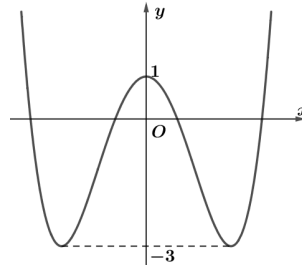


Họ, tên thí sinh:.....
Số báo danh:.....

Mã đề kiểm tra 101

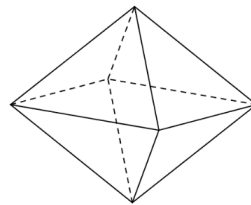
Câu 1. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Số nghiệm của phương trình $2f(x) + 1 = 0$ là

- A. 4. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 2. Số cạnh của hình đa diện như hình vẽ dưới đây là

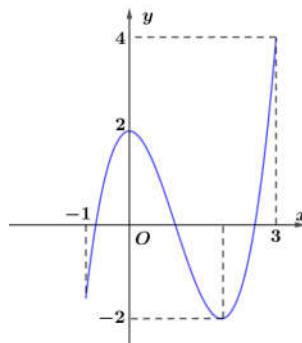


- A. 12. B. 10. C. 16. D. 8.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, một vector pháp tuyến của mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - 4z + 2 = 0$ có tọa độ là

- A. $(1; -2; 4)$. B. $(1; 2; 4)$. C. $(-1; 2; 4)$. D. $(1; 2; -4)$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ



Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 3]$ bằng

- A. 3. B. -1. C. 4. D. 2.

Câu 5. Diện tích xung quanh của hình nón có đường sinh l và bán kính đáy r bằng

- A. $\pi r l$. B. $\pi r(l + r)$. C. $\pi^2 r l$. D. $2\pi r l$.

Câu 6. Bất phương trình $\log_2(2x - 3) < 1$ có tập nghiệm là khoảng $(a; b)$. Giá trị của $a + b$ bằng

- A. 4. B. 2. C. 5. D. 3.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = -2\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của vectơ \vec{a} là

- A. $(2; -2; -3)$. B. $(-2; 2; -3)$. C. $(2; -2; 3)$. D. $(2; 2; -3)$.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-3	2	$-\infty$	

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A. -3 . B. -2 . C. 2 . D. 3 .

Câu 9. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào nghịch biến trên tập \mathbb{R} ?

- A. $y = \log_3 x$. B. $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$. C. $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$. D. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$.

Câu 10. Thể tích của khối trụ có bán kính đáy r và chiều cao h bằng

- A. $\pi r^2 h$. B. $2\pi r h$. C. $\pi r h$. D. $\frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có $f'(x) = x(x-1)$. Hàm số đã cho có số điểm cực trị là

- A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

Câu 12. Số cách chọn 5 học sinh bất kì từ 12 học sinh bằng

- A. 5^{12} . B. C_{12}^5 . C. A_{12}^5 . D. 12^5 .

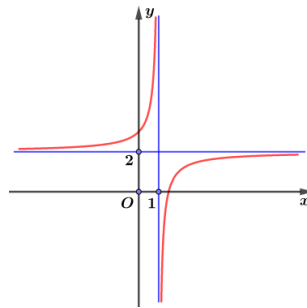
Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(1; 4; 2)$ và bán kính $R = 2$ có phương trình là

- A. $(x-1)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 4$. B. $(x+1)^2 + (y+4)^2 + (z-2)^2 = 2$.
C. $(x+1)^2 + (y+4)^2 + (z-2)^2 = 4$. D. $(x-1)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 2$.

Câu 14. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ là

- A. $y = 1$. B. $x = 1$. C. $x = -1$. D. $y = -1$.

Câu 15. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ?



- A. $y = -2x^2 - 1$. B. $y = x^4 - 2x^2$. C. $y = x^3 - 2x^2 + 2$. D. $y = \frac{2x-3}{x-1}$.

Câu 16. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và các đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$). Gọi V là thể tích khối tròn xoay thu được khi cho (H) quay quanh trục Ox . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $V = \int_a^b |f(x)| dx$. B. $V = \pi \int_a^b |f(x)| dx$. C. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$. D. $V = \int_a^b f^2(x) dx$.

Câu 17. Nghiệm của phương trình $2^{2x-1} = 2^x$ là

- A. $x = -2$. B. $x = 2$. C. $x = 1$. D. $x = -1$.

Câu 18. Với mọi số thực α, β và số thực dương a khác 1, khẳng định nào sau đây **sai** ?

- A. $a^\alpha a^\beta = a^{\alpha+\beta}$. B. $a^\alpha a^\beta = a^{\alpha\beta}$. C. $(a^\alpha)^\beta = a^{\alpha\beta}$. D. $\frac{a^\alpha}{a^\beta} = a^{\alpha-\beta}$.

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu $f'(x)$

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây ?

- A. $(0; 2)$. B. $(-1; 1)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-\infty; -1)$.

Câu 20. Tập nghiệm của phương trình $\log_3(x-3) = \log_3(2x-1)$ là

- A. $\{-2\}$. B. $\{0\}$. C. $\{2\}$. D. \emptyset .

Câu 21. Khẳng định nào sau đây **sai** ?

- A. $\int e^x dx = e^x + C$. B. $\int x dx = \frac{x^2}{2} + C$. C. $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$. D. $\int dx = x + C$.

Câu 22. Với a, b là các số thực dương tùy ý, $\log(a^2b^3)$ bằng

- A. $6 \log(ab)$. B. $2 \log a + \frac{1}{3} \log b$. C. $\frac{1}{2} \log a + \frac{1}{3} \log b$. D. $2 \log a + 3 \log b$.

Câu 23. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $a\sqrt{3}$, $SA = a\sqrt{6}$ và SA vuông góc mặt phẳng đáy. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. C. $a^3\sqrt{3}$. D. $a^3\sqrt{6}$.

Câu 24. Nếu $\int_2^6 f(x) dx = 7$ và $\int_2^6 g(x) dx = -2$ thì $\int_2^6 [f(x) + g(x)] dx$ bằng

- A. 5. B. -5. C. -9. D. 9.

Câu 25. Cho $I = \int_1^2 2x\sqrt{x^2-1} dx$. Nếu đặt $u = x^2 - 1$ thì khẳng định nào sau đây đúng ?

- A. $I = \frac{1}{2} \int_0^3 \sqrt{u} du$. B. $I = \int_1^2 \sqrt{u} du$. C. $I = \int_0^3 \sqrt{u} du$. D. $I = 2 \int_0^3 \sqrt{u} du$.

Câu 26. Với hàm số $f(x)$ tùy ý, hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

- A. $f'(x) = F(x)$. B. $F(x) = f(x)$. C. $F'(x) = f(x)$. D. $F'(x) = f'(x)$.

Câu 27. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 5, u_6 = 160$. Công bội của cấp số nhân bằng

- A. 31. B. 2. C. 32. D. 3.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 4y + 2z - 4 = 0$ có bán kính bằng

- A. $\sqrt{5}$. B. 25. C. 2. D. 5.

Câu 29. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 4$ và $y = 0$. Thể tích khối tròn xoay được sinh bởi hình (H) quay quanh trục Ox có giá trị bằng

- A. $\frac{256\pi}{15}$. B. $\frac{512\pi}{15}$. C. $\frac{128\pi}{5}$. D. $\frac{512}{15}$.

Câu 30. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B có $AB = a$, $AA' = a\sqrt{2}$. Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(AA'B'B)$ bằng

- A. 60° . B. 30° . C. 90° . D. 45° .

