SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BẮC GIANG

Đề thi gồm 06 trang

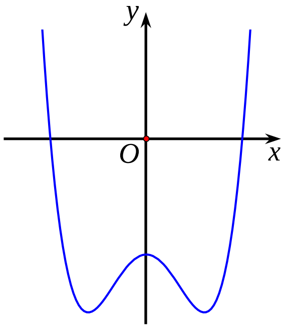
KỲ THI THỬ TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG
LẦN 1 NĂM 2023
BÀI THI: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

MÃ ĐỀ 102

Họ và tên thí sinh: . . . .
Số báo danh: . . . .

*Thí sinh **không** sử dụng tài liệu khi làm bài. Giám thị coi thi **không** giải thích gì thêm.*

Câu 1. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên dưới?

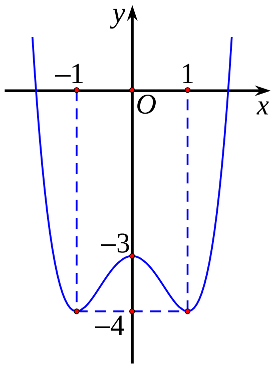


A. $y=\dfrac{x+1}{x-2}$. **B.** $y=x^4-2x^2-3$. **C.** $y=x^3-3x-3$. **D.** $y=-x^4+2x^2-3$.

Câu 2. Cho đa giác đều có 20 đỉnh. Số tất cả tam giác được tạo thành có các đỉnh đều là đỉnh của đa giác đã cho là

A. C_{20}^3. **B.** A_{20}^3. **C.** P_3. **D.** P_{20}.

Câu 3. Cho hàm số trùng phương $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

A. -1. **B.** 0. **C.** -4. **D.** -3.

Câu 4. Tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình $4^x-3.2^{x+2}+32=0$ bằng

A. 6. **B.** 5. **C.** -6. **D.** -5.

Câu 5. Nếu $\int_0^1 2f(x)\mathrm{d}x=6$ thì $\int_0^1\left[\dfrac{1}{3}f(x)+2x\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 4. **B.** 7. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều với $AB=a, SA\perp(ABC)$ và $SA=a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. a^3. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{3a^2}{4}$. **D.** $\frac{a^3}{4}$.

Câu 7. Cho khối lập phương có cạnh bằng 3cm. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng.

A. 27cm^3. **B.** $\frac{27}{2}\text{cm}^3$ **C.** 9cm^3. **D.** 18cm^3.

Câu 8. Cho $\int \cos x\,dx = F(x)+C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $F'(x) = -\sin x$ **B.** $F'(x) = \sin x$ **C.** $F'(x) = -\cos x$. **D.** $F'(x) = \cos x$

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x-y+z+1=0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\overrightarrow{n_4} = (1;1;-1)$ **B.** $\overrightarrow{n_3} = (1;1;1)$ **C.** $\overrightarrow{n_2} = (1;-1;1)$ **D.** $\overrightarrow{n_1} = (-1;1;1)$

Câu 10. Cho số phức z thoả mãn $|z-1+2i| = 3$. BIết tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w = z(1+i)$ trong mặt phẳng tọa độ là một đường tròn. Tìm bán kính R của đường tròn đó.

A. $R = 3\sqrt{2}$. **B.** $R = 4\sqrt{2}$. **C.** $R = \sqrt{2}$. **D.** $R = 2\sqrt{2}$.

Câu 11. Cho số phức $z = 2+i$, phần thực của số phức z^2 bằng

A. -4. **B.** 4. **C.** 3. **D.** -3.

Câu 12. Tập nghiệm của bất phương trình $\ln(3x-2) \le 0$ là

A. $(-\infty;1]$. **B.** $\left(\frac{2}{3};1\right]$ **C.** $\left(\frac{2}{3};1\right)$ **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 13. Nếu $\int_2^5 f(x)dx = 3$ và $\int_2^5 g(x)dx = -2$ thì $\int_2^5 [f(x)-g(x)]dx$ bằng

A. -5. **B.** -6. **C.** 1. **D.** 5.

Câu 14. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = \frac{1}{3}$. Giá trị của u_3 bằng

A. 1. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** $\frac{1}{9}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 15. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^x \ge 9$ là

A. $(-\infty;2)$. **B.** $(-\infty;-2]$. **C.** $[-2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-2)$.

Câu 16. Xếp ngẫu nhiên 3 quả cầu màu đỏ có kích thước khác nhau và 3 quả cầu màu xanh giống nhau vào một giá chứa đồ nằm ngang có 7 ô trống, mỗi quả cầu được xếp vào một ô. Tính xác suất để 3 quả cầu màu đỏ xếp cạnh nhau và 3 quả cầu màu xanh xếp cạnh nhau.

