SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÁI BÌNH

ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG LỚP 12 THPT NĂM HỌC 2022 - 2023

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút; Đề gồm 04 trang

Mã đề: 105

Câu 1: Cho số phức z thỏa mãn $(2-i)z+4i-5=0$. Phần thực của số phức z bằng

A. $-\dfrac{3}{5}$. **B.** $\dfrac{14}{5}$. **C.** $\dfrac{6}{5}$. **D.** $\dfrac{-14}{5}$.

Câu 2: Cho hàm số $y=x^3-3x^2+2$. Đồ thị của hàm số có điểm cực đại là

A. $(0;-2)$. **B.** $(2;-2)$. **C.** $(2;2)$. **D.** $(0;2)$.

Câu 3: Trong tập hợp số phức, cho số phức z thoả mãn $|z-2+2i|=\sqrt{2}|z-1+i|$. Môđun của z bằng

A. 2. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** 4. **D.** $2\sqrt{2}$.

Câu 4: Với $a>0$, $\log_2(2a^2)$ bằng

A. $2+2\log_2 a$. **B.** $1+2\log_2 a$. **C.** $1+\log_2 a$. **D.** $2.\log_2 a$.

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, các cạnh bên bằng nhau và bằng $2a$. Số đo góc giữa đường thẳng AC và mặt phẳng (SBD) là

A. $45°$. **B.** $60°$. **C.** $90°$. **D.** $30°$.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng song song $(P): x+y+z-2=0; (Q): x+y+z+4=0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng

A. $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** 6. **D.** $2\sqrt{3}$.

Câu 7: Công thức tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ có bán kính đáy r, độ dài đường cao h là

A. $S_{xq}=\pi rh$. **B.** $S_{xq}=\pi r^2h$. **C.** $S_{xq}=2\pi rh$. **D.** $S_{xq}=\dfrac{1}{3}\pi rh$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a và khoảng cách từ đỉnh S đến mặt phẳng đáy (ABC) bằng $3a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ tương ứng bằng

A. $\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 9: Cho hàm số $y=f(x)$ có $f'(x)=-x^3+3x^2, \forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

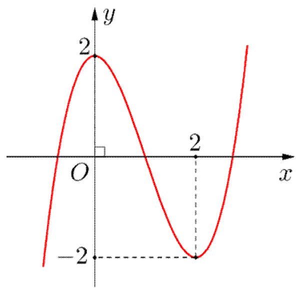
A. $(3;+\infty)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(0;3)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Câu 10: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(1;-3)$ biểu diễn số phức nào sau đây?

A. $3-i$. **B.** $-3+i$. **C.** $1-3i$. **D.** $1+3i$.

Câu 11: Đạo hàm của hàm số là $y=2^x$ là

A. $y'=2^x\ln 2$. **B.** $y'=\dfrac{2^x}{\ln 2}$. **C.** $y'=2^{x-1}\ln 2$. **D.** $y'=x2^{x-1}$.



Câu 12: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Phương trình $2f(x)-3=0$ có bao nhiêu nghiệm thực dương?

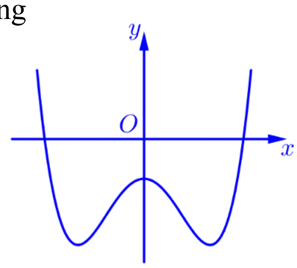
A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 13: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-y+2z-5=0$. Điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (P)?

A. $(1;1;1)$. **B.** $(2;1;-3)$. **C.** $(0;1;2)$. **D.** $(1;-1;1)$.

Câu 14: Nếu $\int_{-1}^{2} f(x)dx=2$ và $\int_{-1}^{2} g(x)dx=-1$ thì tích phân $I=\int_{-1}^{2}[2f(x)-3g(x)]dx$ bằng

A. 7. **B.** 1. **C.** 3. **D.** -7.



Câu 15: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $a<0;c<0$. **B.** $a>0;c>0$. **C.** $a<0;c>0$. **D.** $a>0;c<0$.

Câu 16: Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^{\frac{3}{7}}$ là

A. $y'=\frac{7}{10}x^{\frac{10}{7}}$. **B.** $y'=\frac{7}{3}x^{\frac{-4}{7}}$. **C.** $y'=\frac{3}{7}x^{\frac{4}{7}}$. **D.** $y'=\frac{3}{7}x^{-\frac{4}{7}}$.

Câu 17: Số cách chọn ra 2 học sinh bất kì từ một nhóm gồm 5 học sinh nam và 8 học sinh nữ là

A. A_{13}^2. **B.** $C_5^2+C_8^2$. **C.** 13. **D.** C_{13}^2.

Câu 18: Số nghiệm của phương trình $\frac{2^{x^3-5x^2}-4^{-3x}}{\ln(x-1)}=0$ là

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 19: Bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x+2}<4$ có bao nhiêu nghiệm nguyên âm?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** Vô số.

Câu 20: Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Đồ thị hàm số $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ nhận trục hoành làm đường tiệm cận ngang.

B. Hàm số $y=2^x$ và $y=\log_2 x$ đồng biến trên mỗi khoảng mà hàm số xác định.

C. Hàm số $y=\log_{\frac{1}{2}}x$ có tập xác định là $(0;+\infty)$.

D. Đồ thị hàm số $y=\log_{2^{-1}}x$ nằm phía trên trục hoành.

Câu 21: Đồ thị hàm số $y=\frac{1}{x}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 22: Một khối chóp và một khối lăng trụ có cùng chiều cao, cùng diện tích đáy. Gọi V_1,V_2 theo thứ tự là thể tích khối lăng trụ và khối chóp. Khi đó $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** 2.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2y-2z-7=0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

A. 3. **B.** $\sqrt{15}$. **C.** 9. **D.** $\sqrt{7}$.

Câu 24: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2=2$, công bội $q=2$. Giá trị của u_{10} là

A. $u_{10}=10$. **B.** $u_{10}=512$. **C.** $u_{10}=18$. **D.** $u_{10}=1024$.

Câu 25: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos 5x$ là

A. $-\frac{\sin 5x}{5}+C$. **B.** $\sin 5x+C$. **C.** $\frac{\sin 5x}{5}+C$. **D.** $-5\sin 5x+C$.

Câu 26: Số phức liên hợp của số phức $z=i-1$ là

A. $1-i$. **B.** $-1-i$. **C.** $1+i$. **D.** $-1+i$.

Câu 27: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau và các chữ số thuộc tập hợp $\{1;2;3;4;5\}$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S, xác suất để số được chọn chia hết cho 3 là

A. $\frac{2}{5}$. **B.** $\frac{3}{5}$. **C.** $\frac{4}{5}$. **D.** $\frac{1}{5}$.

Câu 28: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có một nguyên hàm là hàm số $F(x)$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $\int_a^b f(x)dx=F(b)-F(a)$. **B.** $\int_a^b f(x)dx=F(b)+F(a)$.