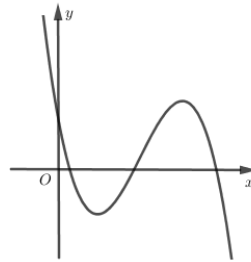
Câu 31. Cho $\log_3 a = 2$ và $\log_2 b = \frac{1}{2}$. Khi đó $\log_3(3a) + \log_2 b^2$ bằng

- A. 4. B. 0. C. $\frac{3}{2}$. D. $\frac{5}{4}$.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): (m+1)x + (m-1)y + 6z - 4 = 0$ và $(\beta): 2x + y + 3z - 3 = 0$. Giá trị của tham số m để hai mặt phẳng song song bằng

- A. 2. B. 1. C. 3. D. -1.

Câu 33. Cho hàm số bậc bốn $f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Số điểm cực đại của hàm số $f(x)$ là

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $a\sqrt{2}$, $SA = a\sqrt{3}$ và SA vuông góc mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBD) bằng

- A. $a\sqrt{3}$. B. $\frac{a\sqrt{30}}{5}$. C. a . D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 35. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x + \frac{4}{x}$ trên đoạn $[1; 3]$.

Khi đó tích M và m bằng

- A. 15. B. 25. C. 6. D. 20.

Câu 36. Cho các hàm số $f(x)$ và $F(x)$ liên tục trên \mathbb{R} thỏa mãn $F'(x) = f(x) \forall x \in \mathbb{R}$ và

$F(0) = 2, F(1) = 6$. Khi đó $\int_0^1 f(x) dx$ bằng

- A. 8. B. -8. C. -4. D. 4.

Câu 37. Một hộp có 5 viên bi đen, 4 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên 2 viên bi trong hộp. Xác suất để lấy được 2 viên bi cùng màu bằng

- A. $\frac{4}{9}$. B. $\frac{1}{9}$. C. $\frac{5}{9}$. D. $\frac{1}{4}$.

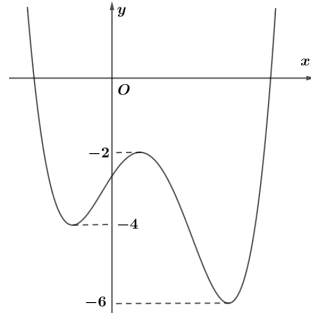
Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1; 1; -1), B(5; 2; 1)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB là

- A. $8x + 2y + 4z + 27 = 0$. B. $8x + 2y + 4z - 27 = 0$.
C. $6x + 2y - 21 = 0$. D. $4x + y + 2z - 3 = 0$.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác OAB có $A(2;2;-1)$ và $B(0;-4;3)$. Độ dài đường phân giác trong góc \widehat{AOB} bằng

- A. $\frac{\sqrt{30}}{5}$. B. $\frac{\sqrt{30}}{4}$. C. $\frac{9}{8}$. D. $\frac{15}{8}$.

Câu 40. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



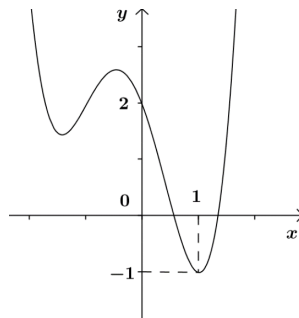
Số giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x) = (f(x) + m)^2$ có 5 điểm cực trị là

- A. 3. B. 5. C. 4. D. 6.

Câu 41. Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $4^x - 2^{x+2} - m = 0$ có đúng hai nghiệm phân biệt. Tích các phần tử của S bằng

- A. -6. B. -12. C. 6. D. 0.

Câu 42. Cho hàm số bậc năm $f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ



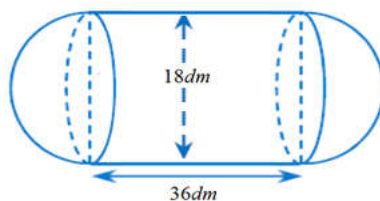
Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x) + \frac{2}{3}x^3 - 2x^2 + 3x$ là

- A. 0. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , tam giác SBA vuông tại B và tam giác SBC là tam giác đều cạnh $2a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{a^3}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{a^3}{3}$.

Câu 44. Một xe bồn chở nước có bồn nước gồm hai nửa hình cầu đường kính 18 dm và một hình trụ có chiều cao 36 dm (như hình vẽ). Thể tích của bồn đã cho bằng



- A. $9216\pi \text{ dm}^3$. B. $\frac{1024\pi}{9} \text{ dm}^3$. C. $3888\pi \text{ dm}^3$. D. $\frac{16\pi}{243} \text{ dm}^3$.

Câu 45. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $(0; +\infty)$ thỏa mãn $f(1) = 1$ và $e^x f'(e^x) = 1 + e^x$. Khi đó

$\int_1^e f(x) dx$ bằng

- A. $\frac{e^2 - 1}{2}$. B. $\frac{3e^2 - 2}{2}$. C. $\frac{e^2 + 1}{2}$. D. $\frac{e^2}{2}$.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2; 6; 0)$ và mặt phẳng $(\alpha): 3x + 4y + 8z = 0$. Đường thẳng d thay đổi nằm trên mặt phẳng (Oxy) và luôn đi qua điểm A . Gọi H là hình chiếu vuông góc của $M(4; -2; 3)$ trên đường thẳng d . Khoảng cách nhỏ nhất từ H đến mặt phẳng (α) bằng

- A. 15. B. 20. C. $\frac{68}{5}$. D. $\frac{93}{5}$.

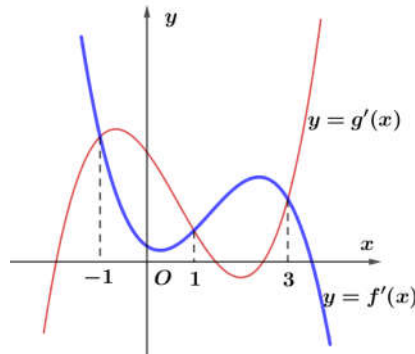
Câu 47. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x$. Số hình vuông có bốn đỉnh nằm trên đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

- A. 2. B. 4. C. 3. D. 1.

Câu 48. Số giá trị nguyên âm của tham số m để phương trình $e^x + m = \frac{4}{5^x - 1} + \frac{2}{5^x - 2}$ có hai nghiệm phân biệt là

- A. 4. B. 3. C. 5. D. 6.

Câu 49. Cho hai hàm số bậc bốn $f(x), g(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ như hình vẽ



Số giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) - g(x) = m$ có một nghiệm duy nhất trên $[-1; 3]$ là

- A. Vô số. B. 0. C. 2. D. 1.

Câu 50. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x; y)$ thỏa mãn điều kiện $x \leq 2023$ và $3(9^y + 2y) \leq x + \log_3(x+1)^3 - 2$?

- A. 3870. B. 4046. C. 2023. D. 3780.

----- HẾT -----

Phân đáp án câu trắc nghiệm:

Tổng câu trắc nghiệm: 50.

