Mã đề: 101

KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỌC SINH
LỚP 12 THPT NĂM HỌC 2022-2023
MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề
Đề khảo sát có: 05 trang

Câu 1: Diện tích mặt cầu có bán kính $R=2$ bằng

A. 16. **B.** $\frac{16}{3}$. **C.** 16π. **D.** $\frac{16\pi}{3}$.

Câu 2: Cho tập hợp A gồm 10 phần tử. Số tập con có 3 phần tử của A bằng

A. 3^{10}. **B.** A_{10}^{3}. **C.** 10^{3}. **D.** C_{10}^{3}.

Câu 3: Đạo hàm của hàm số $y=3^x$ là

A. $y'=3^{x-1}$. **B.** $y'=3^x$. **C.** $y'=3^x\ln 3$. **D.** $y'=\frac{3^x}{\ln 3}$.

Câu 4: Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{-2x+6}{x+1}$ là

A. $x=-2$. **B.** $x=-1$. **C.** $y=2$. **D.** $y=-2$.

Câu 5: Cho khối nón có bán kính đáy bằng a và chiều cao bằng h. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\frac{\pi a^2h}{3}$. **B.** πa^2h. **C.** $\frac{4\pi a^2h}{3}$. **D.** a^2h.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(-1;-3;7)$ và bán kính bằng $\sqrt{5}$ có phương trình là

A. $(x-1)^2+(y-3)^2+(z+7)^2=5$. **B.** $(x-1)^2+(y-3)^2+(z+7)^2=\sqrt{5}$.

C. $(x+1)^2+(y+3)^2+(z-7)^2=\sqrt{5}$. **D.** $(x+1)^2+(y+3)^2+(z-7)^2=5$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(3;-2;1)$ và nhận vectơ $\vec{u}=(1;-3;4)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình tham số là

A. $\begin{cases}x=1+3t\\y=-3-2t\\z=4+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=3+t\\y=-2-3t\\z=1+4t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=3+t\\y=-2+3t\\z=1+4t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+3t\\y=-3+2t\\z=4+t\end{cases}$.

Câu 8: Cho $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=-2$. Khi đó $\int_0^1 3f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $-\frac{3}{2}$. **B.** 6. **C.** -6. **D.** $-\frac{2}{3}$.

Câu 9: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1)>1$ là

A. $[1;3)$. **B.** $(1;3)$. **C.** $(-\infty;3)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Câu 10: Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	-2	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-1;1)$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a}=(-1;2;-1)$. Độ dài của vectơ $\vec{a}$ bằng

A. $\sqrt{2}$. **B.** 2. **C.** 6. **D.** $\sqrt{6}$.

Câu 12: Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. $\int\frac{1}{\cos^2x}\mathrm{d}x=-\tan x+C$. **B.** $\int\frac{1}{\cos^2x}\mathrm{d}x=\tan x+C$.

C. $\int\frac{1}{\cos^2x}\mathrm{d}x=\cot x+C$. **D.** $\int\frac{1}{\cos^2x}\mathrm{d}x=-\cot x+C$.

Câu 13: Tập xác định D của hàm số $y=(x-2)^{\frac{2}{3}}$ là

A. $D=[2;+\infty)$. **B.** $D=(-\infty;2]$. **C.** $D=(2;+\infty)$. **D.** $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

Câu 14: Cho bất phương trình $4^x-2^{x+1}-8>0$. Nếu đặt $t=2^x\ (t>0)$ thì bất phương trình đã cho trở thành bất phương trình nào dưới đây ?

A. $t^2-t-10>0$. **B.** $t^2+2t-8>0$. **C.** $t^2-2t-8>0$. **D.** $t^2-t-8>0$.

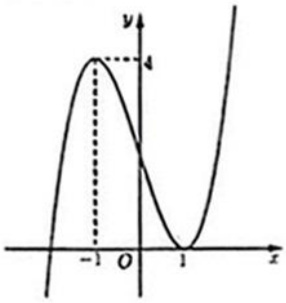
Câu 15: Cho số phức $z=3-2i$. Số phức liên hợp của z có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là

A. $(3;-2)$. **B.** $(3;2)$. **C.** $(-3;-2)$. **D.** $(-3;2)$.

Câu 16: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2=3$ và $u_3=6$. Công sai của cấp số cộng đó bằng

A. $\frac{1}{2}$. **B.** 3. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** 2.

Câu 17: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\ (a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ.



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 0. **B.** -1. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 18: Giá trị $\ln(9e)$ bằng

A. $3\ln3+1$. **B.** $2\ln3$. **C.** $3\ln3$. **D.** $2\ln3+1$.

Câu 19: Số giao điểm của đường thẳng $y=x+2$ và đường cong $y=x^3+2$ là

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 20: Phần ảo của số phức $z=2-5i$ bằng

A. 5. **B.** $-5i$. **C.** $5i$. **D.** -5.

Câu 21: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có diện tích đáy bằng $3a^2$, chiều cao bằng a. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{4}{3}a^3$. **B.** $3a^3$. **C.** a^3. **D.** $4a^3$.

Câu 22: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Biết SA vuông góc với đáy và $SA=\sqrt{6}a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{3\sqrt{2}a^3}{4}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$. **C.** $\frac{\sqrt{6}a^3}{3}$. **D.** $\sqrt{6}a^3$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;0;1)$ và $B(-1;2;3)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có một vectơ pháp tuyến là

A. $\overrightarrow{n_2}=(3;2;4)$. **B.** $\overrightarrow{n_1}=(-5;2;2)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=\left(\frac{3}{2};1;2\right)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(-3;2;3)$.

Câu 24: Cho các số thực $a,b\ (a<b)$, hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. $\int_a^b f'(x)\,dx=f(b)-f(a)$. **B.** $\int_a^b f'(x)\,dx=f(a)-f(b)$.

C. $\int_a^b f(x)\,dx=f'(b)-f'(a)$. **D.** $\int_a^b f(x)\,dx=f'(a)-f'(b)$.

Câu 25: Cho hai số phức $z_1=4-5i$ và $z_2=-2+3i$. Khi đó z_1-z_2 bằng

A. $6-8i$. **B.** $2-2i$. **C.** $-6+8i$. **D.** $-2+2i$.

Câu 26: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $3\left|f(x)\right| - 5 = 0$ là

A. 8. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 4.

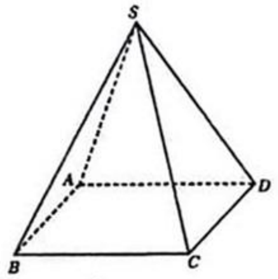
Câu 27: Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp đựng 5 viên bi đỏ và 7 viên bi xanh. Xác suất để lấy được 3 viên bi có đủ cả hai màu bằng

A. $\frac{35}{44}$. **B.** $\frac{9}{22}$. **C.** $\frac{35}{22}$. **D.** $\frac{9}{44}$.

Câu 28: Cho hàm số $y = \sqrt{x^2 - 4x}$. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(4;+\infty)$.

Câu 29: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, cạnh bên bằng $\sqrt{3}a$ (tham khảo hình vẽ).



Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SD bằng

A. $\sqrt{2}a$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. **D.** $\sqrt{3}a$.

Câu 30: Biết $M(1;-5)$ là một điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$. Giá trị $f(2)$ bằng

A. -3. **B.** -21. **C.** 3. **D.** 15.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (1;-2;-1)$ và $\vec{b} = (2;1;1)$. Giá trị $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)$ bằng

A. $-\frac{\sqrt{6}}{12}$. **B.** $\frac{\sqrt{6}}{12}$. **C.** $-\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

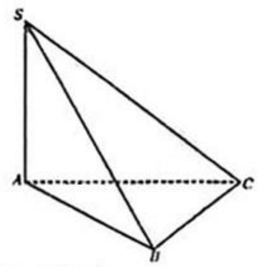
Câu 32: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 1 - x^2$ và trục hoành. Thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục hoành bằng

A. $\frac{4}{3}$. **B.** $\frac{16\pi}{15}$. **C.** $\frac{16}{15}$. **D.** $\frac{4\pi}{3}$.

Câu 33: Cho số phức z thỏa mãn $2z + 1 + i = (5 - 2i)(1 - i)$. Môđun của z bằng

A. $\sqrt{13}$. **B.** $2\sqrt{17}$. **C.** $2\sqrt{13}$. **D.** $\sqrt{17}$.

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$, SA vuông góc với đáy và $SA = \sqrt{3}a$ (tham khảo hình vẽ).



Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (SBC) bằng

A. $30°$. **B.** $60°$. **C.** $90°$. **D.** $45°$.

Câu 35: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=x(x^2+3)^5$ là

A. $\frac{1}{6}(x^2+3)^6+C.$ **B.** $(x^2+3)^6+C.$ **C.** $\frac{1}{2}(x^2+3)^6+C.$ **D.** $\frac{1}{12}(x^2+3)^6+C.$

Câu 36: Cho hàm số $y=f(x)$ không âm, có đạo hàm trên đoạn $[1;2]$ và thỏa mãn $f(1)=1, \left[2f(x)+1-x^2\right]f'(x)=2x\left[1+f(x)\right]$ với $\forall x\in[1;2]$. Tích phân $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{7}{3}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{8}{3}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

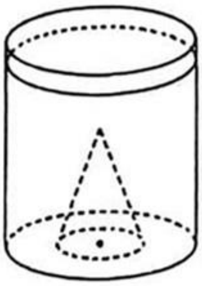
Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y+2z-1=0$ và điểm $A(2;1;5)$. Mặt phẳng (Q) song song với (P) và cắt các tia Ox, Oy lần lượt tại các điểm B và C sao cho tam giác ABC có diện tích bằng $\frac{15\sqrt{6}}{2}$. Khoảng cách từ điểm $M(2;3;3)$ đến (Q) bằng

A. $2\sqrt{6}$. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** $\frac{8\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\frac{7\sqrt{6}}{6}$.

