## KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT NĂM 2022 - 2023 TỈNH KHÁNH HÒA

Môn thi: TOÁN
*Ngày thi: 3/6/2022*
*Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian phát đề*

### Bài 1

Không dùng máy tính cầm tay. Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{12} + 3\sqrt{27} - 2\sqrt{75}$.

**Lời giải.**

Ta có $A = \sqrt{12} + 3\sqrt{27} - 2\sqrt{75} = 2\sqrt{3} + 3 \cdot 3\sqrt{3} - 2 \cdot 5\sqrt{3} = 2\sqrt{3} + 9\sqrt{3} - 10\sqrt{3} = \sqrt{3}$. □

### Bài 2

Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y = 7 \\ 3x + y = 3. \end{cases}$

**Lời giải.**

Ta có $\begin{cases} 2x - y = 7 \\ 3x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 10 \\ 3x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 3 \cdot 2 + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -3. \end{cases}$
Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = (2; -3)$. □

### Bài 3

Giải phương trình $x^2 - 8x + 7 = 0$.

**Lời giải.**

Ta có $a + b + c = 1 + (-8) + 7 = 0$.
Suy ra phương trình có hai nghiệm $x_1 = 1$; $x_2 = 7$.
Vậy phương trình có tập nghiệm $S = \{1; 7\}$ □

### Bài 4

Trong mặt phẳng tọa độ $Oxy$, cho đường thẳng $(d)\colon y = 2x - m + 3$ ($m$ là tham số) và parabol $(P)\colon y = x^2$.

a) Vẽ đồ thị $(P)$.

b) Tìm các số nguyên $m$ để $(d)$ và $(P)$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1$ và $x_2$ thỏa mãn

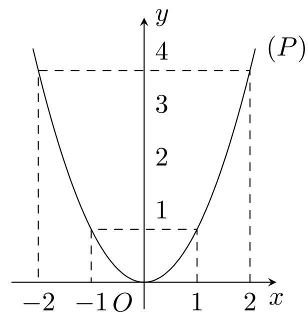
$$x_1^2(x_2 + 2) + x_2^2(x_1 + 2) \leq 10.$$

**Lời giải.**

a)

Bảng giá trị của hàm số $y = x^2$.

| $x$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y = x^2$ | $4$ | $1$ | $0$ | $1$ | $4$ |




b) Phương trình hoành độ giao điểm của $(P)$ và $(d)$ là

$$x^2 = 2x - m + 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x + m - 3 = 0. \qquad (1)$$

Ta có $\Delta' = (-1)^2 - m + 3 = 4 - m$.
$(P)$ và $(d)$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow 4 - m > 0 \Leftrightarrow m < 4$.
Theo định lí Vi-ét, ta có $x_1 + x_2 = 2$; $x_1x_2 = m - 3$.
Theo đề bài ta có

$$\begin{aligned} & x_1^2(x_2+2) + x_2^2(x_1+2) \le 10 \\ \Leftrightarrow\ & x_1^2x_2 + 2x_1^2 + x_1x_2^2 + 2x_2^2 \le 10 \\ \Leftrightarrow\ & x_1x_2(x_1+x_2) + 2\left((x_1+x_2)^2 - 2x_1x_2\right) \le 10. \end{aligned}$$

Suy ra $(m-3)\cdot 2 + 2(2^2 - 2(m-3)) \le 10 \Leftrightarrow -2m \le -4 \Leftrightarrow m \ge 2$.
Kết hợp điều kiện $m < 4$, suy ra $2 \le m < 4$.
Do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m = 2$; $m = 3$.

□

## Bài 5

Nhằm đáp ứng nhu cầu sử dụng khẩu trang chống dịch COVID-19, theo kế hoạch, hai tổ sản xuất của một nhà máy dự định làm 720000 khẩu trang. Do áp dụng kĩ thuật mới nên tổ $I$ đã sản xuất vượt kế hoạch 15% và tổ $II$ vượt kế hoạch 12%, vì vậy họ đã làm được 819000 khẩu trang. Hỏi theo kế hoạch số khẩu trang của mỗi tổ sản xuất là bao nhiêu?

**Lời giải.**

Gọi $x$ (khẩu trang) là số khẩu trang của tổ $I$ sản xuất theo kế hoạch ($x \in \mathbb{N}^*$).
Gọi $y$ (khẩu trang) là số khẩu trang của tổ $II$ sản xuất theo kế hoạch ($y \in \mathbb{N}^*$).
Theo đề bài, ta có phương trình $x + y = 720000$. 1 Thực tế, tổ $I$ sản xuất được $115\%x$ (khẩu trang); tổ $II$ sản xuất được $112\%x$ (khẩu trang).
Theo đề bài, ta có phương trình $115\%x + 112\%y = 819000$ 2 Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình

$$\begin{aligned} & \begin{cases} x + y = 720000 \\ 115\%x + 112\%y = 819000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 720000 \\ 115x + 112y = 81900000 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} 115x + 115y = 82800000 \\ 115x + 112y = 81900000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 115x + 112y = 81900000 \\ 3y = 900000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 420000 \\ y = 300000. \end{cases} \end{aligned}$$

Đối chiếu điều kiện trên, ta được $x = 420000$; $y = 300000$.
Vậy số khẩu trang tổ $I$ sản xuất theo kế hoạch là 420000 khẩu trang; tổ $II$ sản xuất theo kế hoạch là 300000 khẩu trang. □

## Bài 6

Cho nửa đường tròn tâm $O$ bán kính 3 cm, có đường kính $AB$. Gọi $C$ là điểm thuộc nửa đường tròn sao cho $AC > BC$. Vẽ $OD$ vuông góc với $AC$ ($D$ thuộc $AC$) và $CE$ vuông góc với $AB$ ($E$ thuộc $AB$). Tiếp tuyến tại $B$ của nửa đường tròn cắt tia $AC$ tại $F$.

