

ĐỀ THI CHÍNH THỨC
Mã đề thi: 101

Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề
(Đề thi có 06 trang, gồm 50 câu)

Họ, tên thí sinh:.....; Số báo danh:.....

Chữ ký của cán bộ coi thi 1:; Chữ ký của cán bộ coi thi 2:

Câu 1. Cho hình trụ có bán kính đáy $R = 8$ và độ dài đường sinh $l = 3$. Diện tích xung quanh của hình trụ bằng:

- A. 24π . B. 192π . C. 48π . D. 64π .

Câu 2. Có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh từ một nhóm có 20 học sinh.

- A. C_{20}^3 . B. 20^3 . C. 3^{20} . D. A_{20}^3 .

Câu 3. Tìm tập nghiệm S của phương trình $2^{x+1} = 8$.

- A. $S = \{4\}$. B. $S = \{1\}$. C. $S = \{3\}$. D. $S = \{2\}$.

Câu 4. Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{5}}$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. B. $(1; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $[1; +\infty)$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;-1)$, $B(2;3;2)$. Vectơ \overline{AB} có tọa độ là

- A. $(3;4;1)$. B. $(1;2;3)$. C. $(3;5;1)$. D. $(2;2;3)$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a;b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được tính theo công thức

- A. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. B. $S = \int_a^b f(x) dx$. C. $S = \int_a^b f^2(x) dx$. D. $S = \int_b^a |f(x)| dx$.

Câu 7. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{4x+1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình :

- A. $y = 1$. B. $y = -1$. C. $y = \frac{1}{4}$. D. $y = 4$.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$				5		$-\infty$
			1				

Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm

- A. $x = 1$. B. $x = 0$. C. $x = 5$. D. $x = 2$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x) = x^4 + x^2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x) dx = \frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{3}x^3 + C$ B. $\int f(x) dx = x^4 + x^2 + C$.

C. $\int f(x)dx = x^5 + x^3 + C$.

D. $\int f(x)dx = 4x^3 + 2x + C$.

Câu 10. Biết $\int_1^5 f(x)dx = 4$. Giá trị của $\int_1^5 3f(x)dx$ bằng:

A. $\frac{4}{3}$.

B. 64.

C. 12.

D. 7.

Câu 11. Nghiệm của phương trình $\log_3(x-2) = 1$ là

A. $x = 3$.

B. $x = 1$.

C. $x = 5$.

D. $x = -1$.

Câu 12. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = \frac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0; 2]$.

A. $M = -5$.

B. $M = \frac{1}{3}$.

C. $M = -\frac{1}{3}$.

D. $M = 5$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu có tâm $I(1; -4; 3)$, bán kính $R = 3\sqrt{2}$ là

A. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z+3)^2 = 18$.

B. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-3)^2 = 3\sqrt{2}$.

C. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-3)^2 = 18$.

D. $(x-1)^2 + (y-4)^2 + (z-3)^2 = 18$.

Câu 14. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -4$ và công bội $q = 5$. Tính u_4

A. $u_4 = 800$.

B. $u_4 = 600$.

C. $u_4 = -500$.

D. $u_4 = 200$.

Câu 15. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 5x$ với trục hoành là

A. 1

B. 3

C. 2

D. 0

Câu 16. Đạo hàm của hàm số $y = 7^x$ trên \mathbb{R} là

A. $y' = x \cdot 7^{x-1}$.

B. $y' = 7^{x-1} \ln 7$.

C. $y' = \frac{7^x}{\ln 7}$.

D. $y' = 7^x \ln 7$.

Câu 17. Thể tích của khối chóp có diện tích đáy bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$ và chiều cao bằng $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ là

A. $\frac{\sqrt{6}}{6}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

D. 1.

Câu 18. Cho hàm số $f(x) = x - \sin 2x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx = \frac{x^2}{2} + \frac{\cos 2x}{2} + C$.

B. $\int f(x)dx = \frac{x^2}{2} + \cos 2x + C$.

C. $\int f(x)dx = x^2 + \frac{\cos 2x}{2} + C$.

D. $\int f(x)dx = \frac{x^2}{2} + \sin x + C$.

Câu 19. Khối bát diện đều là khối đa diện đều loại

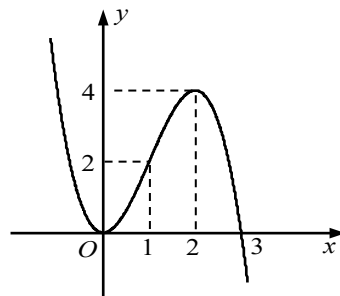
A. $\{3; 3\}$.

B. $\{3; 5\}$.

C. $\{4; 3\}$.

D. $\{3; 4\}$.

Câu 20. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào?

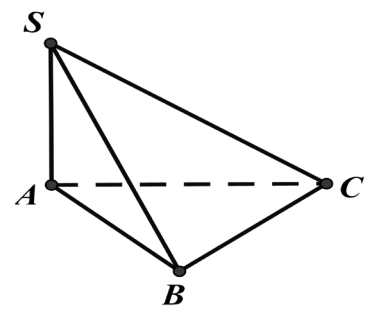
A. $(0; 2)$.

B. $(0; +\infty)$.

C. $(-\infty; 0)$.

D. $(1; 3)$.

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = 2a$, tam giác ABC vuông cân tại B và $AB = a\sqrt{2}$ (minh họa như hình vẽ bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng:



- A. 90° .
- B. 60° .
- C. 45° .
- D. 30° .

Câu 22. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(1-x)^2(3-x)^3(x-2)^4$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A. $x = 1$.
- B. $x = 2$.
- C. $x = 3$.
- D. $x = 0$.

Câu 23. Một chiếc hộp chứa 9 quả cầu gồm 4 quả màu xanh, 3 quả màu đỏ và 2 quả màu vàng. Lấy ngẫu nhiên 3 quả cầu từ hộp đó. Xác suất để trong 3 quả cầu lấy được có ít nhất 1 quả màu đỏ bằng:

- A. $\frac{1}{3}$.
- B. $\frac{19}{28}$.
- C. $\frac{16}{21}$.
- D. $\frac{17}{42}$.

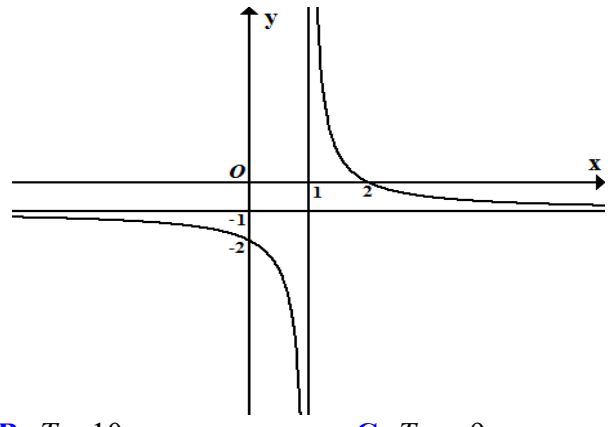
Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 2z + m = 0$ là phương trình của mặt cầu?

- A. 5.
- B. 7.
- C. 4.
- D. 6.

Câu 25. Cho $\int_0^m (3x^2 - 2x + 1) dx = 6$. Giá trị của tham số m thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; 0)$.
- B. $(0; 4)$.
- C. $(-3; 1)$.
- D. $(-1; 2)$.

Câu 26. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình bên với $a, b, c \in \mathbb{R}$. Tính giá trị của biểu thức $T = a - 3b + 2c$



- A. $T = 12$.
- B. $T = 10$.
- C. $T = -9$.
- D. $T = -7$.

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	$+$
y	$-\infty$	1	0	$+\infty$

Khi đó phương trình $f(x) + 1 = m$ có ba nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi

- A. $0 < m < 1$.
- B. $1 \leq m \leq 2$.
- C. $0 \leq m \leq 1$.
- D. $1 < m < 2$.

Câu 28. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $B'C = 3a$, đáy là tam giác ABC vuông cân tại B và $AC = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.
- B. $V = \frac{a^3}{6\sqrt{2}}$.
- C. $V = 2a^3$.
- D. $V = \sqrt{2}a^3$.

Câu 29. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) < \log_{\frac{1}{2}}(2x-1)$.

- A. $S = (2; +\infty)$. B. $S = (-1; 2)$. C. $S = (-\infty; 2)$. D. $S = \left(\frac{1}{2}; 2\right)$.

Câu 30. Cho $\log_a b = 3, \log_a c = -2$. Khi đó $\log_a(a^3 b^2 \sqrt{c})$ bằng bao nhiêu?

- A. 8. B. 5. C. 13. D. 10.

Câu 31. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại A , $AB = a$, biết thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V = \frac{4a^3}{3}$. Tính khoảng cách h giữa hai đường thẳng AB và $B'C'$.

- A. $h = \frac{a}{3}$. B. $h = \frac{8a}{3}$. C. $h = \frac{3a}{8}$. D. $h = \frac{2a}{3}$.

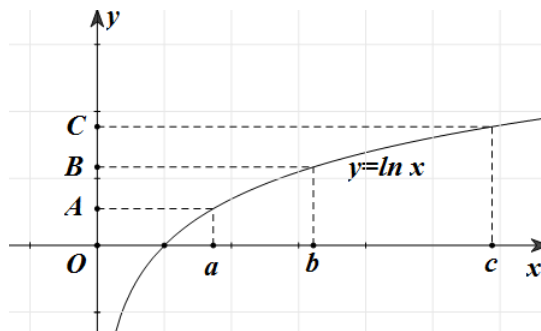
Câu 32. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp khối hộp chữ nhật có kích thước $a, a\sqrt{3}, 2a$ là

- A. $8a^2$. B. $4\pi a^2$. C. $16\pi a^2$. D. $8\pi a^2$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;0;0), B(0;0;1), C(2;1;1)$. Diện tích của tam giác ABC bằng:

- A. $\frac{\sqrt{7}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{6}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{11}}{2}$.

Câu 34. Trong hình dưới đây, điểm B là trung điểm của đoạn thẳng AC . Khẳng định nào sau đây là đúng?



- A. $ac = b$. B. $a + c = 2b$. C. $ac = b^2$. D. $ac = 2b^2$.

Câu 35. Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x+1}$ có đồ thị (C) . Phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số tại giao điểm của đồ thị (C) với trục tung là

- A. $y = -x - 2$. B. $y = -x + 2$. C. $y = -x + 1$. D. $y = x - 2$.

Câu 36. Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = \frac{1}{x}$ trên $(-\infty; 0)$ thỏa mãn $F(-2) = 0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $F(x) = \ln\left(\frac{-x}{2}\right) \forall x \in (-\infty; 0)$.
 B. $F(x) = \ln|x| + C \forall x \in (-\infty; 0)$ với C là một số thực bất kì.
 C. $F(x) = \ln|x| + \ln 2 \forall x \in (-\infty; 0)$.
 D. $F(x) = \ln(-x) + C \forall x \in (-\infty; 0)$ với C là một số thực bất kì.

Câu 37. Ký hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x) = \sqrt{x} \cdot e^{x^2}$, trục hoành, đường thẳng $x = 1$. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay (H) quanh trục hoành.

- A. $V = \pi(e^2 - 1)$. B. $V = \frac{1}{4}\pi e^2 - 1$. C. $V = \frac{1}{4}\pi(e^2 - 1)$. D. $V = e^2 - 1$.

Câu 38. Cho hàm số $f(x) = x^3 - (2m-1)x^2 + (2-m)x + 2$. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số

m để hàm số $y = f(|x|)$ có 5 điểm cực trị là $\left(\frac{a}{b}; c\right)$ (với a, b, c là các số nguyên dương, $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Giá trị của biểu thức $M = a + 2b + 3c$ là

A. $M = 19$. B. $M = 11$. C. $M = 31$. D. $M = 25$.

Câu 39. Cho hàm số $f(x) = ax^5 + bx^3 + cx$, ($a > 0, b > 0$) thỏa mãn $f(3) = -\frac{2}{3}$; $f(9) = 80$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho $\max_{[-1;5]} |g(x)| + \min_{[-1;5]} |g(x)| = 86$ với $g(x) = f(1-2x) + 2.f(x+4) + m$. Tổng của tất cả các phần tử của S bằng:

A. -78 . B. -80 . C. -148 . D. -74 .

Câu 40. Cho hàm f xác định, đơn điệu giảm, có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn $3[f(x)]^2 = \int_0^x [8(f(t))^3 + (f'(t))^3] dt + x$, với mọi số thực x . Tích phân $\int_0^1 (12 + f(x)) dx$ nhận giá trị trong khoảng nào trong các khoảng sau?

A. (12;13). B. (13;14). C. (10;11). D. (11;12).

Câu 41. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $0 < y < 2023$ và $3^x + 3x - 6 = 9y + \log_3 y^3$.

A. 9. B. 7. C. 8. D. 2023

Câu 42. Cho khối chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SC , mặt phẳng (P) chứa AM và song song BD chia khối chóp thành hai khối đa diện. Đặt V_1 là thể tích khối đa diện có chứa đỉnh S và V_2 là thể tích khối đa diện có chứa đáy $ABCD$. Tỉ số $\frac{V_2}{V_1}$ là

A. $\frac{V_2}{V_1} = 3$. B. $\frac{V_2}{V_1} = 2$. C. $\frac{V_2}{V_1} = 1$. D. $\frac{V_2}{V_1} = \frac{3}{2}$.

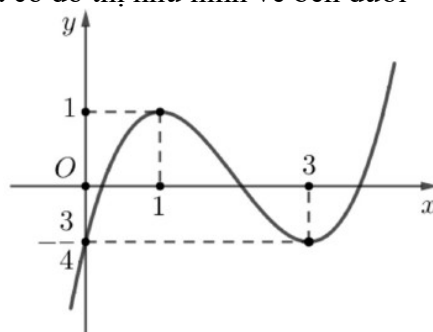
Câu 43. Trong không gian, cho hình lăng trụ $ABCD.MNPQ$ có tất cả các cạnh bằng $\sqrt{3}$, đáy $ABCD$ là hình thoi và $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Các mặt phẳng $(ADQM), (ABNM)$ cùng tạo với đáy của lăng trụ góc α thỏa mãn $\tan \alpha = 2\sqrt{11}$ và hình chiếu vuông góc của điểm A lên mặt phẳng $(MNPQ)$ nằm bên trong hình thoi này. Gọi O là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $AMNQ$. Tính thể tích khối tứ diện $OABM$.