Câu 38: Cho phương trình $9^x-(m+4)3^x+9=0$ (m là tham số). Để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1+2)(x_2+2)=5$ thì giá trị của tham số m thuộc khoảng nào dưới đây ?

A. $(21;22)$. **B.** $(23;24)$. **C.** $(19;20)$. **D.** $(20;21)$.

Câu 39: Một khối nón (N) có bán kính đáy bằng R và chiều cao bằng 15, được làm bằng chất liệu không thấm nước, có khối lượng riêng lớn hơn khối lượng riêng của nước. Khối (N) được đặt trong một cái cốc hình trụ đường kính bằng $4R$, sao cho đáy của (N) tiếp xúc với đáy của cốc (tham khảo hình vẽ). Đổ nước vào cốc đến khi mức nước đạt độ cao bằng 15 thì lấy khối (N) ra. Độ cao của nước trong cốc sau khi đã lấy khối (N) ra bằng



A. $\frac{55}{4}$. **B.** $\frac{235}{4}$. **C.** $\frac{45}{4}$. **D.** $\frac{15}{4}$.

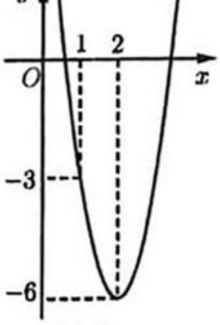
Câu 40: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left[\log_2(x^2+x+10)-\log_2(x+20)-1\right]\left(81-3^{x+9}\right)>0$?

A. 24. **B.** 25. **C.** 26. **D.** 23.

Câu 41: Cho phương trình $z^2-2mz+6m-8=0$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình có hai nghiệm phức phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $z_1.\overline{z_1}=z_2.\overline{z_2}$?

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 42: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$. Biết hàm số $y=f'(5-2x)$ có đồ thị là một parabol (P) như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=f(x^2+x+m)$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$?



A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 43: Tích tất cả các giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-3;3]$ để đường thẳng $y=x+m$ cắt đồ thị hàm số $y=\frac{2x-3}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ dương bằng

A. -5. **B.** 2. **C.** 6. **D.** -3.

Câu 44: Cho khối lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh đáy bằng a. Biết khoảng cách từ B' đến mặt phẳng $(A'C'D)$ bằng $\frac{a}{2}$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$. **C.** $\sqrt{2}a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 45: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2;3]$ để hàm số $y=x^3-\frac{3}{2}(2m-3)x^2+m+2$ có cực đại và cực tiểu đồng thời hoành độ điểm cực tiểu nhỏ hơn 2 ?

A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 46: Cho số phức $z=x+yi\ (x,y\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $|\overline{z}-3-2i|\le 5$ và $\left|\frac{z+4+3i}{z-3+2i}\right|\le 1$. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x^2+y^2+8x+4y+5$. Khi đó $M+m$ bằng

A. 4. **B.** 6. **C.** 36. **D.** 32.

Câu 47: Trong mặt phẳng Oxy, gọi (H) là tập hợp điểm $M(x;y)$ thỏa mãn $x^2+y^2=k(|x|+|y|)$ với k là số nguyên dương, S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (H). Giá trị lớn nhất của k để $S<150$ bằng

A. 4. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 6.

Câu 48: Có bao nhiêu số nguyên dương $a\ (a\le 2023)$ sao cho tồn tại số thực x thoả mãn $x(\ln a^2+e^x)\le e^x[1+\ln(2x\ln a)]$?

A. 2020. **B.** 2019. **C.** 2022. **D.** 2021.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;2;-2)$ và $S(-1;4;3)$. Mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các trục tọa độ Ox,Oy,Oz lần lượt tại các điểm A,B,C sao cho M là trực tâm của tam giác ABC. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. 162. **B.** 81. **C.** 45. **D.** 27.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x+1}{1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P):x+y+2z-8=0$. Tam giác ABC có $A(1;2;-2)$ và trọng tâm G nằm trên d. Khi các đỉnh B,C di động trên (P) sao cho khoảng cách từ A tới đường thẳng BC đạt giá trị lớn nhất, một véc tơ chỉ phương của đường thẳng BC là

A. $(16;-10;-3)$. **B.** $(3;-1;4)$. **C.** $(4;-2;-1)$. **D.** $(1;2;0)$.

---------- **HẾT** ----------

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO PHÚ THỌ

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT – NĂM HỌC 2022 – 2023 – LẦN 2

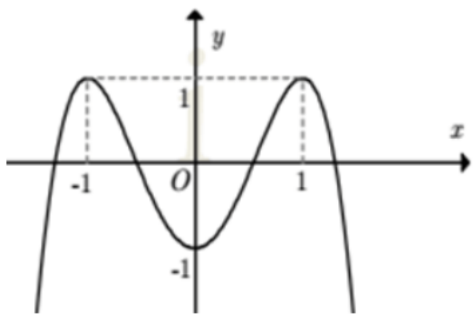
Câu 1: Cho tập hợp A gồm 12 phần tử. Số tập con gồm 3 phần tử của tập hợp A là

A. A_{12}^3. **B.** 3^{12}. **C.** C_{12}^3. **D.** 12^3.

Câu 2: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2 = 3$ và $u_3 = 6$. Công bội của cấp số nhân đó bằng

A. $\frac{1}{2}$. **B.** 3. **C.** 2. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 3: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c\,(a;b;c \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

A. $x = -1$. **B.** $y = -1$. **C.** $y = 1$. **D.** $x = 0$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $I(-2;4;-5)$ và bán kính bằng 5 có phương trình là

A. $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-5)^2 = 25$. **B.** $(x+2)^2 + (y-4)^2 + (z+5)^2 = 25$.

C. $(x+2)^2 + (y-4)^2 + (z-5)^2 = 25$. **D.** $(x+2)^2 + (y-4)^2 + (z+5)^2 = 5$.

Câu 5: Phần ảo của số phức $z = 5 - 2i$

A. 2. **B.** $-2i$. **C.** $2i$. **D.** -2.

Câu 6: Cho số phức $z = 2 - 3i$. Số phức liên hợp của z có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là

A. $(-2;-3)$. **B.** $(2;3)$. **C.** $(2;-3)$. **D.** $(-2;3)$.

Câu 7: Đạo hàm của hàm số $y = 5^x$ là

A. $y' = 5^{x-1}$. **B.** $y' = 5^x \ln 5$. **C.** $y' = \frac{5^x}{\ln 5}$. **D.** $y' = 5^x$.

Câu 8: Cho bất phương trình $9^x + 3^{x+1} - 6 \le 0$. Nếu đặt $t = 3^x\,(t > 0)$ thì bất phương trình đã cho trở thành bất phương trình nào dưới đây?

A. $t^2 + t - 6 \le 0$. **B.** $t^2 + t - 3 \le 0$. **C.** $t^2 + 3t - 6 \le 0$. **D.** $t^2 - 3t - 6 \le 0$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-3)$ và $B(3;1;3)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có một véctơ pháp tuyến là

A. $\overrightarrow{n_1} = (4;3;0)$. **B.** $\overrightarrow{n_4} = (2;1;6)$. **C.** $\overrightarrow{n_2} = (2;-1;6)$. **D.** $\overrightarrow{n_3} = \left(2;\frac{3}{2};0\right)$.

Câu 10: Cho hai số phức $z_1 = -4 + 5i$ và $z_2 = 2 - 3i$. Khi đó $z_1 - z_2$ bằng

A. $-6 + 8i$. **B.** $-2 + 2i$. **C.** $6 - 8i$. **D.** $2 - 2i$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a}=(1;-2;-2)$. Độ dài của vectơ $\vec{a}$ bằng

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 9.

Câu 12: Giá trị $\ln(4e)$ bằng

A. $2\ln 2$. **B.** $3\ln 2$. **C.** $3\ln 2+1$. **D.** $2\ln 2+1$.

Câu 13: Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có diện tích đáy bằng $\sqrt{3}a^2$, chiều cao bằng $\sqrt{2}a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{13}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $a^3\sqrt{6}$.

Câu 14: Cho khối nón có diện tích đáy bằng 2 và chiều cao bằng h. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $2\pi h$. **B.** $\dfrac{4}{3}\pi h$. **C.** $\dfrac{2}{3}\pi h$. **D.** $4\pi h$.

Câu 15: Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\int \dfrac{1}{\sin^2 x}dx=\cot x+C$. **B.** $\int \dfrac{1}{\sin^2 x}dx=-\tan x+C$.

C. $\int \dfrac{1}{\sin^2 x}dx=\tan x+C$. **D.** $\int \dfrac{1}{\sin^2 x}dx=-\cot x+C$.

Câu 16: Tập xác định D của hàm số $y=(x-3)^{\frac{2}{5}}$ là

A. $D=(-\infty;3]$. **B.** $D=(3;+\infty)$. **C.** $D=\mathbb{R}\setminus\{3\}$. **D.** $D=[3;+\infty)$.

Câu 17: Số giao điểm của đường thẳng $y=x+3$ và đường cong $y=x^3+3$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 18: Diện tích mặt cầu có bán kính $R=3$ bằng

A. 36π. **B.** 12. **C.** 36. **D.** 12π.

Câu 19: Cho $\int\limits_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x=-3$. Khi đó $\int\limits_0^1 2f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A. -6. **B.** $-\dfrac{3}{2}$. **C.** $-\dfrac{2}{3}$. **D.** 6.

Câu 20: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;2)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 21: Phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-4}{x+1}$ là

A. $x=-1$. **B.** $y=2$. **C.** $y=-1$. **D.** $x=2$.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(1;3;-2)$ và nhận vectơ $\vec{u}=(1;-1;5)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=-1+3t \\ z=5-2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=-1+3t \\ z=5+2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=3-t \\ z=-2+5t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=3+t \\ z=-2+5t \end{cases}$.

Câu 23: Cho các số thực $a,b(a<b).F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[a;b]$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=F(a)-F(b)$. **B.** $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=F(b)-F(a)$.

C. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=F'(a)-F'(b)$. **D.** $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=F'(b)-F'(a)$.