Mã đề Câu	101	102	103	104	105
1	A	D	B	D	D
2	A	D	D	C	C
3	D	B	D	D	C
4	C	A	C	B	A
5	A	B	B	D	A
6	A	A	D	D	D
7	B	D	D	A	C
8	C	B	A	A	D
9	B	A	C	B	D
10	A	A	A	C	B
11	D	C	A	C	A
12	B	D	D	A	D
13	A	D	C	B	B
14	C	C	A	C	B
15	D	A	D	C	A
16	C	D	B	A	C
17	C	C	B	B	C
18	B	A	D	D	A
19	B	C	C	B	D
20	D	D	A	B	C
21	C	B	B	A	A
22	D	B	C	C	B
23	D	C	A	D	B
24	A	A	C	B	C
25	C	C	C	A	D
26	C	B	B	A	B
27	B	B	A	C	B
28	D	C	B	D	A
29	B	A	B	A	C
30	B	D	B	D	C
31	A	D	B	B	C
32	C	A	A	C	D
33	A	B	C	D	B

34	D	A	A	A	D
35	D	C	C	A	B
36	D	B	B	B	C
37	A	C	C	C	C
38	B	A	C	D	D
39	B	C	C	B	C
40	C	B	D	A	B
41	A	A	D	A	A
42	A	A	C	D	D
43	C	D	B	A	D
44	C	C	B	B	B
45	C	C	D	B	B
46	A	B	B	B	B
47	A	A	C	D	A
48	C	C	A	B	A
49	D	C	C	D	C
50	D	D	B	B	D

Mã đề Câu	106	107	108	109	110
1	D	B	B	A	D
2	D	D	D	B	C
3	C	A	B	A	C
4	C	A	D	D	A
5	B	C	B	D	B
6	D	C	C	A	D
7	B	B	D	B	A
8	B	A	D	C	A
9	C	C	A	D	D
10	C	B	A	B	B
11	A	C	C	D	C
12	D	A	B	D	B
13	A	B	B	C	D
14	D	B	D	C	C
15	A	D	C	D	C
16	A	A	B	B	D
17	B	D	A	D	D
18	B	D	A	A	C
19	D	A	B	C	C
20	A	C	C	C	A
21	C	A	A	B	B
22	D	B	D	A	B
23	A	C	A	B	A

24	C	D	A	B	D
25	C	B	C	A	A
26	A	C	D	A	B
27	C	D	B	C	B
28	B	D	C	C	A
29	B	C	C	D	A
30	B	C	B	B	C
31	C	A	C	C	C
32	C	C	D	A	B
33	B	D	C	B	A
34	D	A	A	C	A
35	C	B	D	C	A
36	A	C	B	C	C
37	B	C	A	A	C
38	B	D	D	A	D
39	B	A	C	D	D
40	A	A	B	D	D
41	D	A	A	C	C
42	C	D	A	B	A
43	B	A	A	B	B
44	A	B	D	C	B
45	D	C	C	A	B
46	B	A	D	A	B
47	C	C	A	D	D
48	D	B	D	B	A
49	C	B	C	D	A
50	A	D	A	D	C

Mã đề Câu	111	112	113	114	115
1	A	B	C	C	D
2	B	B	D	D	A
3	C	A	D	C	C
4	C	C	A	C	C
5	B	A	C	D	D
6	B	B	B	D	A
7	D	C	D	C	B
8	A	A	B	B	A
9	D	B	B	A	B
10	B	D	D	D	B
11	C	C	D	D	D
12	D	C	A	A	C
13	C	A	A	B	B

14	B	D	D	C	D
15	A	D	C	C	D
16	B	A	B	A	C
17	C	C	B	B	C
18	D	A	D	A	D
19	C	C	A	A	B
20	D	D	C	C	D
21	C	B	B	B	A
22	A	D	B	A	C
23	B	A	A	A	A
24	D	D	A	D	A
25	D	D	C	C	C
26	A	C	C	B	B
27	A	B	A	B	A
28	B	B	B	B	D
29	B	C	C	D	C
30	A	C	C	B	B
31	A	A	A	C	A
32	B	B	B	C	C
33	D	C	B	B	A
34	A	A	A	D	B
35	A	A	C	C	C
36	C	C	B	D	B
37	A	D	B	B	D
38	D	C	B	B	D
39	D	C	D	B	D
40	B	A	C	A	D
41	C	D	A	C	C
42	A	B	B	A	A
43	C	B	A	D	D
44	C	D	C	C	A
45	A	B	D	A	C
46	C	D	D	C	C
47	C	D	C	B	B
48	C	C	B	C	B
49	B	B	D	B	B
50	B	A	D	D	D

Mã đề Câu	<i>116</i>	<i>117</i>	<i>118</i>	<i>119</i>	<i>120</i>
1	D	B	C	B	C
2	C	C	B	B	C
3	C	C	A	C	A

4	D	A	A	A	B
5	A	B	B	C	C
6	B	A	D	B	A
7	A	A	C	C	A
8	B	B	C	B	D
9	D	C	D	D	C
10	B	B	B	C	A
11	C	D	A	B	C
12	B	D	B	A	B
13	A	B	C	D	D
14	A	B	B	A	A
15	D	D	C	B	A
16	C	D	D	D	B
17	A	B	D	C	D
18	B	A	B	A	B
19	C	C	B	A	B
20	C	C	A	B	D
21	B	A	C	D	A
22	D	A	D	D	C
23	C	C	D	A	D
24	B	C	A	A	C
25	D	D	A	C	B
26	D	D	C	C	D
27	A	B	B	A	B
28	A	A	D	B	C
29	C	A	A	D	D
30	B	D	B	D	A
31	C	C	B	B	C
32	B	A	A	C	C
33	D	D	B	B	C
34	D	A	B	A	B
35	B	B	D	A	B
36	D	B	D	D	D
37	D	C	B	A	B
38	C	D	C	B	A
39	A	B	A	B	C
40	A	D	C	B	C
41	B	C	A	C	A
42	D	A	A	A	D
43	D	D	C	C	C
44	B	D	B	B	D
45	D	C	C	A	B

46	B	C	D	A	C
47	B	D	D	B	B
48	D	A	C	B	D
49	B	D	D	C	A
50	B	A	D	B	D

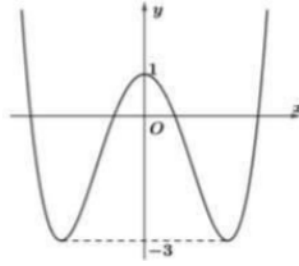
Mã đề Câu	121	122	123	124
1	C	A	A	D
2	B	A	A	A
3	A	D	B	C
4	A	C	B	D
5	D	C	A	A
6	D	D	C	A
7	B	B	D	D
8	A	C	B	B
9	B	D	B	B
10	C	B	C	D
11	C	C	C	A
12	D	B	A	A
13	B	A	A	C
14	A	C	D	C
15	C	B	D	B
16	D	B	A	A
17	B	C	B	C
18	B	A	B	C
19	C	D	D	D
20	A	A	A	A
21	D	A	C	B
22	A	C	C	B
23	D	B	B	D
24	A	B	D	D
25	D	A	C	C
26	B	A	C	B
27	A	D	D	C
28	A	A	D	B
29	C	D	B	C
30	C	A	C	B
31	C	D	B	D
32	C	C	D	A
33	C	B	A	C
34	C	A	C	A
35	B	C	C	B

36	B	B	A	A
37	D	D	A	D
38	D	B	B	D
39	A	C	D	B
40	A	C	B	B
41	C	A	D	C
42	A	D	D	C
43	C	B	D	D
44	B	C	C	B
45	A	C	B	D
46	A	C	A	A
47	D	B	A	D
48	A	B	A	D
49	A	C	B	B
50	B	A	B	A

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	A	D	C	A	A	B	C	B	A	D	B	A	C	D	C	C	B	B	D	C	D	D	A	C
2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	5
6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
C	B	D	B	B	A	C	A	D	D	D	A	B	B	C	A	A	C	C	C	A	A	C	D	D

Câu 1: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Số nghiệm của phương trình $2f(x) + 1 = 0$ là

A. 4.

B. 3.

C. 1.

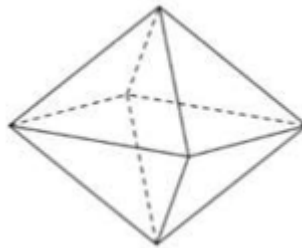
D. 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $2f(x) + 1 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\frac{1}{2}$. Suy ra số nghiệm của phương trình đã cho bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = -\frac{1}{2}$. Do vậy phương trình đã cho có 4 nghiệm.