A. $\frac{\sqrt{33}}{22}$. B. $\frac{3\sqrt{33}}{44}$. C. $\frac{3\sqrt{33}}{88}$. D. $\frac{\sqrt{33}}{88}$.

Câu 44. Cho bất phương trình $\log_7(x^2 + 2x + 2) + 1 > \log_7(x^2 + 6x + 5 + m)$. Tính tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình trên nghiệm đúng với mọi $x \in [1; 3]$.

A. 187. B. 36. C. 198. D. 34.

Câu 45. Cho $y = f(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị như hình vẽ bên dưới



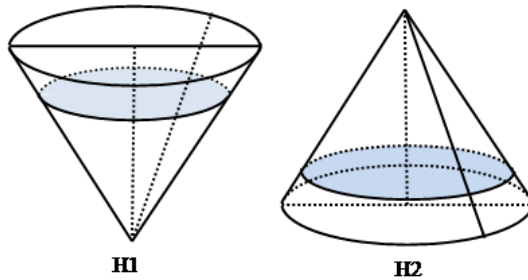
Hàm số $g(x) = \left| \frac{4}{3} f(xf(x)) + 1 \right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 13. B. 9. C. 12. D. 4.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2;3;1)$, $B(2;1;0)$, $C(-3;-1;1)$. Gọi $D(a;b;c)$ là điểm sao cho $ABCD$ là hình thang có cạnh đáy AD và diện tích hình thang $ABCD$ bằng 4 lần diện tích tam giác ABC . Tính $a+b+c$.

- A. -16. B. -24. C. -22. D. -12.

Câu 47. Một cái phễu có dạng hình nón, chiều cao của phễu là 20 cm . Người ta đổ một lượng nước vào phễu sao cho chiều cao của cột nước trong phễu bằng 10 cm (hình H1). Nếu bịt kín miệng phễu rồi lật ngược phễu lên (hình H2) thì chiều cao của cột nước trong phễu bằng $a - \sqrt[3]{b}$ (đơn vị (cm) , với a, b là các số thực dương). Tìm $a+b$.



- A. 7200. B. 7100. C. 7020. D. 7010.

Câu 48. Cho $x, y, z \in \mathbb{R}$ thoả mãn $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 2 \\ x + y + z = 2 \end{cases}$ và hàm số $f(x) = \left(\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + x\right) \ln 2$.

Đặt $g(x) = 2022^{f(x)+x-(x-1+\sqrt{3})\ln(x-1+\sqrt{3})} - 2023^{(x-1+\sqrt{3})\ln(x-1+\sqrt{3})-f(x)-x}$. Số nghiệm thực của phương trình $g'(x) = 0$ là

- A. 0. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 49. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = 3x^2 + 6x + 4, \forall x \in \mathbb{R}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên thuộc $(-2023; 2023)$ của tham số m để hàm số $g(x) = f(x) - (2m+4)x - 5$ nghịch biến trên $(0; 2)$

- A. 2009. B. 2011. C. 2010. D. 2008.

Câu 50. Biết $\int_1^5 \frac{1}{1+\sqrt{3x+1}} dx = a + b \ln 3 + c \ln 5$ ($a, b, c \in \mathbb{Q}$). Giá trị của $a + 2b + 3c$ bằng:

- A. $\frac{8}{3}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{7}{3}$. D. $\frac{5}{3}$.

----- HẾT -----

ĐỀ THI CHÍNH THỨC
Mã đề thi: 102

Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề
(Đề thi có 06 trang, gồm 50 câu)

Họ, tên thí sinh:.....; Số báo danh:.....

Chữ ký của cán bộ coi thi 1:; Chữ ký của cán bộ coi thi 2:

Câu 1. Tìm tập nghiệm S của phương trình $2^{x+1} = 8$.

- A. $S = \{3\}$. B. $S = \{2\}$. C. $S = \{4\}$. D. $S = \{1\}$.

Câu 2. Biết $\int_1^5 f(x) dx = 4$. Giá trị của $\int_1^5 3f(x) dx$ bằng:

- A. $\frac{4}{3}$. B. 64. C. 12. D. 7.

Câu 3. Thể tích của khối chóp có diện tích đáy bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$ và chiều cao bằng $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ là

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$. C. 1. D. $\frac{\sqrt{6}}{6}$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;-1)$, $B(2;3;2)$. Vectơ \overline{AB} có tọa độ là

- A. $(3;4;1)$. B. $(2;2;3)$. C. $(1;2;3)$. D. $(3;5;1)$.

Câu 5. Cho hàm số $f(x) = x^4 + x^2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x) dx = x^5 + x^3 + C$. B. $\int f(x) dx = 4x^3 + 2x + C$.

- C. $\int f(x) dx = \frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{3}x^3 + C$ D. $\int f(x) dx = x^4 + x^2 + C$.

Câu 6. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = \frac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0;2]$.

- A. $M = \frac{1}{3}$. B. $M = -\frac{1}{3}$. C. $M = 5$. D. $M = -5$.

Câu 7. Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{5}}$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. B. $(1; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $[1; +\infty)$.

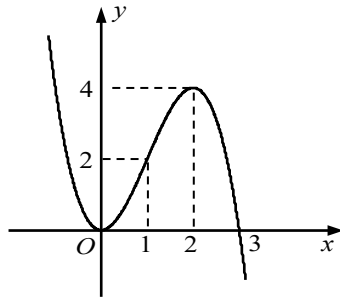
Câu 8. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -4$ và công bội $q = 5$. Tính u_4

- A. $u_4 = -500$. B. $u_4 = 200$. C. $u_4 = 800$. D. $u_4 = 600$.

Câu 9. Có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh từ một nhóm có 20 học sinh.

- A. A_{20}^3 . B. C_{20}^3 . C. 20^3 . D. 3^{20} .

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào?

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(1; 3)$. D. $(0; 2)$.

Câu 11. Cho hàm số $f(x) = x - \sin 2x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} + \cos 2x + C$. B. $\int f(x) dx = x^2 + \frac{\cos 2x}{2} + C$.
 C. $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} + \frac{\cos 2x}{2} + C$. D. $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} + \sin x + C$.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được tính theo công thức

- A. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. B. $S = \int_a^b f(x) dx$. C. $S = \int_a^b f(x) dx$. D. $S = \int_a^b f^2(x) dx$.

Câu 13. Nghiệm của phương trình $\log_3(x-2) = 1$ là

- A. $x = 1$. B. $x = 5$. C. $x = -1$. D. $x = 3$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu có tâm $I(1; -4; 3)$, bán kính $R = 3\sqrt{2}$ là

- A. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-3)^2 = 18$. B. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z+3)^2 = 18$.
 C. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-3)^2 = 3\sqrt{2}$. D. $(x-1)^2 + (y-4)^2 + (z-3)^2 = 18$.

Câu 15. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{4x+1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình :

- A. $y = 4$. B. $y = 1$. C. $y = -1$. D. $y = \frac{1}{4}$.

Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$				5		$-\infty$

\swarrow \nearrow \searrow
 1 5 $-\infty$

Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm

- A. $x = 2$. B. $x = 0$. C. $x = 5$. D. $x = 1$.

Câu 17. Đạo hàm của hàm số $y = 7^x$ trên \mathbb{R} là

- A. $y' = x \cdot 7^{x-1}$. B. $y' = 7^{x-1} \ln 7$. C. $y' = \frac{7^x}{\ln 7}$. D. $y' = 7^x \ln 7$.

Câu 18. Khối bát diện đều là khối đa diện đều loại

- A. $\{3; 5\}$. B. $\{4; 3\}$. C. $\{3; 4\}$. D. $\{3; 3\}$.

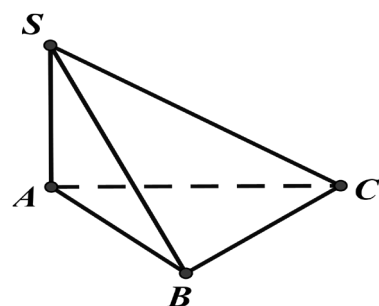
Câu 19. Cho hình trụ có bán kính đáy $R = 8$ và độ dài đường sinh $l = 3$. Diện tích xung quanh của hình trụ bằng:

- A. 24π .
- B. 192π .
- C. 48π .
- D. 64π .

Câu 20. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 5x$ với trục hoành là

- A. 3
- B. 2
- C. 0
- D. 1

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = 2a$, tam giác ABC vuông cân tại B và $AB = a\sqrt{2}$ (minh họa như hình vẽ bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng:



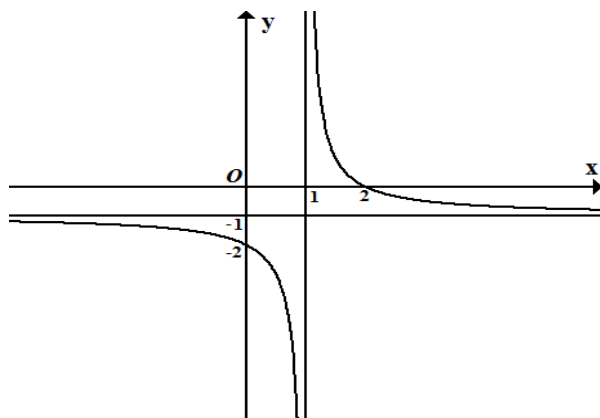
- A. 30° .
- B. 90° .
- C. 60° .
- D. 45° .

Câu 22. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại A , $AB = a$, biết thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V = \frac{4a^3}{3}$. Tính khoảng cách h giữa hai đường thẳng AB và $B'C'$.

- A. $h = \frac{a}{3}$.
- B. $h = \frac{8a}{3}$.
- C. $h = \frac{3a}{8}$.
- D. $h = \frac{2a}{3}$.

Câu 23. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình bên với $a, b, c \in \mathbb{R}$. Tính giá trị của biểu thức

$$T = a - 3b + 2c$$



- A. $T = -7$.
- B. $T = 12$.
- C. $T = 10$.
- D. $T = -9$.

Câu 24. Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x+1}$ có đồ thị (C) . Phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số tại giao điểm của đồ thị (C) với trục tung là

- A. $y = -x + 2$.
- B. $y = -x + 1$.
- C. $y = x - 2$.
- D. $y = -x - 2$.

Câu 25. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(1-x)^2(3-x)^3(x-2)^4$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A. $x = 1$.
- B. $x = 2$.
- C. $x = 3$.
- D. $x = 0$.

Câu 26. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp khối hộp chữ nhật có kích thước a , $a\sqrt{3}$, $2a$ là

- A. $8\pi a^2$.
- B. $4\pi a^2$.
- C. $16\pi a^2$.
- D. $8a^2$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 2z + m = 0$ là phương trình của mặt cầu?

- A. 4.
- B. 6.
- C. 5.
- D. 7.

Câu 28. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) < \log_{\frac{1}{2}}(2x-1)$.

- A. $S = (-\infty; 2)$. B. $S = \left(\frac{1}{2}; 2\right)$. C. $S = (2; +\infty)$. D. $S = (-1; 2)$.

Câu 29. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		1		0		$+\infty$

Khi đó phương trình $f(x) + 1 = m$ có ba nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi

- A. $0 < m < 1$. B. $1 \leq m \leq 2$. C. $0 \leq m \leq 1$. D. $1 < m < 2$.

Câu 30. Cho $\int_0^m (3x^2 - 2x + 1) dx = 6$. Giá trị của tham số m thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $(-3; 1)$. B. $(-1; 2)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $(0; 4)$.

Câu 31. Cho $\log_a b = 3, \log_a c = -2$. Khi đó $\log_a (a^3 b^2 \sqrt{c})$ bằng bao nhiêu?

- A. 13. B. 10. C. 8. D. 5.

Câu 32. Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = \frac{1}{x}$ trên $(-\infty; 0)$ thỏa mãn $F(-2) = 0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $F(x) = \ln(-x) + C \quad \forall x \in (-\infty; 0)$ với C là một số thực bất kì.

B. $F(x) = \ln\left(\frac{-x}{2}\right) \quad \forall x \in (-\infty; 0)$.

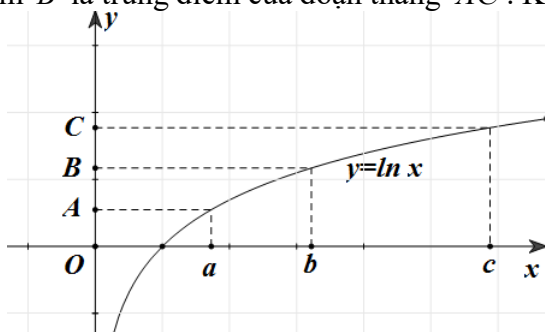
C. $F(x) = \ln|x| + C \quad \forall x \in (-\infty; 0)$ với C là một số thực bất kì.