Câu 24: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=a, AD=2a, SA$ vuông góc với đáy và $SA=a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\dfrac{4\sqrt{3}a^3}{3}$. **B.** $4\sqrt{3}a^3$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. **D.** $2\sqrt{3}a^3$.

Câu 25: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x-1)>1$ là

A. $(4;+\infty)$. **B.** $[1;4)$. **C.** $(-\infty;4)$. **D.** $(1;4)$.

Câu 26: Cho hình chóp tứ giác đều $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng BC và SA bằng

A. $\dfrac{\sqrt{3}a}{2}$. **B.** $\sqrt{3}a$. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}a}{2}$. **D.** $a\sqrt{2}$.

Câu 27: Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp đựng 5 viên bi đỏ và 7 viên bi xanh. Xác suất để lấy được 3 viên bi cùng màu bằng

A. $\dfrac{35}{44}$. **B.** $\dfrac{9}{44}$. **C.** $\dfrac{35}{22}$. **D.** $\dfrac{9}{22}$.

Câu 28: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2;3]$ để hàm số $y=x^3-\dfrac{3}{2}(2m-4)x^2+m+2$ có cực đại và cực tiểu đồng thời hoành độ điểm cực tiểu nhỏ hơn 3?

A. 2. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 4.

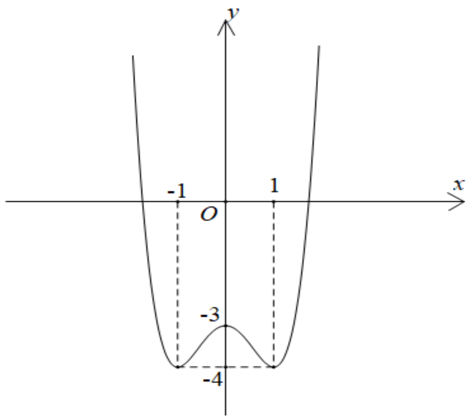
Câu 29: Cho hình chóp $SABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$, SA vuông góc với đáy và $SA=a\sqrt{3}$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng

A. 45^0. **B.** 90^0. **C.** 60^0. **D.** 30^0.

Câu 30: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=4-x^2$ và trục hoành. Thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục hoành bằng

A. $\dfrac{32\pi}{3}$. **B.** $\dfrac{512\pi}{15}$. **C.** $\dfrac{32}{3}$. **D.** $\dfrac{512}{15}$.

Câu 31: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ.



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $2\left|f\left(x\right)\right|-3=0$ là

A. 5. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 4.

Câu 32: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=x\left(x^2+2\right)^5$ là

A. $\frac{1}{12}\left(x^2+2\right)^6+C$. **B.** $\frac{1}{2}\left(x^2+2\right)^6+C$. **C.** $\frac{1}{6}\left(x^2+2\right)^6+C$. **D.** $\left(x^2+2\right)^6+C$.

Câu 33: Biết $M\left(1;-5\right)$ là một điểm cực trị của hàm số $y=f\left(x\right)=ax^3+4x^2+bx+1$. Giá trị $f\left(2\right)$ bằng

A. 3. **B.** 15. **C.** -21. **D.** -3.

Câu 34: Cho hàm số $y=\sqrt{x^2+4x}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;2)$. **B.** $(-2;+\infty)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-4)$.

Câu 35: Ch o số phức z thỏa mãn $2z+1-i=(5-2i)(1+i)$. Môđun của z bằng

A. $\sqrt{17}$. **B.** $\sqrt{13}$. **C.** $2\sqrt{17}$. **D.** $2\sqrt{13}$.

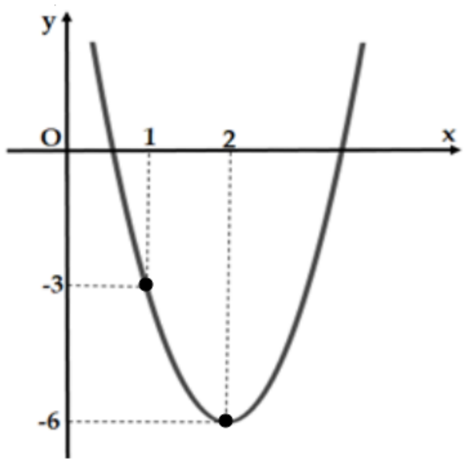
Câu 36: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left[\log_3(x^2-3x+29)-\log_3(x+15)-1\right]\left(2^{x+7}-32\right)<0$?

A. 24. **B.** 22. **C.** 21. **D.** 23.

Câu 37: Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $\left[-3;3\right]$ để đường thẳng $y=x+m$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ dương là

A. -6. **B.** -5. **C.** 6. **D.** 2.

Câu 38: Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$. Biết hàm số $y=f'\left(5-2x\right)$ có đồ thị là một Parabol $\left(P\right)$ như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=f\left(2x^2+2x+m\right)$ nghịch biến trên khoảng $\left(0;1\right)$.



A. 4.　　**B.** 1.　　**C.** 3.　　**D.** 2.

Câu 39: Cho khối lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh đáy bằng a. Biết khoảng cách từ C đến mặt phẳng $(A'BD)$ bằng $\frac{a}{2}$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $a^3\sqrt{2}$.　　**B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.　　**C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.　　**D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

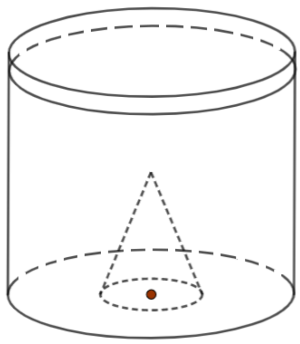
Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x+y+4z-3=0$ và điểm $A(1;1;3)$. Mặt phẳng $(Q)\parallel(P)$ và cắt các tia Ox,Oy lần lượt tại các điểm B và C sao cho tam giác ABC có diện tích bằng $2\sqrt{22}$. Khoảng cách từ điểm $M(2;2;1)$ đến (Q) bằng

A. $2\sqrt{2}$.　　**B.** $\frac{8\sqrt{6}}{3}$.　　**C.** $\frac{\sqrt{6}}{3}$.　　**D.** $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 41: Trong không gian Oxy, cho hai vecto $\vec{a}=(1;-2;3)$ và $\vec{b}=(-1;3;2)$. Giá trị $\cos(\vec{a},\vec{b})$ bằng.

A. $\frac{-1}{14}$.　　**B.** $\frac{1}{14}$.　　**C.** $\frac{\sqrt{14}}{28}$.　　**D.** $-\frac{\sqrt{14}}{28}$.

Câu 42: Một khối nón (N) có bán kính bằng R và chiều cao bằng 18, được làm bằng chấu liệu không thấm nước có khối lượng riêng lớn hơn khối lượng riêng của nước. Khối (N) được đặt trong một cái cốc hình trụ đường kính bằng $6R$, sao cho đáy của (N) tiếp xúc với đáy của cốc (tham khảo hình vẽ). Đổ nước vào cốc đến khi mức nước đạt độ cao bằng 18 thì lấy khối (N) ra. Độ cao của nước trong cốc sau khi đã lấy khối (N) ra bằng



A. $\frac{52}{3}$.　　**B.** $\frac{214}{3}$.　　**C.** $\frac{74}{3}$.　　**D.** $\frac{70}{3}$.

Câu 43: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\left[\frac{1}{3};3\right]$ thỏa mãn $f\left(x\right)+x\cdot f\left(\frac{1}{x}\right)=x^3-x,\forall x\in\left[\frac{1}{3};3\right]$. Tích phân $I=\int_{\frac{1}{3}}^{3}\frac{f(x)}{x^2+x}\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{16}{9}$. **C.** $\frac{8}{9}$. **D.** $\frac{3}{4}$.

Câu 44: Cho phương trình $z^2-2mz+7m-10=0$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phuong trình có hai nghiệm phức phân biệt z_1,z_2 thỏa mãn: $z_1.\overline{z_1}=z_2.\overline{z_2}$

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 45: Cho phương trình $4^x-(m+3)2^x+8=0$ (m là tham số). Để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn $\left(x_1+3\right)\left(x_2+3\right)=8$ thì giá trị của tham số m thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(29;30\right)$. **B.** $\left(27;28\right)$. **C.** $\left(30;31\right)$. **D.** $\left(28;29\right)$.

Câu 46: Có bao nhiêu số nguyên dương a $(a\le 2024)$ sao cho tồn tại số thực x thỏa mãn $x.\left(\ln a^3+e^x\right)\le e^x.\left[1+\ln\left(3x\ln a\right)\right]$?

A. 2022. **B.** 2019. **C.** 2023. **D.** 2018.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x+1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+2}{-1}$ và mặt phẳng $\left(P\right):2x+y+z-8=0$. Tam giác ABC có $A\left(-1;2;2\right)$ và trọng tâm G nằm trên d. Khi các đỉnh B,C di động trên $\left(P\right)$ sao cho khoảng cách từ A tới đường thẳng BC đạt giá trị lớn nhất, một vectơ chỉ phương của đường thẳng BC là

A. $\left(2;1;1\right)$. **B.** $\left(2;1;-1\right)$. **C.** $\left(1;-2;0\right)$. **D.** $\left(1;2;0\right)$.

Câu 48: Cho số phức $z=x+yi\left(x,y\in\mathbb{R}\right)$ thỏa mãn $\left|\overline{z}-3-2i\right|\le 5$ và $\left|\frac{z+4+3i}{z-3+2i}\right|\le 1$. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x^2+y^2+8x+4y+7$. Khi đó $M+m$ bằng

A. 32. **B.** 36. **C.** 10. **D.** 4.

Câu 49: Trong không gian Oxyz, cho hai điểm $M(1;-2;2)$ và $S(2;-1;3)$. Mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các trục tọa độ Ox,Oy,Oz lần lượt tại các điểm A,B,C sao cho M là trực tâm của tam giác ABC. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{7}{2}$. **B.** $\frac{27}{8}$. **C.** $\frac{81}{4}$. **D.** $\frac{27}{4}$.