C. $\int_a^b f(x)dx=f(b)-f(a)$. **D.** $\int_a^b f(x)dx=F(a)-F(b)$.

Câu 29: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=-x^3+9x-2$ trên đoạn $[0;2]$ bằng

A. 8. **B.** $2\sqrt{3}+5$. **C.** -2. **D.** $6\sqrt{3}-2$.

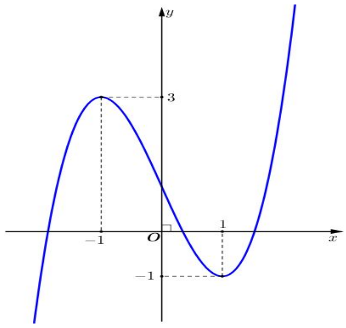
Câu 30: Nếu $\int_0^2 \left(f(x)+2x\right)dx=13$ thì $\int_0^2 f(x)dx$ bằng

A. 9. **B.** -1. **C.** 1. **D.** -9.

Câu 31: Diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi hai đường $y=x^3-x$ và $y=2x^2-x$ bằng

A. $\frac{5}{6}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** 2.

Câu 32: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



A. $y=-x^3+3x+1$. **B.** $y=x^3+3x+1$.

C. $y=x^4-2x^2+1$. **D.** $y=x^3-3x+1$.

Câu 33: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x+1)<\log_2(3-x)$ là

A. $S=(-1;1)$. **B.** $S=(1;+\infty)$. **C.** $S=(1;3]$. **D.** $S=(-\infty;1)$.

Câu 34: Cho khối nón có chiều cao $h=a$ và bán kính đáy $r=a\sqrt{3}$. Thể tích V của khối nón là

A. $V=\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V=\pi a^3$. **C.** $V=\frac{\pi a^3}{3}$. **D.** $V=3\pi a^3$.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y-z-1=0$. Một véctơ chỉ phương của đường thẳng Δ qua điểm $A(1;2;1)$ và vuông góc với mặt phẳng (P) là

A. $\vec{u}=(1;2;1)$. **B.** $\vec{u}=(1;-1;-1)$. **C.** $\vec{u}=(1;1;-1)$. **D.** $\vec{u}=(-1;2;-1)$.

Câu 36: Có bao nhiêu số nguyên dương x sao cho tồn tại số thực y lớn hơn 1 thoả mãn $\left(xy^2+x-2y-5\right)\ln y=\ln\frac{2y-x+7}{x}$?

A. 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** Vô số.

Câu 37: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a, mặt bên SAB là tam giác đều, $SC=SD=a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $V=\frac{a^3}{6}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Câu 38: Cho hình trụ có chiều cao bằng $5\sqrt{3}$. Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 1, thiết diện thu được có diện tích bằng 30. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. $5\sqrt{39}\pi$. **B.** $20\sqrt{3}\pi$. **C.** $10\sqrt{39}\pi$. **D.** $10\sqrt{3}\pi$.

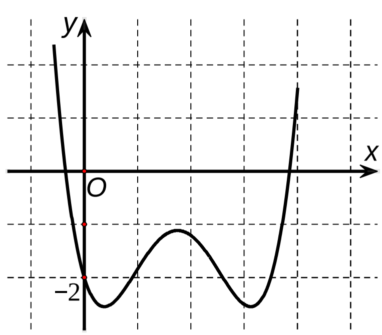
Câu 39: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d_1:\frac{x-2}{-1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-2}{-1}$; $d_2:\frac{x-3}{1}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z}{1}$; $d_3:\frac{x-4}{1}=\frac{y-2}{-3}=\frac{z+1}{1}$. Đường thẳng Δ thay đổi cắt các đường thẳng d_1,d_2,d_3 lần lượt tại A,B,C. Giá trị nhỏ nhất của $AC+BC$ là

A. $\frac{9\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{7\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{5\sqrt{2}}{2}$.

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng (d) đi qua điểm $A(2;3;5)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): 2x+3y+z-17=0$. Tọa độ giao điểm M của (d) và trục Oz là

A. $(0;0;4)$. **B.** $(0;0;-1)$. **C.** $(0;0;1)$. **D.** $(0;0;6)$.

Câu 41: Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ và hàm số $g(x)=\sqrt{x^2+4}+x$. Số nghiệm thực của phương trình $f\left[g(x)f(x)\right]+2=0$ là



A. 6. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 12.

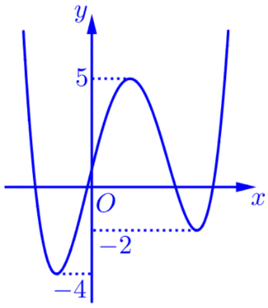
Câu 42: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f'\left(x\right)+4x-6x.e^{x^2-f(x)-1}=0,\forall x\in\mathbb{R}$ và $f(0)=-1$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ và đồ thị hàm số $y=f'\left(x\right)+f''\left(x\right)$ bằng

A. $\dfrac{16}{3}$. **B.** $\dfrac{32}{3}$. **C.** $\dfrac{22}{3}$. **D.** $\dfrac{27}{3}$.

Câu 43: Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số m để phương trình $9^x-2m.3^x+m^2-8m=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 thỏa $x_1+x_2=2$. Tổng các phần tử của S bằng

A. 9. **B.** $\dfrac{9}{2}$. **C.** 1. **D.** 8.

Câu 44: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $f'\left(x\right)$ như hình vẽ bên. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g\left(x\right)=f\left(x\right)-mx$ có đúng hai điểm cực tiểu?



A. 8. **B.** 7. **C.** 6. **D.** vô số.

Câu 45: Cho $a,b\in\mathbb{R},a<b$, đặt $P=\int_a^b\left(-x^4+5x^2-4\right)\mathrm{d}x$. Khi P có giá trị lớn nhất thì a^2+b^2 bằng

A. 8. **B.** 7. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A\left(1;0;0\right)$, $B\left(0;1;0\right)$. Gọi $\left(P\right)$ là mặt phẳng đi qua các điểm A,B đồng thời cắt tia Oz tại điểm C sao cho tứ diện $OABC$ có thể tích bằng $\dfrac{1}{6}$. Phương trình mặt phẳng $\left(P\right)$ là

A. $x+y+z+1=0$. **B.** $x+y+z-1=0$ và $x+y-z-1=0$.
C. $x+y+z-1=0$. **D.** $x+y-z-1=0$.

Câu 47: Trong tập hợp các số phức, cho phương trình $z^3+\left(1-2m\right)z^2+2mz+4m=0$ với tham số $m\in\mathbb{R}$. Gọi S là tập hợp các giá trị của m để phương trình có 3 nghiệm phân biệt và 3 điểm biểu diễn 3 nghiệm đó tạo thành tam giác đều. Tổng tất cả các phần tử của tập S bằng

A. 2. **B.** $\dfrac{5}{4}$. **C.** $\dfrac{5}{2}$. **D.** 10.

Câu 48: Trong tập hợp số phức, cho các số phức z_1, z_2 thỏa mãn $\left|z_1\right|=2$, $\left|iz_2-2+5i\right|=1$. Giá trị nhỏ nhất của $\left|z_1^2-z_1z_2-4\right|$ bằng

A. $2\left(\sqrt{29}-3\right)$. **B.** 4. **C.** 8. **D.** $2\left(\sqrt{29}-5\right)$.

Câu 49: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có cạnh $AA'=a$, đáy là tam giác ABC vuông tại A có $BC=2a$, $AB=a\sqrt{3}$. Khoảng cách từ đường thẳng AA' đến mặt phẳng $\left(BCC'B'\right)$ bằng

A. a. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;4;-3)$. Gọi I là hình chiếu vuông góc của A trên trục Ox. Phương trình mặt cầu có tâm I và qua điểm A là

A. $(x-1)^2+y^2+z^2=25$. **B.** $(x+1)^2+y^2+z^2=5$.
C. $(x-1)^2+y^2+z^2=5$. **D.** $(x+1)^2+y^2+z^2=25$.

— HẾT —

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÁI BÌNH

KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG LỚP 12 THPT NĂM HỌC 2022 - 2023

