HƯỚNG DẪN CHI TIẾT

Câu 1. Thể tích khối hộp chữ nhật có 3 kích thước là a; $2a$; $3a$ bằng

A. a^3. **B.** $6a^2$. **C.** $2a^3$. **D.** $6a^3$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích khối hộp chữ nhật có 3 kích thước là a; $2a$; $3a$ bằng $a.2a.3a = 6a^3$.

Câu 2. Nếu $\int_0^{\pi} f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{2}$ thì $\int_0^{\pi} 3f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{7}{2}$. **B.** 3. **C.** $\frac{3}{2}$. **D.** $\frac{3\pi}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int_0^{\pi} 3f(x)\mathrm{d}x = 3\int_0^{\pi} f(x)\mathrm{d}x = 3.\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1;-4;2)$ và điểm $M(1;2;2)$ thuộc mặt cầu. Phương trình của (S) là

A. $(x+1)^2+(y+4)^2+(z-2)^2=\sqrt{40}$. **B.** $(x+1)^2+(y+4)^2+(z-2)^2=40$.

C. $(x-1)^2+(y-4)^2+(z+2)^2=10$. **D.** $(x-1)^2+(y-4)^2+(z+2)^2=40$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(-1;-4;2)$ và bán kính bằng $IM=\sqrt{2^2+6^2+0^2}=\sqrt{40}$ là $(x+1)^2+(y+4)^2+(z-2)^2=40$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-3;5)$. Tọa độ của véc-tơ $\overrightarrow{OA}$ là

A. $(2;-3;-5)$. **B.** $(-2;3;5)$. **C.** $(2;-3;5)$. **D.** $(-2;-3;5)$.

Lời giải

Chọn C

Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-3;5)$. Tọa độ của véc-tơ $\overrightarrow{OA}$ là $(2;-3;5)$.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-3	↗	5	↘	$-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. -3. **B.** -1. **C.** 5. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên ta suy ra giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng 5.

Câu 6. Cho khối trụ có bán kính đáy $r=3$ và chiều cao $h=6$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 54π. **B.** 18π. **C.** 36π. **D.** 108π.

Lời giải

Chọn A

Thể tích của khối trụ là $V=\pi.r^2.h=\pi.9.6=54\pi$.

Câu 7. Cho $a>0$ và $a\neq 1$, khi đó $\log_{a^2}\sqrt[4]{a^3}$ bằng

A. $-\frac{3}{8}$. **B.** $\frac{3}{4}$. **C.** $\frac{3}{8}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log_{a^2}\sqrt[4]{a^3}=\frac{1}{2}.\log_a a^{\frac{3}{4}}=\frac{1}{2}.\frac{3}{4}.\log_a a=\frac{3}{8}$.

Câu 8. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_2=6$ và $u_5=162$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. 3. **B.** -3. **C.** 2. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\begin{cases} u_5=u_1.q^4 \\ u_2=u_1.q \end{cases}$. Do đó: $u_5=u_2.q^3\Rightarrow q^3=\frac{u_5}{u_2}=\frac{162}{6}=27\Rightarrow q=3$.

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		-1		0		4		6		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ nên hàm số không bị gián đoạn tại $x=0$.

Theo bảng xét dấu của đạo hàm, đạo hàm đổi dấu 4 lần trên trục số nên hàm đã cho có 4 điểm cực trị.

Câu 10. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^x<2$ là

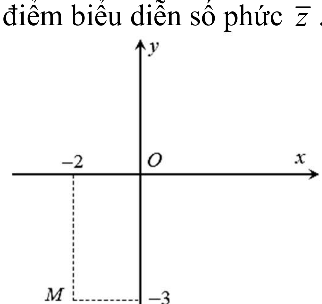
A. $\left(\log_2\frac{1}{3};+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;\log_2\frac{1}{3}\right)$. **C.** $\left(-\infty;\log_{\frac{1}{3}}2\right)$. **D.** $\left(\log_{\frac{1}{3}}2;+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\left(\frac{1}{3}\right)^x<2\Leftrightarrow x>\log_{\frac{1}{3}}2$. Vậy tập nghiệm $S=\left(\log_{\frac{1}{3}}2;+\infty\right)$.

Câu 11. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm M là điểm biểu diễn số phức $\overline{z}$. Số phức z bằng



A. $z=-2-3i$. **B.** $z=2-3i$. **C.** $z=2+3i$. **D.** $z=-2+3i$.

Lời giải

Chọn D

Từ hình vẽ ta có $\overline{z} = -2 - 3i \Rightarrow z = -2 + 3i$.

Câu 12. Phần ảo của số phức $z = 2 - 7i$ bằng:

A. -7. **B.** $-7i$. **C.** 2. **D.** 7.

Lời giải

Chọn A

Phần ảo của số phức $z = 2 - 7i$ là -7.

Câu 13. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-2}{x+3}$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng

A. $x = 0$. **B.** $y = 2$. **C.** $x = -3$. **D.** $x = 2$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm: $\dfrac{x-2}{x+3} = 0 \Leftrightarrow x = 2$.

Vậy đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-2}{x+3}$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng $x = 2$.

Câu 14. Tập xác định của hàm số $(x-2)^{\sqrt{7}}$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. **C.** $[2;+\infty)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số xác định khi và chỉ khi $x - 2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$.

Vậy tập xác định của hàm số là $(2;+\infty)$.

Câu 15. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{-x+3}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x = -1$. **B.** $y = 1$. **C.** $x = 1$. **D.** $y = -1$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Do $\lim\limits_{x \to \pm\infty} y = -1$ nên đường thẳng $y = -1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 16. Với n là số nguyên dương bất kỳ, $n \geq 7$ công thức nào dưới đây đúng?

A. $C_n^7 = \dfrac{n!}{7!(n-7)!}$. **B.** $C_n^7 = \dfrac{n!}{(n-7)!}$. **C.** $C_n^7 = \dfrac{(n-7)!}{n!}$. **D.** $C_n^7 = \dfrac{7!}{(n-7)!}$.

Lời giải

Chọn A

Với n là số nguyên dương bất kỳ, $n \geq 7$, ta có: $C_n^7 = \dfrac{n!}{7!(n-7)!}$

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng (d) đi qua điểm $M(1;-2;2)$ và song song với đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y+3}{1} = \dfrac{z}{-1}$. Phương trình tham số của đường thẳng (d) là

A. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -2 + t \\ z = 2 - t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = 2 + t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + t \\ z = 2 - t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng (d) đi qua điểm $M(1;-2;2)$ và song song với đường thẳng Δ nên (d) có véc tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2;1;-1)$.

Phương trình tham số của đường thẳng $(d):\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2+t \\ z=2-t \end{cases}$.

Câu 18. Thể tích của khối cầu có bán kính R được tính theo công thức nào dưới đây?

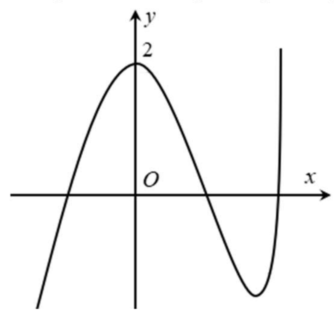
A. $4\pi R^3$. **B.** $\frac{4}{3}\pi R^3$. **C.** $4\pi R^2$. **D.** $\frac{4}{3}\pi R^2$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích của khối cầu có bán kính R được tính theo công thức $\frac{4}{3}\pi R^3$.

Câu 19. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình dưới?



A. $y=-x^3+3x-1$. **B.** $y=2x^4-4x^2+2$. **C.** $y=x^3-3x^2+2$. **D.** $y=-2x^4+4x^2-1$.

Lời giải

Chọn C

Ta thấy đồ thị có dạng của hàm bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d$ với $a>0$.

Câu 20. Nghiệm của phương trình $3^{2x}=5$ là

A. $\frac{\log_5 3}{2}$. **B.** $\frac{\log_3 5}{2}$. **C.** $\frac{125}{2}$. **D.** $2\log_5 3$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $3^{2x}=5 \Leftrightarrow 2x=\log_3 5 \Leftrightarrow x=\frac{\log_3 5}{2}$.

Câu 21. Nếu $\int_0^6 f(x)dx=3$ thì $\int_0^6 [x+f(x)]dx$ bằng

A. 6. **B.** 39. **C.** 21. **D.** 9.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int_0^6 [x+f(x)]dx=\int_0^6 xdx+\int_0^6 f(x)dx=\left.\frac{x^2}{2}\right|_0^6+3=21$.

Câu 22. Cho hai số phức $z=-5i$ và $w=-7+3i$. Số phức $z+w$ bằng

A. -9. **B.** $15+35i$. **C.** $7-8i$. **D.** $-7-2i$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $z+w=(-5i)+(-7+3i)=-7-2i$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oyz)?

A. $\vec{n}_1=(0;1;1)$. **B.** $\vec{n}_2=(1;0;0)$. **C.** $\vec{n}_3=(1;1;1)$. **D.** $\vec{n}_4=(1;2;3)$.

Lời giải

Chọn B

Từ phương trình mặt phẳng $(Oyz): x = 0$, suy ra mặt phẳng (Oyz) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_2 = (1;0;0)$.

Câu 24. Cho hàm số $f(x) = 7^x - 1$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = \dfrac{7^x}{\ln 7} + C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x = \dfrac{7^{x-2}}{x-2} + C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = 7^x.\ln 7 - x + C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = \dfrac{7^x}{\ln 7} - x + C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x = \int (7^x - 1)\mathrm{d}x = \dfrac{7^x}{\ln 7} - x + C$.

Câu 25. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 7a^2$, chiều cao $h = 2a$. Thể tích khối chóp bằng

A. $\dfrac{14a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{7a^3}{3}$. **C.** $7a^3$. **D.** $14a^3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $V = \dfrac{1}{3}B.h = \dfrac{1}{3}7a^2.2a = \dfrac{14a^3}{3}$.

Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến như hình vẽ bên dưới.

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;3)$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2;0)$.

Câu 27. Đạo hàm của hàm số $y = 4^x$ bằng

A. $y' = 4^x$. **B.** $y' = 4^x \ln 4$. **C.** $y' = 8^x \ln 2$. **D.** $y' = 4^{x+1} \ln 2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y' = (4^x)' = 4^x \ln 4$.

Câu 28. Cho hàm số $f(x) = \dfrac{1}{\sin^2 x}$ với $x \neq k\pi\, (k \in \mathbb{Z})$. Khẳng định nào dưới dây là đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = \tan x + C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x = \cot x + C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = -\cot x + C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = -\dfrac{1}{\sin x} + C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x = \int \dfrac{1}{\sin^2 x}dx = -\cot x + C$.

Câu 29. Cho $\int_0^1 f(x)\,dx = 1$. Giá trị của tích phân $\int_0^1 [2x + f(x)]\,dx$ bằng

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int\limits_0^1 [2x + f(x)]\mathrm{d}x = \int\limits_0^1 2x\mathrm{d}x + \int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x = x^2\Big|_0^1 + 1 = 2$.

Câu 30. Một lớp học có 20 học sinh nam và 10 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên ra 4 bạn để đi dự đại hội. Xác suất để số học sinh nam bằng số học sinh nữ là

A. $\frac{190}{609}$. **B.** $\frac{8}{15}$. **C.** $\frac{3}{10}$. **D.** $\frac{419}{609}$.

Lời giải

Chọn A

Không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{30}^4$.

Gọi A là biến cố chọn được 4 học sinh mà số học sinh nam bằng số học sinh nữ, số kết quả thuận lợi của A là: $n(A) = C_{20}^2.C_{10}^2$.

Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_{20}^2.C_{10}^2}{C_{30}^4} = \frac{190}{609}$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;-1;2)$, $B(0;1;3)$ và $C(-1;1;1)$. Đường thẳng đi qua C và song song với đường thẳng AB có phương trình là:

A. $\frac{x+3}{-1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{1}$. **B.** $\frac{x-3}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{1}$.

C. $\frac{x-1}{-3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+1}{1}$. **D.** $\frac{x+1}{-3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{1}$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng đi qua $C(-1;1;1)$ và song song với đường thẳng AB thì nhận vectơ $\overrightarrow{AB} = (-3;2;1)$ làm vectơ chỉ phương.

Phương trình đường thẳng cần tìm là: $\frac{x+1}{-3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{1}$.

Câu 32. Với mọi a, b dương khác 1, thỏa mãn $1 - \log_2 a^3 = \frac{1}{\log_b 4}$, khẳng định nào dưới đây đúng.

A. $a^6 b = 4$. **B.** $a^6 + b = 4$. **C.** $a^3\sqrt{b} = \frac{1}{2}$. **D.** $a^3\sqrt{b} = 1$.

Lời giải

Chọn A

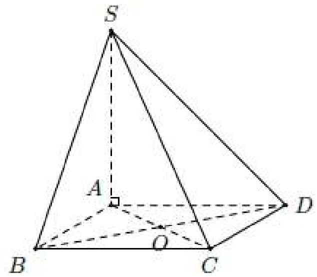
Ta có $1 - \log_2 a^3 = \frac{1}{\log_b 4} \Leftrightarrow 1 - \log_2 a^3 = \frac{1}{2}\log_2 b \Leftrightarrow 2 = \log_2 b + \log_2 a^6 \Leftrightarrow a^6 b = 4$.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Biết diện tích tam giác SAB là $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) là bằng

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{10}}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{10}}{5}$. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp AB$ hay ΔSAB vuông tại A.

Suy ra $S_{\Delta SAB} = \frac{1}{2}.SA.AB = \frac{1}{2}.a\sqrt{3}.AB = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AB = a$.

Vậy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$.

Ta có $\begin{cases} SA \perp BD \\ AC \perp BD \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC)$. Khi đó $d(B,(SAC)) = BO = \frac{1}{2}BD = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Câu 34. Cho số phức z thoả mãn $iz = 2022 + 2023i$. Số phức liên hợp của z là

A. $\bar{z} = 2022 - 2021i$. **B.** $\bar{z} = -2022 - 2021i$. **C.** $\bar{z} = 2023 + 2022i$. **D.** $\bar{z} = -2022 + 2021i$.

Lời giải

Chọn C

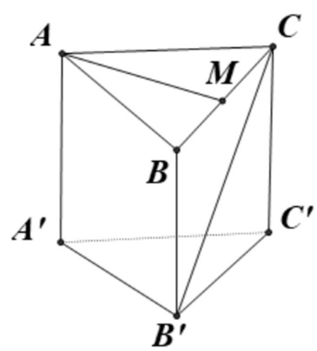
Ta có: $iz = 2022 + 2023i \Leftrightarrow z = \frac{2022 + 2023i}{i} = 2023 - 2022i \Rightarrow \bar{z} = 2023 + 2022i$.

Câu 35. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau. M là trung điểm của BC. Góc giữa hai đường thẳng AM và $B'C$ bằng

A. 60^0. **B.** 30^0. **C.** 90^0. **D.** 45^0.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $AM \perp BC$ (do ΔABC đều) và $AM \perp BB'$. Do đó $AM \perp (BB'C'C)$

Suy ra: $\widehat{(AM, B'C)} = 90^0$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(1;3;-2)$ và $(P): x - 2y + 4z + 1 = 0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z+2}{4}$. **B.** $\frac{x}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z+6}{4}$.

C. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+2}{4}$. **D.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-2}{4}$.

Lời giải

Chọn B

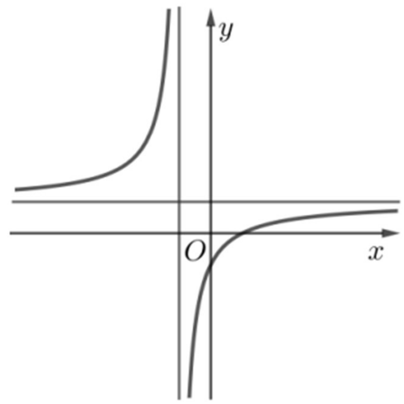
Gọi Δ là đường thẳng cần tìm. Vì $\Delta \perp (P)$ nên Δ có vtcp $\overrightarrow{u_\Delta} = \overrightarrow{n_{(P)}} = (1;-2;4)$

Phương trình tham số đường thẳng Δ là: $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 - 2t \\ z = -2 + 4t \end{cases} \left(t \in \mathbb{R}\right)$.

Chọn $t = -1$ ta được $N\left(0;5;-6\right) \in \Delta$.

Vậy phương trình chính tắc của đường thẳng Δ là: $\dfrac{x}{1} = \dfrac{y-5}{-2} = \dfrac{z+6}{4}$.

Câu 37. Hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



A. $ad > 0, ab < 0$. **B.** $bd > 0,\ ad > 0$. **C.** $bd < 0,\ ab > 0$. **D.** $ad < 0,\ ab < 0$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị hàm số, suy ra:

Đồ thị hàm số có TCĐ và TCN là: $x = -\dfrac{d}{c}, y = \dfrac{a}{c} \Rightarrow \begin{cases} -\dfrac{d}{c} < 0 \\ \dfrac{a}{c} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} cd > 0 \\ ac > 0 \end{cases} \Rightarrow ad > 0$.

Đồ thị hàm số đi qua các điểm có tọa độ $\left(0;\dfrac{b}{d}\right),\left(-\dfrac{b}{a};0\right) \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{b}{d} < 0 \\ -\dfrac{b}{a} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} bd < 0 \\ ab < 0 \end{cases}$.

Câu 38. Cho hàm số $y = \dfrac{2x+m}{x+1}$. Biết $\min\limits_{[0;2]} y + 3\max\limits_{[0;2]} y = 10$. Chọn khẳng định đúng

A. $m \in \left(1;3\right)$. **B.** $m \in \left[3;5\right)$. **C.** $m \in \left(5;7\right)$. **D.** $m \in \left[7;9\right)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = \dfrac{2-m}{\left(x+1\right)^2}$

Trường hợp 1: Nếu $2 - m > 0 \Leftrightarrow m < 2$ thì $\min\limits_{[0;2]} y = f\left(0\right) = m; \max\limits_{[0;2]} y = f\left(2\right) = \dfrac{m+4}{3}$

Khi đó $\min\limits_{[0;2]} y + 3\max\limits_{[0;2]} y = 10 \Leftrightarrow m + m + 4 = 10 \Leftrightarrow m = 3$ (loại)

Trường hợp 2: Nếu $2 - m < 0 \Leftrightarrow m > 2$ thì $\max\limits_{[0;2]} y = f\left(0\right) = m; \min\limits_{[0;2]} y = f\left(2\right) = \dfrac{m+4}{3}$

Khi đó $\min\limits_{[0;2]} y + 3\max\limits_{[0;2]} y = 10 \Leftrightarrow 3m + \dfrac{m+4}{3} = 10 \Leftrightarrow m = 2,6$ (tm). Vậy $m = 2,6 \in \left(1;3\right)$.

Câu 39. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-2		-1		3		5		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-2	↗	1	↘	0	↗	3	↘	$-\infty$

Tìm số điểm cực trị của hàm số $g\left(x\right)=f\left(\left|x-4\right|\right)+2$.

A. 3. **B.** 4. **<u>C</u>.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

Ta có $g'\left(x\right)=\left[f\left(\left|x-4\right|\right)\right]'=\left(\left|x-4\right|\right)'.f'\left(\left|x-4\right|\right)=\dfrac{x-4}{\left|x-4\right|}f'\left(\left|x-4\right|\right)$.

$g'\left(x\right)$ không xác định tại điểm $x=4$.

$$g'\left(x\right)=0\Leftrightarrow f'\left(\left|x-4\right|\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left|x-4\right|=-2\\\left|x-4\right|=-1\\\left|x-4\right|=3\\\left|x-4\right|=5\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=9\\x=-1\\x=7\\x=1\end{array}\right..$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		4		7		9		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$		↗		↘		↗		↘		↗		↘	

Do đó hàm số $y=g\left(x\right)$ có 5 điểm cực trị.