Câu 50: Trong mặt phẳng Oxy, gọi (H) là tập hợp điểm $M(x;y)$ thỏa mãn $x^2+y^2=k(|x|+|y|)$ với k là số nguyên dương, S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (H). Giá trị lớn nhất của k để $S<250$ bằng

A. 5. **B.** 4. **C.** 7. **D.** 6.

---------- **HẾT** ----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	C	D	B	D	B	B	C	C	A	C	D	D	B	D	B	D	A	A	C	A	C	B	C	A
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	B	B	A	B	D	A	A	D	B	B	A	D	D	A	A	A	C	B	A	A	C	C	B	D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho tập hợp A gồm 12 phần tử. Số tập con gồm 3 phần tử của tập hợp A là

A. A_{12}^3. **B.** 3^{12}. **C.** C_{12}^3. **D.** 12^3.

Lời giải

Chọn C

Mỗi tập con gồm 3 phần tử của tập hợp A là một tổ hợp chập 3 của 12. Vậy số tập con gồm 3 phần tử của tập hợp A là C_{12}^3.

Câu 2: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2=3$ và $u_3=6$. Công bội của cấp số nhân đó bằng

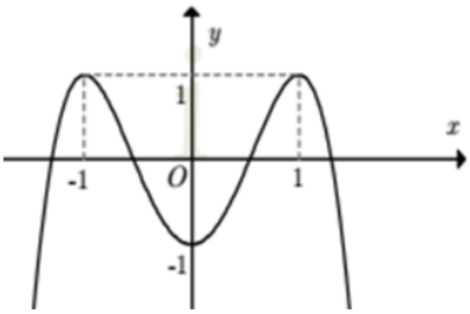
A. $\frac{1}{2}$. **B.** 3. **C.** 2. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: công bội của cấp số nhân $q=\frac{u_3}{u_2}=2$.

Câu 3: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\left(a;b;c\in\mathbb{R}\right)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

A. $x=-1$. **B.** $y=-1$. **C.** $y=1$. **D.** $x=0$.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị hàm số đã cho ta có hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x=0$..

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $I(-2;4;-5)$ và bán kính bằng 5 có phương trình là

A. $(x-2)^2+(y-4)^2+(z-5)^2=25$. **B.** $(x+2)^2+(y-4)^2+(z+5)^2=25$.

C. $(x+2)^2+(y-4)^2+(z-5)^2=25$. **D.** $(x+2)^2+(y-4)^2+(z+5)^2=5$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình mặt cầu $I(-2;4;-5)$ và bán kính bằng 5 có phương trình là

$(x+2)^2+(y-4)^2+(z+5)^2=25$.

Câu 5: Phần ảo của số phức $z=5-2i$

A. 2. **B.** $-2i$. **C.** $2i$. **D.** -2.

Lời giải

Chọn D

Câu 6: Cho số phức $z=2-3i$. Số phức liên hợp của z có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là

A. $(-2;-3)$. **B.** $(2;3)$. **C.** $(2;-3)$. **D.** $(-2;3)$.

Lời giải

Chọn B

Có số phức $z=2-3i$ nên $\overline{z}=2+3i$.

Số phức liên hợp của z có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là $(2;3)$.

Câu 7: Đạo hàm của hàm số $y=5^x$ là

A. $y'=5^{x-1}$. **B.** $y'=5^x\ln 5$. **C.** $y'=\dfrac{5^x}{\ln 5}$. **D.** $y'=5^x$.

Lời giải

Chọn B

Đạo hàm của hàm số $y=5^x$ là $y'=5^x\ln 5$.

Câu 8: Cho bất phương trình $9^x+3^{x+1}-6\le 0$. Nếu đặt $t=3^x\,(t>0)$ thì bất phương trình đã cho trở thành bất phương trình nào dưới đây?

A. $t^2+t-6\le 0$. **B.** $t^2+t-3\le 0$. **C.** $t^2+3t-6\le 0$. **D.** $t^2-3t-6\le 0$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t=3^x\,(t>0)$ thì bất phương trình $9^x+3^{x+1}-6\le 0$ trở thành $t^2+3t-6\le 0$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-3)$ và $B(3;1;3)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có một véctơ pháp tuyến là

A. $\overrightarrow{n_1}=(4;3;0)$. **B.** $\overrightarrow{n_4}=(2;1;6)$. **C.** $\overrightarrow{n_2}=(2;-1;6)$. **D.** $\overrightarrow{n_3}=\left(2;\dfrac{3}{2};0\right)$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng trung trực của đoạn AB nhận $\overrightarrow{n_2}=\overrightarrow{AB}=(2;-1;6)$ làm véctơ pháp tuyến.

Câu 10: Cho hai số phức $z_1=-4+5i$ và $z_2=2-3i$. Khi đó z_1-z_2 bằng

A. $-6+8i$. **B.** $-2+2i$. **C.** $6-8i$. **D.** $2-2i$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z_1 - z_2 = -4 + 5i - (2 - 3i) = -6 + 8i$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a} = (1; -2; -2)$. Độ dài của vectơ $\vec{a}$ bằng

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 9.

Lời giải

Chọn C

Ta có $|\vec{a}| = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-2)^2} = 3$.

Câu 12: Giá trị $\ln(4e)$ bằng

A. $2\ln 2$. **B.** $3\ln 2$. **C.** $3\ln 2 + 1$. **D.** $2\ln 2 + 1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\ln(4e) = \ln 4 + \ln e = 2\ln 2 + 1$.

Câu 13: Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có diện tích đáy bằng $\sqrt{3}a^2$, chiều cao bằng $\sqrt{2}a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{13}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $a^3\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích khối lăng trụ đã cho là $V = S.h = a^3\sqrt{6}$.

Câu 14: Cho khối nón có diện tích đáy bằng 2 và chiều cao bằng h. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $2\pi h$. **B.** $\frac{4}{3}\pi h$. **C.** $\frac{2}{3}\pi h$. **D.** $4\pi h$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích của khối nón đã cho là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{4}{3}\pi h$.

Câu 15: Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = \cot x + C$. **B.** $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\tan x + C$.

C. $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = \tan x + C$. **D.** $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C$.

Câu 16: Tập xác định D của hàm số $y = (x-3)^{\frac{2}{5}}$ là

A. $D = (-\infty; 3]$. **B.** $D = (3; +\infty)$. **C.** $D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$. **D.** $D = [3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x-3>0 \Leftrightarrow x>3$.

Tập xác định D của hàm số $y=(x-3)^{\frac{2}{5}}$ là $D=(3;+\infty)$.

Câu 17: Số giao điểm của đường thẳng $y=x+3$ và đường cong $y=x^3+3$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Phương rình hoành độ giao điểm $x^3+3=x+3 \Leftrightarrow x^3-x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 1 \end{array}\right.$.

Suy ra, số giao điểm của đường thẳng $y=x+3$ và đường cong $y=x^3+3$ là 3.

Câu 18: Diện tích mặt cầu có bán kính $R=3$ bằng

A. 36π. **B.** 12. **C.** 36. **D.** 12π.

Lời giải

Chọn A

Ta có $S=4\pi R^2=4\pi 3^2=36\pi$.

Câu 19: Cho $\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x=-3$. Khi đó $\int_0^1 2f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A. -6. **B.** $-\frac{3}{2}$. **C.** $-\frac{2}{3}$. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int_0^1 2f(x)\,\mathrm{d}x=2\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x=2(-3)=-6$.

Câu 20: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	0	↘	-4	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;2)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Từ BBT, hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

Câu 21: Phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{2x-4}{x+1}$ là

A. $x=-1$. **B.** $y=2$. **C.** $y=-1$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn A

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x=-1$.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(1;3;-2)$ và nhận vectơ $\vec{u}=(1;-1;5)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=-1+3t \\ z=5-2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=-1+3t \\ z=5+2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=3-t \\ z=-2+5t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=3+t \\ z=-2+5t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có phương trình tham số của đường thẳng là $\begin{cases} x=1+t \\ y=3-t \\ z=-2+5t \end{cases}$.

Câu 23: Cho các số thực $a,b(a<b).F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[a;b]$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=F(a)-F(b)$. **B.** $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=F(b)-F(a)$.

C. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=F'(a)-F'(b)$. **D.** $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=F'(b)-F'(a)$.

Lời giải

Chọn B

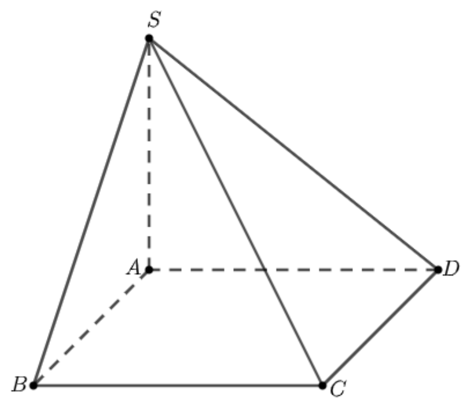
Ta có: $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=F(b)-F(a)$..

Câu 24: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=a, AD=2a, SA$ vuông góc với đáy và $SA=a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$. **B.** $4\sqrt{3}a^3$. **C.** $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. **D.** $2\sqrt{3}a^3$.

Lời giải

Chọn C



Thể tích khối chóp: $V=\frac{1}{3}.SA.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.a\sqrt{3}.a.2a=\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$..

Câu 25: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x-1)>1$ là

A. $(4;+\infty)$. **B.** $[1;4)$. **C.** $(-\infty;4)$. **D.** $(1;4)$.

Lời giải

Chọn A

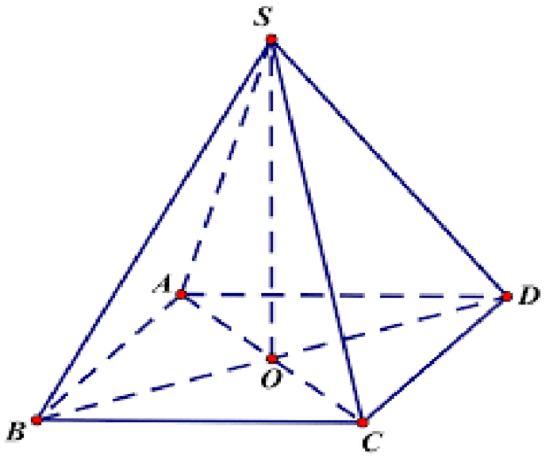
$\log_3(x-1)>1 \Leftrightarrow x-1>3 \Leftrightarrow x>4$.

