

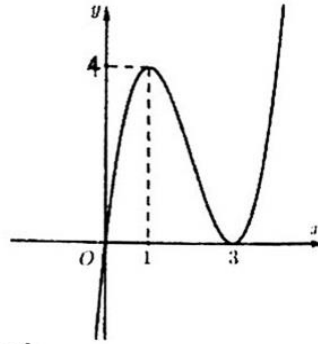
Câu 1: Từ một nhóm học sinh gồm 5 nam và 9 nữ, có bao nhiêu cách chọn ra hai học sinh?

- A. A_{14}^2 . B. 2^{14} . C. C_{14}^2 . D. 14^2 .

Câu 2: Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 1)^{\sqrt{2023}}$ là

- A. $(0; +\infty)$. B. \mathbb{R} . C. $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$. D. $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Số nghiệm của phương trình $2f(x) - 5 = 0$ bằng

- A. 0. B. 2. C. 4. D. 3.

Câu 4: Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{-2x+3}{x+1}$ là

- A. $x = \frac{3}{2}$. B. $y = -2$. C. $x = -1$. D. $y = 3$.

Câu 5: Nghiệm của phương trình $5^{x-4} = 125$ là

- A. $x = 4$. B. $x = 5$. C. $x = 7$. D. $x = 6$.

Câu 6: Đạo hàm của hàm số $y = \log_{2023} x$ là

- A. $y' = \frac{1}{2023 \ln x}$. B. $y' = \frac{1}{x \ln 2023}$. C. $y' = \frac{1}{x}$. D. $y' = \frac{\ln 2023}{x}$.

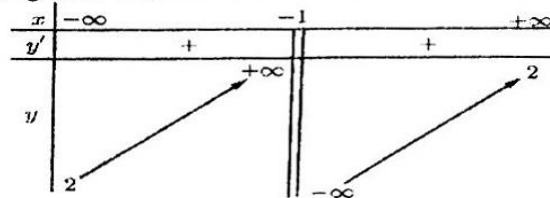
Câu 7: Cho hàm số $f(x) = e^x + \cos 2x$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A. $\int f(x) dx = e^x + \frac{\sin 2x}{2} + C$. B. $\int f(x) dx = e^x - \frac{\sin 2x}{2} + C$.
C. $\int f(x) dx = e^x - \sin 2x + C$. D. $\int f(x) dx = e^x + \sin 2x + C$.

Câu 8: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Giá trị của u_4 bằng

- A. 5. B. 24. C. 30. D. 27.

Câu 9: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình vẽ?



- A. $y = x^3 + 3x^2 - 2$. B. $y = \frac{2x+3}{x+1}$. C. $y = -x^4 + 3x^2 - 1$. D. $y = \frac{2x+1}{x+1}$.

Câu 10: Nếu $\int_0^5 f(x) dx = 7$ và $\int_2^5 f(x) dx = 3$ thì $\int_0^2 f(x) dx$ bằng

- A. 10. B. -4. C. 4. D. 3.

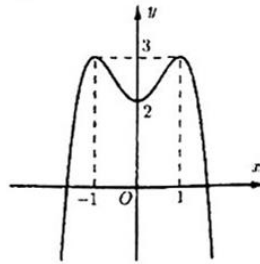
Câu 11: Biết phương trình $\log_5^2 x - 3 \log_5 x + 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Giá trị $x_1 x_2$ bằng

- A. 25. B. 3. C. 1. D. 125.

Câu 12: Cho $a > 0, \alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $(a^\alpha)^\beta = a^{\alpha+\beta}$. B. $a^\alpha + a^\beta = a^{\alpha+\beta}$. C. $a^\alpha a^\beta = a^{\alpha+\beta}$. D. $\frac{a^\alpha}{a^\beta} = a^{\beta-\alpha}$.

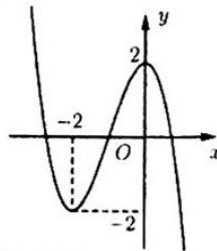
Câu 13: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ.



Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là

- A. (0; 2). B. (1; 3). C. (2; 0). D. (-1; 3).

Câu 14: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-2; 0)$. C. $(-1; 1)$. D. $(-\infty; 0)$.

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

| | | | | | | | |
|------|-----------|------|-----|----------|------|-----|-----------|
| x | $-\infty$ | -1 | 1 | ∞ | | | |
| y' | | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ | |
| y | $-\infty$ | | 1 | | -3 | | $+\infty$ |

Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

- A. 0. B. -1. C. 1. D. -3.

Câu 16: Cho $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = F(x) + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $F'(x) = \frac{-\sin 2x}{\cos^4 x}$. B. $F'(x) = -\cot x$. C. $F'(x) = -\frac{1}{\sin^2 x}$. D. $F'(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, nếu vectơ $\overline{OM} = 2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$ thì tọa độ của điểm M là

- A. (2; -3; 1). B. (-2; -1; 3). C. (2; -1; 3). D. (-3; 2; 1).

Câu 18: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1) < 3$ là

- A. $[1; 9)$. B. $(1; 9)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-\infty; 9)$.

Câu 19: Cho khối nón có bán kính đáy $r = \sqrt{2}$, thể tích $V = 6\pi$. Chiều cao của khối nón đã cho bằng

- A. 3. B. $\sqrt{6}$. C. 6. D. 9.

Câu 20: Cho khối chóp có diện tích đáy bằng 6, chiều cao bằng 5. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. 30. B. 10. C. 15. D. 5.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1; 0; 1)$ và nhận $\vec{n}(2; -1; 3)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình là

- A. $x + z + 5 = 0$. B. $x + z - 5 = 0$. C. $2x - y + 3z - 5 = 0$. D. $2x - y + 3z + 5 = 0$.

Câu 22: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 10x^2 + 1$ trên đoạn $[-3; 2]$ bằng

- A. 8. B. 1. C. -1. D. 2.

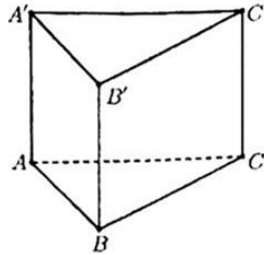
Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 6z - 11 = 0$. Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là

- A. $(1; -2; 3)$. B. $(4; -2; 6)$. C. $(-4; 2; 6)$. D. $(-2; 1; -3)$.

Câu 24: Cho hàm số $f(x) = \frac{x - m^2}{x + 4}$. Gọi m_0 là giá trị lớn nhất của tham số m để hàm số đã cho có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0; 6]$ bằng -4 . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $m_0 \in (5; 7)$. B. $m_0 \in (1; 3)$. C. $m_0 \in (7; 9)$. D. $m_0 \in (3; 5)$.

Câu 25: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại $B, AB = AA' = 1$ (tham khảo hình vẽ).



Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 26: Cho hàm $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm $f(x)$ trên \mathbb{R} thỏa mãn

$$F(3) - F(1) = 7. \text{ Khi đó } \int_1^3 2f(x) dx \text{ bằng}$$

- A. 6. B. 9. C. 5. D. 14.

Câu 27: Cho bất phương trình $\left(\frac{1}{5}\right)^x - 2\left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{1}{x}} > 15$ có tập nghiệm $S = (a; b)$. Giá trị của biểu thức $2a + 5b$ bằng

- A. -5 . B. -2 . C. 0. D. -3 .

Câu 28: Có bao nhiêu giá trị nguyên không âm của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}(m-2)x^3 - (m-2)x^2 + (m-3)x + m^2$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

- A. 3. B. 4. C. 1. D. 2.

Câu 29: Nếu $\int_0^4 f(x) dx = 5$ và $\int_0^4 g(x) dx = 6$ thì $\int_0^4 [2f(x) + 3g(x)] dx$ bằng

- A. 11. B. 21. C. 27. D. 28.

Câu 30: Trong kho đèn trang trí có 7 bóng đèn loại I và 8 bóng đèn loại II, các bóng đèn trong kho khác nhau về màu sắc và hình dáng. Lấy ra 7 bóng đèn bất kì. Xác suất để 7 bóng đèn lấy ra có đủ hai loại và số bóng đèn loại I nhiều hơn số bóng đèn loại II bằng

- A. $\frac{868}{2145}$. B. $\frac{868}{2143}$. C. $\frac{521}{2145}$. D. $\frac{521}{2149}$.

Câu 31: Cho mặt cầu có diện tích bằng 20π . Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

- A. $\sqrt{5}$. B. $2\sqrt{5}$. C. 5. D. $\sqrt{10}$.

Câu 32: Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 4$, đường sinh $l = 6$. Diện tích toàn phần của hình trụ đã cho bằng

- A. 80π . B. 96π . C. 56π . D. 64π .

Câu 33: Cho hàm số $f(x) = -x^4 - (17 - m^2)x + 2023$ và $g(x) = -x^3 + 5x^2 - 2022x + 2023$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $h(x) = g[f(x)]$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$?

- A. 16. B. 13. C. 15. D. 14.

Câu 34: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\ln(x\sqrt{x^2 + 16} - x^2) \leq \sqrt{x^2 + 16} - 15x$ là

- A. 2. B. 0. C. 3. D. 1.

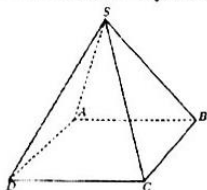
Câu 35: Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f(0) = -\frac{5}{4}$ và $f'(x) = x^4 f^2(x)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $f(2)$ bằng

- A. $-\frac{1}{4}$. B. $-\frac{3}{4}$. C. $-\frac{5}{36}$. D. -1 .

Câu 36: Hàm số $y = \log_5(x^3 - 3x^2 + 4)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.

Câu 37: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a (tham khảo hình vẽ).



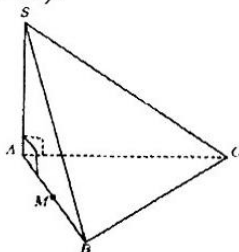
Góc giữa đường thẳng SC với mặt phẳng (SBD) bằng

- A. 90° . B. 30° . C. 60° . D. 45° .

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm thuộc trục Oy và đi qua hai điểm $A(2;1;1)$, $B(0;-1;3)$ có bán kính bằng

- A. $\sqrt{3}$. B. $2\sqrt{3}$. C. 9. D. 3.

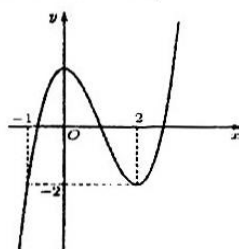
Câu 39: Cho hình chóp $S.ABC$, có đáy là tam giác đều cạnh a , SA vuông góc mặt phẳng đáy, $SB = \sqrt{3}a$. Gọi M là trung điểm của cạnh AB (tham khảo hình vẽ).



Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (SBC) bằng

- A. $\frac{\sqrt{66}}{33}a$. B. $\frac{\sqrt{66}}{22}a$. C. $\frac{\sqrt{66}}{11}a$. D. $\frac{\sqrt{66}}{44}a$.