Câu 40. Cho hàm số $f\left(x\right)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn các điều kiện $f\left(0\right)=-2$ và $\left(x^2+1\right)f'\left(x\right)+xf\left(x\right)=-x$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Tính tích phân $I=\int\limits_0^{\sqrt{3}}xf\left(x\right)\mathrm{d}x$.

A. $I=-\dfrac{4}{3}$. **B.** $I=-\dfrac{1}{2}$. **C.** $I=-\dfrac{3}{2}$. **<u>D</u>.** $I=-\dfrac{5}{2}$.

Chọn D

Ta có: $\left(x^2+1\right)f'\left(x\right)+xf\left(x\right)=-x\Leftrightarrow\sqrt{x^2+1}.f'\left(x\right)+\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}.f\left(x\right)=-\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$

$\Leftrightarrow\left[\sqrt{x^2+1}.f\left(x\right)\right]'=\left(-\sqrt{x^2+1}\right)'\Leftrightarrow\sqrt{x^2+1}.f\left(x\right)=-\sqrt{x^2+1}+C\Leftrightarrow f\left(x\right)=-1+\dfrac{C}{\sqrt{x^2+1}}$.

Vì $f\left(0\right)=-2$ nên $-2=-1+\dfrac{C}{\sqrt{0^2+1}}\Rightarrow C=-1$. Do đó $f\left(x\right)=-1-\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}$.

Khi đó: $I=\int\limits_0^{\sqrt{3}}xf\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\limits_0^{\sqrt{3}}\left[-x-\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}\right]\mathrm{d}x=\left[-\dfrac{1}{2}x^2-\sqrt{x^2+1}\right]\Bigg|_0^{\sqrt{3}}=\left(-\dfrac{3}{2}-\sqrt{3+1}\right)-\left(-0-1\right)$

$=-\dfrac{5}{2}$

Câu 41. Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho ứng với mỗi y đều có nhưng không quá 5 số nguyên x thỏa mãn $\left(2^x-y\right)\left(2^x-2^{10}y\right)\sqrt{11-x}<0$?

<u>A</u>. 992. **B.** 961. **C.** 481. **D.** 1921.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định : $11-x\ge 0\Leftrightarrow x\le 11$.

Theo giả thiết ta có: $\left(2^x-y\right)\left(2^x-2^{10}y\right)\sqrt{11-x}<0$

$\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{11-x}>0\\ \left(2^x-y\right)\left(2^x-2^{10}y\right)<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x<11\\ y<2^x<2^{10}y\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x<11\\ \log_2 y<x<10+\log_2 y\end{cases}$ (do $y\in\mathbb{N}^*$).

Yêu cầu bài toán được thỏa mãn khi và chỉ khi $5\le\log_2 y<10\Leftrightarrow 2^5\le y<2^{10}$.

Do $y\in\mathbb{N}^*$, nên số giá trị nguyên dương y thỏa mãn yêu cầu bài toán là 992.

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d: $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{-1}$ và mặt phẳng (P): $x-y+z-1=0$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) là đường thẳng có phương trình

A. $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z+2}{1}$. **B.** $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+3}{-2}=\dfrac{z+2}{1}$. **C.** $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z}{1}$. **D.** $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$.

Lời giải

Chọn C

Cách 1.

Phương trình tham số đường thẳng $d:\begin{cases}x=1-t\\ y=2+2t\\ z=-1-t\end{cases},t\in\mathbb{R}$.

Gọi $A=d\cap(P)$. Ta có $\begin{cases}x_A=1-t\\ y_A=2+2t\\ z_A=-1-t\\ x_A-y_A+z_A-1=0\end{cases}\Rightarrow t=-\dfrac{3}{4}$.

Suy ra $A\left(\dfrac{7}{4};\dfrac{1}{2};-\dfrac{1}{4}\right)$. Lấy điểm $B(1;2;-1)\in d$.

Gọi d' là đường thẳng đi qua điểm B và vuông góc với mặt phẳng (P).

Khi đó, d' có một vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_{d'}}=\overrightarrow{n_{(P)}}=(1;-1;1)$, nên phương trình tham số d' có dạng

$d':\begin{cases}x=1+s\\ y=2-s\\ z=-1+s\end{cases},s\in\mathbb{R}$.

Gọi điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm B trên mặt phẳng (P).

Khi đó $H=d'\cap(P)\Rightarrow\begin{cases}x_H=1+s\\ y_H=2-s\\ z_H=-1+s\\ x_H-y_H+z_H-1=0\end{cases}\Rightarrow s=1$. Suy ra $H(2;1;0)$. Ta có $\overrightarrow{AH}=\left(\dfrac{1}{4};\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{4}\right)$.

Đường thẳng cần tìm là đường thẳng đi qua hai điểm A và H, có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=4\overrightarrow{AH}=(1;2;1)$ và đi qua $H(2;1;0)$ nên có phương trình là $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z}{1}$.

Cách 2.

Mặt phẳng (Q) chứa d và vuông góc với mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_{(Q)}}=\left[\overrightarrow{u_d},\overrightarrow{n_{(P)}}\right]=(1;0;-1)$. Lấy điểm $A(1;2;-1)\in d$.

Phương trình mặt phẳng (Q) đi qua điểm $A(1;2;-1)$ và nhận $\overrightarrow{n_{(Q)}}=(1;0;-1)$ làm vectơ pháp tuyến có dạng (Q): $x-z-2=0$.

Gọi $d'=(P)\cap(Q)$. Khi đó d' là hình chiếu vuông góc của d trên (P).

Từ $\begin{cases}x-y+z-1=0\\x-z-2=0\end{cases}$, ta chọn $z=t$ ta được $\begin{cases}x=2+t\\y=1+2t\\z=t\end{cases}$, với $t\in\mathbb{R}$.

Hay phương trình chính tắc đường thẳng cần tìm (d') là $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z}{1}$.

Câu 43. Trên tập hợp các số phức, gọi S là tổng các giá trị thực của m để phương trình $mz^2+2(m+1)z-m+6=0$ có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0|=1$. Tính S.

A. 3. **B.** -4. **C.** 1. **D.** -2.

Lời giải

Chọn D

Xét phương trình $mz^2+2(m+1)z-m+6=0$.

Trường hợp 1: $m=0\Rightarrow$ Phương trình đã cho có dạng $2z+6=0\Leftrightarrow z=-3\Rightarrow|z|=3$ không thõa mãn.

Trường hợp 2: $m\neq0$

Ta có $\Delta'=(m+1)^2-m(-m+6)=2m^2-4m+1$.

Nếu: $\Delta'\geq0\Leftrightarrow 2m^2-4m+1\geq0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\leq\dfrac{2-\sqrt{2}}{2}\\m\geq\dfrac{2+\sqrt{2}}{2}\end{array}\right.$ thì phương trình đã cho có hai nghiệm thực $\Rightarrow$ z_0 là số thực. Theo bài ra, ta có $|z_0|=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z_0=1\\z_0=-1\end{array}\right.$.

Với $z_0=1$, ta có $m+2m+2-m+6=0\Leftrightarrow m=-4$ (thỏa mãn).

Với $z_0=-1$, ta có $m-2m-2-m+6=0\Leftrightarrow m=2$ (thỏa mãn).

Nếu: $\Delta'<0\Leftrightarrow 2m^2-4m+1<0\Leftrightarrow\dfrac{2-\sqrt{2}}{2}<m<\dfrac{2+\sqrt{2}}{2}$, thì phương trình đã cho có hai nghiệm phức.

z_0 là nghiệm của phương trình đã cho $\Rightarrow\overline{z_0}$ cũng là nghiệm của phương trình đã cho.

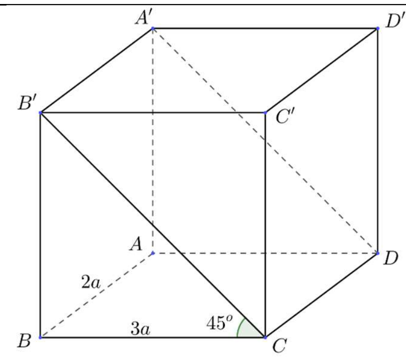
Áp dụng hệ thức viét, ta có $z_0.\overline{z_0}=\dfrac{-m+6}{m}$ mà $z_0.\overline{z_0}=|z_0|^2=1\Rightarrow\dfrac{-m+6}{m}=1\Leftrightarrow m=3$ (không thõa mãn). Vậy $m=-4;m=2\Rightarrow S=-2$.

Câu 44. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=2a$, $BC=3a$. Góc giữa hai mặt phẳng $(A'B'CD)$ và $(ABCD)$ bằng $45°$. Thể tích khối hộp chữ nhật bằng

A. $12a^3$. **B.** $18\sqrt{2}a^3$. **C.** $18a^3$. **D.** $6\sqrt{13}a^3$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $S_{ABCD} = AB.BC = 2a.3a = 6a^2$.

Lại có $\begin{cases} (A'B'CD) \cap (ABCD) = CD \\ B'C \perp CD \\ BC \perp CD \end{cases}$, suy ra $\widehat{((A'B'CD),(ABCD))} = \widehat{B'CB} = 45°$.

Tam giác $B'CB$ vuông tại B và $\widehat{B'CB} = 45°$ nên $\Delta B'CB$ vuông cân tại $B \Rightarrow BC = B'B = 3a$.

Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABCD}.BB' = 6a^2.3a = 18a^3$.

Câu 45. Biết hàm số $F(x) = \frac{x^5}{20} - \frac{x^4}{12} - \frac{2}{3}x^3 + 2x^2 + 7x$ là nguyên hàm của hàm số $y = f(x)$. Gọi $y = g(x)$ là hàm số bậc hai có đồ thị đi qua ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = f(x)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = f(x)$ và $y = g(x)$ bằng

A. $\frac{3479}{1073}$. **B.** $\frac{1219}{126}$. **C.** $\frac{378}{5}$. **D.** $\frac{3778}{1215}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f(x) = F'(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 4x + 7$.

$f'(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 - x^2 - 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2 \Rightarrow y = -\frac{7}{3}; A\left(-2; -\frac{7}{3}\right) \\ x = 2 \Rightarrow y = \frac{25}{13}; B\left(2; \frac{25}{13}\right) \\ x = 1 \Rightarrow y = \frac{107}{12}; C\left(1; \frac{107}{12}\right) \end{array}\right.$$

Gọi $y = g(x) = ax^2 + bx + c$ là đồ thị đi qua ba điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$. Ta có:

$$\begin{cases} g(1) = \frac{107}{12} \\ g(2) = \frac{25}{13} \\ g(-2) = -\frac{7}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b + c = \frac{107}{12} \\ 4a + 2b + c = \frac{25}{3} \\ 4a - 2b + c = -\frac{7}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{13}{12} \\ b = \frac{8}{3} \\ c = \frac{22}{3} \end{cases}.$$

Vậy $g(x) = -\frac{13}{12}x^2 + \frac{8}{3}x + \frac{22}{3}$. Phương trình hoành độ giao điểm của $f(x)$ và $g(x)$ là:

$$\Leftrightarrow \frac{x^4}{4}-\frac{x^3}{3}-\frac{11}{12}x^2+\frac{4}{3}x-\frac{1}{3}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=1 \\ x=\frac{1}{3} \\ x=-2 \end{array}\right..$$

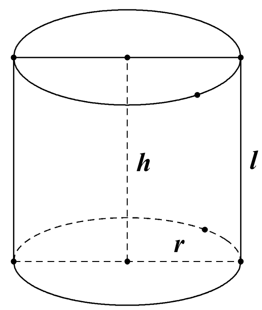
Diện tích: $S=\int_{-2}^{2}\left|\frac{x^4}{4}-\frac{x^3}{3}-\frac{11}{12}x^2+\frac{4}{3}x-\frac{1}{3}\right|dx=\frac{3778}{1215}$.

Câu 46. Cho hình trụ có diện tích toàn phần bằng 9π và có thiết diện cắt bởi mặt phẳng qua trục là một hình vuông. Thể tích khối trụ đã cho là

A. $3\pi\sqrt{6}$. **B.** $\frac{3\pi\sqrt{6}}{2}$. **C.** $\frac{3\pi\sqrt{6}}{4}$. **D.** $\frac{2\pi\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi r là bán kính đáy của hình trụ.

Vì hình trụ có thiết diện cắt bởi mặt phẳng qua trục là một hình vuông nên hình trụ đó có chiều cao $h=l=2r$.

Diện tích toàn phần của hình trụ là $S_{tp}=2\pi r^2+2\pi rl=2\pi r^2+4\pi r^2=6\pi r^2$.

Theo bài ra, ta có $6\pi r^2=9\pi \Leftrightarrow r=\frac{\sqrt{6}}{2}$.

Do đó thể tích khối trụ là $V=\pi r^2h=2\pi r^3=2\pi\left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right)^3=\frac{3\pi\sqrt{6}}{2}$.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-3;-4)$ và $B(-2;1;1)$. Với M là điểm trên đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z+1}{-1}$, xét N là một điểm di động trên mặt cầu có tâm M với bán kính bằng 2. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=AM+BN$ thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $(1;3)$. **B.** $(3;5)$. **C.** $(5;7)$. **D.** $(7;9)$.

Lời giải

Chọn C

Với mỗi điểm M di động trên đường thẳng d, do N là một điểm di động trên mặt cầu có tâm M với bán kính bằng 2 nên BN nhỏ nhất khi $BN=|BM-R|=|BM-2|$.

Do đó, bài toán đưa về việc tìm M sao cho $P=AM+|BM-2|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Do $M\in d$ nên $M(1+t;2t;-1-t)$ với $t\in\mathbb{R}$.

Khi đó: $AM=\sqrt{t^2+(2t+3)^2+(3-t)^2}=\sqrt{6t^2+6t+18}$,

$BM=\sqrt{(t+3)^2+(2t-1)^2+(-2-t)^2}=\sqrt{6t^2+6t+14}$.

Khi đó: $P=\sqrt{6t^2+6t+18}+\left|\sqrt{6t^2+6t+14}-2\right|=\sqrt{6t^2+6t+18}+\sqrt{6t^2+6t+14}-2$ (vì $\forall t\in\mathbb{R}$, thì $6t^2+6t+14>4$ nên $\sqrt{6t^2+6t+14}-2>0$, do đó $\left|\sqrt{6t^2+6t+14}-2\right|=\sqrt{6t^2+6t+14}-2$).

Xét hàm số $f(t)=\sqrt{6t^2+6t+18}+\sqrt{6t^2+6t+14}-2$, với $t\in\mathbb{R}$.

Ta có $f'(t)=\dfrac{6t+3}{\sqrt{6t^2+6t+18}}+\dfrac{6t+3}{\sqrt{6t^2+6t+14}}=0\Leftrightarrow 6t+3=0\Leftrightarrow t=-\dfrac{1}{2}$.

Qua đó, ta thấy ngay $t=-\dfrac{1}{2}$ là điểm cực trị duy nhất của hàm số và đó là điểm cực tiểu nên hàm số $f(t)$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng $\dfrac{\sqrt{66}+5\sqrt{2}-4}{2}$ tại $t=-\dfrac{1}{2}$.

Câu 48. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, điểm $M(x;y)$ biểu diễn nghiệm của bất phương trình $\log_3(9x+18)+x=y+3^y$. Có bao nhiêu điểm M có tọa độ nguyên thuộc hình tròn tâm O bán kính $R=7$?

A. 7. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 49.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $9x+18>0\Leftrightarrow x>-2$.

Ta có: $\log_3(9x+18)+x=y+3^y\Leftrightarrow \log_3(x+2)+x+2=y+3^y$

Đặt $t=\log_3(x+2)$, $t\in\mathbb{R}$. Khi đó ta có: $t+3^t=y+3^y$ $(*)$

Ta thấy hàm số $f(x)=x+3^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ (do $f'(x)=1+3^x.\ln 3>0\,\forall x\in\mathbb{R}$)

Suy ra $(*)\Leftrightarrow t=y\Rightarrow \log_3(x+2)=y\Leftrightarrow x+2=3^y$

Do M có tọa độ nguyên thuộc hình tròn tâm O bán kính $R=7$ nên $\begin{cases}x^2+y^2\le 49\\ x,y\in\mathbb{Z}\end{cases}$

Khi đó $-1\le x\le 7\Rightarrow 1\le x+2\le 9\Rightarrow 3^0\le 3^y\le 3^2\Rightarrow y\in\{0;1;2\}$

Trường hợp 1: $y=0\Rightarrow x=-1$ (thỏa mãn)

Trường hợp 2: $y=1\Rightarrow x=1$ (thỏa mãn)

Trường hợp 3: $y=2\Rightarrow x=7$ (loại)

Vậy có 2 điểm thỏa mãn yêu cầu là $(-1;0),(1;1)$.

Câu 49. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)^2(x-2),\forall x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x)=f\left(x^3-3x^2+m\right)$ có đúng 8 cực trị?

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có : $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=2\end{array}\right.$, trong đó $x=1$ là nghiệm bội chẵn, $x=0$ và $x=2$ là các nghiệm đơn.

Đạo hàm : $g'(x)=\left(3x^2-6x\right).f'\left(x^3-3x^2+m\right)$.

$$\text{Cho } g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3x^2-6x=0\\x^3-3x^2+m=1\\x^3-3x^2+m=0\\x^3-3x^2+m=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\\x^3-3x^2+m=1\\x^3-3x^2+m=0\\x^3-3x^2+m=2\end{array}\right..$$

Vì khi đi qua các nghiệm của phương trình $x^3-3x^2+m=1$ (nếu có) dấu của $f'\left(x^3-3x^2+m\right)$ không đổi nên dấu của $g'(x)$ chỉ phụ thuộc các nghiệm của hai phương trình còn lại.

Vậy hàm số $y=g(x)$ có 8 điểm cực trị khi và chỉ khi mỗi phương trình $x^3-3x^2+m=0$ và $x^3-3x^2+m=2$ phải có ba nghiệm phân biệt (khác 0 và khác 2).

Xét hàm số $h(x)=-x^3+3x^2$, ta có $h'(x)=-3x^2+6x$; $h'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên của hàm số $y=h(x)$

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy điều kiện để mỗi phương trình $-x^3+3x^2=m$ và $-x^3+3x^2=m-2$ phải có ba nghiệm phân biệt (khác 0 và khác 2) là :

$0<m-2<m<4 \Leftrightarrow 2<m<4$.

Vậy chỉ có một giá trị nguyên của m thỏa mãn là $m=3$.

Câu 50. Xét các số phức $z=a+bi,\ (a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $|z-2+3i|=4$ và $|z+1-4i|+|z-9|$ đạt giá trị lớn nhất. Khi đó $5a-2b$ bằng

A. 4. **B.** 8. **C.** 16. **D.** 12.

Lời giải

Chọn C

Đặt $z_1=-1+4i,\ z_2=9$.

Gọi M, B, C lần lượt là điểm biểu diễn các số phức $z,\ z_1$ và z_2.

Khi đó $M(a;b),\ B(-1;4)$ và $C(9;0)$.

Gọi H là trung điểm BC thì $H(4;2)$.

Ta có $|z-2+3i|=4 \Leftrightarrow (a-2)^2+(b+3)^2=16$ nên M thuộc đường tròn (C) tâm $I(2;-3)$, bán kính $R=4$.

Dễ thấy $IB>R,\ IC>R$ nên hai điểm B, C đều nằm ngoài đường tròn (C).

Do $\overrightarrow{IH}=(2;5),\ \overrightarrow{BC}=(10;-4)$ nên $\overrightarrow{IH}.\overrightarrow{BC}=0$

Suy ra I thuộc trung trực BC.