Câu 26: Cho hình chóp tứ giác đều $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng BC và SA bằng

A. $\dfrac{\sqrt{3}a}{2}$. **B.** $\sqrt{3}a$. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}a}{2}$. **D.** $a\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $BC//(SAD) \Rightarrow d(BC,SA)=d(BC,(SAD))=d(B,(SAD))=2d(O,(SAD))=2h$.

Do chóp $SABCD$ là chóp tứ giác đều nên $SO\perp(ABCD)$ nên tứ diện $OSAD$ là khối tứ diện vuông tại $O \Rightarrow \dfrac{1}{h^2}=\dfrac{1}{SO^2}+\dfrac{1}{AO^2}+\dfrac{1}{OD^2}=\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{2a^2}+\dfrac{1}{2a^2}=\dfrac{2}{a^2} \Rightarrow h=\dfrac{a}{\sqrt{2}}$

Ta có $AC=2a\sqrt{2} \Rightarrow OA=OC=OD=a\sqrt{2}$.

$SO=\sqrt{SC^2-OC^2}=a$.

Vậy $d(BC,SA)=a\sqrt{2}$.

Câu 27: Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp đựng 5 viên bi đỏ và 7 viên bi xanh. Xác suất để lấy được 3 viên bi cùng màu bằng

A. $\dfrac{35}{44}$. **B.** $\dfrac{9}{44}$. **C.** $\dfrac{35}{22}$. **D.** $\dfrac{9}{22}$.

Lời giải

Chọn B

+) Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{12}^3$.

+) Gọi A là biến cố "lấy được 3 viên bi cùng màu".

$n(A)=C_5^3+C_7^3=45$.

Vậy $P(A)=\frac{45}{C_{12}^{3}}=\frac{9}{44}$.

Câu 28: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2;3]$ để hàm số $y=x^3-\frac{3}{2}(2m-4)x^2+m+2$ có cực đại và cực tiểu đồng thời hoành độ điểm cực tiểu nhỏ hơn 3?

A. 2. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

$y'=3x^2-3(2m-4)x=3x(x-2m+4)$.

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2m-4\end{array}\right.$

Để hàm số có cực đại và cực tiểu đồng thời hoành độ điểm cực tiểu nhỏ hơn 3 thì $\begin{cases}2m-4\neq 0\\2m-4<3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq 2\\m<\frac{7}{2}\end{cases}$.

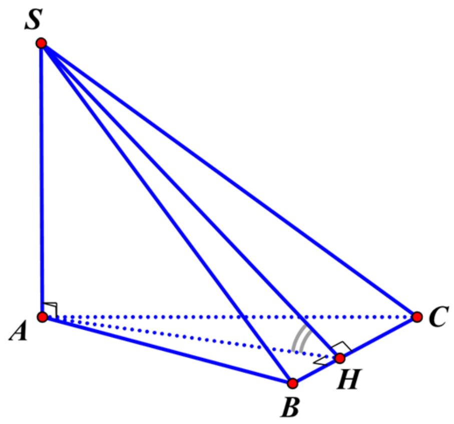
Vì m nguyên thuộc đoạn $[-2;3]$ nên $m\in\{-2;-1;0;1;3\}$.

Câu 29: Cho hình chóp $SABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$, SA vuông góc với đáy và $SA=a\sqrt{3}$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng

A. 45^0. **B.** 90^0. **C.** 60^0. **D.** 30^0.

Lời giải

Chọn A



Kẻ $AH\perp BC$ mà $SA\perp BC\Rightarrow SH\perp BC$.

Do đó góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là góc $\widehat{AHS}$

Tam giác ABC là tam giác đều cạnh $2a$ nên $AH=a\sqrt{3}$.

Suy ra tam giác SAH vuông cân tại $A\Rightarrow\widehat{AHS}=45^0$.

Câu 30: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=4-x^2$ và trục hoành. Thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục hoành bằng

A. $\frac{32\pi}{3}$. **B.** $\frac{512\pi}{15}$. **C.** $\frac{32}{3}$. **D.** $\frac{512}{15}$.

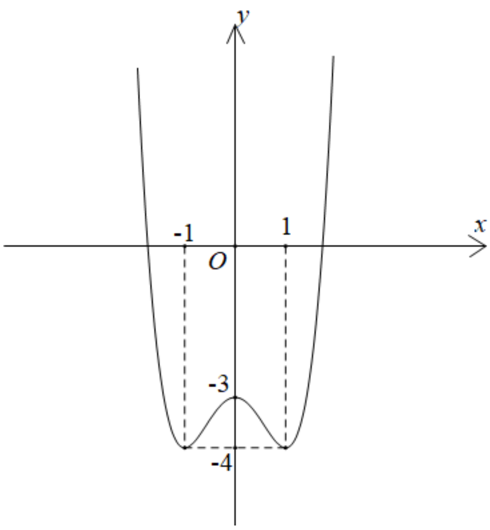
Lời giải

Chọn B

$4-x^2=0 \Leftrightarrow x=\pm 2$

$$V=\pi\int_{-2}^{2}\left(4-x^2\right)^2\mathrm{d}x=\pi\int_{-2}^{2}\left(16-8x^2+x^4\right)\mathrm{d}x=\pi\left(16x-\frac{8}{3}x^3+\frac{x^5}{5}\right)\Bigg|_{-2}^{2}=\frac{512}{15}\pi.$$

Câu 31: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ.



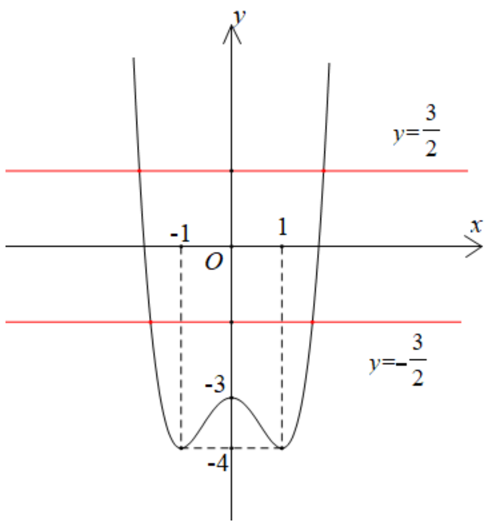
Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $2\left|f\left(x\right)\right|-3=0$ là

A. 5. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

$$2\left|f\left(x\right)\right|-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f\left(x\right)=\frac{3}{2} \\ f\left(x\right)=-\frac{3}{2} \end{array}\right.$$



Từ đồ thị, ta thấy hai đường thẳng $y=\frac{3}{2}$, $y=-\frac{3}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ tại 4 điểm phân biệt. Vậy phương trình $2\left|f\left(x\right)\right|-3=0$ có 4 nghiệm thực phân biệt.

Câu 32: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=x\left(x^2+2\right)^5$ là

A. $\frac{1}{12}\left(x^2+2\right)^6+C$. **B.** $\frac{1}{2}\left(x^2+2\right)^6+C$. **C.** $\frac{1}{6}\left(x^2+2\right)^6+C$. **D.** $\left(x^2+2\right)^6+C$.

Lời giải

Chọn A

$$\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int x\left(x^2+2\right)^5\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int\left(x^2+2\right)^5\mathrm{d}\left(x^2+2\right)=\frac{1}{12}\left(x^2+2\right)^6+C.$$

Câu 33: Biết $M\left(1;-5\right)$ là một điểm cực trị của hàm số $y=f\left(x\right)=ax^3+4x^2+bx+1$. Giá trị $f\left(2\right)$ bằng

A. 3. **B.** 15. **C.** -21. **D.** -3.

Lời giải

Chọn A

$M\left(1;-5\right)$ là một điểm cực trị của hàm số $y=f\left(x\right)=ax^3+4x^2+bx+1$ nên

$\begin{cases}a.1^3+4.1^2+b.1+1=-5\\3.a.1^2+8.1+b=0\end{cases}$ hay $\begin{cases}a+b=-10\\3a+b=-8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=-11\end{cases}$

$\Rightarrow f\left(x\right)=x^3+4x^2-11x+1\Rightarrow f\left(2\right)=3$.

Câu 34: Cho hàm số $y=\sqrt{x^2+4x}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;2)$. **B.** $(-2;+\infty)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-4)$.

Lời giải

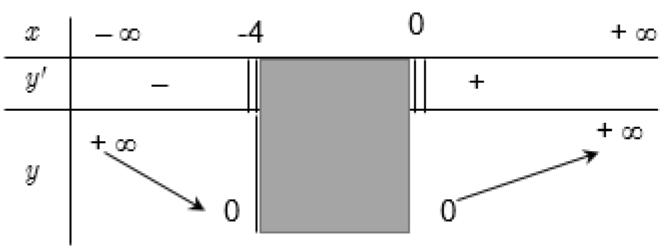
Chọn D

Hàm số $y=\sqrt{x^2+4x}$ có

+) TXĐ: $D=\left(-\infty;-4\right)\cup\left(0;+\infty\right)$.

+) $y'=\frac{x+2}{\sqrt{x^2+4x}}$; $y'=0\Leftrightarrow x=-2$

+) BBT



Hàm số $y=\sqrt{x^2+4x}$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;-4\right)$. .

Câu 35: Ch o số phức z thỏa mãn $2z+1-i=(5-2i)(1+i)$. Môđun của z bằng

A. $\sqrt{17}$. **B.** $\sqrt{13}$. **C.** $2\sqrt{17}$. **D.** $2\sqrt{13}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $2z+1-i=(5-2i)(1+i) \Leftrightarrow z=\dfrac{(5-2i)(1+i)-1+i}{2} \Leftrightarrow z=3+2i$

$|z|=|3+2i|=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}$.

