

**ĐỀ THI CHÍNH THỨC**

(Đề thi có 06 trang)

Bài thi: Toán

Thời gian làm bài 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ và tên thí sinh: .....

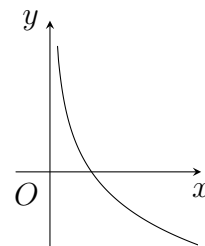
Mã đề thi 101

Số báo danh: .....

**Câu 1.**

Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

- A.  $y = \log_2 x$ .    B.  $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ .    C.  $y = 2^x$ .    D.  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ .



**Câu 2.** Tính thể tích  $V$  của khối cầu bán kính  $3r$ .

- A.  $V = 36\pi r^3$ .    B.  $V = 9\pi r^3$ .    C.  $V = 4\pi r^3$ .    D.  $V = 108\pi r^3$ .

**Câu 3.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = 2$  và  $u_4 = -54$ . Công bội  $q$  của cấp số nhân đã cho bằng

- A.  $-27$ .    B.  $3$ .    C.  $27$ .    D.  $-3$ .

**Câu 4.**

Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ. Số nghiệm của phương trình  $3f(x) - 4 = 0$  là

- A. 3.    B. 1.    C. 4.    D. 2.

$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$1$	$+\infty$				
$y'$		$+$	$0$	$-$	$0$	$-$			
$y$	$-\infty$	$\nearrow$	$4$	$\searrow$	$1$	$\nearrow$	$4$	$\searrow$	$-\infty$

**Câu 5.**

Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

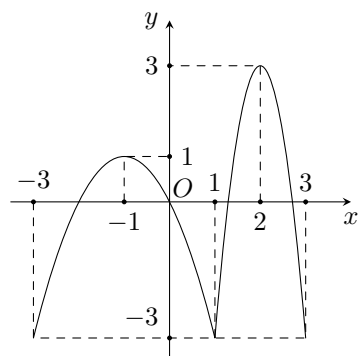
- A.  $(-\infty; 0)$ .    B.  $(2; +\infty)$ .  
C.  $(0; 2)$ .    D.  $(-1; 3)$ .

$x$	$-\infty$	$0$	$2$	$+\infty$			
$y'$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	
$y$	$+\infty$	$\searrow$	$-1$	$\nearrow$	$3$	$\searrow$	$-\infty$

**Câu 6.**

Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị trên đoạn  $[-3; 3]$  như hình vẽ. Trên đoạn  $[-3; 3]$ , giá trị lớn nhất của hàm số  $y = f(x)$  bằng

- A.  $-1$ .    B.  $2$ .    C.  $-3$ .    D.  $3$ .



**Câu 7.** Số cách sắp xếp 5 người đứng thành một hàng dọc bằng

- A.  $5^5$ .    B.  $5$ .    C.  $5!$ .    D.  $25$ .

**Câu 8.** Cho  $a$  là số thực dương. Hãy biểu diễn biểu thức  $P = a^2 \cdot \sqrt[3]{a}$  dưới dạng lũy thừa của  $a$  với số mũ hữu tỉ.

- A.  $P = a^{\frac{5}{3}}$ .      B.  $P = a^{\frac{2}{3}}$ .      C.  $P = a^{\frac{7}{3}}$ .      D.  $P = a^{\frac{4}{3}}$ .

**Câu 9.** Thể tích khối hộp chữ nhật có ba kích thước 2, 4, 6 bằng

- A. 8.      B. 16.      C. 12.      D. 48.

**Câu 10.** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{3x - 4}{-x + 2}$  là đường thẳng có phương trình

- A.  $y = 2$ .      B.  $x = -3$ .      C.  $x = 2$ .      D.  $y = -3$ .

**Câu 11.** Cho khối chóp có diện tích đáy bằng  $5 \text{ cm}^2$  và chiều cao bằng  $6 \text{ cm}$ . Thể tích của khối chóp là

- A.  $10 \text{ cm}^3$ .      B.  $30 \text{ cm}^3$ .      C.  $60 \text{ cm}^3$ .      D.  $50 \text{ cm}^3$ .

**Câu 12.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x(x + 1)^2(x - 1)^3, \forall x \in \mathbb{R}$ . Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 1.      B. 3.      C. 2.      D. 0.

**Câu 13.** Biết  $\int_0^1 f(x) dx = -2$  và  $\int_0^1 g(x) dx = 3$ , khi đó  $\int_0^1 [f(x) - g(x)] dx$  bằng

- A. 5.      B. -5.      C. -1.      D. 1.

**Câu 14.** Xét nguyên hàm  $I = \int x\sqrt{x+2} dx$ . Nếu đặt  $t = \sqrt{x+2}$  thì ta được

- A.  $I = \int (2t^4 - 4t^2) dt$ .      B.  $I = \int (2t^4 - t^2) dt$ .  
C.  $I = \int (t^4 - 2t^2) dt$ .      D.  $I = \int (4t^4 - 2t^2) dt$ .

**Câu 15.** Cho  $f(x), g(x)$  là các hàm số xác định, liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A.  $\int f(x)g(x) dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx$ .  
B.  $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$ .  
C.  $\int 2f(x) dx = 2 \int f(x) dx$ .  
D.  $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$ .

**Câu 16.** Đạo hàm của hàm số  $y = 8^{x^2+1}$  là

- A.  $6x(x^2 + 1) \cdot 8^{x^2} \cdot \ln 2$ .      B.  $(x^2 + 1) \cdot 8^{x^2}$ .  
C.  $6x \cdot 8^{x^2+1} \cdot \ln 2$ .      D.  $2x \cdot 8^{x^2}$ .

**Câu 17.** Cho  $0 < a \neq 2$ . Tính  $I = \log_{\frac{a}{2}} \left( \frac{a^2}{4} \right)$ .

- A.  $I = -\frac{1}{2}$ .      B.  $I = 2$ .      C.  $I = \frac{1}{2}$ .      D.  $I = -2$ .

**Câu 18.** Cho hình nón có bán kính đáy  $r$ , độ dài đường sinh  $l$ . Diện tích xung quanh của hình nón được tính theo công thức nào dưới đây?

- A.  $S_{xq} = \frac{1}{3}\pi r l$ .      B.  $S_{xq} = \pi r l$ .      C.  $S_{xq} = 2\pi r l$ .      D.  $S_{xq} = \frac{4}{3}\pi r l$ .

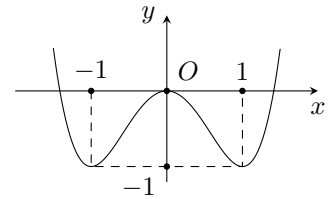
**Câu 19.** Cho hình lăng trụ đứng tam giác có nửa chu vi đáy bằng 10 và chiều cao bằng 6. Diện tích xung quanh của hình lăng trụ là

- A.  $S = 120$ .      B.  $S = 40$ .      C.  $S = 60$ .      D.  $S = 20$ .

**Câu 20.**

Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?

- A.  $y = -x^3 + 3x$ .      B.  $y = x^4 - 2x^2$ .  
C.  $y = x^3 - 3x$ .      D.  $y = -x^4 + 2x^2$ .



**Câu 21.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $AB = 2a$ ,  $AD = 3a$ , mặt bên  $SAB$  là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SCD)$  bằng

- A.  $60^\circ$ .      B.  $45^\circ$ .      C.  $90^\circ$ .      D.  $30^\circ$ .

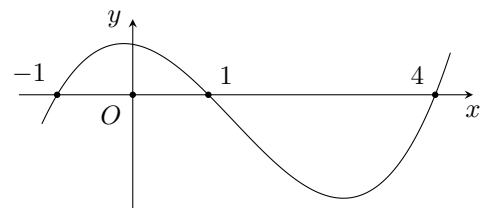
**Câu 22.** Cắt một chiếc mũ sinh nhật làm bằng giấy có dạng nón theo một đường sinh của nó rồi trải ra trên mặt phẳng ta được một nửa hình tròn có bán kính 20 cm. Tính chiều cao của chiếc mũ ban đầu.

- A.  $10\sqrt{3}$  cm.      B. 20 cm.      C. 10 cm.      D.  $10\sqrt{5}$  cm.

**Câu 23.**

Cho hàm số bậc bốn  $y = f(x)$  có đồ thị đạo hàm  $y = f'(x)$  như hình vẽ. Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?

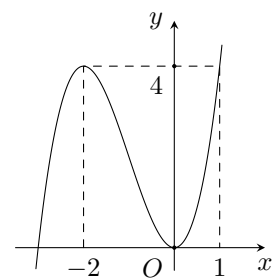
- A.  $x = 4$ .      B.  $x = -1$ .      C.  $x = 1$ .      D.  $x = 0$ .



**Câu 24.**

Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $g(x) = \frac{2023}{f(x)}$  là

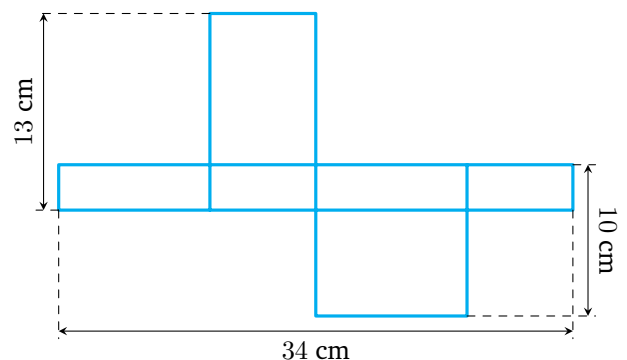
- A. 3.      B. 1.      C. 0.      D. 2.



**Câu 25.**

Một chiếc hộp bằng giấy có dạng hình hộp chữ nhật (có nắp). Người ta cắt theo các cạnh của hộp và trải các mặt của hộp lên một mặt phẳng (xem hình vẽ). Dung tích của chiếc hộp ban đầu bằng

- A.  $210 \text{ cm}^3$ .      B.  $160 \text{ cm}^3$ .  
C.  $280 \text{ cm}^3$ .      D.  $130 \text{ cm}^3$ .



**Câu 26.** Tất cả các giá trị của  $x$  thỏa mãn bất phương trình  $\log_{\frac{\pi}{4}}(x^2 - 3x) < \log_{\frac{\pi}{4}}(x + 4)$  là

A.  $2 - 2\sqrt{2} < x < 2 + 2\sqrt{2}$ .

B.  $\begin{cases} x < 2 - 2\sqrt{2} \\ x > 2 + 2\sqrt{2} \end{cases}$ .

C.  $\begin{cases} -4 < x < 2 - 2\sqrt{2} \\ x > 2 + 2\sqrt{2} \end{cases}$ .

D.  $2 - 2\sqrt{2} < x < 0$ .

**Câu 27.** Cho hình chóp tam giác  $S.ABC$  có  $M$  là trung điểm  $SA$ ,  $N$  là điểm thuộc cạnh  $SB$  sao cho  $SN = 2NB$ . Tỉ số của thể tích khối chóp  $S.ABC$  và thể tích khối chóp  $S.MNC$  bằng

- A. 6.                      B.  $\frac{1}{6}$ .                      C. 3.                      D.  $\frac{1}{3}$ .