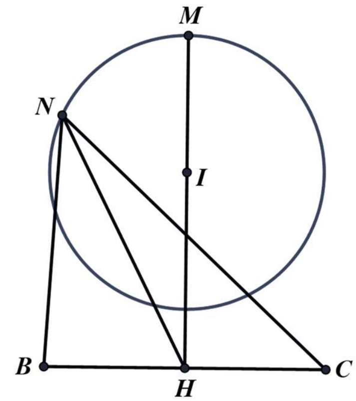
Do đó, nếu IH cắt (C) tại điểm M sao cho I nằm giữa M và H thì $MB+MC$ lớn nhất.

Vì với mọi điểm N khác M thuộc đường tròn (C) thì

$$NB+NC\le\sqrt{2\left(NB^2+NC^2\right)}=\sqrt{2\left(2NH^2+\frac{BC^2}{2}\right)}=\sqrt{4NH^2+BC^2}.$$

Chú ý rằng $MB+MC=2\sqrt{MH^2+\left(\frac{BC}{2}\right)^2}=\sqrt{4MH^2+BC^2}>\sqrt{4NH^2+BC^2}$

nên $MB+MC>NB+NC$.



Vậy điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{IM} = -\frac{R}{IH}.\overrightarrow{IH}$ (1)

trong đó $\overrightarrow{IM} = (a-2;b+3)$, $\overrightarrow{IH} = (2;5)$, $R=4$, $IH=\sqrt{29}$.

Do đó (1) tương với $\begin{cases} a-2 = \frac{-4}{\sqrt{29}}.2 \\ b+3 = \frac{-4}{\sqrt{29}}.5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5a = 10 - \frac{40}{\sqrt{29}} \\ 2b = -6 - \frac{40}{\sqrt{29}} \end{cases} \Rightarrow 5a-2b=16$. Vậy $5a-2b=16$.

----------------------Hết----------------------

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT - SỐ 16

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Note

Câu 1: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức $z = 4i$ có tọa độ là:

A. $(0;4)$. **B.** $(4;0)$. **C.** $(0;-4)$. **D.** $(-4;0)$.

Câu 2: Đạo hàm của hàm số $y = 3^{x+1}$ trên tập xác định là:

A. $y' = (1+x).3^x$ **B.** $y' = 3^{x+1}.\ln 3$ **C.** $y' = \dfrac{3^{x+1}}{\ln 3}$ **D.** $y' = \dfrac{3^{x+1}.\ln 3}{1+x}$

Câu 3: Tập xác định của hàm số $y = x^e$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(e;+\infty)$.

Câu 4: Tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\dfrac{1}{2}\right)^x > 8$ là

A. $S = (-\infty;-3)$. **B.** $S = (-\infty;3)$. **C.** $S = (3;+\infty)$. **D.** $S = (-3;+\infty)$.

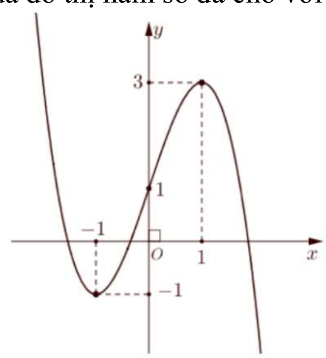
Câu 5: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_2 = 9$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. 6. **B.** 3. **C.** 12. **D.** -6.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x + 2y - 4z - 1 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là:

A. $\overrightarrow{n_1} = (2;4;8)$. **B.** $\overrightarrow{n_3} = (1;2;4)$. **C.** $\overrightarrow{n_2} = (2;4;-4)$. **D.** $\overrightarrow{n_4} = (-1;-2;4)$.

Câu 7: Cho hàm số $y = -x^3 + 3x + 1$ có đồ thị là đường cong ở hình bên dưới. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho với trục tung là:



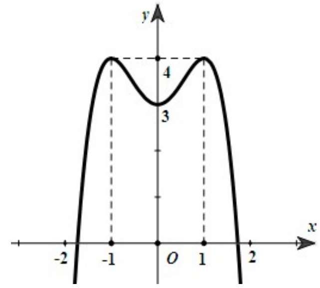
A. $(0;1)$ **B.** $(1;3)$ **C.** $(1;0)$ **D.** $(-1;1)$

Câu 8: Cho $\int_0^1 f(x)dx = 3, \int_0^1 g(x)dx = -2$. Tính giá trị của biểu thức $I = \int_0^1 [2f(x) - 3g(x)]dx$.

A. 6 **B.** 9 **C.** 12 **D.** -6

Note

Câu 9: Đồ thị hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=-x^4+2x^2+3$. **B.** $y=-x^4-2x^2+3$.

C. $y=-x^4+2x^2-3$. **D.** $y=x^4-2x^2+3$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình là: $x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z+9=0$. Mặt cầu (S) có tâm I bán kính R là

A. $I(-1;2;-3)$ và $R=\sqrt{5}$. **B.** $I(-1;2;-3)$ và $R=5$.

C. $I(1;-2;3)$ và $R=5$. **D.** $I(1;-2;3)$ và $R=\sqrt{5}$.

Câu 11: Trong không gian Oxyz, góc giữa hai trục Ox và Oz bằng:

A. 180^0. **B.** 0^0. **C.** 90^0. **D.** 45^0.

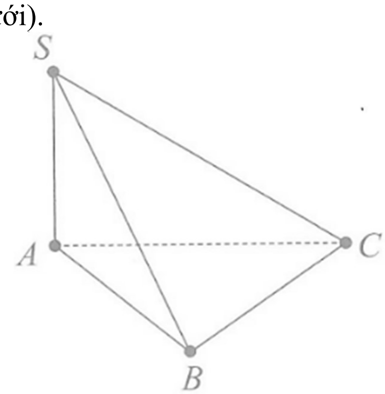
Câu 12: Tìm số phức liên hợp của số phức $z=(2-i)(1+2i)$.

A. $\overline{z}=-4-5i$. **B.** $\overline{z}=4+3i$. **C.** $\overline{z}=4-3i$. **D.** $\overline{z}=5i$.

Câu 13: Cho khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\dfrac{4a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{2a^3}{3}$. **C.** $4a^3$. **D.** $2a^3$.

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA=2a$, tam giác ABC vuông tại B, $AB=a\sqrt{3}$ và $BC=a$ (minh họa như hình vẽ bên dưới).



Thể tích của hình chóp đã cho bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$ **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$ **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$ **D.** $a^3\sqrt{3}$

Câu 15: Cho mặt phẳng (P) cắt mặt cầu $S(O;R)$ theo giao tuyến là một đường tròn. Gọi d là khoảng cách từ O đến mặt phẳng (P). Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $0\le d\le R$ **B.** $0\le d<R$ **C.** $d=R$ **D.** $0<d<R$

Câu 16: Cho $z=1+\sqrt{3}i$. Nghịch đảo của số phức z là.

A. 2. **B.** $1-\sqrt{3}i$. **C.** $-1-\sqrt{3}i$. **D.** $\dfrac{1}{4}-\dfrac{\sqrt{3}}{4}i$.

Note

Câu 17: Cho hình trụ có đường kính đáy $2r$ và độ dài đường cao h. Diện tích toàn phần của hình trụ đã cho bằng

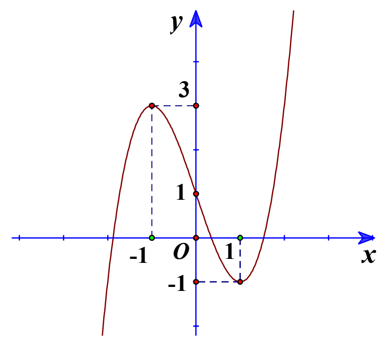
A. $2\pi rh + 2\pi r^2$. **B.** $2\pi rh$. **C.** $\pi r^2 h$. **D.** $4\pi rh + 2\pi r^2$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\begin{cases} x = 2t \\ y = -2 - t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $Q(2;-1;3)$. **B.** $N(2;-2;3)$.

C. $M(-2;-1;0)$. **D.** $P(0;-4;6)$.

Câu 19: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a;b;c;d \in \mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong hình bên dưới



Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là

A. $x = 1$ **B.** $(1;-1)$ **C.** $x = -1$ **D.** $(-1;3)$

Câu 20: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình:

A. $x = 1$ **B.** $y = 1$. **C.** $x = 0$. **D.** $y = 0$.

Câu 21: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}(1-x) > 0$ là

A. $(0;1)$ **B.** $(0;+\infty)$

C. $(-\infty;1)$ **D.** $(-\infty;0) \cup (1;+\infty)$

Câu 22: Cho tập hợp A có 2023 phần tử. Số tập con gồm 2022 phần tử của A bằng

A. 4045 **B.** 2 **C.** 4090506 **D.** 2023

Câu 23: Một nguyên hàm số $f(x) = \sin 2x$ là

A. $\dfrac{\cos 2x}{2}$ **B.** $-\dfrac{\cos 2x}{2} + \ln 2$

C. $\cos 2x$ **D.** $-\cos 2x$

Câu 24: Cho $I = \int_1^3 f(x)dx = 3$. Khi đó $J = \int_1^3 [f(x) - 1]dx$ bằng:

A. 1. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 2.

Câu 25: Nếu $\int f(x)\mathrm{d}x = \dfrac{x^3}{3} + \mathrm{e}^x + C$ thì $f(x)$ bằng

A. $\dfrac{x^4}{12} + \mathrm{e}^x$. **B.** $3x^2 + \mathrm{e}^x$. **C.** $x^2 + \mathrm{e}^x$. **D.** $\dfrac{x^4}{3} + \mathrm{e}^x$.

Note

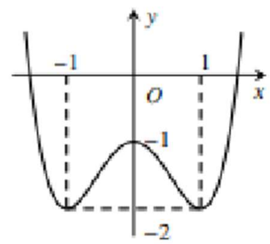
Câu 26: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-2	↗	3	↘	-2	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;1)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 27: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Giá trị cực đại của hàm số bằng

A. -2. **B.** 0 **C.** 1. **D.** -1

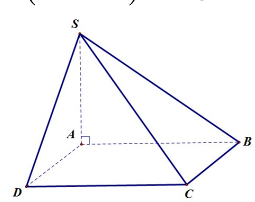
Câu 28: Cho $0 < a \neq 1; b, c > 0$ thỏa mãn $\log_a b = 3; \log_a c = -2$. Tính $\log_a\left(a^3 b^2 \sqrt{c}\right)$.

A. 10. **B.** 8. **C.** -18. **D.** 7.

Câu 29: Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^3 - x$ và $y = 0$ quanh trục hoành bằng

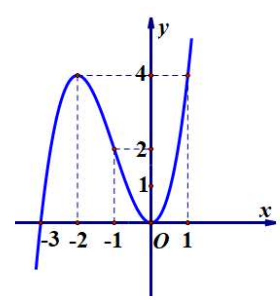
A. $\frac{16\pi}{105}$ **B.** $\frac{8\pi}{105}$ **C.** $\frac{\pi}{4}$ **D.** 0

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt đáy và $SA = a\sqrt{3}$ (tham khảo hình vẽ bên). Góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ bằng



A. $60°$. **B.** $30°$. **C.** $45°$. **D.** $90°$.

Câu 31: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ có đồ thị như sau



Phương trình $2f(x) - 3 = 0$ có bao nhiêu nghiệm.

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Note

Câu 32: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=(-x+1)(x+2)(x-4)^2$.
Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trong khoảng nào dưới đây ?

A. $(-\infty;-2)$. **B.** $(-2;4)$. **C.** $(-2;1)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Câu 33: Cho hai đường thẳng song song d_1, d_2. Trên d_1 có 6 điểm phân biệt được tô màu đỏ. Trên d_2 có 4 điểm phân biệt được tô màu xanh. Xét tất cả các tam giác được tạo thành khi nối các điểm đó với nhau. Chọn ngẫu nhiêu một tam giác khi đó xác suất để thu được tam giác có hai đỉnh màu đỏ là.

A. $\frac{3}{8}$. **B.** $\frac{5}{8}$. **C.** $\frac{5}{9}$ **D.** $\frac{2}{9}$

Câu 34: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $25^x-7.5^x+12=0$ bằng

A. $\log_7 5$. **B.** $\log_5 7$. **C.** $\log_5 12$. **D.** $\log_{12} 5$.

Câu 35: Trên mặt phẳng tọa độ, biết tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|2z-1+4i|=|z-3|$ là một đường tròn. Bán kính của đường tròn bằng

A. $\frac{\sqrt{41}}{3}$. **B.** $\sqrt{57}$. **C.** $\sqrt{73}$. **D.** $\frac{2\sqrt{70}}{9}$.

Câu 36: Trong không gian Oxyz, cho điểm $A(2;0;-1)$ và mặt phẳng $(P): x+y-1=0$. Đường thẳng đi qua A đồng thời song song với (P) và mặt phẳng (Oxy) có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1 \\ z=-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=3+t \\ y=1+2t \\ z=-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=3+t \\ y=2t \\ z=1-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=-t \\ z=-1 \end{cases}$.

Câu 37: Điểm đối xứng với điểm $M(1;-3;5)$ qua điểm (Oyz) có toạ độ là?

A. $(1;3;-5)$. **B.** $(-1;-3;5)$. **C.** $(-1;3;-5)$. **D.** $(0;-3;5)$.

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc và $SA=a$, $SB=a\sqrt{2}$, $SC=a\sqrt{3}$. Khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\frac{6a}{11}$. **B.** $\frac{a\sqrt{66}}{6}$. **C.** $\frac{a\sqrt{66}}{11}$. **D.** $\frac{11a}{6}$.

Câu 39: Có bao nhiêu số nguyên x thoả mãn
$\log_3(2-x).\log_7(x^2-15)<\log_7(x^2-4x+4)^3$?

A. 24. **B.** 25. **C.** 48. **D.** 50.

Câu 40: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x), G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(97)+G(97)=-2$ và $F(20)+G(20)=0$. Khi đó $\int_3^{14} f(7x-1)dx$ bằng

A. $-\frac{1}{7}$ **B.** $\frac{3}{4}$ **C.** -1 **D.** 6

Note

Câu 41: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2023	$\searrow$	-2023	$\nearrow$	$+\infty$

Đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x-2022\right)+2023\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 42: Cho $z_1,\ z_2$ là hai trong các số phức thỏa mãn $\left|z-3+\sqrt{3}i\right|=2$ và $\left|z_1-z_2\right|=4$. Giá trị lớn nhất của $\left|z_1\right|+\left|z_2\right|$ bằng

A. $2+2\sqrt{3}$. **B.** $4\sqrt{3}$. **C.** 4. **D.** 8.

Câu 43: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Biết khoảng cách từ G đến mặt phẳng $\left(A'BC\right)$ bằng $\dfrac{a\sqrt{2}}{6}$, thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\dfrac{3\sqrt{2}}{24}a^3$. **B.** $\dfrac{3\sqrt{2}}{8}a^3$. **C.** $\dfrac{a^3 3\sqrt{10}}{40}$. **D.** $\dfrac{a^3 3\sqrt{10}}{120}$.

Câu 44: Cho hàm số $y=\dfrac{1}{2}x^2$ có đồ thị (P). Xét các điểm A,B thuộc (P) sao cho tiếp tuyến tại A và B vuông góc với nhau. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và đường thẳng AB bằng $\dfrac{9}{4}$. Gọi x_1,x_2 lần lượt là hoành độ của A và B. Giá trị của $(x_1+x_2)^2$ bằng :

A. 5. **B.** 13. **C.** 11. **D.** 7.

Câu 45: Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2-\left(a-3\right)z+a^2+a=0$ (a là tham số thực). Tổng các giá trị của a để phương trình có 2 nghiệm phức $z_1,\ z_2$ thỏa mãn $\left|z_1+z_2\right|=\left|z_1-z_2\right|$ bằng

A. 11. **B.** -9. **C.** 9. **D.** 4.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-1}$ và mặt phẳng $\left(P\right):x+y-3z-2=0$. Gọi d' là đường thẳng nằm trong mặt phẳng $\left(P\right)$, cắt và vuông góc với d. Đường thẳng d' có phương trình là

A. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z+1}{1}$. **B.** $\dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z+1}{1}$. **C.** $\dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z+1}{-1}$. **D.** $\dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y}{-5}=\dfrac{z+1}{1}$.

Câu 47: Cho x,y là những số nguyên dương. Có bao nhiêu cặp số $\left(x;y\right)$ thỏa mãn

$$\log_2\frac{x+2y}{x^2+y^2}\geq x\left(x-4\right)+y\left(y-8\right)-2$$

A. 3. **B.** 43. **C.** 44. **D.** 45.

Note

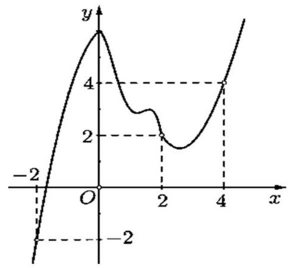
Câu 48: Khi cắt hình nón có chiều cao 16cm và đường kính đáy 24cm bởi một mặt phẳng song song với đường sinh của hình nón ta thu được thiết diện có diện tích lớn nhất gần với giá trị nào sau đây?

A. 170 **B.** 206 **C.** 294 **D.** 208

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm $A(1;2;3)$ và $B(5;0;1)$. Điểm M thỏa mãn $MA.\overrightarrow{MA}=-4MB.\overrightarrow{MB}$ có tọa độ là:

A. $(3;1;2)$ **B.** $(7;-4;1)$ **C.** $\left(\frac{11}{3};\frac{2}{3};\frac{5}{3}\right)$ **D.** $\left(\frac{2}{9};\frac{1}{9};\frac{5}{9}\right)$

Câu 50: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị $y=f'\left(x\right)$ như hình vẽ sau



Đồ thị hàm số $g\left(x\right)=\left|2f\left(x\right)-x^2\right|$ có tối đa bao nhiêu điểm cực trị?

A. 7. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 3.

--------------------Hết------------------

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT - SỐ 16

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

HƯỚNG DẪN CHI TIẾT

Câu 1. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức $z=4i$ có tọa độ là:

A. $(0;4)$. **B.** $(4;0)$. **C.** $(0;-4)$. **D.** $(-4;0)$.

Lời giải

Chọn A

$z=0+4i$ có điểm biểu diễn là $(0;4)$

Câu 2. Đạo hàm của hàm số $y=3^{x+1}$ trên tập xác định là:

A. $y'=(1+x).3^x$ **B.** $y'=3^{x+1}.\ln 3$ **C.** $y'=\dfrac{3^{x+1}}{\ln 3}$ **D.** $y'=\dfrac{3^{x+1}.\ln 3}{1+x}$

Lời giải

Chọn B

$y'=(x+1)'3^{x+1}.\ln 3=3^{x+1}.\ln 3$

Câu 3. Tập xác định của hàm số $y=x^e$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(e;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Do $e\notin\mathbb{Z}$ nên đkxđ là $x>0$

Câu 4. Tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\dfrac{1}{2}\right)^x>8$ là

A. $S=(-\infty;-3)$. **B.** $S=(-\infty;3)$. **C.** $S=(3;+\infty)$. **D.** $S=(-3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

$\left(\dfrac{1}{2}\right)^x>8\Leftrightarrow x<\log_{1/2}8\Leftrightarrow x<-3$

Câu 5. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=3$ và $u_2=9$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. 6. **B.** 3. **C.** 12. **D.** -6.