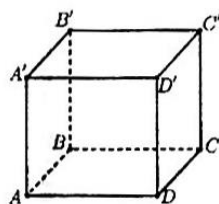
Câu 40: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình dưới đây:



Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(\sqrt{x+4} + \sqrt{4-x} - m) + 2 = 0$ có nghiệm trong khoảng $(-4; 4)$?

- A. 3. B. 4. C. 5. D. 2.

Câu 41: Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = 2a$, diện tích tam giác $C'BD$ bằng $\sqrt{6}a^2$ (tham khảo hình vẽ).



Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

- A. $4a^3$. B. $2\sqrt{6}a^3$. C. $\frac{2\sqrt{6}}{3}a^3$. D. $\frac{4}{3}a^3$.

Câu 42: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Biết $f(x) > -1$, $f(0) = 0$ và thỏa mãn $f'(x)\sqrt{x^2+1} = 2x\sqrt{f(x)+1}$.

Khi đó $\int_0^{2\sqrt{2}} f'(x)dx$ bằng

- A. 3. B. 8. C. -1. D. 6.

Câu 43: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} thỏa mãn $f(1) = 1$ và $f(4x) - x^3 f(x^4) = 3x^2 + 2x + 1$ với

mọi $x \in \mathbb{R}$. Khi đó $\int_1^4 xf'(x)dx$ bằng

- A. $I = 15$. B. $I = -1$. C. $I = 14$. D. $I = 6$.

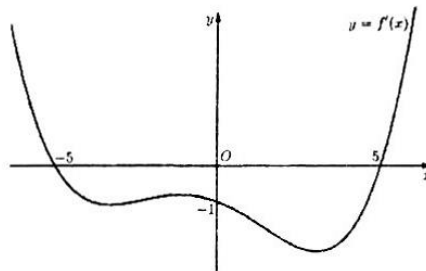
Câu 44: Có bao nhiêu số nguyên $a \in (-2023; 2023)$ để phương trình $\frac{1}{\log_3(x+8)} + \frac{1}{7^x-1} = x+a$ có 2 nghiệm phân biệt?

- A. 2028. B. 2016. C. 2027. D. 2015.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 2)$, $B(3; 2; 6)$. Xét hai điểm M, N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN = 16$. Giá trị nhỏ nhất của $AM + BN$ bằng

- A. $4\sqrt{13}$. B. $4\sqrt{5}$. C. $5\sqrt{3}$. D. $2\sqrt{15}$.

Câu 46: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} . Biết $f(-7) < 0$ và đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ.



Hàm số $g(x) = |6f(-x^4 + 2x^2 - 7) - 4x^6 + 12x^2|$ có tối đa bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 5. B. 9. C. 7. D. 3.

Câu 47: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , tam giác SAB vuông cân tại S , tam giác SCD có

$SC = SD = \frac{\sqrt{13}}{4}a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A. $\frac{3\sqrt{7}}{16}a^3$. B. $\frac{\sqrt{13}}{24}a^3$. C. $\frac{3\sqrt{15}}{64}a^3$. D. $\frac{\sqrt{15}}{32}a^3$.

Câu 48: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng $2a$. Cắt hình trụ bởi một mặt phẳng song song với trục, cách trục một khoảng bằng a ta được thiết diện là một hình chữ nhật có diện tích bằng $8\sqrt{3}a^2$. Thể tích khối trụ đã cho bằng

- A. $4\pi a^3$. B. $16\pi a^3$. C. $32\pi a^3$. D. $27\pi a^3$.

Câu 49: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = BC' = \sqrt{3}a$, $\widehat{ACB} = 60^\circ$. Lấy hai điểm M, N lần lượt trên hai cạnh AB' và $A'C$ sao cho $\overline{MB'} = 2\overline{AM}$, $\overline{A'C} = 3\overline{A'N}$. Thể tích khối đa diện $BMNC'C$ bằng

- A. $\frac{2\sqrt{6}}{27}a^3$. B. $\frac{4}{9}a^3$. C. $\frac{4\sqrt{6}}{27}a^3$. D. $\frac{8\sqrt{3}}{27}a^3$.

Câu 50: Cho hình nón có thiết diện qua đỉnh là tam giác SAB vuông tại S , (A, B thuộc đường tròn đáy). Biết tam giác SAB có bán kính đường tròn nội tiếp bằng $2\sqrt{5} - \sqrt{10}$, đường cao SO tạo với mặt phẳng (SAB) một góc 30° . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

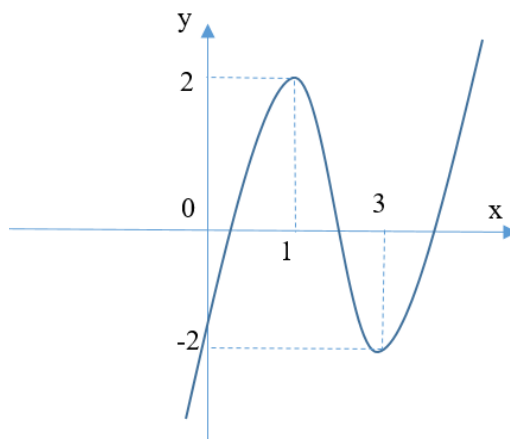
- A. $5\sqrt{10}\pi$. B. $4\sqrt{15}\pi$. C. $5\sqrt{2}\pi$. D. $2\sqrt{5}\pi$.

----- HẾT -----

Cán bộ coi khảo sát không giải thích gì thêm

Họ và tên học sinh.....Số báo danh.....

- Câu 1:** Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 1)^{-2023}$ là
A. $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$. B. $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$ C. \mathbb{R} . D. $(0; +\infty)$.
- Câu 2:** Cho hàm số $f(x) = e^{2x} + \cos x$. Khẳng định nào sau đây đúng?
A. $\int f(x)dx = \frac{e^{2x}}{2} - \sin x + C$ B. $\int f(x)dx = \frac{e^{2x}}{2} + \sin x + C$
C. $\int f(x)dx = e^{2x} + \sin x + C$ D. $\int f(x)dx = e^{2x} - \sin x + C$
- Câu 3:** Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Giá trị của u_5 bằng
A. 30. B. 48. C. 27. D. 5.
- Câu 4:** Nghiệm của phương trình $3^{x-4} = 9$ là
A. $x = 6$. B. $x = 2$. C. $x = 3$. D. $x = 4$.
- Câu 5:** Biết phương trình $\log_3^2 x - 5 \log_3 x + 3 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Giá trị $x_1 \cdot x_2$ là:
A. 243 B. 5 C. 3 D. 81
- Câu 6:** Phương trình tiệm cận ngang của hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$ là:
A. $y = 2$ B. $x = -1$ C. $x = \frac{3}{2}$ D. $y = -3$
- Câu 7:** Nếu $\int_0^4 f(x)dx = 3, \int_0^2 f(x)dx = 1$ thì $\int_2^4 f(x)dx$ bằng
A. 4 B. 3 C. 2 D. -2
- Câu 8:** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



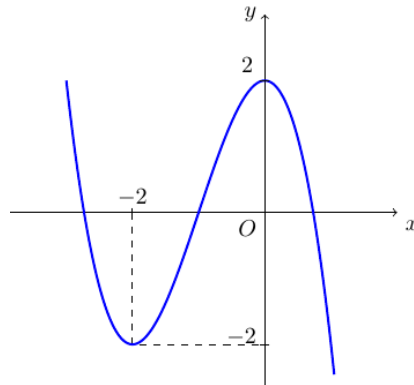
Số nghiệm của phương trình $2f(x) + 1 = 0$ bằng

- A. 2 B. 4 C. 0 D. 3

Câu 9: Đạo hàm của hàm số $y = \log_5 x$ là

- A. $\frac{1}{x \ln 5}$. B. $\frac{1}{x}$. C. $\frac{\ln 5}{x}$. D. $\frac{1}{5 \ln x}$.

Câu 10: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -2)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(-2; 0)$. D. $(-1; 1)$.

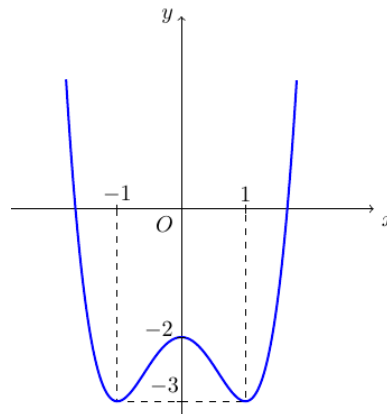
Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

| | | | | |
|------|-----------|------|------|-----------|
| x | $-\infty$ | -1 | 1 | $+\infty$ |
| y' | $+$ | 0 | $-$ | $+$ |
| y | $-\infty$ | 1 | -3 | $+\infty$ |

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là

- A. 0. B. -1. C. -3. D. 1.

Câu 12: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ



Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là

- A. $(0; -2)$. B. $(-2; 0)$. C. $(-1; -3)$. D. $(1; -3)$.

Câu 13: Cho $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = F(x) + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $F'(x) = \frac{\sin 2x}{\cos^2 x}$. B. $F'(x) = \tan x$. C. $F'(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$. D. $F'(x) = -\frac{1}{\cos^2 x}$.

Câu 14: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình vẽ?

| | | | | | |
|------|-----------|---|-----|-----------|-----------|
| x | $-\infty$ | | 2 | | $+\infty$ |
| y' | | - | | - | |
| y | | 1 | | $+\infty$ | 1 |

- A. $y = x^4 - 4x^2 + 3$. B. $y = \frac{x-1}{x-2}$. C. $y = \frac{x-3}{x-2}$. D. $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

Câu 15: Từ một nhóm học sinh gồm 5 nam và 7 nữ, có bao nhiêu cách chọn ra hai học sinh?

- A. A_{12}^2 . B. C_{12}^2 . C. 12^2 . D. 2^{12} .

Câu 16: Cho tất cả các số thực a, b, α ($a > b > 0, \alpha > 1$). Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $(a-b)^\alpha = a^\alpha - b^\alpha$. B. $(a+b)^\alpha = a^\alpha + b^\alpha$. C. $\left(\frac{a}{b}\right)^\alpha = \frac{a^\alpha}{b^{-\alpha}}$. D. $(ab)^\alpha = a^\alpha b^\alpha$.

Câu 17: Nếu $\int_0^6 f(x) dx = 5$ và $\int_0^6 g(x) dx = 7$ thì $I = \int_0^6 [2f(x) + 3g(x)] dx$ bằng

- A. 26. B. 29. C. 31. D. 21.

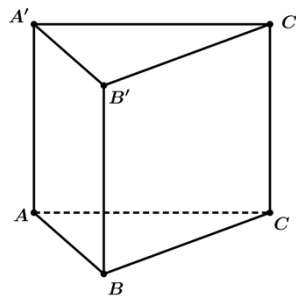
Câu 18: Có bao nhiêu giá trị nguyên không âm của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}(m-1)x^3 - (m-1)x^2 + (m-3)x - m^2$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.

Câu 19: Cho khối chóp có diện tích đáy bằng 5, chiều cao bằng 6. Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A. 15. B. 5. C. 10. D. 30.

Câu 20: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại A , $AC = AA' = 2$ (tham khảo hình vẽ)



Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A. 2. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{4}{3}$. D. 4.