A. $\frac{3}{140}$. **B.** $\frac{3}{70}$. **C.** $\frac{3}{160}$. **D.** $\frac{3}{80}$.

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng

A. 60^0. **B.** 90^0. **C.** 45^0. **D.** 30^0.

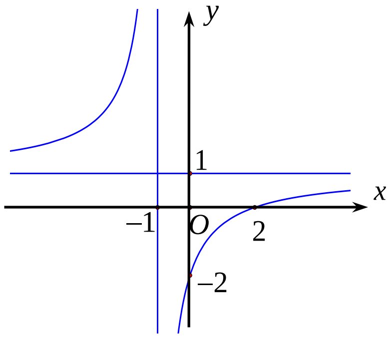
Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(1-x^2)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(-\infty;0)$ **D.** $(1;+\infty)$

Câu 19. Cho hình trụ có bán kính đáy r và chiều cao h. Diện tích toàn phần của hình trụ đã cho bằng

A. $2\pi r(r+h)$ **B.** πrh. **C.** $2\pi rh$. **D.** $\pi r(r+h)$.

Câu 20. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là



A. $(0;2)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(2;0)$. **D.** $(0;-2)$.

Câu 21. Phần ảo của số phức $z=-4+3i$ là

A. -4. **B.** 4. **C.** $3i$. **D.** 3.

Câu 22. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, điểm biểu diễn của số phức $z=2-3i$ có toạ độ là

A. $(3;2)$ **B.** $(2;-3)$ **C.** $(-3;2)$ **D.** $(2;3)$

Câu 23. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=\log_2 x$ là

A. $y'=x\ln 2$. **B.** $y'=\dfrac{x}{\ln 2}$. **C.** $y'=\dfrac{1}{x\ln 2}$. **D.** $y'=\dfrac{\ln 2}{x}$.

Câu 24. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	-1	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $(-4;-1)$. **D.** $(0;3)$.

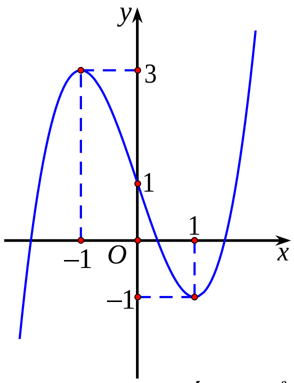
Câu 25. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2+2x$ và trục hoành bằng

A. $\dfrac{4\pi}{3}$. **B.** $\dfrac{4}{3}$. **C.** $\dfrac{3}{4}$. **D.** $\dfrac{3\pi}{4}$.

Câu 26. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tâm của mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-4y+6z-1=0$ có toạ độ là

A. $(-2;4;-6)$. **B.** $(1;-2;3)$. **C.** $(-1;2;-3)$. **D.** $(2;-4;6)$.

Câu 27. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới



Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $f(x)-1=m$ có đúng ba nghiệm thực phân biệt

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 28. Với a là số thực dương tùy ý khác 4. Giá trị của biểu thức $\log_{\frac{a}{4}}\left(\frac{a^3}{64}\right)$ bằng

A. $\frac{1}{3}$. **B.** -3. **C.** $-\frac{1}{3}$. **D.** 3 .

Câu 29. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{2x+3}{4x+2}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=\frac{3}{2}$. **B.** $x=-\frac{3}{2}$. **C.** $x=-\frac{1}{2}$. **D.** $x=\frac{1}{2}$.