ĐÁP MÔN TOÁN

Câu	Mã đề 101	Mã đề 102	Mã đề 103	Mã đề 104	Mã đề 105	Mã đề 106	Mã đề 107	Mã đề 108	Ghi chú
1	D	A	C	B	B	A	B	B	
2	A	D	B	A	D	D	D	D	
3	B	C	D	C	A	A	B	C	
4	C	B	C	D	B	B	C	D	
5	D	B	A	A	C	B	C	D	
6	A	C	C	D	D	A	C	B	
7	B	A	C	D	C	C	B	A	
8	B	C	D	B	C	D	D	C	
9	A	D	C	B	A	C	A	A	
10	B	B	C	B	C	A	B	A	
11	C	A	B	B	A	A	D	B	
12	A	C	B	A	D	D	A	A	
13	C	B	D	D	D	B	A	A	
14	A	D	B	D	A	C	D	A	
15	B	C	A	A	D	C	C	C	
16	D	D	B	C	D	B	A	B	
17	D	C	A	A	D	B	C	C	
18	D	A	D	A	D	D	A	B	
19	A	B	A	D	B	A	A	B	
20	C	A	D	A	D	B	A	A	
21	A	A	A	C	B	A	A	C	
22	A	A	A	C	B	A	B	A	
23	A	A	C	A	A	C	C	D	
24	A	D	D	A	B	C	C	C	
25	C	B	D	B	C	C	B	C	
26	B	C	D	C	B	D	C	B	
27	D	D	A	B	A	A	A	D	
28	C	D	D	B	A	A	D	B	
29	B	B	D	D	D	B	B	C	
30	A	D	D	D	A	A	D	A	
31	D	D	D	B	C	D	B	A	
32	D	D	B	B	D	B	A	A	
33	C	B	A	C	A	B	C	B	
34	D	C	B	A	B	B	B	B	
35	B	C	C	C	C	C	B	D	
36	D	B	A	C	C	D	C	B	
37	C	A	A	C	D	D	D	D	
38	D	D	B	B	B	D	D	D	
39	B	C	D	B	B	B	C	C	
40	A	C	A	D	A	C	C	D	
41	A	A	B	C	B	D	D	C	
42	C	D	C	D	B	B	B	D	
43	D	C	A	B	A	C	B	B	
44	C	A	C	D	C	C	A	A	
45	A	B	B	C	D	C	A	C	
46	B	B	C	D	C	A	D	D	
47	C	C	B	C	C	D	D	D	
48	B	A	B	B	C	D	C	C	
49	B	D	C	A	D	B	C	A	
50	C	B	D	A	A	D	D	A	

Mỗi câu đúng: 0,2đ

BẢNG ĐÁP ÁN

1B	**2D**	**3A**	**4B**	**5C**	**6D**	**7C**	**8C**	**9A**	**10C**	**11A**	**12D**	**13D**	**14A**	**15D**
16D	**17D**	**18D**	**19B**	**20D**	**21B**	**22B**	**23A**	**24B**	**25C**	**26B**	**27A**	**28A**	**29D**	**30A**
31C	**32D**	**33A**	**34B**	**35C**	**36C**	**37D**	**38C**	**39B**	**40A**	**41B**	**42B**	**43D**	**44C**	**45D**
46C	**47C**	**48C**	**49D**	**50A**										

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho số phức z thỏa mãn $(2-i)z+4i-5=0$. Phần thực của số phức z bằng

A. $-\frac{3}{5}$. **B.** $\frac{14}{5}$. **C.** $\frac{6}{5}$. **D.** $\frac{-14}{5}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $(2-i)z+4i-5=0 \Leftrightarrow z=\frac{5-4i}{2-i}=\frac{14}{5}-\frac{3}{5}i$.

Câu 2: Cho hàm số $y=x^3-3x^2+2$. Đồ thị của hàm số có điểm cực đại là

A. $(0;-2)$. **B.** $(2;-2)$. **C.** $(2;2)$. **D.** $(0;2)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=0 \Leftrightarrow 3x^2-6x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên của hàm số đã cho là

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy đồ thị của hàm số có điểm cực đại là $(0;2)$.

Câu 3: Trong tập hợp số phức, cho số phức z thoả mãn $|z-2+2i|=\sqrt{2}|z-1+i|$. Môđun của z bằng

A. 2. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** 4. **D.** $2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $z=x+yi\,(x,y\in\mathbb{R})$

$$|z-2+2i|=\sqrt{2}|z-1+i| \Leftrightarrow |(x-2)+(y+2)i|=\sqrt{2}|(x-1)+(y+1)i|$$
$$\Leftrightarrow (x-2)^2+(y+2)^2=2\left[(x-1)^2+(y+1)^2\right]$$
$$\Leftrightarrow x^2-4x+4+y^2+4y+4=2x^2-4x+2+2y^2+4y+2$$
$$\Leftrightarrow x^2+y^2=4$$

$\Rightarrow |z| = \sqrt{x^2 + y^2} = 2$.

Câu 4: Với $a > 0, \log_2(2a^2)$ bằng

A. $2 + 2\log_2 a$. **B.** $1 + 2\log_2 a$. **C.** $1 + \log_2 a$. **D.** $2.\log_2 a$.

Lời giải

Chọn B

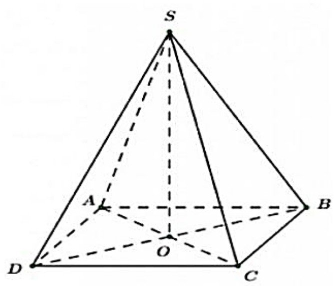
Với $a > 0, \log_2(2a^2) = \log_2 2 + \log_2(a^2) = 1 + 2\log_2 a$.

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, các cạnh bên bằng nhau và bằng $2a$. Số đo góc giữa đường thẳng AC và mặt phẳng (SBD) là

A. $45°$. **B.** $60°$. **C.** $90°$. **D.** $30°$.

Lời giải

Chọn C



Trong $(ABCD)$, gọi $O = AC \cap BD$.

Khi đó, ΔSAC cân tại S có $SO \perp AC$ và ΔSBD cân tại S có $SO \perp BD$.

Suy ra, $SO \perp (ABCD)$.

Ta có $\begin{cases} AC \perp BD \\ AC \perp SO \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SBD) \Rightarrow \left(\widehat{AC;(SBD)}\right) = 90°$.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng song song $(P): x + y + z - 2 = 0; (Q): x + y + z + 4 = 0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng

A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** 6. **D.** $2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$d\left((P),(Q)\right) = \frac{|4+2|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2}} = \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$$

Câu 7: Công thức tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ có bán kính đáy r, độ dài đường cao h là

A. $S_{xq} = \pi rh$. **B.** $S_{xq} = \pi r^2 h$. **C.** $S_{xq} = 2\pi rh$. **D.** $S_{xq} = \frac{1}{3}\pi rh$.

Lời giải

Chọn C

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a và khoảng cách từ đỉnh S đến mặt phẳng đáy (ABC) bằng $3a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ tương ứng bằng

A. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.d\left(S,(ABC)\right).S_{\Delta ABC}=\frac{1}{3}.3a.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

Câu 9: Cho hàm số $y=f(x)$ có $f'(x)=-x^3+3x^2,\forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(3;+\infty)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(0;3)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$f'(x)=-x^3+3x^2=x^2(-x+3)<0\Leftrightarrow x>3$

Câu 10: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(1;-3)$ biểu diễn số phức nào sau đây?