- Câu 21:** Trong không gian $Oxyz$, nếu vectơ $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$ thì tọa độ điểm M là
A. $(-2; 3; -1)$. **B.** $(-3; 2; 1)$. **C.** $(2; -3; 1)$. **D.** $(2; 1; -3)$.
- Câu 22:** Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 6$, đường sinh $l = 8$. Diện tích toàn phần của hình trụ đã cho bằng
A. 32π . **B.** 96π . **C.** 132π . **D.** 168π .
- Câu 23:** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x-1) < 2$ là
A. $(-\infty; 10)$. **B.** $(1; 10)$. **C.** $(0; +\infty)$. **D.** $[1; 10)$.
- Câu 24:** Cho mặt cầu có diện tích bằng 24π . Bán kính của mặt cầu đã cho bằng
A. $3\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** 3 . **D.** $\sqrt{3}$.
- Câu 25:** Có hàm số $f(x) = \frac{x-m^2}{x+3}$. Gọi m_0 là giá trị lớn nhất của tham số m để hàm số đã cho có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0; 5]$ bằng -3 . Khẳng định nào sau đây đúng?
A. $m_0 \in (4; 6)$. **B.** $m_0 \in (6; 8)$. **C.** $m_0 \in (0; 2)$. **D.** $m_0 \in (2; 4)$.
- Câu 26:** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên \mathbb{R} thỏa mãn $F(2) - F(0) = 5$. Khi đó $\int_0^2 3f(x) dx$ bằng
A. 6 . **B.** 15 . **C.** 10 . **D.** 5 .
- Câu 27:** Cho khối nón có chiều cao $h = 3$, thể tích $V = 9\pi$. Bán kính đáy của khối nón đã cho bằng
A. $\sqrt{3}$. **B.** $3\sqrt{3}$. **C.** 3 . **D.** 9 .
- Câu 28:** Trong kho đèn trang trí có 8 bóng đèn loại I và 12 bóng đèn loại II, các bóng đèn trong kho khác nhau về màu sắc và hình dáng. Lấy ra 8 bóng đèn bất kì. Xác suất để 8 bóng đèn lấy ra có đủ hai loại và số bóng đèn loại I nhiều hơn số bóng đèn loại II bằng
A. $\frac{7132}{62985}$. **B.** $\frac{7132}{62987}$. **C.** $\frac{7084}{62985}$. **D.** $\frac{7132}{62983}$.
- Câu 29:** Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - 2x^2 - 7x + 1$ trên đoạn $[-2; 1]$ bằng
A. 3 . **B.** 5 . **C.** 6 . **D.** 4 .
- Câu 30:** Cho bất phương trình $\left(\frac{1}{7}\right)^x - 5\left(\frac{1}{7}\right)^{\frac{1}{x}} > 14$ có tập nghiệm $S = (a; b)$. Giá trị của biểu thức $3a + 4b$ bằng
A. -3 . **B.** -2 . **C.** -5 . **D.** 0 .
- Câu 31:** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2; -1; 1)$ và nhận $\vec{n} = (1; 3; -2)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình là
A. $x + 3y - 2z + 3 = 0$. **B.** $x + 3y - 2z - 3 = 0$. **C.** $2x - y + z + 3 = 0$ **D.** $2x - y + z - 3 = 0$.
- Câu 32:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 2 = 0$. Tâm của (S) có tọa độ là
A. $(2; -4; 6)$. **B.** $(-1; 2; -3)$. **C.** $(1; -2; 3)$. **D.** $(-2; 4; -6)$.

Câu 33: Cho hàm số $y = f(x)$ thoả mãn $f(0) = -\frac{4}{3}$ và $f'(x) = x^3 f^2(x)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $f(3)$ bằng

- A. -1. B. $-\frac{4}{19}$. C. $-\frac{3}{4}$. D. $-\frac{1}{21}$.

Câu 34: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{2023} (x\sqrt{x^2+5} - x^2) \leq \sqrt{x^2+5} - 4x$ là:

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 35: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Biết $f(x) > -1, \forall x \in \mathbb{R}, f(0) = 0$ và thoả mãn $f'(x)\sqrt{x^2+1} = 2x\sqrt{f(x)+1}$. Khi đó, $\int_0^{\sqrt{3}} f'(x) dx$ bằng

- A. 0. B. 3. C. 9. D. 5.

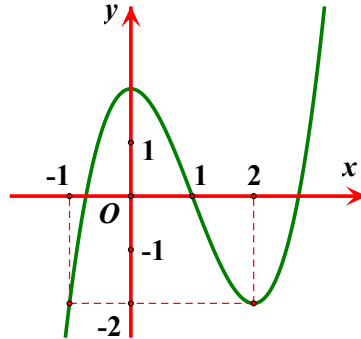
Câu 36: Trong mặt phẳng $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm thuộc trục Ox và đi qua hai điểm $A(1;2;1), B(-1;0;3)$ có bán kính bằng

- A. 3. B. $2\sqrt{3}$. C. $\sqrt{3}$. D. 9.

Câu 37: Hàm số $y = \ln(x^4 - 8x^2 + 3)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.

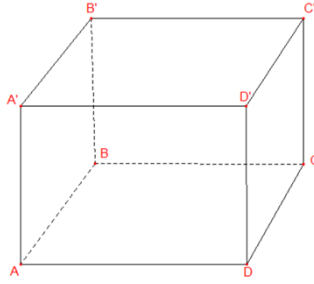
Câu 38: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình dưới đây



Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(\sqrt{x+2} + \sqrt{2-x} - m) + 2 = 0$ có nghiệm trong khoảng $(-2; 2)$?

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 0.

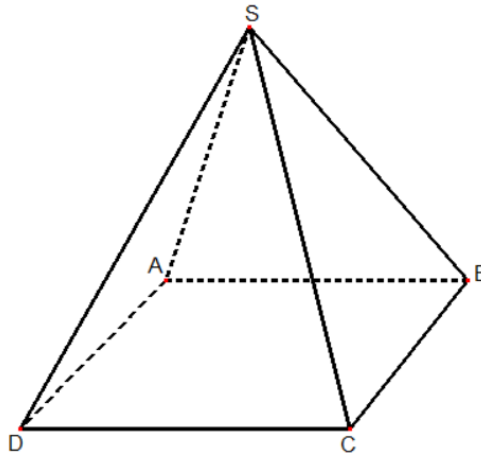
Câu 39: Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a, AD = 2a$, diện tích tam giác $C'BD$ bằng $\frac{\sqrt{14}}{2} a^2$ (tham khảo hình vẽ).



Thể tích của khối hộp đã cho bằng

- A. $\sqrt{14}a^3$. B. $\frac{2\sqrt{2}}{3}a^3$. C. $\frac{4}{3}a^3$. D. $2\sqrt{2}a^3$.

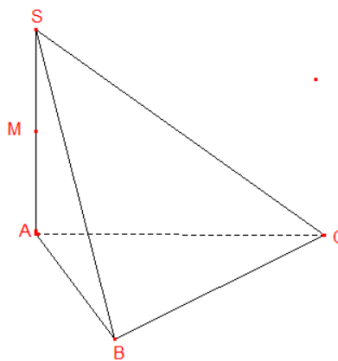
Câu 40: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $\sqrt{2}a$ (tham khảo hình vẽ).



Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC) bằng

- A. 45° . B. 90° . C. 30° . D. 60° .

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , SA vuông góc mặt phẳng đáy, $SB = \sqrt{3}a$ (tham khảo hình vẽ)



Khoảng cách từ trung điểm M của SA đến mặt phẳng (SBC) bằng

- A. $\frac{\sqrt{66}}{33}a$. B. $\frac{\sqrt{66}}{11}a$. C. $\frac{\sqrt{66}}{22}a$. D. $\frac{\sqrt{66}}{44}a$.

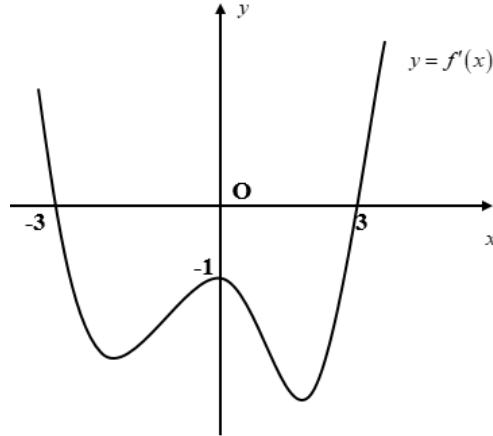
Câu 42: Cho hàm số $f(x) = -x^4 - (5 - m^2)x + 2023$ và $g(x) = -x^3 + 5x^2 - 2022x + 2023$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $h(x) = g[f(x)]$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$?

- A. 7. B. 5. C. 6. D. 8.

Câu 43: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, tam giác ΔSAB vuông cân tại S , tam giác ΔSCD có $SC = SD = \frac{\sqrt{10}}{2}a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A. $\frac{\sqrt{15}}{18}a^3$. B. $\frac{\sqrt{15}}{12}a^3$. C. $\frac{\sqrt{21}}{24}a^3$. D. $\frac{\sqrt{15}}{6}a^3$.

Câu 44: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} . Biết $f(-5) < 0$ và đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ



Hàm số $g(x) = |3f(-x^4 + 2x^2 - 5) - 2x^6 + 6x^2|$ có tối đa bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 9. B. 3. C. 5. D. 7.

Câu 45: Cho hình nón có thiết diện đi qua đỉnh là tam giác SAB vuông tại S , (A, B thuộc đường tròn đáy). Biết tam giác SAB có bán kính đường tròn nội tiếp bằng $2(\sqrt{2} - 1)$ đường cao SO tạo với mặt phẳng SAB một góc 30° . Diện tích xung quanh của hình nón bằng:

- A. $2\sqrt{10}\pi$ B. $2\sqrt{5}\pi$ C. $4\sqrt{10}\pi$ D. $\sqrt{15}\pi$

Câu 46: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} thỏa mãn

$f(1) = 1; f(3x) - x^2 f(x^3) = 4x^3 + 2x + 1, (\forall x \in \mathbb{R})$. Khi đó $\int_1^3 xf'(x) dx$ bằng:

- A. 14 B. -1 C. 5 D. 6

Câu 47: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại $A, AB = a, \widehat{ACB} = 30^\circ, BC' = a\sqrt{7}$. Lấy hai điểm M, N lần lượt trên hai cạnh AB' và AC' sao cho $\overline{AB'} = 3\overline{AM}, \overline{NC'} = 2\overline{A'N}$. Thể tích khối đa diện $BMNC'C$ bằng

- A. $\frac{8}{9}a^3$. B. $\frac{4}{9}a^3$. C. $\frac{1}{2}a^3$. D. $\frac{3}{2}a^3$.

Câu 48: Có bao nhiêu số nguyên $a \in (-2023; 2023)$ để phương trình $\frac{1}{\log_2(x+7)} + \frac{1}{5^x - 1} = x + a$ có 3 nghiệm phân biệt

- A. 2028. B. 2027. C. 2017. D. 2016.