Câu 30. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^{2\pi}$ là

A. $y'=\frac{1}{2\pi}x^{2\pi-1}$. **B.** $y'=2\pi x^{2\pi-1}$. **C. B.** $y'=2\pi x^{2\pi}$. **D.** $y'=x^{2\pi-1}$

Câu 31. Trong không gian với hệ tọa độ $O x y z$, góc giữa hai mặt phẳng (Oxz) và (Oyz) bằng

A. 90^0. **B.** 60^0. **C.** 30^0. **D.** 45^0.

Câu 32. Cho hàm số $f(x)=\mathrm{e}^x-\sin x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

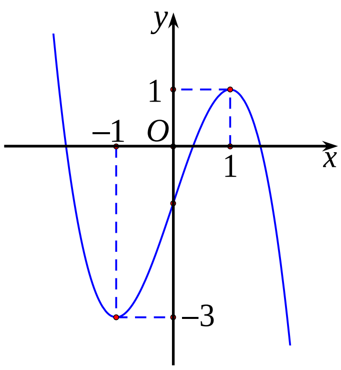
A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x+\cos x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=x.e^{x-1}-\cos x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{\mathrm{e}^{x+1}}{x+1}+\cos x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x-\cos x+C$.

Câu 33. Cho mặt phẳng (P) không có điểm chung với mặt cầu $S(O;R)$. Gọi d là khoảng cách từ O đến (P) . Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $d=R$. **B.** $d<R$. **C.** $d>R$. **D.** $d=0$.

Câu 34. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là

A. $(1;-3)$. **B.** $(1;1)$. **C.** $(-1;-3)$ **D.** $(0;-1)$.

Câu 35. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz,$ cho mặt phẳng $(P): 2x+3y-z+3=0$. Điểm nào dưới đây thuôc (P)?

A. $E(1;-2;0)$. **B.** $F(-1;2;-1)$. **C.** $M(2;1;3)$. **D.** $N(0;-1;0)$.

Câu 36. Cho hàm số $y=f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(x^2-2x\right)$ là

A. 9. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 3.

Câu 37. Cho khối nón tròn xoay đỉnh S, đáy là đường tròn tâm O, góc ở đỉnh bằng 120^0. Mặt phẳng (Q) thay đổi, đi qua S và cắt khối nón theo thiết diện là tam giác $SAB.$ Biết rằng giá trị lớn nhất diện tích tam giác SAB là $2a^2$. Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (Q) trong trường hợp diện tích tam giác SAB đạt giá trị lớn nhất là

A. $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $a\sqrt{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

Câu 38. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $\left|z^2+2z+2\right|=\left|z+1-i\right|$. Giá trị lớn nhất của $|z|$ bằng

A. $2\sqrt{2}-1$. **B.** $\sqrt{2}-1$. **C.** $\sqrt{2}+1$. **D.** $\sqrt{2}$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=2a, BC=a\sqrt{3}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và đường thẳng SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc 30^0. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ theo a.

A. $V=2a^3\sqrt{15}$ **B.** $V=\dfrac{2a^3\sqrt{15}}{3}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{15}}{3}$.

Câu 40. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz,$ cho điểm $A(2;-3;5)$. Tìm tọa độ A' là điểm đối xứng với A qua trục Oy.

A. $A'(-2;-3;5)$. **B.** $A'(2;-3;-5)$. **C.** $A'(2;3;5)$ **D.** $A'(-2;-3;-5)$.

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $SA\perp(ABCD)$. Biết $SA=a, AB=a$ và $AD=2a$. Gọi G là trọng tâm tam giác $SAD.$ Khoảng cách từ điểm G đến mặt phẳng (SBD) bằng

A. $\dfrac{a}{3}$. **B.** $\dfrac{2a}{9}$. **C.** $\dfrac{2a}{3}$. **D.** $\dfrac{a}{6}$.

Câu 42. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có có $A(-1;3;2), B(2;0;5), C(0;-2;1)$. Viết phương trình đường thẳng d chứa đường trung tuyến kẻ từ đỉnh A của tam giác $ABC.$

A. $d: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-3}{-4}=\dfrac{z+2}{1}$. **B.** $d: \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-3}{-4}=\dfrac{z-2}{1}$.

C. $d: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+3}{4}=\dfrac{z+2}{-1}$. **D.** $d: \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+4}{-1}=\dfrac{z+1}{3}$.

Câu 43. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-1;1)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=t\\y=-1-2t\\z=2-2t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A và chứa d. Lập phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(2;3;-1)$ sao cho (S) tiếp xúc với (P).

A. $(S):(x-2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=16$ **B.** $(S):(x-2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=9$.

