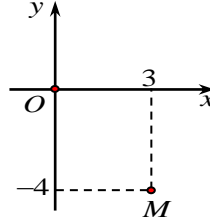


ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề gồm 07 trang)

Môn: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút.

Họ và tên: Số báo danh: **Mã đề 101**

Câu 1. Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?



- A. $z_2 = 3 - 4i$. B. $z_4 = 4 - 3i$. C. $z_1 = -4 + 3i$. D. $z_3 = 3 + 4i$.

Câu 2. Cho khối hộp chữ nhật có các kích thước lần lượt bằng 2; 3; 4. Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

- A. 18. B. 12. C. 24. D. 8.

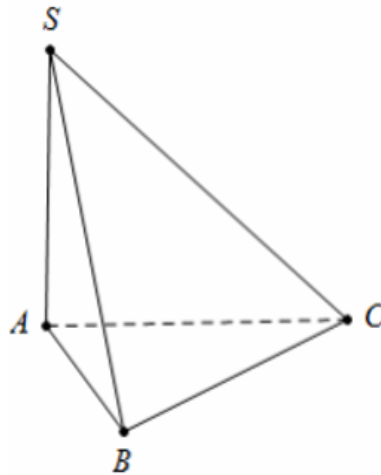
Câu 3. Tập nghiệm của phương trình $2^{x^2+x} = 4$ là

- A. $\{1; 2\}$. B. $\{-2; 1\}$. C. $\{-1; 2\}$. D. $\{-2; -1\}$.

Câu 4. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và công sai $d = -3$. Giá trị của u_3 bằng

- A. -4. B. -5. C. -1. D. -7.

Câu 5. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $AB = 4$; SA vuông góc với đáy và $SA = 3$ (tham khảo hình vẽ).



Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A. 8. B. $12\sqrt{3}$. C. $4\sqrt{3}$. D. $8\sqrt{3}$.

Câu 6. Cho đường thẳng Δ cắt mặt cầu $S(O; R)$ tại hai điểm phân biệt. Gọi d là khoảng cách từ O đến Δ . Khẳng định nào dưới đây luôn đúng?

- A. $d = 0$. B. $d = R$. C. $d > R$. D. $d < R$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, góc giữa trục Ox và mặt phẳng (Oyz) bằng

- A. 30° B. 60° C. 90° D. 45°

Câu 8. Nếu $\int_{-1}^2 f(x) dx = -3$ thì $\int_{-1}^2 [1 - 2f(x)] dx$ bằng

- A. 7. B. -5. C. 9. D. -3.

Câu 9. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-5}{2x-1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x = \frac{3}{2}$.

B. $x = -\frac{1}{2}$.

C. $x = \frac{1}{2}$.

D. $x = \frac{5}{3}$.

Câu 10. Cho hàm số $f(x) = e^x - 2x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx = e^x - x^2 + C$.

B. $\int f(x)dx = e^x - 2 + C$.

C. $\int f(x)dx = e^x + x^2 + C$.

D. $\int f(x)dx = e^x - 2x^2 + C$.

Câu 11. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x-1) < 2$ là

A. $(-\infty; 10)$.

B. $(1; 10)$.

C. $(10; +\infty)$.

D. $(1; 9)$.

Câu 12. Cho tập hợp A có 9 phần tử. Số chỉnh hợp chập 4 của 9 phần tử của A bằng

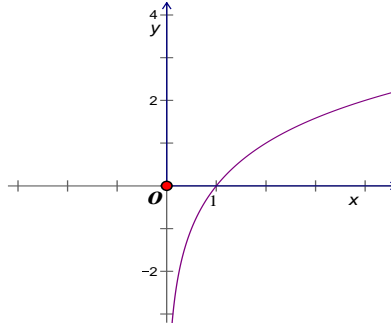
A. 3204.

B. 162.

C. 126.

D. 3024.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên.



Hàm số $y = f(x)$ là hàm số nào dưới đây?

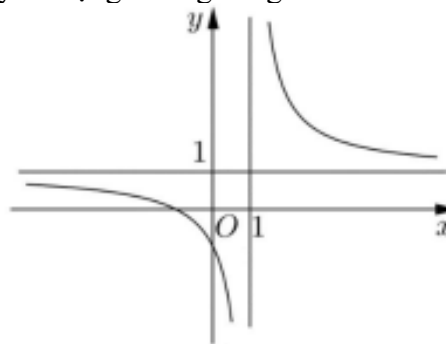
A. $y = \log_2 x$.

B. $y = x^2$.

C. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$.

D. $y = 2^x$.

Câu 14. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng đường cong như hình bên?



A. $y = \frac{2x-1}{x-1}$.

B. $y = \frac{x}{x+1}$.

C. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

D. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

Câu 15. Trên khoảng $(-\infty; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = 4^x$ là

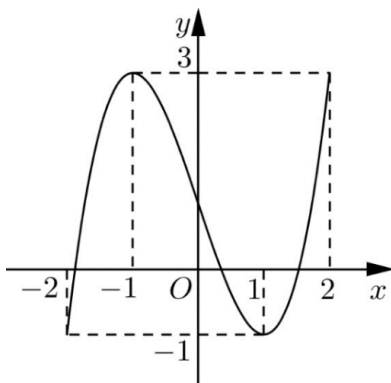
A. $y' = \frac{4^x}{\ln 4}$.

B. $y' = x \cdot 4^{x-1}$.

C. $y' = 4^x \ln 4$.

D. $y' = x \cdot 4^x \ln 4$.

Câu 16. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên.



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. -2.

B. -1.

C. 3.

D. 1.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z + 2 = 0$. Mặt cầu (S) có bán kính bằng

A. 4.

B. $2\sqrt{2}$.

C. 2.

D. $\sqrt{2}$.

Câu 18. Nếu $\int_0^2 f(x) dx = 7; \int_0^5 f(x) dx = 3$ thì $\int_2^5 f(x) dx$ bằng

A. 4.

B. 10.

C. -4.

D. -10.

Câu 19. Cho số phức $z = 5 - 7i$, số phức liên hợp của z bằng

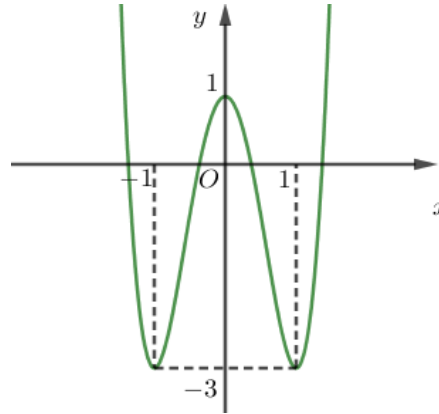
A. $-5 + 7i$.

B. $7 - 5i$.

C. $-5 - 7i$.

D. $5 + 7i$.

Câu 20. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong như hình bên.



Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là

A. $(1; -3)$.

B. $(0; 1)$.

C. $(1; 0)$.

D. $(-1; -3)$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - y + z + 2 = 0$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm nào dưới đây?

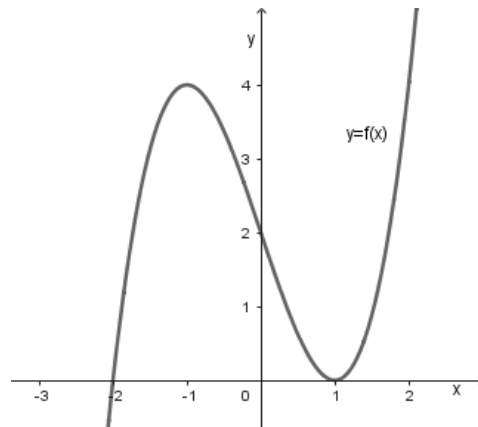
A. $Q(1; 1; 0)$.

B. $P(0; 1; 0)$.

C. $M(1; 0; -3)$.

D. $N(0; 0; -1)$.

Câu 22. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên.



Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là

A. $(0; 2)$.

B. $(0; -2)$.

C. $(-2; 0)$.

D. $(2; 0)$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{-2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{1}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d ?

A. $\vec{u}_1(-2; -1; 1)$.

B. $\vec{u}_2(2; 1; 1)$.

C. $\vec{u}_3(-1; 2; 0)$.

D. $\vec{u}_4(-2; 1; -1)$.

Câu 24. Với a là số thực dương tùy ý, $\ln a^2 - \ln \sqrt[3]{a}$ bằng

A. $\frac{5}{3}$.

B. $\frac{5}{3} \ln a$.

C. $\frac{4}{3} \ln a$.

D. $\ln \frac{5}{3}$.

Câu 25. Phần thực của số phức $z = 9 - 4i$ là

- A. -4 . B. 4 . C. -9 . D. 9 .

Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'			$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$				2				$+\infty$

\swarrow \nearrow \searrow \nearrow
 -2 -2

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1;1)$. B. $(-2;2)$. C. $(-1;0)$. D. $(-\infty;1)$.

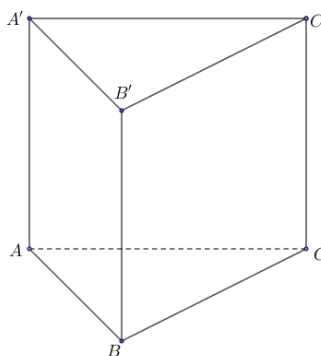
Câu 27. Cho $\int f(x) dx = F(x) + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int (f(x)+1) dx = x - F(x) + C$. B. $\int (f(x)+1) dx = F(x) + x + C$.
 C. $\int (f(x)+1) dx = F(x) + 1 + C$. D. $\int (f(x)+1) dx = F(x) - x + C$.

Câu 28. Cho hình trụ có bán kính đáy $2r$ và độ dài đường sinh l . Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A. $2\pi rl$. B. $4\pi r^2 l$. C. $4\pi rl$. D. πrl .

Câu 29. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tam giác ABC vuông cân tại A , $AB = a$, $BB' = 2a$ (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (BCA') bằng



- A. $\frac{2a}{3}$. B. $\frac{3a}{2}$. C. $\frac{\sqrt{3}a}{3}$. D. $\frac{a}{3}$.

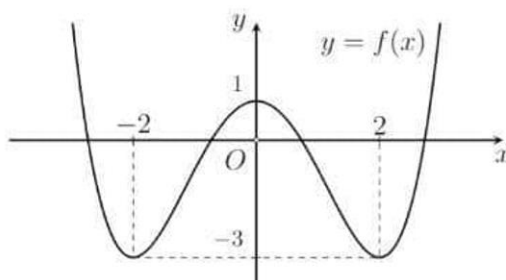
Câu 30. Gieo một con xúc xắc cân đối, đồng chất 2 lần. Xác suất để tổng số chấm xuất hiện của hai lần gieo là số chia hết cho 5 bằng

- A. $\frac{2}{9}$. B. $\frac{7}{36}$. C. $\frac{1}{9}$. D. $\frac{5}{36}$.

Câu 31. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = -x^2 + x$ và $y = 0$ quanh trục Ox bằng

- A. $\frac{1}{30}$. B. $\frac{\pi^2}{30}$. C. $\frac{\pi}{6}$. D. $\frac{\pi}{30}$.