Lời giải

Chọn A

$d=u_2-u_1=9-3=6$

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P):x+2y-4z-1=0$ có một vectơ pháp tuyến là:

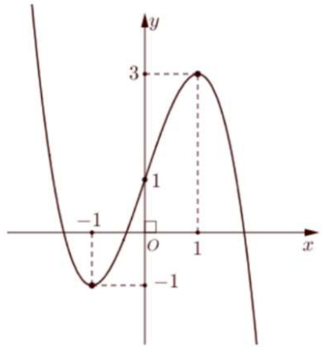
A. $\overrightarrow{n_1}=(2;4;8)$. **B.** $\overrightarrow{n_3}=(1;2;4)$. **C.** $\overrightarrow{n_2}=(2;4;-4)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(-1;-2;4)$.

Lời giải

Chọn D

Vtpt của mp (P) là $(1;2;-4)$, hay $(-1;-2;4)$

Câu 7. Cho hàm số $y=-x^3+3x+1$ có đồ thị là đường cong ở hình bên dưới. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho với trục tung là:



A. $(0;1)$ **B.** $(1;3)$ **C.** $(1;0)$ **D.** $(-1;1)$

Lời giải

Chọn A

Nhận thấy đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ là 1

Câu 8. Cho $\int_0^1 f(x)dx=3, \int_0^1 g(x)dx=-2$. Tính giá trị của biểu thức $I=\int_0^1 [2f(x)-3g(x)]dx$.

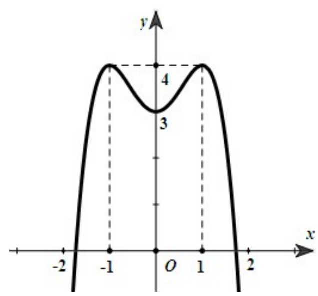
A. 6 **B.** 9 **C.** 12 **D.** -6

Lời giải

Chọn C

$$I=\int_0^1 [2f(x)-3g(x)]dx=2\int_0^1 f(x).dx-3\int_0^1 g(x).dx=2.3-3.(-2)=12$$

Câu 9. Đồ thị hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=-x^4+2x^2+3$. **B.** $y=-x^4-2x^2+3$. **C.** $y=-x^4+2x^2-3$. **D.** $y=x^4-2x^2+3$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị ta thấy, $a<0, c=3$, hàm số có 3 cực trị

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình là: $x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z+9=0$. Mặt cầu (S) có tâm I bán kính R là

A. $I(-1;2;-3)$ và $R=\sqrt{5}$. **B.** $I(-1;2;-3)$ và $R=5$.

C. $I(1;-2;3)$ và $R=5$. **D.** $I(1;-2;3)$ và $R=\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $a=1;b=-2;c=3;d=9$. Nên $I(1;-2;3)$ và $R=\sqrt{5}$.

Câu 11. Trong không gian Oxyz, góc giữa hai trục Ox và Oz bằng:

A. 180^0. **B.** 0^0. **C.** 90^0. **D.** 45^0.

Lời giải

Chọn C

Do hai trục Ox và Oy vuông góc

Câu 12. Tìm số phức liên hợp của số phức $z=(2-i)(1+2i)$.

A. $\overline{z}=-4-5i$. **B.** $\overline{z}=4+3i$. **C.** $\overline{z}=4-3i$. **D.** $\overline{z}=5i$.

Lời giải

Chọn B

$z=(2-i)(1+2i)=4+3i \Rightarrow z=4-3i$

Câu 13. Cho khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

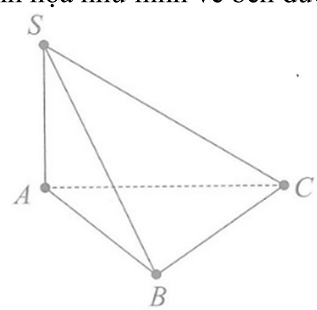
A. $\frac{4a^3}{3}$. **B.** $\frac{2a^3}{3}$. **C.** $4a^3$. **D.** $2a^3$.

Lời giải

Chọn D

$V=a^2.2a=2a^3$

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA=2a$, tam giác ABC vuông tại B, $AB=a\sqrt{3}$ và $BC=a$ (minh họa như hình vẽ bên dưới).



Thể tích của hình chóp đã cho bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ **D.** $a^3\sqrt{3}$

Lời giải

Chọn C

$V=\frac{1}{3}.2a.\frac{1}{2}a\sqrt{3}.a=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

Câu 15. Cho mặt phẳng (P) cắt mặt cầu $S(O;R)$ theo giao tuyến là một đường tròn. Gọi d là khoảng cách từ O đến mặt phẳng (P). Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $0\le d\le R$ **B.** $0\le d<R$ **C.** $d=R$ **D.** $0<d<R$

Lời giải

Chọn B

Câu 16. Cho $z=1+\sqrt{3}i$. Nghịch đảo của số phức z là.

A. 2. **B.** $1-\sqrt{3}i$. **C.** $-1-\sqrt{3}i$. **D.** $\frac{1}{4}-\frac{\sqrt{3}}{4}i$.

Lời giải

Chọn D

$\frac{1}{z}=\frac{1}{1+\sqrt{3}i}=\frac{1}{4}-\frac{\sqrt{3}}{4}i$

Câu 17. Cho hình trụ có đường kính đáy $2r$ và độ dài đường cao h. Diện tích toàn phần của hình trụ đã cho bằng

A. $2\pi rh+2\pi r^2$. **B.** $2\pi rh$. **C.** πr^2h. **D.** $4\pi rh+2\pi r^2$.

Lời giải

Chọn A

$S_{tp}=S_{xq}+2S_d=2\pi.r.h+2\pi r^2$

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\begin{cases}x=2t\\y=-2-t\\z=3+3t\end{cases}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $Q(2;-1;3)$. **B.** $N(2;-2;3)$.

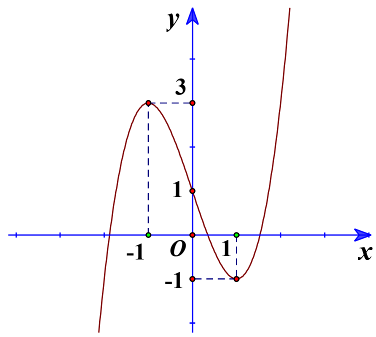
C. $M(-2;-1;0)$. **D.** $P(0;-4;6)$.

Lời giải

Chọn C

Với $x=-2$ suy ra $t=-1; y=-1; z=0$ thỏa.

Câu 19. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ $(a;b;c;d\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong hình bên dưới



Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là

A. $x=1$ **B.** $(1;-1)$ **C.** $x=-1$ **D.** $(-1;3)$

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị, nhận thấy $(1;-1)$ là điểm cực tiểu của đò thị hàm số

Câu 20. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình:

A. $x=1$ **B.** $y=1$. **C.** $x=0$. **D.** $y=0$.

Lời giải

Chọn D

Do $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=0$ nên $y=0$ là tiệm cận ngang

Câu 21. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}(1-x)>0$ là

A. $(0;1)$ **B.** $(0;+\infty)$ **C.** $(-\infty;1)$ **D.** $(-\infty;0)\cup(1;+\infty)$

Lời giải

Chọn A

$\log_{0,5}(1-x)>0\Leftrightarrow\begin{cases}1-x<1\\1-x>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\x<1\end{cases}$

Câu 22. Cho tập hợp A có 2023 phần tử. Số tập con gồm 2022 phần tử của A bằng

A. 4045 **B.** 2 **C.** 4090506 **D.** 2023

Lời giải

Chọn D

Số tập con gồm 2022 phần tử của A bằng $C_{2023}^{2022}=2023$

Câu 23. Một nguyên hàm số $f(x)=\sin 2x$ là

A. $\dfrac{\cos 2x}{2}$ **B.** $-\dfrac{\cos 2x}{2}+\ln 2$

C. $\cos 2x$ **D.** $-\cos 2x$

Lời giải

Chọn B

$\int \sin 2x.dx = \dfrac{-\cos 2x}{2} + C$, cho $C = \ln 2$.

Vậy một nguyên hàm số $f(x) = \sin 2x$ là $-\dfrac{\cos 2x}{2} + \ln 2$

Câu 24. Cho $I = \int\limits_1^3 f(x)dx = 3$. Khi đó $J = \int\limits_1^3 [f(x) - 1]dx$ bằng:

A. 1. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

$J = \int\limits_1^3 [f(x) - 1]dx = \int\limits_1^3 f(x)dx - \int\limits_1^3 1dx = 3 - 2 = 1$

Câu 25. Nếu $\int f(x)\mathrm{d}x = \dfrac{x^3}{3} + \mathrm{e}^x + C$ thì $f(x)$ bằng

A. $\dfrac{x^4}{12} + \mathrm{e}^x$. **B.** $3x^2 + \mathrm{e}^x$. **C.** $x^2 + \mathrm{e}^x$. **D.** $\dfrac{x^4}{3} + \mathrm{e}^x$.

Lời giải

Chọn C

Có $\int f(x)\mathrm{d}x = \dfrac{x^3}{3} + \mathrm{e}^x + C$ nên $\left(\dfrac{x^3}{3} + e^x\right)' = x^2 + e^x$. Vậy $f(x) = x^2 + \mathrm{e}^x$

Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	3	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

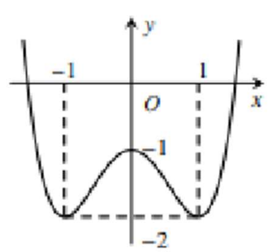
A. $(-1;1)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Chọn B

Vì hàm số đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$ nên cũng đồng biến trên khoảng $(1;2)$

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Giá trị cực đại của hàm số bằng

A. -2. **B.** 0 **C.** 1. **D.** -1

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị nhận thấy giá trị cực đại của hàm số bằng -1

Câu 28. Cho $0 < a \neq 1;\ b,c > 0$ thỏa mãn $\log_a b = 3; \log_a c = -2$. Tính $\log_a\left(a^3 b^2 \sqrt{c}\right)$.

A. 10. **B.** 8. **C.** -18. **D.** 7.

Lời giải

Chọn B

$\log_a\left(a^3b^2\sqrt{c}\right)=\log_a a^3+\log_a b^2+\log_a\sqrt{c}=3+2.3+\frac{1}{2}.(-2)=8$

Câu 29. Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=x^3-x$ và $y=0$ quanh trục hoành bằng

A. $\frac{16\pi}{105}$ **B.** $\frac{8\pi}{105}$ **C.** $\frac{\pi}{4}$ **D.** 0

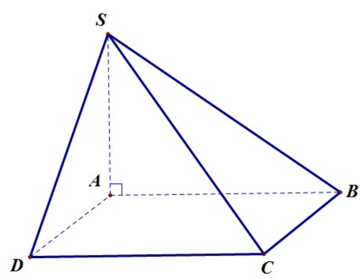
Lời giải

Chọn A

Xét pt $x^3-x=0\Leftrightarrow x=-1;x=0;x=1$

$V=\pi\int_{-1}^{1}\left(x^3-x\right)^2.dx=\frac{16\pi}{105}$

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt đáy và $SA=a\sqrt{3}$ (tham khảo hình vẽ bên). Góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ bằng



A. $60°$. **B.** $30°$. **C.** $45°$. **D.** $90°$.

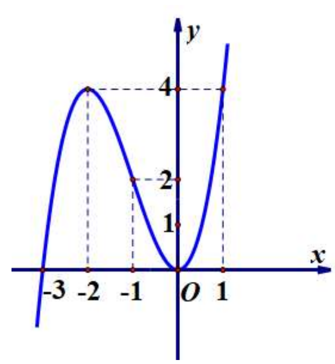
Lời giải

Chọn A

Ta có $\begin{cases}CD\perp(SAD)\Rightarrow SD\perp CD\\ AD\perp CD\\ (ABCD)\cap(SCD)=CD\end{cases}\Rightarrow\left((ABCD),(SCD)\right)=\widehat{SDA}$.

Mặt khác $\tan\widehat{SDA}=\frac{SA}{AD}=\frac{a\sqrt{3}}{a}=\sqrt{3}\Rightarrow\widehat{SDA}=60^o$.

Câu 31. Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ với $a,b,c,d\in\mathbb{R}$ có đồ thị như sau

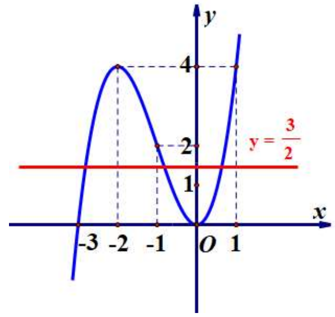


Phương trình $2f(x)-3=0$ có bao nhiêu nghiệm.

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B



Ta có phương trình $2f(x)-3=0 \Leftrightarrow f(x)=\frac{3}{2}$ (*)

Số nghiệm của (*) là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=\frac{3}{2}$.

Từ đồ thị ta có phương trình (*) có 3 nghiệm. Vậy phương trình $2f(x)-3=0$ có 3nghiệm.

Câu 32. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=(-x+1)(x+2)(x-4)^2$.
Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trong khoảng nào dưới đây ?

A. $(-\infty;-2)$. **B.** $(-2;4)$. **C.** $(-2;1)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Ta có $f'(x)=(-x+1)(x+2)(x-4)^2$.

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=1 \\ x=4(kep) \end{array}\right.$$

Bảng xét dấu :

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;1)$.

Câu 33. Cho hai đường thẳng song song d_1, d_2. Trên d_1 có 6 điểm phân biệt được tô màu đỏ. Trên d_2 có 4 điểm phân biệt được tô màu xanh. Xét tất cả các tam giác được tạo thành khi nối các điểm đó với nhau. Chọn ngẫu nhiêu một tam giác khi đó xác suất để thu được tam giác có hai đỉnh màu đỏ là.

A. $\frac{3}{8}$. **B.** $\frac{5}{8}$. **C.** $\frac{5}{9}$ **D.** $\frac{2}{9}$

Lời giải

Chọn B

Số tam giác có thể tạo thành: $n_\Omega = C_6^1.C_4^2 + C_6^2.C_4^1 = 96$

Số tam giác có hai đỉnh màu đỏ là $n_A = C_6^2.C_4^1 = 60$

Xác suất để thu được tam giác có hai đỉnh màu đỏ là $P_A = \frac{n_A}{n_\Omega} = \frac{60}{96} = \frac{5}{8}$.

Câu 34. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $25^x - 7.5^x + 12 = 0$ bằng

A. $\log_7 5$. **B.** $\log_5 7$. **C.** $\log_5 12$. **D.** $\log_{12} 5$.

Lời giải

Chọn C

$$25^x - 7.5^x + 12 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 5^x = 4 \\ 5^x = 3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \log_5 4 \\ x = \log_5 3 \end{array}\right.$$

Vậy tổng tất cả các nghiệm của phương trình là $\log_5 4 + \log_5 3 = \log_5 12$.

Câu 35. Trên mặt phẳng tọa độ, biết tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|2z-1+4i|=|z-3|$ là một đường tròn. Bán kính của đường tròn bằng

A. $\dfrac{\sqrt{41}}{3}$. **B.** $\sqrt{57}$. **C.** $\sqrt{73}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{70}}{9}$.

Lời giải

Chọn A

Giả sử $z=x+yi\ (x,y\in\mathbb{R})$

Khi đó $|2z-1+4i|=|z-3| \Leftrightarrow |2(x+yi)-1+4i|=|x+yi-3|$

$\Leftrightarrow \sqrt{(2x-1)^2+(2y+4)^2}=\sqrt{(x-3)^2+y^2} \Leftrightarrow 3x^2+3y^2+2x+16y+8=0$

$\Leftrightarrow x^2+y^2+\dfrac{2}{3}x+\dfrac{16}{3}y+\dfrac{8}{3}=0$.

Vậy bán kính đường tròn bằng $R=\sqrt{\left(\dfrac{-1}{3}\right)^2+\left(\dfrac{-8}{3}\right)^2-\dfrac{8}{3}}=\dfrac{\sqrt{41}}{3}$.

Câu 36. Trong không gian Oxyz, cho điểm $A(2;0;-1)$ và mặt phẳng $(P): x+y-1=0$. Đường thẳng đi qua A đồng thời song song với (P) và mặt phẳng $(\mathrm{Ox}y)$ có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1 \\ z=-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=3+t \\ y=1+2t \\ z=-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=3+t \\ y=2t \\ z=1-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=-t \\ z=-1 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\vec{n}_{(Oxy)}=(1;1;0)$, $\vec{n}_{(Oxy)}=(0;0;1)$.

Gọi d là đường thẳng đi qua A đồng thời song song với (P) và mặt phẳng $(\mathrm{Ox}y)$. Khi đó:

$\begin{cases} \vec{u}_d \perp \vec{n}_{(P)} \\ \vec{u}_d \perp \vec{n}_{(\mathrm{Oxy})} \end{cases} \Rightarrow \vec{u}_d=\left[\vec{n}_{(P)},\vec{n}_{(Oxy)}\right]=(1;-1;0)$. Vậy $d: \begin{cases} x=2+t \\ y=-t \\ z=-1 \end{cases}$.

Câu 37. Điểm đối xứng với điểm $M(1;-3;5)$ qua điểm (Oyz) có toạ độ là ?

A. $(1;3;-5)$. **B.** $(-1;-3;5)$. **C.** $(-1;3;-5)$. **D.** $(0;-3;5)$.

Lời giải

Chọn B

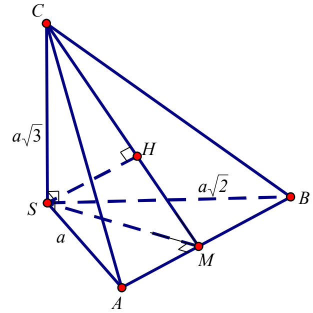
Hình chiều $M(1;-3;5)$ lên (Oyz) là $H(0;-3;5)$. M' đối xứng với $M(1;-3;5)$ qua (Oyz) thì $H(0;-3;5)$ là trung điểm của đoạn MM'. Suy ra $M'(-1;-3;5)$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc và $SA=a$, $SB=a\sqrt{2}$, $SC=a\sqrt{3}$. Khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\dfrac{6a}{11}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{66}}{6}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{66}}{11}$. **D.** $\dfrac{11a}{6}$.

Lời giải

Chọn C



Trong mặt phẳng (SAB), kẻ $SM \perp AB$, $M \in AB$ suy ra $AB \perp (SCM)$
Trong mặt phẳng (SCM) kẻ $SH \perp CM$ (1), $H \in CM$. Từ trên ta có $SH \perp AB$ (2)
Từ (1) và (2) suy ra $SH \perp (ABC)$.

Tam giác SAB vuông tại S suy ra $SM = \dfrac{SA.SB}{\sqrt{SA^2+SB^2}} = \dfrac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$.

Tam giác SAB vuông tại S suy ra $SH = \dfrac{SM.SC}{\sqrt{SM^2+SC^2}} = \dfrac{a\sqrt{66}}{11}$.

Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên x thoả mãn $\log_3(2-x).\log_7(x^2-15) < \log_7(x^2-4x+4)^3$?

A. 24. **B.** 25. **C.** 48. **D.** 50.

Lời giải

Chọn A

Đk: $\begin{cases} x^2-15>0 \\ 2-x>0 \end{cases} \Leftrightarrow x < -\sqrt{15}$

Bất phương đã cho trình tương đương:

$\log_3(2-x).\log_7(x^2-15) < \log_7(2-x)^6$

$\Leftrightarrow \log_3(2-x).\log_7(x^2-15) < 6\log_7 3.\log_3(2-x)$

Vì $x < -\sqrt{15} \Rightarrow \log_3(2-x) > 0$ nên

Bpt $\Leftrightarrow \log_7(x^2-15) < \log_7 3^6 \Leftrightarrow x^2 - 744 < 0 \Leftrightarrow -2\sqrt{186} < x < 2\sqrt{186}$

So với điều kiện ta được $-2\sqrt{186} < x < -\sqrt{15} \Rightarrow x \in [-27;-4], x \in \mathbb{Z}$ nên có 24 số nguyên thoả mãn.