C. $(S):(x-2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=4$. **D.** $(S):(x+2)^2+(y+3)^2+(z-1)^2=4$.

Câu 44. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x-2y+2z=0$ và ba điểm $A(2;0;2),B((4;0;4),C(5;2;4)$. Gọi M là điểm di động trên (P) sao cho có một mặt cầu (S) đi qua A,B và tiếp xúc với (P) tại M. Khi đó, độ dài đoạn CM có giá trị nhỏ nhất là

A. 3. **B.** $\sqrt{10}$. **C.** $\sqrt{109}$. **D.** $\sqrt{13}$.

Câu 45. Cho $F(x)=\frac{1}{2x^2}$ là một nguyên hàm của hàm số $\frac{f(x)}{x}$ trên $(0;+\infty)$. Tính $\int_1^2 f(2x+1)\mathrm{d}x$.

A. $\int_1^2 f(2x+1)\mathrm{d}x=\frac{2}{15}$. **B.** $\int_1^2 f(2x+1)\mathrm{d}x=-\frac{2}{15}$

C. $\int_1^2 f(2x+1)\mathrm{d}x=\frac{1}{15}$ **D.** $\int_1^2 f(2x+1)\mathrm{d}x=-\frac{1}{15}$

Câu 46. Có tất cả bao nhiêu số nguyên dương y sao cho ứng với mỗi số y đó bất phương trình $\frac{x^3-4x^2+x-4}{3^x-y}<0$ có nghiệm nguyên x và số nghiệm nguyên x không vượt quá 6 ?

A. 176903 . **B.** 176930 . **C.** 176910 . **D.** 176923 .

Câu 47. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_2 x+\log_3 x\geq 1+\log_2 x.\log_3 x$ là

A. 3 . **B.** 2 . **C.** Vô số. **D.** 1 .

Câu 48. Cho hàm số $y=\left|12x^5-(15m+30)x^4+20x^3-30(m^2-4m+3)x^2+120(m^2+1)x+2023+m\right|$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(1;3)$?

A. 11 . **B.** 10. **C.** 2 . **D.** 1 .

Câu 49. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho Parabol $(P):y=x^2$ và hai điểm A,B thuộc (P) sao cho $AB=2$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và đường thẳng AB đạt giá trị lớn nhất bằng

A. $\frac{3}{2}$. **B.** $\frac{3}{4}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{4}{3}$.

Câu 50. Trong tập các số phức, cho phương trình $z^2-2(m+1)z+6m-2=0$ (m tham số thực). Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt z_1,z_2 thỏa mãn $|z_1|=|z_2|$

A. 0 . **B.** 1. **C.** Vô số. **D.** 2.

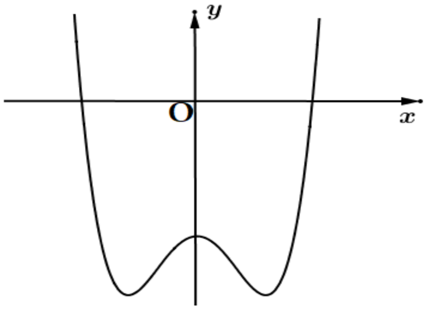
--------------- **HẾT** ---------------

Câu \ Mã đề	101	102	103	104
1	A	B	A	D
2	C	A	A	A
3	C	D	A	B
4	B	B	C	A
5	D	D	C	B
6	D	D	A	B
7	D	A	A	B
8	C	D	B	C
9	A	C	A	A
10	D	A	B	D
11	B	C	B	D
12	C	B	C	C
13	A	D	A	B
14	A	D	D	C
15	D	B	B	A
16	A	B	A	A
17	A	A	A	C
18	D	D	B	C
19	D	A	B	B
20	A	D	D	C
21	B	D	A	D
22	A	B	B	A
23	D	C	B	D
24	D	D	C	A
25	D	B	C	B
26	C	C	D	A
27	C	C	A	A
28	C	D	D	D
29	A	C	A	A
30	D	B	B	B
31	B	A	A	B
32	D	A	B	B
33	A	C	D	C
34	C	B	D	D
35	C	D	C	D
36	C	C	B	D
37	D	A	B	B
38	B	C	D	C
39	B	B	B	C
40	D	D	A	D
41	A	B	D	D
42	A	B	D	B
43	A	C	D	D
44	B	D	B	C
45	A	D	C	C
46	B	B	C	A
47	A	B	C	B
48	A	C	B	B
49	A	D	B	D
50	A	D	A	D

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	A	D	B	D	D	A	D	C	A	C	B	D	D	B	B	A	B	A	D	D	B	C	D	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	A	D	C	B	A	A	C	B	D	B	A	C	B	D	B	B	C	D	D	B	B	C	D	D

Câu 1: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên dưới ?