A. $3-i$. **B.** $-3+i$. **C.** $1-3i$. **D.** $1+3i$.

Lời giải

Chọn C

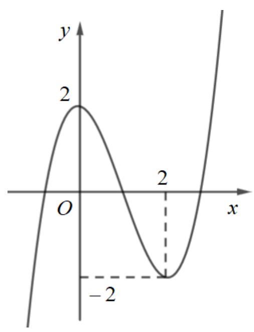
Câu 11: Đạo hàm của hàm số $y=2^x$ là

A. $y'=2^x.\ln 2$. **B.** $y'=\frac{2^x}{\ln 2}$. **C.** $y'=2^{x-1}.\ln 2$. **D.** $y'=x.2^{x-1}$.

Lời giải

Chọn A

Câu 12: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Phương trình $2f(x)-3=0$ có bao nhiêu nghiệm thực dương?



A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có $2f(x)-3=0 \Leftrightarrow f(x)=\frac{3}{2}$. Nghiệm của phương trình là hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=\frac{3}{2}$. Dựa vào đồ thị hàm số, phương trình có 2 nghiệm dương.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-y+2z-5=0$. Điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (P)?

A. $(1;1;1)$. **B.** $(2;1;-3)$. **C.** $(0;1;2)$. **D.** $(1;-1;1)$.

Lời giải

Chọn D

Ta thấy $2.1-1.(-1)+2.1-5=0$. Vậy điểm $(1;-1;1) \in (P)$.

Câu 14: Nếu $\int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x=2$ và $\int_{-1}^{2} g(x)\mathrm{d}x=-1$ thì tích phân $\int_{-1}^{2}\left[2f(x)-3g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng?

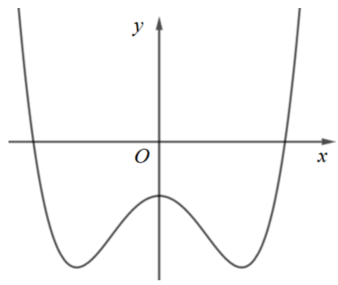
A. 7. **B.** 1. **C.** 3. **D.** -7.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int_{-1}^{2}\left[2f(x)-3g(x)\right]\mathrm{d}x=2\int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x-3\int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x=2.2-3.(-1)=7$.

Câu 15: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?



A. $a<0, c<0$. **B.** $a>0, c>0$. **C.** $a<0, c>0$. **D.** $a>0, c<0$.

Lời giải

Chọn D

Nhánh cuối đi lên nên $a>0$. Đồ thị giao với trục tung tại điểm nằm dưới trục hoành nên $c<0$.

Câu 16: Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^{\frac{3}{7}}$ là

A. $y'=\frac{7}{10}x^{\frac{10}{7}}$. **B.** $y'=\frac{7}{3}x^{-\frac{4}{7}}$. **C.** $y'=\frac{3}{7}x^{\frac{4}{7}}$. **D.** $y'=\frac{3}{7}x^{-\frac{4}{7}}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y'=\left(x^{\frac{3}{7}}\right)'=\frac{3}{7}.x^{\frac{3}{7}-1}=\frac{3}{7}.x^{-\frac{4}{7}}$.

Câu 17: Số cách chọn ra 2 học sinh bất kì từ một nhóm gồm 5 học sinh nam và 8 học sinh nữ là

A. A_{13}^{2}. **B.** $C_5^2+C_8^2$. **C.** 13. **D.** C_{13}^{2}.

Lời giải

Chọn D

Chọn ra 2 học sinh bất kì từ một nhóm gồm 5 học sinh nam và 8 học sinh nữ có C_{13}^{2} cách.

Câu 18: Số nghiệm của phương trình $\dfrac{2^{x^3-5x^2}-4^{-3x}}{\ln(x-1)}=0$ là

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện $\begin{cases} x>1 \\ x\neq 2 \end{cases}$. Khi đó

$$\frac{2^{x^3-5x^2}-4^{-3x}}{\ln(x-1)}=0 \Leftrightarrow 2^{x^3-5x^2}-4^{-3x}=0$$

$$\Leftrightarrow 2^{x^3-5x^2}=2^{-6x} \Leftrightarrow x^3-5x^2+6x=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \\ x=3. \end{array}\right.$$

So với điều kiện ta nhận nghiệm $x=3$. Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm.

Câu 19: Bất phương trình $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x+2}<4$ có bao nhiêu nghiệm nguyên âm?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn B

Bất phương trình $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x+2}<4 \Leftrightarrow 2^{-x-2}<2^2 \Leftrightarrow -x-2<2 \Leftrightarrow x>-4$.

Bất phương trình có 3 nghiệm nguyên âm.

Câu 20: Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Đồ thị hàm số $y=\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$ nhận trục hoành làm đường tiệm cận ngang.

B. Hàm số $y=2^x$ và $y=\log_2 x$ đồng biến trên mỗi khoảng mà hàm số xác định.

C. Hàm số $y=\log_{\frac{1}{2}} x$ có tập xác định là $(0;+\infty)$.

D. Đồ thị hàm số $y=\log_{2^{-1}} x$ nằm phía trên trục hoành.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{1}{2}\right)^x=0$ nên đồ thị hàm số $y=\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$ nhận trục hoành làm đường tiệm cận ngang (đúng).

Hàm số $y=2^x$ và $y=\log_2 x$ đều có cơ số $a=2>1$ nên đồng biến trên mỗi khoảng mà hàm số xác định (đúng).

Hàm số $y=\log_{\frac{1}{2}} x$ có tập xác định là $(0;+\infty)$ (đúng).

Xét bất phương trình $\log_{2^{-1}} x>0 \Leftrightarrow 0<x<1$. Đồ thị hàm số $y=\log_{2^{-1}} x$ nằm phía trên trục hoành khi $0<x<1$.

Câu 21: Đồ thị hàm số $y=\frac{1}{x}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng và ngang?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

+) $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{1}{x}=+\infty$ nên đồ thị có tiệm cận đứng $x=0$.

+) $\lim\limits_{x\to \pm\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to \pm\infty}\frac{1}{x}=0$ nên đồ thị có tiệm cận ngang $y=0$.

Câu 22: Một khối chóp và một khối lăng trụ có cùng chiều cao, cùng diện tích đáy. Gọi V_1,V_2 theo thứ tự là thể tích khối lăng trụ và khói chóp. Khi đó $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $V_1=S_1.h$, $V_2=\frac{1}{3}S_2.h$ nên suy ra $\frac{V_1}{V_2}=\frac{S_1.h}{\frac{1}{3}S_2.h}=3$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2+2y-2z-7=0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

A. 3. **B.** $\sqrt{15}$. **C.** 9. **D.** $\sqrt{7}$.

Lời giải

Chọn A

Từ phương trình $(S):x^2+y^2+z^2+2y-2z-7=0$ suy ra $a=0$, $b=-1$, $c=1$, $d=-7$

Suy ra bán kính mặt cầu là $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}=\sqrt{(-1)^2+1^2+7}=3$.

Câu 24: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2=2$, công bội $q=2$. Giá trị của u_{10} là

A. $u_{10}=10$. **B.** $u_{10}=512$. **C.** $u_{10}=18$. **D.** $u_{10}=1024$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $u_2=u_1q \Leftrightarrow 2=u_1.2 \Leftrightarrow u_1=1$

Vậy $u_{10} = u_1.q^9 = 1.2^9 = 512$.