Câu 40. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x), G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(97)+G(97)=-2$ và $F(20)+G(20)=0$. Khi đó $\int\limits_3^{14} f(7x-1)\mathrm{d}x$ bằng

A. $-\dfrac{1}{7}$ **B.** $\dfrac{3}{4}$ **C.** -1 **D.** 6

Lời giải

Chọn A

Ta có: $G(x) = F(x) + C$

$\begin{cases} F(97)+G(97)=-2 \\ F(20)+G(20)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2F(97)+C=-2 \\ 2F(20)+C=0 \end{cases} \Leftrightarrow F(97)-F(20)=-1.$

Vậy:

$\int\limits_3^{14} f(7x-1)dx = \dfrac{1}{7}\int\limits_{20}^{97} f(x)dx = \dfrac{1}{7}\left(F(97)-F(20)\right) = -\dfrac{1}{7}.$

Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2023	↘	-2023	↗	$+\infty$

Đồ thị hàm số $y = \left|f(x-2022)+2023\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $g(x) = f(x-2022)+2023$

$g'(x) = f'(x-2022)$

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-2022=-1 \\ x-2022=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2021 \\ x=2025 \end{cases}$

Ta có $g(2021) = f(2021-2022)+2023 = 2023+2023 = 4046$

$g(2025) = f(2025-2022)+2023 = 0;$

Bảng biến thiên hàm $g(x)$

x	$-\infty$		2021		2025		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$-\infty$	↗	4046	↘	0	↗	$+\infty$

Khi đó bảng biến thiên $\left|g(x)\right|$ là

x	$-\infty$		x_0		2021		2025		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	↘	0	↗	4046	↘	0	↗	$+\infty$

Vậy hàm số $y = \left|f(x-2022)+2023\right|$ có ba cực trị

Câu 42. Cho z_1, z_2 là hai trong các số phức thỏa mãn $\left|z-3+\sqrt{3}i\right| = 2$ và $\left|z_1 - z_2\right| = 4$. Giá trị lớn nhất của $\left|z_1\right| + \left|z_2\right|$ bằng

A. $2+2\sqrt{3}$. **B.** $4\sqrt{3}$. **C.** 4. **D.** 8.

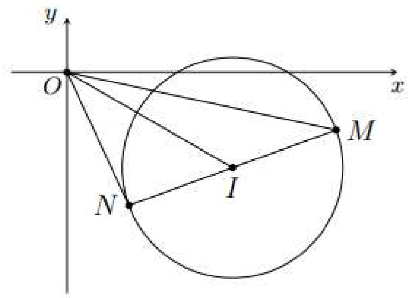
Lời giải

Chọn D

Gọi M, N lần lượt là điểm biểu diễn của hai số phức z_1, z_2.

Do $\begin{cases} \left|z_1-3+\sqrt{3}i\right| = \left|z_2-3+\sqrt{3}i\right| = 2 \\ \left|z_1-z_2\right| = 4 \end{cases}$ nên $\begin{cases} M, N \in (C): (x-3)^2+\left(y+\sqrt{3}\right)^2 = 2^2 \\ MN = 4 = 2.2 \end{cases}$.

Như vậy MN là đường kính của đường tròn (C) với tâm $I\left(3;-\sqrt{3}\right)$, bán kính $R=2$, do đó I là trung điểm MN, $OI=\sqrt{12}$.



Ta có $|z_1|+|z_2|=OM+ON\le\sqrt{(1+1)\left(OM^2+ON^2\right)}=\sqrt{2\left(2OI^2+\frac{MN^2}{2}\right)}=8$.

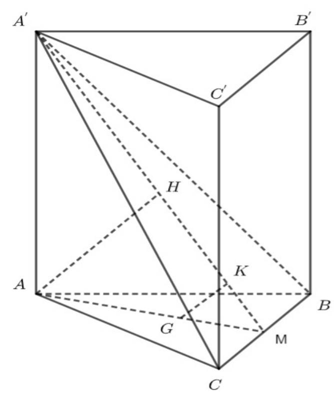
Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $OM=ON\Leftrightarrow MN$ là đường kính của (C) vuông góc với OI
.

Câu 43. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Biết khoảng cách từ G đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\frac{a\sqrt{2}}{6}$, thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{3\sqrt{2}}{24}a^3$. **B.** $\frac{3\sqrt{2}}{8}a^3$. **C.** $\frac{a^3 3\sqrt{10}}{40}$. **D.** $\frac{a^3 3\sqrt{10}}{120}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi M là trung điểm của BC, ta có $AM\perp BC,\ AM=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Kẻ $AH\perp A'M, GK\perp A'M$.

Ta có $\begin{cases}BC\perp AA'\\ BC\perp AM\end{cases}\Leftrightarrow BC\perp(A'AM)\Rightarrow BC\perp GK$.

Lại có $\begin{cases}GK\perp A'M\\ GK\perp BC\end{cases}\Leftrightarrow GK\perp(A'BC)\Rightarrow d\left(G,(A'BC)\right)=GK$.

Ta có $\frac{d\left(A,(A'BC)\right)}{d\left(G,(A'BC)\right)}=\frac{AM}{GM}=3\Rightarrow d\left(A,(A'BC)\right)=3.d\left(G,(A'BC)\right)=\frac{a\sqrt{2}}{2}$ hay $AH=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Xét tam giác vuông $A'AM$

Có $\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{AA'^2}+\frac{1}{AM^2}\Rightarrow AA'=\frac{AM.AH}{\sqrt{AM^2-AH^2}}=\frac{a\frac{\sqrt{3}}{2}.\frac{a\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{\left(a\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2-\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2}}=a\sqrt{\frac{3}{2}}$.

Diện tích tam giác ABC là $S_{\Delta ABC}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Do vậy thể tích khối lăng trụ đã cho bằng $V=AA'.S_{\Delta ABC}=a\sqrt{\frac{3}{2}}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{3\sqrt{2}}{8}a^3$ (đvtt).

Câu 44. Cho hàm số $y=\frac{1}{2}x^2$ có đồ thị (P). Xét các điểm A,B thuộc (P) sao cho tiếp tuyến tại A và B vuông góc với nhau. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và đường thẳng AB bằng $\frac{9}{4}$. Gọi x_1,x_2 lần lượt là hoành độ của A và B. Giá trị của $(x_1+x_2)^2$ bằng :

A. 5. **B.** 13. **C.** 11. **D.** 7.

Lời giải

Chọn A

Giả sử phương trình đường thẳng AB là : $y=ax+b$ ta có

phương trình hoành độ giao điểm : $\frac{1}{2}x^2=ax+b\Leftrightarrow\frac{1}{2}x^2-ax-b=0$ (*)

Theo đề bài ta có x_1,x_2 là hai nghiệm của (*) nên $\frac{1}{2}x^2-ax-b=\frac{1}{2}(x-x_1)(x-x_2)$

Giả sử ta có diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và đường thẳng AB là:

$$S=\int_{x_1}^{x_2}(ax+b-\frac{1}{2}x^2)dx=-\frac{1}{2}\int_{x_1}^{x_2}(x-x_1)(x-x_2)dx=\frac{9}{4}$$

$$\Leftrightarrow-\frac{(x_1-x_2)^3}{12}=\frac{9}{4}\Rightarrow x_1-x_2=-3\ (1)$$

Ta lại có tiếp tuyến tại A và B vuông góc với nhau nên $x_1.x_2=-1$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $(x_1+x_2)^2=(x_1-x_2)^2+4x_1.x_2=9-4=5$

Câu 45. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2-(a-3)z+a^2+a=0$ (a là tham số thực). Tổng các giá trị của a để phương trình có 2 nghiệm phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1+z_2|=|z_1-z_2|$ bằng

A. 11. **B.** -9. **C.** 9. **D.** 4.

Lời giải

Ta có $\Delta=(a-3)^2-4(a^2+a)=-3a^2-10a+9$.

+ TH1: $\Delta\ge0\Leftrightarrow\frac{-5-2\sqrt{13}}{3}\le a\le\frac{-5+2\sqrt{13}}{3}$. Khi đó z_1, z_2 là 2 nghiệm thực.

Theo Viet $\begin{cases}z_1+z_2=a-3\\z_1.z_2=a^2+a\end{cases}\Rightarrow|z_1-z_2|=\sqrt{(z_1+z_2)^2-4z_1.z_2}=\sqrt{-3a^2-10a+9}$.

Từ đó ta có

$$|z_1+z_2|=|z_1-z_2|\Leftrightarrow|a-3|=\sqrt{-3a^2-10a+9}\Leftrightarrow(a-3)^2=-3a^2-10a+9$$

$$\Leftrightarrow4a^2+4a=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=0\\a=-1\end{array}\right.(TM)$$

+ TH2: $\Delta < 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a > \dfrac{-5+2\sqrt{13}}{3} \\ a < \dfrac{-5-2\sqrt{13}}{3} \end{array}\right.$.

Khi đó $z_{1,2} = \dfrac{a-3 \pm i\sqrt{3a^2+10a-9}}{2} \Rightarrow z_1 - z_2 = i\sqrt{3a^2+10a-9}$

$\Rightarrow |z_1 - z_2| = \sqrt{3a^2+10a-9}$

$|z_1+z_2| = |z_1 - z_2| \Leftrightarrow |a-3| = \sqrt{3a^2+10a-9} \Leftrightarrow (a-3)^2 = 3a^2+10a-9$

$\Leftrightarrow a^2+8a-9=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=1 \\ a=-9 \end{array}\right. (TM)$

Vậy tổng các giá trị của a là $-1+0+1-9=-9$.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x+3}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x+y-3z-2=0$. Gọi d' là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P), cắt và vuông góc với d. Đường thẳng d' có phương trình là

A. $\dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y}{5} = \dfrac{z+1}{1}$. **B.** $\dfrac{x+1}{-2} = \dfrac{y}{5} = \dfrac{z+1}{1}$. **C.** $\dfrac{x+1}{-2} = \dfrac{y}{5} = \dfrac{z+1}{-1}$. **D.** $\dfrac{x+1}{-2} = \dfrac{y}{-5} = \dfrac{z+1}{1}$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình tham số của $d: \begin{cases} x=-3+2t \\ y=-1+t \\ z=\quad -t \end{cases}$.

Tọa độ giao điểm của d và (P) là nghiệm của hệ:

$\begin{cases} x=-3+2t \\ y=-1+t \\ z=\quad -t \\ x+y-3z-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3+2t \\ y=-1+t \\ z=\quad -t \\ -3+2t-1+t+3t-2=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t=1 \\ x=-1 \\ y=0 \\ z=-1 \end{cases} \Rightarrow d \cap (P) = M(-1;0;-1)$.

Vì d' nằm trong mặt phẳng (P), cắt và vuông góc với d nên d' đi qua M và có véc tơ chỉ phương $\vec{u}_{d'} = \vec{n}_P \wedge \vec{u}_d = (2;-5;-1)$ hay d' nhận véc tơ $\vec{v} = (-2;5;1)$ làm véc tơ chỉ phương.

Phương trình của d': $\dfrac{x+1}{-2} = \dfrac{y}{5} = \dfrac{z+1}{1}$.

Câu 47. Cho x, y là những số nguyên dương. Có bao nhiêu cặp số $(x;y)$ thỏa mãn

$\log_2 \dfrac{x+2y}{x^2+y^2} \ge x(x-4)+y(y-8)-2$

A. 3. **B.** 43. **C.** 44. **D.** 45.

Lời giải

Chọn C

Từ giải thiết ta có: $\log_2 \dfrac{x+2y}{x^2+y^2} \ge x(x-4)+y(y-8)-2$

$\Leftrightarrow 4x+8y+\log_2(x+2y)+2 \ge x^2+y^2+\log_2(x^2+y^2)$

$\Leftrightarrow 4x+8y+\log_2(4x+8y) \ge x^2+y^2+\log_2(x^2+y^2)$ (*)

Xét hàm số $f(t)=\log_2 t+t,\ khi\ (t>0)$

Ta có $f'(t)=\dfrac{1}{t\ln 2}+1>0,\ (\forall t>0)$. Suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$.

$(*)\Leftrightarrow f(4x+8y)\geq f(x^2+y^2)\Leftrightarrow 4x+8y\geq x^2+y^2\ \Leftrightarrow (x-2)^2+(y-4)^2\leq 20$.

Do x,y là những số nguyên dương và thỏa mãn $(x-2)^2+(y-4)^2\leq 20$.

Nếu $x=1$ ta có $1\leq y\leq 8$. Có 8 cặp số $(x;y)$ thỏa mãn.

Nếu $x=2$ ta có $1\leq y\leq 8$. Có 8 cặp số $(x;y)$ thỏa mãn.

Nếu $x=3$ ta có $1\leq y\leq 8$. Có 8 cặp số $(x;y)$ thỏa mãn.

Nếu $x=4$ ta có $1\leq y\leq 8$. Có 8 cặp số $(x;y)$ thỏa mãn.

Nếu $x=5$ ta có $1\leq y\leq 7$. Có 7 cặp số $(x;y)$ thỏa mãn.

Nếu $x=6$ ta có $2\leq y\leq 6$. Có 5 cặp số $(x;y)$ thỏa mãn.

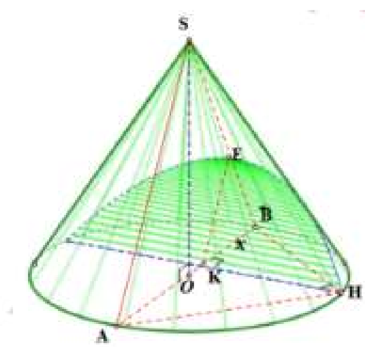
Kết luận có 44 cặp số $(x;y)$ thỏa mãn.

Câu 48. Khi cắt hình nón có chiều cao 16cm và đường kính đáy 24cm bởi một mặt phẳng song song với đường sinh của hình nón ta thu được thiết diện có diện tích lớn nhất gần với giá trị nào sau đây?

A. 170 **B.** 206 **C.** 294 **D.** 208

Lời giải

Chọn D



-Thiết diện một parabol như hình vẽ

-Đặt $BK=x$, ta có $HK=x(24-x)$ và $KE=\dfrac{5x}{6}$

-Diện tích thiết diện: $S=\dfrac{4}{3}HK.KE=\dfrac{10}{9}\sqrt{24x^3-x^4}$

Đặt $f(x)=24x^3-x^4$ với $0<x<24$

BBT

x	0		18		24
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$		↗	34992	↘	

Vậy thiết diện có diện tích lớn nhất là: $\approx 207{,}8cm^2$

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm $A(1;2;3)$ và $B(5;0;1)$. Điểm M thỏa mãn $MA.\overrightarrow{MA}=-4MB.\overrightarrow{MB}$ có tọa độ là:

A. $(3;1;2)$ **B.** $(7;-4;1)$ **C.** $\left(\dfrac{11}{3};\dfrac{2}{3};\dfrac{5}{3}\right)$ **D.** $\left(\dfrac{2}{9};\dfrac{1}{9};\dfrac{5}{9}\right)$

Lời giải

Chọn C

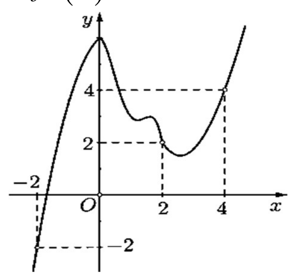
Từ giả thiết $MA.\overrightarrow{MA} = -4MB.\overrightarrow{MB} \Rightarrow \overrightarrow{MA} = \dfrac{-4MB}{MA}\overrightarrow{MB}$ nên ba điểm M, A, B thẳng hàng và A, B nằm khác phía so với điểm M.

Mặt khác $MA.\overrightarrow{MA} = -4MB.\overrightarrow{MB} \Rightarrow \left(MA.\overrightarrow{MA}\right)^2 = \left(-4MB.\overrightarrow{MB}\right)^2 \Leftrightarrow MA^4 = 16MB^4 \Leftrightarrow MA = 2MB$

Như vậy $\overrightarrow{MA} = -2\overrightarrow{MB}$

Với $M(x;y;z)$, ta có $\begin{cases} 1-x=-2(5-x) \\ 2-y=-2(0-y) \\ 3-z=-2(1-z) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=11/3 \\ y=2/3 \\ z=5/3 \end{cases}$

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ sau

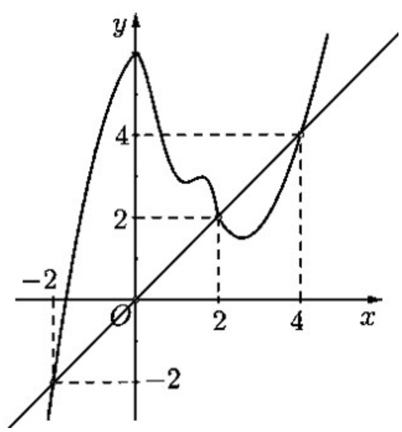


Đồ thị hàm số $g(x) = \left|2f(x) - x^2\right|$ có tối đa bao nhiêu điểm cực trị?

A. 7. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A



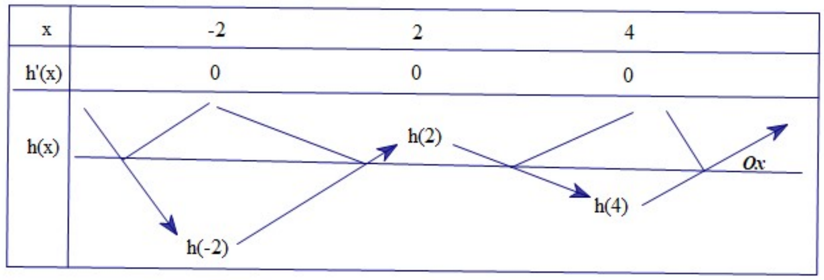
Xét hàm số $h(x) = 2f(x) - x^2 \Rightarrow h'(x) = 2f'(x) - 2x$

Từ đồ thị ta thấy $h'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = x \Leftrightarrow x = -2 \vee x = 2 \vee x = 4$

$\int_{-2}^{2}\left(2f'(x) - 2x\right)dx > \int_{2}^{4}\left(2x - 2f'(x)\right)dx > 0$

$\Leftrightarrow h(x)\Big|_{-2}^{2} > -h(x)\Big|_{2}^{4} \Leftrightarrow h(2) - h(-2) > -\left(h(4) - h(2)\right) \Leftrightarrow h(4) > h(-2)$

Bảng biến thiên



Vậy $g\left(x\right)=\left|2f\left(x\right)-x^2\right|$ có tối đa 7 cực trị.

-----------------Hết----------------

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT - SỐ 17

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Note

Câu 1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm biểu diễn số phức liên hợp của số phức $z = 2 - 3i$ có tọa độ là

A. $(2;-3)$. **B.** $(3;-2)$. **C.** $(2;3)$. **D.** $(3;2)$.

Câu 2: Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = \log_{\sqrt{7}} x$ là

A. $y' = \dfrac{1}{\sqrt{7}x}$. **B.** $y' = \dfrac{\ln\sqrt{7}}{x}$. **C.** $y' = \dfrac{1}{x\ln\sqrt{7}}$. **D.** $y' = \dfrac{1}{x\ln 7}$.