D. $F(x) = \ln|x| + \ln 2 \quad \forall x \in (-\infty; 0)$.

Câu 33. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $B'C = 3a$, đáy là tam giác ABC vuông cân tại B và $AC = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $V = \frac{a^3}{6\sqrt{2}}$. B. $V = 2a^3$. C. $V = \sqrt{2}a^3$. D. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 34. Trong hình dưới đây, điểm B là trung điểm của đoạn thẳng AC . Khẳng định nào sau đây là đúng?



- A. $ac = 2b^2$. B. $ac = b$. C. $a + c = 2b$. D. $ac = b^2$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 0; 0)$, $B(0; 0; 1)$, $C(2; 1; 1)$. Diện tích của tam giác ABC bằng:

- A. $\frac{\sqrt{11}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{7}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

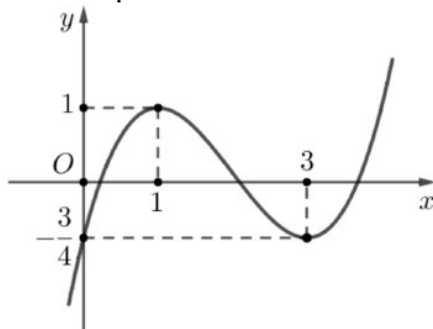
Câu 36. Một chiếc hộp chứa 9 quả cầu gồm 4 quả màu xanh, 3 quả màu đỏ và 2 quả màu vàng. Lấy ngẫu nhiên 3 quả cầu từ hộp đó. Xác suất để trong 3 quả cầu lấy được có ít nhất 1 quả màu đỏ bằng:

- A. $\frac{17}{42}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{19}{28}$. D. $\frac{16}{21}$.

Câu 37. Ký hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x) = \sqrt{x} \cdot e^{x^2}$, trục hoành, đường thẳng $x = 1$. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay (H) quanh trục hoành.

- A. $V = e^2 - 1$. B. $V = \pi(e^2 - 1)$. C. $V = \frac{1}{4}\pi e^2 - 1$. D. $V = \frac{1}{4}\pi(e^2 - 1)$.

Câu 38. Cho $y = f(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Hàm số $g(x) = \left| \frac{4}{3} f(xf(x)) + 1 \right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 4. B. 13. C. 9. D. 12.

Câu 39. Cho $x, y, z \in \mathbb{R}$ thoả mãn $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 2 \\ x + y + z = 2 \end{cases}$ và hàm số $f(x) = \left(\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + x \right) \ln 2$. Đặt

$g(x) = 2022^{f(x)+x-(x-1+\sqrt{3})\ln(x-1+\sqrt{3})} - 2023^{(x-1+\sqrt{3})\ln(x-1+\sqrt{3})-f(x)-x}$. Số nghiệm thực của phương trình $g'(x) = 0$ là

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

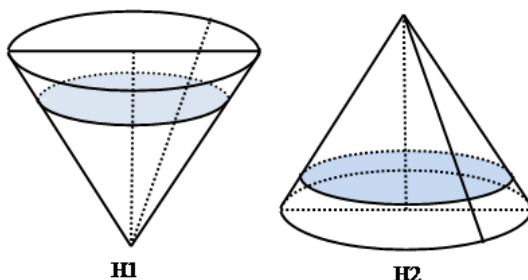
Câu 40. Cho hàm f xác định, đơn điệu giảm, có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} và thoả mãn $3[f(x)]^2 = \int_0^x [8(f(t))^3 + (f'(t))^3] dt + x$, với mọi số thực x . Tích phân $\int_0^1 (12 + f(x)) dx$ nhận giá trị trong khoảng nào trong các khoảng sau?

- A. (13;14). B. (10;11). C. (11;12). D. (12;13).

Câu 41. Trong không gian, cho hình lăng trụ $ABCD.MNPQ$ có tất cả các cạnh bằng $\sqrt{3}$, đáy $ABCD$ là hình thoi và $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Các mặt phẳng $(ADQM), (ABNM)$ cùng tạo với đáy của lăng trụ góc α thoả mãn $\tan \alpha = 2\sqrt{11}$ và hình chiếu vuông góc của điểm A lên mặt phẳng $(MNPQ)$ nằm bên trong hình thoi này. Gọi O là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $AMNQ$. Tính thể tích khối tứ diện $OABM$.

- A. $\frac{3\sqrt{33}}{88}$. B. $\frac{\sqrt{33}}{88}$. C. $\frac{\sqrt{33}}{22}$. D. $\frac{3\sqrt{33}}{44}$.

Câu 42. Một cái phễu có dạng hình nón, chiều cao của phễu là 20 cm . Người ta đổ một lượng nước vào phễu sao cho chiều cao của cột nước trong phễu bằng 10 cm (hình H1). Nếu bịt kín miệng phễu rồi lật ngược phễu lên (hình H2) thì chiều cao của cột nước trong phễu bằng $a - \sqrt[3]{b}$ (đơn vị (cm) , với a, b là các số thực dương). Tìm $a + b$.



- A. 7200. B. 7010. C. 7020. D. 7100.

Câu 43. Cho khối chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SC , mặt phẳng (P) chứa AM và song song BD chia khối chóp thành hai khối đa diện. Đặt V_1 là thể tích khối đa diện có chứa đỉnh S và V_2 là thể tích khối đa diện có chứa đáy $ABCD$. Tỉ số $\frac{V_2}{V_1}$ là

- A. $\frac{V_2}{V_1} = 3$. B. $\frac{V_2}{V_1} = 2$. C. $\frac{V_2}{V_1} = 1$. D. $\frac{V_2}{V_1} = \frac{3}{2}$.

Câu 44. Cho bất phương trình $\log_7(x^2 + 2x + 2) + 1 > \log_7(x^2 + 6x + 5 + m)$. Tính tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình trên nghiệm đúng với mọi $x \in [1; 3]$.

- A. 34. B. 187. C. 36. D. 198.

Câu 45. Biết $\int_1^5 \frac{1}{1 + \sqrt{3x+1}} dx = a + b \ln 3 + c \ln 5$ ($a, b, c \in \mathbb{Q}$). Giá trị của $a + 2b + 3c$ bằng:

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{5}{3}$. C. $\frac{8}{3}$. D. $\frac{7}{3}$.

Câu 46. Cho hàm số $f(x) = ax^5 + bx^3 + cx$, ($a > 0, b > 0$) thỏa mãn $f(3) = -\frac{2}{3}$; $f(9) = 80$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho $\max_{[-1;5]} |g(x)| + \min_{[-1;5]} |g(x)| = 86$ với $g(x) = f(1-2x) + 2.f(x+4) + m$. Tổng của tất cả các phần tử của S bằng:

- A. -74. B. -80. C. -148. D. -78.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2; 3; 1)$, $B(2; 1; 0)$, $C(-3; -1; 1)$. Gọi $D(a; b; c)$ là điểm sao cho $ABCD$ là hình thang có cạnh đáy AD và diện tích hình thang $ABCD$ bằng 4 lần diện tích tam giác ABC . Tính $a + b + c$.

- A. -12. B. -24. C. -22. D. -16.

Câu 48. Cho hàm số $f(x) = x^3 - (2m-1)x^2 + (2-m)x + 2$. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số

m để hàm số $y = f(|x|)$ có 5 điểm cực trị là $\left(\frac{a}{b}; c\right)$ (với a, b, c là các số nguyên dương, $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Giá trị của biểu thức $M = a + 2b + 3c$ là

- A. $M = 11$. B. $M = 31$. C. $M = 19$. D. $M = 25$.

Câu 49. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $0 < y < 2023$ và $3^x + 3x - 6 = 9y + \log_3 y^3$.

- A. 7. B. 8. C. 2023 D. 9.

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = 3x^2 + 6x + 4, \forall x \in \mathbb{R}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên thuộc $(-2023; 2023)$ của tham số m để hàm số $g(x) = f(x) - (2m+4)x - 5$ nghịch biến trên $(0; 2)$

- A. 2009. B. 2011. C. 2010. D. 2008.

----- HẾT -----

Mã đề	101	102	103	104	105	106	107	108
Câu 1	C	B	A	A	D	D	A	A
Câu 2	A	C	B	A	C	C	A	D
Câu 3	D	A	A	C	B	A	B	D
Câu 4	B	B	A	B	C	C	B	B
Câu 5	D	C	A	C	B	C	D	D
Câu 6	A	A	D	D	D	B	A	C
Câu 7	D	B	D	C	B	B	B	B
Câu 8	D	A	B	D	C	B	D	B
Câu 9	A	B	C	A	D	A	C	B
Câu 10	C	D	D	A	A	A	C	D
Câu 11	C	C	B	D	C	B	B	C
Câu 12	B	B	B	C	A	D	C	A
Câu 13	C	B	C	A	B	D	A	A
Câu 14	C	A	D	C	A	C	C	C
Câu 15	B	A	D	C	D	D	C	B
Câu 16	D	A	A	C	B	B	D	A
Câu 17	B	D	B	B	A	D	A	D
Câu 18	A	C	A	D	A	D	C	B
Câu 19	D	C	B	D	A	D	B	D
Câu 20	A	A	D	B	B	B	D	B
Câu 21	C	D	D	D	C	C	D	D
Câu 22	D	B	C	D	A	D	B	A
Câu 23	C	D	D	B	D	D	C	D
Câu 24	A	A	B	D	C	C	A	C
Câu 25	B	D	C	B	B	A	B	B
Câu 26	C	A	D	D	A	C	C	C
Câu 27	D	C	C	B	B	B	D	C
Câu 28	D	B	D	C	C	A	D	A
Câu 29	D	D	B	A	D	C	D	C
Câu 30	A	D	B	B	B	A	C	A
Câu 31	B	C	C	C	C	A	C	A
Câu 32	D	B	A	A	D	C	A	C
Câu 33	B	C	B	B	C	A	B	B
Câu 34	C	D	C	C	C	B	B	B
Câu 35	B	C	C	C	C	A	A	A
Câu 36	A	D	A	D	B	B	D	C
Câu 37	C	D	C	A	B	D	D	C
Câu 38	A	B	A	B	A	B	B	C
Câu 39	A	A	C	B	D	A	B	D
Câu 40	D	C	B	A	A	A	A	A
Câu 41	B	A	B	D	A	A	A	B
Câu 42	B	C	C	B	A	A	B	C
Câu 43	C	B	A	A	A	B	D	B
Câu 44	A	B	D	A	B	C	C	A
Câu 45	A	A	A	C	D	C	C	A
Câu 46	A	D	B	B	D	B	B	D
Câu 47	C	D	A	B	C	D	D	D
Câu 48	B	C	A	D	D	B	A	B
Câu 49	B	A	C	A	B	D	A	A
Câu 50	B	B	D	A	D	C	A	D

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: TOÁN

MA TRẬN ĐỀ THI KHẢO SÁT LẦN 1, MÔN TOÁN

Lớp	Chủ đề	Nội dung kiến thức	Câu	Mức độ				Tổng chương	
				NB	TH	VD	VDC		
11	Tổ hợp- XS	Tổ hợp	2	1				2	
		Xác suất	21		1				
	CSC,CSN	Csn	1	1			1		
	Góc, khoảng cách	Góc giữa đường thẳng và mp	23		1			2	
		Khoảng cách	24		1				
12	Ứng dụng đạo hàm	Tính đơn điệu	3,38	1		1		13	
		Cực trị	4,26,39,45	1	1	1	1		
		GTLN,GTNN	5,46	1			1		
		Đường tiệm cận	6	1					
		Đồ thị và sự tương giao đồ thị	7,22,25,27	1	3				
	Hàm số lũy thừa, hs mũ và logarit	Hàm số lũy thừa	10	1				10	
		Hàm số mũ	8	1					
		PT, BPT mũ	11,47	1			1		
		Hàm số logarit	29,30		2				
		PT,BPT logarit	9,28,40,48	1	1	2			
	Nguyên hàm, tích phân, ứng dụng	Nguyên hàm	12,14,32	2	1			9	
		Tích phân	13,33,41,49	1	1	1	1		
		Ứng dụng	15,31	1	1				
	Thể tích khối đa diện	Hình đa diện; Thể tích khối đa diện	16,20,35,42,50	2	1	1	1	5	
	Mặt cầu, mặt trụ, mặt nón	Mặt cầu	36		1			3	
		Mặt trụ	17	1					
		Mặt nón	44			1			
	Hệ tọa độ trong không gian	Hệ tọa độ trong không gian	18,19,34,37,43	2	2	1		5	
		Tổng		50	20(40%)	17(34%)	8(16%)	5(10%)	

ĐỀ CHÍNH THỨC
Môn thi: TOÁN

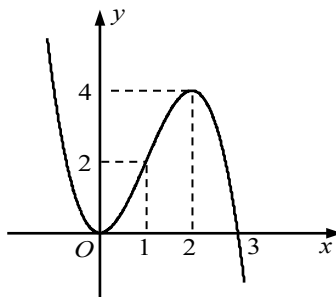
Câu 1: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -4$ và công bội $q = 5$. Tính u_4

- A. $u_4 = 600$. B. $u_4 = -500$. C. $u_4 = 200$. D. $u_4 = 800$.

Câu 2: Có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh từ một nhóm có 20 học sinh.

- A. A_{20}^3 . B. C_{20}^3 . C. 20^3 . D. 3^{20} .

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào?

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(1; 3)$. C. $(0; 2)$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$				5		$-\infty$
			1				

Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm

- A. $x = 1$. B. $x = 0$. C. $x = 5$. D. $x = 2$.

Câu 5: Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = \frac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0; 2]$.

- A. $M = \frac{1}{3}$. B. $M = -\frac{1}{3}$. C. $M = 5$. D. $M = -5$.