Câu 25: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 5x$ là

A. $-\frac{\sin 5x}{5} + C$. **B.** $\sin 5x + C$. **C.** $\frac{\sin 5x}{5} + C$. **D.** $-5\sin 5x + C$.

Lời giải

Chọn C

Câu 26: Số phức liên hợp của số phức $z = i - 1$ là

A. $1 - i$. **B.** $-1 - i$. **C.** $1 + i$. **D.** $-1 + i$.

Lời giải

Chọn B

Câu 27: Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau và các chữ số thuộc tập hợp $\{1;2;3;4;5\}$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S. Xác suất để số được chọn chia hết cho 3 là

A. $\frac{2}{5}$. **B.** $\frac{3}{5}$. **C.** $\frac{4}{5}$. **D.** $\frac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn A

Số phần tử của S bằng: $A_5^3 = 60$. Suy ra, số cách chọn ngẫu nhiên một số từ tập S bằng: $n(\Omega) = 60$.

Gọi A là biến cố: "Số được chọn chia hết cho 3".

A xảy ra khi số được chọn là hoán vị của các bộ số: $(1;2;3), (1;3;5), (2;3;4), (3;4;5)$. Suy ra: $n(A) = 4.3! = 24$.

Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{2}{5}$.

Câu 28: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có một nguyên hàm là hàm số $F(x)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = F(b) - F(a)$. **B.** $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = F(b) + F(a)$.

C. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = f(b) - f(a)$. **D.** $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = F(a) - F(b)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 29: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = -x^3 + 9x - 2$ trên đoạn $[0;2]$ bằng

A. 8. **B.** $2\sqrt{3} + 5$. **C.** -2. **D.** $6\sqrt{3} - 2$.

Lời giải

Chọn D

$f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;2]$.

$f'(x) = -3x^2 + 9$; $f'(x) = 0 \Rightarrow x = \sqrt{3} \in (0;2)$.

$f(0)=-2$, $f(2)=8$, $f(\sqrt{3})=6\sqrt{3}-2$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=-x^3+9x-2$ trên đoạn $[0;2]$ bằng $6\sqrt{3}-2$.

Câu 30: Nếu $\int_0^2 (f(x)+2x)\mathrm{d}x=13$ thì $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 9. **B.** -1. **C.** 1. **D.** -9.

Lời giải

Chọn A

$$13=\int_0^2 (f(x)+2x)\mathrm{d}x=\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x+x^2\Big|_0^2=\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x+4\Rightarrow\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=9.$$

Câu 31: Diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi hai đường $y=x^3-x$ và $y=2x^2-x$ bằng

A. $\frac{5}{6}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** 2

Lời giải

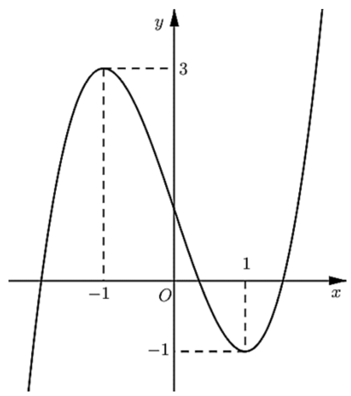
Chọn C

Xét phương trình $x^3-x=2x^2-x\Leftrightarrow x^3-2x^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

Diện tích hình phẳng (H) là

$$S=\int_0^2\left|(x^3-x)-(2x^2-x)\right|\mathrm{d}x=\int_0^2\left|x^3-2x^2\right|\mathrm{d}x=\frac{4}{3}.$$

Câu 32: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



A. $y=-x^3+3x+1$. **B.** $y=x^3+3x+1$. **C.** $y=x^4-2x^2+1$. **D.** $y=x^3-3x+1$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số có dạng đồ thị như đường cong đã cho là $y=x^3-3x+1$.

Câu 33: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x+1)<\log_2(3-x)$ là

A. $S=(-1;1)$. **B.** $S=(1;+\infty)$. **C.** $S=(1;3]$. **D.** $S=(-\infty;1)$

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $\begin{cases} x+1>0 \\ 3-x>0 \end{cases} \Leftrightarrow -1<x<3$.

Ta có:

$\log_2(x+1)<\log_2(3-x) \Rightarrow x+1<3-x \Leftrightarrow x<1$.

Kết hợp với điều kiện, tập nghiệm của bất phương trình là $(-1;1)$.

Câu 34: Cho khối nón có chiều cao $h=a$ và bán kính đáy $r=a\sqrt{3}$. Thể tích V của khối nón là

A. $V=\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V=\pi a^3$. **C.** $V=\dfrac{\pi a^3}{3}$. **D.** $V=3\pi a^3$

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối nón là $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2 h=\dfrac{1}{3}\pi\left(\sqrt{3}a\right)^2.a=\pi a^3$.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x+y-z-1=0$. Một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ đi qua điểm A và vuông góc với mặt phẳng (P) là

A. $\vec{u}=(1;2;1)$. **B.** $\vec{u}=(1;-1;-1)$. **C.** $\vec{u}=(1;1;-1)$. **D.** $\vec{u}=(-1;2;-1)$

Lời giải

Chọn C

Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{u}=(1;1;-1)$.

Do $\Delta\perp(P)$ nên $\vec{u}=(1;1;-1)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ.

Câu 36: Có bao nhiêu số nguyên dương x sao cho tồn tại số thực y lớn hơn 1 thỏa mãn

$\left(xy^2+x-2y-5\right)\ln y=\ln\dfrac{2y-x+7}{x}$?

A. 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn C

$$\left(xy^2+x-2y-5\right)\ln y=\ln\frac{2y-x+7}{x} \Leftrightarrow \left(xy^2+x-2y-5\right)\ln y-2\ln y=\ln\frac{2y-x+7}{x}-2\ln y$$

$$\Leftrightarrow \left[x^2y-(2y-x+7)\right]\ln y=\ln\frac{2y-x+7}{xy^2}$$

Do $y>1 \Rightarrow \ln y>0$

+Nếu $xy^2>(2y-x+7) \Rightarrow \begin{cases} \left[x^2y-(2y-x+7)\right]\ln y>0 \\ \ln\dfrac{2y-x+7}{xy^2}<0 \end{cases}$ phương trình vô nghiệm.

+ Nếu $xy^2<(2y-x+7) \Rightarrow \begin{cases} \left[x^2y-(2y-x+7)\right]\ln y<0 \\ \ln\dfrac{2y-x+7}{xy^2}>0 \end{cases}$ phương trình vô nghiệm.

Phương trình có nghiệm khi $xy^2 = 2y - x + 7 \Rightarrow x = \dfrac{2y+7}{y^2+1}$

Xét hàm số $f(y) = \dfrac{2y+7}{y^2+1}, f'(y) = \dfrac{-y^2-14y+2}{\left(y^2+1\right)^2} < 0 \forall y > 1$

Khi đó:

y	1	$+\infty$
$f'(y)$	$-$	
$f(y)$	$\dfrac{9}{2}$ $\searrow$	0

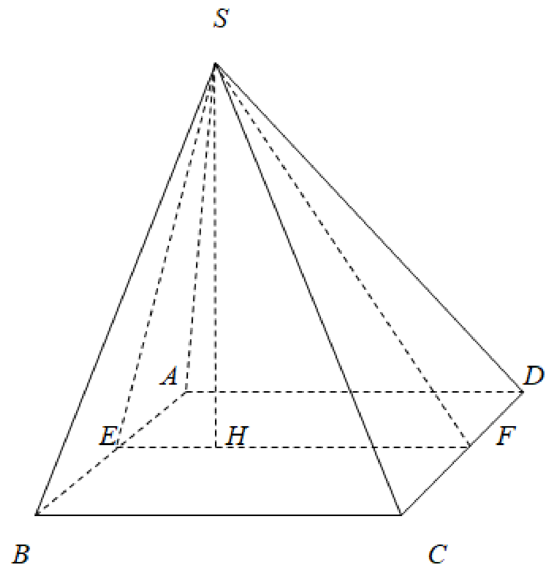
Do đó để tồn tại số thực $y > 1$ thì $0 < x < \dfrac{9}{2}$. Mà $x \in \mathbb{Z}^+ \Rightarrow x \in \{1;2;3;4\}$

Câu 37: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều, $SC = SD = a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $V = \dfrac{a^3}{6}$. **B.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi E là trung điểm của AB suy ra $SE \perp AB, SE = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Gọi F là trung điểm CD suy ra $SF \perp CD, SF = \sqrt{SC^2 - FC^2} = \dfrac{a\sqrt{11}}{2}$.