Câu 3: Đạo hàm của hàm số là $y = x^{2023}$ trên tập số thực, là

A. $y' = 2023.x^{2022}$. **B.** $y' = 2023.x^{2021}$.

C. $y' = 2022.x^{2024}$. **D.** $y' = \dfrac{2023}{x^{2022}}$.

Câu 4: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x+1} > 8$ là

A. $(-\infty;2)$. **B.** $(-\infty;2]$. **C.** $[2;+\infty)$. **D.** $(2;+\infty)$.

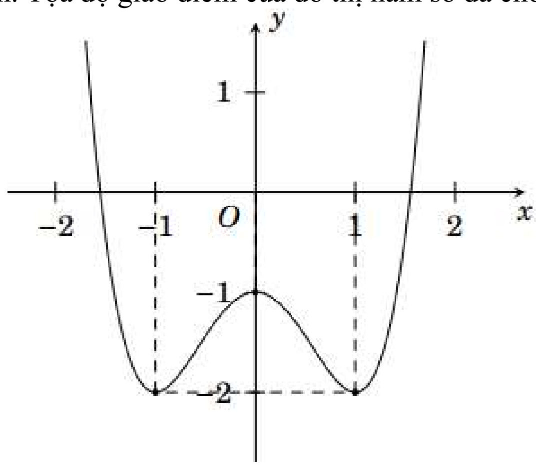
Câu 5: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = -2$. Số hạng thứ 7 của cấp số nhân đó là

A. -384. **B.** 192. **C.** -192. **D.** 384.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z - 1 = 0$. Một véc tơ pháp tuyến của (P) là

A. $\vec{n} = (1;2;3)$. **B.** $\vec{n} = (1;3;-2)$. **C.** $\vec{n} = (1;-2;3)$. **D.** $\vec{n} = (1;-2;-1)$.

Câu 7: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c\,(a,b,c \in \mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là



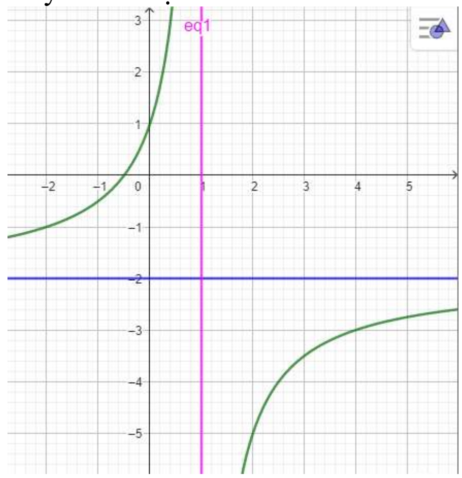
A. $(0;-2)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(0;-1)$. **D.** $(-1;0)$.

Câu 8: Biết $\int_1^3 f(x)dx = 5$ và $\int_1^3 g(x)dx = -7$. Giá trị của $\int_1^3 [3f(x) - 2g(x)]dx$ bằng

A. -29. **B.** 1. **C.** 29. **D.** -31.

Note

Câu 9: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ?



A. $y=-\frac{1}{4}x^4-2x^2+2$. **B.** $y=\frac{-x}{x-1}$.

C. $y=\frac{2x+1}{-x+1}$. **D.** $y=x^3-3x+2$

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-8x+10y-6z+49=0$. Tính bán kính R của mặt cầu (S).

A. $R=1$. **B.** $R=7$. **C.** $R=\sqrt{151}$. **D.** $R=\sqrt{99}$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng (P) và (Q) lần lượt có hai vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_P}$ và $\overrightarrow{n_Q}$. Biết góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{n_P}$ và $\overrightarrow{n_Q}$ bằng $120°$. Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng.

A. $30°$ **B.** $45°$ **C.** $60°$ **D.** $90°$

Câu 12: Cho số phức $z=-2+6i$, phần thực của số phức $\frac{1}{z}$ bằng

A. $\frac{1}{20}$. **B.** $\frac{-1}{20}$. **C.** $\frac{-3}{20}$. **D.** $\frac{3}{20}$.

Câu 13: Cho khối lập phương có cạnh bằng 8. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng

A. 24. **B.** 512. **C.** $\frac{512}{3}$. **D.** 16.

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC). Biết $SA=a$, tam giác ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB=2a$. Thể tích V của khối chóp $S.ABC$ theo a bằng

A. $V=\frac{a^3}{6}$. **B.** $V=\frac{a^3}{2}$. **C.** $V=\frac{2a^3}{3}$. **D.** $V=2a^3$.

Câu 15: Cho điểm A và mặt cầu $S(I;R)$. Điểm A nằm trên mặt cầu khi:

A. $IA<R$. **B.** $IA>R$. **C.** $IA=R$. **D.** $IA=2R$.

Câu 16: Cho số phức z thỏa mãn $z+3\overline{z}=16-2i$. Phần thực và phần ảo của số phức z là

A. Phần thực bằng -4 và phần ảo bằng $-i$.
B. Phần thực bằng -4 và phần ảo bằng 1.
C. Phần thực bằng 4 và phần ảo bằng i.
D. Phần thực bằng 4 và phần ảo bằng 1.

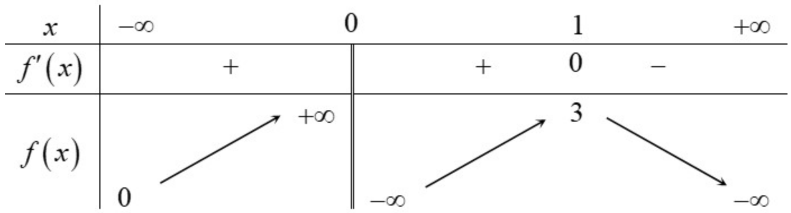
Câu 17: Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng 4π và bán kính bằng 2. Tính độ dài đường sinh của hình nón

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 18: Gọi (α) là mặt phẳng đi qua $M(1;-1;2)$ và chứa trục Ox. Điểm nào trong các điểm sau đây thuộc mặt phẳng (α)?

A. $M(0;4;-2)$ **B.** $N(2;2;-4)$ **C.** $P(-2;2;4)$ **D.** $Q(0;4;2)$

Câu 19: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Điểm cực đại của hàm số đã cho là



A. $(1;3)$. **B.** $x=0$. **C.** $x=1$. **D.** $x=3$.

Câu 20: Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+x-2}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=2$. **B.** $y=-2$. **C.** $y=2$. **D.** $x=-2$.

Câu 21: Tìm tập nghiệm T của bất phương trình $\log_{\frac{1}{4}}(4x-2)\ge -1$.

A. $\left[\frac{3}{2};+\infty\right)$. **B.** $\left(\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$. **C.** $\left[\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right]$. **D.** $\left(\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right]$

Câu 22: Từ các số 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm ba chữ số đôi một khác nhau.

A. 60 **B.** 10 **C.** 120 **D.** 125

Câu 23: Cho biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Tìm $I=\int\left[3f(x)+1\right]\mathrm{d}x$.

A. $I=3F(x)+1+C$. **B.** $I=3F(x)+x+C$.

C. $I=3xF(x)+1+C$. **D.** $I=3xF(x)+x+C$.

Câu 24: Cho $\int_1^2\left[4f(x)-2x\right]dx=1$. Khi đó $\int_1^2 f(x)dx$ bằng:

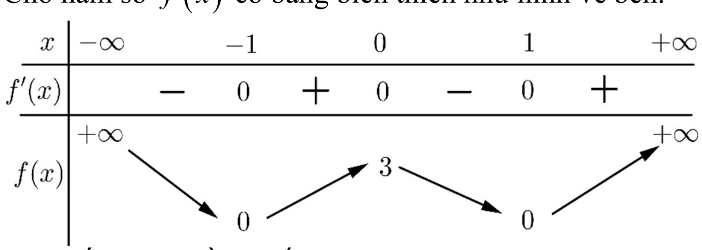
A. 1. **B.** -3. **C.** 3. **D.** -1.

Câu 25: Cho hàm số $f(x)=\sin x+e^x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=e^x-\sin x+C.$ **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=e^x+\cos x+C.$

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=e^x-\sin x+C.$ **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=e^x-\cos x+C.$

Câu 26: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;0)$. **B.** $(-1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(0;1)$.

Note

Note

Câu 27: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		1		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Giá trị cực đại của hàm số $f(x)$ bằng?

A. $f(-1)$. **B.** $f(1)$. **C.** $f(3)$. **D.** $f(4)$.

Câu 28: Tính giá trị biểu thức $P=\log_{a^2}\left(a^{10}b^2\right)+\log_{\sqrt{a}}\left(\dfrac{a}{\sqrt{b}}\right)+\log_{\sqrt[3]{b}}\left(b^{-2}\right)$ (với $0<a\neq 1; 0<b\neq 1$).

A. $\sqrt{3}$. **B.** 1. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** 2.

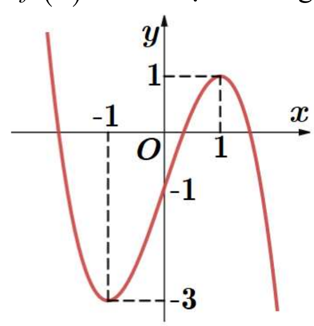
Câu 29: Tính thể tích của vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay hình (H) quanh Ox với (H) được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sqrt{4x-x^2}$ và trục hoành.

A. $\dfrac{31\pi}{3}$. **B.** $\dfrac{32\pi}{3}$. **C.** $\dfrac{34\pi}{3}$. **D.** $\dfrac{35\pi}{3}$.

Câu 30: Cho lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh a, góc $\widehat{BAD}=60°$, $AA'=a\sqrt{2}$. M là trung điểm của AA'. Gọi φ của góc giữa hai mặt phẳng $(B'MD)$ và $(ABCD)$. Khi đó $\cos\varphi$ bằng

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{5}}{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 31: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình.



Phương trình $f(|x|)=m$ có tối đa bao nhiêu nghiệm với m là tham số thực?

A. 2 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 4

Câu 32: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là $f'(x)=(x-1)(x+3)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10;20]$ để hàm số $y=f\left(x^2+3x-m\right)$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$?

A. 18. **B.** 17. **C.** 16. **D.** 20.

Câu 33: Trong một hòm phiếu có 9 lá phiếu ghi các số tự nhiên từ 1 đến 9 (mỗi lá ghi một số, không có hai lá phiếu nào được ghi cùng một số). Rút ngẫu nhiên cùng lúc hai lá phiếu. Tính xác suất để tổng hai số ghi trên hai lá phiếu rút được là một số lẻ lớn hơn hoặc bằng 15.

A. $\dfrac{5}{18}$ **B.** $\dfrac{1}{6}$ **C.** $\dfrac{1}{12}$ **D.** $\dfrac{1}{9}$

Câu 34: Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_2^2 x-5\log_2 x+4\geq 0$

A. $S=(-\infty;2]\cup[16;+\infty)$. **B.** $S=(0;2]\cup[16;+\infty)$.

C. $S=(-\infty;1]\cup[4;+\infty)$. **D.** $S=[2;16]$.

Câu 35: Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z-i|=|(1+i)z|$ là một đường tròn, tâm của đường tròn đó có tọa độ là

A. $I(1;1)$. **B.** $I(0;-1)$. **C.** $I(0;1)$. **D.** $I(-1;0)$.

Câu 36: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1+t\\y=-t\\z=-1+t\end{cases}$ và điểm $A(1;3;-1)$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm A, cắt và vuông góc với đường thẳng Δ.

A. $\frac{x-1}{2}=\frac{y-3}{-1}=\frac{z+1}{-1}$. **B.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z+1}{-1}$.

C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-3}{2}=\frac{z+1}{1}$. **D.** $\frac{x-1}{-1}=\frac{y-3}{2}=\frac{z+1}{-1}$.

Câu 37: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(-4;-1;2)$, $B(3;5;-10)$ và $C(a;b;c)$. Trung điểm cạnh AC thuộc trục tung, trung điểm cạnh BC thuộc mặt phẳng (Oxz). Tổng $a+b+c$ bằng

A. -3. **B.** 1. **C.** 7. **D.** 11.

Câu 38: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng $a\sqrt{2}$. Tính khoảng cách d từ tâm O của đáy $ABCD$ đến một mặt bên theo a.

A. $d=\frac{2a\sqrt{5}}{3}$. **B.** $d=\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $d=\frac{a\sqrt{5}}{2}$. **D.** $d=\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Câu 39: Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ thỏa mãn điều kiện $x\le 2022$ và $3\left(9^y+2y\right)+2\le x+\log_3(x+1)^3$?

A. 6. **B.** 2. **C.** 3776. **D.** 3778.

Câu 40: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x)$, $G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $2F(3)-G(3)=4$ và $2F(0)-G(0)=1$. Khi đó $\int_0^1 f(3x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 1. **B.** $\frac{3}{4}$. **C.** 3. **D.** $\frac{3}{2}$.

Câu 41: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y=x^4-2mx^2+2m^4-m$ có ba điểm cực trị đều thuộc các trục toạ độ

A. $m=2$. **B.** $m=3$. **C.** $m=\frac{1}{2}$. **D.** $m=1$.

Câu 42: Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2-2(2m-1)z+m^2=0$ (m là số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1,z_2 thỏa mãn $|z_1|^2+|z_2|^2=2$?

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 43: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, O là giao điểm của AC và BD. Biết mặt bên của hình chóp là tam giác đều và khoảng cách từ O đến mặt bên là $2a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a.

A. $16a^3\sqrt{3}$. **B.** $8a^3\sqrt{3}$. **C.** $48a^3\sqrt{3}$. **D.** $24a^3\sqrt{3}$.

Note

Note

Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\left[f'(x)\right]^2+f(x).f''(x)=4x^3+2x$ với mọi $x\in\mathbb{R}$ và $f(0)=0$. Giá trị của $f^2(1)$ bằng

A. $\frac{5}{2}$. **B.** $\frac{9}{2}$. **C.** $\frac{16}{15}$. **D.** $\frac{8}{15}$.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;-2)$; đường thẳng $d:\begin{cases}x=1-2t\\y=t\\z=-1-t\end{cases}$ và $d':\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z}{1}$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và chứa d. Khoảng cách giữa đường thẳng d' và (P) bằng

A. $\frac{12}{\sqrt{5}}$. **B.** $\frac{4}{\sqrt{5}}$. **C.** $\frac{8}{\sqrt{5}}$. **D.** $\frac{5}{\sqrt{5}}$.

Câu 46: Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2-2(m+1)z+m^2+1=0$ (m là số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1,z_2 thỏa mãn $|z_1|+|z_2|=4$?

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 47: Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ thỏa mãn điều kiện $x\le 2023$ và $3\left(9^y+2y\right)+2\le x+\log_3(x+1)^3$?

A. 3780 **B.** 3778 **C.** 2 **D.** 3776

Câu 48: Cho hình trụ có 2 đáy là hình tròn tâm O và O', thể tích $V=\pi a^3\sqrt{3}$. Mặt phẳng (P) đi qua tâm O và tạo với OO' một góc $30°$, cắt hai đường tròn tâm O và O' tại bốn điểm là bốn đỉnh của một hình thang có đáy lớn gấp đôi đáy nhỏ và diện tích bằng $3a^2$. Khoảng cách từ tâm O' đến (P) là:

A. $\frac{\sqrt{3}a}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a}{12}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a}{4}$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=4$, đường thẳng $d:\frac{x-2}{2}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-6}{1}$, điểm $A(-1;-1;-1)$. Lấy điểm M thay đổi trên d, điểm N bất kỳ trên mặt cầu (S). Tính giá trị nhỏ nhất của $T=AM+MN$.

A. $T=\frac{\sqrt{1493}}{3}+2$. **B.** $T=\frac{\sqrt{1493}}{3}$. **C.** $T=\frac{2\sqrt{1493}}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{1493}-6}{3}$.

Câu 50: Có bao nhiêu số nguyên m thuộc khoảng $(-10;10)$ để hàm số $y=\left|2x^3-2mx+3\right|$ đồng biến trên $(1;+\infty)$?

A. 11. **B.** 7. **C.** 12. **D.** 8.

----------------------------Hết------------------------

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT - SỐ 17

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

HƯỚNG DẪN CHI TIẾT

Câu 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm biểu diễn số phức liên hợp của số phức $z = 2-3i$ có tọa độ là

A. $(2;-3)$. **B.** $(3;-2)$. **C.** $(2;3)$. **D.** $(3;2)$.

Lời giải

Chọn C

Số phức liên hợp của số phức $z = 2-3i$ là $\overline{z} = 2+3i$.

Câu 2. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = \log_{\sqrt{7}} x$ là

A. $y' = \frac{1}{\sqrt{7}x}$. **B.** $y' = \frac{\ln\sqrt{7}}{x}$. **C.** $y' = \frac{1}{x\ln\sqrt{7}}$. **D.** $y' = \frac{1}{x\ln 7}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y' = \left(\log_{\sqrt{7}} x\right)' = \frac{1}{x\ln\sqrt{7}}$

Câu 3. Đạo hàm của hàm số là $y = x^{2023}$ trên tập số thực, là

A. $y' = 2023.x^{2022}$. **B.** $y' = 2023.x^{2021}$. **C.** $y' = 2022.x^{2024}$. **D.** $y' = \frac{2023}{x^{2022}}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = \left(x^{2023}\right)' = 2023.x^{2023-1} = 2023.x^{2022}$.

Câu 4. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x+1} > 8$ là

A. $(-\infty;2)$. **B.** $(-\infty;2]$. **C.** $[2;+\infty)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có bất phương trình $2^{x+1} > 8 \Leftrightarrow 2^{x+1} > 2^3 \Leftrightarrow x > 2$. Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (2;+\infty)$

Câu 5. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = -2$. Số hạng thứ 7 của cấp số nhân đó là

A. -384. **B.** 192. **C.** -192. **D.** 384.

Lời giải

Chọn B

Số hạng thứ 7 của cấp số nhân đó là $u_7 = u_1.q^6 = 3.(-2)^6 = 192$.

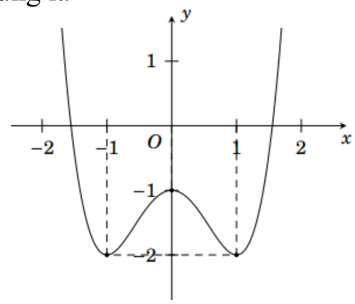
Câu 6. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x-2y+3z-1=0$. Một véc tơ pháp tuyến của (P) là

A. $\vec{n} = (1;2;3)$. **B.** $\vec{n} = (1;3;-2)$. **C.** $\vec{n} = (1;-2;3)$. **D.** $\vec{n} = (1;-2;-1)$.

Lời giải

Từ phương trình mặt phẳng $(P): x-2y+3z-1=0$ suy ra một véc tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n} = (1;-2;3)$.

Câu 7. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c\left(a,b,c \in \mathbb{R}\right)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là



A. $(0;-2)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(0;-1)$. **D.** $(-1;0)$.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị, ta dễ thấy đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tọa độ $(0;-1)$.

Câu 8. Biết $\int\limits_1^3 f(x)dx = 5$ và $\int\limits_1^3 g(x)dx = -7$. Giá trị của $\int\limits_1^3 \left[3f(x) - 2g(x)\right]dx$ bằng

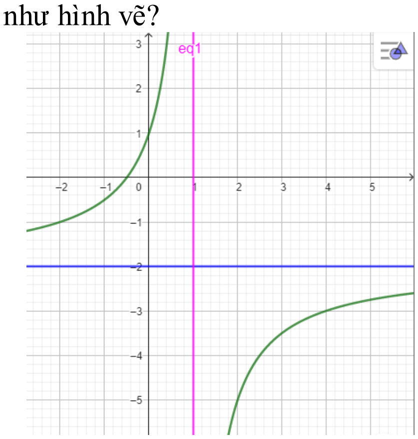
A. -29. **B.** 1. **C.** 29. **D.** -31.

Lời giải

Chọn C

$$\int\limits_1^3 \left[3f(x) - 2g(x)\right]dx = \int\limits_1^3 3f(x)dx - \int\limits_1^3 2g(x)dx = 3\int\limits_1^3 f(x)dx - 2\int\limits_1^3 g(x)dx = 3.5 - 2.(-7) = 29.$$

Câu 9. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ?