Câu 2: Số cạnh của hình đa diện như hình vẽ dưới đây là



A. 12.

B. 10.

C. 16.

D. 8.

Lời giải

Chọn A

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - 4z + 2 = 0$ có tọa độ là

A. (1; -2; 4).

B. (1; 2; 4).

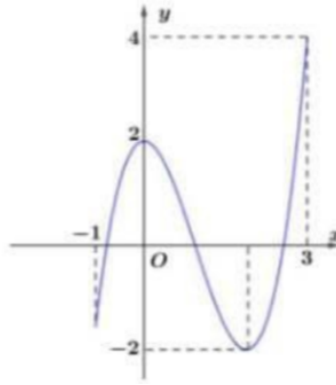
C. (-1; 2; 4).

D. (1; 2; -4).

Lời giải

Chọn D

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ.



Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 3]$ bằng

- A. 3. B. -1. **C. 4.** D. 2.

Lời giải

Chọn C

Trên đoạn $[-1; 3]$ thì hàm số có giá trị lớn nhất là 4.

Câu 5: Diện tích xung quanh của hình nón có đường sinh l và bán kính đáy r bằng.

- A. $\pi r l$.** B. $\pi r(l+r)$. C. $\pi^2 r l$. D. $2\pi r l$.

Lời giải

Chọn A

Câu 6: Bất phương trình $\log_2(2x-3) < 1$ có tập nghiệm là khoảng $(a; b)$. Giá trị của $a+b$ bằng

- A. 4.** B. 2. C. 5. D. 3.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \log_2(2x-3) < 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-3 < 2 \\ 2x-3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{5}{2} \\ x > \frac{3}{2} \end{cases}.$$

Bất phương trình có tập nghiệm là khoảng $\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right)$.

$$\text{Vậy } a+b = \frac{3}{2} + \frac{5}{2} = 4.$$

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = -2\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của vectơ \vec{a} là

- A. $(2; -2; -3)$. **B. $(-2; 2; -3)$.** C. $(2; -2; 3)$. D. $(2; 2; -3)$.

Lời giải

Chọn B

Tọa độ của vectơ \vec{a} là $(-2; 2; -3)$.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-3	2	$-\infty$	

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A. -3 . B. -2 . **C. 2 .** D. 3 .

Lời giải

Chọn C

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng 2 .

Câu 9: Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào nghịch biến trên tập \mathbb{R} ?

- A. $y = \log_3 x$. **B. $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$.** C. $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$. D. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$.

Lời giải

Chọn B

Phương án A và D là các hàm số logarit $y = \log_a x$ nên không đồng biến hoặc nghịch biến trên \mathbb{R} , vì có tập xác định $D = (0; +\infty)$.

Phương án B và C là các hàm số mũ $y = a^x$. Hàm số mũ đồng biến trên \mathbb{R} khi $a > 1$ và nghịch biến trên \mathbb{R} khi $0 < a < 1$. Khi đó hàm số $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$ nghịch biến trên tập \mathbb{R} , vì $a = \frac{2}{e} \approx 0,74 < 1$.

Câu 10: Thể tích của khối trụ có bán kính đáy r và chiều cao h bằng

- A. $\pi r^2 h$.** B. $2\pi r h$. C. $\pi r h$. D. $\frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Lời giải

Chọn A.

Thể tích của khối trụ có bán kính đáy r và chiều cao h bằng $\pi r^2 h$.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ có $f'(x) = x(x-1)$. Hàm số đã cho có số điểm cực trị là

- A. 1 . B. 0 . C. 3 . **D. 2 .**

Lời giải

Chọn D

$f'(x) = x(x-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \end{cases}$ là hai nghiệm bội lẻ nên hàm số có hai điểm cực trị.

Câu 12: Số cách chọn 5 học sin bất kì từ 12 học sinh bằng

- A. 5^{12} . **B. C_{12}^5 .** C. A_{12}^5 . D. 12^5 .

Lời giải

Chọn A.

Câu 13: Trong không gian Oxyz, mặt cầu tâm I(1;4;2) và bán kính R = 2 có phương trình là

A. $(x-1)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 4.$

B. $(x+1)^2 + (y+4)^2 + (z-2)^2 = 2.$

C. $(x+1)^2 + (y+4)^2 + (z-2)^2 = 4.$

D. $(x-1)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 2.$

Lời giải

Chọn A

Câu 14: Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ là

A. $y = 1.$

B. $x = 1.$

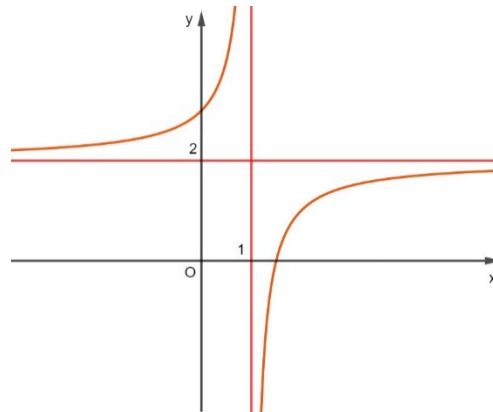
C. $x = -1.$

D. $y = -1.$

Lời giải

Chọn C

Câu 15: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ?



A. $y = -2x^2 - 1.$

B. $y = x^4 - 2x^2.$

C. $y = x^3 - 2x^2 + 2.$

D. $y = \frac{2x-3}{x-1}.$

Lời giải

Chọn D

Câu 16: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và các đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$). Gọi V là thể tích khối tròn xoay thu được khi cho (H) quay xung quanh trục Ox. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $V = \int_a^b |f(x)| dx.$

B. $V = \pi \int_a^b |f(x)| dx.$

C. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$

D. $V = \int_a^b f^2(x) dx.$

Lời giải

Chọn C

Câu 17: Nghiệm của phương trình $2^{2x-1} = 2^x$ là

A. $x = -2.$

B. $x = 2.$

C. $x = 1.$

D. $x = -1.$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $2^{2x-1} = 2^x \Leftrightarrow 2x-1 = x \Leftrightarrow x = 1.$

Câu 18: Với mọi số thực α, β và số thực dương $a \neq 1$, khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $a^\alpha \cdot a^\beta = a^{\alpha+\beta}$.

B. $a^\alpha \cdot a^\beta = a^{\alpha\beta}$.

C. $(a^\alpha)^\beta = a^{\alpha\beta}$.

D. $\frac{a^\alpha}{a^\beta} = a^{\alpha-\beta}$.

Lời giải

Chọn B

Câu 19: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu $f'(x)$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(0; 2)$.

B. $(-1; 1)$.

C. $(1; +\infty)$.

D. $(-\infty; -1)$.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng xét dấu $f'(x)$ ta có $f'(x) > 0$ với $\forall x \in (-1; 1)$. Suy ra hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Câu 20: Tập nghiệm của phương trình $\log_3(x-3) = \log_3(2x-1)$ là

A. $\{-2\}$.

B. $\{0\}$.

C. $\{2\}$.

D. \emptyset .

Lời giải

Chọn D

ĐK: $x > 3$.