Câu 49: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng $\sqrt{3}a$. Cắt hình trụ bởi một mặt phẳng song song với trục, cách trục một khoảng bằng $\sqrt{2}a$ ta được thiết diện là một hình chữ nhật có chu vi bằng $10a$. Thể tích khối trụ đã cho bằng

- A. $27\pi a^3$. B. $3\pi a^3$. C. $9\pi a^3$. D. $12\pi a^3$.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -1; 2), B(6; 3; 2)$. Xét hai điểm M, N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oyz) sao cho $MN = 16$. Giá trị nhỏ nhất của $AM + BN$ bằng

- A. $4\sqrt{5}$. B. $4\sqrt{13}$. C. $2\sqrt{15}$. D. $5\sqrt{3}$.

HẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

| | | | | | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 1.B | 2.B | 3.B | 4.A | 5.A | 6.A | 7.C | 8.D | 9.A | 10.C |
| 11.C | 12.A | 13.C | 14.B | 15.B | 16.D | 17.C | 18.B | 19.C | 20.D |
| 21.C | 22.D | 23.B | 24.B | 25.D | 26.B | 27.C | 28.A | 29.B | 30.A |
| 31.A | 32.C | 33.D | 34.A | 35.B | 36.A | 37.D | 38.A | 39.D | 40.C |
| 41.C | 42.B | 43.D | 44.D | 45.A | 46.A | 47.A | 48.A | 49.C | 50.B |

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

- Câu 1:** Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 1)^{-2023}$ là
- A. $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$. **B. $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$** C. \mathbb{R} . D. $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y = (x^2 - 1)^{-2023}$ xác định khi $x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq -1 \end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$.

- Câu 2:** Cho hàm số $f(x) = e^{2x} + \cos x$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\int f(x)dx = \frac{e^{2x}}{2} - \sin x + C$ **B. $\int f(x)dx = \frac{e^{2x}}{2} + \sin x + C$**
- C. $\int f(x)dx = e^{2x} + \sin x + C$ D. $\int f(x)dx = e^{2x} - \sin x + C$

Lời giải

Chọn B

$$\int f(x)dx = \frac{e^{2x}}{2} + \sin x + C$$

- Câu 3:** Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Giá trị của u_5 bằng

- A. 30. **B. 48.** C. 27. D. 5.

Lời giải

Chọn B

Công thức số hạng tổng quát của cấp số nhân: $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$.

Do đó $u_5 = 3 \cdot 2^4 = 48$.

- Câu 4:** Nghiệm của phương trình $3^{x-4} = 9$ là

- A. $x = 6$.** B. $x = 2$. C. $x = 3$. D. $x = 4$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $3^{x-4} = 9 \Leftrightarrow 3^{x-4} = 3^2 \Leftrightarrow x - 4 = 2 \Leftrightarrow x = 6$.

- Câu 5:** Biết phương trình $\log_3^2 x - 5 \log_3 x + 3 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Giá trị $x_1 \cdot x_2$ là:

- A. 243** B. 5 C. 3 D. 81

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình $\log_3^2 x - 5\log_3 x + 3 = 0$, điều kiện $x > 0$

Đặt $t = \log_3 x \Rightarrow x = 3^t$

Ta được phương trình $t^2 - 5t + 3 = 0$ vì phương trình có hai nghiệm nên theo Viet ta được $t_1 + t_2 = 5$

Do đó $x_1 \cdot x_2 = 3^{t_1} \cdot 3^{t_2} = 3^{t_1+t_2} = 3^5 = 243$

Câu 6: Phương trình tiệm cận ngang của hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$ là:

- A.** $y = 2$ **B.** $x = -1$ **C.** $x = \frac{3}{2}$ **D.** $y = -3$

Lời giải

Chọn A

Tiệm cận ngang hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$ là $y = \frac{a}{c} = 2$

Câu 7: Nếu $\int_0^4 f(x)dx = 3, \int_0^2 f(x)dx = 1$ thì $\int_2^4 f(x)dx$ bằng

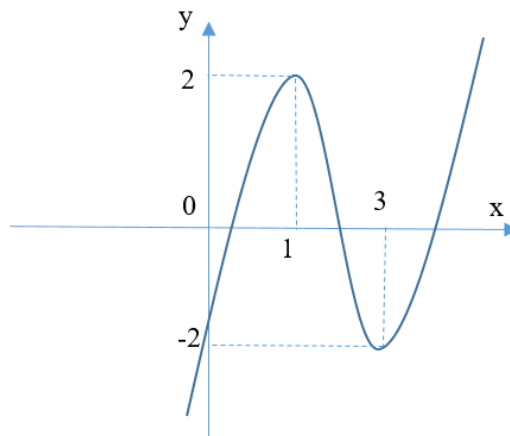
- A.** 4 **B.** 3 **C.** 2 **D.** -2

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int_2^4 f(x)dx = \int_0^4 f(x)dx - \int_0^2 f(x)dx = 3 - 1 = 2$

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Số nghiệm của phương trình $2f(x) + 1 = 0$ bằng

- A.** 2 **B.** 4 **C.** 0 **D.** 3

Lời giải

Chọn D

Ta có $2f(x)+1=0 \Rightarrow f(x)=\frac{-1}{2}$

Kẻ đường thẳng $y=\frac{-1}{2}$ cắt đồ thị tại 3 điểm nên có 3 nghiệm

Câu 9: Đạo hàm của hàm số $y=\log_5 x$ là

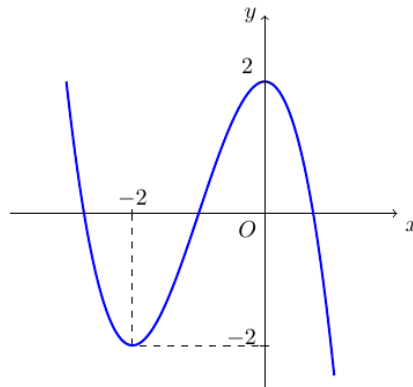
- A.** $\frac{1}{x \ln 5}$ **B.** $\frac{1}{x}$ **C.** $\frac{\ln 5}{x}$ **D.** $\frac{1}{5 \ln x}$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y=\log_5 x \Rightarrow y'=\frac{1}{x \ln 5}$

Câu 10: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(-\infty; -2)$ **B.** $(0; +\infty)$ **C.** $(-2; 0)$ **D.** $(-1; 1)$

Lời giải

Chọn C

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.

Câu 11: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

| | | | | | |
|------|-----------|------|------|-----------|-----|
| x | $-\infty$ | -1 | 1 | $+\infty$ | |
| y' | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ |
| y | $-\infty$ | 1 | -3 | $+\infty$ | |

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là

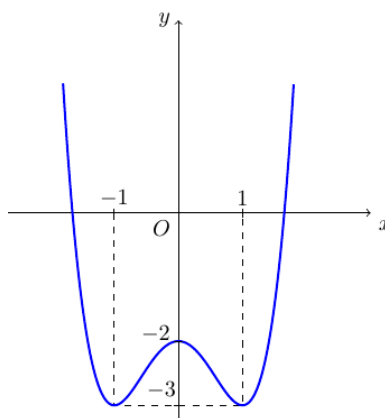
- A.** 0 **B.** -1 **C.** -3 **D.** 1

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên ta có giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là $y = -3$.

Câu 12: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ



Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là

A. $(0; -2)$.

B. $(-2; 0)$.

C. $(-1; -3)$.

D. $(1; -3)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị hàm số suy ra điểm cực đại của đồ thị hàm số có tọa độ là $(0; -2)$.

Câu 13: Cho $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = F(x) + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $F'(x) = \frac{\sin 2x}{\cos^2 x}$.

B. $F'(x) = \tan x$.

C. $F'(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$.

D. $F'(x) = -\frac{1}{\cos^2 x}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = F(x) + C$ nên $F'(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$.

Câu 14: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình vẽ?

| | | | |
|------|-----------|-----------|-----------|
| x | $-\infty$ | 2 | $+\infty$ |
| y' | | - | - |
| y | 1 | $+\infty$ | 1 |

Arrows indicate the function values at the boundaries: from 1 at $-\infty$ to $-\infty$ at $x=2$, and from $+\infty$ at $x=2$ to 1 at $+\infty$.

A. $y = x^4 - 4x^2 + 3$.

B. $y = \frac{x-1}{x-2}$.

C. $y = \frac{x-3}{x-2}$.

D. $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

Lời giải

Chọn B

Nhìn vào BBT ta thấy đây là BBT của hàm nhất biến nên loại A và D

Với $y = \frac{x-3}{x-2} \Rightarrow y' = \frac{1}{(x-2)^2} > 0, \forall x \neq 2$ nên loại **C.**

Câu 15: Từ một nhóm học sinh gồm 5 nam và 7 nữ, có bao nhiêu cách chọn ra hai học sinh?

- A.** A_{12}^2 . **B.** C_{12}^2 . **C.** 12^2 . **D.** 2^{12} .

Lời giải

Chọn B

Số cách chọn 2 học sinh từ 12 học sinh là: C_{12}^2 .

Câu 16: Cho tất cả các số thực $a, b, \alpha (a > b > 0, \alpha > 1)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $(a-b)^\alpha = a^\alpha - b^\alpha$. **B.** $(a+b)^\alpha = a^\alpha + b^\alpha$. **C.** $\left(\frac{a}{b}\right)^\alpha = \frac{a^\alpha}{b^{-\alpha}}$. **D.** $(ab)^\alpha = a^\alpha b^\alpha$.

Lời giải

Chọn D

Câu 17: Nếu $\int_0^6 f(x)dx = 5$ và $\int_0^6 g(x)dx = 7$ thì $I = \int_0^6 [2f(x) + 3g(x)]dx$ bằng

- A.** 26. **B.** 29. **C.** 31. **D.** 21.

Lời giải

Chọn C

Ta có $I = \int_0^6 [2f(x) + 3g(x)]dx = 2\int_0^6 f(x)dx + 3\int_0^6 g(x)dx = 2.5 + 3.7 = 31$.

Câu 18: Có bao nhiêu giá trị nguyên không âm của tham số m để hàm số

$y = \frac{1}{3}(m-1)x^3 - (m-1)x^2 + (m-3)x - m^2$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

- A.** 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

+ TH 1: Nếu $m = 1$ thì hàm số trở thành $y = -2x - 1$: Hàm số này luôn nghịch biến trên \mathbb{R} .

+ TH 2: Nếu $m \neq 1$ thì ta có: $y' = (m-1)x^2 - 2(m-1)x + m - 3$.

Hàm số luôn nghịch biến trên $(-\infty; +\infty) \Leftrightarrow y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m-1 < 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ (m-1)^2 - (m-1)(m-3) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ 2m-2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m < 1.$$

Kết hợp hai trường hợp ta được $m \leq 1$.

Vậy có 2 giá trị m cần tìm.

Câu 19: Cho khối chóp có diện tích đáy bằng 5, chiều cao bằng 6. Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A.** 15. **B.** 5. **C.** 10. **D.** 30.