Câu 32. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $2f(x) - m = 0$ có bốn nghiệm thực phân biệt?



A. 9.

B. 7.

C. 8.

D. 5.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 3)$. Điểm đối xứng với M qua trục Oy có tọa độ là

A. $(1; 2; 3)$.

B. $(-1; -2; -3)$.

C. $(-1; 2; -3)$.

D. $(-1; -2; 3)$.

Câu 34. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $9^x - 4 \cdot 3^{x+1} + 27 = 0$ bằng

A. 1.

B. -1.

C. 2.

D. 3.

Câu 35. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , biết tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $\left| \frac{\bar{z} + i}{2 - i} \right| = 1$ là một đường tròn. Tâm của đường tròn đó có tọa độ là

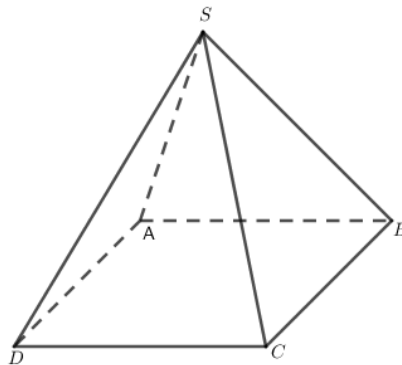
A. $(0; -1)$.

B. $(1; 0)$.

C. $(-1; 0)$.

D. $(0; 1)$.

Câu 36. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình vẽ). Góc giữa SB và $(ABCD)$ bằng



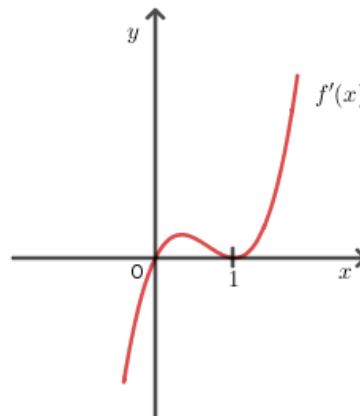
A. 45° .

B. 90° .

C. 60° .

D. 30° .

Câu 37. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ xác định trên \mathbb{R} và có đồ thị như hình bên. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(0; +\infty)$.

B. $(-\infty; 0)$.

C. $(-\infty; +\infty)$.

D. $(-\infty; 1)$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $E(1; 0; -2)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + z + 3 = 0$. Phương trình đường thẳng qua E và vuông góc với (P) là

A. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -2 + t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = t \\ z = -2 - t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -3 + t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = t \\ z = -2 + t \end{cases}$

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = -3 - 2t \\ y = 1 + t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$; $d': \begin{cases} x = 2 + t' \\ y = -1 + 2t' \\ z = -2t' \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): x + y + z + 2 = 0$. Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (P) và cắt cả hai đường thẳng d, d' có phương trình là

A. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{1}$.

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-4}$.

C. $\frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{1}$.

D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-4}{2}$.

Câu 40. Biết $\int_2^5 (2x+1)\ln(x^2-1)dx = a\ln 3 + b\ln 2 - c$ với a, b, c là các số nguyên. Khi đó $a^2 + 2b - c^2$ bằng

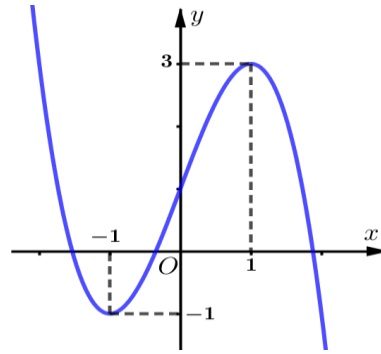
A. 8.

B. 19.

C. 6.

D. 5.

Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ là hàm số bậc ba và $f'(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = f(2x-1) + mx + 3$ có ba điểm cực trị?



A. 5.

B. 3.

C. 7.

D. 8.

Câu 42. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc $(-10; 60)$ để bất phương trình $\log_3(x^2+1) + (2m-1)\log_{(x^2+1)} 3 + 4 \geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \neq 0$?

A. 59.

B. 57.

C. 55.

D. 61.

Câu 43. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 + 2az + b^2 - 1 = 0$, (a, b là các tham số thực). Có bao nhiêu cặp số thực (a, b) sao cho phương trình đó có hai nghiệm z_1, z_2 thỏa mãn $z_1 + 3iz_2 = 4 + 3i$?

A. 6.

B. 3.

C. 5.

D. 4.

Câu 44. Cho x, y là các số nguyên dương nhỏ hơn 2023. Gọi S là tập hợp các giá trị của y thỏa mãn: Với mỗi giá trị của y luôn có ít nhất 100 giá trị không nhỏ hơn 3 của x thỏa $(2^{x+y^2} - 2^{y^2-x})\log_x y > 4 \frac{2^{y^2-1}}{2} - \frac{1}{2}$, đồng thời các tập hợp có y phần tử có số tập con lớn hơn 2048. Số phần tử của tập S là

A. 32.

B. 1921.

C. 1912.

D. 33.

Câu 45. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn $f(x) - f'(x) = x^3 - 6x^2 + 7x - 2, \forall x \in \mathbb{R}$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = f(x)$ và $y = xf'(x)$ bằng

A. $\frac{69}{32}$.

B. $\frac{21}{32}$.

C. $\frac{27}{32}$.

D. $\frac{135}{64}$.

Câu 46. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $AB = a$ và diện tích tam giác SAB bằng a^2 . Gọi H, K lần lượt là trung điểm của SB, SD . Thể tích khối đa diện $ABCKH$ bằng

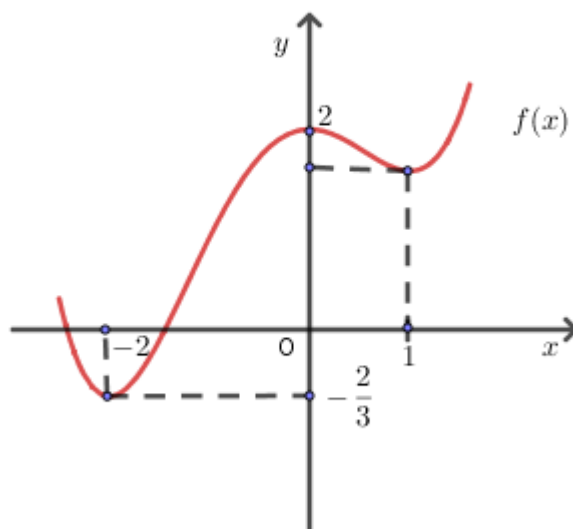
A. $\frac{\sqrt{15}}{36} a^3$.

B. $\frac{\sqrt{15}}{4} a^3$.

C. $\frac{\sqrt{15}}{24} a^3$.

D. $\frac{\sqrt{15}}{12} a^3$.

Câu 47. Cho hàm số $f(x)$ bậc bốn có đồ thị như hình vẽ sau



Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in (-25; 20)$ để hàm số $g(x) = \frac{1}{3}f^3(x) + \frac{1}{2}m \cdot f^2(x) + (3m-5)f(x) - 7$ đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$?

- A. 18. B. 17. C. 20. D. 19.

Câu 48. Một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn tâm O, O' và có bán kính $r = \sqrt{15}$. Khoảng cách giữa hai đáy là $OO' = 6$. Gọi (α) là mặt phẳng qua trung điểm của đoạn OO' và tạo với đường thẳng OO' một góc 30° . Diện tích của thiết diện tạo bởi mặt phẳng (α) và hình trụ bằng

- A. $24\sqrt{2}$. B. 36. C. 48. D. $24\sqrt{3}$.

Câu 49. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, từ điểm $A(1; 1; 0)$ kẻ các tiếp tuyến đến mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 1; 1)$ và bán kính $R = 1$. Gọi $M(a; b; c)$ là một trong các tiếp điểm ứng với các tiếp tuyến trên. Giá trị lớn nhất của biểu thức $T = |2a + c - 1|$ bằng

- A. 3. B. $\frac{3}{5}$. C. 11. D. $\frac{11}{5}$.

Câu 50. Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z| = 2, |(i+1)w + 3 + 7i| = \sqrt{2}$. Giá trị nhỏ nhất của $|z^2 + wz - 4|$ bằng

- A. 8. B. $2(\sqrt{29} - 3)$. C. $2(\sqrt{29} - 1)$. D. 4.

-----**HẾT**-----

(Giám thị coi thi không giải thích gì thêm)

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề gồm 07 trang)

Môn: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút.

Họ và tên: Số báo danh: **Mã đề 102**

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, góc giữa trục Ox và mặt phẳng (Oyz) bằng

- A. 90° B. 30° C. 45° D. 60°

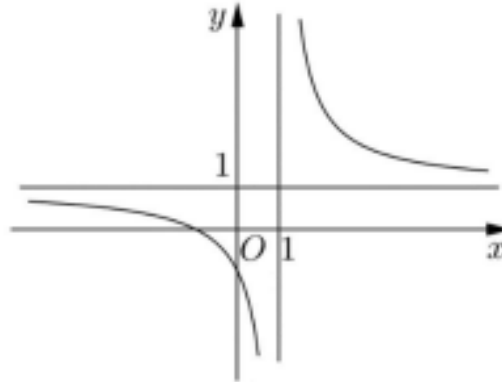
Câu 2. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-5}{2x-1}$ là đường thẳng có phương trình

- A. $x = \frac{5}{3}$. B. $x = \frac{1}{2}$. C. $x = -\frac{1}{2}$. D. $x = \frac{3}{2}$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{-2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{1}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d ?

- A. $\vec{u}_3(-1;2;0)$. B. $\vec{u}_2(2;1;1)$. C. $\vec{u}_4(-2;1;-1)$. D. $\vec{u}_1(-2;-1;1)$.

Câu 4. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng đường cong như hình bên?

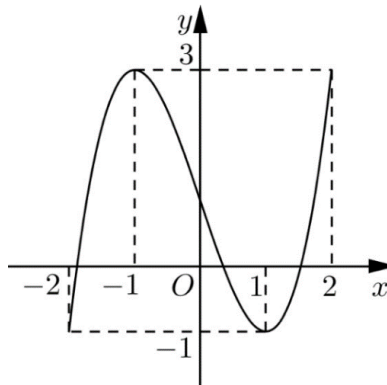


- A. $y = \frac{x}{x+1}$. B. $y = \frac{2x-1}{x-1}$. C. $y = \frac{x+1}{x-1}$. D. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

Câu 5. Cho $\int f(x)dx = F(x) + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int (f(x)+1)dx = F(x) + x + C$. B. $\int (f(x)+1)dx = F(x) - x + C$.
C. $\int (f(x)+1)dx = x - F(x) + C$. D. $\int (f(x)+1)dx = F(x) + 1 + C$.