A. $y = -\dfrac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 2$. **B.** $y = \dfrac{-x}{x-1}$. **C.** $y = \dfrac{2x+1}{-x+1}$. **D.** $y = x^3 - 3x + 2$

Lời giải

Chọn C

+ Dạng đồ thị loại A, D

+ Đường tiệm cận ngang $y = -2$ nên nhận **C.**

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 10y - 6z + 49 = 0$. Tính bán kính R của mặt cầu (S).

A. $R = 1$. **B.** $R = 7$. **C.** $R = \sqrt{151}$. **D.** $R = \sqrt{99}$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình mặt cầu: $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ $\left(a^2 + b^2 + c^2 - d > 0\right)$ có tâm $I(a;b;c)$, bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$.

Ta có $a = 4$, $b = -5$, $c = 3$, $d = 49$. Do đó $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = 1$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng (P) và (Q) lần lượt có hai vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_P}$ và $\overrightarrow{n_Q}$. Biết góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{n_P}$ và $\overrightarrow{n_Q}$ bằng $120°$. Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng.

A. 30° **B.** 45° **C.** 60° **D.** 90°

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\widehat{\left(\overrightarrow{n_P};\overrightarrow{n_Q}\right)} = 120° \Rightarrow \widehat{\left((P);(Q)\right)} = 180° - 120° = 60°$.

Câu 12. Cho số phức $z = -2 + 6i$, phần thực của số phức $\frac{1}{z}$ bằng

A. $\frac{1}{20}$. **B.** $\frac{-1}{20}$. **C.** $\frac{-3}{20}$. **D.** $\frac{3}{20}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $z = -2 + 6i \Rightarrow \frac{1}{z} = \frac{1}{-2+6i} = \frac{-2-6i}{40} = \frac{-1}{20} - \frac{3}{20}i$

Vậy phần thực của số phức $\frac{1}{z}$ bằng $\frac{-1}{20}$.

Câu 13. Cho khối lập phương có cạnh bằng 8. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng

A. 24. **B.** 512. **C.** $\frac{512}{3}$. **D.** 16.

Lời giải

Chọn B

Thể tích của lập phương là: $V = a^3 = 512$

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC). Biết $SA = a$, tam giác ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB = 2a$. Thể tích V của khối chóp $S.ABC$ theo a bằng

A. $V = \frac{a^3}{6}$. **B.** $V = \frac{a^3}{2}$. **C.** $V = \frac{2a^3}{3}$. **D.** $V = 2a^3$.

Lời giải

Chọn C

Diện tích tam giác ABC vuông cân tại A là: $S_{ABC} = \frac{1}{2}AB.AC = \frac{1}{2}2a.2a = 2a^2$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA.S_{ABC} = \frac{1}{3}.a.2a^2 = \frac{2a^3}{3}$.

Câu 15. Cho điểm A và mặt cầu $S(I;R)$. Điểm A nằm trên mặt cầu khi:

A. $IA < R$. **B.** $IA > R$. **C.** $IA = R$. **D.** $IA = 2R$.

Lời giải

Chọn C

Câu 16. Cho số phức z thỏa mãn $z + 3\bar{z} = 16 - 2i$. Phần thực và phần ảo của số phức z là

A. Phần thực bằng -4 và phần ảo bằng $-i$.
B. Phần thực bằng -4 và phần ảo bằng 1.
C. Phần thực bằng 4 và phần ảo bằng i.
D. Phần thực bằng 4 và phần ảo bằng 1.

Lời giải

Chọn D

Gọi $z = a + bi\ (a, b \in \mathbb{R}) \Rightarrow \bar{z} = a - bi$. Ta có $z + 3\bar{z} = 16 - 2i \Leftrightarrow a + bi + 3(a - bi) = 16 - 2i$

$\Leftrightarrow 4a - 2bi = 16 - 2i \Leftrightarrow \begin{cases} 4a = 16 \\ 2b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 1 \end{cases}$.

Vậy số phức z có phần thực bằng 4 và phần ảo bằng 1.

Câu 17. Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng 4π và bán kính bằng 2. Tính độ dài đường sinh của hình nón

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Hình nón có diện tích xung quanh 4π và bán kính bằng 2. Vậy $\pi rl = 4\pi \Leftrightarrow l = \dfrac{4\pi}{2\pi} = 2$

Câu 18. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua $M(1;-1;2)$ và chứa trục Ox. Điểm nào trong các điểm sau đây thuộc mặt phẳng (α)?

A. $M(0;4;-2)$ **B.** $N(2;2;-4)$ **C.** $P(-2;2;4)$ **D.** $Q(0;4;2)$

Lời giải

Chọn B

(α) chứa trục Ox nên (α) có dạng $by + cz = 0$.

(α) qua $M(1;-1;2) \Rightarrow -b + 2c = 0 \Leftrightarrow b = 2c \Rightarrow (\alpha)$: $2cy + cz = 0 \Leftrightarrow 2y + z = 0$.

$\Rightarrow (\alpha)$ qua $N(2;2;-4)$.

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Điểm cực đại của hàm số đã cho là

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	||	$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

A. $(1;3)$. **B.** $x = 0$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = 3$.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên, ta có hàm số đã cho có điểm cực đại là $x = 1$.

Câu 20. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2 + x - 2}{x - 2}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x = 2$. **B.** $y = -2$. **C.** $y = 2$. **D.** $x = -2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x \to 2^+} \dfrac{x^2 + x - 2}{x - 2} = +\infty$; $\lim\limits_{x \to 2-} \dfrac{x^2 + x - 2}{x - 2} = -\infty$

Suy ra hàm số có tiệm cận đứng là $x = 2$.

Câu 21. Tìm tập nghiệm T của bất phương trình $\log_{\frac{1}{4}}(4x - 2) \geq -1$.

A. $\left[\dfrac{3}{2};+\infty\right)$. **B.** $\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{2}\right)$. **C.** $\left[\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{2}\right]$. **D.** $\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{2}\right]$

Lời giải:

Chọn D

Bất phương trình tương đương $0 < 4x - 2 \leq \left(\dfrac{1}{4}\right)^{-1} \Leftrightarrow \dfrac{1}{2} < x \leq \dfrac{3}{2}$

Vậy tập nghiệm là $T = \left(\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{2}\right]$.

Câu 22. Từ các số 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm ba chữ số đôi một khác nhau.

A. 60 **B.** 10 **C.** 120 **D.** 125

Lời giải

Chọn A

Có thể lập $A_5^3 = 60$ số tự nhiên gồm ba chữ số đôi một khác nhau.

Câu 23. Cho biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Tìm $I = \int [3f(x)+1]\mathrm{d}x$.

A. $I = 3F(x)+1+C$. **B.** $I = 3F(x)+x+C$.

C. $I = 3xF(x)+1+C$. **D.** $I = 3xF(x)+x+C$.

Lời giải

Chọn B

$I = \int [3f(x)+1]\mathrm{d}x = 3\int f(x)\mathrm{d}x + \int \mathrm{d}x = 3F(x)+x+C$.

Câu 24. Cho $\int_1^2 [4f(x)-2x]dx = 1$. Khi đó $\int_1^2 f(x)dx$ bằng:

A. 1. **B.** -3. **C.** 3. **D.** -1.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int_1^2 [4f(x)-2x]dx = 1 \Leftrightarrow 4\int_1^2 f(x)dx - 2\int_1^2 xdx = 1 \Leftrightarrow 4\int_1^2 f(x)dx - 2.\left.\frac{x^2}{2}\right|_1^2 = 1$

$\Leftrightarrow 4\int_1^2 f(x)dx = 4 \Leftrightarrow \int_1^2 f(x)dx = 1$

Câu 25. Cho hàm số $f(x) = \sin x + e^x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = e^x - \sin x + C.$ **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x = e^x + \cos x + C.$

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = e^x - \sin x + C.$ **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = e^x - \cos x + C.$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x = \int \left[\sin x + e^x\right]\mathrm{d}x = e^x - \cos x + C.$

Câu 26. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	0	↗	3	↘	0	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;0)$. **B.** $(-1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $x \in (-1;0) \cup (1;+\infty)$ thì $f'(x) > 0$ nên hàm số đồng biến biến trên khoảng $(-1;0)$.

Câu 27. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		1		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Giá trị cực đại của hàm số $f(x)$ bằng?

A. $f(-1)$. **B.** $f(1)$. **C.** $f(3)$. **D.** $f(4)$.

Lời giải

Chọn B

Bảng biến thiên của hàm số $f\left(x\right)$ là:

x	$-\infty$		-1		1		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Vậy giá trị cực đại của hàm số $f\left(x\right)$ là $f\left(1\right)$.

Câu 28. Tính giá trị biểu thức $P=\log_{a^2}\left(a^{10}b^2\right)+\log_{\sqrt{a}}\left(\dfrac{a}{\sqrt{b}}\right)+\log_{\sqrt[3]{b}}\left(b^{-2}\right)$ (với $0<a\neq 1;0<b\neq 1$).

A. $\sqrt{3}$. **B.** 1. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $P=\log_{a^2}\left(a^{10}b^2\right)+\log_{\sqrt{a}}\left(\dfrac{a}{\sqrt{b}}\right)+\log_{\sqrt[3]{b}}\left(b^{-2}\right)=5+\log_a b+2-\log_a b-6=1$.

Câu 29. Tính thể tích của vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay hình $\left(H\right)$ quanh Ox với $\left(H\right)$ được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sqrt{4x-x^2}$ và trục hoành.

A. $\dfrac{31\pi}{3}$. **B.** $\dfrac{32\pi}{3}$. **C.** $\dfrac{34\pi}{3}$. **D.** $\dfrac{35\pi}{3}$.

Lời giải:

Chọn B

Điều kiện xác định: $4x-x^2\geq 0\Leftrightarrow 0\leq x\leq 4$.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=\sqrt{4x-x^2}$ và trục hoành là :

$\sqrt{4x-x^2}=0\Leftrightarrow 4x-x^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=4\end{array}\right.$.

Thể tích của vật thể tròn xoay khi quay hình $\left(H\right)$ quanh Ox là :

$V=\pi\int\limits_0^4\left(\sqrt{4x-x^2}\right)^2\mathrm{d}x=\pi\int\limits_0^4\left(4x-x^2\right)\mathrm{d}x=\dfrac{32}{3}\pi$.

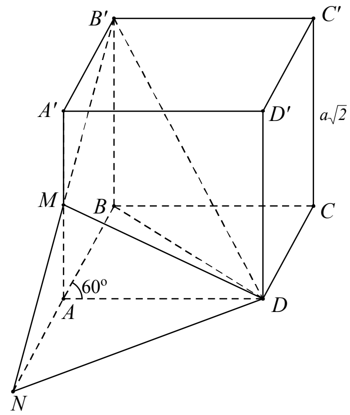
Vậy thể tích của vật thể tròn xoay khi quay hình $\left(H\right)$ quanh Ox là $\dfrac{32}{3}\pi$.

Câu 30. Cho lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh a, góc $\widehat{BAD}=60°$, $AA'=a\sqrt{2}$. M là trung điểm của AA'. Gọi φ của góc giữa hai mặt phẳng $\left(B'MD\right)$ và $\left(ABCD\right)$. Khi đó $\cos\varphi$ bằng

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{5}}{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn D

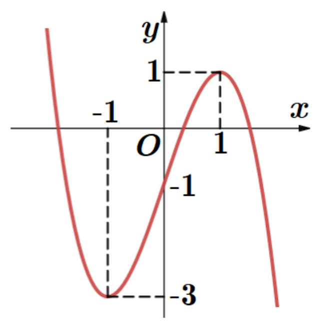


Gọi $N = B'M \cap BA$, khi đó $(B'MD) \cap (ABCD) = DN$.

Vì $ABCD$ là hình thoi có $\widehat{BAD} = 60°$ nên tam giác ABD đều cạnh a.
AM là đường trung bình của tam giác NBB' nên $AN = AB = a$, suy ra ΔADN cân tại A, $\widehat{DAN} = 180° - \widehat{BAD} = 120°$. Do đó $\widehat{ADN} = 30°$. Suy ra $\widehat{NDB} = 60° + 30° = 90°$ hay $BD \perp DN$.
Theo định lý ba đường vuông góc ta có $B'D \perp DN$, do đó góc giữa mặt phẳng $(B'MD)$ và $(ABCD)$ là góc giữa $B'D$ và BD là $\widehat{B'DB}$.

Xét tam giác $B'DB$ vuông tại B, $\cos\widehat{B'DB} = \dfrac{BD}{B'D} = \dfrac{BD}{\sqrt{BD^2 + BB'^2}} = \dfrac{a}{\sqrt{a^2 + 2a^2}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 31. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình.



Phương trình $f(|x|) = m$ có tối đa bao nhiêu nghiệm với m là tham số thực?

A. 2 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 4

Lời giải

Chọn D

Phương trình $f(|x|) = m$ có nhiều nghiệm nhất khi phương trình $f(x) = m$ có nhiều nghiệm dương nhất. Từ đồ thị $f(x)$ ta thấy phương trình $f(x) = m$ có tối đa hai nghiệm dương nên phương trình $f(|x|) = m$ có tối đa bốn nghiệm.

Câu 32. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là $f'(x) = (x-1)(x+3)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10;20]$ để hàm số $y = f(x^2 + 3x - m)$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$?

A. 18. **B.** 17. **C.** 16. **D.** 20.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = f'(x^2 + 3x - m) = (2x+3) f'(x^2 + 3x - m)$.

Theo đề bài ta có: $f'(x) = (x-1)(x+3)$

suy ra $f'(x) > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x < -3 \\ x > 1 \end{array}\right.$ và $f'(x) < 0 \Leftrightarrow -3 < x < 1$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$ khi $y' \geq 0, \forall x \in (0;2)$

$\Leftrightarrow (2x+3) f'\left(x^2+3x-m\right) \geq 0, \forall x \in (0;2)$.

Do $x \in (0;2)$ nên $2x+3>0, \forall x \in (0;2)$. Do đó, ta có:

$$y' \geq 0, \forall x \in (0;2) \Leftrightarrow f'\left(x^2+3x-m\right) \geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2+3x-m \leq -3 \\ x^2+3x-m \geq 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \geq x^2+3x+3 \\ m \leq x^2+3x-1 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \geq \max\limits_{[0;2]}\left(x^2+3x+3\right) \\ m \leq \min\limits_{[0;2]}\left(x^2+3x-1\right) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \geq 13 \\ m \leq -1 \end{array}\right..$$

Do $m \in [-10;20]$, $m \in \mathbb{Z}$ nên có 18 giá trị nguyên của m thỏa yêu cầu đề bài.

Câu 33. Trong một hòm phiếu có 9 lá phiếu ghi các số tự nhiên từ 1 đến 9 (mỗi lá ghi một số, không có hai lá phiếu nào được ghi cùng một số). Rút ngẫu nhiên cùng lúc hai lá phiếu. Tính xác suất để tổng hai số ghi trên hai lá phiếu rút được là một số lẻ lớn hơn hoặc bằng 15.

A. $\dfrac{5}{18}$ **B.** $\dfrac{1}{6}$ **C.** $\dfrac{1}{12}$ **D.** $\dfrac{1}{9}$

Lời giải

Chọn C

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_9^2 = 36$.

Gọi $A =$"tổng hai số ghi trên hai lá phiếu rút được là một số lẻ lớn hơn hoặc bằng 15"

Ta có các cặp số có tổng là số lẻ và lớn hơn hoặc bằng 15.là $(6;9);(7;8);(9;7) \Rightarrow n(A)=3$.

Vậy xác suất của biến cố A là $P(A) = \dfrac{3}{36} = \dfrac{1}{12}$.

Câu 34. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_2^2 x - 5\log_2 x + 4 \geq 0$

A. $S = (-\infty;2] \cup [16;+\infty)$.
B. $S = (0;2] \cup [16;+\infty)$.
C. $S = (-\infty;1] \cup [4;+\infty)$.
D. $S = [2;16]$.

Lời giải

Chọn B

ĐK: $x>0$

Đặt $t = \log_2 x$, $t \in \mathbb{R}$.

Bất phương trình tương đương $t^2-5t+4 \geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t \leq 1 \\ t \geq 4 \end{array}\right.$.

- $\log_2 x \leq 1 \Leftrightarrow 0 < x \leq 2$.
- $\log_2 x \geq 4 \Leftrightarrow x \geq 16$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $S = (0;2] \cup [16;+\infty)$.

Câu 35. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z-i| = |(1+i)z|$ là một đường tròn, tâm của đường tròn đó có tọa độ là

A. $I(1;1)$. **B.** $I(0;-1)$. **C.** $I(0;1)$. **D.** $I(-1;0)$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $z = x+yi$ $(x, y \in \mathbb{R})$.

Ta có $|z-i| = |(1+i)z|$.

$\Leftrightarrow |x+(y-1)i| = |(1+i)(x+yi)| \Leftrightarrow |x+(y-1)i| = |(x-y)+(x+y)i|$

$\Leftrightarrow x^2+(y-1)^2 = (x-y)^2+(x+y)^2 \Leftrightarrow x^2+y^2+2y-1=0 \Leftrightarrow x^2+(y+1)^2=2$.

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn có tâm $(0;-1)$.

Câu 36. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1+t\\y=-t\\z=-1+t\end{cases}$ và điểm $A(1;3;-1)$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm A, cắt và vuông góc với đường thẳng Δ.

A. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-3}{-1}=\dfrac{z+1}{-1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z+1}{-1}$.

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z+1}{1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z+1}{-1}$.

Lời giải

Chọn C

Cách 1:

Gọi B là giao điểm của hai đường thẳng d và Δ.

Vì $B\in\Delta$ nên tọa độ $B(1+t\ ;\ -t\ ;\ -1+t)$. Khi đó $\overrightarrow{BA}=(-t;t+3;-t)$.

Đường thẳng Δ có một vec tơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;-1;1)$.

$d\perp\Delta\Leftrightarrow\overrightarrow{BA}\perp\vec{u}\Leftrightarrow\overrightarrow{BA}.\vec{u}=0\Leftrightarrow t=-1$.

Suy ra $\overrightarrow{BA}=(1\ ;\ 2\ ;\ 1)$.

Do đó đường thẳng d đi qua điểm A và nhận $\overrightarrow{BA}$ làm vectơ chỉ phương có phương trình chính tắc là $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z+1}{1}$.

Cách 2: Suy luận nhanh

VTCP của Δ là $\overrightarrow{u_\Delta}=(1;-1;1)$.

d vuông góc với đường thẳng $\Delta\Leftrightarrow\overrightarrow{u_\Delta}.\overrightarrow{u_d}=0$. Chỉ có đáp án C thỏa mãn.

Câu 37. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(-4;-1;2)$, $B(3;5;-10)$ và $C(a;b;c)$. Trung điểm cạnh AC thuộc trục tung, trung điểm cạnh BC thuộc mặt phẳng (Oxz). Tổng $a+b+c$ bằng

A. -3. **B.** 1. **C.** 7. **D.** 11.

Lời giải

Chọn A

Gọi $M(0;y;0)\in Oy$ là trung điểm AC. Suy ra $C(4;2y+1;-2)$.

Gọi N là trung điểm của BC, suy ra $N\left(\dfrac{7}{2};y+3;-6\right)$.

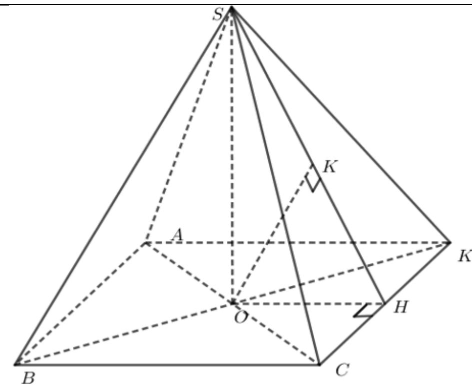
Do $N\in(Oxz)$ nên $y+3=0\Leftrightarrow y=-3\Rightarrow C(4;-5;-2)$.