Với điều kiện trên, phương trình $\log_3(x-3) = \log_3(2x-1) \Leftrightarrow x-3 = 2x-1 \Leftrightarrow x = -2$ (loại).

Vậy phương trình đã cho vô nghiệm.

Câu 21: Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\int e^x dx = e^x + C$.

B. $\int x dx = \frac{x^2}{2} + C$.

C. $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$.

D. $\int dx = x + C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$

Câu 22: Với a, b là các số thực dương tùy ý, $\log(a^2b^3)$ bằng

A. $6 \log(ab)$.

B. $2 \log a + \frac{1}{3} \log b$.

C. $\frac{1}{2} \log a + \frac{1}{3} \log b$.

D. $2 \log a + 3 \log b$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log(a^2b^3) = \log a^2 + \log b^3 = 2 \log a + 3 \log b$.

Câu 23: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $a\sqrt{3}$, $SA = a\sqrt{6}$ và SA vuông góc mặt phẳng đáy. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{a^2\sqrt{6}}{2}$.

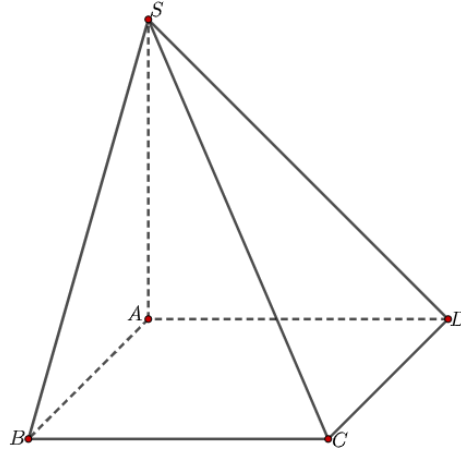
B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

C. $a^3\sqrt{3}$.

D. $a^3\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn D



Thể tích $V = \frac{1}{3}a\sqrt{6}(a\sqrt{3})^2 = a^3\sqrt{6}$.

Câu 24: Nếu $\int_2^6 f(x)dx = 7$ và $\int_2^6 g(x)dx = -2$ thì $\int_2^6 [f(x) + g(x)]dx$ bằng

A. 5.

B. -5.

C. -9.

D. 9.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\int_2^6 [f(x) + g(x)]dx = \int_2^6 f(x)dx + \int_2^6 g(x)dx = 7 + (-2) = 5$

Câu 25: Cho $I = \int_1^2 2x\sqrt{x^2 - 1}dx$. Nếu đặt $u = x^2 - 1$ thì khẳng định nào sau đây đúng?

A. $I = \frac{1}{2} \int_0^3 \sqrt{u}du$.

B. $I = \int_1^2 \sqrt{u}du$.

C. $I = \int_0^3 \sqrt{u}du$.

D. $I = 2 \int_0^3 \sqrt{u}du$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $u = x^2 - 1$, ta có $x = 1 \Rightarrow u = 0; x = 2 \Rightarrow u = 3$

Ta có: $u = x^2 - 1 \Rightarrow du = 2xdx \Rightarrow I = \int_0^3 \sqrt{u}du$.

Câu 26: Với hàm số $f(x)$ tùy ý, hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Khẳng định nào sau đây đúng.

A. $f'(x) = F(x)$.

B. $F(x) = f(x)$.

C. $F'(x) = f(x)$.

D. $F'(x) = f'(x)$.

Lời giải

Chọn C

Theo khái niệm nguyên hàm ta có hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$:
 $F'(x) = f(x)$.

Câu 27: Cho cấp số nhân $u(n)$ với $u_1 = 5$; $u_6 = 160$. Công bội của cấp số nhân bằng

- A. 31. B. 2. C. 32. D. 3.

Lời giải

Chọn B

$u(n)$ là cấp số nhân công bội q nên $u_6 = u_1 \cdot q^5 = 5 \cdot q^5 = 160 \Rightarrow q^5 = 32 \Rightarrow q = 2$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 4y + 2z - 4 = 0$ có bán kính bằng

- A. $\sqrt{5}$. B. 25. C. 2. D. 5.

Lời giải

Chọn D

$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 4y + 2z - 4 = 0$, mặt cầu có tâm $I(4, -2, -1)$, bán kính mặt cầu

$$R = \sqrt{4^2 + (-2)^2 + (-1)^2 + 4} = 5.$$

Câu 29: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi $y = x^2 - 4$ và $y = 0$. Thể tích khối tròn xoay được sinh ra bởi hình (H) quay quanh trục Ox có giá trị bằng

- A. $\frac{256\pi}{15}$. B. $\frac{512\pi}{15}$. C. $\frac{128\pi}{5}$. D. $\frac{256\pi}{15}$.

Lời giải

Chọn B

Xét $x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x = -2; x = 2$.

Thể tích khối tròn xoay được sinh ra bởi hình (H) quay quanh trục Ox có giá trị bằng

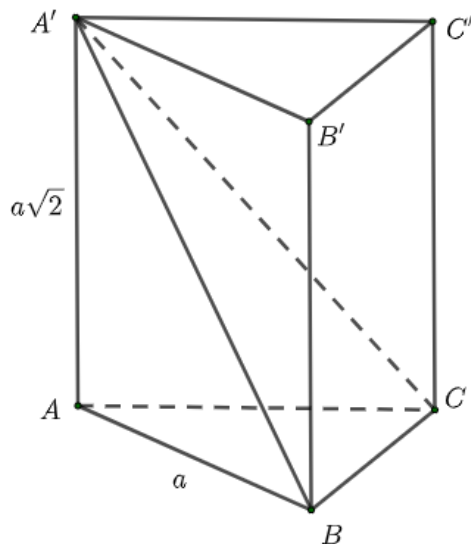
$$V = \pi \int_{-2}^2 (x^2 - 4)^2 dx = \frac{512\pi}{15}$$

Câu 30: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , có $AB = a$; $AA' = a\sqrt{2}$. Góc giữa $A'C$ và $(AA'B'B)$ bằng

- A. 60° . B. 30° . C. 90° . D. 45° .

Lời giải

Chọn B



Theo bài $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng nên $BC \perp BB'$, mà $BC \perp AB$, do đó $BC \perp (ABB'A')$, suy ra góc giữa $A'C$ và $(AA'B'B)$ bằng góc $\widehat{BA'C}$.

Ta có $A'B = a\sqrt{3}$;

Tam giác vuông CBA' có $\tan \widehat{BA'C} = \frac{BC}{A'B} = \frac{a}{a\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{BA'C} = 30^\circ$.

Câu 31: Cho $\log_3 a = 2$ và $\log_2 b = \frac{1}{2}$. Khi đó $\log_3(3a) + \log_2 b^2$ bằng

A. 4.

B. 0.

C. $\frac{3}{2}$.

D. $\frac{5}{4}$.

Lời giải

Chọn A

$$\log_3(3a) + \log_2 b^2 = 1 + \log_3 a + 2 \log_2 b = 4.$$

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): (m+1)x + (m-1)y + 6z - 4 = 0$ và $(\beta): 2x + y + 3z - 3 = 0$. Giá trị của tham số m để hai mặt phẳng song song bằng

A. 2.

B. 1.

C. 3.

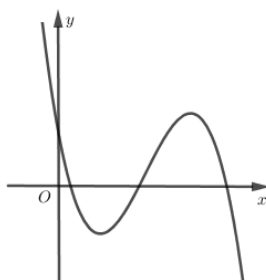
D. -1.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Để hai mặt phẳng song song } \frac{m+1}{2} = \frac{m-1}{1} = \frac{6}{3} \neq \frac{-4}{-3} \Rightarrow m = 3.$$

Câu 33: Cho hàm số bậc bốn $f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Số điểm cực đại của hàm số $f(x)$ là

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Lời giải

Chọn A

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = a \\ x = b ; (a < b < c) \\ x = c \end{cases}$$

Từ đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ ta có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	a	b	c	$+\infty$			
y'	+	0	-	0	+	0	-	
y		↗		↘		↗		↘

Vậy hàm số $f(x)$ có 2 điểm cực đại.