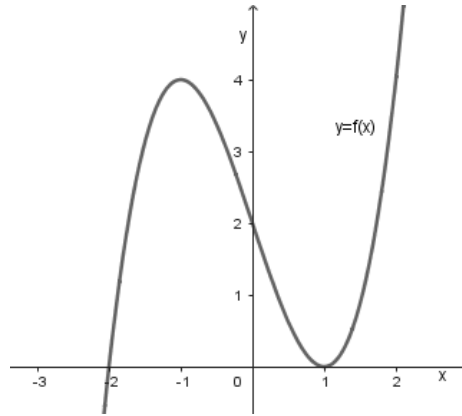
Câu 6. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên.



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. -1. B. 3. C. 1. D. -2.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên.



Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là

- A. $(0;2)$. B. $(2;0)$. C. $(0;-2)$. D. $(-2;0)$.

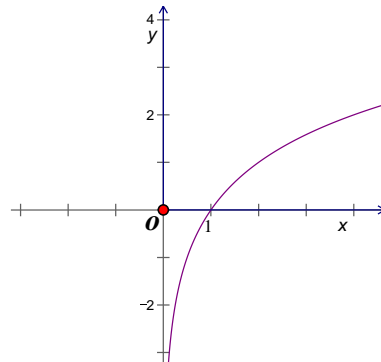
Câu 8. Phần thực của số phức $z = 9 - 4i$ là

- A. 4. B. -4. C. -9. D. 9.

Câu 9. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x-1) < 2$ là

- A. $(1;10)$. B. $(10;+\infty)$. C. $(1;9)$. D. $(-\infty;10)$.

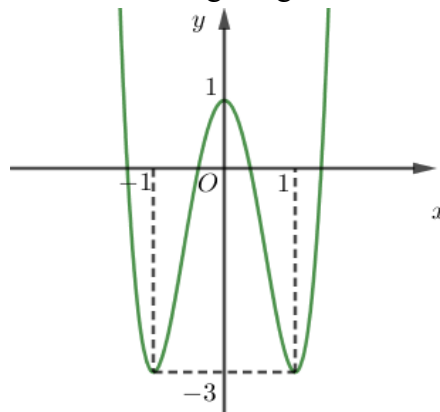
Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên.



Hàm số $y = f(x)$ là hàm số nào dưới đây?

- A. $y = x^2$. B. $y = 2^x$. C. $y = \log_2 x$. D. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$.

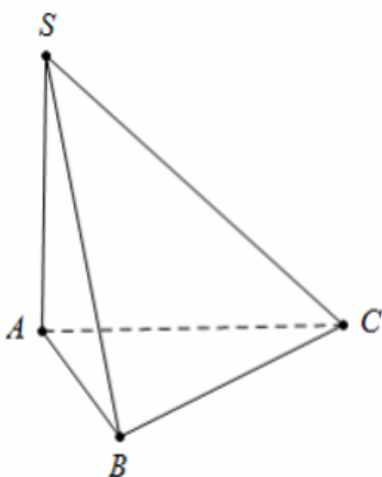
Câu 11. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong như hình bên.



Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là

- A. $(1;-3)$. B. $(0;1)$. C. $(1;0)$. D. $(-1;-3)$.

Câu 12. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $AB = 4$; SA vuông góc với đáy và $SA = 3$ (tham khảo hình vẽ).



Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A. $12\sqrt{3}$. B. $4\sqrt{3}$. C. $8\sqrt{3}$. D. 8.

Câu 13. Tập nghiệm của phương trình $2^{x^2+x} = 4$ là

- A. $\{-1; 2\}$. B. $\{-2; 1\}$. C. $\{-2; -1\}$. D. $\{1; 2\}$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - y + z + 2 = 0$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm nào dưới đây?

- A. $N(0; 0; -1)$. B. $Q(1; 1; 0)$. C. $P(0; 1; 0)$. D. $M(1; 0; -3)$.

Câu 15. Cho đường thẳng Δ cắt mặt cầu $S(O; R)$ tại hai điểm phân biệt. Gọi d là khoảng cách từ O đến Δ . Khẳng định nào dưới đây luôn đúng?

- A. $d < R$. B. $d = R$. C. $d > R$. D. $d = 0$.

Câu 16. Cho hàm số $f(x) = e^x - 2x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x) dx = e^x - 2 + C$. B. $\int f(x) dx = e^x + x^2 + C$.
 C. $\int f(x) dx = e^x - x^2 + C$. D. $\int f(x) dx = e^x - 2x^2 + C$.

Câu 17. Trên khoảng $(-\infty; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = 4^x$ là

- A. $y' = x \cdot 4^{x-1}$. B. $y' = 4^x \ln 4$. C. $y' = \frac{4^x}{\ln 4}$. D. $y' = x \cdot 4^x \ln 4$.

Câu 18. Nếu $\int_0^2 f(x) dx = 7; \int_0^5 f(x) dx = 3$ thì $\int_2^5 f(x) dx$ bằng

- A. 4. B. -4. C. -10. D. 10.

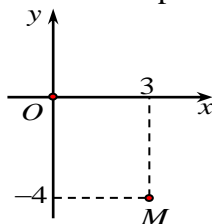
Câu 19. Với a là số thực dương tùy ý, $\ln a^2 - \ln \sqrt[3]{a}$ bằng

- A. $\frac{4}{3} \ln a$. B. $\frac{5}{3} \ln a$. C. $\ln \frac{5}{3}$. D. $\frac{5}{3}$.

Câu 20. Cho tập hợp A có 9 phần tử. Số chỉnh hợp chập 4 của 9 phần tử của A bằng

- A. 162. B. 126. C. 3024. D. 3204.

Câu 21. Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?



- A. $z_1 = -4 + 3i$. B. $z_2 = 3 - 4i$. C. $z_4 = 4 - 3i$. D. $z_3 = 3 + 4i$.

Câu 22. Nếu $\int_{-1}^2 f(x) dx = -3$ thì $\int_{-1}^2 [1 - 2f(x)] dx$ bằng

- A. 9. B. -3. C. -5. D. 7.

Câu 23. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và công sai $d = -3$. Giá trị của u_3 bằng

- A. -4 . B. -7 . C. -5 . D. -1 .

Câu 24. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$			2			-2		$+\infty$

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1;0)$. B. $(-\infty;1)$. C. $(-1;1)$. D. $(-2;2)$.

Câu 25. Cho khối hộp chữ nhật có các kích thước lần lượt bằng $2;3;4$. Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

- A. 12 . B. 18 . C. 24 . D. 8 .

Câu 26. Cho hình trụ có bán kính đáy $2r$ và độ dài đường sinh l . Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A. $4\pi rl$. B. $2\pi rl$. C. πrl . D. $4\pi r^2 l$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z + 2 = 0$. Mặt cầu (S) có bán kính bằng

- A. $\sqrt{2}$. B. 4 . C. $2\sqrt{2}$. D. 2 .

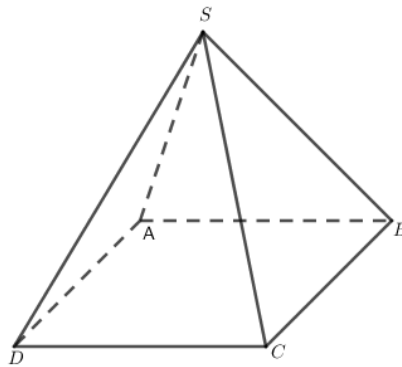
Câu 28. Cho số phức $z = 5 - 7i$, số phức liên hợp của z bằng

- A. $-5 - 7i$. B. $7 - 5i$. C. $5 + 7i$. D. $-5 + 7i$.

Câu 29. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $9^x - 4 \cdot 3^{x+1} + 27 = 0$ bằng

- A. 2 . B. 3 . C. -1 . D. 1 .

Câu 30. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình vẽ). Góc giữa SB và $(ABCD)$ bằng



- A. 30° . B. 60° . C. 90° . D. 45° .

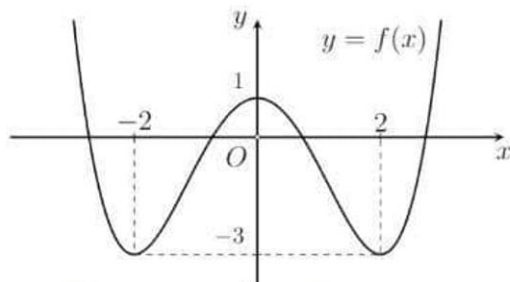
Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $E(1;0;-2)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + z + 3 = 0$. Phương trình đường thẳng qua E và vuông góc với (P) là

- A. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -2 + t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -3 + t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = t \\ z = -2 - t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = t \\ z = -2 + t \end{cases}$.

Câu 32. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , biết tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $\left| \frac{\bar{z} + i}{2 - i} \right| = 1$ là một đường tròn. Tâm của đường tròn đó có tọa độ là

- A. $(1;0)$. B. $(0;1)$. C. $(-1;0)$. D. $(0;-1)$.

Câu 33. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $2f(x) - m = 0$ có bốn nghiệm thực phân biệt?



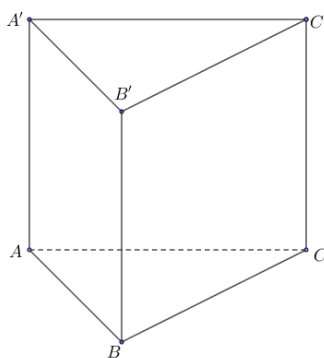
A. 7.

B. 8.

C. 9.

D. 5.

Câu 34. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tam giác ABC vuông cân tại A , $AB = a$, $BB' = 2a$ (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (BCA') bằng



A. $\frac{a}{3}$.

B. $\frac{2a}{3}$.

C. $\frac{3a}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{3}a}{3}$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 3)$. Điểm đối xứng với M qua trục Oy có tọa độ là

A. $(-1; 2; -3)$.

B. $(-1; -2; 3)$.

C. $(-1; -2; -3)$.

D. $(1; 2; 3)$.

Câu 36. Gieo một con xúc xắc cân đối, đồng chất 2 lần. Xác suất để tổng số chấm xuất hiện của hai lần gieo là số chia hết cho 5 bằng

A. $\frac{1}{9}$.

B. $\frac{7}{36}$.

C. $\frac{2}{9}$.

D. $\frac{5}{36}$.

Câu 37. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = -x^2 + x$ và $y = 0$ quanh trục Ox bằng

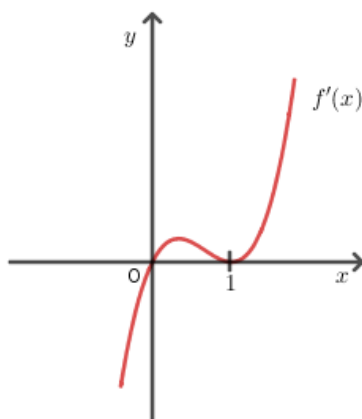
A. $\frac{\pi^2}{30}$.

B. $\frac{\pi}{30}$.

C. $\frac{1}{30}$.

D. $\frac{\pi}{6}$.

Câu 38. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ xác định trên \mathbb{R} và có đồ thị như hình bên. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-\infty; 1)$.