**Câu 28.** Cho hình lăng trụ tam giác  $ABC.A'B'C'$  có  $AB, AC, AA'$  đôi một vuông góc với nhau. Biết  $AB = a, AC = 2a, AA' = 3a$ , tính theo  $a$  thể tích  $V$  của khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ .

- A.  $V = a^3$ .                      B.  $V = 3a^3$ .                      C.  $V = 6a^3$ .                      D.  $V = 2a^3$ .

**Câu 29.** Biết rằng  $\int_0^1 xe^{x^2+2} dx = \frac{a}{2}(e^b - e^c)$ , với  $a, b, c \in \mathbb{N}^*$ . Giá trị của  $a + b + c$  bằng

- A. 7.                      B. 5.                      C. 6.                      D. 4.

**Câu 30.** Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào đồng biến trên  $\mathbb{R}$ ?

- A.  $y = x^3 + 3x + 1$ .                      B.  $y = x^2 - 3x$ .                      C.  $y = -x^3 - 2x$ .                      D.  $y = x^3 - 3x + 1$ .

**Câu 31.** Số nghiệm của phương trình  $\log_2(x - 3) + \log_2(x - 1) = 3$  là

- A. 0.                      B. 2.                      C. 1.                      D. 3.

**Câu 32.** Tìm tập nghiệm  $S$  của phương trình  $4^x - 6 \cdot 2^x + 8 = 0$ .

- A.  $S = (1; 2)$ .                      B.  $S = \{1; 2\}$ .                      C.  $S = (2; 4)$ .                      D.  $S = \{2; 4\}$ .

**Câu 33.** Tích phân  $I = \int_1^2 (2x - 1) \ln x dx$  bằng

- A.  $I = 2 \ln 2 + \frac{1}{2}$ .                      B.  $I = \frac{1}{2}$ .                      C.  $I = 2 \ln 2$ .                      D.  $I = 2 \ln 2 - \frac{1}{2}$ .

**Câu 34.** Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 2$  trên đoạn  $[-2; 1]$ . Giá trị của biểu thức  $2M - m$  bằng

- A. 12.                      B. 18.                      C. 20.                      D. 22.

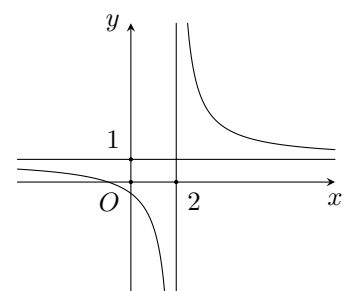
**Câu 35.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang vuông tại  $A$  và  $B$ ,  $AB = BC = a$ ,  $AD = 2a$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy. Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $SA$  và  $CD$  bằng

- A.  $a\sqrt{2}$ .                      B.  $a\sqrt{5}$ .                      C.  $a$ .                      D.  $2a$ .

**Câu 36.**

Với các số thực  $a, b, c, d$  ( $ac \neq 0, ad - bc \neq 0$ ), cho hàm số  $y = \frac{ax + b}{cx + d}$  có đồ thị như hình vẽ. Tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số là

- A.  $(1; 2)$ .                      B.  $(2; 1)$ .                      C.  $(-2; -1)$ .                      D.  $(-1; -2)$ .



**Câu 37.** Một nhóm gồm 2 người đàn ông, 3 người phụ nữ và 4 trẻ em. Chọn ngẫu nhiên 4 người từ nhóm người đã cho. Xác suất để 4 người được chọn có cả đàn ông, phụ nữ và trẻ em bằng

- A.  $\frac{8}{21}$ .                      B.  $\frac{4}{7}$ .                      C.  $\frac{2}{7}$ .                      D.  $\frac{3}{7}$ .

**Câu 38.** Họ các nguyên hàm của hàm số  $y = xe^x$  là

- A.  $x^2e^x + C$ .                      B.  $(x - 1)e^x + C$ .                      C.  $(x + 1)e^x + C$ .                      D.  $xe^x + C$ .

**Câu 39.** Cho hình chóp đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $2a$ , khoảng cách từ tâm đáy đến một mặt bên bằng  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ . Thể tích của khối chóp  $S.ABCD$  bằng

- A.  $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{9}$ .                      B.  $V = \frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$ .                      C.  $V = \frac{4\sqrt{3}a^3}{9}$ .                      D.  $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$ .

**Câu 40.** Một hình nón nằm trong một hình trụ sao cho đáy của hình nón trùng với một đáy của hình trụ còn đỉnh của hình nón trùng với tâm của đáy còn lại của hình trụ. Biết tỉ số của diện tích toàn phần của hình trụ và diện tích toàn phần của hình nón là  $\frac{7}{4}$ , tính tỉ số của chiều cao và bán kính đáy của hình trụ.

- A.  $\frac{12}{5}$ .                      B.  $\frac{5}{12}$ .                      C.  $\frac{3}{4}$ .                      D.  $\frac{4}{3}$ .

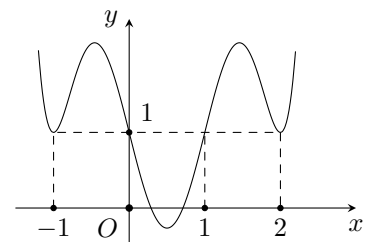
**Câu 41.** Cho hàm số  $y = \frac{x - m^2 - 2}{x - m}$ , với  $m$  là tham số. Gọi  $S$  là tập các giá trị của  $m$  để giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn  $[0; 4]$  bằng  $-1$ . Tổng tất cả các phần tử của  $S$  bằng

- A.  $-6$ .                      B.  $-1$ .                      C.  $1$ .                      D.  $-3$ .

**Câu 42.**

Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số  $g(x) = f(-2x) + 2x$  là

- A. 1.                      B. 2.                      C. 3.                      D. 4.



**Câu 43.** Có bao nhiêu số nguyên  $x$  thỏa mãn

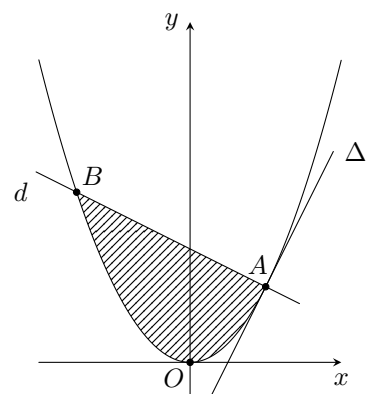
$$(\log_3(x^2 + 10) - \log_3(x + 40)) (32 - 2^{x-1}) \geq 0?$$

- A. Vô số.                      B. 38.                      C. 36.                      D. 37.

**Câu 44.**

Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho parabol  $(P) : y = x^2$  và một điểm  $A(a; a^2)$  ( $a > 0$ ) nằm trên  $(P)$ . Gọi  $\Delta$  là tiếp tuyến của  $(P)$  tại  $A$ ,  $d$  là đường thẳng qua  $A$  vuông góc với  $\Delta$ . Biết diện tích của hình phẳng giới hạn bởi  $(P)$  và  $d$  (phần gạch sọc) đạt giá trị nhỏ nhất, khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.  $a \in \left(1; \frac{3}{2}\right]$ .                      B.  $a \in \left(0; \frac{1}{4}\right]$ .  
 C.  $a \in \left[\frac{1}{4}; \frac{2}{3}\right]$ .                      D.  $a \in \left[\frac{2}{3}; 1\right]$ .



**Câu 45.** Biết rằng đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 2$  cắt đường thẳng  $d : y = m(x - 1)$  tại ba điểm phân biệt có hoành độ  $x_1, x_2, x_3$ . Số giá trị nguyên của  $m$  thuộc đoạn  $[-10; 10]$  để  $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 > 5$  là

- A. 13.                      B. 10.                      C. 12.                      D. 11.

**Câu 46.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  thuộc đoạn  $[-21; 21]$  để hai phương trình  $4x+1 + 2x+4 = 2x+2 + 16$  và  $|m - 9| \cdot 3x-2 + m \cdot 9x-1 = 1$  là hai phương trình tương đương?

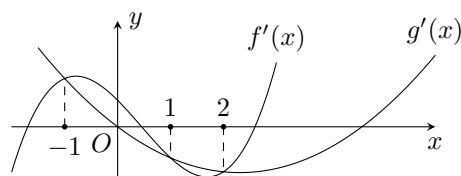
- A. 32.                      B. 11.                      C. 10.                      D. 31.

**Câu 47.** Cho hai hình nón có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 8. Trục của hai hình nón vuông góc với nhau và cắt nhau tại một điểm cách đáy của mỗi hình nón một khoảng bằng 3. Một hình cầu bán kính  $r$  nằm bên trong cả hai hình nón. Biết giá trị lớn nhất của  $r^2$  bằng  $\frac{m}{n}$ , với  $m$  và  $n$  là hai số nguyên dương nguyên tố cùng nhau. Tính  $m - n$ .

- A. -152.                      B. 152.                      C. -136.                      D. 136.

**Câu 48.**

Cho các hàm số  $f(x) = mx^4 + nx^3 + px^2 + qx + r$  và  $g(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ , ( $m, n, p, q, r, a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ) thỏa mãn  $f(0) = g(0)$ . Đồ thị các hàm số đạo hàm  $y = f'(x)$ ,  $y = g'(x)$  như hình vẽ. Số nghiệm của phương trình  $f(x) = g(x)$  là

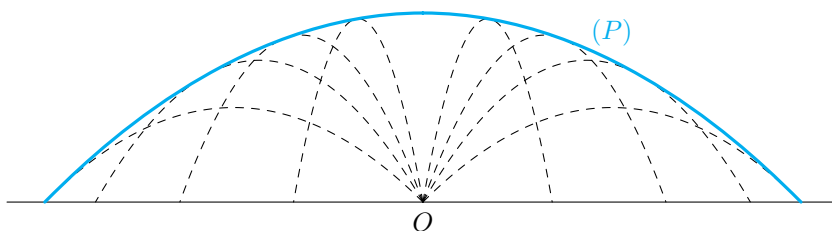


- A. 1.                      B. 4.                      C. 3.                      D. 2.