Câu 6: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{4x+1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình :

- A. $y = \frac{1}{4}$. B. $y = 4$. C. $y = 1$. D. $y = -1$.

Câu 7: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 5x$ với trục hoành là

- A. 3 B. 2 C. 0 D. 1

Câu 8: Đạo hàm của hàm số $y = 7^x$ trên \mathbb{R} là

A. $y' = \frac{7^x}{\ln 7}$. B. $y' = 7^x \ln 7$. C. $y' = x \cdot 7^{x-1}$. D. $y' = 7^{x-1} \ln 7$.

Câu 9: Nghiệm của phương trình $\log_3(x-2)=1$ là

A. $x = -1$. B. $x = 3$. C. $x = 1$. D. $x = 5$.

Câu 10: Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{5}}$ là

A. $[1; +\infty)$. B. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. C. $(1; +\infty)$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 11: Tìm tập nghiệm S của phương trình $2^{x+1} = 8$.

A. $S = \{4\}$. B. $S = \{1\}$. C. $S = \{3\}$. D. $S = \{2\}$.

Câu 12: Cho hàm số $f(x) = x^4 + x^2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x) dx = \frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{3}x^3 + C$ B. $\int f(x) dx = x^4 + x^2 + C$.
C. $\int f(x) dx = x^5 + x^3 + C$. D. $\int f(x) dx = 4x^3 + 2x + C$.

Câu 13: Biết $\int_1^5 f(x) dx = 4$. Giá trị của $\int_1^5 3f(x) dx$ bằng:

A. 7. B. $\frac{4}{3}$. C. 64. D. 12.

Câu 14: Cho hàm số $f(x) = x - \sin 2x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} + \sin x + C$. B. $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} + \cos 2x + C$.
C. $\int f(x) dx = x^2 + \frac{\cos 2x}{2} + C$. D. $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} + \frac{\cos 2x}{2} + C$.

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được tính theo công thức

A. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. B. $S = \int_a^b f(x) dx$. C. $S = \int_a^b f^2(x) dx$. D. $S = \int_b^a |f(x)| dx$.

Câu 16: Thể tích của khối chóp có diện tích đáy bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$ và chiều cao bằng $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ là

A. $\frac{\sqrt{6}}{6}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$. D. 1.

Câu 17: Cho hình trụ có bán kính đáy $R = 8$ và độ dài đường sinh $l = 3$. Diện tích xung quanh của hình trụ bằng:

A. 24π . B. 192π . C. 48π . D. 64π .

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu có tâm $I(1; -4; 3)$, bán kính $R = 3\sqrt{2}$ là

A. $(x-1)^2 + (y-4)^2 + (z-3)^2 = 18$. B. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z+3)^2 = 18$.
C. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-3)^2 = 3\sqrt{2}$. D. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-3)^2 = 18$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 1; -1)$, $B(2; 3; 2)$. Vectơ \overline{AB} có tọa độ là

A. $(2; 2; 3)$. B. $(1; 2; 3)$. C. $(3; 5; 1)$. D. $(3; 4; 1)$.

Câu 20: Khối bát diện đều là khối đa diện đều loại

A. $\{3; 5\}$. B. $\{4; 3\}$. C. $\{3; 4\}$. D. $\{3; 3\}$.

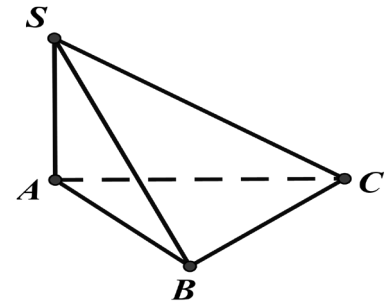
Câu 21: Một chiếc hộp chứa 9 quả cầu gồm 4 quả màu xanh, 3 quả màu đỏ và 2 quả màu vàng. Lấy ngẫu nhiên 3 quả cầu từ hộp đó. Xác suất để trong 3 quả cầu lấy được có ít nhất 1 quả màu đỏ bằng:

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{19}{28}$. C. $\frac{16}{21}$. D. $\frac{17}{42}$.

Câu 22: Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x+1}$ có đồ thị (C). Phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số tại giao điểm của đồ thị (C) với trục tung là

- A. $y = -x + 2$. B. $y = -x + 1$. C. $y = x - 2$. D. $y = -x - 2$.

Câu 23: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = 2a$, tam giác ABC vuông cân tại B và $AB = a\sqrt{2}$ (minh họa như hình vẽ bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng:

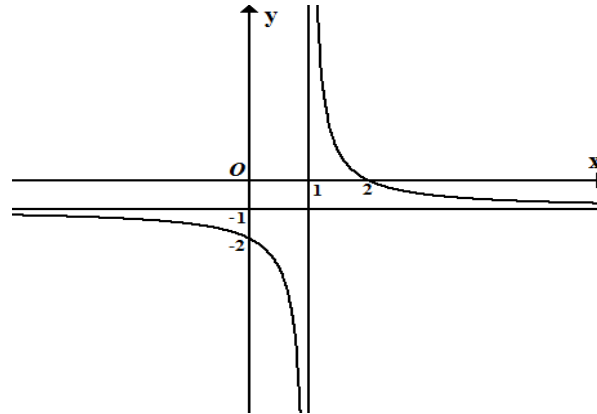


- A. 30° . B. 90° .
C. 60° . D. 45° .

Câu 24: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại A , $AB = a$, biết thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V = \frac{4a^3}{3}$. Tính khoảng cách h giữa hai đường thẳng AB và $B'C'$.

- A. $h = \frac{8a}{3}$. B. $h = \frac{3a}{8}$. C. $h = \frac{2a}{3}$. D. $h = \frac{a}{3}$.

Câu 25: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình bên với $a, b, c \in \mathbb{R}$. Tính giá trị của biểu thức $T = a - 3b + 2c$



- A. $T = 12$. B. $T = 10$. C. $T = -9$. D. $T = -7$.

Câu 26: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(1-x)^2(3-x)^3(x-2)^4$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A. $x = 2$. B. $x = 3$. C. $x = 0$. D. $x = 1$.

Câu 27: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	\nearrow	1	\searrow	0	\nearrow	$+\infty$

Khi đó phương trình $f(x) + 1 = m$ có ba nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi

- A. $0 < m < 1$. B. $1 \leq m \leq 2$. C. $0 \leq m \leq 1$. D. $1 < m < 2$.

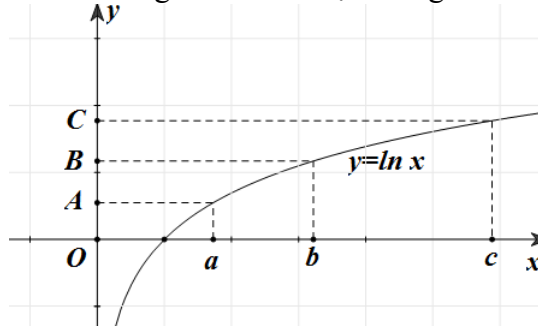
Câu 28: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) < \log_{\frac{1}{2}}(2x-1)$.

- A. $S = (2; +\infty)$. B. $S = (-1; 2)$. C. $S = (-\infty; 2)$. D. $S = \left(\frac{1}{2}; 2\right)$.

Câu 29: Cho $\log_a b = 3, \log_a c = -2$. Khi đó $\log_a(a^3 b^2 \sqrt{c})$ bằng bao nhiêu?

- A. 8. B. 5. C. 13. D. 10.

Câu 30: Trong hình dưới đây, điểm B là trung điểm của đoạn thẳng AC . Khẳng định nào sau đây là đúng?



- A. $a + c = 2b$. B. $ac = b^2$. C. $ac = 2b^2$. D. $ac = b$.

Câu 31: Ký hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x) = \sqrt{x} \cdot e^{x^2}$, trục hoành, đường thẳng $x = 1$. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay (H) quanh trục hoành.

- A. $V = e^2 - 1$. B. $V = \pi(e^2 - 1)$. C. $V = \frac{1}{4}\pi e^2 - 1$. D. $V = \frac{1}{4}\pi(e^2 - 1)$.

Câu 32: Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = \frac{1}{x}$ trên $(-\infty; 0)$ thỏa mãn $F(-2) = 0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $F(x) = \ln\left(\frac{-x}{2}\right) \forall x \in (-\infty; 0)$.
 B. $F(x) = \ln|x| + C \forall x \in (-\infty; 0)$ với C là một số thực bất kì.
 C. $F(x) = \ln|x| + \ln 2 \forall x \in (-\infty; 0)$.
 D. $F(x) = \ln(-x) + C \forall x \in (-\infty; 0)$ với C là một số thực bất kì.

Câu 33: Cho $\int_0^m (3x^2 - 2x + 1) dx = 6$. Giá trị của tham số m thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $(-1; 2)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(0; 4)$. D. $(-3; 1)$.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 2z + m = 0$ là phương trình của mặt cầu?

- A. 6. B. 5. C. 7. D. 4.

Câu 35: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $B'C = 3a$, đáy là tam giác ABC vuông cân tại B và $AC = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $V = 2a^3$. B. $V = \sqrt{2}a^3$. C. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$. D. $V = \frac{a^3}{6\sqrt{2}}$.

Câu 36: Diện tích mặt cầu ngoại tiếp khối hộp chữ nhật có kích thước $a, a\sqrt{3}, 2a$ là

- A. $8a^2$. B. $4\pi a^2$. C. $16\pi a^2$. D. $8\pi a^2$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 0; 0), B(0; 0; 1), C(2; 1; 1)$. Diện tích của tam giác ABC bằng:

A. $\frac{\sqrt{11}}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{7}}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Câu 38: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = 3x^2 + 6x + 4, \forall x \in \mathbb{R}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên thuộc $(-2023; 2023)$ của tham số m để hàm số $g(x) = f(x) - (2m + 4)x - 5$ nghịch biến trên $(0; 2)$

A. 2011.

B. 2010.

C. 2008.

D. 2009.

Câu 39: Cho hàm số $f(x) = x^3 - (2m - 1)x^2 + (2 - m)x + 2$. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số

m để hàm số $y = f(|x|)$ có 5 điểm cực trị là $\left(\frac{a}{b}; c\right)$ (với a, b, c là các số nguyên dương, $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Giá trị của biểu thức $M = a + 2b + 3c$ là

A. $M = 25$.

B. $M = 11$.

C. $M = 31$.

D. $M = 19$.

Câu 40: Cho bất phương trình $\log_7(x^2 + 2x + 2) + 1 > \log_7(x^2 + 6x + 5 + m)$. Tính tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình trên nghiệm đúng với mọi $x \in [1; 3]$.

A. 34.

B. 187.

C. 36.

D. 198.

Câu 41: Biết $\int_1^5 \frac{1}{1 + \sqrt{3x+1}} dx = a + b \ln 3 + c \ln 5$ ($a, b, c \in \mathbb{Q}$). Giá trị của $a + 2b + 3c$ bằng:

A. $\frac{7}{3}$.

B. $\frac{5}{3}$.

C. $\frac{8}{3}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Câu 42: Cho khối chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SC , mặt phẳng (P) chứa AM và song song BD chia khối chóp thành hai khối đa diện. Đặt V_1 là thể tích khối đa diện có chứa đỉnh S và V_2 là thể tích khối đa diện có chứa đáy $ABCD$. Tỉ số $\frac{V_2}{V_1}$ là

A. $\frac{V_2}{V_1} = 3$.

B. $\frac{V_2}{V_1} = 2$.

C. $\frac{V_2}{V_1} = 1$.

D. $\frac{V_2}{V_1} = \frac{3}{2}$.

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2; 3; 1), B(2; 1; 0), C(-3; -1; 1)$. Gọi $D(a; b; c)$ là điểm sao cho $ABCD$ là hình thang có cạnh đáy AD và diện tích hình thang $ABCD$ bằng 4 lần diện tích tam giác ABC . Tính $a + b + c$.

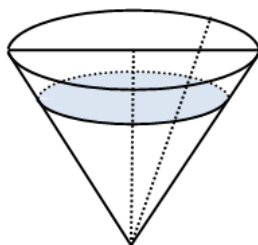
A. -16.

B. -24.

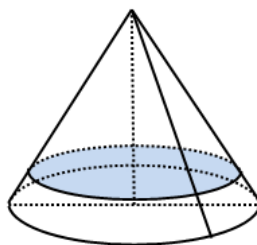
C. -22.

D. -12.

Câu 44: Một cái phễu có dạng hình nón, chiều cao của phễu là 20 cm . Người ta đổ một lượng nước vào phễu sao cho chiều cao của cột nước trong phễu bằng 10 cm (hình H1). Nếu bịt kín miệng phễu rồi lật ngược phễu lên (hình H2) thì chiều cao của cột nước trong phễu bằng $a - \sqrt[3]{b}$ (đơn vị (cm) , với a, b là các số thực dương). Tìm $a + b$.



H1



H2

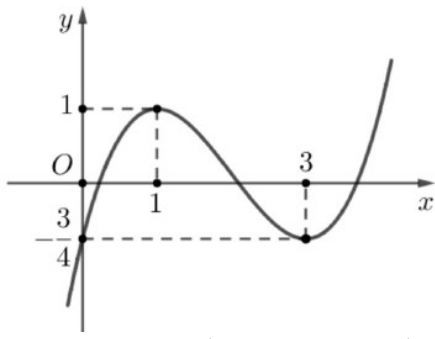
A. 7200.

B. 7020.

C. 7100.

D. 7010.

Câu 45: Cho $y = f(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Hàm số $g(x) = \left| \frac{4}{3} f(xf(x)) + 1 \right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A.** 13. **B.** 9. **C.** 12. **D.** 4.