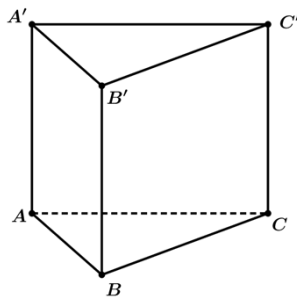
Lời giải

Chọn C

Thể tích khối chóp là $V = \frac{1}{3}S.h = \frac{1}{3}.5.6 = 10$.

Câu 20: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại A , $AC = AA' = 2$ (tham

khảo hình vẽ)

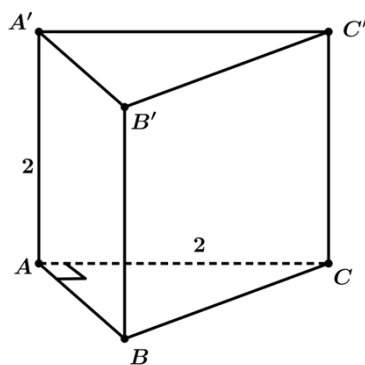


Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A. 2. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{4}{3}$. **D. 4.**

Lời giải

Chọn D



Ta có $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = 2$.

Thể tích khối lăng trụ là $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC} \cdot AA' = 2 \cdot 2 = 4$.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, nếu vectơ $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$ thì tọa độ điểm M là

- A. $(-2; 3; -1)$. B. $(-3; 2; 1)$. **C. $(2; -3; 1)$.** D. $(2; 1; -3)$.

Lời giải

Chọn C

Theo định nghĩa: $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k} \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = (2; -3; 1) \Leftrightarrow M(2; -3; 1)$.

Câu 22: Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 6$, đường sinh $l = 8$. Diện tích toàn phần của hình trụ đã cho bằng

- A. 32π . B. 96π . C. 132π . **D. 168π .**

Lời giải

Chọn D

Ta có: $S_{tp} = 2\pi rl + 2\pi r^2 = 2\pi \cdot 6 \cdot 8 + 2\pi \cdot 6^2 = 168\pi$.

Câu 23: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x-1) < 2$ là

- A. $(-\infty; 10)$. **B. $(1; 10)$.** C. $(0; +\infty)$. D. $[1; 10)$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

Ta có: $\log_3(x - 1) < 2 \Rightarrow x - 1 < 9 \Leftrightarrow x < 10$. Kết hợp điều kiện $1 < x < 10$.

Câu 24: Cho mặt cầu có diện tích bằng 24π . Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

- A. $3\sqrt{2}$. B. $\sqrt{6}$. C. 3. D. $\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $S = 24\pi \Leftrightarrow 4\pi R^2 = 24\pi \Leftrightarrow R^2 = 6 \Rightarrow R = \sqrt{6}$.

Câu 25: Có hàm số $f(x) = \frac{x - m^2}{x + 3}$. Gọi m_0 là giá trị lớn nhất của tham số m để hàm số đã cho có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0; 5]$ bằng -3 . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $m_0 \in (4; 6)$. B. $m_0 \in (6; 8)$. C. $m_0 \in (0; 2)$. D. $m_0 \in (2; 4)$.

Lời giải

Chọn D

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$.

Ta có: $f'(x) = \frac{3 + m^2}{(x + 3)^2} > 0 \forall x \neq -3$.

\Rightarrow Hàm số đồng biến trên đoạn $[0; 5]$

$\Rightarrow \underset{[0;5]}{\text{Min}} f(x) = f(0) = -3 \Leftrightarrow \frac{-m^2}{3} = -3 \Leftrightarrow m^2 = 9 \Leftrightarrow m = \pm 3 \Rightarrow m_0 = 3 \in (2; 4)$.

Câu 26: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên \mathbb{R} thỏa mãn

$F(2) - F(0) = 5$. Khi đó $\int_0^2 3f(x) dx$ bằng

- A. 6. B. 15. C. 10. D. 5.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int_0^2 3f(x) dx = 3 \int_0^2 f(x) dx = 3(F(2) - F(0)) = 3 \cdot 5 = 15$.

Câu 27: Cho khối nón có chiều cao $h = 3$, thể tích $V = 9\pi$. Bán kính đáy của khối nón đã cho bằng

- A. $\sqrt{3}$. B. $3\sqrt{3}$. C. 3. D. 9.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h \Leftrightarrow r^2 = \frac{3V}{\pi h} = \frac{3 \cdot 9\pi}{\pi \cdot 3} = 9 \Rightarrow r = 3$.

Câu 28: Trong kho đèn trang trí có 8 bóng đèn loại I và 12 bóng đèn loại II, các bóng đèn trong kho khác nhau về màu sắc và hình dáng. Lấy ra 8 bóng đèn bất kì. Xác suất để 8 bóng đèn lấy ra có đủ hai loại và số bóng đèn loại I nhiều hơn số bóng đèn loại II bằng

- A. $\frac{7132}{62985}$. B. $\frac{7132}{62987}$. C. $\frac{7084}{62985}$. D. $\frac{7132}{62983}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $n(\Omega) = C_{20}^8$.

TH1: 8 bóng đèn lấy ra có 7 bóng đèn loại I và 1 bóng đèn loại II. \Rightarrow Có $C_8^7 \cdot C_{12}^1$ cách chọn.

TH2: 8 bóng đèn lấy ra có 6 bóng đèn loại I và 2 bóng đèn loại II \Rightarrow Có $C_8^6 \cdot C_{12}^2$ cách chọn.

TH3: 8 bóng đèn lấy ra có 5 bóng đèn loại I và 3 bóng đèn loại II \Rightarrow Có $C_8^5 \cdot C_{12}^3$ cách chọn.

Gọi A là biến cố “ 8 bóng đèn lấy ra có đủ hai loại và số bóng đèn loại I nhiều hơn số bóng đèn loại II”.

$$\text{Xác suất của biến cố } A \text{ là: } P(A) = \frac{C_8^7 \cdot C_{12}^1 + C_8^6 \cdot C_{12}^2 + C_8^5 \cdot C_{12}^3}{C_{20}^8} = \frac{7132}{62985}.$$

Câu 29: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - 2x^2 - 7x + 1$ trên đoạn $[-2; 1]$ bằng

- A. 3. B. 5. C. 6. D. 4.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = 3x^2 - 4x - 7$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \in (-2; 1) \\ x = \frac{7}{3} \notin (-2; 1) \end{cases}.$$

$y(-2) = -1$; $y(-1) = 5$; $y(1) = -7$. Suy ra giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-2; 1]$ là 5.

Câu 30: Cho bất phương trình $\left(\frac{1}{7}\right)^{\frac{2}{x}} - 5\left(\frac{1}{7}\right)^{\frac{1}{x}} > 14$ có tập nghiệm $S = (a; b)$. Giá trị của biểu thức $3a + 4b$ bằng

- A. -3. B. -2. C. -5. D. 0.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \left(\frac{1}{7}\right)^{\frac{2}{x}} - 5\left(\frac{1}{7}\right)^{\frac{1}{x}} > 14 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{7}\right)^{\frac{2}{x}} - 5\left(\frac{1}{7}\right)^{\frac{1}{x}} - 14 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{1}{7}\right)^{\frac{1}{x}} > 7 \\ \left(\frac{1}{7}\right)^{\frac{1}{x}} < -2(vn) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x} < -1 \Leftrightarrow \frac{x+1}{x} < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 0.$$

Suy ra bất phương trình có tập nghiệm $S = (-1; 0)$, do đó $3a + 4b = -3$.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2; -1; 1)$ và nhận $\vec{n} = (1; 3; -2)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình là

- A. $x + 3y - 2z + 3 = 0$. B. $x + 3y - 2z - 3 = 0$. C. $2x - y + z + 3 = 0$ D. $2x - y + z - 3 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có (P) có phương trình $1(x-2) + 3(y+1) - 2(z-1) = 0 \Leftrightarrow x + 3y - 2z + 3 = 0$

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 2 = 0$. Tâm của (S) có toạ độ là

- A. $(2; -4; 6)$. B. $(-1; 2; -3)$. C. $(1; -2; 3)$. D. $(-2; 4; -6)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; 3)$.

Câu 33: Cho hàm số $y = f(x)$ thoả mãn $f(0) = -\frac{4}{3}$ và $f'(x) = x^3 f^2(x)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $f(3)$ bằng

- A. -1 . B. $-\frac{4}{19}$. C. $-\frac{3}{4}$. D. $-\frac{1}{21}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $f'(x) = x^3 f^2(x) \Rightarrow \frac{f'(x)}{f^2(x)} = x^3$

Suy ra $\left[-\frac{1}{f(x)} \right]' = x^3$. Do đó, $-\frac{1}{f(x)} = \int x^3 dx = \frac{1}{4}x^4 + C$

Do $f(0) = -\frac{4}{3}$ nên ta có $C = \frac{3}{4}$.

Suy ra $-\frac{1}{f(x)} = \frac{1}{4}x^4 + \frac{3}{4}$. Do đó, $f(x) = \frac{-4}{x^4 + 3}$.

Khi đó, $f(3) = \frac{-4}{3^4 + 3} = -\frac{1}{21}$.

Câu 34: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{2023} \left(x\sqrt{x^2 + 5} - x^2 \right) \leq \sqrt{x^2 + 5} - 4x$ là:

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải

Chọn A

(ĐK: $x\sqrt{x^2 + 5} - x^2 > 0 \Leftrightarrow x(\sqrt{x^2 + 5} - x) > 0 \Leftrightarrow x > 0$ (do $\sqrt{x^2 + 5} > |x| \geq x, \forall x \in \mathbb{R}$))

Ta có:

$$\log_{2023} \left(x\sqrt{x^2 + 5} - x^2 \right) \leq \sqrt{x^2 + 5} - 4x \Leftrightarrow \log_{2023} \left(x\sqrt{x^2 + 5} - x^2 \right) - \sqrt{x^2 + 5} + 4x \leq 0$$

Đặt $f(x) = \log_{2023} \left(x\sqrt{x^2 + 5} - x^2 \right) - \sqrt{x^2 + 5} + 4x$. Khi đó,

$$\begin{aligned}
f'(x) &= \frac{\sqrt{x^2+5} + x \cdot \frac{2x}{2\sqrt{x^2+5}} - 2x}{\ln 2023 \cdot (x\sqrt{x^2+5} - x^2)} - \frac{x}{\sqrt{x^2+5}} + 4 \\
&= \frac{2x^2 - 2x\sqrt{x^2+5} + 5}{\ln 2023 \cdot (x\sqrt{x^2+5} - x^2)\sqrt{x^2+5}} - \frac{x}{\sqrt{x^2+5}} + 4 \\
&= \frac{(\sqrt{x^2+5} - x)^2}{\ln 2023 \cdot (x\sqrt{x^2+5} - x^2)\sqrt{x^2+5}} - \frac{x}{\sqrt{x^2+5}} + 4
\end{aligned}$$

Suy ra $f'(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ (do $\sqrt{x^2+5} > |x| \geq x, \forall x \in \mathbb{R}$).

Do đó, f đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Do $x > 0, x \in \mathbb{Z}$ nên $x \geq 1$ suy ra $f(x) \geq f(1) \approx 1,6 > 0$.