Ta có: $\begin{cases} AB \perp SE \\ AB \perp EF \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} AB \perp (SEF) \\ AB \subset (ABCD) \end{cases} \Leftrightarrow (SEF) \perp (ABCD)$.

Dựng $SH \perp EF \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Xét $\triangle SEF$ có: $EF = a, SE = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}, SF = \dfrac{a\sqrt{11}}{2}$, $p = \dfrac{SE + EF + SF}{3}$.

Khi đó: $S_{\triangle SEF} = \sqrt{p(p - SE)(p - SF)(P - EF)} = \dfrac{a^2\sqrt{2}}{4} \Rightarrow SH = \dfrac{2S_{\triangle SEF}}{EF} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

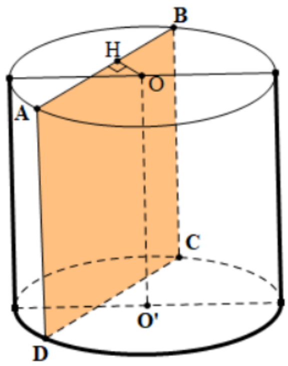
Thể tích khối chóp: $V = \dfrac{1}{3}a^2\dfrac{a\sqrt{2}}{2} = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$

Câu 38: Cho hình trụ có chiều cao bằng $5\sqrt{3}$. Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 1, thiết diện thu được có diện tích bằng 30. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. $5\sqrt{39}\pi$. **B.** $20\sqrt{3}\pi$. **C.** $10\sqrt{39}\pi$. **D.** $10\sqrt{3}\pi$.

Lời giải

Chọn B



Gọi $O,\ O'$ lần lượt là tâm của hai đáy và $ABCD$ là thiết diện song song với trục với $A, B \in (O)$; $C, D \in (O')$. Gọi H là trung điểm của $AB \Rightarrow OH = d(OO', (ABCD)) = 1$.

Vì $S_{ABCD} = 30 \Leftrightarrow AB.BC = 30 \Rightarrow AB = \dfrac{30}{5\sqrt{3}} = 2\sqrt{3} \Rightarrow HA = HB = \sqrt{3}$.

Bán kính của đáy là $r = \sqrt{OH^2 + HA^2} = \sqrt{3+1} = 2$.

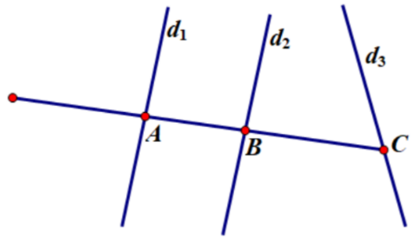
Diện tích xung quanh của hình trụ bằng $S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi.2.5\sqrt{3} = 20\sqrt{3}\pi$.

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d_1 : \dfrac{x-2}{-1} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z-2}{-1}; d_2 : \dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y-2}{-2} = \dfrac{z}{1}; d_3 : \dfrac{x-4}{1} = \dfrac{y-2}{-3} = \dfrac{z+1}{1}$. Đường thẳng Δ thay đổi cắt các đường thẳng d_1, d_2, d_3 lần lượt tại A, B, C. Giá trị nhỏ nhất của $AC + BC$ là

A. $\dfrac{9\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{7\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có:

$\overrightarrow{u_{d_1}} = (-1;2;-1); \overrightarrow{u_{d_2}} = (1;-2;1); \mathrm{M}(2;1;2) \in \mathrm{d}_1; M \notin d_2$

$\Rightarrow d_1 // d_2$

Gọi (P) là mặt phẳng chứa d_1 và d_2

$\Rightarrow \overrightarrow{n_P} = \left[\overrightarrow{u_{d_1}}, \overrightarrow{u_{d_2}}\right] = (1;1;1)$

(P) qua: $M(2;1;2) \Rightarrow (P): x + y + z - 5 = 0$

Đường thẳng Δ thay đổi cắt các đường thẳng d_1, d_2, d_3 lần lượt tại A, B, C

$\Rightarrow \Delta \in (P); C \in (P)$

$AC + BC$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow A, B$ lần lượt là hình chiếu của C trên d_1, d_2

(P) cắt d_3 tại C

$$d_3: \begin{cases} x = 4 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$$

$\Rightarrow 4 + t + 2 - 3t - 1 + t - 5 = 0$

$\Leftrightarrow t = 0$

$\Rightarrow C(4;2;-1)$

Phương trình Δ qua C và vuông góc d_1, d_2

$$\Delta: \begin{cases} x = 4 + t \\ y = 2 \\ z = -1 - t \end{cases}$$

$\Rightarrow A = \left(\frac{3}{2}; 2; \frac{3}{2}\right); B = (3;2;0)$

$\Rightarrow AC + BC = \frac{7\sqrt{2}}{2}$

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng (d) đi qua điểm $A(2;3;5)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): 2x + 3y + z - 17 = 0$. Tọa độ giao điểm M của (d) và trục Oz là:

A. $(0;0;4)$. **B.** $(0;0;-1)$. **C.** $(0;0;1)$. **D.** $(0;0;6)$.

Lời giải

Chọn A

$\overrightarrow{u_d}=\overrightarrow{n_P}=(2;3;1)$

$d:\begin{cases}x=2+2t\\y=3+3t\\z=5+t\end{cases}$

$d\cap Oz=M(0;0;z)$

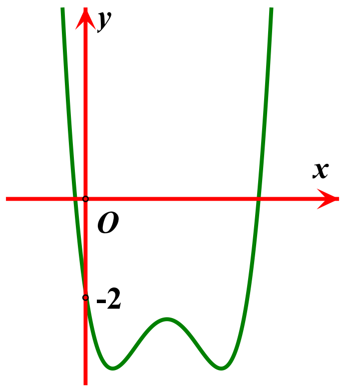
$2+2t=0$

$\Rightarrow t=-1$

$\Rightarrow z=4$

$\Rightarrow M(0;0;4)$

Câu 41: Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ và hàm số $g(x)=\sqrt{x^2+4}+x$. Số nghiệm thực của phương trình $f\left[g(x)f(x)\right]+2=0$ là



A. 6. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 12.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\sqrt{x^2+4}>\sqrt{x^2}=|x|$

$\Rightarrow\begin{cases}\sqrt{x^2+4}+x>|x|+x\geq 0\\\sqrt{x^2+4}-x>|x|-x\geq 0\end{cases}$