Câu 36: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left[\log_3(x^2-3x+29)-\log_3(x+15)-1\right]\left(2^{x+7}-32\right)<0$?

A. 24. **B.** 22. **C.** 21. **D.** 23.

Lời giải

Chọn B

$\left[\log_3(x^2-3x+29)-\log_3(x+15)-1\right]\left(2^{x+7}-32\right)<0 \; (1)$

+) Điều kiện xác định: $\begin{cases} x^2-3x+29>0 \\ x+15>0 \end{cases} \Leftrightarrow x>-15$.

Khi đó $(1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} \log_3(x^2-3x+29)-\log_3(x+15)-1<0 \\ 2^{x+7}-32>0 \end{cases} \\ \begin{cases} \log_3(x^2-3x+29)-\log_3(x+15)-1>0 \\ 2^{x+7}-32<0 \end{cases} \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} \log_3\dfrac{x^2-3x+29}{x+15}<1 \\ 2^{x+7}>2^5 \end{cases} \\ \begin{cases} \log_3\dfrac{x^2-3x+29}{x+15}>1 \\ 2^{x+7}<2^5 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} \dfrac{x^2-3x+29}{x+15}<3 \\ x+7>5 \end{cases} \\ \begin{cases} \dfrac{x^2-3x+29}{x+15}>3 \\ x+7<5 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x^2-3x+29<3x+45 \\ x>-2 \end{cases} \\ \begin{cases} x^2-3x+29>3x+45 \\ x<-2 \end{cases} \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x^2-6x-16<0 \\ x>-2 \end{cases} \\ \begin{cases} x^2-6x-16>0 \\ x<-2 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} -2<x<8 \\ x>-2 \end{cases} \\ \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x>8 \\ x<-2 \end{array}\right. \\ x<-2 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -2<x<8 \\ x<-2 \end{array}\right.$.

Kết hợp điều kiện ta có tập nghiệm của bất phương trình (1) là: $T=(-15;8)\setminus\{-2\}$

Vậy có 22 giá trị nguyên của x thỏa mãn.

Câu 37: Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-3;3]$ để đường thẳng $y=x+m$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ dương là

A. -6. **B.** -5. **C.** 6. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình: $\dfrac{2x-3}{x-1}=x+m \Leftrightarrow 2x-3=(x+m)(x-1)$

$\Leftrightarrow x^2+(m-3)x-m+3=0 \; (1)$

Đường thẳng $y = x + m$ cắt đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-3}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ dương

$\Leftrightarrow$ (1) có hai nghiệm phân biệt dương khác 1 $\Leftrightarrow \begin{cases} (m-3)^2 - 4(-m+3) > 0 \\ 3 - m > 0 \\ 3 - m > 0 \\ 1 + m - 3 - m + 3 \neq 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m > 3 \\ m < 1 \end{array}\right. \\ m < 3 \end{cases} \Leftrightarrow m < 1$

Vậy các giá trị nguyên của m trên đoạn $\left[-3;3\right]$ thỏa mãn bài toán là: $-3;-2;-1;0$

Cách 2

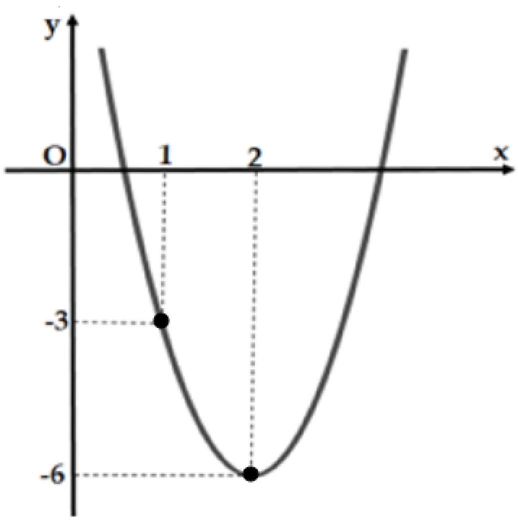
Xét phương trình: $\dfrac{2x-3}{x-1} = x + m \Leftrightarrow \dfrac{2x-3}{x-1} - x = m \;\; (2)$

Xét hàm số $h(x) = \dfrac{2x-3}{x-1} - x$, $h'(x) = \dfrac{1}{(x-1)^2} - 1$, $h'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
y'			0	$+$	$\|$	$+$	0	$-$	
y			3	$\nearrow$	$+\infty \;\|\; -\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Đường thẳng $y = x + m$ cắt đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-3}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ dương thì (2) có hai nghiệm phân biệt dương khác 1 Khi đó đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = h(x)$ tại hai điểm phân biệt trên khoảng $(0;+\infty)$. Dựa vào BBT của hàm số $h(x)$ ta có: $m < 1$.

Câu 38: Cho hàm số bậc ba $y = f\left(x\right)$. Biết hàm số $y = f'\left(5-2x\right)$ có đồ thị là một Parabol $\left(P\right)$ như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = f\left(2x^2 + 2x + m\right)$ nghịch biến trên khoảng $\left(0;1\right)$.



A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị ta xác định được $y=f'(5-2x)=3x^2-12x+6.$

Đặt $5-2x=t\Rightarrow x=\dfrac{5-t}{2}$.

Khi đó: $3x^2-12x+6=\dfrac{3}{4}(5-t)^2-6(5-t)+6=\dfrac{3}{4}t^2-\dfrac{3}{2}t-\dfrac{21}{4}=f'(t).$

$f'(t)<0\Leftrightarrow 1-2\sqrt{2}<t<1+2\sqrt{2}\Leftrightarrow 1-2\sqrt{2}<5-2x<1+2\sqrt{2}\Leftrightarrow 2-\sqrt{2}<x<2+\sqrt{2}$.

Hàm số $y=g(x)=f\left(2x^2+2x+m\right)$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

$\Rightarrow g'(x)=(4x+2)f'\left(2x^2+2x+m\right)<0,\forall x\in(0;1)\Leftrightarrow f'\left(2x^2+2x+m\right)<0,\forall x\in(0;1)$

$\left(do\ \ 4x+2>0,\forall x\in(0;1)\right)$

$\Leftrightarrow 2-\sqrt{2}<2x^2+2x+m<2+\sqrt{2},\forall x\in(0;1)\Leftrightarrow -m-\sqrt{2}<2x^2+2x-2<-m+\sqrt{2},\forall x\in(0;1)$.

Đặt $h(x)=2x^2+2x-2\Rightarrow h'(x)=4x+2>0,\forall x\in(0;1)$.

BBT:

Điều kiện bài toán $\Leftrightarrow -m-\sqrt{2}<0<1<-m+\sqrt{2}\Leftrightarrow -\sqrt{2}<m<\sqrt{2}-1\xrightarrow{m\in\mathbb{Z}} m\in\{-1;\,0\}$.

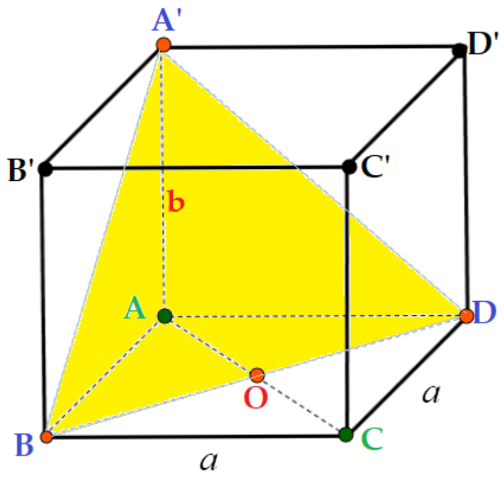
Vậy có 2 giá trị nguyên của m thỏa mãn bài toán.

Câu 39: Cho khối lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh đáy bằng a. Biết khoảng cách từ C đến mặt phẳng $(A'BD)$ bằng $\dfrac{a}{2}$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $a^3\sqrt{2}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn D



Đặt $AA'=b$, $d\left(A;\left(A'BD\right)\right)=h$.. Gọi $O=AC\cap BD$.

Do $ABCD.A'B'C'D'$ là lăng trụ tứ giác đều suy ra O là trung điểm của AC. Suy ra: $d\left(C;\left(A'BD\right)\right)=d\left(A;\left(A'BD\right)\right)=h$.

Ta có: $\frac{1}{h^2}=\frac{1}{AB^2}+\frac{1}{AD^2}+\frac{1}{AA'^2}\Leftrightarrow\frac{4}{a^2}=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}\Leftrightarrow\frac{4}{a^2}=\frac{2}{a^2}+\frac{1}{b^2}\Leftrightarrow\frac{2}{a^2}=\frac{1}{b^2}\Rightarrow b=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

$V_{ABCD.A'B'C'D'}=AB.AC.AA'=a.a.\frac{a\sqrt{2}}{2}=\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x+y+4z-3=0$ và điểm $A(1;1;3)$. Mặt phẳng $(Q)\parallel(P)$ và cắt các tia Ox,Oy lần lượt tại các điểm B và C sao cho tam giác ABC có diện tích bằng $2\sqrt{22}$. Khoảng cách từ điểm $M(2;2;1)$ đến (Q) bằng

A. $2\sqrt{2}$. **B.** $\frac{8\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng $(Q)\parallel(P)\Rightarrow(Q)$ có dạng: $x+y+4z+d=0$ $(d\neq-3)$.

$(Q)\cap Ox=B(-d;0;0)$, $(Q)\cap Oy=C(0;-d;0)$. Do B, C lần lượt thuộc các tia $Ox,Oy\Rightarrow$ $d<0$.

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(-d-1;-1;-3)$, $\overrightarrow{AC}=(-1;-d-1;-3)\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=\left(-3d;-3d;d^2+2d\right)$.