Vậy bất phương trình $f(x) \leq 0$ vô nghiệm.

Câu 35: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Biết $f(x) > -1, \forall x \in \mathbb{R}, f(0) = 0$ và thoả mãn

$$f'(x)\sqrt{x^2+1} = 2x\sqrt{f(x)+1}. \text{ Khi đó, } \int_0^{\sqrt{3}} f'(x) dx \text{ bằng}$$

A. 0.

B. 3.

C. 9.

D. 5.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } f'(x)\sqrt{x^2+1} = 2x\sqrt{f(x)+1}$$

$$\Leftrightarrow \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)+1}} = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} \Leftrightarrow \left[\sqrt{f(x)+1} \right]' = \left(\sqrt{x^2+1} \right)'$$

Suy ra $\sqrt{f(x)+1} = \sqrt{x^2+1} + C$. Do $f(0) = 0$ nên $C = 0$.

$$\text{Do đó, } f(x) = x^2. \text{ Khi đó, } \int_0^{\sqrt{3}} f'(x) dx = \int_0^{\sqrt{3}} 2x dx = 3.$$

Câu 36: Trong mặt phẳng $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm thuộc trục Ox và đi qua hai điểm $A(1;2;1), B(-1;0;3)$ có bán kính bằng

A. 3.

B. $2\sqrt{3}$.

C. $\sqrt{3}$.

D. 9.

Lời giải

Chọn A

Giả sử tâm $I(a;0;0) \in Ox$.

$$\text{Ta có } |\overline{AI}|^2 = |\overline{BI}|^2 \Leftrightarrow (a-1)^2 + 4 + 1 = (a+1)^2 + 0 + 9$$

$$\Leftrightarrow a = -1 \Rightarrow I(-1;0;0) \Rightarrow R = |\overline{AI}| = \sqrt{(-1-1)^2 + (0-2)^2 + (0-1)^2} = 3$$

Câu 37: Hàm số $y = \ln(x^4 - 8x^2 + 3)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

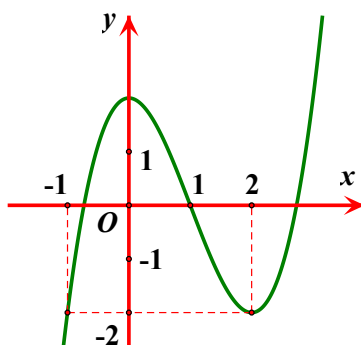
Chọn D

Hàm số xác định $\Leftrightarrow x^4 - 8x^2 + 3 > 0 (*)$

$$\text{Ta có } y' = \frac{4x^3 - 16x}{x^4 - 8x^2 + 3} \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 & TM (*) \\ x = 2 & KTM (*) \\ x = -2 & KTM (*) \end{cases}$$

$y' = 0$ có một nghiệm bội lẻ $x = 0$ nên hàm số có đúng 1 điểm cực trị.

Câu 38: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình dưới đây



Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(\sqrt{x+2} + \sqrt{2-x} - m) + 2 = 0$ có nghiệm trong khoảng $(-2; 2)$?

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 0.

Lời giải

Chọn D

$$PT \Leftrightarrow f(\sqrt{x+2} + \sqrt{2-x} - m) = -2 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x+2} + \sqrt{2-x} - m = -1 \\ \sqrt{x+2} + \sqrt{2-x} - m = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x+2} + \sqrt{2-x} + 1 = m \\ \sqrt{x+2} + \sqrt{2-x} - 2 = m \end{cases}$$

Xét

$$+ f(x) = \sqrt{x+2} + \sqrt{2-x} + 1 \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+2}} - \frac{1}{2\sqrt{2-x}}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0.$$

Ta có BBT sau

| | | | |
|---------|----|---------------|---|
| x | -2 | 0 | 2 |
| $f'(x)$ | + | 0 | - |
| $f(x)$ | 3 | $1+2\sqrt{2}$ | 3 |

Từ BBT trên phương trình $\sqrt{x+2} + \sqrt{2-x} + 1 = m$ có nghiệm

$$+ g(x) = \sqrt{x+2} + \sqrt{2-x} - 2 \Rightarrow g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+2}} - \frac{1}{2\sqrt{2-x}}$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0.$$

Ta có BBT sau

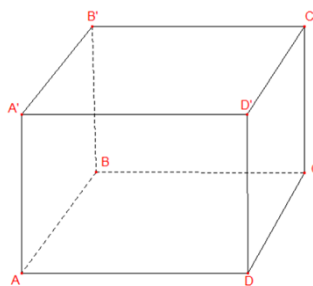
| | | | |
|---------|----|---------------|---|
| x | -2 | 0 | 2 |
| $g'(x)$ | + | 0 | - |
| $g(x)$ | 0 | $2\sqrt{2}-2$ | 0 |

Từ BBT trên phương trình $\sqrt{x+2} + \sqrt{2-x} - 2 = m$ có nghiệm $\Leftrightarrow 0 < m \leq 2\sqrt{2} - 2$

Vậy PT $f(\sqrt{x+2} + \sqrt{2-x} - m) + 2 = 0$ có nghiệm trong khoảng $(-2; 2)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0 < m \leq 2\sqrt{2} - 2 \\ 3 < m \leq 1 + 2\sqrt{2} \end{cases}, m \in \mathbb{Z} \Rightarrow \text{có 1 giá trị nguyên } m = 3 \text{ thỏa mãn.}$$

Câu 39: Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a, AD = 2a$, diện tích tam giác $C'BD$ bằng $\frac{\sqrt{14}}{2}a^2$ (tham khảo hình vẽ).



Thể tích của khối hộp đã cho bằng

A. $\sqrt{14}a^3$.

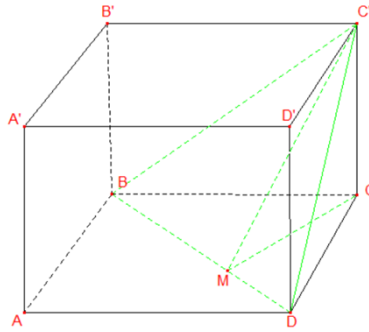
B. $\frac{2\sqrt{2}}{3}a^3$.

C. $\frac{4}{3}a^3$.

D. $2\sqrt{2}a^3$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{a^2 + 4a^2} = a\sqrt{5}$

Kẻ $CM \perp BD$ tại M thì $\widehat{C'MC} = \varphi$ là góc giữa hai mặt phẳng (BCD) và $(BC'D)$

Ta có $S_{\Delta BCD} = a^2$; $S_{\Delta BC'D} = \frac{\sqrt{14}}{2}a^2$

Mà $S_{\Delta BCD} = S_{\Delta BC'D} \cos \varphi \Rightarrow \cos \varphi = \frac{S_{\Delta BCD}}{S_{\Delta BC'D}} = \frac{2}{\sqrt{14}}$ và $\sin \varphi = \sqrt{\frac{10}{14}}$

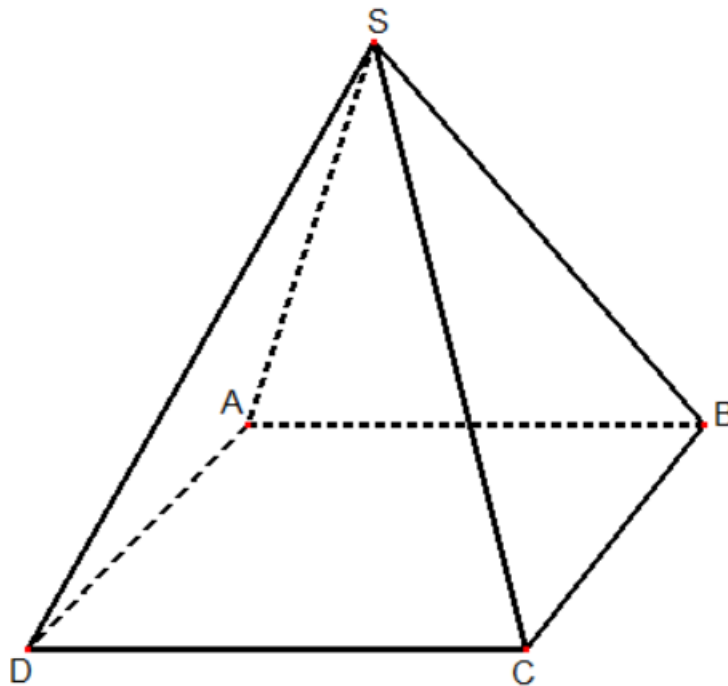
Mặt khác: $CM \cdot BD = CD \cdot CB \Rightarrow CM = \frac{CD \cdot CB}{BD} = \frac{2a}{\sqrt{5}}$

$CC' = CM \cdot \tan \varphi = a\sqrt{2}$

Vậy Thể tích khối hộp chữ nhật là

$V = B \cdot h = AB \cdot AD \cdot CC' = a \cdot 2a \cdot a\sqrt{2} = 2a^3\sqrt{2}$

Câu 40: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $\sqrt{2}a$ (tham khảo hình vẽ).



Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC) bằng

A. 45° .

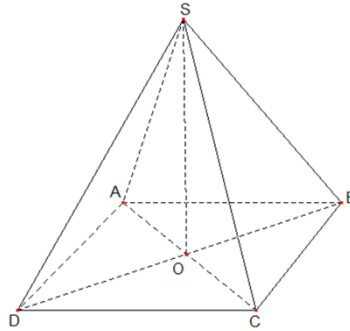
B. 90° .

C. 30° .

D. 60° .

Lời giải

Chọn C



Hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ nên đáy $ABCD$ là hình vuông

Gọi O là tâm của đáy $\Rightarrow SO \perp (ABCD)$

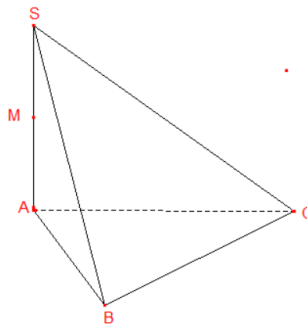
$$\text{Ta có } SA = a\sqrt{2}, AB = a, BD = a\sqrt{2} \Rightarrow BO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} BO \perp AC \\ BO \perp SO \end{cases} \Rightarrow BO \perp (SAC)$$

O là hình chiếu của B lên $(SAC) \Rightarrow (SB, (SAC)) = \widehat{BSO}$

$$\text{Xét } \triangle SBO \text{ vuông tại } O, \text{ có: } \sin \widehat{BSO} = \frac{OB}{SB} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{a\sqrt{2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{BSO} = 30^\circ$$

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , SA vuông góc mặt phẳng đáy, $SB = \sqrt{3}a$ (tham khảo hình vẽ)



Khoảng cách từ trung điểm M của SA đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{\sqrt{66}}{33}a$.

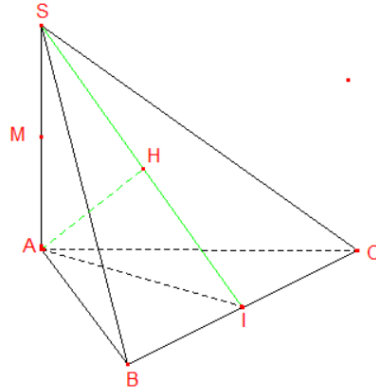
B. $\frac{\sqrt{66}}{11}a$.