**Câu 49.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $M$  là trung điểm của cạnh  $SA$ . Mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua  $M$  và song song với mặt phẳng  $(SBC)$  chia khối chóp  $S.ABCD$  thành hai phần. Tính tỉ số của thể tích phần chứa đỉnh  $S$  và thể tích phần còn lại.

- A.  $\frac{5}{16}$ .                      B.  $\frac{5}{11}$ .                      C.  $\frac{16}{5}$ .                      D.  $\frac{11}{5}$ .

**Câu 50.** Một vật nặng được bắn lên từ điểm  $O$  trên mặt đất với vận tốc ban đầu  $v_0 = 10$  m/s, các góc bắn  $\alpha$  với  $30^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$  (bỏ qua sức cản không khí và coi gia tốc rơi tự do là  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>). Cho biết với góc bắn  $\alpha < 90^\circ$  thì quỹ đạo của vật là một phần của parabol  $y = x \tan \alpha - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2$  và xét trên một mặt phẳng thẳng đứng, khi  $\alpha$  thay đổi thì các quỹ đạo của vật nặng sinh ra một hình phẳng giới hạn bởi một phần của parabol  $(P)$  và mặt đất (xem hình vẽ), thể tích của vùng không gian chứa tất cả các vị trí có thể của vật nặng gần nhất với giá trị nào sau đây



- A. 802,6 m<sup>3</sup>.                      B. 785,4 m<sup>3</sup>.                      C. 589,1 m<sup>3</sup>.                      D. 644,3 m<sup>3</sup>.

HẾT

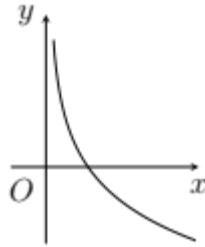
Thí sinh không sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

## BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.A	3.B	4.C	5.C	6.D	7.C	8.C	9.D	10.D
11.A	12.C	13.B	14.A	15.A	16.C	17.B	18.B	19.A	20.B
21.A	22.A	23.C	24.D	25.A	26.C	27.C	28.B	29.C	30.A
31.C	32.B	33.D	34.D	35.A	36.B	37.B	38.B	39.B	40.D
41.D	42.B	43.C	44.C	45.C	46.B	47.B	48.D	49.D	50.B

## LỜI GIẢI CHI TIẾT

**Câu 1:** Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A.  $y = \log_2 x$ .

**B.**  $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ .

C.  $y = 2^x$ .

D.  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

**Câu 2:** Tính thể tích  $V$  của khối cầu có bán kính  $3r$ .

**A.**  $V = 36\pi r^3$ .

B.  $V = 9\pi r^3$ .

C.  $V = 4\pi r^3$ .

D.  $V = 108\pi r^3$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi(3r)^3 = 36\pi r^3$ .

**Câu 3:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = 2$  và  $u_4 = 54$ . Công bội  $q$  của cấp số nhân đã cho là

A.  $-27$ .

**B.**  $3$ .

C.  $27$ .

D.  $-3$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có  $u_4 = 54 \Leftrightarrow u_1 \cdot q^3 = 54 \Rightarrow q^3 = \frac{54}{u_1} = \frac{54}{2} = 27 \Rightarrow q = 3$ .

**Câu 4:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ. Số nghiệm của phương trình  $3f(x) - 4 = 0$  là

$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$1$	$+\infty$
$y'$	$+$	$0$	$-$	$0$	$-$
$y$	$-\infty$	$4$	$1$	$4$	$-\infty$

A.  $3$ .

B.  $1$ .

**C.**  $4$ .

D.  $2$ .

Lời giải

**Chọn C**

Ta có  $3f(x) - 4 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{4}{3}$

Đường thẳng  $y = \frac{4}{3}$  cắt đồ thị hàm số  $y = f(x)$  tại 4 điểm nên phương trình  $f(x) = \frac{4}{3}$  có 4 nghiệm.

**Câu 5:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ.

$x$	$-\infty$	$0$	$2$	$+\infty$			
$y'$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	
$y$	$+\infty$		$-1$		$3$		$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A.  $(-\infty; 0)$

B.  $(2; +\infty)$

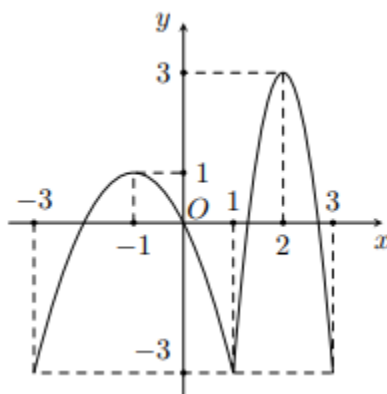
**C.  $(0; 2)$**

D.  $(-1; 3)$

Lời giải

**Chọn C**

**Câu 6:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị trên đoạn  $[-3; 3]$  như hình vẽ.



Trên đoạn  $[-3; 3]$ , giá trị lớn nhất của hàm số  $y = f(x)$  bằng

A.  $-1$

B.  $2$

C.  $-3$

**D.  $3$**

Lời giải

**Chọn D**

**Câu 7:** Số cách sắp xếp 5 người đứng thành một hàng dọc bằng

A.  $5^5$

B.  $5$

**C.  $5!$**

D.  $25$

Lời giải

**Chọn C**

**Câu 8:** Cho  $a$  là số thực dương. Hãy biểu diễn biểu thức  $P = a^2 \cdot \sqrt[3]{a}$  dưới dạng lũy thừa của  $a$  với số mũ hữu tỉ

A.  $P = a^{\frac{5}{3}}$

B.  $P = a^{\frac{2}{3}}$

**C.  $P = a^{\frac{7}{3}}$**

D.  $P = a^{\frac{4}{3}}$

Lời giải

**Chọn C**



**Câu 9:** Thể tích khối hộp chữ nhật có ba kích thước 2, 4, 6 bằng

A. 8

B. 16

C. 12

D. 48

Lời giải

**Chọn D**

Thể tích khối hộp đã cho là:  $2.4.6 = 48$ .

**Câu 10:** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{3x-4}{-x+2}$  là đường thẳng có phương trình

A.  $y = 2$

B.  $x = -3$

C.  $x = 2$

D.  $y = -3$

Lời giải

**Chọn D**

$$\text{Ta có } \left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x-4}{-x+2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3-\frac{4}{x}}{-1+\frac{2}{x}} = -3 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x-4}{-x+2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3-\frac{4}{x}}{-1+\frac{2}{x}} = -3 \end{array} \right. \text{ do đó đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là } y = -3.$$

**Câu 11:** Cho khối chóp có diện tích đáy bằng  $5 \text{ cm}^2$  và chiều cao bằng  $6 \text{ cm}$ . Thể tích của khối chóp là

A.  $10 \text{ cm}^3$ .

B.  $30 \text{ cm}^3$ .

C.  $60 \text{ cm}^3$ .

D.  $50 \text{ cm}^3$ .

Lời giải

**Chọn A**

Thể tích khối chóp đã cho bằng:  $\frac{1}{3}.5.6 = 10 \text{ cm}^3$ .

**Câu 12:** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x(x+1)^2(x-1)^3, \forall x \in \mathbb{R}$ . Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 0.

Lời giải

**Chọn C**

$$\text{Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow x(x+1)^2(x-1)^3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 1 \end{cases} \text{ trong đó các nghiệm } x = 0 \text{ và } x = 1 \text{ là các}$$

nghiệm bội lẻ do đó hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

**Câu 13:** Biết  $\int_0^1 f(x) dx = -2$  và  $\int_0^1 g(x) dx = 3$ , khi đó  $\int_0^1 [f(x) - g(x)] dx$  bằng

A. 5.

B. -5.

C. -1.

D. 1.

Lời giải

**Chọn B**

$$\text{Ta có } \int_0^1 [f(x) - g(x)] dx = \int_0^1 f(x) dx - \int_0^1 g(x) dx = -2 - 3 = -5.$$

**Câu 14:** Xét nguyên hàm  $I = \int x\sqrt{x+2}dx$ . Nếu đặt  $t = \sqrt{x+2}$  thì ta được

**A.**  $I = \int (2t^4 - 4t^2)dt$ .    **B.**  $I = \int (2t^4 - t^2)dt$ .

**C.**  $I = \int (t^4 - 2t^2)dt$ .    **D.**  $I = \int (4t^4 - 2t^2)dt$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Đặt  $t = \sqrt{x+2} \Rightarrow t^2 = x+2 \Rightarrow 2tdt = dx$ .

Ta có  $I = \int x\sqrt{x+2}dx = \int (t^2 - 2).t.2tdt = \int (2t^4 - 4t^2)dt$ .

**Câu 15:** Cho  $f(x), g(x)$  là các hàm số xác định, liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

**A.**  $\int f(x)g(x)dx = \int f(x)dx \cdot \int g(x)dx$ .

**B.**  $\int [f(x) - g(x)]dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$ .

**C.**  $\int 2f(x)dx = 2\int f(x)dx$ .

**D.**  $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 16:** Đạo hàm của hàm số  $y = 8^{x^2+1}$  là

**A.**  $6x(x^2+1).8^{x^2}.\ln 2$ .    **B.**  $(x^2+1).8^{x^2}$ .

**C.**  $6x.8^{x^2+1}.\ln 2$ .    **D.**  $2x.8^{x^2}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $y = 8^{x^2+1} \Rightarrow y' = 2x.8^{x^2+1}.\ln 8 = 6x.8^{x^2+1}.\ln 2$ .

**Câu 17:** Cho  $0 < a \neq 2$ . Tính  $I = \log_{\frac{a}{2}}\left(\frac{a^2}{4}\right)$ .

**A.**  $I = -\frac{1}{2}$ .

**B.**  $I = 2$ .

**C.**  $I = \frac{1}{2}$ .

**D.**  $I = -2$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có:  $I = \log_{\frac{a}{2}}\left(\frac{a^2}{4}\right) = \log_{\frac{a}{2}}\left(\left(\frac{a}{2}\right)^2\right) = 2$

**Câu 18:** Cho hình nón có bán kính đáy  $r$ , độ dài đường sinh  $l$ . Diện tích xung quanh của hình nón được tính theo công thức nào dưới đây?