$S_{\Delta ABC}=2\sqrt{22}\Leftrightarrow\frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right|=2\sqrt{22}\Leftrightarrow 9d^2+9d^2+\left(d^2+2d\right)^2=352\Leftrightarrow d^4+4d^3+22d^2-352=0\ (*)$

Giải $(*)$ chỉ có $d=-4$ thỏa mãn. Khi đó ta có phương trình mặt phẳng $(Q):x+y+4z+4=0$.

Khoảng cách từ điểm $M(2;2;1)$ đến (Q) bằng: $\frac{|2+2+4.1+4|}{\sqrt{1^2+1^2+4^2}}=2\sqrt{2}$..

Câu 41: Trong không gian Oxy, cho hai vecto $\vec{a}=(1;-2;3)$ và $\vec{b}=(-1;3;2)$. Giá trị $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)$ bằng.

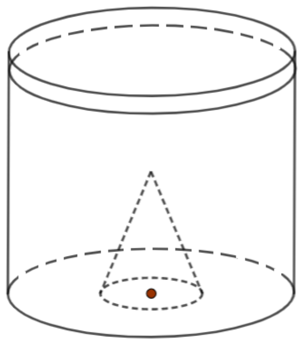
A. $\frac{-1}{14}$. **B.** $\frac{1}{14}$. **C.** $\frac{\sqrt{14}}{28}$. **D.** $-\frac{\sqrt{14}}{28}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\dfrac{\vec{a}.\vec{b}}{\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|}=\dfrac{-1}{14}$.

Câu 42: Một khối nón (N) có bán kính bằng R và chiều cao bằng 18, được làm bằng chấu liệu không thấm nước có khối lượng riêng lớn hơn khối lượng riêng của nước. Khối (N) được đặt trong một cái cốc hình trụ đường kính bằng $6R$, sao cho đáy của (N) tiếp xúc với đáy của cốc (tham khảo hình vẽ). Đổ nước vào cốc đến khi mức nước đạt độ cao bằng 18 thì lấy khối (N) ra. Độ cao của nước trong cốc sau khi đã lấy khối (N) ra bằng



A. $\dfrac{52}{3}$. **B.** $\dfrac{214}{3}$. **C.** $\dfrac{74}{3}$. **D.** $\dfrac{70}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích của nước trong khối trụ là: $V=\pi(3R)^2.18-\dfrac{1}{3}\pi R^2.18=156\pi R^2$.

Vậy chiều cao của nước trong cốc khi đã lấy khối nón ra là: $h=\dfrac{V}{\pi(3R)^2}=\dfrac{156}{9}=\dfrac{52}{3}$.

Câu 43: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\left[\dfrac{1}{3};3\right]$ thỏa mãn $f(x)+x\cdot f\left(\dfrac{1}{x}\right)=x^3-x,\forall x\in\left[\dfrac{1}{3};3\right]$. Tích phân $I=\displaystyle\int_{\frac{1}{3}}^{3}\dfrac{f(x)}{x^2+x}\mathrm{d}x$ bằng

A. $\dfrac{2}{3}$. **B.** $\dfrac{16}{9}$. **C.** $\dfrac{8}{9}$. **D.** $\dfrac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f(x)+x\cdot f\left(\dfrac{1}{x}\right)=x^3-x\Leftrightarrow\dfrac{f(x)}{x^2+x}+\dfrac{1}{x+1}\cdot f\left(\dfrac{1}{x}\right)=x-1$.

Suy ra $\displaystyle\int_{\frac{1}{3}}^{3}\dfrac{f(x)}{x^2+x}\mathrm{d}x+\int_{\frac{1}{3}}^{3}\dfrac{1}{x+1}\cdot f\left(\dfrac{1}{x}\right)\mathrm{d}x=\int_{\frac{1}{3}}^{3}(x-1)\,\mathrm{d}x.\quad(*)$

Đặt $t=\dfrac{1}{x}$ suy ra $\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{t^2}\mathrm{d}t$ và $x=\dfrac{1}{t}\Leftrightarrow\dfrac{1}{x+1}=\dfrac{t}{t+1}$.

Đổi cận $\begin{cases} x = \dfrac{1}{3} \Rightarrow t = 3 \\ x = 3 \Rightarrow t = \dfrac{1}{3} \end{cases}$. Khi đó

$$\int_{\frac{1}{3}}^{3} \frac{1}{x+1} \cdot f\left(\frac{1}{x}\right) \mathrm{d}x = -\int_{3}^{\frac{1}{3}} \frac{t}{t+1} \cdot f(t) \cdot \frac{1}{t^2} \mathrm{d}t = \int_{\frac{1}{3}}^{3} \frac{f(t)}{t^2+t} \mathrm{d}t = I.$$

Do đó $(*) \Leftrightarrow 2I = \dfrac{16}{9} \Leftrightarrow I = \dfrac{8}{9}$.

Câu 44: Cho phương trình $z^2 - 2mz + 7m - 10 = 0$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phuong trình có hai nghiệm phức phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn: $z_1.\overline{z_1} = z_2.\overline{z_2}$

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Để phương trình có hai nghiệm phức

$\Leftrightarrow \Delta' < 0 \Leftrightarrow m^2 - 7m + 10 < 0 \Leftrightarrow 2 < m < 5$

$z_1.\overline{z_1} = z_2.\overline{z_2} \Leftrightarrow |z_1|^2 = |z_2|^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} |z_1| = |z_2| \\ |z_1| = -|z_2| \end{array}\right.$,

TH1: $|z_1| = |z_2|$, suy ra $m \in \{3;4\}$,

TH2: $|z_1| = -|z_2| \Leftrightarrow |z_1| + |z_2| = 0 \Leftrightarrow |z_1| = |z_2| = 0 \Leftrightarrow z = 0 \Rightarrow m = \dfrac{10}{7}(ko\ tm)$

Vậy $m \in \{3;4\}$.

Câu 45: Cho phương trình $4^x - (m+3)2^x + 8 = 0$ (m là tham số). Để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn $(x_1+3)(x_2+3) = 8$ thì giá trị của tham số m thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(29;30)$. **B.** $(27;28)$. **C.** $(30;31)$. **D.** $(28;29)$.

Lời giải

Chọn A

Đặt: $t = 2^x$.

Phương trình có dạng: $t^2 - (m+3)\text{t} + 8 = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ t_1 + t_2 > 0 \\ t_1 t_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = m^2 + 6m - 23 > 0 \\ m + 3 > 0 \\ 8 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -3 \\ \left[\begin{array}{l} m > 4\sqrt{2} - 3 \\ m < -4\sqrt{2} - 3 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow m > 4\sqrt{2} - 3.$$

$2^{x_1} = t_1 \Rightarrow x_1 = \log_2 t_1$; $2^{x_2} = t_2 \Rightarrow x_2 = \log_2 t_2$.

Suy ra $x_1 + x_2 = \log_2 t_1 + \log_2 t_2 = \log_2 \left(t_1 t_2\right) = \log_2 8 = 3$.

Ta có: $\left(x_1 + 3\right)\left(x_2 + 3\right) = 8 \Leftrightarrow x_1.x_2 + 3(x_1 + x_2) + 9 = 8 \Leftrightarrow x_1.x_2 = -10$.

Suy ra $\left[\begin{array}{l} x_1 = -2 \\ x_2 = 5 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} t_1 = \dfrac{1}{4} \\ t_2 = 32 \end{array}\right.$.

$t_1 + t_2 = m + 3 \Rightarrow m + 3 = 32,25 \Leftrightarrow m = 29,25$.

Câu 46: Có bao nhiêu số nguyên dương a $(a \le 2024)$ sao cho tồn tại số thực x thỏa mãn $x.\left(\ln a^3 + e^x\right) \le e^x.\left[1 + \ln\left(3x\ln a\right)\right]$?

A. 2022. **B.** 2019. **C.** 2023. **D.** 2018.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: Vì a nguyên dương nên $3x\ln a > 0 \Rightarrow x > 0$. ta có

$$x.\left(\ln a^3 + e^x\right) \le e^x\left[1 + \ln\left(3x\ln a\right)\right] \Leftrightarrow 3x\ln a \le e^x\left(1 + \ln\left(3x\ln a\right) - x\right) \Leftrightarrow \frac{3x.\ln a}{e^x} \le 1 + \ln\frac{3x\ln a}{e^x}$$

Đặt: $t = \dfrac{3x.\ln a}{e^x} > 0$.

Bất phương trình có dạng: $t \le 1 + \ln t \Leftrightarrow t - \ln t - 1 \le 0$.

Đặt: $f(t) = t - \ln t - 1 \le 0$ với $t \in \left(0; +\infty\right)$

$f'(t) = 1 - \dfrac{1}{t} = 0 \Rightarrow t = 1$

Bảng biến thiên

t	0	1	$+\infty$
$f(t)$	$\searrow$	0	$\nearrow$

Từ bảng biến thiên, suy ra $t = 1 \Leftrightarrow 3x\ln a = e^x$

Do: $a \ge 1 \Rightarrow$ phương trình có nghiệm thì $x > 0$

$\Leftrightarrow 3.\ln a = \dfrac{e^x}{x}$. Xét hàm số $g(x) = \dfrac{e^x}{x} \Rightarrow g'(x) = \dfrac{e^x x - e^x}{x^2}, g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Bảng biến thiên

x	0		1		$+\infty$
$g(x)$		$\searrow$	e	$\nearrow$	

Phương trình có nghiệm

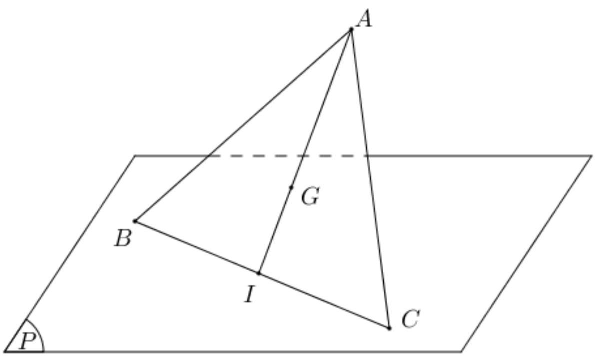
$\Leftrightarrow 3\ln a \ge e \Leftrightarrow \ln a \ge \frac{e}{3} \Leftrightarrow a \ge e^{\frac{e}{3}} \Leftrightarrow a \ge 2,47 \Rightarrow a \in \{3;4;5;.....;2024\}$ vì a $(a \le 2024)$ nguyên dương. Vậy có 2022 giá trị.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 2x + y + z - 8 = 0$. Tam giác ABC có $A(-1;2;2)$ và trọng tâm G nằm trên d. Khi các đỉnh B, C di động trên (P) sao cho khoảng cách từ A tới đường thẳng BC đạt giá trị lớn nhất, một vectơ chỉ phương của đường thẳng BC là

A. $(2;1;1)$. **B.** $(2;1;-1)$. **C.** $(1;-2;0)$. **D.** $(1;2;0)$.

Lời giải

Chọn C



Gọi I là trung điểm của BC.