Câu 46: Cho hàm số $f(x) = ax^5 + bx^3 + cx$, ($a > 0, b > 0$) thỏa mãn $f(3) = -\frac{2}{3}$; $f(9) = 80$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho $\max_{[-1;5]} |g(x)| + \min_{[-1;5]} |g(x)| = 86$ với $g(x) = f(1-2x) + 2.f(x+4) + m$.

Tổng của tất cả các phần tử của S bằng:

- A.** -74. **B.** -80. **C.** -148. **D.** -78.

Câu 47: Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $0 < y < 2023$ và $3^x + 3x - 6 = 9y + \log_3 y^3$.

- A.** 2023 **B.** 9. **C.** 7. **D.** 8.

Câu 48: Cho $x, y, z \in \mathbb{R}$ thỏa mãn $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 2 \\ x + y + z = 2 \end{cases}$ và hàm số $f(x) = \left(\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + x \right) \ln 2$. Đặt

$g(x) = 2022^{f(x)+x-(x-1+\sqrt{3})\ln(x-1+\sqrt{3})} - 2023^{(x-1+\sqrt{3})\ln(x-1+\sqrt{3})-f(x)-x}$. Số nghiệm thực của phương trình $g'(x) = 0$ là

- A.** 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 49: Cho hàm f xác định, đơn điệu giảm, có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn $3[f(x)]^2 = \int_0^x [8(f(t))^3 + (f'(t))^3] dt + x$, với mọi số thực x . Tích phân $\int_0^1 (12 + f(x)) dx$ nhận giá trị trong khoảng nào trong các khoảng sau?

- A.** (10;11). **B.** (11;12). **C.** (12;13). **D.** (13;14).

Câu 50: Trong không gian, cho hình lăng trụ $ABCD.MNPQ$ có tất cả các cạnh bằng $\sqrt{3}$, đáy $ABCD$ là hình thoi và $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Các mặt phẳng $(ADQM), (ABNM)$ cùng tạo với đáy của lăng trụ góc α thỏa mãn $\tan \alpha = 2\sqrt{11}$ và hình chiếu vuông góc của điểm A lên mặt phẳng $(MNPQ)$ nằm bên trong hình thoi này. Gọi O là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $AMNQ$. Tính thể tích khối tứ diện $OABM$.

- A.** $\frac{3\sqrt{33}}{44}$. **B.** $\frac{3\sqrt{33}}{88}$. **C.** $\frac{\sqrt{33}}{88}$. **D.** $\frac{\sqrt{33}}{22}$.

----- Hết -----

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -4$ và công bội $q = 5$. Tính u_4

- A. $u_4 = 600$. **B.** $u_4 = -500$. C. $u_4 = 200$. D. $u_4 = 800$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $u_4 = u_1 \cdot q^3 = (-4) \cdot 5^3 = -500$.

Câu 2: Có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh từ một nhóm có 20 học sinh.

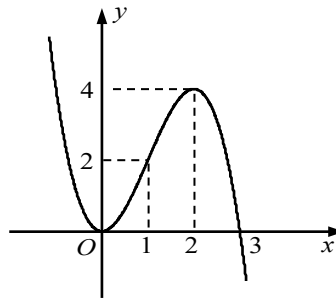
- A. A_{20}^3 . **B.** C_{20}^3 . C. 20^3 . D. 3^{20} .

Lời giải

Chọn B.

Số cách chọn ra là C_{20}^3 .

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào?

- A. $(-\infty; 0)$. **B.** $(1; 3)$. **C.** $(0; 2)$. D. $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Xét đáp án C, trên khoảng $(0; 2)$ đồ thị có hướng đi lên là hàm số đồng biến nên chọn.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	1	5	$-\infty$	

Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm

- A. $x = 1$ B. $x = 0$. **C.** $x = 5$ **D.** $x = 2$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy y' đổi dấu từ $(+)$ sang $(-)$ tại $x = 2$.

Nên hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 2$.

Câu 5: Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = \frac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0; 2]$.

- A.** $M = \frac{1}{3}$. B. $M = -\frac{1}{3}$. C. $M = 5$. D. $M = -5$.

Lời giải**Chọn A**

Trên đoạn $[0; 2]$ ta luôn có $y' = -\frac{8}{(x-3)^2} < 0 \forall x \in (0; 2)$ (đạo hàm vô nghiệm trên $(0; 2)$)

Vì $y(0) = \frac{1}{3}, y(2) = -5$ nên $M = \max_{[0; 2]} y = \frac{1}{3}$.

Câu 6: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{4x+1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình :

- A. $y = \frac{1}{4}$. **B.** $y = 4$. C. $y = 1$. D. $y = -1$.

Lời giải**Chọn B.**

Tiệm cận ngang $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \frac{4}{1} = 4$

Câu 7: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 5x$ với trục hoành là

- A.** 3 B. 2 C. 0 D. 1

Lời giải**Chọn A.**

Ta có $-x^3 + 5x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{5} \\ x = -\sqrt{5} \\ x = 0 \end{cases}$

Vậy số giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 5x$ với trục hoành là 3

Câu 8: Đạo hàm của hàm số $y = 7^x$ trên \mathbb{R} là

- A. $y' = \frac{7^x}{\ln 7}$. **B.** $y' = 7^x \ln 7$. C. $y' = x \cdot 7^{x-1}$. D. $y' = 7^{x-1} \ln 7$.

Lời giải**Chọn B.**

Theo công thức tính đạo hàm của hàm $y = a^x$ ta có: $(7^x)' = 7^x \cdot \ln 7$.

Câu 9: Nghiệm của phương trình $\log_3(x-2) = 1$ là

- A. $x = -1$. B. $x = 3$. C. $x = 1$. **D.** $x = 5$.

Lời giải**Chọn D.**

Đkxđ: $x > 2$.

Phương trình $\Leftrightarrow x - 2 = 3 \Leftrightarrow x = 5$.

Câu 10: Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{5}}$ là

- A. $[1; +\infty)$. B. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. **C.** $(1; +\infty)$. D. $(0; +\infty)$.

Lời giải**Chọn C**

Vì $\frac{1}{5} \notin \mathbb{Z}$ nên hàm số xác định khi và chỉ khi $x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$

Vậy tập xác định của hàm số $D = (1; +\infty)$

Câu 11: Tìm tập nghiệm S của phương trình $2^{x+1} = 8$.

A. $S = \{4\}$.

B. $S = \{1\}$.

C. $S = \{3\}$.

D. $S = \{2\}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $2^{x+1} = 8 \Leftrightarrow 2^{x+1} = 2^3 \Leftrightarrow x+1 = 3 \Leftrightarrow x = 2$.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \{2\}$.

Câu 12: Cho hàm số $f(x) = x^4 + x^2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x) dx = \frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{3}x^3 + C$

B. $\int f(x) dx = x^4 + x^2 + C$.

C. $\int f(x) dx = x^5 + x^3 + C$.

D. $\int f(x) dx = 4x^3 + 2x + C$.

Lời giải

Chọn A

$\int f(x) dx = \int (x^4 + x^2) dx = \frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{3}x^3 + C$.

Câu 13: Biết $\int_1^5 f(x) dx = 4$. Giá trị của $\int_1^5 3f(x) dx$ bằng:

A. 7.

B. $\frac{4}{3}$.

C. 64.

D. 12.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int_1^5 3f(x) dx = 3 \int_1^5 f(x) dx = 3.4 = 12$.

Câu 14: Cho hàm số $f(x) = x - \sin 2x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} + \sin x + C$.

B. $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} + \cos 2x + C$.

C. $\int f(x) dx = x^2 + \frac{\cos 2x}{2} + C$.

D. $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} + \frac{\cos 2x}{2} + C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int (x - \sin 2x) dx = \int x dx - \int \sin 2x dx = \frac{x^2}{2} + \frac{\cos 2x}{2} + C$.

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được tính theo công thức

A. $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

B. $S = \int_a^b f(x) dx$.

C. $S = \int_a^b f^2(x) dx$.

D. $S = \int_b^a |f(x)| dx$.

Lời giải

Chọn A

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$

được tính $S = \int_a^b |f(x)| dx$

Câu 16: Thể tích của khối chóp có diện tích đáy bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$ và chiều cao bằng $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ là

A. $\frac{\sqrt{6}}{6}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Thể tích khối chóp là } V = \frac{1}{3} \cdot \frac{2\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{3}.$$

Câu 17: Cho hình trụ có bán kính đáy $R=8$ và độ dài đường sinh $l=3$. Diện tích xung quanh của hình trụ bằng:

A. 24π .

B. 192π .

C. 48π .

D. 64π .

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Diện tích xung quanh của hình trụ } S_{xq} = 2\pi Rl = 48\pi$$

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu có tâm $I(1;-4;3)$, bán kính $R=3\sqrt{2}$ là

A. $(x-1)^2 + (y-4)^2 + (z-3)^2 = 18$.

B. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z+3)^2 = 18$.

C. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-3)^2 = 3\sqrt{2}$.

D. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-3)^2 = 18$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Mặt cầu có tâm } I(1;-4;3), \text{ có bán kính } R=3\sqrt{2}$$

$$\text{Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là: } (x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-3)^2 = 18.$$

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;-1), B(2;3;2)$. Vectơ \overline{AB} có tọa độ là

A. $(2;2;3)$.

B. $(1;2;3)$.

C. $(3;5;1)$.

D. $(3;4;1)$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Hai điểm } A(0;1;-1), B(2;3;2). \text{ Vectơ } \overline{AB} \text{ có tọa độ là } (2;2;3).$$

Câu 20: Khối bát diện đều là khối đa diện đều loại

A. $\{3;5\}$.

B. $\{4;3\}$.

C. $\{3;4\}$.

D. $\{3;3\}$.

Lời giải

Chọn C

Hình bát diện đều mỗi mặt có 3 cạnh, mỗi đỉnh là đỉnh chung của 4 cạnh nên là loại khối đa diện đều loại $\{3;4\}$.

Câu 21: Một chiếc hộp chứa 9 quả cầu gồm 4 quả màu xanh, 3 quả màu đỏ và 2 quả màu vàng. Lấy ngẫu nhiên 3 quả cầu từ hộp đó. Xác suất để trong 3 quả cầu lấy được có ít nhất 1 quả màu đỏ bằng:

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{19}{28}$.

C. $\frac{16}{21}$.

D. $\frac{17}{42}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } n(\Omega) = C_9^3 = 84.$$

Gọi biến cố A : “3 quả cầu có ít nhất 1 quả màu đỏ”.

Suy ra biến cố đối là \overline{A} : “3 quả cầu không có quả màu đỏ”.

$$\text{Vậy } n(\overline{A}) = C_6^3 = 20 \Rightarrow P(\overline{A}) = \frac{20}{84} \Rightarrow P(A) = 1 - \frac{20}{84} = \frac{16}{21}.$$

Câu 22: Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x+1}$ có đồ thị (C) . Phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số tại giao điểm của đồ thị (C) với trục tung là

- A.** $y = -x + 2$. **B.** $y = -x + 1$. **C.** $y = x - 2$. **D.** $y = -x - 2$.

Lời giải

Chọn A

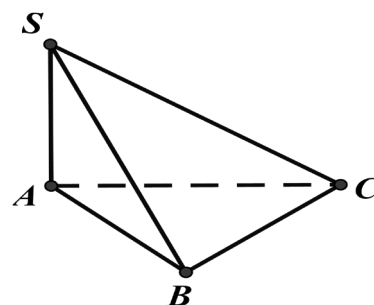
Gọi $M(a;b)$ là giao điểm của đồ thị (C) với trục tung $\Rightarrow M(0;2)$.

Phương trình cần tìm có dạng $d: y = y'(0).(x-0) + 2$.

Lại có $y' = \frac{-1}{(x+1)^2} \Rightarrow y'(0) = -1 \Rightarrow d: y = -x + 2$.

Câu 23: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = 2a$, tam giác ABC vuông cân tại B và $AB = a\sqrt{2}$ (minh họa như hình vẽ bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng:

- A.** 30° . **B.** 90° .
C. 60° . **D.** 45° .



Lời giải

Chọn D

Ta có $SA \perp (ABC)$ nên đường thẳng AC là hình chiếu vuông góc của đường thẳng SC lên mặt phẳng (ABC) .

Do đó, $\alpha = (\widehat{SC, (ABC)}) = (\widehat{SC, AC}) = \widehat{SCA}$ (tam giác SAC vuông tại A).

Tam giác ABC vuông cân tại B nên $AC = AB\sqrt{2} = 2a$.

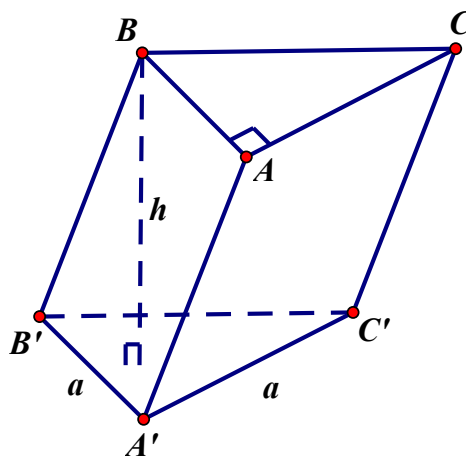
Suy ra $\tan \widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} = 1$ nên $\alpha = 45^\circ$.

Câu 24: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại A , $AB = a$, biết thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V = \frac{4a^3}{3}$. Tính khoảng cách h giữa hai đường thẳng AB và $B'C'$.

- A.** $h = \frac{8a}{3}$. **B.** $h = \frac{3a}{8}$. **C.** $h = \frac{2a}{3}$. **D.** $h = \frac{a}{3}$.