A. $y=\dfrac{x+1}{x-2}$. **B.** $y=x^4-2x^2-3$. **C.** $y=x^3-3x-3$. **D.** $y=-x^4+2x^2-3$

.

Lời giải

Chọn B

Từ dáng của đồ thị suy ra đây là đồ thị của hàm số bậc bốn.

Từ đồ thị suy ra $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$, suy ra đồ thị trên là của hàm số $y=x^4-2x^2-3$.

Câu 2: Cho đa giác đều có 20 đỉnh. Số tất cả các tam giác tạo thành có các đỉnh đều là đỉnh của đa giác đã cho là

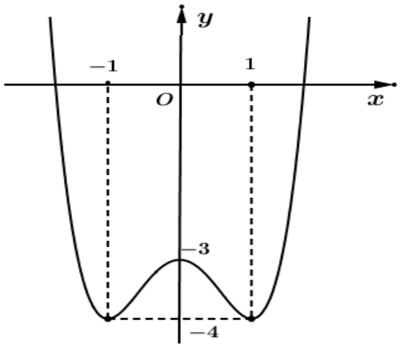
A. C_{20}^3. **B.** A_{20}^3. **C.** P_3. **D.** P_{20}.

Lời giải

Chọn A

Số tam giác tạo thành có các đỉnh đều là đỉnh của đa giác đã cho là C_{20}^3.

Câu 3: Cho hàm số trùng phương $y=f\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới



Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

A. -1. **B.** 0. **C.** -4. **D.** -3.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị suy ra giá trị cực đại của hàm số đã cho là -3.

Câu 4: Tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình $4^x - 3.2^{x+2} + 32 = 0$ bằng

A. 6. **B.** 5. **C.** -6. **D.** -5.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t = 3^x \ (t > 0)$, phương trình đã cho trở thành: $t^2 - 12t + 32 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 8\ (tm) \\ t = 4\ (tm) \end{array}\right.$

Với $t = 8 \Rightarrow 2^x = 8 \Leftrightarrow x = 3$.

Với $t = 4 \Rightarrow 2^x = 4 \Leftrightarrow x = 2$.

Suy ra tổng các nghiệm của phương trình là $3 + 2 = 5$.

Câu 5: Nếu $\int\limits_0^1 2f(x)\mathrm{d}x = 6$ thì $\int\limits_0^1 \left[\frac{1}{3}f(x) + 2x\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 4. **B.** 7. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int\limits_0^1 \left[\frac{1}{3}f(x) + 2x\right]\mathrm{d}x = \frac{1}{3}\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x + 2\int\limits_0^1 x\mathrm{d}x = \frac{1}{6}\int\limits_0^1 2f(x)\mathrm{d}x + x^2\Big|_0^1 = \frac{1}{6}.6 + 1 = 2$.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều với $AB = a$, $SA \perp (ABC)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. a^3. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{3a^2}{4}$. **D.** $\frac{a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

Ta có $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}.SA.S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3}.a\sqrt{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3}{4}$.

Câu 7: Cho khối lập phương có cạnh bằng $3\ cm$. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng

A. $27\ \text{cm}^3$. **B.** $\frac{27}{2}\ \text{cm}^3$. **C.** $9\ \text{cm}^3$. **D.** $18\ \text{cm}^3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $V = 3^3 = 27\,\text{cm}^3$.

Câu 8: Cho $\int \cos x dx = F(x) + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $F'(x) = -\sin x$. **B.** $F'(x) = \sin x$. **C.** $F'(x) = -\cos x$. **D.** $F'(x) = \cos x$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int \cos x dx = F(x) + C \Rightarrow F'(x) = \cos x$.

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x-y+z+1=0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\overrightarrow{n_4}=(1;1;-1)$. **B.** $\overrightarrow{n_3}=(1;1;1)$. **C.** $\overrightarrow{n_2}=(1;-1;1)$. **D.** $\overrightarrow{n_1}=(-1;1;1)$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng $(P): x-y+z+1=0$ có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_2}=(1;-1;1)$.