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $a\sqrt{2}$, $SA = a\sqrt{3}$ và SA vuông góc mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBD) bằng

A. $a\sqrt{3}$.

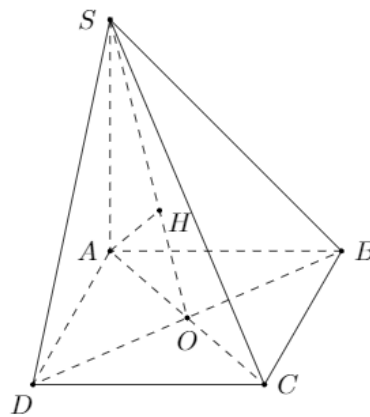
B. $\frac{a\sqrt{30}}{5}$.

C. a .

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi O là giao điểm của AC và BD , suy ra $BD \perp (SAO)$.

Từ A , kẻ đường $AH \perp SO$ tại H . Khi đó $AH \perp (SBD) \Rightarrow d(A, (SBD)) = AH$.

Xét tam giác SAO vuông tại A có AH là đường cao, $SA = a\sqrt{3}$, $AO = \frac{1}{2}AC = a$.

$$\text{Suy ra } AH = \frac{SA \cdot AO}{\sqrt{SA^2 + AO^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Câu 35: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x + \frac{4}{x}$ trên đoạn $[1; 3]$. Khi đó tích M và m bằng

A. 15.

B. 25.

C. 6.

D. 20.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

$$y' = 1 - \frac{4}{x^2} = \frac{x^2 - 4}{x^2}; y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \in [1; 3] \\ x = -2 \notin [1; 3] \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } f(1) = 5; f(2) = 4; f(3) = \frac{13}{3}.$$

$$\text{Vậy } \max_{[1;3]} y = 5; \min_{[1;3]} y = 4 \Rightarrow \max_{[1;3]} y \cdot \min_{[1;3]} y = 20$$

Câu 36: Cho các hàm số $f(x)$ và $F(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn $F'(x) = f(x), \forall x \in \mathbb{R}$ và $F(0) = 2, F(1) = 6$. Khi đó $\int_0^1 f(x) dx$ bằng

A. 8.

B. -8.

C. -4.

D. 4.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } F'(x) = f(x) \Rightarrow \int_0^1 f(x) dx = F(1) - F(0) = 4$$

Câu 37: Một hộp có 5 viên bi đen, 4 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên 2 viên bi trong hộp. Xác suất để lấy được 2 viên bi cùng màu bằng

A. $\frac{4}{9}$.

B. $\frac{1}{9}$.

C. $\frac{5}{9}$.

D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Số cách lấy ra 2 viên bi bất kì là: $C_9^2 = 36$.

Số cách lấy ra 2 viên bi cùng màu là: $C_4^2 + C_5^2 = 16$.

$$\text{Xác suất để lấy được 2 viên bi cùng màu bằng } \frac{C_4^2 + C_5^2}{C_9^2} = \frac{16}{36} = \frac{4}{9}$$

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;1;-1), B(5;2;1)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB là

A. $8x + 2y + 4z + 27 = 0$.

B. $8x + 2y + 4z - 27 = 0$.

C. $6x + 2y - 21 = 0$.

D. $4x + y + 2z - 3 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overline{AB} = (4; 1; 2)$, trung điểm của AB là $I\left(3; \frac{3}{2}; 0\right)$. Khi đó, mặt phẳng trung trực của đoạn AB là:

$$(\alpha): 4\left(x - 3\right) + 1\left(y - \frac{3}{2}\right) + 2(z - 0) = 0 \Leftrightarrow (\alpha): 8x + 2y + 4z - 27 = 0$$

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác OAB có $A(2; 2; -1)$ và $B(0; -4; 3)$. Độ dài đường phân giác trong góc \widehat{AOB} bằng

A. $\frac{\sqrt{30}}{5}$.

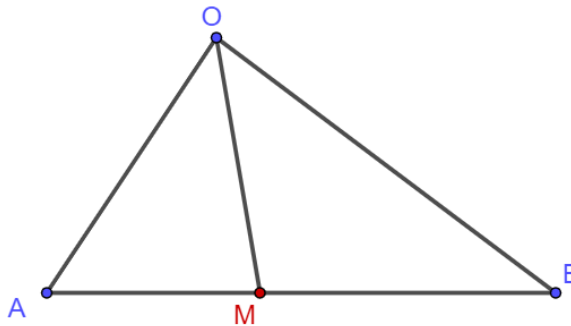
B. $\frac{\sqrt{30}}{4}$.

C. $\frac{9}{8}$.

D. $\frac{15}{8}$.

Lời giải

Chọn B



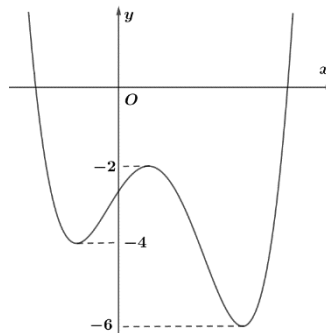
Gọi M là chân đường phân giác trong góc \widehat{AOB} .

Ta có: $OA = 3, OB = 5$, theo tính chất đường phân giác trong:

$$\frac{MA}{MB} = \frac{OA}{OB} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{MA}{AB} = \frac{MA}{MA + MB} = \frac{OA}{OA + OB} = \frac{3}{8} \Rightarrow \overline{MA} = -\frac{3}{8}\overline{AB}$$

$$\text{Nên: } \begin{cases} 2 - x_M = -\frac{3}{8}(0 - 2) \\ 2 - y_M = -\frac{3}{8}(-4 - 2) \\ -1 - z_M = -\frac{3}{8}(3 + 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = \frac{5}{4} \\ y_M = -\frac{1}{4} \\ z_M = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{5}{4}; -\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right) \Rightarrow OM = \frac{\sqrt{30}}{4}.$$

Câu 40: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Số giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x) = (f(x) + m)^2$ có 5 điểm cực trị là

A. 3.

B. 5.

C. 4.

D. 6.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $g(x) = (f(x) + m)^2 \Rightarrow g'(x) = 2 \cdot f'(x) \cdot (f(x) + m)$

Nên: $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = 0 \\ f(x) = -m \end{cases}$. Mà $f'(x) = 0$ có 3 nghiệm nên để hàm số $y = g(x)$ có 5

điểm cực trị thì phương trình: $f(x) = -m$ (*) phải có 2 nghiệm bội lẻ phân biệt.

Dựa vào hình ảnh đồ thị hàm số thì phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt khi:

$$\begin{cases} -m \geq -2 \\ -6 < -m \leq -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 2 \\ 4 \leq m < 6 \end{cases}$$

Do m nguyên dương nên: $m \in \{1; 2; 4; 5\} \Rightarrow$ Có 4 giá trị m thỏa mãn.

Câu 41: Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $4^x - 2^{x+2} - m = 0$ có đúng hai nghiệm phân biệt. Tích các phần tử của S bằng

A. -6.

B. -12.

C. 6.

D. 0.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t = 2^x, t > 0$.

Khi đó phương trình trở thành $t^2 - 4t - m = 0$ (1).