**A.**  $S_{xq} = \frac{1}{3}\pi rl$ .

**B.**  $S_{xq} = \pi rl$ .

**C.**  $S_{xq} = 2\pi rl$ .

**D.**  $S_{xq} = \frac{4}{3}\pi rl$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

**Câu 19:** Cho hình lăng trụ đứng tam giác có nửa chu vi đáy bằng 10 và chiều cao bằng 6. Diện tích xung quanh của hình lăng trụ là

**A.**  $S = 120$ .

**B.**  $S = 40$ .

**C.**  $S = 60$ .

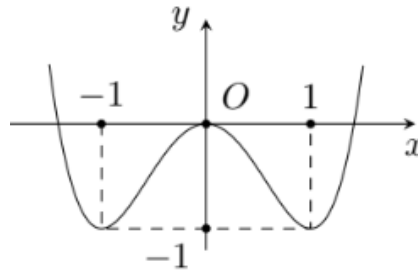
**D.**  $S = 20$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Diện tích xung quanh của hình lăng trụ là  $S_{xp} = h.2p = 6.2.10 = 120$

**Câu 20:** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



**A.**  $y = -x^3 + 3x.$

**B.**  $y = x^4 - 2x^2.$

**C.**  $y = x^3 - 3x.$

**D.**  $-x^4 + 2x^2.$

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta thấy đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm bậc 4 nên loại đáp án A và C

Dựa vào nhánh cuối của đồ thị ta được  $a > 0$  nên **chọn B**

**Câu 21:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $AB = 2a$ ,  $AD = 3a$ , mặt bên  $SAB$  là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SCD)$  bằng

**A.**  $60^\circ$

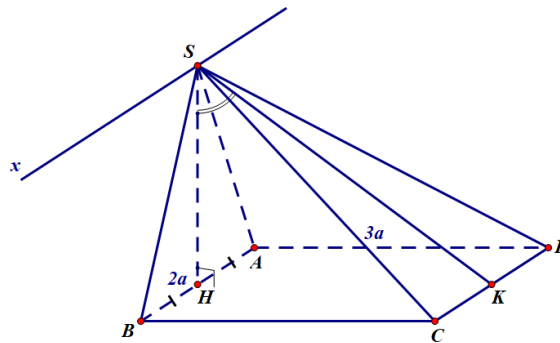
**B.**  $45^\circ$

**C.**  $90^\circ$

**D.**  $30^\circ$

**Lời giải**

**Chọn A**



Gọi  $H, K$  lần lượt là trung điểm của cạnh  $AB$  và  $CD$ . Khi đó, do  $\Delta SAB$  đều nên  $SH \perp AB$ .

$$\text{Ta có } \begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ SH \perp AB \\ AB = (SAB) \cap (ABCD) \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp HK.$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} S \in (SAB) \cap (SCD) \\ AB \subset (SAB); CD \subset (SCD) \Rightarrow (SAB) \cap (SCD) = Sx // AB // CD \\ AB // CD \end{cases}$$

$$\text{Mà } Sx \perp (SHK) \text{ vì } \begin{cases} Sx \perp SH; Sx \perp HK \\ SH \cap HK = H \end{cases}.$$

$$\text{Nên } ((SAB); (SCD)) = (SH, SK) \text{ với } SH = (SHK) \cap (SAB) \text{ và } SK = (SHK) \cap (SCD).$$

Ta tính góc  $SHK$ . Xét  $\Delta SHK$  vuông tại  $H$  có  $\tan SHK = \frac{HK}{SH} = \frac{3a}{2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{3} \Rightarrow SHK = 60^\circ$ .

Vậy  $(SH, SK) = SHK = 60^\circ$ .

**Câu 22:** Cắt một chiếc mũ sinh nhật làm bằng giấy có dạng nón theo một đường sinh của nó rồi trải ra trên mặt phẳng ta được một nửa hình tròn có bán kính 20 cm. Tính chiều cao của chiếc mũ ban đầu.

**A.**  $10\sqrt{3} \text{ cm}$

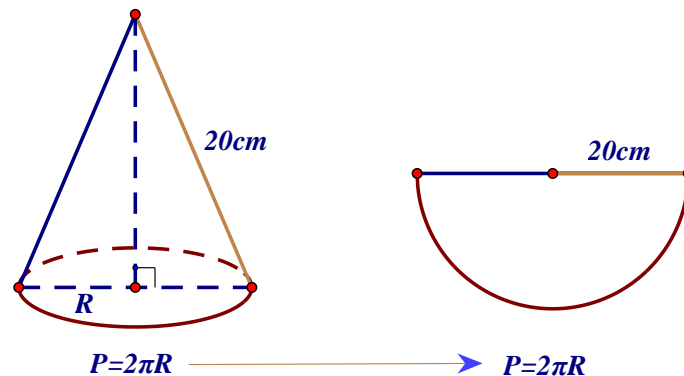
**B.** 20 cm

**C.** 10 cm

**D.**  $10\sqrt{5} \text{ cm}$

**Lời giải**

**Chọn A**

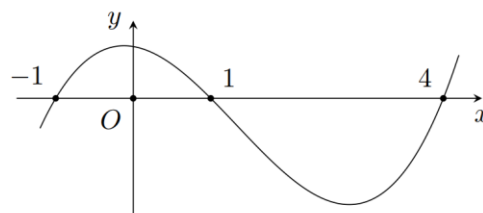


Đặt  $R$  là bán kính đáy của mũ sinh nhật. Khi đó, chu vi của đáy chiếc mũ là  $P = 2\pi R$ . Giá trị này bằng với độ dài cung tròn của nửa hình tròn bán kính 20 cm. Tức là

$$2\pi R = \frac{2\pi \cdot 20}{2} \Leftrightarrow R = 10$$

Như vậy, đường cao của mũ bằng  $h = \sqrt{20^2 - 10^2} = 10\sqrt{3} \text{ cm}$ .

**Câu 23:** Cho hàm số bậc bốn  $y = f(x)$  có đồ thị đạo hàm  $y = f'(x)$  như hình vẽ. Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?



**A.**  $x = 4$

**B.**  $x = -1$

**C.**  $x = 1$

**D.**  $x = 0$

**Lời giải**

**Chọn C**

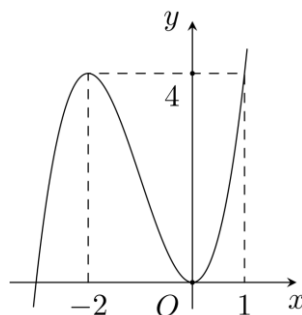
$x$	$-\infty$	$-1$	$1$	$4$	$+\infty$			
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+
$f(x)$		↘ ↗ ↘ ↗						

Dựa vào đồ thị  $f'(x)$ , ta lập bảng xét dấu của  $f'(x)$  và từ đó lập được bảng biến thiên của  $f(x)$ .

Dựa vào bảng biến thiên, ta có  $f(x)$  đạt cực đại tại điểm  $x=1$ .

**Câu 24:** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

$$g(x) = \frac{2023}{f(x)}$$
 là



A. 3

B. 1

C. 0

**D. 2**

Lời giải

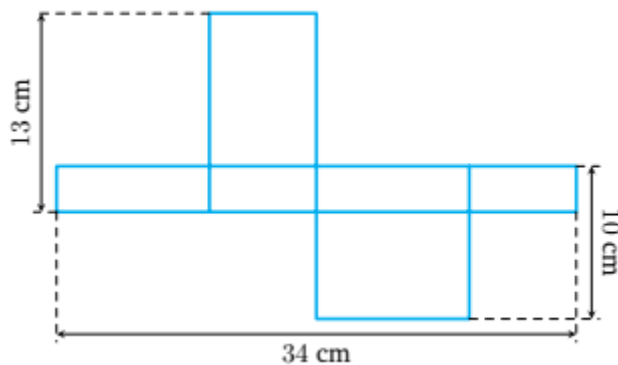
**Chọn D**

Điều kiện xác định:  $f(x) \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq a (a < -2) \end{cases}$ , suy ra đồ thị hàm số  $g(x)$  có hai đường tiệm

cận đứng  $x=0$  và  $x=a$ .

Vậy đồ thị hàm số  $g(x)$  có 2 đường tiệm cận đứng.

**Câu 25:** Một chiếc hộp giấy có dạng hình chữ nhật (có nắp). Người ta cắt theo các cạnh của hộp và trải các mặt của hộp lên một mặt phẳng (xem hình vẽ). Dung tích của hộp ban đầu bằng



**A. 210 cm<sup>3</sup>.**

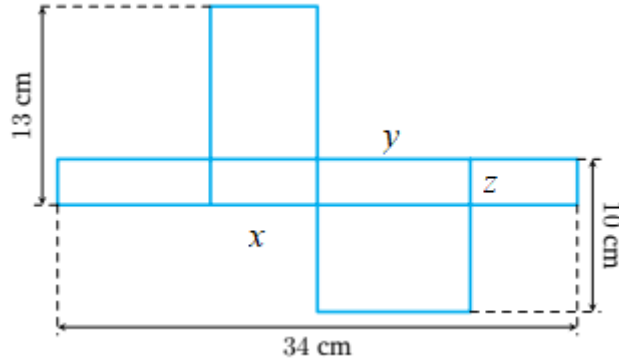
B. 160 cm<sup>3</sup>.

C. 280 cm<sup>3</sup>.

D. 130 cm<sup>3</sup>.

Lời giải

**Chọn A**



Gọi  $x, y, z$  lần lượt là độ dài chiều rộng, chiều dài và đường cao của hộp như hình vẽ.

Theo giả thiết ta có:

$$\begin{cases} 2x + 2y = 34 \\ z + y = 13 \\ z + x = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = 10 \\ z = 3 \end{cases}$$

Vậy  $V = x.y.z = 210 \text{ cm}^3$ .

**Câu 26:** Tất cả các giá trị nguyên của  $x$  thỏa mãn bất phương trình  $\log_{\frac{\pi}{4}}(x^2 - 3x) < \log_{\frac{\pi}{4}}(x + 4)$

- A.  $2 - 2\sqrt{2} < x < 2 + 2\sqrt{2}$ .      B.  $\begin{cases} x < 2 - 2\sqrt{2} \\ x > 2 + 2\sqrt{2} \end{cases}$ .
- C.  $\begin{cases} -4 < x < 2 - 2\sqrt{2} \\ x > 2 + 2\sqrt{2} \end{cases}$ .      D.  $2 - 2\sqrt{2} < x < 0$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\log_{\frac{\pi}{4}}(x^2 - 3x) < \log_{\frac{\pi}{4}}(x + 4) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x > x + 4 \\ x + 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x - 4 > 0 \\ x > -4 \end{cases}$$

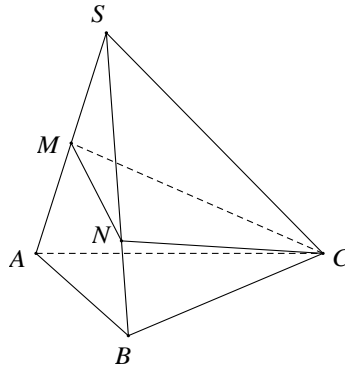
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 + 2\sqrt{2} \\ x < 2 - 2\sqrt{2} \\ x > -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 < x < 2 - 2\sqrt{2} \\ x > 2 + 2\sqrt{2} \end{cases}$$

**Câu 27:** Cho hình chóp tam giác  $S.ABC$  có  $M$  là trung điểm  $SA$ ,  $N$  là điểm thuộc cạnh  $SB$  sao cho  $SN = 2NB$ . Tỉ số thể tích khối chóp  $S.ABC$  và thể tích khối chóp  $S.MNC$  bằng

- A. 6.      B.  $\frac{1}{6}$ .      C. 3.      D.  $\frac{1}{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**



Ta có: 
$$\frac{V_{S.ABC}}{V_{S.MNC}} = \frac{SA.SB.SC}{SM.SN.SC} = \frac{2}{1} \cdot \frac{3}{2} = 3.$$

**Câu 28:** Cho hình lăng trụ tam giác  $ABC.A'B'C'$  có  $AB$ ,  $AC$ ,  $AA'$  đôi một vuông góc với nhau. Biết  $AB = a$ ,  $AC = 2a$ ,  $AA' = 3a$ , tính theo  $a$  thể tích  $V$  của khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ .

**A.**  $V = a^3$ .

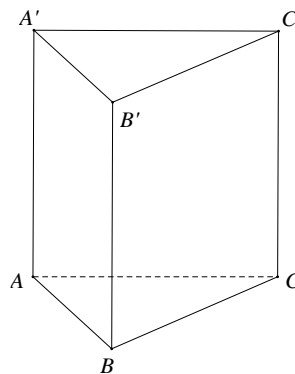
**B.**  $V = 3a^3$ .

**C.**  $V = 6a^3$ .

**D.**  $V = 2a^3$ .

**Lời giải**

**Chọn B**



$$V_{ABC.A'B'C'} = \frac{1}{2} AB.AC.AA' = 3a^3.$$

**Câu 29:** Biết rằng  $\int_0^1 x e^{x^2+2} dx = \frac{a}{2}(e^b - e^c)$ , với  $a, b, c \in \mathbb{N}^*$ . Giá trị của  $a+b+c$  bằng

**A.** 7.

**B.** 5.

**C.** 6.

**D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn C**

Xét  $I = \int_0^1 x e^{x^2+2} dx$ .

Đặt  $u = e^{x^2+2} \Rightarrow du = 2x.e^{x^2+2} dx \Rightarrow x.e^{x^2+2} dx = \frac{du}{2}$ .

Đổi cận

$x$	$u$
0	$e^2$
1	$e^3$

Khi đó,  $I = \frac{1}{2} \cdot \int_{e^2}^{e^3} du = \frac{1}{2} (e^3 - e^2)$ .

Suy ra  $a = 1; b = 3; c = 2$ . Vậy  $a + b + c = 6$ .

**Câu 30:** Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào đồng biến trên  $\mathbb{R}$  ?

- A.**  $y = x^3 + 3x + 1$ .      **B.**  $y = x^2 - 3x$ .      **C.**  $y = -x^3 - 2x$ .      **D.**  $y = x^3 - 3x + 1$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Xét đáp án A, hàm số  $y = x^3 + 3x + 1$  có  $y' = 3x^2 + 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ .

Do đó hàm số trên đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

**Câu 31:** Số nghiệm của phương trình  $\log_2(x-3) + \log_2(x-1) = 3$  là

- A.** 0.      **B.** 2.      **C.** 1.      **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có:

$$\log_2(x-3) + \log_2(x-1) = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3 > 0 \\ \log_2[(x-3)(x-1)] = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ (x-3)(x-1) = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x = 5 \\ x = -1 \end{cases} \Rightarrow x = 5$$

Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm.

**Câu 32:** Tìm tập nghiệm  $S$  của phương trình  $4^x - 6 \cdot 2^x + 8 = 0$ .

- A.**  $S = (1; 2)$ .      **B.**  $S = \{1; 2\}$ .      **C.**  $S = (2; 4)$ .      **D.**  $S = \{2; 4\}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\text{Ta có } 4^x - 6 \cdot 2^x + 8 = 0 \Leftrightarrow (2^x)^2 - 6 \cdot 2^x + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 4 \\ 2^x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 1 \end{cases}$$

Vậy  $S = \{1; 2\}$ .

**Câu 33:** Cho Tích phân  $I = \int_1^2 (2x-1) \ln x dx$  bằng

- A.**  $I = 2 \ln 2 + \frac{1}{2}$       **B.**  $I = \frac{1}{2}$ .      **C.**  $I = 2 \ln 2$ .      **D.**  $I = 2 \ln 2 - \frac{1}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln x \\ dv = (2x-1) dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} \\ v = x^2 - x \end{cases}$$

$$\text{Do đó } I = (x^2 - x) \ln x \Big|_1^2 - \int_1^2 (x-1) dx = 2 \ln 2 - \left( \frac{x^2}{2} - x \right) \Big|_1^2 = 2 \ln 2 - \frac{1}{2}$$

**Câu 34:** Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và gtn của hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 2$  trên đoạn  $[-2; 1]$ . Giá trị của biểu thức  $2M - m$  bằng



A. 12.

B. 18.

C. 20.

D. 22.

Lời giải

Chọn D

$$y' = 3x^2 - 6x.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [-2; 1] \\ x = 2 \notin [-2; 1] \end{cases}$$

$$y(-2) = -18; y(0) = 2; y(1) = 0$$

Do đó giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn  $[-2; 1]$  là  $M = 2; m = -18$ .

$$\text{Vậy } 2M - m = 2 \cdot 2 - (-18) = 22.$$

**Câu 35:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang vuông tại  $A$  và  $B$ ,  $AB = BC = a$ ,  $AD = 2a$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy. Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $SA$  và  $CD$  bằng

A.  $a\sqrt{2}$ .

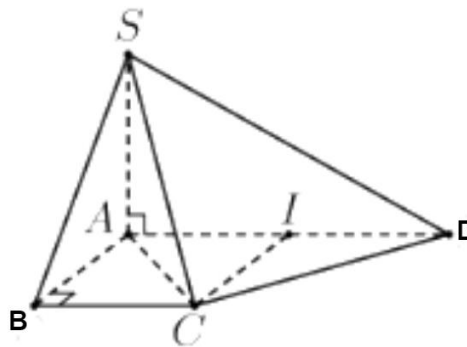
B.  $a\sqrt{5}$ .

C.  $a\sqrt{5}$ .

D.  $2a$ .

Lời giải

Chọn A



Gọi  $I$  là trung điểm của  $AD$ .

Vì  $AD = 2a; I$  là trung điểm  $AD \Rightarrow AI = ID = a$ .

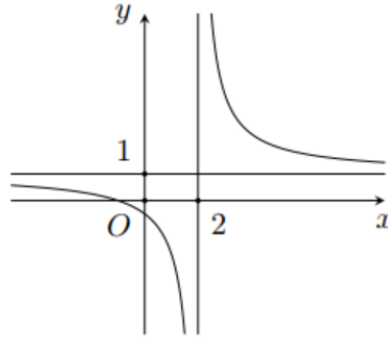
Tứ giác  $ABCI$  có  $AI = BC = a; AI \parallel BC \Rightarrow ABCI$  là hình bình hành.

$$\Rightarrow AB = CI = a.$$

Tam giác  $ACD$  có trung tuyến  $CI = \frac{1}{2}AD = AI = ID$  nên  $\triangle ACD$  vuông ở  $C \Rightarrow CD \perp AC$ .

$$\text{Ta có } SA \perp AC, CD \perp AC \Rightarrow d(SA, CD) = AC = a\sqrt{2}.$$

**Câu 36:** Với các số thực  $a, b, c, d$  ( $ac \neq 0; ad - bc \neq 0$ ), cho hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  có đồ thị như hình vẽ. Tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số là.



- A. (1;2).                      B. (2;1).                      C. (-2;-1).                      D. (-1;-2).

Lời giải

**Chọn B**

Tâm đối xứng là giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số  $x = 2; y = 1$

**Câu 37:** Một nhóm gồm 2 người đàn ông, 3 người phụ nữ và 4 trẻ em. Chọn ngẫu nhiên 4 người từ nhóm người đã cho. Xác suất để 4 người được chọn có cả đàn ông, phụ nữ và trẻ em bằng?

- A.  $\frac{8}{21}$ .                      B.  $\frac{4}{7}$ .                      C.  $\frac{2}{7}$ .                      D.  $\frac{3}{7}$ .

Lời giải

**Chọn B**

Không gian mẫu :  $n(\Omega) = C_9^4 = 126$

Gọi A là biến cố : 4 người được chọn có cả đàn ông, phụ nữ và trẻ em

- Chọn 1 đàn ông, 1 phụ nữ và 2 trẻ em:  $C_2^1 \cdot C_3^1 \cdot C_4^2 = 36$

- Chọn 1 đàn ông, 2 phụ nữ và 1 trẻ em:  $C_2^1 \cdot C_3^2 \cdot C_4^1 = 24$

- Chọn 2 đàn ông, 1 phụ nữ và 1 trẻ em:  $C_2^2 \cdot C_3^1 \cdot C_4^1 = 12$

Áp dụng quy tắc cộng  $\Rightarrow n_A = 72$

$$\Rightarrow P_A = \frac{72}{126} = \frac{4}{7}$$

**Câu 38:** Họ các nguyên hàm của hàm số  $y = xe^x$  là?

- A.  $x^2e^x + C$ .                      B.  $(x-1)e^x + C$ .                      C.  $(x+1)e^x + C$ .                      D.  $xe^x + C$ .

Lời giải

**Chọn B**

Xét  $\int xe^x dx$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = e^x \end{cases}$$

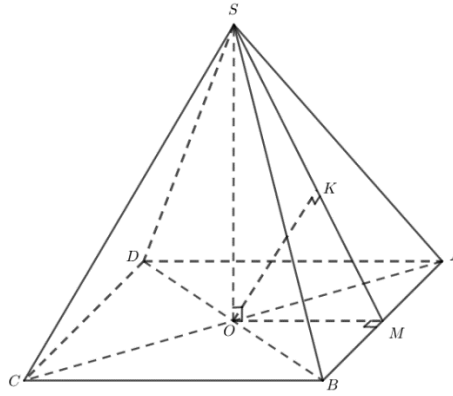
$$\int xe^x dx = xe^x - \int e^x dx = xe^x - e^x + C = (x-1)e^x + C$$

**Câu 39:** Cho hình chóp đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $2a$ , khoảng cách từ tâm đáy đến một mặt bên bằng  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ . Thể tích của khối chóp  $S.ABCD$  bằng

- A.  $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{9}$ .                      B.  $V = \frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$ .                      C.  $V = \frac{4\sqrt{3}a^3}{9}$ .                      D.  $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$ .