Câu 10: Cho số phức z thỏa mãn $|z-1+2i|=3$. Biết tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w=z(1+i)$ trong mặt phẳng tọa độ là một đường tròn. Tìm bán kính R của đường tròn đó.

A. $R=3\sqrt{2}$. **B.** $R=4\sqrt{2}$. **C.** $R=\sqrt{2}$. **D.** $R=2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $|z-1+2i|=3 \Leftrightarrow |z(1+i)-3+i|=3|1+i| \Leftrightarrow |w-3+i|=3\sqrt{2}$

Đặt $w=x+yi$ $(x,y\in\mathbb{R})$.

Suy ra $|x+yi-3+i|=3\sqrt{2} \Leftrightarrow \sqrt{(x-3)^2+(y+1)^2}=3\sqrt{2}$

$\Leftrightarrow (x-3)^2+(y+1)^2=18$.

Suy ra điểm biểu diễn các số phức $w=z(1+i)$ trong mặt phẳng tọa độ là một đường tròn có bán kính $R=3\sqrt{2}$.

Câu 11: Cho số phức $z=2+i$, phần thực của số phức z^2 bằng

A. -4. **B.** 4. **C.** 3. **D.** -3.

Lời giải

Chọn C

Ta có $z^2=(2+i)^2=3+4i$ $\Rightarrow$ phần thực của số phức z^2 bằng 3.

Câu 12: Tập nghiệm của bất phương trình $\ln(3x-2)\le 0$ là

A. $(-\infty;1]$. **B.** $\left(\dfrac{2}{3};1\right]$. **C.** $\left(\dfrac{2}{3};1\right)$. **D.** $(1;+\infty)$

Lời giải

Chọn B

Ta có $\ln(3x-2)\le 0 \Leftrightarrow \begin{cases}3x-2>0\\3x-2\le 1\end{cases} \Leftrightarrow \dfrac{2}{3}<x\le 1$

Câu 13: Nếu $\int\limits_2^5 f(x)\,dx=3$ và $\int\limits_2^5 g(x)\,dx=-2$ thì $\int\limits_2^5 [f(x)-g(x)]\,dx$ bằng

A. -5. **B.** -6. **C.** 1. **D.** 5

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int\limits_2^5 \left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x = \int\limits_2^5 f(x)\mathrm{d}x - \int\limits_2^5 g(x)\mathrm{d}x = 3-(-2)=5$.

Câu 14: Cho cấp số nhân (u_n), với $u_1 = 3$ và công bội $q = \frac{1}{3}$. Giá trị u_3 bằng

A. 1. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** $\frac{1}{9}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $u_3 = u_1.q^2 = 3.\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{3}$.

Câu 15: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^x \geq 9$ bằng

A. $(-\infty;2)$. **B.** $(-\infty;-2]$. **C.** $[-2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-2)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\left(\frac{1}{3}\right)^x \geq 9 \Leftrightarrow x \leq \log_{\frac{1}{3}} 9 = -2 \Rightarrow x \in (-\infty;-2]$.

Câu 16: Xếp ngẫu nhiên 3 quả cầu màu đỏ có kích thước khác nhau và 3 quả cầu màu xanh giống nhau vào một giá chứa đồ nằm ngang có 7 ô trống, mỗi quả cầu được xếp vào một ô. Tính xác suất để ba quả cầu màu đỏ xếp cạnh nhau và 3 quả cầu màu xanh xếp cạnh nhau.

A. $\frac{3}{140}$. **B.** $\frac{3}{70}$. **C.** $\frac{3}{160}$. **D.** $\frac{3}{80}$.

Lời giải

Chọn B

+)Số phần tử không gian mẫu $n(\Omega) = A_7^3.C_4^3 = 840$.

+)A là biến cố " ba quả màu đỏ cạnh nhau và ba quả màu xanh cạnh nhau".

Xem ba quả cầu đỏ là nhóm X, ba quả màu xanh là nhóm Y.

Xếp X, Y vào 3 ô có $A_3^2 = 6$ cách.

Hoán vị ba quả cầu đỏ có $3! = 6$ cách.

$n(A) = A_3^2.3! = 36$.