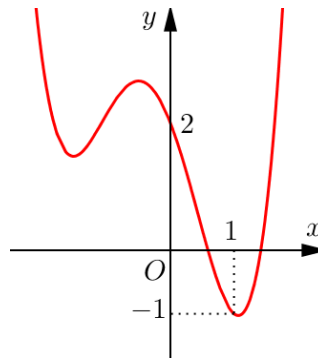
Để thỏa mãn thì phương trình (1) có hai nghiệm dương phân biệt

$$\text{Hay } \begin{cases} 4 + m > 0 \\ -m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -4 < m < 0.$$

Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \notin \{-3; -2; -1\}$ hay $S = \{-3; -2; -1\}$.

Vậy tích các phần tử của S là $(-3) \cdot (-2) \cdot (-1) = -6$.

Câu 42: Cho hàm số bậc năm $f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x) + \frac{2}{3}x^3 - 2x^2 + 3x$ là

A. 0.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

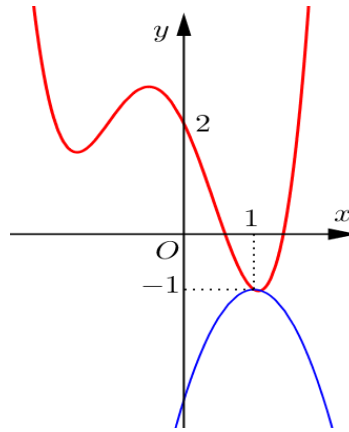
Lời giải

Chọn A

Ta có $g'(x) = f'(x) + 2x^2 - 4x + 3$

Khi đó $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = -2x^2 + 4x - 3$ (1).

Ta thấy số nghiệm của (1) là số giao điểm của $y = f'(x)$ và parabol $y = -2x^2 + 4x - 3$ (hình vẽ).



Từ đồ thị ta thấy (1) có nghiệm bội chẵn. Vậy hàm số $g(x) = f(x) + \frac{2}{3}x^3 - 2x^2 + 3x$ không có cực trị.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , tam giác SBA vuông tại B và tam giác SBC là tam giác đều cạnh $2a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

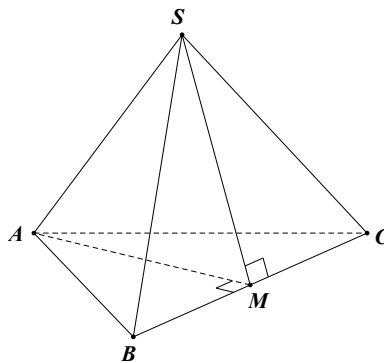
A. $\frac{a^3}{6}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi M là trung điểm BC , suy ra $AM \perp BC$.

Tam giác SBC đều có SM là trung tuyến nên SM cũng là đường cao, do đó $SM \perp BC$.

Ta có $\begin{cases} BC \perp SM \\ BC \perp AM \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM)$.

$$\text{Suy ra } V_{S.ABC} = 2V_{B.SAM} = \frac{2}{3} BM \cdot S_{SAM}.$$

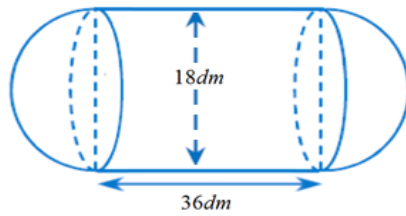
$$\text{Ta có } BM = \frac{1}{2} BC = a, \quad SM = \frac{BC\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}, \quad AM = \frac{1}{2} BC = a, \quad AB = \frac{BC}{\sqrt{2}} = a\sqrt{2},$$

$$SA = \sqrt{AB^2 + SB^2} = a\sqrt{6}.$$

$$\text{Suy ra } S_{SAM} = \sqrt{p(p-AM)(p-SA)(p-SM)} = \frac{a^2\sqrt{2}}{2} \text{ với } p = \frac{AM+SM+SA}{2}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{2}{3} \cdot a \cdot \frac{a^2\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}.$$

Câu 44: Một xe bồn chở nước có bồn nước gồm hai nửa hình cầu đường kính 18 dm và một hình trụ có chiều cao 36 dm (như hình vẽ). Thể tích của bồn đã cho bằng



A. $9216\pi \text{ dm}^3$.

B. $\frac{1024\pi}{9} \text{ dm}^3$.

C. $3888\pi \text{ dm}^3$.

D. $\frac{16\pi}{243} \text{ dm}^3$.

Lời giải

Chọn C

Bán kính nửa hình cầu là 9 dm.

Thể tích phần khối trụ bằng $\pi \cdot 9^2 \cdot 36 = 2916\pi$.

Thể tích phần khối cầu bằng $\frac{4}{3} \pi \cdot 9^3 = 972\pi$.

Vậy thể tích bồn đã cho bằng $2916\pi + 972\pi = 3888\pi \text{ dm}^3$.

Câu 45: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $(0; +\infty)$ thỏa mãn $f(1) = 1$ và $e^x f'(e^x) = 1 + e^x$. Khi đó

$$\int_1^e f(x) dx \text{ bằng}$$

A. $\frac{e^2 - 1}{2}$.

B. $\frac{3e^2 - 2}{2}$.

C. $\frac{e^2 + 1}{2}$.

D. $\frac{e^2}{2}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } e^x f'(e^x) = 1 + e^x \Rightarrow \int e^x f'(e^x) dx = \int (1 + e^x) dx.$$

$$\underline{t = e^x} \int f'(t) dt = x + e^x + C \Rightarrow f(t) = x + e^x + C \Rightarrow f(e^x) = x + e^x + C.$$

$$\text{Vì } f(1) = 1 \Rightarrow f(e^0) = e^0 + C = 1 \Rightarrow C = 0.$$

Đặt $u = e^x \Rightarrow x = \ln u \Rightarrow f(u) = \ln u + u$ hay $f(x) = \ln x + x$.

$$\Rightarrow \int_1^e f(x) dx = \int_1^e (\ln x + x) dx = \int_1^e \ln x dx + \int_1^e x dx = x \cdot \ln x \Big|_1^e - x \Big|_1^e + \frac{1}{2} x^2 \Big|_1^e = \frac{e^2 + 1}{2}.$$

Câu 46: Cho Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(-2; 6; 0)$ và mặt phẳng $(\alpha): 3x + 4y + 8z = 0$. Đường thẳng d thay đổi nằm trong mặt phẳng (Oxy) và luôn đi qua điểm A . Gọi H là hình chiếu vuông góc của $M(4; -2; 3)$ trên đường thẳng d . Khoảng cách nhỏ nhất từ H đến mặt phẳng (α) bằng

A. 15.

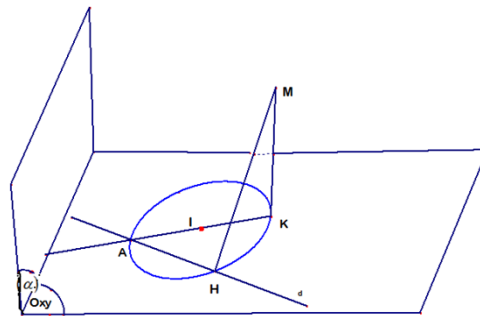
B. 20.

C. $\frac{68}{5}$.

D. $\frac{93}{5}$.

Lời giải

Chọn A.



Gọi K là hình chiếu vuông góc của M lên mặt phẳng $(Oxy) \Rightarrow K(4; -2; 0)$.

Vì H là hình chiếu vuông góc của M lên đường thẳng d .