Câu 38. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng $a\sqrt{2}$. Tính khoảng cách d từ tâm O của đáy $ABCD$ đến một mặt bên theo a.

A. $d=\dfrac{2a\sqrt{5}}{3}$. **B.** $d=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $d=\dfrac{a\sqrt{5}}{2}$. **D.** $d=\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn D



$S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều nên $ABCD$ là hình vuông và $SO\perp(ABCD)$. Vẽ OH vuông góc với CD tại H thì H là trung điểm CD, $OH=\dfrac{a}{2}$.

Dễ thấy $CD\perp(SOH)\Rightarrow(SCD)\perp(SOH)$ nên kẻ OK vuông góc với SH tại K thì $OK\perp(SCD)$ $.\Rightarrow d\left(O,(SCD)\right)=OK$.

Tam giác vuông SOH có OK là đường cao nên $OK=\dfrac{OS.OH}{\sqrt{OS^2+OH^2}}=\dfrac{a\sqrt{2}.\frac{a}{2}}{\sqrt{2a^2+\frac{a^2}{4}}}=\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$.

Vậy $d\left(O,(SCD)\right)=\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$.

Câu 39. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ thỏa mãn điều kiện $x\le 2022$ và $3\left(9^y+2y\right)+2\le x+\log_3(x+1)^3$?

A. 6. **B.** 2. **C.** 3776. **D.** 3778.

Lời giải

Chọn D

Ta có $3\left(9^y+2y\right)+2\le x+\log_3(x+1)^3\Leftrightarrow 3.9^y+6y+2\le x+3\log_3(x+1)$

$\Leftrightarrow 3^{2y+1}+3(2y+1)\le(x+1)+3\log_3(x+1)$. (*)

Xét hàm số $f(t)=3^t+3t$ có $f'(t)=3^t.\ln 3+3>0,\ \forall t$.

Suy ra hàm số $f(t)=3^t+3t$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Do đó $(*)\Leftrightarrow f(2y+1)\le f\left(\log_3(x+1)\right)\Leftrightarrow 2y+1\le\log_3(x+1)\Leftrightarrow 3^{2y+1}-1\le x$.

Vì $x\le 2022$ nên $3^{2y+1}-1\le 2022\Leftrightarrow y\le\dfrac{\log_3 2023-1}{2}\approx 2{,}96$.

Với giả thiết y nguyên dương suy ra $y\in\{1;2\}$.

Với $y=1$ có $26\le x\le 2022$ suy ra có 1997 cặp số $(x;y)$ thỏa mãn.

Với $y=2$ có $242\le x\le 2022$ suy ra có 1781 cặp số $(x;y)$ thỏa mãn.

Vậy có tất cả 3778 cặp số $(x;y)$ thỏa mãn đề bài.

Câu 40. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x)$, $G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $2F(3)-G(3)=4$ và $2F(0)-G(0)=1$. Khi đó $\int\limits_0^1 f(3x)\,dx$ bằng

A. 1. **B.** $\dfrac{3}{4}$. **C.** 3. **D.** $\dfrac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $2F(3)-G(3)-\left[2F(0)-G(0)\right]=3 \Leftrightarrow 2\left[F(3)-F(0)\right]-\left[G(3)-G(0)\right]=3$

$\Leftrightarrow 2\int\limits_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x-\int\limits_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x=3 \Leftrightarrow \int\limits_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x=3$

Lại có: $\int\limits_0^1 f(3x)\,\mathrm{d}x=\frac{1}{3}\int\limits_0^3 f(t)\,\mathrm{d}t=\frac{1}{3}\int\limits_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x$. Vậy: $\int\limits_0^1 f(3x)\,\mathrm{d}x=1$.

Câu 41. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y=x^4-2mx^2+2m^4-m$ có ba điểm cực trị đều thuộc các trục toạ độ

A. $m=2$. **B.** $m=3$. **C.** $m=\frac{1}{2}$. **D.** $m=1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=4x^3-4mx=4x\left(x^2-m\right)$.

Xét $y'=0 \Leftrightarrow 4x\left(x^2-m\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2=m \end{array}\right.$.

Để đồ thị hàm số đã cho có 3 điểm cực trị thì $m>0$.

Khi đó toạ độ các điểm cực trị là $A\left(0;2m^4-m\right), B\left(\sqrt{m};2m^4-m^2-m\right), C\left(-\sqrt{m};2m^4-m^2-m\right)$.

Ta có $A\in Oy$. Để $B,C\in Ox$ thì $2m^4-m^2-m=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ 2m^3-m-1=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=1 \end{array}\right.$.

Do $m>0$ nên ta được $m=1$.

Câu 42. Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2-2(2m-1)z+m^2=0$ (m là số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1,z_2 thỏa mãn $|z_1|^2+|z_2|^2=2$?

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\Delta'=(2m-1)^2-m^2=3m^2-4m+1$

TH1: $\Delta'<0 \Leftrightarrow \frac{1}{3}<m<1$.

Phương trình có hai nghiệm phức, khi đó: $|z_1|=|z_2|=\sqrt{\frac{c}{a}}=\sqrt{m^2}$.

Suy ra: $|z_1|^2+|z_2|^2=2 \Leftrightarrow 2m^2=2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-1 \end{array}\right.$. (Không thỏa)

TH2: $\Delta'>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>1 \\ m<\frac{1}{3} \end{array}\right.$.

Vì $a.c=m^2\ge 0$ nên phương trình có hai nghiệm thực phân biệt $z_1.z_2\ge 0$ hoặc $z_1.z_2\le 0$.

Suy ra: $|z_1|^2+|z_2|^2=2 \Leftrightarrow (|z_1|+|z_2|)^2-2|z_1||z_2|=2 \Leftrightarrow |4m-2|^2-2m^2=2$

$\Leftrightarrow 7m^2-8m+1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=\frac{1}{8} \end{array}\right.$

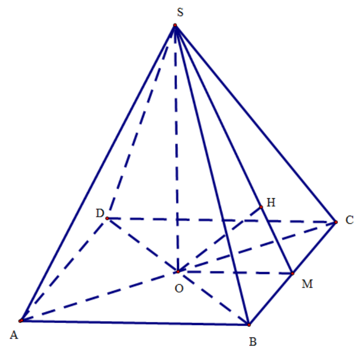
Suy ra $m=\frac{1}{8}$ thỏa mãn. Vậy có 1 giá trị của m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 43. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, O là giao điểm của AC và BD. Biết mặt bên của hình chóp là tam giác đều và khoảng cách từ O đến mặt bên là $2a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a.

A. $16a^3\sqrt{3}$. **B.** $8a^3\sqrt{3}$. **C.** $48a^3\sqrt{3}$. **D.** $24a^3\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi M là trung điểm của BC. Vì mặt bên là tam giác đều nên $BC \perp SM$. Mặt khác $BC \perp SO$ nên $BC \perp (SOM) \Rightarrow (SOM) \perp (SBC)$.

Gọi H là hình chiếu của O lên SM ta có $OH \perp (SBC)$, do đó $d(O;(SBC)) = OH$.

Đặt $AB = x$, ta có $SA = x$, $SM = \frac{x\sqrt{3}}{2}; OM = \frac{x}{2}$; $SO^2 = SM^2 - OM^2 = \frac{x^2}{2}$.

Tam giác SOM vuông tại O có OH là đường cao nên

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OM^2} \Rightarrow OH = \frac{x\sqrt{6}}{6}.$$

Theo giả thiết $d(O;(SBC)) = OH = 2a$ nên $a = \frac{x\sqrt{6}}{12} \Rightarrow x = 2a\sqrt{6}$.

Từ đó suy ra $SO = 2a\sqrt{3}; S_{ABCD} = 24a^2$. Thể tích khối chóp là $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.2a\sqrt{3}.24a^2 = 16\sqrt{3}a^3$

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $[f'(x)]^2 + f(x).f''(x) = 4x^3 + 2x$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = 0$. Giá trị của $f^2(1)$ bằng

A. $\frac{5}{2}$. **B.** $\frac{9}{2}$. **C.** $\frac{16}{15}$. **D.** $\frac{8}{15}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $[f'(x)]^2 + f(x).f''(x) = [f(x).f'(x)]'$. Từ giả thiết ta có: $[f(x).f'(x)]' = 4x^3 + 2x$

Suy ra: $f(x).f'(x) = \int (4x^3 + 2x)dx = x^4 + x^2 + C$. Với $f(0) = 0 \Rightarrow C = 0$

Nên ta có: $f(x).f'(x) = x^4 + x^2$

Suy ra: $\int_0^1 f(x).f'(x)dx = \int_0^1 (x^4 + x^2)dx \Leftrightarrow \left.\frac{f^2(x)}{2}\right|_0^1 = \frac{8}{15} \Rightarrow f^2(1) = \frac{16}{15}$.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;-2)$; đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1-2t \\ y = t \\ z = -1-t \end{cases}$ và $d': \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{1}$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và chứa d. Khoảng cách giữa đường thẳng d' và (P) bằng

A. $\frac{12}{\sqrt{5}}$. **B.** $\frac{4}{\sqrt{5}}$. **C.** $\frac{8}{\sqrt{5}}$. **D.** $\frac{5}{\sqrt{5}}$.

Lời giải

Chọn B

Lấy $A(1;0;-1)\in d$ ta có $\overrightarrow{MA}=(0;0;1)$. Ta có $\left[\overrightarrow{MA},\overrightarrow{u_d}\right]=(-1;-2;0)$.

Mặt phẳng (P) đi qua M và chứa d suy ra $\overrightarrow{n_P}=(0;1;0)$.

Phương trình mặt phẳng $(P): x+2y-1=0$.

Đường thẳng d' có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_{d'}}=(2;-1;1)$

Ta thấy $\overrightarrow{u_{d'}}.\overrightarrow{n_P}=0\Rightarrow d'//(P)$. Lấy $N(1;-2;0)\in d'$.

Vậy $\mathrm{d}(d',(P))=\mathrm{d}(N,(P))=\dfrac{|x_N+2y_N-1|}{\sqrt{1^2+2^2+0^2}}=\dfrac{4}{\sqrt{5}}$.

Câu 46. Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2-2(m+1)z+m^2+1=0$ (m là số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1,z_2 thỏa mãn $|z_1|+|z_2|=4$?

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\Delta'=2m$

TH1: $\Delta'<0\Leftrightarrow m<0$.

Phương trình có hai nghiệm phức $z_{1,2}=m+1\pm i\sqrt{-2m}$.

Ta có $|z_1|=|z_2|$, do đó $|z_1|+|z_2|=4\Leftrightarrow |z_1|=2\Leftrightarrow (m+1)^2-2m=4\Leftrightarrow m^2=3\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=\sqrt{3}\,(l)\\ m=-\sqrt{3}\,(tm)\end{array}\right.$.

TH2: $\Delta'>0\Leftrightarrow m>0$

Phương trình có hai nghiệm thực phân biệt z_1,z_2.

Ta có $z_1+z_2=2(m+1)>0; z_1z_2=m^2+1>0,\forall m>0$ .Suy ra: $z_1>0,z_2>0$.

Khi đó $|z_1|+|z_2|=4\Leftrightarrow z_1+z_2=4\Leftrightarrow 2(m+1)=4\Leftrightarrow m=1(tm)$.

Vậy có 2 giá trị của m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 47. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ thỏa mãn điều kiện $x\le 2023$ và $3\left(9^y+2y\right)+2\le x+\log_3(x+1)^3$?

A. 3780 **B.** 3778 **C.** 2 **D.** 3776

Lời giải

Chọn A

Ta có $3\left(9^y+2y\right)+2\le x+\log_3(x+1)^3\Leftrightarrow 3.9^y+6y+2\le x+3\log_3(x+1)$

$\Leftrightarrow 3^{2y+1}+3(2y+1)\le (x+1)+3\log_3(x+1)$. (*)

Xét hàm số $f(t)=3^t+3t$ có $f'(t)=3^t.\ln 3+3>0,\ \forall t$.

Suy ra hàm số $f(t)=3^t+3t$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Do đó $(*)\Leftrightarrow f(2y+1)\le f(\log_3(x+1))\Leftrightarrow 2y+1\le \log_3(x+1)\Leftrightarrow 3^{2y+1}-1\le x$.

Vì $x\le 2023$ nên $3^{2y+1}-1\le 2023\Leftrightarrow y\le \dfrac{\log_3 2023-1}{2}\approx 2{,}96$.

Với giả thiết y nguyên dương suy ra $y\in\{1;2\}$.

Với $y=1$ có $26\le x\le 2023$ suy ra có 1998 cặp số $(x;y)$ thỏa mãn.

Với $y=2$ có $242\le x\le 2023$ suy ra có 1782 cặp số $(x;y)$ thỏa mãn.

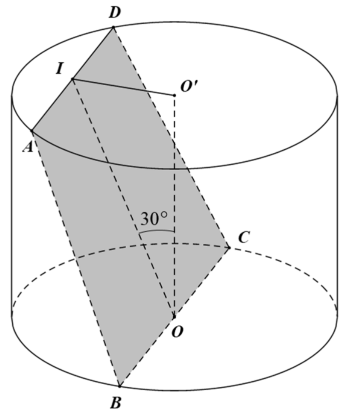
Vậy có tất cả 3780 cặp số $(x;y)$ thỏa mãn đề bài.

Câu 48. Cho hình trụ có 2 đáy là hình tròn tâm O và O', thể tích $V = \pi a^3\sqrt{3}$. Mặt phẳng (P) đi qua tâm O và tạo với OO' một góc $30°$, cắt hai đường tròn tâm O và O' tại bốn điểm là bốn đỉnh của một hình thang có đáy lớn gấp đôi đáy nhỏ và diện tích bằng $3a^2$. Khoảng cách từ tâm O' đến (P) là:

A. $\dfrac{\sqrt{3}a}{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}a}{12}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}a}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}a}{4}$.

Lời giải

Chọn C



Giả sử thiết diện là hình thang $ABCD$ có đáy nhỏ AD và đáy lớn BC, bán kính đáy là r.

Ta có: $AD = \dfrac{BC}{2} = \dfrac{2r}{2} = r$.

Kẻ $O'I \perp AD$ tại $I \Rightarrow AD \perp (OO'I) \Rightarrow (ABCD) \perp (OO'I) \Rightarrow \left(\widehat{OO',(ABCD)}\right) = \widehat{O'OI} = 30°$

$\Delta OO'I$ vuông tại O' nên $\cos O'IO = \dfrac{OO'}{OI} \Rightarrow OI = \dfrac{OO'}{\cos O'IO} = OO' : \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{2.OO'}{\sqrt{3}}$

Diện tích $ABCD$ là $3a^2$ nên ta có: $S_{ABCD} = \dfrac{(AD+BC).OI}{2} = 3a^2 \Leftrightarrow \dfrac{(r+2r)}{2}.\dfrac{2.OO'}{\sqrt{3}} = 3a^2$

$\Rightarrow r = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{O'O}$. Thể tích khối trụ là: $V_{(T)} = \pi r^2.O'O = \pi.\dfrac{3a^4}{O'O^2}.O'O = \pi a^3\sqrt{3} \Rightarrow O'O = a\sqrt{3}$.

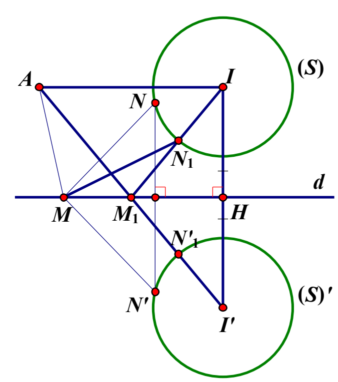
Vậy, khoảng cách từ tâm O' đến (P) là $d(O';(P)) = O'O.\sin 30^0 = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=4$, đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-6}{1}$, điểm $A(-1;-1;-1)$. Lấy điểm M thay đổi trên d, điểm N bất kỳ trên mặt cầu (S). Tính giá trị nhỏ nhất của $T = AM + MN$.

A. $T = \dfrac{\sqrt{1493}}{3}+2$. **B.** $T = \dfrac{\sqrt{1493}}{3}$. **C.** $T = \dfrac{2\sqrt{1493}}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{1493}-6}{3}$.

Lời giải

Chọn D



(S) có tâm $I(1;1;0)$, bán kính $R=2$.

d qua điểm $E(2;-1;6)$, có vtcp $\vec{u}_d = (2;2;1)$.

Vì $\overrightarrow{AI} = (2;2;1)$, $A \notin d$ nên $AI // d$.

Gọi mặt cầu (S') có tâm I' đối xứng với mặt cầu (S) qua d.

$AN_1' = AM_1 + M_1N_1' = AM_1 + M_1N_1$

Gọi $M_1 = AI' \cap d$, $N_1' = AI' \cap (S')$, $N_1 = M_1 I \cap (S)$, N' đối xứng với N qua d (như hình vẽ).

Khi đó dễ thấy $N' \in (S')$.

$$T = AM + MN = AM + MN' = (AM + MN' + N'I') - N'I' \geq AI' - N'I'II' = \frac{2\sqrt{353}}{3}$$

$$= AI' - I'N_1' = AN_1'$$

Dễ thấy và $AN_1' = AI' - R$.

Vậy suy ra $\min T = AN_1' = AI' - R$ khi $M \equiv M_1$, $N \equiv N_1$.

Ta có: $\overrightarrow{EI} = (-1;2;-6)$; $IH = d(I,d) = \dfrac{\left|\left[\overrightarrow{EI}, \vec{u}_d\right]\right|}{|\vec{u}_d|} = \dfrac{\sqrt{353}}{3}$; $AI = 3$;.

$AI' = \sqrt{AI^2 + II'^2} = \dfrac{\sqrt{1493}}{3}$. Vậy GTNN $T = \dfrac{\sqrt{1493}}{3} - 2$.

Câu 50. Có bao nhiêu số nguyên m thuộc khoảng $(-10;10)$ để hàm số $y = \left|2x^3 - 2mx + 3\right|$ đồng biến trên $(1;+\infty)$?

A. 11. **B.** 7. **C.** 12. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số: $f(x) = 2x^3 - 2mx + 3$ có: $f'(x) = 6x^2 - 2m$; $\Delta' = 12m$

+ **Trường hợp 1:** $\Delta' \leq 0 \Leftrightarrow m \leq 0$. Suy ra $f'(x) \geq 0, \forall x \in (1;+\infty)$.

Vậy yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 0 \\ f(1) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 0 \\ 5 - 2m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 0 \\ m \leq \dfrac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m \leq 0$.

Kết hợp với điều kiện $m \in \mathbb{Z}; m \in (-10;10)$ ta được

$m \in \{-9;-8;-7;-6;-5;-4;-3;-2;-1;0\}$

Ta có 10 giá trị của m thoả mãn yêu cầu bài toán(1)

+ **Trường hợp 2:** $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m > 0$. Suy ra $f'(x) = 0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 $(x_1 < x_2)$

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$	$\nearrow$	$f(x_1)$	$\searrow$	$f(x_2)$	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ x_1 < x_2 \leq 1 \\ f(1) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ -\dfrac{2m}{6} + 1 \geq 0 \\ 5 - 2m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m \leq \dfrac{5}{2}$.

Kết hợp với điều kiện $m \in \mathbb{Z}; m \in (-10;10)$ ta được $m \in \{1;2\}$.

Ta có 2 giá trị của m thoả mãn yêu cầu bài toán (2).

Từ (1) và (2) suy ra: có tất cả có 12 giá trị của m thoả mãn yêu cầu bài toán.

-----------Hết----------