B. $(-\infty; 0)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $(-\infty; +\infty)$.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = -3 - 2t \\ y = 1 + t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$; $d': \begin{cases} x = 2 + t' \\ y = -1 + 2t' \\ z = -2t' \end{cases}$ và mặt phẳng

$(P): x + y + z + 2 = 0$. Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (P) và cắt cả hai đường thẳng d, d' có phương trình là

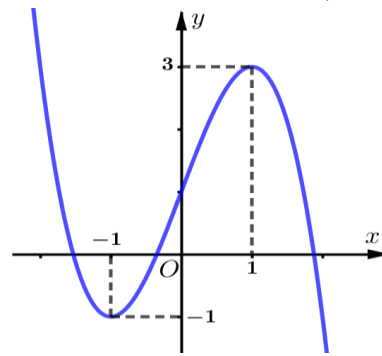
A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-4}$.

B. $\frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{1}$.

C. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-4}{2}$.

D. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{1}$.

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ là hàm số bậc ba và $f'(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = f(2x-1) + mx + 3$ có ba điểm cực trị?



A. 8.

B. 3.

C. 5.

D. 7.

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc $(-10; 60)$ để bất phương trình

$\log_3(x^2 + 1) + (2m - 1)\log_{(x^2 + 1)} 3 + 4 \geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \neq 0$?

A. 57.

B. 59.

C. 55.

D. 61.

Câu 42. Biết $\int_2^5 (2x+1)\ln(x^2-1)dx = a \ln 3 + b \ln 2 - c$ với a, b, c là các số nguyên. Khi đó $a^2 + 2b - c^2$ bằng

A. 8.

B. 6.

C. 19.

D. 5.

Câu 43. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 + 2az + b^2 - 1 = 0$, (a, b là các tham số thực). Có bao nhiêu cặp số thực $(a; b)$ sao cho phương trình đó có hai nghiệm z_1, z_2 thỏa mãn $z_1 + 3iz_2 = 4 + 3i$?

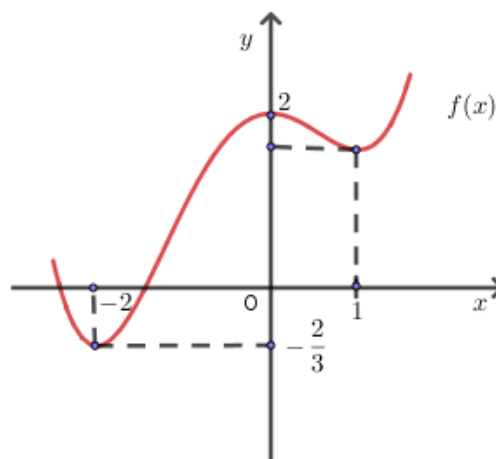
A. 6.

B. 4.

C. 5.

D. 3.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ bậc bốn có đồ thị như hình vẽ sau



Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in (-25; 20)$ để hàm số $g(x) = \frac{1}{3}f^3(x) + \frac{1}{2}m.f^2(x) + (3m-5)f(x) - 7$ đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$?

- A. 18. B. 17. C. 20. D. 19.

Câu 45. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, từ điểm $A(1; 1; 0)$ kẻ các tiếp tuyến đến mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 1; 1)$ và bán kính $R=1$. Gọi $M(a; b; c)$ là một trong các tiếp điểm ứng với các tiếp tuyến trên. Giá trị lớn nhất của biểu thức $T = |2a + c - 1|$ bằng

- A. 3. B. $\frac{11}{5}$. C. 11. D. $\frac{3}{5}$.

Câu 46. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn

$f(x) - f'(x) = x^3 - 6x^2 + 7x - 2, \forall x \in \mathbb{R}$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = f(x)$ và $y = xf'(x)$ bằng

- A. $\frac{135}{64}$. B. $\frac{69}{32}$. C. $\frac{27}{32}$. D. $\frac{21}{32}$.

Câu 47. Cho x, y là các số nguyên dương nhỏ hơn 2023. Gọi S là tập hợp các giá trị của y thỏa mãn: Với mỗi giá trị của y luôn có ít nhất 100 giá trị không nhỏ hơn 3 của x thỏa

$(2^{x+y^2} - 2^{y^2-x}) \log_x y > 4^{\frac{2y^2-1}{2}} - \frac{1}{2}$, đồng thời các tập hợp có y phần tử có số tập con lớn hơn 2048. Số phần tử của tập S là

- A. 1912. B. 1921. C. 33. D. 32.

Câu 48. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $AB = a$ và diện tích tam giác SAB bằng a^2 . Gọi H, K lần lượt là trung điểm của SB, SD . Thể tích khối đa diện $ABCKH$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{15}}{36}a^3$. B. $\frac{\sqrt{15}}{12}a^3$. C. $\frac{\sqrt{15}}{4}a^3$. D. $\frac{\sqrt{15}}{24}a^3$.

Câu 49. Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z|=2, |(i+1)w+3+7i|=\sqrt{2}$. Giá trị nhỏ nhất của $|z^2+wz-4|$ bằng

- A. $2(\sqrt{29}-1)$. B. 8. C. 4. D. $2(\sqrt{29}-3)$.

Câu 50. Một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn tâm O, O' và có bán kính $r = \sqrt{15}$. Khoảng cách giữa hai đáy là $OO' = 6$. Gọi (α) là mặt phẳng qua trung điểm của đoạn OO' và tạo với đường thẳng OO' một góc 30° . Diện tích của thiết diện tạo bởi mặt phẳng (α) và hình trụ bằng

- A. $24\sqrt{2}$. B. $24\sqrt{3}$. C. 36. D. 48.

-----HẾT-----

(Giám thị coi thi không giải thích gì thêm)

ĐÁP ÁN CHÍNH THỨC

Môn: TOÁN

Câu	Mã 101	Mã 102	Mã 103	Mã 104	Mã 105	Mã 106	Mã 107	Mã 108
01	A	A	B	D	A	B	B	C
02	C	B	B	A	B	A	C	B
03	B	D	A	C	A	D	A	D
04	A	C	D	C	D	A	A	A
05	C	A	D	B	B	B	D	A
06	D	A	D	B	B	A	D	A
07	C	A	B	A	A	A	A	C
08	C	D	D	B	C	C	A	D
09	C	A	A	A	B	D	D	B
10	A	C	C	D	B	D	C	A
11	B	B	D	B	D	C	A	D
12	D	B	C	A	C	C	B	D
13	A	B	C	D	B	D	D	D
14	D	D	A	D	A	C	A	B
15	C	A	C	C	C	C	C	C
16	B	C	A	C	A	C	D	A
17	C	B	B	C	C	D	D	A
18	C	B	C	D	A	A	C	C
19	D	B	D	B	B	D	A	A
20	B	C	A	D	D	A	C	B
21	C	B	D	D	C	A	D	D
22	A	A	A	A	D	D	C	A
23	A	A	B	B	B	C	D	C
24	B	A	B	C	A	A	B	A
25	D	C	A	B	C	A	B	B
26	C	A	C	B	C	D	D	B
27	B	D	C	B	B	C	B	A
28	C	C	B	A	D	C	B	C
29	A	B	A	C	A	B	B	C
30	B	D	B	D	A	B	A	C
31	D	B	D	B	A	C	A	B
32	B	B	C	A	D	C	D	D
33	B	A	C	B	D	C	A	D
34	D	B	A	C	B	A	A	D
35	D	C	C	A	A	B	A	B
36	A	B	C	D	D	C	D	B
37	A	B	D	B	C	B	B	D
38	C	C	C	D	C	C	C	C
39	C	B	C	B	D	B	A	B
40	B	D	D	C	C	D	C	D
41	C	B	C	A	B	A	A	C
42	A	C	D	D	D	A	C	B
43	D	B	B	B	C	D	A	B
44	A	A	D	B	D	C	B	D
45	C	A	D	D	C	D	D	A
46	D	C	C	C	A	A	A	C
47	A	D	D	D	A	D	A	D
48	C	B	B	A	C	B	A	C
49	A	B	C	B	B	A	C	C
50	A	D	B	C	C	A	B	A

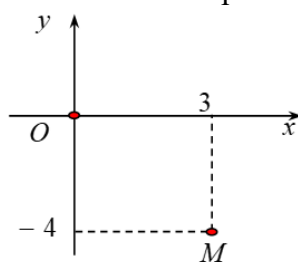
HẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.C	3.B	4.A	5.C	6.D	7.C	8.C	9.C	10.A
11.B	12.D	13.A	14.D	15.C	16.B	17.C	18.C	19.D	20.B
21.C	22.A	23.A	24.B	25.B	26.C	27.B	28.C	29.A	30.B
31.D	32.B	33.B	34.D	35.D	36.A	37.A	38.C	39.C	40.B
41.C	42.A	43.D	44.A	45.C	46.D	47.A	48.C	49.A	50.A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?



- A. $z_2 = 3 - 4i$. B. $z_4 = 4 - 3i$. C. $z_1 = -4 + 3i$. D. $z_3 = 3 + 4i$.

Lời giải

Chọn A

Điểm M biểu diễn số phức là $z_2 = 3 - 4i$.

Câu 2: Cho khối hộp chữ nhật có các kích thước lần lượt bằng 2;3;4. Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

- A. 18. B. 12. C. 24. D. 8.

Lời giải

Chọn C

Thể tích khối hộp chữ nhật có các kích thước lần lượt là 2;3;4 bằng $V = 2.3.4 = 24$

Câu 3: Tập nghiệm của phương trình $2^{x^2+x} = 4$ là

- A. $\{1;2\}$. B. $\{-2;1\}$. C. $\{-1;2\}$. D. $\{-2;-1\}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $2^{x^2+x} = 4 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\{-2;1\}$.

Câu 4: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và công sai $d = -3$. Giá trị của u_3 bằng

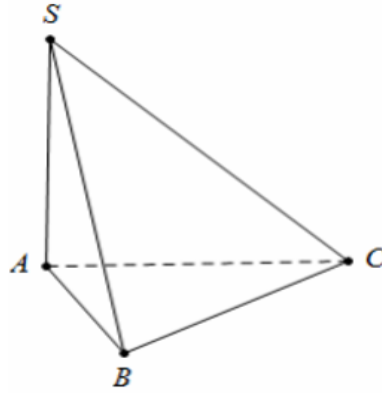
- A. -4. B. -5. C. -1. D. -7.

Lời giải

Chọn A

Số hạng thứ 3 của cấp số cộng là $u_3 = u_1 + 2d = 2 + 2.(-3) = -4$.

Câu 5: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $AB = 4$; SA vuông góc với đáy và $SA = 3$ (tham khảo hình vẽ).



Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A. 8. B. $12\sqrt{3}$. C. $4\sqrt{3}$. D. $8\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C

Diện tích tam giác đều ABC là $S_{ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 4^2 = 4\sqrt{3}$.

Chiều cao của khối chóp là $SA = 3$

Thể tích khối chóp đã cho bằng $V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot 4\sqrt{3} \cdot 3 = 4\sqrt{3}$.

Câu 6: Cho đường thẳng Δ cắt mặt cầu $S(O; R)$ tại hai điểm phân biệt. Gọi d là khoảng cách từ O đến Δ . Khẳng định nào dưới đây luôn đúng?