Nên H thuộc đường tròn (C) có đường kính là đoạn $AK = 10$ và có tâm I là trung điểm của $AK \Rightarrow I(1; 2; 0)$.

Mặt khác $(\alpha) \perp (Oxy)$ nên $\text{Mind}(H, (\alpha)) = d(I, (\alpha)) - r = d(I, (\alpha)) - \frac{1}{2} AK = 20 - 5 = 15$.

$\text{Max } d(H, (\alpha)) = d(I, (\alpha)) + r = d(I, (\alpha)) + \frac{1}{2} AK = 20 + 5 = 25$.

Câu 47: Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x$. Số hình vuông có bốn đỉnh nằm trên đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

A. 2.

B. 4.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Chọn A.

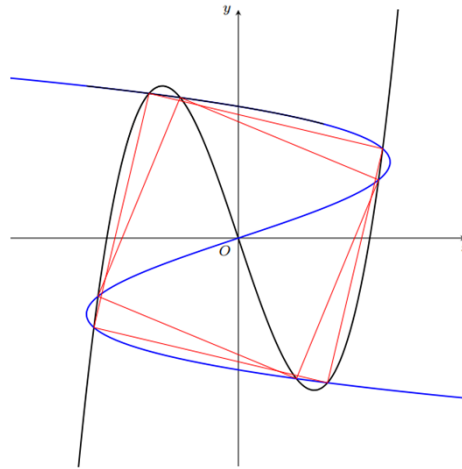
Ta có $f(x) = x^3 - 3x \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$ nên điểm uốn $O(0; 0)$.

Giả sử hình vuông $ABCD$ tâm I có bốn đỉnh nằm trên đồ thị, do I là tâm đối xứng hình vuông nên là tâm đối xứng đồ thị.

Suy ra I là điểm uốn nên $I \equiv O$.

Ta có $Q_{(0;90^\circ)}(ABCD) = BCDA$ nên $Q_{(0;90^\circ)}(f(x)) = F$. Khi đó giao của đồ thị $f(x)$ và F là đỉnh hình vuông.

Vẽ đồ thị hàm số $f(x)$ và F lên cùng một phẳng phẳng như hình vẽ.



Dựa vào hình vẽ, ta có hai hình vuông thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 48: Số giá trị nguyên âm của tham số m để phương trình $e^x + m = \frac{4}{5^x - 1} + \frac{2}{5^x - 2}$ có hai nghiệm phân biệt là

A. 4.

B. 3.

C. 5.

D. 6.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Phương trình } e^x + m = \frac{4}{5^x - 1} + \frac{2}{5^x - 2} \Leftrightarrow m = \frac{4}{5^x - 1} + \frac{2}{5^x - 2} - e^x.$$

$$\text{Đặt } f(x) = \frac{4}{5^x - 1} + \frac{2}{5^x - 2} - e^x. \text{ Tập xác định } D = \mathbb{R} \setminus \{0; \log_5 2\}.$$

$$f'(x) = -4 \cdot \frac{5^x \ln 5}{(5^x - 1)^2} - 2 \cdot \frac{5^x \ln 5}{(5^x - 2)^2} - e^x < 0, \forall x \in D.$$

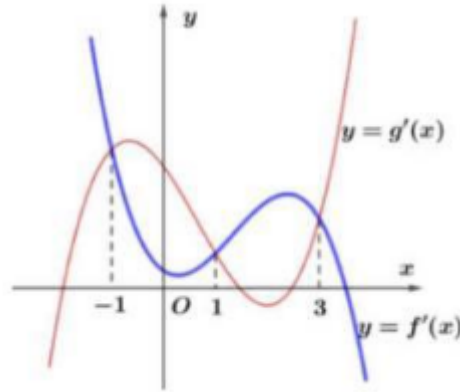
Lập bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	$\log_5 2$	$+\infty$
$f'(x)$	-		-	
$f(x)$	-5	$+\infty$	$+\infty$	
	\searrow	\searrow	\searrow	
		$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy phương trình có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $m \geq -5$.

Vậy có 5 giá trị nguyên âm của tham số m để phương trình $e^x + m = \frac{4}{5^x - 1} + \frac{2}{5^x - 2}$ có hai nghiệm phân biệt.

Câu 49: Cho hai hàm số bậc bốn $f(x), g(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ như hình vẽ



Số giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) - g(x) = m$ có một nghiệm duy nhất trên $[-1; 3]$ là

A. 5.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị ta có

$$f'(x) - g'(x) = a(x+1)(x-1)(x-3) \Rightarrow \int (f'(x) - g'(x)) dx = a \int (x^3 - 3x^2 - x + 3) dx$$

$$\Rightarrow f(x) - g(x) = a \left(\frac{x^4}{4} - x^3 - \frac{x^2}{2} + 3x \right) + b, \quad (a < 0)$$

$$\text{Đặt } h(x) = f(x) - g(x) \Rightarrow h'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \\ x = 3 \end{cases}.$$

Ta có bảng biến thiên của $y = h(x)$

x	-1	1	3
$h'(x)$	-	0	+
$h(x)$	$\frac{-9a}{4} + b$	$\frac{7a}{4} + b$	$\frac{-9a}{4} + b$

Để phương trình $f(x) - g(x) = m$ có nghiệm duy nhất trên $[-1; 3]$ thì chỉ có duy nhất 1 giá trị của m .

Câu 50: Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x; y)$ thỏa mãn điều kiện $x \leq 2023$ và

$$3(9^y + 2y) \leq x + \log_3(x+1)^3 - 2?$$

A. 3870.

B. 4046.

C. 2023.

D. 3780.

Lời giải

Chọn D

Đặt $\log_3(x+1) = t \Rightarrow x = 3^t - 1$. Khi đó bất phương trình $3(9^y + 2y) \leq x + \log_3(x+1)^3 - 2$ trở thành $3 \cdot 9^y + 6y \leq 3^t - 1 + 3t - 2 \Leftrightarrow 3^{2y+1} + 3(2y+1) \leq 3^t + 3t (*)$

Xét hàm đặc trưng $f(u) = 3^u + 3u$ trên \mathbb{R}

Ta có $f'(u) = 3^u \ln 3 + 3 > 0, \forall u \in \mathbb{R}$ nên hàm số $f(u)$ đồng biến trên \mathbb{R}

Vậy BPT (*) $\Leftrightarrow f(2y+1) \leq f(t) \Leftrightarrow 2y+1 \leq t \Leftrightarrow 2y+1 \leq \log_3(x+1)$

Mà x nguyên dương và $x \leq 2023$ nên $2y+1 \leq \log_3 2024 \Leftrightarrow y \leq \frac{-1 + \log_3 2024}{2} \approx 2,9$

Lại có y nguyên dương nên $y \in \{1; 2\}$.

+) Với $y=1$ ta được $3 \leq \log_3(x+1) \Leftrightarrow 3^3 \leq x+1 \Leftrightarrow 26 \leq x$. Kết hợp điều kiện x nguyên dương và $x \leq 2023$ ta được $x \in \{26; 27; 28; \dots; 2023\}$. Vậy trường hợp này có 1998 cặp $(x; y)$ thỏa mãn

+) Với $y=2$ ta được $5 \leq \log_3(x+1) \Leftrightarrow 3^5 \leq x+1 \Leftrightarrow 242 \leq x$. Kết hợp điều kiện x nguyên dương và $x \leq 2023$ ta được $x \in \{242; 243; 244; \dots; 2023\}$. Vậy trường hợp này có 1782 cặp $(x; y)$ thỏa mãn

Vậy có $1998 + 1782 = 3780$ cặp số nguyên dương $(x; y)$ thỏa mãn.