Khi đó, phương trình: $f\left[g(x)f(x)\right]+2=0$

$\Leftrightarrow f\left[g(x)f(x)\right]=-2$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} g(x).f(x)=0 \\ g(x).f(x)=a\in(0;1) \\ g(x).f(x)=b\in(2;3) \\ g(x).f(x)=c\in(3;4) \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=0 \quad (1) \quad \left(do\ g(x)=x+\sqrt{x^2+4}>0, \forall x\in\mathbb{R}\right) \\ f(x)=\dfrac{1}{4}a\left(\sqrt{x^2+4}-x\right) \quad (2) \\ f(x)=\dfrac{1}{4}b\left(\sqrt{x^2+4}-x\right) \quad (3) \\ f(x)=\dfrac{1}{4}c\left(\sqrt{x^2+4}-x\right) \quad (4) \end{array}\right.$$

Dễ thấy phương trình $f(x)=0$ có 2 nghiệm phân biệt

Xét hàm số $h(x)=\dfrac{1}{4}t\left(\sqrt{x^2+4}-x\right),\ x\in\mathbb{R}\ (t>0)$

$$h'(x)=\frac{1}{4}t\frac{x-\sqrt{x^2+4}}{\sqrt{x^2+4}}<0,\ x\in\mathbb{R}$$

$$\lim_{x\to-\infty} h(x)=+\infty, \lim_{x\to+\infty} h(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{t}{\sqrt{x^2+4}+x}=0$$

Từ đồ thị ta thấy các phương trình $(2),(3),(4)$ mỗi phương trình có 2 nghiệm phân biệt

Vậy phương trình đã cho có 8 nghiệm phân biệt.

Câu 42: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f'(x)+4x-6x.e^{x^2-f(x)-1}=0, \forall x\in\mathbb{R}$ và $f(0)=-1$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đồ thị hàm số $y=f'(x)+f''(x)$ bằng

A. $\dfrac{16}{3}$. **B.** $\dfrac{32}{3}$. **C.** $\dfrac{22}{3}$. **D.** $\dfrac{27}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f'(x)+4x-6x.e^{x^2-f(x)-1}=0$

$$\Leftrightarrow f'(x)+4x=6x.\frac{e^{x^2-1}}{e^{f(x)}}$$

$$\Leftrightarrow f'(x)e^{f(x)}+4xe^{f(x)}=6x.e^{x^2-1}$$

$$\Leftrightarrow e^{2x^2}.e^{f(x)}.f'(x)+e^{f(x)}.e^{2x^2}.4x=6x.e^{3x^2-1}$$

$\Leftrightarrow \left(e^{f(x)}.e^{2x^2}\right)' = e^{3x^2-1}.6x$

$\Leftrightarrow e^{f(x)}.e^{2x^2} = \int e^{3x^2-1}.6x.dx$

$\Leftrightarrow e^{f(x)+2x^2} = \int e^{3x^2-1}.d\left(3x^2-1\right)$

$\Leftrightarrow e^{f(x)+2x^2} = e^{3x^2-1} + C$

Cho $x=0$ ta có $e^{f(0)} = e^{-1} + C$ mà $f(0) = -1 \Rightarrow C = 0$

Suy ra $f(x) + 2x^2 = 3x^2 - 1 \Rightarrow f(x) = x^2 - 1$

Khi đó : $f'(x) = 2x, f''(x) = 2 \Rightarrow f'(x) + f''(x) = 2x + 2$

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị $y = f(x)$ và đồ thị hàm số $y = f'(x) + f''(x)$ là $x^2 - 1 = 2x + 2 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=3 \end{array}\right.$

Diện tích hình phẳng: $S = \int_{-1}^{3} \left|x^2 - 2x - 3\right| dx = \frac{32}{3}$.

Câu 43: Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số m để phương trình $9^x - 2m.3^x + m^2 - 8m = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 2$. Tổng các giá trị của S bằng.

A. 9. **B.** $\frac{9}{2}$. **C.** 1. **D.** 8.

Lời giải

Chọn A

$9^x - 2m.3^x + m^2 - 8m = 0 \Leftrightarrow \left(3^x\right)^2 - 2m.3^x + m^2 - 8m = 0 (*)$

Đặt $3^x = t$ $(*) \Leftrightarrow t^2 - 2mt + m^2 - 8m = 0$

Để phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0$.

$\Leftrightarrow m^2 - m^2 + 8m > 0 \Leftrightarrow 8m > 0 \Leftrightarrow m > 0$.

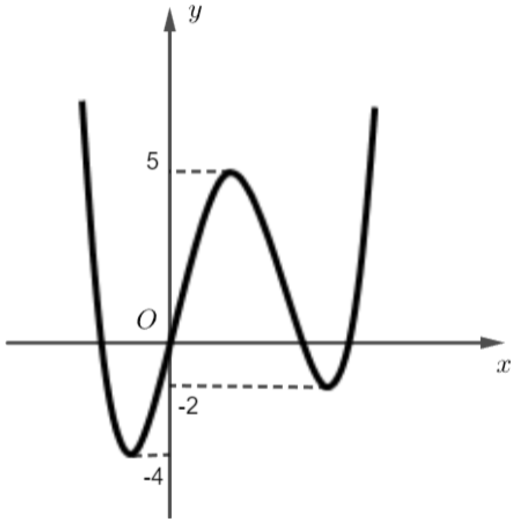
Theo vi-ét ta có: $\begin{cases} t_1 + t_2 = 2m \\ t_1.t_2 = m^2 - 8m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3^{x_1} + 3^{x_2} = 2m \\ 3^{x_1}.3^{x_2} = m^2 - 8m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3^{x_1} + 3^{x_2} = 2m \\ 3^{x_1+x_2} = m^2 - 8m \end{cases}$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3^{x_1} + 3^{x_2} = 2m \\ x_1 + x_2 = \log_3\left(m^2 - 8m\right) \end{cases}$.

Mà $x_1 + x_2 = 2 \Rightarrow \log_3\left(m^2 - 8m\right) = 2$.

$\Leftrightarrow m^2 - 8m = 9 \Leftrightarrow m^2 - 8m - 9 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=9 \\ m=-1 \end{array}\right. \Rightarrow S = 9$. Vì $m > 0$

Câu 44: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình vẽ bên. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x) = f(x) - mx$ có đúng hai điểm cực tiểu?



A. 8 .　　　　**B.** 7 .　　　　**C.** 6 .　　　　**D.** Vô số.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $g(x) = f(x) - mx \Rightarrow f'(x) = f(x) - m$.

Để $g(x)$ có hai điểm cực tiểu $\Leftrightarrow g'(x) = 0$ có đúng 4 nghiệm

$\Leftrightarrow m \in (-2;5) \Rightarrow$ Có 6 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 45: Cho $a, b \in \mathbb{R}$, $a < b$, đặt $P = \int_a^b \left(-x^4 + 5x^2 - 4\right)dx$. Khi P có giá trị lớn nhất thì $a^2 + b^2$ bằng

A. 8 .　　　　**B.** 7 .　　　　**C.** 4 .　　　　**D.** 5 .

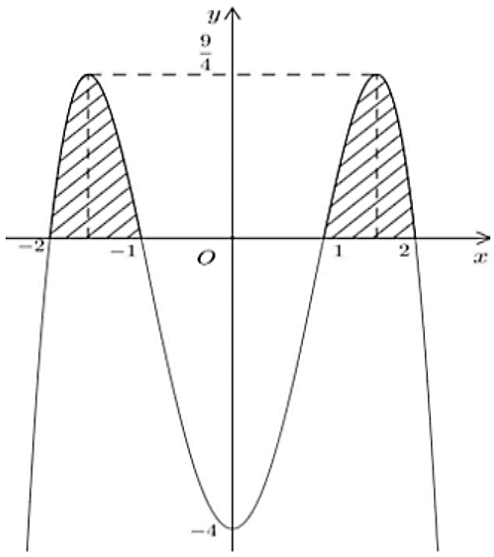
Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $f(x) = -x^4 + 5x^2 - 4$ có $f'(x) = -4x^3 + 10x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \dfrac{\pm\sqrt{10}}{2} \end{array}\right.$

x	$-\infty$		$\frac{-\sqrt{10}}{2}$		0		$\frac{\sqrt{10}}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	-	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$\frac{9}{4}$	↘	-4	↗	$\frac{9}{4}$	↘	$-\infty$

y = 0



Dựa vào đồ thị ta thấy $f(x) = -x^4 + 5x^2 - 4 \geq 0, \forall x \in [-2;-1] \cup [1;2]$

Do đó, P đạt giá trị lớn nhất thì $\left[\begin{array}{l} a=-2; b=-1 \\ a=1; b=2 \end{array}\right.$. Vậy $a^2 + b^2 = 5$.