Lời giải

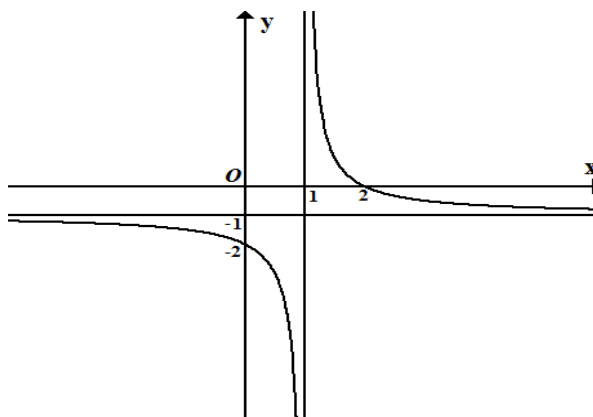
Chọn A



Ta có $AB \parallel (A'B'C') \Rightarrow d(AB, B'C') = d(AB, (A'B'C')) = d(B, (A'B'C'))$.

$$V = S_{\Delta ABC} \cdot h \Leftrightarrow h = \frac{V}{S_{\Delta ABC}} = \frac{\frac{4a^3}{3}}{\frac{a^2}{2}} = \frac{8a}{3}.$$

Câu 25: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình bên với $a, b, c \in \mathbb{R}$. Tính giá trị của biểu thức $T = a - 3b + 2c$



A. $T = 12$.

B. $T = 10$.

C. $T = -9$.

D. $T = -7$.

Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số có $x = 1$ là tiệm cận đứng nên $c = -1$.

Đồ thị hàm số có $y = -1$ là tiệm cận ngang nên $a = -1$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -2 nên $\frac{b}{c} = -2$ do đó $b = 2$.

Vậy $T = a - 3b + 2c = -1 - 3 \cdot 2 + 2(-1) = -9$.

Câu 26: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(1-x)^2(3-x)^3(x-2)^4$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. $x = 2$.

B. $x = 3$.

C. $x = 0$.

D. $x = 1$.

Lời giải

Chọn C.

$$f'(x) = x(1-x)^2(3-x)^3(x-2)^4 \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \\ x=2 \\ x=3 \end{cases}$$

Bảng xét dấu đạo hàm.

x	$-\infty$	0	1	2	3	$+\infty$		
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$

Suy ra hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=0$

Câu 27: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		1		0		$+\infty$

Khi đó phương trình $f(x) + 1 = m$ có ba nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi

- A. $0 < m < 1$. B. $1 \leq m \leq 2$. C. $0 \leq m \leq 1$. **D.** $1 < m < 2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $f(x) + 1 = m \Leftrightarrow f(x) = m - 1$ (*).

Số nghiệm của phương trình (*) là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = m - 1$.

Dựa vào bảng biến thiên, đường thẳng $y = m - 1$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 3 điểm phân biệt khi $0 < m - 1 < 1 \Leftrightarrow 1 < m < 2$.

Câu 28: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) < \log_{\frac{1}{2}}(2x-1)$.

- A. $S = (2; +\infty)$. B. $S = (-1; 2)$. C. $S = (-\infty; 2)$. **D.** $S = \left(\frac{1}{2}; 2\right)$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) < \log_{\frac{1}{2}}(2x-1) \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 > 2x-1 \\ 2x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{2} < x < 2$.

Câu 29: Cho $\log_a b = 3, \log_a c = -2$. Khi đó $\log_a(a^3 b^2 \sqrt{c})$ bằng bao nhiêu?

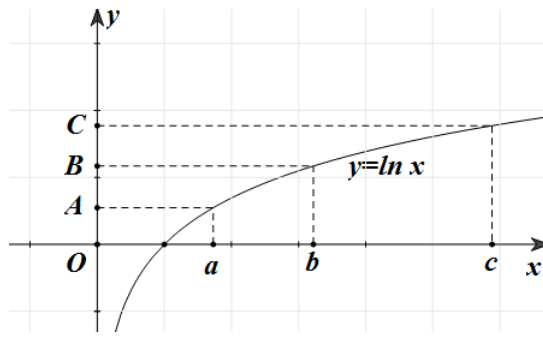
- A.** 8. B. 5. C. 13. **D.** 10.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_a(a^3 b^2 \sqrt{c}) = \log_a a^3 + \log_a b^2 + \log_a \sqrt{c} = 3 + 2 \log_a b + \frac{1}{2} \log_a c = 3 + 2 \cdot 3 - \frac{1}{2} \cdot 2 = 8$.

Câu 30: Trong hình dưới đây, điểm B là trung điểm của đoạn thẳng AC . Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. $a + c = 2b$.

B. $ac = b^2$.

C. $ac = 2b^2$.

D. $ac = b$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $A(0; \ln a)$, $B(0; \ln b)$, $C(0; \ln c)$ và B là trung điểm của AC nên

$$\ln a + \ln c = 2 \ln b \Leftrightarrow \ln(ac) = \ln b^2 \Leftrightarrow ac = b^2.$$

Vậy $ac = b^2$.

Câu 31: Ký hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x) = \sqrt{x} \cdot e^{x^2}$, trục hoành, đường thẳng $x = 1$. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay (H) quanh trục hoành.

A. $V = e^2 - 1$.

B. $V = \pi(e^2 - 1)$.

C. $V = \frac{1}{4}\pi e^2 - 1$.

D. $V = \frac{1}{4}\pi(e^2 - 1)$.

Lời giải

Chọn D.

Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục hoành là nghiệm của phương trình

$$\sqrt{x} \cdot e^{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = 0.$$

Khi đó thể tích của khối tròn xoay được tạo thành là:

$$V = \pi \int_0^1 (\sqrt{x} \cdot e^{x^2})^2 dx = \pi \int_0^1 x e^{2x^2} dx = \pi \frac{1}{4} \int_0^1 e^{2x^2} d(2x^2) = \pi \frac{1}{4} e^{2x^2} \Big|_0^1 = \frac{1}{4} \pi (e^2 - 1).$$

Câu 32: Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = \frac{1}{x}$ trên $(-\infty; 0)$ thỏa mãn $F(-2) = 0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $F(x) = \ln\left(\frac{-x}{2}\right) \forall x \in (-\infty; 0)$.

B. $F(x) = \ln|x| + C \forall x \in (-\infty; 0)$ với C là một số thực bất kì.

C. $F(x) = \ln|x| + \ln 2 \forall x \in (-\infty; 0)$.

D. $F(x) = \ln(-x) + C \forall x \in (-\infty; 0)$ với C là một số thực bất kì.

Lời giải

Chọn A

Ta có $F(x) = \int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C = \ln(-x) + C$ với $\forall x \in (-\infty; 0)$.

Lại có $F(-2) = 0 \Leftrightarrow \ln 2 + C = 0 \Leftrightarrow C = -\ln 2$. Do đó $F(x) = \ln(-x) - \ln 2 = \ln\left(\frac{-x}{2}\right)$.

Vậy $F(x) = \ln\left(\frac{-x}{2}\right) \forall x \in (-\infty; 0)$.

Câu 33: Cho $\int_0^m (3x^2 - 2x + 1) dx = 6$. Giá trị của tham số m thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $(-1; 2)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(0; 4)$. D. $(-3; 1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int_0^m (3x^2 - 2x + 1) dx = (x^3 - x^2 + x) \Big|_0^m = m^3 - m^2 + m$.

$\int_0^m (3x^2 - 2x + 1) dx = 6 \Leftrightarrow m^3 - m^2 + m - 6 = 0 \Leftrightarrow m = 2 \in (0; 4)$.

Vậy $m = 2 \in (0; 4)$.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 2z + m = 0$ là phương trình của mặt cầu?

- A. 6. B. 5. C. 7. D. 4.

Lời giải

Chọn B

Phương trình đã cho là phương trình mặt cầu khi và chỉ khi: $4 + 1 + 1 - m > 0 \Leftrightarrow m < 6$.

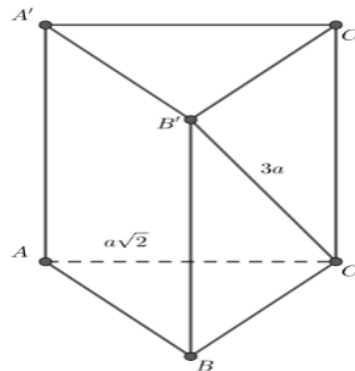
Vì m là số nguyên dương nên có 5 giá trị thỏa mãn bài toán.

Câu 35: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $B'C = 3a$, đáy là tam giác ABC vuông cân tại B và $AC = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $V = 2a^3$. B. $V = \sqrt{2}a^3$. C. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$. D. $V = \frac{a^3}{6\sqrt{2}}$.

Lời giải

Chọn B



Đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC = a\sqrt{2} \Rightarrow BC = AB = \frac{AC}{\sqrt{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = a$.

$\Delta BB'C$ vuông tại $B \Rightarrow BB' = \sqrt{(B'C)^2 - BC^2} = \sqrt{9a^2 - a^2} = 2a\sqrt{2}$.

$V = BB' \cdot S_{\Delta ABC} = 2a\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot a^2 = \sqrt{2}a^3$.

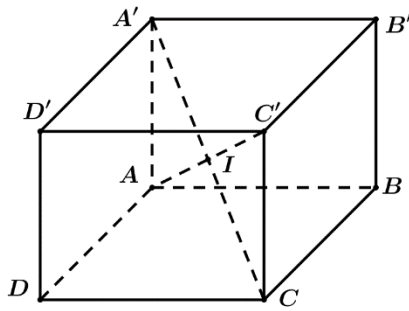
Vậy thể tích của khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ là $V = \sqrt{2}a^3$.

Câu 36: Diện tích mặt cầu ngoại tiếp khối hộp chữ nhật có kích thước $a, a\sqrt{3}, 2a$ là

- A. $8a^2$. B. $4\pi a^2$. C. $16\pi a^2$. D. $8\pi a^2$.

Lời giải

Chọn D.



Xét hình hộp chữ nhật là $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, $AA' = 2a$.

Gọi I là trung điểm $A'C'$, suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.

Ta có bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là

$$R = \frac{1}{2} AC' = \frac{1}{2} \sqrt{AB^2 + AD^2 + AA'^2} = a\sqrt{2}.$$

Vậy diện tích mặt cầu là: $S = 4\pi R^2 = 8\pi a^2$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;0;0)$, $B(0;0;1)$, $C(2;1;1)$. Diện tích của tam giác ABC bằng:

A. $\frac{\sqrt{11}}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{7}}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-1; 0; 1)$, $\overrightarrow{AC} = (1; 1; 1)$

Vì $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = (-1) \cdot 1 + 0 \cdot 1 + 1 \cdot 1 = 0 \Rightarrow AB \perp AC$.

Nên diện tích tam giác ABC là $S = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{\sqrt{6}}{2}$.

Câu 38: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = 3x^2 + 6x + 4, \forall x \in \mathbb{R}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên thuộc $(-2023; 2023)$ của tham số m để hàm số $g(x) = f(x) - (2m + 4)x - 5$ nghịch biến trên $(0; 2)$

A. 2011.

B. 2010.

C. 2008.

D. 2009.

Lời giải

Chọn A

Ta có $g'(x) = f'(x) - (2m + 4)$.

Hàm số $g(x) = f(x) - (2m + 4)x - 5$ nghịch biến trên $(0; 2)$ khi $g'(x) \leq 0, \forall x \in (0; 2)$

$$\Leftrightarrow f'(x) - (2m + 4) \leq 0, \forall x \in (0; 2) \Leftrightarrow 3x^2 + 6x + 4 \leq 2m + 4, \forall x \in (0; 2).$$

Xét hàm số $h(x) = 3x^2 + 6x + 4 \Rightarrow h'(x) = 6x + 6$. Ta có BBT:

x	0	2
$h'(x)$		+
$h(x)$	4	28

Vậy $2m + 4 \geq 28 \Leftrightarrow m \geq 12$. Vì m nguyên thuộc $(-2023; 2023)$ nên có 2011 giá trị thỏa mãn.

Câu 39: Cho hàm số $f(x) = x^3 - (2m - 1)x^2 + (2 - m)x + 2$. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số

m để hàm số $y = f(|x|)$ có 5 điểm cực trị là $\left(\frac{a}{b}; c\right)$ (với a, b, c là các số nguyên dương, $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Giá trị của biểu thức $M = a + 2b + 3c$ là

A. $M = 25$.

B. $M = 11$.

C. $M = 31$.

D. $M = 19$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y = f(x) = x^3 - (2m-1)x^2 + (2-m)x + 2$ có đạo hàm là

$$y' = f'(x) = 3x^2 - 2(2m-1)x + (2-m)$$

- Để hàm số $y = f(|x|)$ có 5 điểm cực trị thì hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 dương. Tương đương với phương trình $f'(x) = 0$ có 2 nghiệm dương phân biệt.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = (2m-1)^2 - 3(2-m) > 0 \\ S = \frac{2(2m-1)}{3} > 0 \\ P = \frac{2-m}{3} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m^2 - m - 5 > 0 \\ m > \frac{1}{2} \\ m < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \vee m > \frac{5}{4} \\ m > \frac{1}{2} \\ m < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{5}{4} < m < 2.$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} a = 5 \\ b = 4 \\ c = 2 \end{cases} \Rightarrow M = a + 2b + 3c = 19.$$

Câu 40: Cho bất phương trình $\log_7(x^2 + 2x + 2) + 1 > \log_7(x^2 + 6x + 5 + m)$. Tính tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình trên nghiệm đúng với mọi $x \in [1; 3]$.