- A. $d = 0$. B. $d = R$. C. $d > R$. D. $d < R$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện để đường thẳng Δ cắt mặt cầu $S(O; R)$ tại hai điểm phân biệt là $d = d(O; \Delta) < R$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, góc giữa trục Ox và mặt phẳng (Oyz) bằng

- A. 30° . B. 60° . C. 90° . D. 45° .

Lời giải

Chọn C

Ta có $Ox \perp Oy; Ox \perp Oz \Rightarrow Ox \perp (Oyz)$

\Rightarrow góc giữa Ox và (Oyz) là 90° .

Câu 8: Nếu $\int_{-1}^2 f(x) dx = -3$ thì $\int_{-1}^2 [1 - 2f(x)] dx$ bằng

- A. 7. B. -5. C. 9. D. -3.

Lời giải

Chọn C

$\int_{-1}^2 [1 - 2f(x)] dx = \int_{-1}^2 1 dx - 2 \int_{-1}^2 f(x) dx = 3 - 2 \cdot (-3) = 9$.

Câu 9: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-5}{2x-1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x = \frac{3}{2}$.

B. $x = \frac{-1}{2}$.

C. $x = \frac{1}{2}$.

D. $x = \frac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^+} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^-} y = +\infty$ nên tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x = \frac{1}{2}$.

Câu 10: Cho hàm số $f(x) = e^x - 2x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x) dx = e^x - x^2 + C$.

B. $\int f(x) dx = e^x - 2x + C$.

C. $\int f(x) dx = e^x + x^2 + C$.

D. $\int f(x) dx = e^x - 2x^2 + C$.

Lời giải

Chọn A

$$\int f(x) dx = \int (e^x - 2x) dx = e^x - x^2 + C.$$

Câu 11: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x-1) < 2$ là

A. $(-\infty; 10)$.

B. $(1; 10)$.

C. $(10; +\infty)$.

D. $(1; 9)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_3(x-1) < 2 \Leftrightarrow 0 < x-1 < 3^2 \Leftrightarrow 1 < x < 10$.

Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x-1) < 2$ là $(1; 10)$.

Câu 12: Cho tập hợp A có 9 phần tử. Số chỉnh hợp chập 4 của 9 phần tử của A bằng

A. 3204.

B. 162.

C. 126.

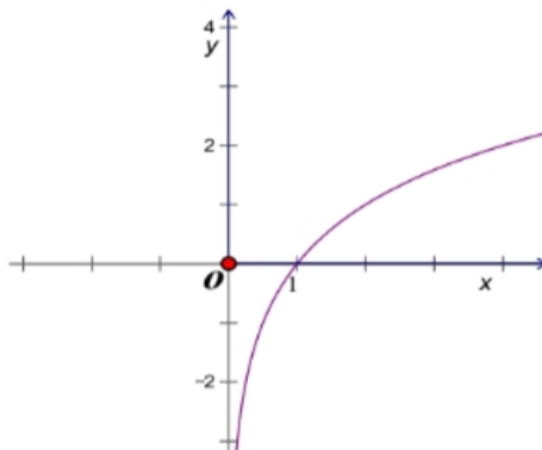
D. 3024.

Lời giải

Chọn D

Số chỉnh hợp chập 4 của 9 phần tử của A bằng $A_9^4 = 3024$.

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên.



Hàm số $y = f(x)$ là hàm số nào dưới đây?

A. $y = \log_2 x$.

B. $y = x^2$.

C. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$.

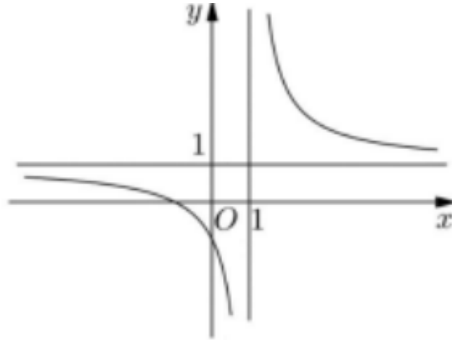
D. $y = 2^x$.

Lời giải

Chọn A

Đây là đồ thị hàm số logarit $y = \log_a x$, với $a > 1 \Rightarrow$ Chọn đáp án A.

Câu 14: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng đường cong như hình bên?



A. $y = \frac{2x-1}{x-1}$.

B. $y = \frac{x}{x+1}$.

C. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

D. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là các đường thẳng $x = 1; y = 1$.

Câu 15: Trên khoảng $(-\infty; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = 4^x$ là

A. $y' = \frac{4^x}{\ln 4}$.

B. $y' = x \cdot 4^{x-1}$.

C. $y' = 4^x \cdot \ln 4$.

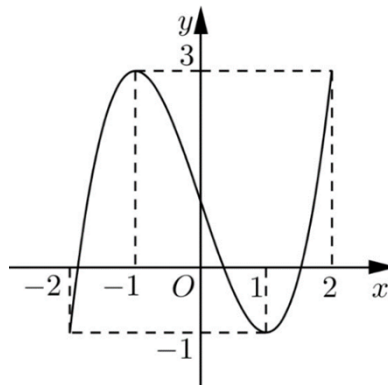
D. $y' = x \cdot 4^x \cdot \ln 4$.

Lời giải

Chọn C

$y = 4^x \Rightarrow y' = 4^x \cdot \ln 4$.

Câu 16: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên.



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. -2.

B. -1.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z + 2 = 0$. Mặt cầu (S) có bán kính bằng

- A. 4. B. $2\sqrt{2}$. **C. 2.** D. $\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;1)$, bán kính $R = \sqrt{(-1)^2 + 2^2 + 1^2} - 2 = 2$

Câu 18: Nếu $\int_0^2 f(x) dx = 7; \int_0^5 f(x) dx = 3$ thì $\int_2^5 f(x) dx$ bằng

- A. 4. B. 10. **C. -4.** D. -10.

Lời giải

Chọn C

$$\int_2^5 f(x) dx = \int_2^0 f(x) dx + \int_0^5 f(x) dx = -7 + 3 = -4$$

Câu 19: Cho số phức $z = 5 - 7i$, số phức liên hợp của z bằng

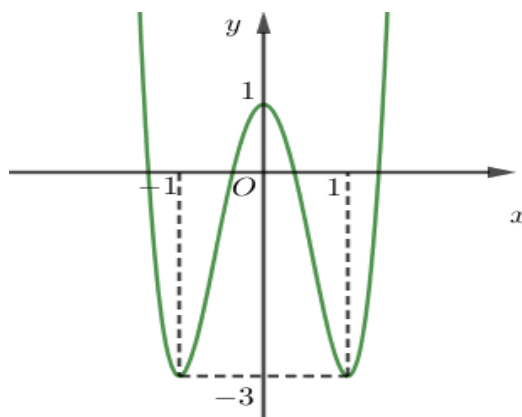
- A. $-5 + 7i$. B. $7 - 5i$. **C. $-5 - 7i$.** **D. $5 + 7i$.**

Lời giải

Chọn D

$$\bar{z} = 5 + 7i$$

Câu 20: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong như hình bên.



Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là

- A. $(1; -3)$. **B. $(0; 1)$.** C. $(1; 0)$. D. $(-1; -3)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - y + z + 2 = 0$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm nào dưới đây?

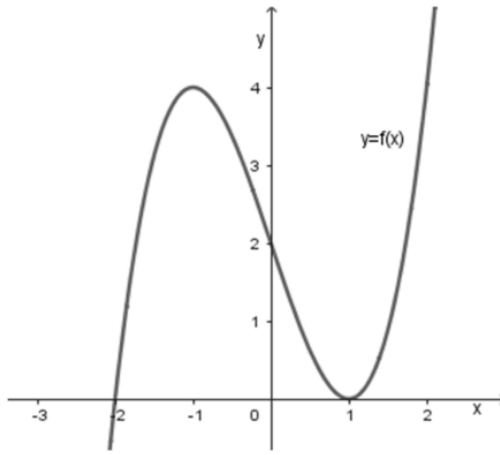
- A. $Q(1; 1; 0)$. B. $P(0; 1; 0)$. **C. $M(1; 0; -3)$.** D. $N(0; 0; -1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $1 - 0 - 3 + 2 = 0$ nên mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1; 0; -3)$.

Câu 22: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên



Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là

- A.** (0; 2). **B.** (0; -2). **C.** (-2; 0). **D.** (2; 0).

Lời giải

Chọn A

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{-2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{1}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d ?

- A.** $\vec{u}_1(-2; -1; 1)$. **B.** $\vec{u}_2(2; 1; 1)$. **C.** $\vec{u}_3(-1; 2; 0)$. **D.** $(-2; 1; -1)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 24: Với a là số thực dương tùy ý, $\ln a^2 - \ln \sqrt[3]{a}$ bằng

- A.** $\frac{5}{3}$. **B.** $\frac{5}{3} \ln a$. **C.** $\frac{4}{3} \ln a$. **D.** $\ln \frac{5}{3}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \ln a^2 - \ln \sqrt[3]{a} = \ln \frac{a^2}{\sqrt[3]{a}} = \ln \frac{a^2}{a^{\frac{1}{3}}} = \ln a^{\frac{5}{3}} = \frac{5}{3} \ln a.$$

Câu 25: Phần thực của số phức $z = 9 - 4i$ là

- A.** -4. **B.** 4. **C.** -9. **D.** 9.

Lời giải

Chọn D

Câu 26: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	0	+	
y	$+\infty$				2				$+\infty$

\swarrow \nearrow \searrow \nearrow
 -2 -2

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;1)$.

B. $(-2;2)$.

C. $(-1;0)$.

D. $(-\infty;1)$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên $(-1;0)$.

Câu 27: Cho $\int f(x)dx = F(x) + C$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int (f(x)+1)dx = x - F(x) + C$.

B. $\int (f(x)+1)dx = F(x) + x + C$.

C. $\int (f(x)+1)dx = F(x) + 1 + C$.

D. $\int (f(x)+1)dx = F(x) - x + C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int (f(x)+1)dx = F(x) + x + C$.

Câu 28: Cho hình trụ có bán kính đáy $2r$ và độ dài đường sinh l . Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. $2\pi rl$.

B. $4\pi r^2 l$.

C. $4\pi rl$.

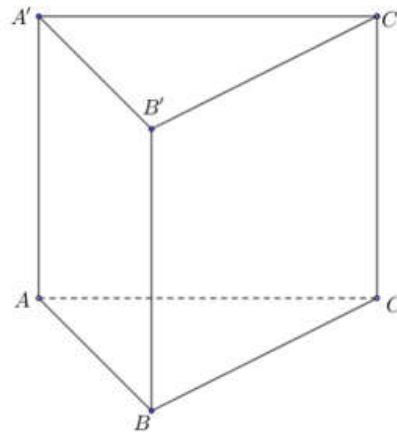
D. πrl .

Lời giải

Chọn C

Ta có: $S_{xq} = 2\pi(2r)l = 4\pi rl$.