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;0)$, $B(0;1;0)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua các điểm A, B đồng thời cắt tia Oz tại điểm C sao cho tứ diện $OABC$ có thể tích bằng $\frac{1}{6}$. Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $x+y+z+1=0$. **B.** $x+y+z-1=0$ và $x+y-z-1=0$.

C. $x+y+z-1=0$. **D.** $x+y-z-1=0$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng đi qua A,B đồng thời cắt tia Oz tại $C(0;0;c), c>0$ có phương trình là $\frac{x}{1}+\frac{y}{1}+\frac{z}{c}=1$

Mặt khác: $V_{OABC} = \frac{1}{6} \Leftrightarrow \frac{1}{6} OA.OB.OC = \frac{1}{6} \Leftrightarrow c = 1$.

Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm có dạng $\frac{x}{1}+\frac{y}{1}+\frac{z}{1}=1 \Leftrightarrow x+y+z-1=0$

Câu 47: Trên tập hợp các số phức, cho phương trình $z^3 + (1-2m)z^2 + 2mz + 4m = 0$ với tham số $m \in \mathbb{R}$. Gọi S là tập hợp các giá trị của m để phương trình có 3 nghiệm phân biệt và 3 điểm biểu diễn 3 nghiệm đó tạo thành tam giác đều. Tổng tất cả các phần tử của tập S bằng

A. 2. **B.** $\frac{5}{4}$. **C.** $\frac{5}{2}$. **D.** 10.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $z^3 + (1-2m)z^2 + 2mz + 4m = 0 \Leftrightarrow (z+1)(z^2 - 2mz + 4m) = 0 \; (*)$

Phương trình $(*)$ có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow z^2 - 2mz + 4m = 0$ có 2 nghiệm phân biệt khác -1

❖ Trường hợp 1: $\begin{cases}\Delta'>0\\1+2m+4m\neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m^2-4m>0\\1+2m+4m\neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\left[\begin{array}{l}m>4\\m<0\end{array}\right.\\ m\neq \dfrac{-1}{6}\end{cases} \Rightarrow$ loại vì 3 nghiệm đều thực.

❖ Trường hợp 2: $\Delta'<0 \Leftrightarrow m^2-4m<0 \Leftrightarrow 0<m<4 \Rightarrow \left[\begin{array}{l}z_1=m-i\sqrt{4m-m^2}\\z_2=m+i\sqrt{4m-m^2}\end{array}\right.$

Khi đó, tam giác ABC có tọa độ ba điểm: $A(-1;0)$, $B\left(m;-\sqrt{4m-m^2}\right)$, $C\left(m;\sqrt{4m-m^2}\right)$

$\Rightarrow$ tam giác ABC cân tại A, Để tam giác đều cần thêm $AB=BC$ $\Leftrightarrow AB=BC$ $\Leftrightarrow (m+1)^2+4m-m^2=4\left(4m-m^2\right) \Leftrightarrow 4m^2-10m+1=0$ có tổng nghiệm bằng $\dfrac{5}{2}$.

Câu 48: Trong tập hợp số phức, cho các số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1|=2, |iz_2-2+5i|=1$. Giá trị nhỏ nhất của $\left|z_1^2-z_1z_2-4\right|$ bằng

A. $2\left(\sqrt{29}-3\right)$. **B.** 4. **C.** 8. **D.** $2\left(\sqrt{29}-5\right)$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $z=x+yi, (x,y\in\mathbb{R})$.

Ta có $|z_1|=2 \Leftrightarrow z_1\overline{z_1}=4 \Leftrightarrow x^2+y^2=4 \Rightarrow y\in[-2;2]$.

$|iz_2-2+5i|=1 \Leftrightarrow |i||z_2+5+2i|=1 \Leftrightarrow |z_2+5+2i|=1$

Mặt khác $\left|z_1^2-z_1z_2-4\right|=\left|z_1^2-z_1z_2-z_1\overline{z_1}\right|=|z_1|\left|z_1-z_2-\overline{z_1}\right|=2|2yi-z_2|$

$=2|5+2(y+1)i-(z_2+5+2i)|\geq 2\big||5+2(y+1)i|-|z_2+5+2i|\big|=2\left(\sqrt{25+4(y+1)^2}-1\right)$.

Do $-2\leq y\leq 2 \Rightarrow -1\leq y+1\leq 3 \Rightarrow 2(y+1)^2\geq 0$. Suy ra $\left|z_1^2-z_1z_2-4\right|\geq 8$.

Dấu bằng có xảy ra chẳng hạn khi $z_1=\sqrt{3}-i, z_2=-4-2i$.

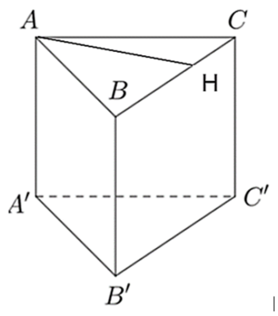
Vậy giá trị nhỏ nhất của $\left|z_1^2-z_1z_2-4\right|$ bằng 8.

Câu 49: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có cạnh $AA'=a$, đáy là tam giác ABC vuông tại A, $AB=a\sqrt{3}$, $BC=2a$, $AA'=a\sqrt{3}$. Khoảng cách từ đường thẳng AA' đến mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng

A. a. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn D



Dựng $AH \perp CB$ $\left(H \in CB\right)$

Khi đó: $\begin{cases} AH \perp BB' \\ AH \perp BC \end{cases} \Rightarrow AH \perp \left(BCC'B'\right)$.

Ta có: $d\left(AA', \left(BCC'B'\right)\right) = d\left(A, \left(BCC'B'\right)\right) = AH$.

Xét tam giác ABC vuông tại A: $AH = \dfrac{AC.AB}{BC} = \dfrac{a\sqrt{3}.\sqrt{\left(2a\right)^2 - \left(\sqrt{3}a\right)^2}}{2a} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Vậy khoảng cách từ đường thẳng AA' đến mặt phẳng $\left(BCC'B'\right)$ bằng $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;4;-3)$. Gọi I là hình chiếu vuông góc của A trên trục Ox. Phương trình mặt cầu có tâm I và đi qua điểm A là

A. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 25.$ **B.** $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = 5.$

C. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 5.$ **D.** $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = 25.$

Lời giải

Chọn A

I là hình chiếu vuông góc của A trên trục Ox nên $I(1;0;0)$

Mặt cầu tâm $I(1;-3;2)$, và đi qua điểm A có bán kính $R = IA = 5$.

Phương trình mặt cầu là: $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 25.$

☙ HẾT ❧