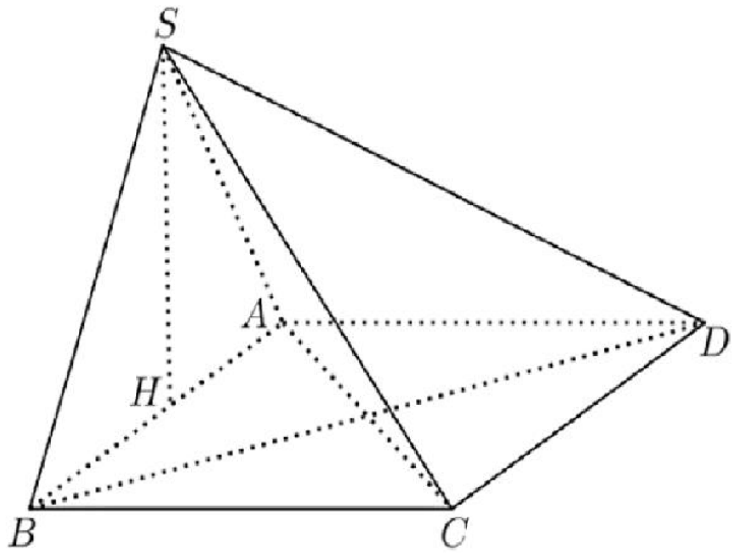
$P(A) = \frac{36}{840} = \frac{3}{70}$.

Câu 17: Cho hình chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng

A. 60^0. **B.** 90^0. **C.** 45^0. **D.** 30^0.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là trung điểm AB.

$(SAB)\perp(ABCD)\Rightarrow SH\perp(ABCD)\Rightarrow SH\perp BC$; mà $BC\perp AB$ suy ra $BC\perp(SAB)$.

$\left((SBC),(ABCD)\right)=(SB,AB)=SBA=60^0$

Câu 18: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2\left(1-x^2\right),\forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghich biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

$f'(x)=x^2\left(1-x^2\right)\le 0\Leftrightarrow -1\le x\le 1$.

Vậy hàm số nghịch biến trên $(-1;0)$

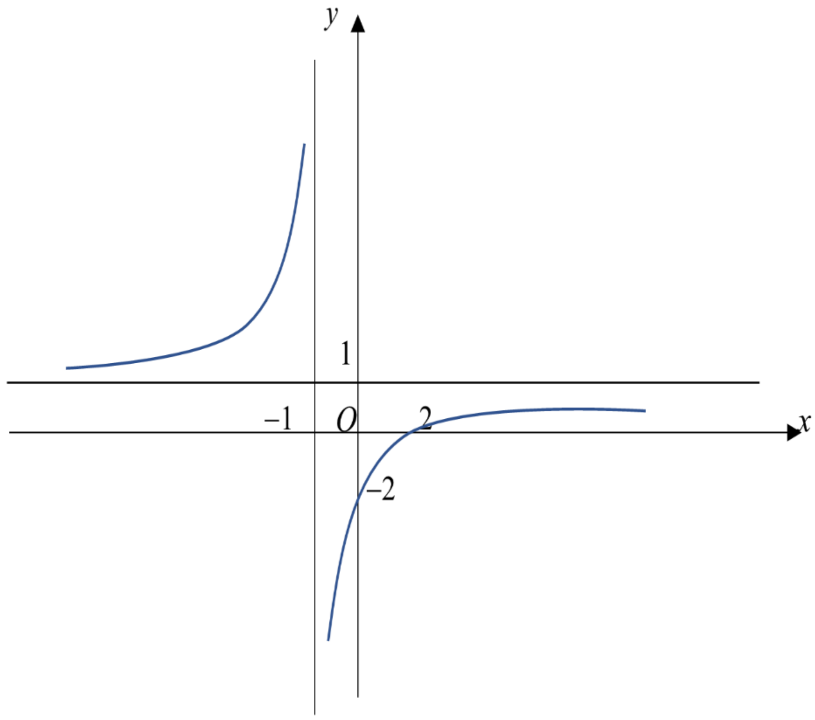
Câu 19: Cho hình trụ có bán kính đáy r và chiều cao h. Diện tích toàn phần của hình trụ đã cho bằng

A. $2\pi r(r+h)$. **B.** πrh. **C.** $2\pi rh$. **D.** $\pi r(r+h)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 20: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là



A. $(0;2)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(2;0)$. **D.** $(0;-2)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 21: Phần ảo của số phức $z=-4+3i$ là

A. -4. **B.** 4. **C.** $3i$. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Phần ảo của số phức $z=-4+3i$ là 3.

Câu 22: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm biểu diễn số phức $z=2-3i$ có tọa độ là

A. $(3;2)$. **B.** $(2;-3)$. **C.** $(-3;2)$. **D.** $(2;3)$.

Lời giải

Chọn B

Điểm biểu diễn số phức $z=2-3i$ có tọa độ là $(2;-3)$.