C. $\frac{\sqrt{66}}{22}a$.

D. $\frac{\sqrt{66}}{44}a$.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = \sqrt{3a^2 - a^2} = a\sqrt{2}$; $AI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Gọi I là trung điểm của BC và H là hình chiếu của A lên SI

$$\begin{cases} BC \perp AI \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAI) \Rightarrow BC \perp AH$$

$$\begin{cases} AH \perp SI \\ AH \perp BC \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC)$$

Khoảng cách từ trung điểm M của SA đến mặt phẳng (SBC) là:

$$d(M, (SBC)) = \frac{1}{2} d(A, (SBC))$$

$$\text{Ta có } \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AI^2} + \frac{1}{SA^2} = \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} + \frac{1}{(a\sqrt{2})^2} = \frac{11}{6a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{66}}{11}$$

$$d(M, (SBC)) = \frac{1}{2} d(A, (SBC)) = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{66}}{11} = \frac{a\sqrt{66}}{22}$$

Câu 42: Cho hàm số $f(x) = -x^4 - (5 - m^2)x + 2023$ và $g(x) = -x^3 + 5x^2 - 2022x + 2023$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $h(x) = g[f(x)]$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$?

A. 7.

B. 5.

C. 6.

D. 8.

Lời giải

Chọn A

$$f'(x) = -4x^3 - (5 - m^2)$$

$$g'(x) = -3x^3 + 10x^2 - 2022 < 0 \quad \forall x \in (1; +\infty)$$

$$h'(x) = (g[f(x)])' = f'(x) \cdot g'[f(x)]$$

Để hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$ thì $h'(x) > 0; \forall x \in (1; +\infty)$

$$\Rightarrow f'(x) \cdot g'[f(x)] > 0; \forall x \in (1; +\infty)$$

$$\Rightarrow f'(x) < 0; \forall x \in (1; +\infty)$$

$$\Rightarrow -4x^3 - (5 - m^2) < 0; \forall x \in (1; +\infty)$$

$$\Rightarrow -4x^3 < (5 - m^2); \forall x \in (1; +\infty)$$

$$\text{Xét hàm: } K(x) = -4x^3 \Rightarrow K'(x) = -12x^2$$

$$K'(x) = 0 \Leftrightarrow -12x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

Bảng xét dấu

| | | | | | | | |
|---------|-----------|---|-----|---|-----|--|-----------|
| x | $-\infty$ | | 0 | | 1 | | $+\infty$ |
| $K'(x)$ | | - | 0 | - | | | |
| $K(x)$ | $+\infty$ | | | | | | $-\infty$ |

Dựa vào bảng biến thiên

$$-4x^3 < (5 - m^2); \forall x \in (1; +\infty) \Leftrightarrow 5 - m^2 \geq -4 \Leftrightarrow m^2 \leq 9 \Leftrightarrow -3 \leq m \leq 3.$$

Vậy có 7 giá trị nguyên của m thỏa mãn bài toán.

Câu 43: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, tam giác ΔSAB vuông cân tại S , tam giác ΔSCD có $SC = SD = \frac{\sqrt{10}}{2}a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{15}}{18}a^3$.

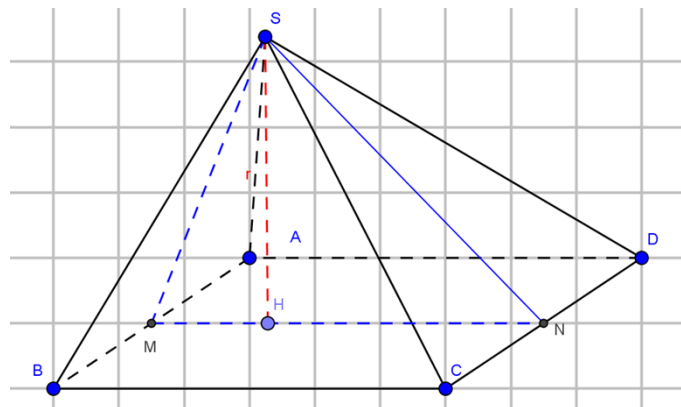
B. $\frac{\sqrt{15}}{12}a^3$.

C. $\frac{\sqrt{21}}{24}a^3$.

D. $\frac{\sqrt{15}}{6}a^3$.

Lời giải

Chọn D



Gọi M, N là trung điểm của AB, CD .

Gọi H là chân đường cao của tam giác ΔSMN .

Vì tam giác ΔSCD cân tại S nên $SN \perp CD$.

Ta có:

$$\left. \begin{array}{l} CD \perp SN \\ CD \perp MN \\ SN, MN \subset (SMN) \\ SN \cap MN = N \end{array} \right\} \Rightarrow CD \perp (SMN) \Rightarrow CD \perp SH$$

Mặt khác

$$\left. \begin{array}{l} SH \perp CD \\ SH \perp MN \\ CD, MN \subset (ABCD) \\ CD \cap MN = N \end{array} \right\} \Rightarrow SH \perp (ABCD)$$

Vì tam giác ΔSAB vuông cân tại S và $AB = 2a$ nên $SM = \frac{AB}{2} = a$.

Xét tam giác ΔSNC vuông tại N .

$$SN = \sqrt{SC^2 - CN^2} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{10}}{2}a\right)^2 - a^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

$$MN = AB = 2a$$

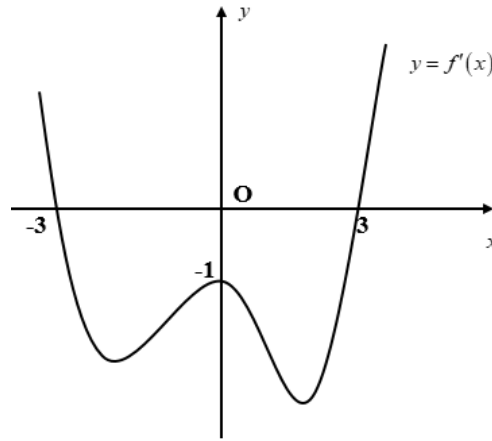
$$\text{Nửa chu vi của tam giác } \Delta SMN \text{ là: } p = \frac{SM + MN + SN}{2} = \frac{(6 + \sqrt{6}) \cdot a}{4}$$

$$\Rightarrow S_{\Delta SMN} = \sqrt{p(p - SM) \cdot (p - MN) \cdot (p - SN)} = \frac{\sqrt{15}}{8}a^2$$

$$\text{Mặt khác: } S_{\Delta SMN} = \frac{1}{2}SH \cdot MN \Rightarrow \frac{\sqrt{15}}{8}a^2 = \frac{1}{2}SH \cdot 2a \Rightarrow SH = \frac{\sqrt{15}}{8}a$$

$$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot (2a)^2 \cdot \frac{\sqrt{15}}{8}a = \frac{\sqrt{15}a^3}{6}.$$

Câu 44: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} . Biết $f(-5) < 0$ và đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ



Hàm số $g(x) = |3f(-x^4 + 2x^2 - 5) - 2x^6 + 6x^2|$ có tối đa bao nhiêu điểm cực trị?

A. 9.

B. 3.

C. 5.

D. 7.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $h(x) = 3f(-x^4 + 2x^2 - 5) - 2x^6 + 6x^2$

$$\begin{aligned} \Rightarrow h'(x) &= 3(-4x^3 + 4x)f'(-x^4 + 2x^2 - 5) - 12x^5 + 12x \\ &= -12x(x-1)(x+1)f'(-x^4 + 2x^2 - 5) - 12x(x^2 + 1)(x-1)(x+1) \\ &= -12x(x-1)(x+1)(f'(-x^4 + 2x^2 - 5) + (x^2 + 1)) \end{aligned}$$

Dựa vào đồ thị $f'(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -3)$

$$\begin{aligned} -x^4 + 2x^2 - 5 &= -(x^2 - 1)^2 - 4 \leq -4 \Rightarrow f'(-x^4 + 2x^2 - 5) \geq f'(-4) > 0 \\ \Rightarrow f'(-x^4 + 2x^2 - 5) + x^2 + 1 &> 0 \end{aligned}$$

$$h'(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow -12x(x-1)(x+1)(f'(-x^4 + 2x^2 - 5) + (x^2 + 1)) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -12x(x-1)(x+1) = 0 \\ f'(-x^4 + 2x^2 - 5) + x^2 + 1 = 0 \text{ (ptvn)} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

| | | | | | |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----------|
| x | $-\infty$ | -1 | 0 | 1 | $+\infty$ |
| $h'(x)$ | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $-$ |
| $h(x)$ | | | | | |

Dựa vào bảng biến thiên:

+ $h(x)$ có ba cực trị.

+ Đồ thị hàm số $h(x)$ cắt trục hoành tối đa 4 điểm.

Vậy hàm số $g(x)$ có tối đa 7 cực trị.

Câu 45: Cho hình nón có thiết diện đi qua đỉnh là tam giác SAB vuông tại S , (A, B thuộc đường tròn đáy). Biết tam giác SAB có bán kính đường tròn nội tiếp bằng $2(\sqrt{2}-1)$ đường cao SO tạo với mặt phẳng SAB một góc 30° . Diện tích xung quanh của hình nón bằng:

A. $2\sqrt{10}\pi$

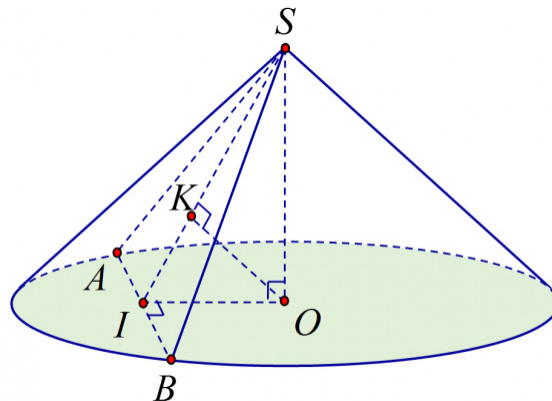
B. $2\sqrt{5}\pi$

C. $4\sqrt{10}\pi$

D. $\sqrt{15}\pi$

Lời giải

Chọn C



$$\text{Ta có } S_{\Delta SAB} = p \cdot 2(\sqrt{2}-1) \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot SA \cdot SB = \frac{SA+SB+\sqrt{2} \cdot SA}{2} \cdot 2(\sqrt{2}-1)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} l^2 = l\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1) \Leftrightarrow l = 2\sqrt{2} \Rightarrow AB = l\sqrt{2} = 4.$$

Mặt khác gọi I là trung điểm của AB ta có $\widehat{OSI} = 30^\circ$

$$\sin 30^\circ = \frac{OI}{SI} = \frac{\sqrt{R^2 - \frac{AB^2}{4}}}{\sqrt{l^2 - \frac{AB^2}{4}}} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{R^2 - 4}}{\sqrt{8-4}} \Leftrightarrow \sqrt{R^2 - 4} = 1 \Leftrightarrow R^2 = 5 \Leftrightarrow R = \sqrt{5}$$

$$\text{Vậy } S_{xq} = \pi Rl = 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{5}\pi = 2\sqrt{10}\pi.$$

Câu 46: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} thỏa mãn

$f(1) = 1; f(3x) - x^2 f(x^3) = 4x^3 + 2x + 1, (\forall x \in \mathbb{R})$. Khi đó $\int_1^3 xf'(x) dx$ bằng:

A. 14

B. -1

C. 5

D. 6

Lời giải

Chọn A

Ta có $f(1) = 1; f(3) = 8$.