A. 34.

B. 187.

C. 36.

D. 198.

Lời giải

Chọn B

$$\text{bpt} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 6x + 5 + m > 0 \\ \log_7[7(x^2 + 2x + 2)] > \log_7(x^2 + 6x + 5 + m) \end{cases} \forall x \in [1; 3] \Leftrightarrow \begin{cases} m > -x^2 - 6x - 5 \\ 6x^2 + 8x + 9 > m \end{cases} \forall x \in [1; 3]$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > \max_{[1;3]} f(x) \\ m < \min_{[1;3]} g(x) \end{cases} \quad (\text{với } f(x) = -x^2 - 6x - 5; g(x) = 6x^2 + 8x + 9)$$

$$\begin{cases} m > -12 \\ m < 23 \end{cases} \Leftrightarrow -12 < m < 23.$$

Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-11; -10; \dots; 22\}$

Vậy tổng 34 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán là

$$S = (-11) + (-10) + \dots + (-1) + 0 + 1 + \dots + 22 = 187.$$

Câu 41: Biết $\int_1^5 \frac{1}{1 + \sqrt{3x+1}} dx = a + b \ln 3 + c \ln 5$ ($a, b, c \in \mathbb{Q}$). Giá trị của $a + 2b + 3c$ bằng:

A. $\frac{7}{3}$.

B. $\frac{5}{3}$.

C. $\frac{8}{3}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Đặt } t = \sqrt{3x+1} \Rightarrow t^2 = 3x+1 \Rightarrow 2t dt = 3 dx \Rightarrow dx = \frac{2}{3} t dt$$

$$\text{Đổi cận: } x=1 \Rightarrow t=2; x=5 \Rightarrow t=4$$

$$\int_1^5 \frac{1}{1+\sqrt{3x+1}} dx = \frac{2}{3} \int_2^4 \frac{t}{1+t} dt = \frac{2}{3} \int_2^4 \left(1 - \frac{1}{1+t}\right) dt = \frac{2}{3} (t - \ln|t+1|) \Big|_2^4 = \frac{4}{3} - \frac{2}{3} \ln 5 + \frac{2}{3} \ln 3.$$

$$\Rightarrow a = \frac{4}{3}, b = \frac{2}{3}, c = -\frac{2}{3} \Rightarrow a + 2b + 3c = \frac{2}{3}.$$

Câu 42: Cho khối chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SC , mặt phẳng (P) chứa AM và song song BD chia khối chóp thành hai khối đa diện. Đặt V_1 là thể tích khối đa diện có chứa đỉnh S và V_2 là thể tích khối đa diện có chứa đáy $ABCD$. Tỉ số $\frac{V_2}{V_1}$ là

A. $\frac{V_2}{V_1} = 3.$

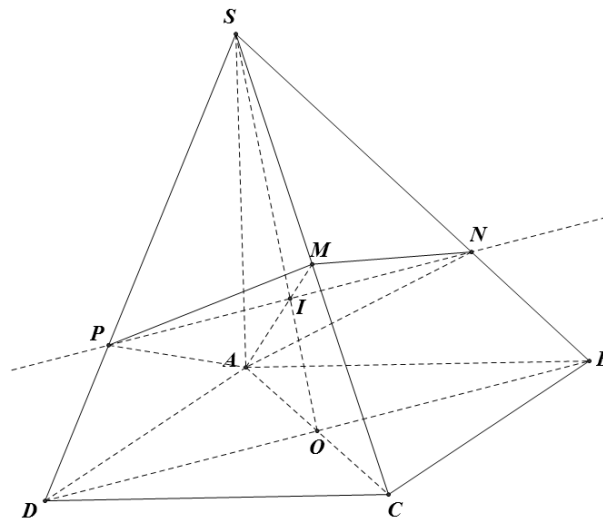
B. $\frac{V_2}{V_1} = 2.$

C. $\frac{V_2}{V_1} = 1.$

D. $\frac{V_2}{V_1} = \frac{3}{2}.$

Lời giải

Chọn B



Đặt $V_{S.ABCD} = V.$

Gọi O là giao điểm hai đường chéo AC và BD . Gọi I là giao điểm của SO và AM .

Do $(P) \parallel BD$ nên (P) cắt mặt phẳng (SBD) theo giao tuyến NP qua I và song song với BD ; ($N \in SB; P \in SD$).

Xét tam giác SAC có I là giao điểm hai trung tuyến nên I là trọng tâm.

$$\text{Ta có } \frac{V_{S.APN}}{V_{S.ADB}} = \frac{SP}{SD} \cdot \frac{SN}{SB} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{9} \Rightarrow V_{S.APN} = \frac{4}{9} V_{S.ADB} = \frac{4}{9} \cdot \frac{1}{2} V = \frac{2}{9} V.$$

$$\text{Tương tự } \frac{V_{S.PMN}}{V_{S.DCB}} = \frac{SP}{SD} \cdot \frac{SM}{SC} \cdot \frac{SN}{SB} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{9} \Rightarrow V_{S.PMN} = \frac{2}{9} V_{S.DCB} = \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{2} V = \frac{1}{9} V.$$

$$\text{Từ đó } V_1 = V_{S.APN} + V_{S.PMN} = \frac{1}{3} V. \text{ Do đó } \frac{V_2}{V_1} = 2.$$

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2;3;1)$, $B(2;1;0)$, $C(-3;-1;1)$. Gọi $D(a;b;c)$ là điểm sao cho $ABCD$ là hình thang có cạnh đáy AD và diện tích hình thang $ABCD$ bằng 4 lần diện tích tam giác ABC . Tính $a+b+c$.

A. -16.

B. -24.

C. -22.

D. -12.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AD + BC).d(A, BC) \Leftrightarrow S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AD + BC) \cdot \frac{2S_{\Delta ABC}}{BC}$$

$$\Leftrightarrow 4S_{\Delta ABC} = \frac{(AD + BC).S_{\Delta ABC}}{BC} \Leftrightarrow 4BC = AD + BC \Leftrightarrow AD = 3BC.$$

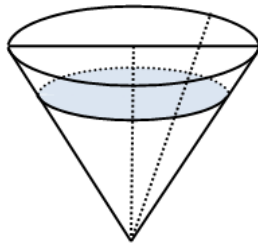
Mà $ABCD$ là hình thang có đáy AD nên $\overline{AD} = 3\overline{BC}$ (1).

$$\overline{BC} = (-5; -2; 1), \overline{AD} = (x_D + 2; y_D - 3; z_D - 1).$$

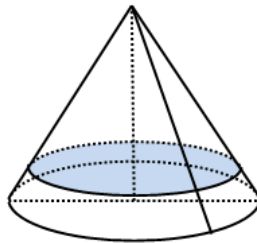
$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} x_D + 2 = -15 \\ y_D - 3 = -6 \\ z_D - 1 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = -17 \\ y_D = -3 \\ z_D = 4 \end{cases}.$$

$$\Rightarrow D(-17; -3; 4) \Rightarrow a + b + c = -16.$$

Câu 44. Một cái phễu có dạng hình nón, chiều cao của phễu là 20 cm . Người ta đổ một lượng nước vào phễu sao cho chiều cao của cột nước trong phễu bằng 10 cm (hình H1). Nếu bịt kín miệng phễu rồi lật ngược phễu lên (hình H2) thì chiều cao của cột nước trong phễu bằng $a - \sqrt[3]{b}$ (đơn vị (cm) , với a, b là các số thực dương). Tìm $a + b$.



H1



H2

A. 7200.

B. 7020.

C. 7100.

D. 7010.

Lời giải

Chọn B

Gọi R là bán kính đáy của phễu. Thể tích của phễu là $V_0 = \frac{1}{3}\pi R^2 \cdot h = \frac{20\pi}{3}R^2$

Xét hình H1:

Do chiều cao của phễu là 20 cm , cột nước cao 10 cm nên bán kính đường tròn thiết diện tạo bởi mặt nước và thành phễu là $\frac{R}{2}$.

$$\text{Suy ra thể tích của nước trong phễu là } V_1 = \frac{1}{3}\pi \left(\frac{R}{2}\right)^2 \cdot 10 = \frac{5\pi R^2}{6}.$$

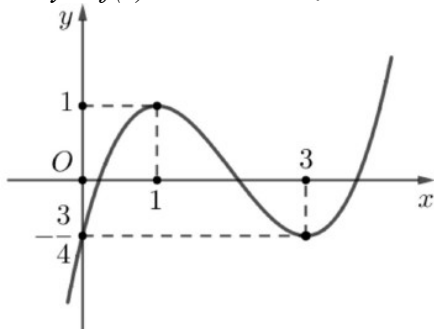
Xét hình H2:

Gọi x là chiều cao cột nước trong phễu. Dựa vào tam giác đồng dạng ta tìm được bán kính đường tròn giao tuyến của mặt nước và thành phễu là $\frac{20-x}{20}R$, ($0 < x < 20$).

$$\text{Thể tích phần không chứa nước là } V_2 = \frac{1}{3}\pi \left(\frac{20-x}{20}R\right)^2 (20-x) = \frac{\pi R^2}{1200}(20-x)^3$$

Suy ra thể tích nước là: $V_1 = V_0 - V_2 \Leftrightarrow \frac{5\pi}{6}R^2 = \frac{20\pi}{3}R^2 - \frac{\pi R^2}{1200}(20-x)^3 \Leftrightarrow x = 20 - \sqrt[3]{7000} \approx 0,87$

Câu 45: Cho $y = f(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Hàm số $g(x) = \left| \frac{4}{3}f(xf(x)) + 1 \right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 13.

B. 9.

C. 12.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

$$g(x) = \left| \frac{4}{3}f(xf(x)) + 1 \right| = \frac{4}{3} \left| f(xf(x)) + \frac{3}{4} \right|$$

Số cực trị của hàm số $g(x)$ cũng là số cực trị của hàm số $y = \left| f(xf(x)) + \frac{3}{4} \right|$

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt và tiếp xúc với đường thẳng $y = -\frac{3}{4}$ lần lượt tại các điểm có hoành độ bằng 0 và 3 nên $f(x) + \frac{3}{4} = ax(x-3)^2 \Leftrightarrow f(x) = ax(x-3)^2 - \frac{3}{4}$.

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ đi qua điểm (1;1) nên $1 = 4a - \frac{3}{4} \Leftrightarrow a = \frac{7}{16}$.

$$\Rightarrow f(x) = \frac{7}{16}x(x-3)^2 - \frac{3}{4}$$

$$\text{Đặt } h(x) = f(xf(x)) + \frac{3}{4}$$

$$h(x) = 0 \Leftrightarrow f(xf(x)) + \frac{3}{4} = 0 \Leftrightarrow \frac{7}{16}xf(x)(xf(x)-3)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f(x) = 0 \quad (*) \\ (xf(x)-3)^2 = 0 \quad (**) \end{cases}$$

+ (*) có 3 nghiệm phân biệt khác 0 (do đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt).

+ Phương trình (**) nếu có nghiệm là nghiệm bội chẵn.

Suy ra phương trình $h(x) = 0$ có 4 nghiệm bội lẻ phân biệt.

$$\text{Xét } h'(x) = (f(x) + xf'(x)) \cdot f'(xf(x)) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) + xf'(x) = 0 \quad (1) \\ f'(xf(x)) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xf(x) = 1 \quad (2) \\ xf(x) = 3 \quad (3) \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow \frac{7}{16}x^3 - \frac{21}{8}x^2 + \frac{63}{16}x - \frac{3}{4} + x\left(\frac{21}{16}x^2 - \frac{21}{4}x + \frac{63}{16}\right) = 0 : \text{có 3 nghiệm phân biệt.}$$

$$(2) \Leftrightarrow x\left(\frac{7}{16}x^3 - \frac{21}{8}x^2 + \frac{63}{16}x - \frac{3}{4}\right) - 1 = 0 : \text{có 4 nghiệm phân biệt.}$$

$$(3) \Leftrightarrow x\left(\frac{7}{16}x^3 - \frac{21}{8}x^2 + \frac{63}{16}x - \frac{3}{4}\right) - 3 = 0 : \text{có 2 nghiệm phân biệt.}$$

Các nghiệm của (1), (2) và (3) đều đôi một khác nhau.

Suy ra phương trình $h'(x) = 0$ có 9 nghiệm đơn phân biệt hay hàm số $y = h(x)$ có 9 điểm cực trị.

Do đó hàm số $y = |h(x)|$ có $9 + 4 = 13$ điểm cực trị.

Câu 46: Cho hàm số $f(x) = ax^5 + bx^3 + cx$, ($a > 0, b > 0$) thỏa mãn $f(3) = -\frac{2}{3}$; $f(9) = 80$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho $\max_{[-1;5]} |g(x)| + \min_{[-1;5]} |g(x)| = 86$ với $g(x) = f(1-2x) + 2f(x+4) + m$.

Tổng của tất cả các phần tử của S bằng:

A. -74.

B. -80.

C. -148.

D. -78.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $f(x) = ax^5 + bx^3 + cx$, ($a > 0, b > 0$) là hàm số lẻ trên \mathbb{R} và $f'(x) = 5ax^4 + 3bx^2 + c$.