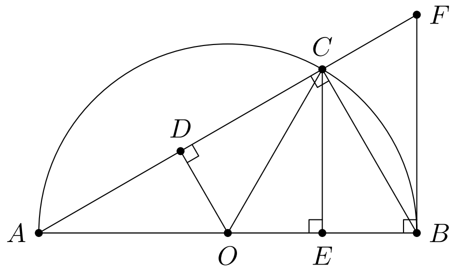
a) Chứng minh $ODCE$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh $\widehat{OCD} = \widehat{CBF}$.

c) Cho $\widehat{BAC} = 30°$. Tính diện tích phần tam giác $ABF$ nằm bên ngoài đường tròn $(O; 3\text{ cm})$.

d) Khi $C$ di động trên nửa đường tròn $(O; 3\text{ cm})$. Tìm vị trí điểm $C$ sao cho chu vi tam giác $OCE$ lớn nhất.

**Lời giải.**




a) Xét tứ giác $ODCE$, ta có

$$\widehat{ODC} = 90°(vOD \perp AC);$$
$$\widehat{OEC} = 90°(vCE \perp AB).$$

Suy ra $\widehat{ODC} + \widehat{OEC} = 90° + 90° = 180°$.
Suy ra tứ giác $ODCE$ nội tiếp (tứ giác có tổng hai góc đối bằng $180°$).

b) Ta có $\triangle OAC$ cân tại $O$ (do $OA = OC = 3$ cm), suy ra $\widehat{OCA} = \widehat{OAC}$.
Mà $\widehat{OAC} = \widehat{CBF}$ (góc nội tiếp, góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung $BC$);
Suy ra $\widehat{OCA} = \widehat{CBF}$.

c) Ta có $\widehat{BOC} = 2 \cdot \widehat{BAC} = 2 \cdot 30° = 60°$ (góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn cung $BC$).
Diện tích hình quạt $BOC$ là $S_1 = \dfrac{\pi \cdot 3^2 \cdot 60}{360} = \dfrac{3\pi}{2}$ cm$^2$.
Ta có $\widehat{ACB} = 90°$ (góc nội tiếp chắn nửa $(O)$ $\Rightarrow \triangle ABC$ vuông tại $C$).
Suy ra $AC = AB \cdot \cos \widehat{BAC} = 6 \cdot \cos 30° = 6 \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$.
$\triangle BOC$ có $OB = OC$ và $\widehat{BOC} = 60°$ nên $\triangle BOC$ đều.
Suy ra đường cao $CE = \dfrac{3\sqrt{3}}{2}$ và $BC = OB = OC = 3$ cm.
Diện tích $\triangle AOC$ là $S_2 = \dfrac{1}{2} \cdot OA \cdot CE = \dfrac{1}{2} \cdot 3 \cdot \dfrac{3\sqrt{3}}{2} = \dfrac{9\sqrt{3}}{4}$ cm$^2$.
Ta có $\widehat{ABF} = 90°$ (vì $BF$ là tiếp tuyến của $(O) \Rightarrow \triangle ABF$ vuông tại $B$).
Trong $\triangle ABF$ vuông tại $B$ có đường cao $BC$, ta có

$$AB^2 = AC \cdot AF \Rightarrow AF = \frac{AB^2}{AC} = \frac{6^2}{3\sqrt{3}} = 4\sqrt{3}.$$

Diện tích $\triangle ABF$ là $S_3 = \dfrac{1}{2} \cdot BC \cdot AF = \dfrac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$ cm$^2$.
Diện tích phần tam giác $ABF$ nằm bên ngoài đường tròn $(O; 3$ cm$)$ là

$$S = S_3 - S_1 - S_2 = 6\sqrt{3} - \frac{3\pi}{2} - \frac{9\sqrt{3}}{4} = \frac{15\sqrt{3}}{4} - \frac{3\pi}{2} = \frac{15\sqrt{3} - 6\pi}{4} \approx 1,78 \text{ cm}^2.$$

d) Đặt $OE = a$; $CE = b$.
Ta có $(a-b)^2 \geq 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 \geq 2ab \Leftrightarrow a^2 + b^2 + a^2 + b^2 \geq 2ab + a^2 + b^2 \Leftrightarrow 2(a^2 + b^2) \geq (a+b)^2$.
Ta có bất đẳng thức

$$(a+b)^2 \leq 2(a^2 + b^2)$$

Trong $\triangle OEC$ $(\widehat{E} = 90^\circ)$, ta có $OE^2 + CE^2 = OC^2$, suy ra $a^2 + b^2 = 3^2$.
Áp dụng bất đẳng thức $(a+b)^2 \leq 2(a^2 + b^2)$ và ta có $a^2 + b^2 = 3^2$.
Suy ra $a + b \leq 3\sqrt{2}$.
Do đó chu vi tam giác $CEO$ là $OE + CE + OC = a + b + 3 \leq 3\sqrt{2} + 3$.
Dấu bằng xảy ra khi $a = b \Leftrightarrow \triangle OEC$ vuông cân tại $E \Leftrightarrow \widehat{EOC} = 45^\circ \Leftrightarrow$ sđ $\overset{\frown}{BC} = 45^\circ$.
Vậy điểm $C$ nằm trên nửa đường tròn sao cho $\widehat{BOC} = 45^\circ$ thì chu vi tam giác $OCE$ lớn nhất là $3 + 3\sqrt{2}$ (cm).

□