$G \in d \Rightarrow G(2a-1; a+2; -a-2)$.

G là trọng tâm tam giác ABC nên $\overrightarrow{AI} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AG} = \left(3a; \frac{3}{2}a; -\frac{3}{2}(a+4)\right)$.

Suy ra: $I\left(3a-1; \frac{3}{2}a+2; -\frac{3}{2}a-4\right)$.

$A \in (P) \Rightarrow 2(3a-1) + \frac{3}{2}a + 2 - \frac{3}{2}a - 12 = 0 \Leftrightarrow a = 2 \Rightarrow I(5;5;-7)$.

Vậy đường thẳng BC luôn đi qua điểm I cố định. Do đó $d(A, BC)$ lớn nhất khi $AI \perp BC$.

Khi đó $BC \perp AI, BC \subset (P)$ nên BC có vectơ chỉ phương là $\left[\overrightarrow{AI}, \overrightarrow{n_{(P)}}\right] = (12;-24;0)$.

Câu 48: Cho số phức $z = x + yi\ (x, y \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $|\bar{z} - 3 - 2i| \le 5$ và $\left|\dfrac{z+4+3i}{z-3+2i}\right| \le 1$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2 + 8x + 4y + 7$. Khi đó $M + m$ bằng

A. 32. **B.** 36. **C.** 10. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

$|\bar{z} - 3 - 2i| \le 5$ $|\bar{z} - 3 - 2i| \le 5 \Leftrightarrow (x-3)^2 + (y+2)^2 \le 25$.

$\left|\dfrac{z+4+3i}{z-3+2i}\right| \le 1 \quad \Leftrightarrow |z+4+3i| \le |z-3+2i| \quad \Leftrightarrow (x+4)^2 + (y+3)^2 \le (x-3)^2 + (y+2)^2$

$\Leftrightarrow 7x + y + 6 \le 0$.

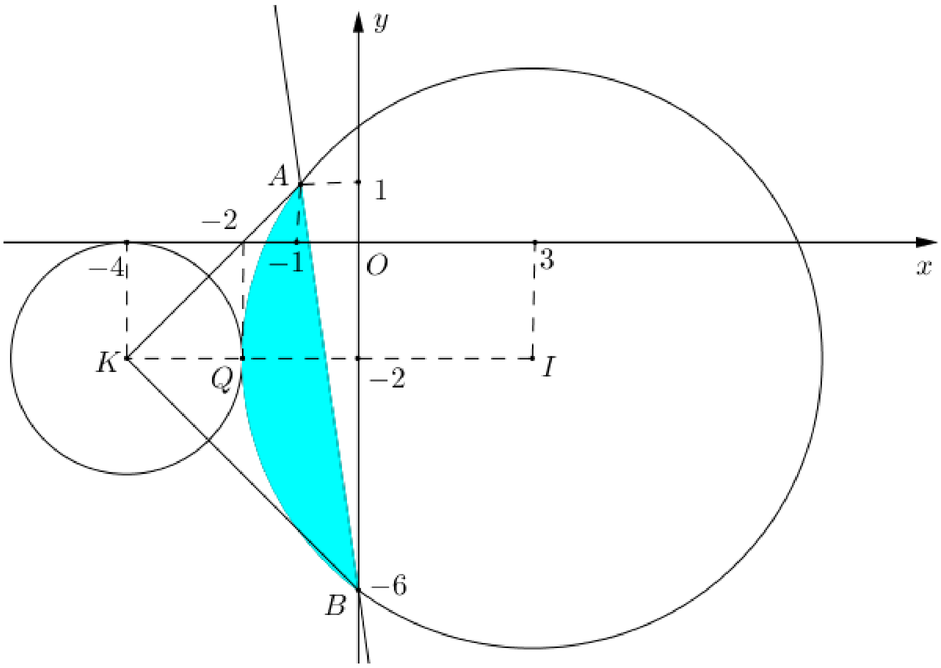
Vậy trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z là miền nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} (x-3)^2 + (y+2)^2 \le 25 \\ 7x + y + 6 \le 0 \end{cases} \quad (I)$$

Gọi: $(C): (x-3)^2 + (y+2)^2 = 25$, $d: 7x + y + 6 = 0$.

d cắt (C) tại hai điểm $A(-1;1), B(0;-6)$.

Miền nghiệm của hệ (I) là miền tô màu xanh trên hình vẽ.



Ta có: $P = (x+4)^2 + (y+2)^2 - 13 \Leftrightarrow (x+4)^2 + (y+2)^2 = 13 + P\ (P \ge -13)\ (1)$.

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp các điểm có tọa độ thỏa mãn (1) là đường tròn (C_1) tâm $K(-4;-2)$, bán kính $R_1 = \sqrt{13+P}$ (đường tròn (C_1) suy biến thành điểm $K(-4;-2)$ khi $P = -13$).

Vậy tập các giá trị của P phải thỏa mãn (C_1) và miền nghiệm của hệ (I) có điểm chung. Khi đó ta có: $2 = KQ < R_1 = \sqrt{13+P} \le \max\{KA; KB\} = 4\sqrt{2} \Leftrightarrow -9 \le P \le 19$.

Vậy $M = 19, m = -9$.

Câu 49: Trong không gian Oxyz, cho hai điểm $M(1;-2;2)$ và $S(2;-1;3)$. Mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho M là trực tâm của tam giác ABC. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{7}{2}$. **B.** $\frac{27}{8}$. **C.** $\frac{81}{4}$. **D.** $\frac{27}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$

Nên phương trình mặt phẳng (P) có dạng $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$ mà $M \in (P) \Rightarrow \frac{1}{a}+\frac{-2}{b}+\frac{2}{c}=1$.

Ta có $\overrightarrow{AM}=(1-a;-2;2), \overrightarrow{BM}=(1;-2-b;2)$ và $\overrightarrow{BC}=(0;-b;c), \overrightarrow{AC}=(-a;0;c)$.

Mà M là trực tâm $\triangle ABC \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{BC}=0 \\ \overrightarrow{BM}\cdot\overrightarrow{AC}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=-c \\ a=2c \end{cases}$

Từ (1) và (2) suy ra $a=9; b=\frac{-9}{2}; c=\frac{9}{2} \Rightarrow (P): x-2y+2z-9=0$.

Ta có $A(9;0;0), B(0;\frac{-9}{2};0), C(0;0;\frac{9}{2})$.

Chiều cao của khối chóp $S.ABC$ là $h=d\left(S,(P)\right)=\frac{\left|2-2(-1)+2.3-9\right|}{3}=\frac{1}{3}$.

Diện tích tam giác ABC là $k=\frac{243}{8}$.

Thể tích khối chóp là $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}k.h=\frac{1}{3}.\frac{243}{8}.\frac{1}{3}=\frac{27}{8}$..

Câu 50: Trong mặt phẳng Oxy, gọi (H) là tập hợp điểm $M(x;y)$ thỏa mãn $x^2+y^2=k(|x|+|y|)$ với k là số nguyên dương, S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (H). Giá trị lớn nhất của k để $S<250$ bằng

A. 5. **B.** 4. **C.** 7. **D.** 6.

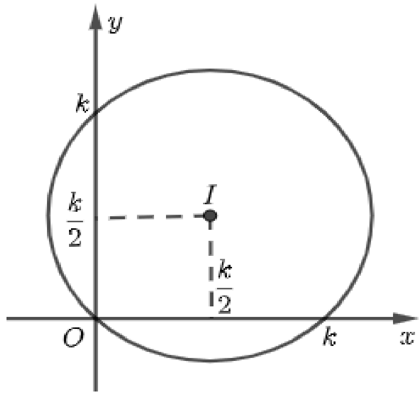
Lời giải

Chọn D

Do tính đối xứng qua Ox, Oy của (H) nên ta chỉ cần xét khi $x>0; y>0$. Khi đó

$x^2+y^2=k\left(|x|+|y|\right)$ thành $x^2+y^2=k(x+y) \Leftrightarrow \left(x-\frac{k}{2}\right)^2+\left(y-\frac{k}{2}\right)^2=\frac{k^2}{2}$ (H_1).

Do k là số nguyên dương nên (H_1) là đường tròn tâm $I\left(\frac{k}{2};\frac{k}{2}\right)$, bán kính $R=\frac{k}{\sqrt{2}}$.



Diện tích của $\left(H_1\right)$ ứng với $x>0; y>0$ là $S_1=\pi\frac{k^2}{2}-2\int\limits_0^k\left(\frac{k}{2}-\sqrt{\frac{k^2}{2}-\left(x-\frac{k}{2}\right)^2}\right)dx$.

Do tính đối xứng của $\left(H\right)$ nên $S=4S_1$.

$S<250\Leftrightarrow S_1<\frac{125}{2}\Leftrightarrow\pi\frac{k^2}{2}-2\int\limits_0^k\left(\frac{k}{2}-\sqrt{\frac{k^2}{2}-\left(x-\frac{k}{2}\right)^2}\right)dx<\frac{125}{2}$.

Dùng máy tính cầm tay, có thể thay trực tiếp các giá trị của k, thấy $k=6$ thỏa yêu cầu bài toán.

---------- HẾT ----------