Lời giải

**Chọn B**



Gọi  $O$  là tâm của hình vuông  $ABCD$ .

Vì hình chóp  $S.ABCD$  đều nên ta có  $SO \perp (ABCD)$ .

Gọi  $M$  là trung điểm của  $AB$ , kẻ  $OK \perp SM$  (1).

Ta có:  $\begin{cases} AB \perp OM \\ AB \perp SO \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SOK) \Rightarrow AB \perp OK$  (2).

Từ (1) và (2) suy ra  $OK \perp (SAB)$ . Khi đó  $d(O; (SAB)) = OK = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

Xét  $\triangle SMO$  vuông tại  $O$ , ta có:  $\frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OM^2} = \frac{1}{OK^2} \Leftrightarrow \frac{1}{SO^2} = \frac{1}{OK^2} - \frac{1}{OM^2} \Rightarrow SO = a\sqrt{3}$ .

Vậy thể tích khối chóp đều  $S.ABCD$  là  $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot (2a)^2 = \frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$ .

**Câu 40:** Một hình nón nằm trong một hình trụ sao cho đáy của hình nón trùng với một đáy của hình trụ còn đỉnh của hình nón trùng với tâm của đáy còn lại của hình trụ. Biết tỉ số của diện tích toàn phần của hình trụ và diện tích toàn phần của hình nón là  $\frac{7}{4}$ , tính tỉ số của chiều cao và bán kính đáy của hình trụ.

A.  $\frac{12}{5}$ .

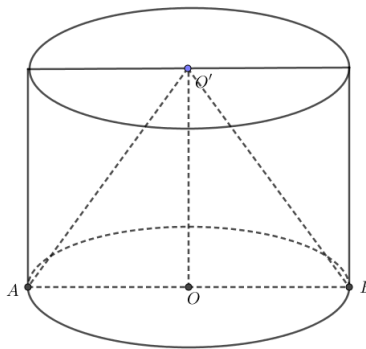
B.  $\frac{5}{12}$ .

C.  $\frac{3}{4}$ .

**D.  $\frac{4}{3}$ .**

**Lời giải**

**Chọn D**



Gọi độ dài bán kính đáy và chiều cao của hình trụ lần lượt là  $r, h$  (với  $r, h > 0$ ).

Gọi độ dài đường sinh của hình nón là  $l$  (với  $l > 0$ ).

Ta có:  $\frac{7}{4} = \frac{2\pi r^2 + 2\pi rh}{\pi r^2 + \pi rl} \Leftrightarrow \frac{7}{4} = \frac{2(r+h)}{r+l}$ .

$\Leftrightarrow 7(r+l) = 8(r+h) \Leftrightarrow r+8h = 7\sqrt{r^2+h^2}$ .

$\Leftrightarrow (r+8h)^2 = 7(r^2+h^2) \Leftrightarrow 15h^2 + 16rh - 48r^2 = 0$ .

$\Leftrightarrow 15\left(\frac{h}{r}\right)^2 + 16\frac{h}{r} - 48 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{h}{r} = \frac{4}{3} \\ \frac{h}{r} = -\frac{12}{5} < 0 \end{cases}$

Vậy  $\frac{h}{r} = \frac{4}{3}$ .

**Câu 41:** Cho hàm số  $y = \frac{x-m^2-2}{x-m}$ , với  $m$  là tham số. Gọi  $S$  là tập các giá trị của  $m$  để giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn  $[0;4]$  bằng  $-1$ . Tổng tất cả các phần tử của  $S$  bằng

- A.**  $-6$ .                      **B.**  $-1$ .                      **C.**  $1$ .                      **D.**  $-3$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

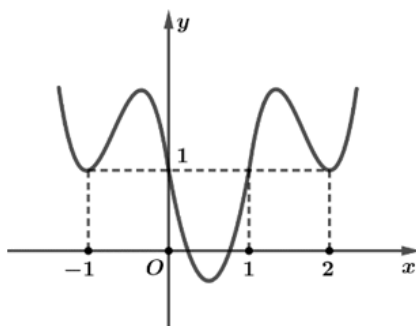
Ta có:  $y' = \frac{m^2 - m + 2}{(x+m)^2} > 0, \forall x \neq m$ .

Suy ra  $\max_{[0;4]} y = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} y(4) = -1 \\ m \notin [0;4] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + m - 6 = 0 \\ m > 4 \\ m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -3 \\ m > 4 \\ m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = -3$ .

Khi đó  $S = \{-3\}$ .

Tổng tất cả các phần tử của  $S$  bằng  $-3$ .

**Câu 42:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số  $g(x) = f(-2x) + 2x$  là



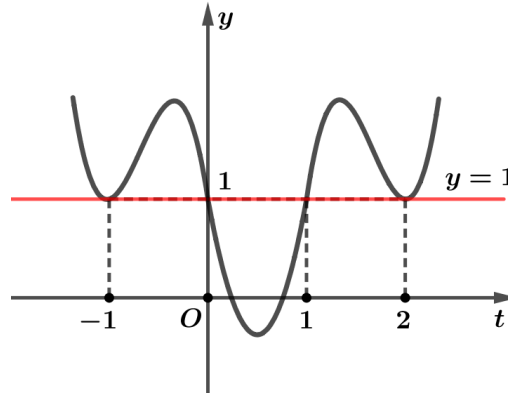
- A.**  $1$ .                      **B.**  $2$ .                      **C.**  $3$ .                      **D.**  $4$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có:  $g(x) = f(-2x) + 2x \Rightarrow g'(x) = -2f'(-2x) + 2 = 2[1 - f'(-2x)]$ .

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(-2x) = 1 \Leftrightarrow f'(t) = 1$  (1) (với  $t = -2x$ ).



Dựa vào đồ thị, ta có (1)  $\Leftrightarrow t = -1$  (nghiệm kép)  $\cup t = 0 \cup t = 1 \cup t = 2$  (nghiệm kép).

Do đó điểm cực trị của hàm số  $y = g(x)$  thỏa  $\begin{cases} -2x = 0 \\ -2x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$ .

Vậy hàm số  $g(x) = f(-2x) + 2x$  có 2 điểm cực trị.

**Câu 43:** Có bao nhiêu số nguyên  $x$  thỏa mãn  $(\log_3(x^2 + 10) - \log_3(x + 40))(32 - 2^{x-1}) \geq 0$ ?

A. Vô số.

B. 38.

**C. 36.**

D. 37.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có:  $(\log_3(x^2 + 10) - \log_3(x + 40))(32 - 2^{x-1}) \geq 0$

Điều kiện:  $x + 40 > 0 \Leftrightarrow x > -40$  (\*).

Xét  $\begin{cases} \log_3(x^2 + 10) - \log_3(x + 40) = 0 \\ 32 - 2^{x-1} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3(x^2 + 10) = \log_3(x + 40) \\ 32 = 2^{x-1} \end{cases}$ .

$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 10 = x + 40 \\ 5 = x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x - 30 = 0 \\ x = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ x = 6 \end{cases}$  là nghiệm của bất phương trình.

Xét  $\begin{cases} \log_3(x^2 + 10) - \log_3(x + 40) \neq 0 \\ 32 - 2^{x-1} \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -5 \\ x \neq 6 \end{cases}$ .

Khi đó  $(\log_3(x^2 + 10) - \log_3(x + 40))(32 - 2^{x-1}) \geq 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_3(x^2 + 10) - \log_3(x + 40) > 0 \\ 32 - 2^{x-1} > 0 \end{cases} \cup \begin{cases} \log_3(x^2 + 10) - \log_3(x + 40) < 0 \\ 32 - 2^{x-1} < 0 \end{cases}$ .

$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_3(x^2 + 10) > \log_3(x + 40) \\ 32 > 2^{x-1} \end{cases} \cup \begin{cases} \log_3(x^2 + 10) < \log_3(x + 40) \\ 32 < 2^{x-1} \end{cases}$ .

$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 10 > x + 40 \\ 5 > x - 1 \end{cases} \cup \begin{cases} x^2 + 10 < x + 40 \\ 5 < x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x - 30 > 0 \\ x - 6 < 0 \end{cases} \cup \begin{cases} x^2 - x - 30 < 0 \\ x - 6 > 0 \end{cases}$ .

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x < -5 \cup x > 6 \\ x < 6 \end{cases} \cup \begin{cases} -5 < x < 6 \\ x > 6 \end{cases} \Leftrightarrow x < -5.$$

Từ các trường hợp trên, ta có nghiệm của bất phương trình là  $-40 < x \leq -5 \cup x = 6$ .

Mà  $x$  nguyên nên ta có:  $x \in \{-39; -38; \dots; -5; 6\}$ .

### CÁCH KHÁC

#### Chọn C

Điều kiện:  $x + 40 > 0 \Leftrightarrow x > -40$  (\*).

Ta xét  $g(x) = (\log_3(x^2 + 10) - \log_3(x + 40))(32 - 2^{x-1}) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_3(x^2 + 10) - \log_3(x + 40) = 0 \\ 32 - 2^{x-1} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ x = 6 \end{cases}.$$

Bảng xét dấu

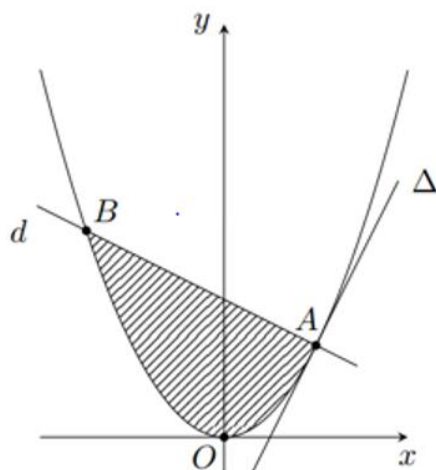
$x$	-40	-5	6	$+\infty$		
$\log_3(x^2 + 10) - \log_3(x + 40)$	/	+	0	-	0	+
$32 - 2^{x-1}$	+	+	0	+	0	-
$g(x)$	/	+	0	-	0	-

$$\text{Bất phương trình } \Leftrightarrow g(x) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -40 < x \leq -5 \\ x = 6 \end{cases}$$

Mà  $x$  nguyên nên ta có:  $x \in \{-39; -38; \dots; -5\} \cup \{6\}$ .

Vậy có 36 giá trị nguyên  $x$ .

**Câu 44:** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho parabol  $(P): y = x^2$  và một điểm  $A(a; a^2)$  (với  $a > 0$ ) nằm trên parabol  $(P)$ . Gọi  $\Delta$  là tiếp tuyến của  $(P)$  tại điểm  $A$ , gọi  $d$  là đường thẳng qua  $A$  và vuông góc với  $\Delta$ . Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $(P)$  và  $d$  (phần gạch sọc) đạt giá trị nhỏ nhất, khẳng định nào sau đây là đúng?