Khi đó:

$$\begin{aligned} g'(x) &= -2f'(1-2x) + 2f'(x+4) \\ &= -2[5a(1-2x)^4 + 3b(1-2x)^2 + c] + 2[5a(x+4)^4 + 3b(x+4)^2 + c] \\ &= 10a[(x+4)^4 - (1-2x)^4] + 6b[(x+4)^2 - (1-2x)^2] \\ &= 10a\left[\left((x+4)^2 + (1-2x)^2\right)\left((x+4)^2 - (1-2x)^2\right)\right] + 6b[(x+4)^2 - (1-2x)^2] \\ &= 3(1+x)(5-x)\left[10a\left((x+4)^2 + (1-2x)^2\right) + 6b\right] \geq 0 \quad \forall x \in [-1;5]. \end{aligned}$$

Suy ra hàm số $g(x)$ đồng biến trên đoạn $[-1;5]$ nên ta có:

$$\begin{aligned} g(-1) \leq g(x) \leq g(5) &\Leftrightarrow f(3) + 2f(3) + m \leq g(x) \leq f(-9) + 2f(9) + m \\ &\Leftrightarrow 3f(3) + m \leq g(x) \leq -f(9) + 2f(9) + m \quad (\text{Do } f(x) \text{ là hàm số lẻ}) \\ &\Leftrightarrow 3f(3) + m \leq g(x) \leq f(9) + m \Leftrightarrow m - 2 \leq g(x) \leq m + 80 \end{aligned}$$

Trường hợp 1: Nếu $(m-2)(m+80) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < -80 \end{cases}$ (*) thì

$$\max_{[-1;5]} |g(x)| + \min_{[-1;5]} |g(x)| = 86 \Leftrightarrow |m-2| + |m+80| = 86$$

$$\Leftrightarrow |2m+78| = 86 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 \\ m = -82 \end{cases} \quad (\text{thỏa mãn}).$$

Trường hợp 2: Nếu $(m-2)(m+80) \leq 0 \Leftrightarrow -80 \leq m \leq 2$ (**) thì $\begin{cases} \min_{[-1;5]} |g(x)| = 0 \\ \max_{[-1;5]} |g(x)| = \max\{2-m; m+80\} \end{cases}$.

$$\text{Khi đó: } \max_{[-1;5]} |g(x)| + \min_{[-1;5]} |g(x)| = 86 \Leftrightarrow \max\{2-m; m+80\} = 86$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m+80=86 \\ 2-m \leq m+80 \\ 2-m=86 \\ m+80 \leq 2-m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=6 \\ m=-84 \end{cases} \text{ (loại do (**)).}$$

Vậy tổng của tất cả các phần tử của S bằng: $4+(-82)=-78$.

Câu 47: Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $0 < y < 2023$ và $3^x + 3x - 6 = 9y + \log_3 y^3$.

A. 2023

B. 9.

C. 7.

D. 8.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $3^x + 3x - 6 = 9y + \log_3 y^3 \Leftrightarrow 3^x + 3(x-2) = 9y + 3 \log_3 y \Leftrightarrow 3^x + 3(x-2) = 3^{2+\log_3 y} + 3 \log_3 y (*)$.

Xét hàm số: $f(t) = 3^t + 3(t-2)$.

Ta có: $f'(t) = 3^t \ln 3 + 3 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$. Suy ra hàm số $y = f(t)$ đồng biến trên \mathbb{R} .

Khi đó: $(*) \Leftrightarrow f(x) = f(2 + \log_3 y) \Leftrightarrow x = 2 + \log_3 y \Leftrightarrow y = 3^{x-2}$.

Do $0 < y < 2023$ và x, y nguyên nên: $1 \leq 3^{x-2} < 2023 \Leftrightarrow 2 \leq x < 2 + \log_3 2023 \Rightarrow x \in \{2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$.

Ứng với mỗi giá trị x có một giá trị của y nên có 7 cặp số $(x; y)$ nguyên thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 48: Cho $x, y, z \in \mathbb{R}$ thỏa mãn $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 2 \\ x + y + z = 2 \end{cases}$ và hàm số $f(x) = \left(\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + x\right) \ln 2$. Đặt

$g(x) = 2022^{f(x)+x-(x-1+\sqrt{3})\ln(x-1+\sqrt{3})} - 2023^{(x-1+\sqrt{3})\ln(x-1+\sqrt{3})-f(x)-x}$. Số nghiệm thực của phương trình

$g'(x) = 0$ là

A. 3.

B. 2.

C. 0.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Hệ } \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 2 \\ x + y + z = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (y+z)^2 + x^2 - 2yz = 2 \\ y+z = 2-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y+z = 2-x \\ yz = x^2 - 2x + 1 \end{cases}$$

$\Rightarrow y, z$ là nghiệm của phương trình $t^2 - (2-x)t + x^2 - 2x + 1 = 0$ (1).

Hệ phương trình có nghiệm \Leftrightarrow phương trình (1) có nghiệm

$$(2-x)^2 - 4(x^2 - 2x + 1) \geq 0 \Leftrightarrow 4x - 3x^2 \geq 0 \Leftrightarrow x \in \left[0; \frac{4}{3}\right].$$

Xét hàm số $g(x) = 2022^{f(x)+x-(x-1+\sqrt{3})\ln(x-1+\sqrt{3})} - 2023^{(x-1+\sqrt{3})\ln(x-1+\sqrt{3})-f(x)-x}$ trên $\left[0; \frac{4}{3}\right]$.

Đặt $h(x) = f(x) + x - (x-1+\sqrt{3})\ln(x-1+\sqrt{3})$ với $h'(x) = f'(x) - \ln(x-1+\sqrt{3})$

Ta có $g(x) = 2022^{h(x)} - 2023^{-h(x)}$

$$\Rightarrow g'(x) = h'(x)(2022^{h(x)} \ln 2022 + 2023^{-h(x)} \ln 2023)$$

Vì $2022^{h(x)} \ln 2022 + 2023^{-h(x)} \ln 2023 > 0 \quad \forall x \in \left[0; \frac{4}{3}\right]$ nên

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow h'(x) = f'(x) - \ln(x-1+\sqrt{3}) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 4x + 1) \ln 2 = \ln(x-1+\sqrt{3}) \Leftrightarrow x^2 - 4x + 1 = \log_2(x-1+\sqrt{3}) \quad (2)$$

Nhận xét: VT là hàm số nghịch biến trên $x \in \left[0; \frac{4}{3}\right]$ và VP là hàm số đồng biến trên $x \in \left[0; \frac{4}{3}\right]$

Suy ra phương trình (2) nếu có nghiệm $x \in \left[0; \frac{4}{3}\right]$ thì đó là nghiệm duy nhất.

Mà $x = 2 - \sqrt{3} \in \left[0; \frac{4}{3}\right]$ thỏa mãn phương trình (2) nên $g'(x) = 0$ có 1 nghiệm.

Câu 49: Cho hàm f xác định, đơn điệu giảm, có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn $3[f(x)]^2 = \int_0^x [8(f(t))^3 + (f'(t))^3] dt + x$, với mọi số thực x . Tích phân $\int_0^1 (12 + f(x)) dx$ nhận giá trị trong khoảng nào trong các khoảng sau?

A. (10;11).

B. (11;12).

C. (12;13).

D. (13;14).

Lời giải

Chọn B

$$\text{Xét } 3[f(x)]^2 = \int_0^x [8(f(t))^3 + (f'(t))^3] dt + x, \forall x \in \mathbb{R} \quad (*)$$

Từ (*), thay $x = 0$, ta nhận được $f(0) = 0$. Hơn nữa, đạo hàm hai vế (*), ta có

$$6f(x)f'(x) = 8(f(x))^3 + (f'(x))^3 + 1, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow [f'(x) + 2f(x) + 1] \left[(f'(x) - 2f(x))^2 + (2f(x) - 1)^2 + (f'(x) - 1)^2 \right] = 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

$$(\text{Áp dụng đẳng thức: } a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ac)).$$

Vì f đơn điệu giảm trên \mathbb{R} nên $f'(x) \leq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ nên

$$(f'(x) - 2f(x))^2 + (2f(x) - 1)^2 + (f'(x) - 1)^2 \geq (f'(x) - 1)^2 > 0.$$

Từ đó, ta nhận được

$$f'(x) + 2f(x) + 1 = 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow [e^{2x} f(x)]' = -e^{2x}, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{1}{2} + Ce^{-2x}, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Vì $f(0) = 0$ nên $C = \frac{1}{2}$. Do đó $f(x) = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}e^{-2x}$, với mọi $x \in \mathbb{R}$.

$$\text{Do đó } \int_0^1 (12 + f(x)) dx = \int_0^1 \left(12 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2}e^{-2x}\right) dx = \frac{23}{2} - \frac{1}{4}(e^{-2} - 1) = \frac{47}{4} - \frac{1}{4e^2} \approx 11,7.$$

Câu 50: Trong không gian, cho hình lăng trụ $ABCD.MNPQ$ có tất cả các cạnh bằng $\sqrt{3}$, đáy $ABCD$ là hình thoi và $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Các mặt phẳng $(ADQM)$, $(ABNM)$ cùng tạo với đáy của lăng trụ góc α thỏa mãn $\tan \alpha = 2\sqrt{11}$ và hình chiếu vuông góc của điểm A lên mặt phẳng $(MNPQ)$ nằm bên trong hình thoi này. Gọi O là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $AMNQ$. Tính thể tích khối tứ diện $OABM$.

A. $\frac{3\sqrt{33}}{44}$.

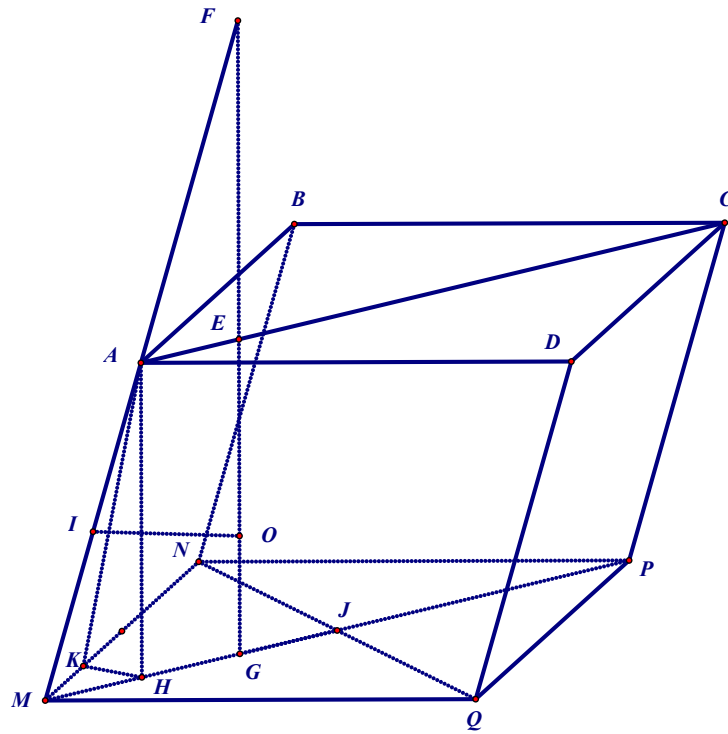
B. $\frac{3\sqrt{33}}{88}$.

C. $\frac{\sqrt{33}}{88}$.

D. $\frac{\sqrt{33}}{22}$.

Lời giải

Chọn B



+) Vì các mặt phẳng $(ADQM), (ABNM)$ cùng tạo với đáy của lăng trụ góc α nên nếu gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng $(MNPQ)$ thì $H \in MP$.

+) Kẻ $HK \perp MN$ suy ra góc $((ABNM); (MNPQ)) = \alpha$.

+) Trong tam giác vuông KHM ta có $MH = \frac{HK}{\sin \widehat{KMH}} = \frac{HK}{\sin 30^\circ} = 2HK$.

+) Trong tam giác vuông HAK ta có $AH = HK \cdot \tan \alpha = HK \cdot 2\sqrt{11}$.

+) Trong tam giác vuông HAM ta có $AM^2 = MH^2 + AH^2 \Leftrightarrow 3 = 4HK^2 + 44HK^2$

$$\Rightarrow HK = \frac{1}{4}; AH = \frac{\sqrt{11}}{2}.$$

+) Gọi G là tâm của tam giác đều MNQ , kẻ $EG \parallel AH (E \in AC)$ như hình vẽ, khi đó EG là trục của đường tròn ngoại tiếp tam giác MNQ .

Trong mặt phẳng chứa AM, EG , kẻ trung trực của AM cắt EG tại O thì O là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $AMNQ$.

+) Tam giác đều MNQ có $MJ = \frac{MN\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{2}, MH = \frac{1}{2}, MG = 1$.

+) Đặt $OG = x, x > 0, EG = AH = \frac{\sqrt{11}}{2}$

Khi đó ta có $OM^2 = OA^2 \Leftrightarrow OG^2 + MG^2 = AE^2 + OE^2 \Leftrightarrow x^2 + MG^2 = HG^2 + (GE - x)^2$

$$\Leftrightarrow x^2 + 1 = \frac{1}{4} + \left(\frac{\sqrt{11}}{2} - x\right)^2 \Rightarrow x = \frac{2}{\sqrt{11}}.$$

+) Gọi $F = AM \cap EG$, ta có: $\frac{FE}{FG} = \frac{AE}{MG} = \frac{1}{2}$.

$$\text{Mà } \frac{OG}{EG} = \frac{\frac{2}{\sqrt{11}}}{\frac{\sqrt{11}}{2}} = \frac{4}{11} \text{ nên: } \frac{FO}{FE} = \frac{OE+FE}{FE} = \frac{\frac{7}{11}FE+FE}{FE} = \frac{18}{11}.$$

$$\text{Vậy } V_{O.ABNM} = \frac{18}{11} V_{E.ABNM} = \frac{18}{11} \cdot \frac{1}{6} V_{C.ABNM} = \frac{18}{11} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{3} V_{ABCD.MNPQ}$$

$$= \frac{1}{11} \cdot AH \cdot S_{MNPQ} = \frac{1}{11} \cdot \frac{\sqrt{11}}{2} \cdot 2 \cdot \frac{(\sqrt{3})^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{33}}{44}.$$

$$V_{O.ABM} = \frac{1}{2} V_{O.ABNM} = \frac{3\sqrt{33}}{88}.$$

----- HẾT -----