Câu 29: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tam giác ABC vuông cân tại A , $AB = a$, $BB' = 2a$ (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BCA') bằng



A. $\frac{2a}{3}$.

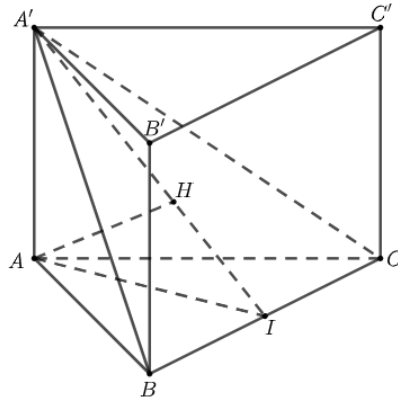
B. $\frac{3a}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{3}a}{3}$.

D. $\frac{a}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Kẻ $AI \perp BC, AH \perp A'I$. Suy ra: $d(A; (A'BC)) = AH$.

Ta có: $BC = a\sqrt{2} \Rightarrow AI = \frac{BC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AA'^2} + \frac{1}{AI^2} \Rightarrow AH = \frac{2a}{3}.$$

Câu 30: Gieo một con xúc xắc cân đối, đồng chất 2 lần. Xác suất để tổng số chấm xuất hiện của hai lần gieo là số chia hết cho 5 bằng

- A. $\frac{2}{9}$. B. $\frac{7}{36}$. C. $\frac{1}{9}$. D. $\frac{5}{36}$.

Lời giải

Chọn B

Không gian mẫu: $|\Omega| = 6^2 = 36$.

Để thu được tổng các số chia hết cho 5 thì ta có các trường hợp:

$$\{(1;4), (4;1), (2;3), (3;2), (4;6), (6;4), (5;5)\}.$$

Vậy $P = \frac{7}{36}$.

Câu 31: Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = -x^2 + x$ và $y = 0$ quanh trục Ox bằng

- A. $\frac{1}{30}$. B. $\frac{\pi^2}{30}$. C. $\frac{\pi}{6}$. D. $\frac{\pi}{30}$.

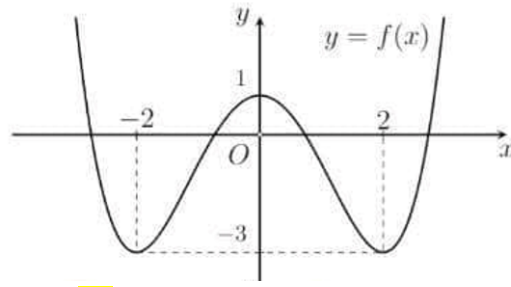
Lời giải

Chọn D

Ta có $-x^2 + x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$.

$$\text{Vậy } V_{Ox} = \pi \int_0^1 (-x^2 + x)^2 dx = \pi \int_0^1 (x^4 - 2x^3 + x^2) dx = \pi \left(\frac{x^5}{5} - \frac{x^4}{2} + \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^1 = \frac{\pi}{30}.$$

Câu 32: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $2f(x) - m = 0$ có bốn nghiệm thực phân biệt?



A. 9.

B. 7.

C. 8.

D. 5.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Phương trình } 2f(x) - m = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{m}{2}.$$

$$\text{Để thỏa mãn thì } -3 < \frac{m}{2} < 1 \Leftrightarrow -6 < m < 2.$$

Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1\}$. Vậy có 7 giá trị m nguyên.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 3)$. Điểm đối xứng với M qua trục Oy có tọa độ là

A. $(1; 2; 3)$.

B. $(-1; -2; -3)$.

C. $(-1; 2; -3)$.

D. $(-1; -2; 3)$.

Lời giải

Chọn B

Điểm đối xứng với M qua trục Oy có tọa độ $(-1; -2; -3)$.

Câu 34: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $9^x - 4 \cdot 3^{x+1} + 27 = 0$ bằng

A. 1.

B. -1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } 9^x - 4 \cdot 3^{x+1} + 27 = 0 \Leftrightarrow 3^{2x} - 12 \cdot 3^x + 27 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 3 \\ 3^x = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình bằng 3.

Câu 35: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , biết tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $\left| \frac{\bar{z} + i}{2 - i} \right| = 1$ là một đường tròn. Tâm của đường tròn đó có tọa độ là

A. $(0; -1)$.

B. $(1; 0)$.

C. $(-1; 0)$.

D. $(0; 1)$.

Lời giải

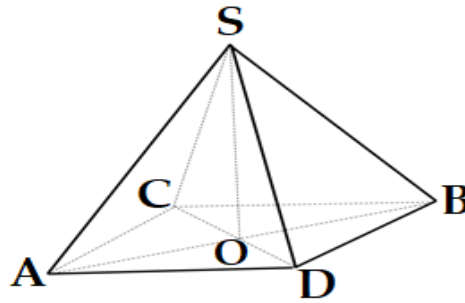
Chọn D

$$\text{Gọi } z = x + yi \Rightarrow \bar{z} = x - yi.$$

$$\text{Ta có } \left| \frac{\bar{z} + i}{2 - i} \right| = 1 \Leftrightarrow |x + (1 - y)i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow x^2 + (y - 1)^2 = 5.$$

Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn có tọa độ tâm là $(0; 1)$.

Câu 36: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình vẽ). Góc giữa SB và $(ABCD)$ bằng



- A. 45° . B. 90° . C. 60° . D. 30° .

Lời giải

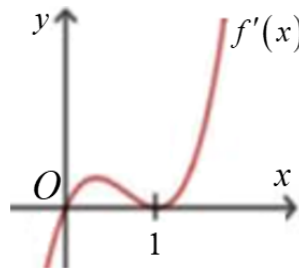
Chọn A

Hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ tâm O nên $SO \perp (ABCD) \Rightarrow BO$ là hình chiếu của SB lên

$$(ABCD) \Rightarrow (\widehat{SB, (ABCD)}) = \widehat{SBO}. \text{ Ta có: } \cos \widehat{SBO} = \frac{OB}{SB} = \frac{a\sqrt{2}}{2a} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \widehat{SBO} = 45^\circ.$$

Câu 37: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ xác định trên \mathbb{R} và có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(-\infty; +\infty)$. D. $(-\infty; 1)$.



Lời giải

Chọn A

$y = f(x)$ đồng biến suy ra $f'(x) \geq 0 \Rightarrow$ là phần đồ thị nằm phía trên trục hoành $\Rightarrow x \in (0; +\infty)$

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $E(1; 0; -2)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + z + 3 = 0$. Phương trình đường thẳng qua E và vuông góc với (P) là

- A. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -2 + t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = t \\ z = -2 - t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -3 + t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = t \\ z = -2 + t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng d đi qua điểm $E(1; 0; -2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): 2x - y + z + 3 = 0$

Suy ra đường thẳng d có 1 véc tơ chỉ phương $\vec{n} = (2; -1; 1)$ là véc tơ pháp tuyến của (P) . Suy ra loại các đáp án **B, D**.

Phương trình đường thẳng d là:
$$\begin{cases} x = 1+2t \\ y = -t \\ z = -2+t \end{cases}$$

Xét đáp án A: (d') :
$$\begin{cases} x = -1+2t \\ y = 1-t \\ z = -2+t \end{cases}$$
 Trường hợp này đường thẳng d' đi qua điểm

$A(-1;1;-2) \notin d$

Suy ra loại đáp án A.

Xét đáp án C: (d') :
$$\begin{cases} x = -1+2t \\ y = 1-t \\ z = -3+t \end{cases}$$
 Trường hợp này đường thẳng d' đi qua điểm $B(-1;1;-3) \in d$

$\Rightarrow d' \equiv d$ (thỏa mãn).

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = -3-2t \\ y = 1+t \\ z = 2+3t \end{cases}$; $d': \begin{cases} x = 2+t' \\ y = -1+2t' \\ z = -2t' \end{cases}$ và mặt phẳng

$(P): x+y+z+2=0$. Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (P) và cắt cả hai đường thẳng d, d' có phương trình là

A. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{1}$.

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-4}$.

C. $\frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{1}$.

D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-4}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm. Giả sử $A = d \cap \Delta$, $B = d' \cap \Delta$. Khi đó $\Delta \equiv AB$ và $A(-3-2t; 1+t; 2+3t)$; $B(2+t'; -1+2t'; -2t')$.

$\Rightarrow \overrightarrow{AB} = (5+2t+t'; -2-t+2t'; -2-3t-2t')$

có $\overrightarrow{n_{(P)}} = (1;1;1)$

$\Delta \perp (P) \Leftrightarrow \exists k \neq 0: \overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{n_{(P)}}$ hay

$5+2t+t' = -2-t+2t' = -2-3t-2t' \Rightarrow \begin{cases} 3t-t' = -7 \\ 2t+4t' = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -2 \\ t' = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B(3;1;-2) \\ \overrightarrow{AB} = (2;2;2) \end{cases}$

$\Rightarrow \Delta: \frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{1}$.

Câu 40: Biết $\int_2^5 (2x+1)\ln(x^2-1)dx = a \ln 3 + b \ln 2 - c$ với a, b, c là các số nguyên. Khi đó $a^2 + 2b - c^2$

bằng

A. 8.

B. 19.

C. 6.

D. 5.

Lời giải

Chọn B

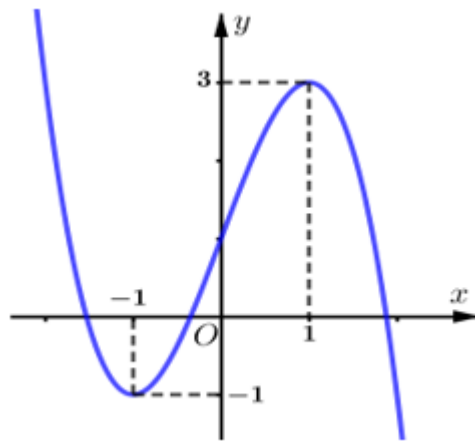
$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln(x^2 - 1) \Rightarrow du = \frac{2x}{x^2 - 1} dx \\ dv = (2x + 1) dx \Rightarrow v = x^2 + x \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } \int_2^5 (2x + 1) \ln(x^2 - 1) dx = (x^2 + x) \ln(x^2 - 1) \Big|_2^5 - \int_2^5 (x^2 + x) \frac{2x}{x^2 - 1} dx$$

$$= 30 \ln 24 - 6 \ln 3 - 2 \int_2^5 \frac{x^2}{x-1} dx = 90 \ln 2 + 24 \ln 3 - 2 \int_2^5 \left(x + 1 + \frac{1}{x-1} \right) dx$$

$$= 90 \ln 2 + 24 \ln 3 - 27 - 4 \ln 2 = 24 \ln 3 + 86 \ln 2 - 27 \Rightarrow a = 24, b = 86, c = 27 \Rightarrow a^2 + 2b - c^2 = 19.$$

Câu 41: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ là hàm số bậc ba và $f'(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = f(2x-1) + mx + 3$ có ba điểm cực trị?