A.  $a \in \left(1; \frac{3}{2}\right]$ .

B.  $a \in \left(0; \frac{1}{4}\right]$ .

**C.**  $a \in \left(\frac{1}{4}; \frac{2}{3}\right]$ .

D.  $a \in \left(\frac{2}{3}; 1\right]$ .

**Lời giải**

#### Chọn C

$$(P): y = x^2 \Rightarrow y' = 2x.$$

Tiếp tuyến  $\Delta$  có hệ số góc  $k_{\Delta} = y'(a) = 2a$ . Đường thẳng  $d$  có hệ số góc  $k_d$ .

$$\text{Theo đề ta có: } d \perp \Delta \Leftrightarrow k_{\Delta} \cdot k_d = -1 \Leftrightarrow k_d = -\frac{1}{k_{\Delta}} = -\frac{1}{2a}.$$

$$\text{Phương trình đường thẳng } d: y = -\frac{1}{2a}(x-a) + a^2 \Leftrightarrow d: y = -\frac{1}{2a}x + a^2 + \frac{1}{2}.$$

Phương trình hoành độ giao điểm của  $(P)$  &  $d$ .

$$x^2 = -\frac{1}{2a}x + a^2 + \frac{1}{2} \Leftrightarrow x^2 + \frac{1}{2a}x - a^2 - \frac{1}{2} = 0.$$

$$\Leftrightarrow x_1 = -a - \frac{1}{2a} \cup x_2 = a.$$

Dựa vào hình vẽ, ta có diện tích cần tìm là

$$S = \int_{x_1}^{x_2} \left[ \left( -\frac{1}{2a}x + a^2 + \frac{1}{2} \right) - x^2 \right] dx = \int_{x_1}^{x_2} \left( -x^2 - \frac{1}{2a}x + a^2 + \frac{1}{2} \right) dx$$

$$S = \left( -\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{4a}x^2 + \left( a^2 + \frac{1}{2} \right)x \right) \Big|_{x_1}^{x_2} = \left( -\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{4a}x^2 + \left( a^2 + \frac{1}{2} \right)x \right) \Big|_{-a-\frac{1}{2a}}^a$$

$$S = \frac{4}{3}a^3 + a + \frac{1}{4a} + \frac{1}{48a^3} = \left( \frac{4}{3}a^3 + \frac{1}{12a} + \frac{1}{12a} + \frac{1}{12a} \right) + \left( \frac{a}{3} + \frac{a}{3} + \frac{a}{3} + \frac{1}{48a^3} \right)$$

$$S \stackrel{\text{Cauchy}}{\geq} 4 \cdot \sqrt[4]{\frac{4}{3}a^3 \cdot \frac{1}{12a} \cdot \frac{1}{12a} \cdot \frac{1}{12a}} + 4 \cdot \sqrt[4]{\frac{a}{3} \cdot \frac{a}{3} \cdot \frac{a}{3} \cdot \frac{1}{48a^3}} = \frac{4}{3}.$$

$$\text{Vậy } \text{Min}S = \frac{4}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4a^3}{3} = \frac{1}{12a} \\ \frac{a}{3} = \frac{1}{48a^3} \end{cases} \Leftrightarrow a^4 = \frac{1}{16} \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}.$$

### CÁCH KHÁC

Làm tương tự cách trên, ta có  $d$  cắt  $(P)$  lần lượt tại  $A(a; a^2); B\left(-a - \frac{1}{2a}; \left(a + \frac{1}{2a}\right)^2\right)$ .

Gọi  $I$  là điểm thuộc  $(P)$  sao cho

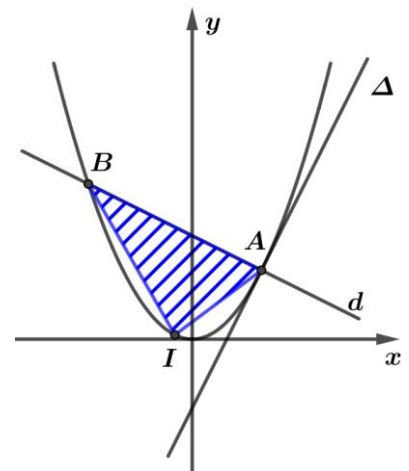
$$x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \Rightarrow I\left(-\frac{1}{4a}; \frac{1}{16a^2}\right).$$

$$\text{Ta có ngay: } \begin{cases} \overline{AB} = \left(-2a - \frac{1}{2a}; 1 + \frac{1}{4a^2}\right) \\ \overline{AI} = \left(-\frac{1}{4a} - a; \frac{1}{16a^2} - a^2\right) \end{cases}.$$

$$\Rightarrow S_{\Delta IAB} = \frac{1}{2} \left| \left(-2a - \frac{1}{2a}\right) \left(\frac{1}{16a^2} - a^2\right) - \left(1 + \frac{1}{4a^2}\right) \left(-\frac{1}{4a} - a\right) \right|$$

$$\Rightarrow S_{\Delta IAB} = a^3 + \frac{3}{4}a + \frac{3}{16a} + \frac{1}{64a^3}.$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $d$  và  $(P)$  là



$$S = \frac{4}{3} S_{\Delta AB} = \frac{4}{3} a^3 + a + \frac{1}{4a} + \frac{1}{48a^3}.$$

$$S = \left( \frac{4}{3} a^3 + \frac{1}{12a} + \frac{1}{12a} + \frac{1}{12a} \right) + \left( \frac{a}{3} + \frac{a}{3} + \frac{a}{3} + \frac{1}{48a^3} \right)$$

$$S \stackrel{Cauchy}{\geq} 4 \cdot \sqrt[4]{\frac{4}{3} a^3 \cdot \frac{1}{12a} \cdot \frac{1}{12a} \cdot \frac{1}{12a}} + 4 \cdot \sqrt[4]{\frac{a}{3} \cdot \frac{a}{3} \cdot \frac{a}{3} \cdot \frac{1}{48a^3}} = \frac{4}{3}.$$

$$\text{Vậy } \text{Min} S = \frac{4}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4a^3}{3} = \frac{1}{12a} \\ \frac{a}{3} = \frac{1}{48a^3} \end{cases} \Leftrightarrow a^4 = \frac{1}{16} \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}.$$

- Câu 45:** Biết rằng đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 2$  cắt đường thẳng  $d: y = m(x-1)$  tại ba điểm phân biệt có hoành độ  $x_1, x_2, x_3$ . Số giá trị nguyên của  $m$  thuộc đoạn  $[-10; 10]$  để  $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 > 5$  là
- A.** 13.                      **B.** 10.                      **C.** 12.                      **D.** 11.

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm: } x^3 - 3x^2 + 2 = m(x-1) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 - 2x - 2 - m = 0 \quad (a) \end{cases}$$

$$+ \text{ Hai đường cắt nhau tại ba điểm phân biệt } \Leftrightarrow pt(a) \text{ có 2 nghiệm pb khác 1} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'_g > 0 \\ g(1) \neq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > -3 \\ m \neq -3 \end{cases} \Leftrightarrow m > -3.$$

$$+ \text{ Giả sử } x_3 = 1, \text{ ta có: } x_1^2 + x_2^2 + 1^2 > 5 \Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 > 4 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 > 4$$

$$\Rightarrow (2)^2 - 2 \cdot (-2 - m) > 4 \Leftrightarrow m > -2$$

Kết hợp với điều kiện  $m \in [-10; 10]$  và  $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = \{-1; 0; 1; \dots; 10\}$ .

- Câu 46:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  thuộc đoạn  $[-21; 21]$  để hai phương trình  $4^{x+1} + 2^{x+4} = 2^{x+2} + 16$  và  $|m-9| \cdot 3^{x-2} + m \cdot 9^{x-1} = 1$  là hai phương trình tương đương?
- A.** 32.                      **B.** 11.                      **C.** 10.                      **D.** 31.

**Lời giải**

**Chọn B**

$$+ \text{ Đặt } t = 3^x > 0, \text{ phương trình hai trở thành: } mt^2 + |m-9|t - 9 = 0 \quad (3).$$

$$+ 4^{x+1} + 2^{x+4} = 2^{x+2} + 16 \Leftrightarrow 2^{2(x+1)} + 6 \cdot 2^{x+1} - 16 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^{x+1} = 2 \Rightarrow x = 0 \\ 2^{x+1} = -8 \quad (\text{ptvn}) \end{cases}$$

+TH1: Để hai phương trình tương đương thì thỏa đồng thời 2 điều kiện sau:

$$\bullet x = 0 \text{ cũng là nghiệm phương trình thứ hai } \Rightarrow |m-9| \cdot 3^{0-2} + m \cdot 9^{0-1} = 1 \Leftrightarrow |m-9| = 9-m$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 9-m \geq 0 \\ m-9 = 9-m \Rightarrow m \leq 9 \\ m-9 = m-9 \end{cases}$$



• Phương trình thứ hai có duy nhất 1 nghiệm  $x=0$  thì  $pt(3)$  có thêm 1 nghiệm  $t \leq 0$

$$\Leftrightarrow -9.m \leq 0 \Leftrightarrow m \geq 0.$$

+ TH2: Để hai phương trình tương đương thì phương trình (3) có nghiệm kép  $t=1 \Rightarrow -\frac{|m-9|}{2m} = 1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m = -9 \Rightarrow m = -9. \\ m = 6 \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện  $m \in [-21; 21]$  và  $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = \{-9; 0; 1; 2; \dots; 9\}$ .

**Câu 47:** Cho hai hình nón có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 8. Trục của hai hình nón vuông góc với nhau và cắt nhau tại một điểm cách đáy của mỗi hình nón một khoảng bằng 3. Một hình cầu bán kính  $r$  nằm bên trong cả hai hình nón. Biết giá trị lớn nhất của  $r^2$  bằng  $\frac{m}{n}$ , với  $m$  và  $n$  là hai số nguyên dương nguyên tố cùng nhau. Tính  $m-n$ .

A. -152.

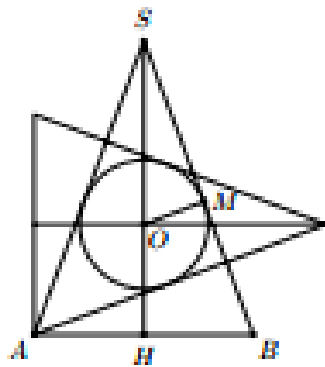
B. 152.