Lấy tích phân hai vế trên đoạn $[0;1]$ ta được

$$\int_0^1 (f(3x) - x^2 f(x^3)) dx = \int_0^1 (4x^3 + 2x + 1) dx \Leftrightarrow \int_0^1 f(3x) dx - \int_0^1 x^2 f(x^3) dx = 3$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3} \int_0^1 f(3x) d(3x) - \frac{1}{3} \int_0^1 f(x^3) d(x^3) = 3$$

$$\Leftrightarrow \int_0^3 f(x) dx - \int_0^1 f(x) dx = 9$$

$$\Leftrightarrow \int_1^3 f(x) dx = 9$$

$$\text{Do đó } \int_1^3 xf'(x) dx = \int_1^3 x d(f(x)) = (xf(x)) \Big|_1^3 - \int_1^3 f(x) dx = 3f(3) - 1f(1) - 9 = 3 \cdot 8 - 1 - 9 = 14.$$

Câu 47: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $\widehat{ACB} = 30^\circ$, $BC' = a\sqrt{7}$. Lấy hai điểm M, N lần lượt trên hai cạnh AB' và AC' sao cho $\overrightarrow{AB'} = 3\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{NC} = 2\overrightarrow{A'N}$. Thể tích khối đa diện $BMNC'C$ bằng

A. $\frac{8}{9}a^3$.

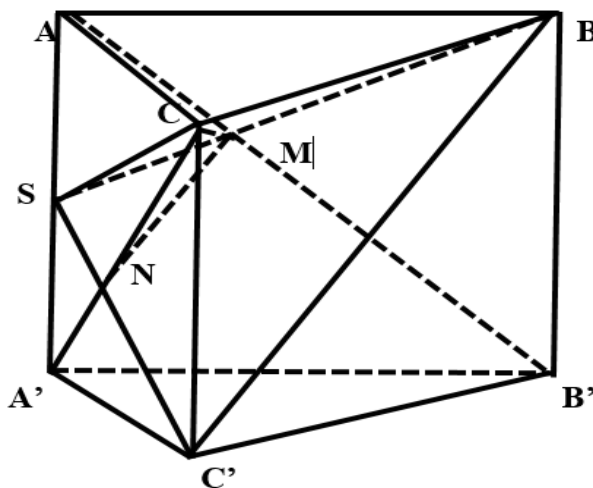
B. $\frac{4}{9}a^3$.

C. $\frac{1}{2}a^3$.

D. $\frac{3}{2}a^3$.

Lời giải

Chọn A



$$+ \text{Ta có } BC = 2a \Rightarrow \begin{cases} CC' = \sqrt{BC'^2 - BC^2} = \sqrt{7a^2 - 4a^2} = a\sqrt{3} \\ AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{4a^2 - a^2} = a\sqrt{3} \end{cases}$$

$$+) S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} a \cdot a\sqrt{3} = a^2\sqrt{3} \Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = CC' \cdot S_{\Delta ABC} = a\sqrt{3} \cdot a^2\sqrt{3} = 3a^3.$$

$$+) \frac{V_{B.ACC'A'}}{V_{ABC.A'B'C'}} = \frac{2}{3} \Rightarrow V_{B.ACC'A'} = 2a^3.$$

$$+) \frac{V_{B.SCC'}}{V_{B.ACC'A'}} = \frac{S_{\Delta SCC'}}{S_{ACC'A'}} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{B.SCC'} = a^3.$$

$$+) \frac{V_{S.MNC}}{V_{B.SCC'}} = \frac{SN}{SC'} \cdot \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SC}{SC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{1} = \frac{1}{9} \Rightarrow V_{BMNCC'} = \frac{8}{9}a^3.$$

Câu 48: Có bao nhiêu số nguyên $a \in (-2023; 2023)$ để phương trình $\frac{1}{\log_2(x+7)} + \frac{1}{5^x - 1} = x + a$ có 3

nghiệm phân biệt

A. 2028.

B. 2027.

C. 2017.

D. 2016.

Lời giải

Chọn A

$$+) \text{ĐK: } \begin{cases} x+7 > 0 \\ \log_2(x+7) \neq 0 \\ 5^x - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -7 \\ x \neq -6 \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in D = (-7; +\infty) \setminus \{-6, 0\}.$$

$$+) \frac{1}{\log_2(x+7)} + \frac{1}{5^x - 1} = x + a \Leftrightarrow \frac{1}{\log_2(x+7)} + \frac{1}{5^x - 1} - x = a.$$

$$+) \text{Xét } f(x) = \frac{1}{\log_2(x+7)} + \frac{1}{5^x - 1} - x$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{-(\log_2(x+7))'}{\log_2^2(x+7)} - \frac{(5^x - 1)'}{(5^x - 1)^2} = \frac{-1}{(x+7) \ln 2 \cdot \log_2^2(x+7)} - \frac{5^x \ln 5}{(5^x - 1)^2} - 1 < 0 \forall x \in D.$$

+) Bảng biến thiên:

| | | | | |
|---------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| x | -7 | -6 | 0 | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | | | | |
| | | | | |
| $f(x)$ | 5.96 | $+\infty$ | $+\infty$ | $-\infty$ |
| | $-\infty$ | | $-\infty$ | |

+) Từ bảng biến thiên suy ra để phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt thì $a < 5.96$
 $\Rightarrow a \in \{-2022, -2021, \dots, 5\}$. Suy ra có 2028 giá trị.

Câu 49: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng $\sqrt{3}a$. Cắt hình trụ bởi một mặt phẳng song song với trục, cách trục một khoảng bằng $\sqrt{2}a$ ta được thiết diện là một hình chữ nhật có chu vi bằng $10a$. Thể tích khối trụ đã cho bằng

A. $27\pi a^3$.

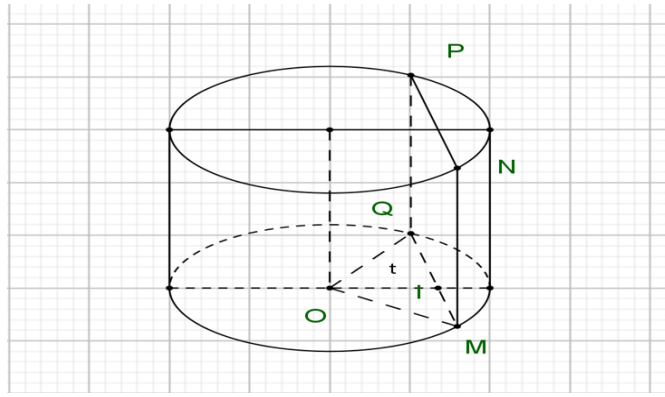
B. $3\pi a^3$.

C. $9\pi a^3$.

D. $12\pi a^3$.

Lời giải

Chọn C



Gọi thiết diện là $MNPQ$. Gọi I là trung điểm của MQ . Ta có $MNPQ$ là hình chữ nhật.
Ta có $d(O, (MNPQ)) = OI = a\sqrt{2}$.

Tam giác MIO vuông tại $O \Rightarrow MI = \sqrt{OM^2 - OI^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 - (a\sqrt{2})^2} = a \Rightarrow MQ = 2a$.

Do $MNPQ$ là hình chữ nhật nên $2(MN + MQ) = 10a \Rightarrow MN = 3a$.

Gọi V là thể tích khối trụ, ta có $V = \pi r^2 MN = \pi \cdot 3a^2 \cdot 3a = 9\pi a^3$.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -1; 2), B(6; 3; 2)$. Xét hai điểm M, N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oyz) sao cho $MN = 16$. Giá trị nhỏ nhất của $AM + BN$ bằng

A. $4\sqrt{5}$.

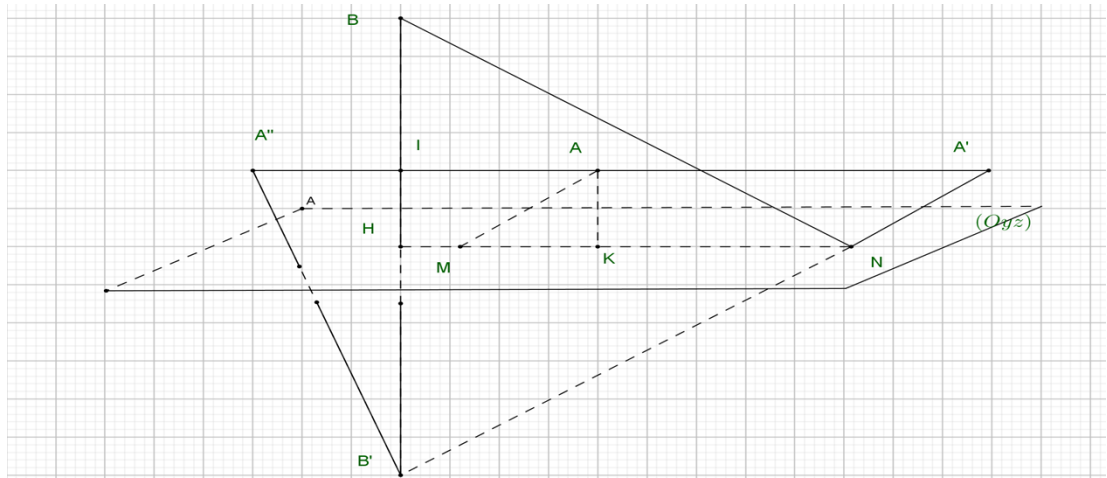
B. $4\sqrt{13}$.

C. $2\sqrt{15}$.

D. $5\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có phương trình mặt phẳng $(Oyz): x = 0$.

Gọi B' là điểm đối xứng B qua $(Oyz): x = 0 \Rightarrow B'(-6; 3; 2)$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm B xuống $(Oyz): x = 0 \Rightarrow H(0; 3; 2)$

Gọi K là hình chiếu vuông góc của điểm A xuống $(Oyz): x = 0 \Rightarrow K(0; -1; 2)$

Ta có $HK = 4, d(A, (Oyz)) = AK = 2, d(B, (Oyz)) = BH = 6$.

Gọi $(\alpha): x = 2$. Trên (α) lấy điểm A' sao cho $\overline{AA'} = \overline{MN}$.

Vì M, N thay đổi và $MN = 16 \Rightarrow A'$ nằm trên đường tròn tâm A , bán kính $R = 16$.

$AM + BN = A'N + BN = A'N + NB' \geq A'B' \geq B'A'' = \sqrt{B'I^2 + IA''^2} = \sqrt{8^2 + 12^2} = 4\sqrt{13}$.