A. 5.

B. 3.

C. 7.

D. 8.

Lời giải

Chọn C

Xét $f'(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, ($a \neq 0$)

$$\text{có } \begin{cases} f'(0) = 1 \Rightarrow d = 1 \\ f'(-1) = -1 \Rightarrow -a + b - c + d = -1 \\ f'(1) = 3 \Rightarrow a + b + c + d = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d = 1 \\ -a + b - c = -2 \\ a + b + c = 2 \end{cases}$$

$$f''(x) = 3ax^2 + 2bx + c \text{ có hai nghiệm } x = 1, x = -1 \text{ nên } \begin{cases} -\frac{2b}{3a} = 0 \Rightarrow b = 0 \\ \frac{c}{3a} = -1 \Rightarrow c = -3a \end{cases}$$

$$\text{Do đó } a - 3a = 2 \Rightarrow a = -1 \Rightarrow c = 3 \Rightarrow f'(x) = -x^3 + 3x + 1$$

$$\Rightarrow f'(2x-1) = -(2x-1)^3 + 3(2x-1) + 1$$

$$\Rightarrow f''(2x-1) = -6(2x-1)^2 + 6$$

$$\Rightarrow f''(2x-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1 = 1 \Leftrightarrow x = 1 \\ 2x-1 = -1 \Leftrightarrow x = 0 \end{cases}$$

$$y = f(2x-1) + mx + 3 \Rightarrow y' = 2f'(2x-1) + m$$

\Rightarrow để hàm số $y = f(2x-1) + mx + 3$ có ba điểm cực trị thì đồ thị hàm số $y = f'(2x-1)$ cắt đường thẳng $y = -\frac{m}{2}$ tại ba điểm phân biệt.

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$f''(2x-1)$		$-$	0	$+$
$f'(2x-1)$	$+\infty$		-1	3
				$-\infty$

$$\Rightarrow -1 < -\frac{m}{2} < 3 \Leftrightarrow -6 < m < 2 \Rightarrow m \in \{-5; -4; -3; -2; -1; 0; 1\}$$

Vậy có 7 giá trị nguyên của m thỏa đề.

Câu 42: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-10; 60)$ để bất phương trình $\log_3(x^2+1) + (2m-1)\log_{(x^2+1)}3 + 4 \geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \neq 0$.

A. 59.

B. 57.

C. 55.

D. 61.

Lời giải

Chọn A

Ta thấy $x^2 + 1 > 1; \forall x \neq 0 \Rightarrow \log_3(x^2 + 1) > 0$.

Đặt $t = \log_3(x^2 + 1); t > 0$, khi đó ta được bất phương trình mới

$$t + \frac{2m-1}{t} + 4 \geq 0 \Leftrightarrow t^2 + 2m - 1 + 4t \geq 0 \Leftrightarrow 2m \geq -t^2 - 4t + 1 \quad (1)$$

Đặt $f(t) = -t^2 - 4t + 1; t > 0$. Ta có $f'(t) = -2t - 4; f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = -2 \notin (0; +\infty)$.

Ta có bảng biến thiên

t	0	$+\infty$
$f'(t)$		$-$
$f(t)$	1	$-\infty$

Để bất phương trình đã cho nghiệm đúng với mọi $x \neq 0 \Leftrightarrow (2)$ nghiệm đúng với mọi $t > 0$

$$\Leftrightarrow 2m \geq 1 \Leftrightarrow m \geq \frac{1}{2}$$

Vì $m \in \mathbb{Z}, m \in (-10; 60)$ nên $m \in \{1; 2; 3; \dots; 59\}$. Vậy có 59 số nguyên m thỏa mãn.

Câu 43: Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 + 2az + b^2 - 1 = 0$, (với a, b là các số thực). Có bao nhiêu cặp số thực $(a; b)$ để phương trình trên có hai nghiệm $z_1; z_2$ thỏa mãn $z_1 + 3iz_2 = 4 + 3i$?

A. 6.

B. 3.

C. 5.

D. 4.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\Delta = 4a^2 - 4b^2 + 4 = 4(a^2 - b^2 + 1)$. Ta xét 3 trường hợp:

+ TH 1: Nếu $\Delta = 0$ thì phương trình có 1 nghiệm thực $z_1 = z_2$ thay vào giả thiết $z_1 + 3iz_2 = 4 + 3i$ ta thấy không thoả mãn.

+ TH 2: Nếu $\Delta > 0 \Leftrightarrow a^2 - b^2 + 1 > 0$ (*) thì phương trình có 2 nghiệm thực phân biệt.

$$\text{Khi đó } z_1 + 3iz_2 = 4 + 3i \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 4 \\ z_2 = 1 \end{cases}.$$

$$\text{Thay } z_1 = 4; z_2 = 1 \text{ vào phương trình đã cho ta được } \begin{cases} 2a + b^2 = 0 \\ 8a + b^2 = -15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{5}{2} \\ b = \pm\sqrt{5} \end{cases} \text{ (thoả mãn điều}$$

kiện (*))

+ TH 3: Nếu $\Delta < 0 \Leftrightarrow a^2 - b^2 + 1 < 0$ (**) thì phương trình có 2 nghiệm phức liên hợp với nhau.

Đặt $z_1 = m + ni \Rightarrow z_2 = m - ni; (m, n \in \mathbb{R})$.

Từ giả thiết $z_1 + 3iz_2 = 4 + 3i \Leftrightarrow m + ni + 3i(m - ni) = 4 + 3i \Leftrightarrow (m + 3n) + (3m + n)i = 4 + 3i$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m + 3n = 4 \\ 3m + n = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{5}{8} \\ n = \frac{9}{8} \end{cases} \Rightarrow z_1 = \frac{5}{8} + \frac{9}{8}i.$$

Thay $z_1 = \frac{5}{8} + \frac{9}{8}i$ vào phương trình ban đầu ta được $\left(\frac{5}{8} + \frac{9}{8}i\right)^2 + 2a\left(\frac{5}{8} + \frac{9}{8}i\right) + b^2 - 1 = 0$

$$\Leftrightarrow \left(-\frac{15}{8} + \frac{5a}{4} + b^2\right) + \left(\frac{9a}{4} + \frac{45}{32}\right)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{5}{8} \\ b^2 = \frac{85}{32} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{5}{8} \\ b = \pm\frac{\sqrt{170}}{8} \end{cases} \text{ (thoả mãn (**))}$$

Vậy có 4 cặp số thực $(a; b)$ thoả mãn.

Câu 44: Cho $x; y$ là các số nguyên dương nhỏ hơn 2023. Gọi S là tập hợp các giá trị của y thoả mãn: Với mỗi giá trị của y luôn có ít nhất 100 giá trị không nhỏ hơn 3 của x thoả mãn

$(2^{x+y^2} - 2^{y^2-x}) \log_x y > 4^{\frac{2y^2-1}{2}} - \frac{1}{2}$, đồng thời các tập hợp có y phần tử có tập con lớn hơn 2048.

Số phần tử của tập S là

A. 32.

B. 1921.

C. 1912.

D. 33.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x, y \in \mathbb{N}^*; x, y < 2023 \\ x \geq 3 \\ 2^y > 2048 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x, y \in \mathbb{N}^* \\ 3 \leq x < 2023 \\ 11 < y < 2023 \end{cases}.$$

Bất phương trình đã cho $\Leftrightarrow (2^x - 2^{-x}) \log_x y > 2^{y^2-1} - 2^{-1-y^2}$

$$\Leftrightarrow (2^x - 2^{-x}) \frac{\log_2 y}{\log_2 x} > \frac{2^{y^2} - 2^{-y^2}}{2} \Leftrightarrow \frac{2^x - 2^{-x}}{\log_2 x} > \frac{2^{y^2} - 2^{-y^2}}{\log_2 y^2} \quad (1)$$

Xét hàm số $f(t) = \frac{2^t - 2^{-t}}{\log_2 t}$, $t \geq 3$, có $f'(t) = \frac{(2^t \cdot \ln 2 + 2^{-t} \cdot \ln 2) \log_2 t - \frac{(2^t - 2^{-t})t}{\ln 2}}{\log_2^2 t} > 0; \forall t \geq 3$.

\Rightarrow Hàm số $f(t)$ luôn đồng biến trên $[3; +\infty)$.

Khi đó bất phương trình (1) $\Leftrightarrow x > y^2$.

+ Với $y = 12$ thì $x > 12^2 \Leftrightarrow x > 144 \Rightarrow x \in \{145; 146; \dots; 2022\} \Rightarrow$ có 1878 số x .

+ Với $y = 13$ thì $x > 13^2 \Leftrightarrow x > 169 \Rightarrow x \in \{170; 171; \dots; 2022\} \Rightarrow$ có 1853 số x .

+ Với $y = 43$ thì $x > 43^2 \Leftrightarrow x > 1849 \Rightarrow x \in \{1850; 1851; \dots; 2022\} \Rightarrow$ có 173 số x .

+ Với $y = 44$ thì $x > 44^2 \Leftrightarrow x > 1936 \Rightarrow x \in \{1937; 1938; \dots; 2022\} \Rightarrow$ có 86 số x (Loại)

Vậy $y \in \{12; 13; \dots; 43\} \Rightarrow$ Có 32 số nguyên y .

Câu 45: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn $f(x) - f'(x) = x^3 - 6x^2 + 7x - 2, \forall x \in \mathbb{R}$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = f(x)$ và $y = xf'(x)$ bằng

A. $\frac{69}{32}$.

B. $\frac{21}{32}$.

C. $\frac{27}{32}$.

D. $\frac{135}{64}$.

Lời giải

Chọn C

Giả sử hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ suy ra $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$.

Khi đó $f(x) - f'(x) = ax^3 + (b - 3a)x^2 + (c - 2b)x + d - c$.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} a = 1 \\ b - 3a = -6 \\ c - 2b = 7 \\ d - c = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -3 \\ c = 1 \\ d = -1. \end{cases}$$

Do đó $f(x) = x^3 - 3x^2 + x - 1$ và $f'(x) = 3x^2 - 6x + 1 \Rightarrow xf'(x) = 3x^3 - 6x^2 + x$.

$$\text{Giải phương trình } f(x) = xf'(x) \Leftrightarrow 2x^3 - 3x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ x = 1. \end{cases}$$

$$\text{Diện tích bằng } \int_{-\frac{1}{2}}^1 |f(x) - xf'(x)| dx = \frac{27}{32}.$$

Câu 46: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $AB = a$ và diện tích tam giác SAB bằng a^2 . Gọi H, K lần lượt là trung điểm của SB, SD . Thể tích khối đa diện $ABCKH$ bằng

A. $\frac{\sqrt{15}}{36} a^3$.

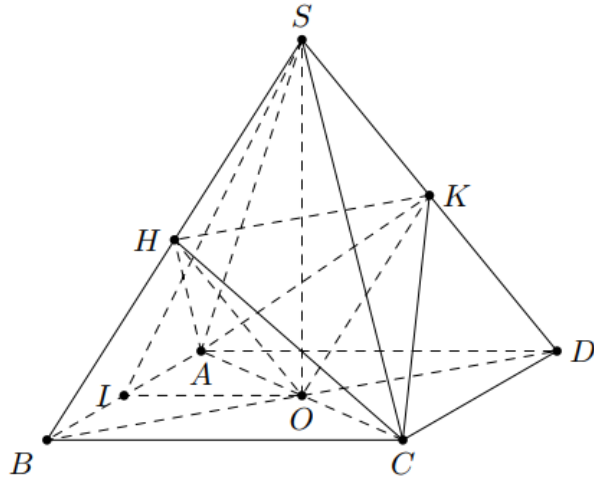
B. $\frac{\sqrt{15}}{4} a^3$.