C. -136.

D. 136.

Lời giải

Chọn B

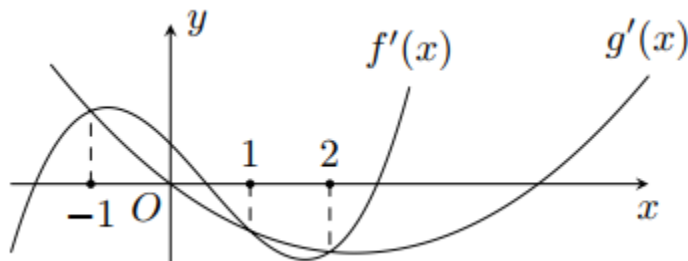


Bán kính hình cầu  $r$  lớn nhất khi tâm hình cầu là giao điểm của hai trục và hình cầu tiếp xúc với mặt xung quanh của hai hình nón.

Khi đó vì hai tam giác  $SOM$  và  $SBH$  đồng dạng nên ta có

$$\frac{OM}{BH} = \frac{SO}{SB} \Leftrightarrow \frac{r}{3} = \frac{5}{\sqrt{3^2+8^2}} \Rightarrow r^2 = \frac{225}{73} \Rightarrow m = 225, n = 73 \Rightarrow m - n = 152.$$

**Câu 48:** Cho các hàm số  $f(x) = mx^4 + nx^3 + px^2 + qx + r$  và  $g(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ , ( $m, n, p, q, r, a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ) thỏa mãn  $f(0) = g(0)$ . Đồ thị các hàm số đạo hàm  $y = f'(x)$ ,  $y = g'(x)$  như hình vẽ. Số nghiệm của phương trình  $f(x) = g(x)$  là



A. 1.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

**Chọn D**

Đặt  $h(x) = f(x) - g(x) \Rightarrow h'(x) = f'(x) - g'(x)$ .

Do  $f(0) = g(0) \Rightarrow h(x) = f(x) - g(x) = mx^4 + (n-a)x^3 + (p-b)x^2 + (q-c)x$ .

$f(x) = mx^4 + nx^3 + px^2 + qx + r \Rightarrow f'(x) = 4mx^3 + 3nx^2 + 2px + q$

Dựa vào đồ thị hàm số ta có  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f'(x)) = +\infty \Rightarrow m > 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (h(x)) = +\infty$ .

Gọi  $S_1$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường:  $y = f'(x)$ ,  $y = g'(x)$ ,  $x = 0$ ,  $x = 1$

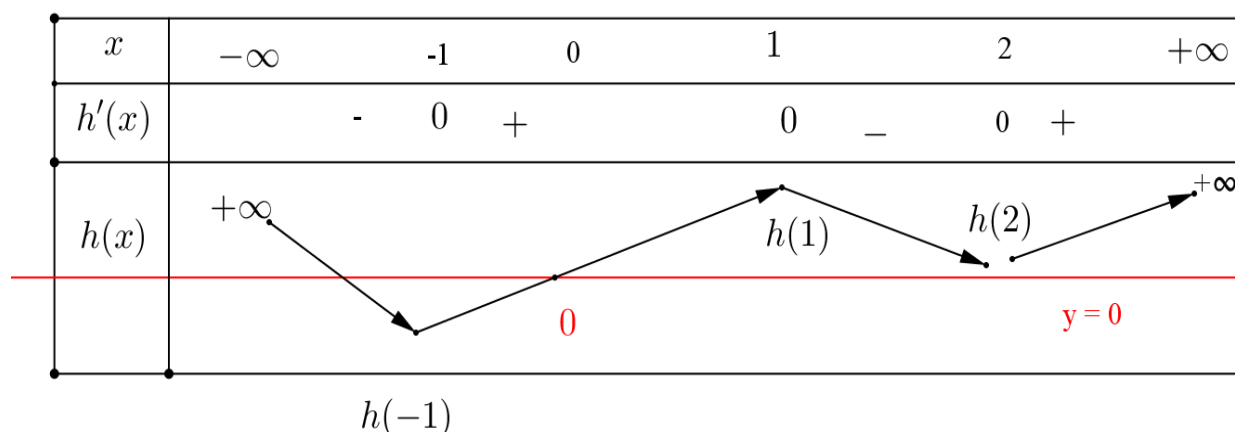
Gọi  $S_2$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường:  $y = f'(x)$ ,  $y = g'(x)$ ,  $x = 1$ ,  $x = 2$

Dựa vào hình vẽ, ta thấy:  $S_1 > S_2 > 0 \Rightarrow S_1 - S_2 > 0$

$$\Rightarrow \int_0^1 [f'(x) - g'(x)] dx - \int_1^2 [g'(x) - f'(x)] dx > 0$$

$$\Rightarrow \int_0^1 h'(x) dx + \int_1^2 h'(x) dx > 0 \Leftrightarrow \int_0^2 h'(x) dx > 0 \Leftrightarrow h(2) - h(0) > 0 \Leftrightarrow h(2) > 0.$$

Ta có bảng biến thiên của hàm  $y = h(x)$ .



Dựa vào bảng biến thiên phương trình  $f(x) = g(x)$  có 2 nghiệm phân biệt.

**Câu 49:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $M$  là trung điểm của cạnh  $SA$ . Mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua  $M$  và song song với mặt phẳng  $(SBC)$  chia khối chóp  $S.ABCD$  thành hai phần. Tính tỉ số của thể tích phần chứa đỉnh  $S$  và thể tích phần còn lại.

A.  $\frac{5}{16}$ .

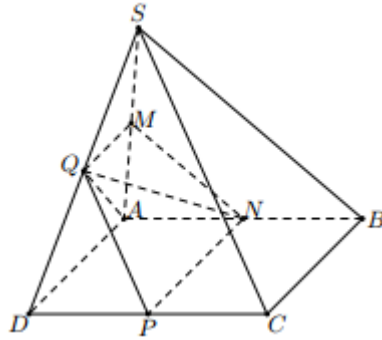
B.  $\frac{5}{11}$ .

C.  $\frac{16}{5}$ .

**D.  $\frac{11}{5}$ .**

**Lời giải**

**Chọn D**



Thiết diện là hình thang  $MNPQ$  với  $N, P, Q$  lần lượt là trung điểm của  $AB, CD, SD$ .

Ta có  $V_{MNPQAD} = V_{Q.ANPD} + V_{S.ABCD}$

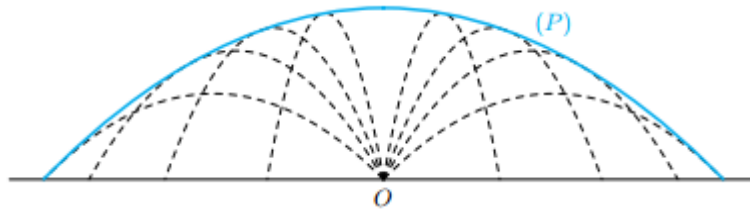
$$V_{Q.ANPD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} V_{S.ABCD} = \frac{1}{4} V_{S.ABCD}$$

$$V_{N.AMQ} = \frac{1}{2} V_{N.ADQ} = \frac{1}{2} V_{Q.AND} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} V_{Q.ANPD} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} V_{S.ABCD} = \frac{1}{16} V_{S.ABCD}$$

$$\text{Vậy } V_{MNPQAD} = \frac{1}{4} V_{S.ABCD} + \frac{1}{16} V_{S.ABCD} = \frac{5}{16} V_{S.ABCD}$$

$$\text{Tỉ số thể tích cần tìm là: } \frac{\left(1 - \frac{5}{16}\right) V_{S.ABCD}}{\frac{5}{16} V_{S.ABCD}} = \frac{11}{5}$$

**Câu 50:** Một vật nặng được bắn lên điểm  $O$  trên mặt đất với vận tốc ban đầu  $v_0 = 10m/s$ , các góc bắn  $\alpha$  với  $30^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$  (bỏ qua sức cản không khí và coi gia tốc rơi tự do là  $g = 10m/s^2$ ). Cho biết với góc bắn  $\alpha < 90^\circ$  thì quỹ đạo của vật là một phần của parabol  $y = x \tan \alpha - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2$  và xét trên một mặt phẳng đứng, khi  $\alpha$  thay đổi thì các quỹ đạo của vật nặng sinh ra một hình phẳng giới hạn bởi một phần của parabol ( $P$ ) và mặt đất (xem hình vẽ), Tính thể tích vùng không gian chứa tất cả các vị trí có thể của vật nặng.



A.  $802,6m^3$ .

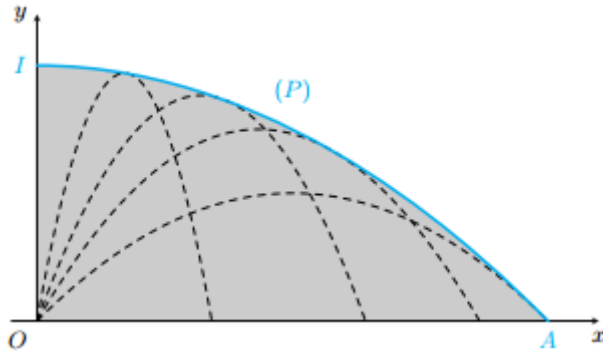
B.  $785,4m^3$ .

C.  $589,1m^3$ .

D.  $644,3m^3$ .

**Lời giải**

**Chọn B**



Với góc bắn  $\alpha < 90^\circ$  thì quỹ đạo của vật thể là một phần của parabol

$$y = x \tan \alpha - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2$$

Suy ra tầm xa của vật và độ cao lớn nhất của vật lần lượt là  $L = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$  và  $H = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$ .

Để thấy, vật đạt được tầm xa lớn nhất khi  $\alpha = 45^\circ$ , tức tầm xa lớn nhất là  $L_{\max} = 10$  hay

$A(10;0) \in (P)$ . Với góc ném  $\alpha = 90^\circ$  thì quỹ đạo của vật là đoạn  $OI$ , khi đó độ cao của vật tại

thời điểm  $t$  (giây) được cho bởi  $y = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$

Do đó, ta thấy vật đạt độ cao lớn nhất khi  $\alpha = 90^\circ$ , khi đó độ cao lớn nhất của vật là  $H_{\max} = 5$ .

Suy ra  $I(0;5)$  là đỉnh của parabol  $(P)$ . Hàm số bậc hai có đồ thị  $(P)$  có dạng

$y = a(x-10)(x+10) = a(x^2 - 100)$ . Thay  $x = 0$ , ta được:

$$5 = a(0^2 - 100) \Rightarrow a = -\frac{1}{20} \Rightarrow x = \sqrt{100 - 20y}$$

Vậy thể tích vùng không gian cần tìm là:

$$V = \pi \int_0^5 \left( \sqrt{100 - 20y} \right)^2 dy = 250\pi m^3 \approx 785,4m^3$$

**HẾT**