C. $\frac{\sqrt{15}}{24} a^3$.

D. $\frac{\sqrt{15}}{12} a^3$.

Lời giải

Chọn D



Gọi O là tâm hình $ABCD$ suy ra $SO \perp (ABCD)$.

Gọi I là trung điểm AB suy ra $SI \perp AB$. Khi đó $SI = \frac{2S_{SAB}}{AB} = \frac{2a^2}{a} = 2a$.

Ta có $SO = \sqrt{SI^2 - IO^2} = \sqrt{(2a)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{15}}{2}$ nên

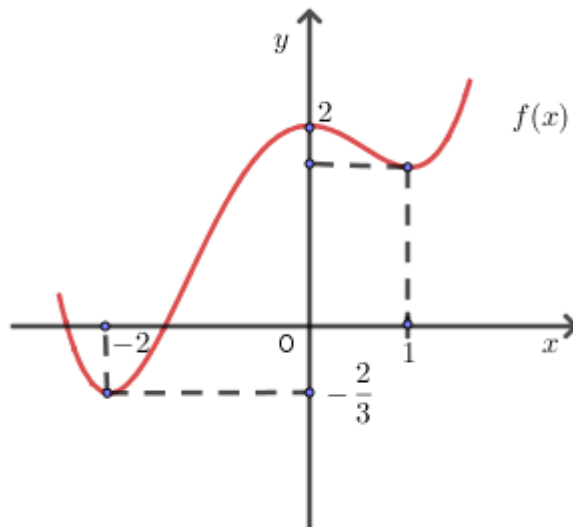
$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{15}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{15}}{6}.$$

Mặt khác O là trung điểm BD suy ra $S_{BOKH} = \frac{1}{2}S_{SBD}$.

Thể tích khối đa diện $ABCKH$ bằng

$$V_{ABCKH} = 2V_{A.BOKH} = 2 \cdot \frac{1}{2}V_{A.SBD} = \frac{1}{2}V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{15}}{12}.$$

Câu 47: Cho hàm số $f(x)$ là bậc bốn có đồ thị như hình vẽ sau



Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in (-25; 20)$ để hàm số

$$g(x) = \frac{1}{3}f^3(x) + \frac{1}{2}m.f^2(x) + (3m-5)f(x) - 7 \text{ đồng biến trên khoảng } (-2; 0)?$$

A. 18.

B. 17.

C. 20.

D. 19.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Xét } g(x) = \frac{1}{3}f^3(x) + \frac{1}{2}m.f^2(x) + (3m-5)f(x) - 7.$$

$$\Rightarrow g'(x) = f'(x).f^2(x) + mf'(x).f(x) + (3m-5)f'(x) = f'(x)[f^2(x) + mf(x) + 3m-5].$$

Vì hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 0) \Rightarrow f'(x) > 0 \forall x \in (-2; 0)$.

$$\Rightarrow g'(x) \geq 0 \quad \forall x \in (-2; 0) \Leftrightarrow f^2(x) + mf(x) + 3m - 5 \geq 0 \quad \forall x \in (-2; 0).$$

$$\Leftrightarrow m \geq \frac{5 - f^2(x)}{f(x) + 3} = h(x) \quad \text{Vì } f(x) + 3 > 0 \forall x \in (-2; 0).$$

$$\text{Đặt } t = f(x) \text{ vì } x \in (-2; 0) \Rightarrow t \in \left(-\frac{2}{3}; 2\right).$$

$$\Rightarrow h(t) = \frac{5 - t^2}{t + 3} \quad \forall t \in \left(-\frac{2}{3}; 2\right) \Rightarrow h'(t) = \frac{-t^2 - 6t - 5}{(t + 3)^2} < 0 \quad \forall t \in \left(-\frac{2}{3}; 2\right).$$

$$\Rightarrow m \geq h\left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{41}{21} \approx 1,95 \Rightarrow \text{có 18 giá trị của } m.$$

Câu 48: Cho Một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn tâm O, O' và có bán kính $r = \sqrt{15}$. Khoảng cách giữa hai đáy là $OO' = 6$. Gọi (α) là mặt phẳng qua trung điểm của đoạn OO' và tạo với đường thẳng OO' một góc 30° . Diện tích của thiết diện tạo bởi mặt phẳng (α) và hình trụ gần bằng với số nào sau đây.

A. 62.

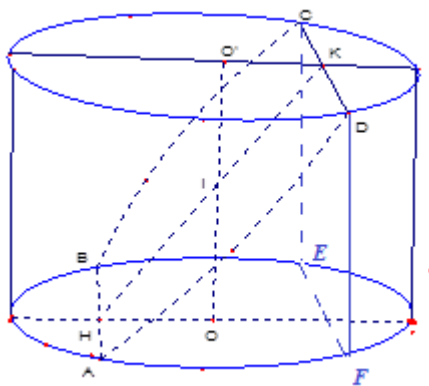
B. 60

C. 52.

D. 48.

Lời giải

Chọn C



$$\text{Ta có: } (OO'(\alpha)) = (OO', HK) = \widehat{HIK} = 30^\circ.$$

$$\Rightarrow OH = \tan 30^\circ \cdot OI = \sqrt{3} < r, IH = \frac{OI}{\cos 30^\circ} = 2\sqrt{3}, AH = \sqrt{12}.$$

\Rightarrow Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (α) và hình trụ là $ABCD$ có dạng là một phần của elip.

$$\text{Xét tam giác } OAB: \cos \varphi = \cos \widehat{AOB} = \frac{OA^2 + OB^2 - AB^2}{2OA \cdot OB} = -\frac{3}{5}.$$

$$\text{Diện tích hình quạt } OAB: S_q = \frac{\varphi r^2}{2} = \frac{15\varphi}{2} \text{ với } \cos \varphi = -\frac{3}{5}.$$

$$\text{Diện tích tam giác } OAB: S_{OAB} = \frac{1}{2} OH \cdot AB = 6.$$

$$\Rightarrow \text{diện tích hình phẳng giới hạn bởi cung } AB \text{ và đường thẳng } AB: S_1 = S_q - S_{OAB} = \frac{15\varphi}{2} - 6.$$

$$\Rightarrow \text{diện tích hình cong } ABEF: S = S_{dtr} - 2S_1 = 15\pi - 2\left(\frac{15\varphi}{2} - 6\right) = 15\pi - 15\varphi + 12.$$

$$\text{Diện tích của thiết diện: } S' = \frac{S}{\cos 60^\circ} \approx 51,82.$$

Câu 49: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, từ điểm $A(1;1;0)$ kẻ các tiếp tuyến đến mặt cầu (S) có tâm $I(-1;1;1)$ và bán kính $R=1$. Gọi $M(a;b;c)$ là một trong các tiếp điểm ứng với các tiếp tuyến trên. Giá trị lớn nhất của biểu thức $T = |2a + c - 1|$ bằng

- A.** 3. **B.** $\frac{3}{5}$. **C.** 11. **D.** $\frac{11}{5}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } (S): (x+1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1 \Leftrightarrow (S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y - 2z + 2 = 0.$$

$$\text{Ta có } AM = \sqrt{IA^2 - R^2} = \sqrt{5-1} = 2.$$

Vậy tập hợp các điểm M là đường tròn giao tuyến (C) của mặt cầu (S) và mặt cầu (S') có tâm là điểm A và bán kính bằng 2.

$$\text{Ta có } (S'): (x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 4 \Leftrightarrow (S'): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z = 0.$$

Khi đó mặt phẳng (P) chứa đường tròn giao tuyến (C) có phương trình là $(P): 2x - z + 2 = 0$.

Do $M(a;b;c)$ thuộc $(P): 2x - z + 2 = 0$ nên $2a - c + 2 = 0 \Leftrightarrow c = 2a + 2$, khi đó $T = |4a + 1|$.

Mặt khác $M(a;b;c)$ thuộc (S) , (S') hay

$$\begin{cases} (a+1)^2 + (b-1)^2 + (c-1)^2 = 1 \\ (a-1)^2 + (b-1)^2 + c^2 = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -1 \leq a+1 \leq 1 \\ -2 \leq a-1 \leq 2 \end{cases} \Rightarrow -1 \leq a \leq 0, \text{ khi đó } 0 \leq T \leq 3.$$

$$\text{Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi } \begin{cases} (a-1)^2 + (b-1)^2 + c^2 = 4 \\ 2a - c + 2 = 0 \\ a = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 1 \\ c = 0 \end{cases} \Rightarrow M(-1; 1; 0).$$

Câu 50: Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z| = 2, |(i+1)w + 3 + 7i| = \sqrt{2}$. Giá trị nhỏ nhất của $|z^2 + wz - 4|$ bằng

- A.** 8. **B.** $2(\sqrt{29} - 3)$. **C.** $2(\sqrt{29} - 1)$. **D.** 4.

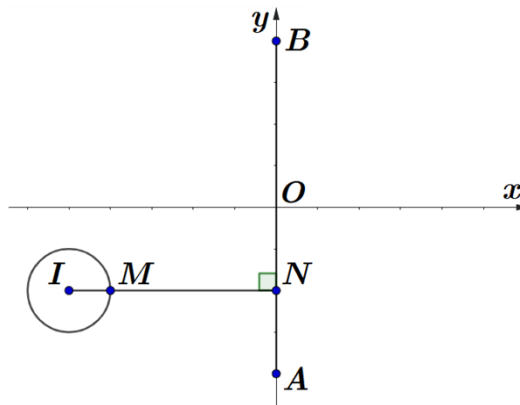
Lời giải

Chọn A

Ta có $|(i+1)w + 3 + 7i| = \sqrt{2} \Leftrightarrow |w + 5 + 2i| = 1$.

Khi đó tập hợp điểm M biểu diễn số phức w là đường tròn tâm $I(-5; -2), R = 1$.

Ta có $v = \bar{z} - z = -2bi$, do $|z| = 2$ nên $-4 \leq -2b \leq 4$, khi đó tập hợp điểm N biểu diễn số phức v là đoạn thẳng AB với $A(0; -4), B(0; 4)$.



Ta có $|z^2 + wz - 4| = |z^2 + wz - z\bar{z}| = |z||w - (\bar{z} - z)| = 2|w - (\bar{z} - z)| = 2|w - v| = 2MN$.

Do hình chiếu của I trên đường thẳng AB thuộc đoạn thẳng AB nên giá trị nhỏ nhất của MN là $|d(I, AB) - R| = 4$.

Khi đó giá trị nhỏ nhất của $|z^2 + wz - 4| = 2MN$ là 8.

Đẳng thức xảy ra khi $w = -4 - 2i$ và $v = -2i \Rightarrow z = \pm 1 + i$.