Câu 23: Trên khoảng $(0;+\infty)$ đạo hàm của hàm số $y=\log_2 x$ là

A. $y'=x\ln 2$. **B.** $y'=\dfrac{x}{\ln 2}$. **C.** $y'=\dfrac{1}{x\ln 2}$. **D.** $y'=\dfrac{\ln 2}{x}$.

Lời giải

Chọn C

- Ta có: $y'=\left(\log_2 x\right)'=\dfrac{1}{x\ln 2}$.

Câu 24: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	-1	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $(-4;-1)$. **D.** $(0;3)$.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên ta có hàm số đồng biến trên khoảng $(0;3)$.

Câu 25: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2+2x$ và trục hoành bằng

A. $\frac{4\pi}{3}$. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** $\frac{3}{4}$. **D.** $\frac{3\pi}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $x^2+2x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-2 \end{array}\right.$.

Khi đó, diện tích hình phẳng giởi hạn bởi hai đồ thị trên là:

$$S=\int_{-2}^{0}\left|x^2+2x\right|\mathrm{d}x=\frac{4}{3}.$$

Câu 26: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tâm của mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-4y+6z-1=0$ có tọa độ là

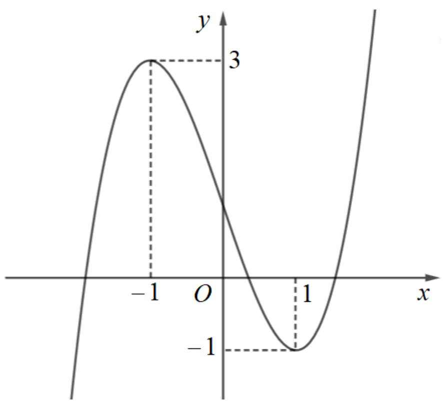
A. $(-2;4;-6)$. **B.** $(1;-2;3)$. **C.** $(-1;2;-3)$. **D.** $(2;-4;6)$.

Lời giải

Chọn C

Tâm của mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-4y+6z-1=0$ có tọa độ là $(-1;2;-3)$.

Câu 27: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới



Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $f(x)-1=m$ có đúng ba nghiệm thực phân biệt?

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f(x)-1=m \Leftrightarrow f(x)=m+1$, dựa vào đồ thị hàm số, phương trình có đúng ba nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi $-1<m+1<3 \Leftrightarrow -2<m<2 \xrightarrow{m\in\mathbb{Z}^+} m\in\{-1,0,1\}$.

Câu 28: Với a là số thực dương tùy ý khác 4. Giá trị của biểu thức $\log_{\frac{a}{4}}\left(\frac{a^3}{64}\right)$ bằng

A. $\frac{1}{3}$. **B.** -3. **C.** $-\frac{1}{3}$. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_{\frac{a}{4}}\left(\frac{a^3}{64}\right)=\log_{\frac{a}{4}}\left(\frac{a}{4}\right)^3=3$.

Câu 29: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{2x+3}{4x+2}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=\frac{3}{2}$. **B.** $x=-\frac{3}{2}$. **C.** $x=-\frac{1}{2}$. **D.** $x=\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to\left(-\frac{1}{2}\right)^{\pm}} y=\pm\infty$. Do đó tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là đường thẳng $x=-\frac{1}{2}$.

Câu 30: Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^{2\pi}$ là

A. $y'=\frac{1}{2\pi}x^{2\pi-1}$. **B.** $y'=2\pi x^{2\pi-1}$. **C.** $y'=2\pi x^{2\pi}$. **D.** $y'=x^{2\pi-1}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=\left(x^{2\pi}\right)'=2\pi x^{2\pi-1}$.

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, góc giữa hai mặt phẳng (Oxz) và (Oyz) bằng:

A. 90^0. **B.** 60^0. **C.** 30^0. **D.** 45^0.

Lời giải

Chọn A

Dễ thấy, do $Ox;Oy;Oz$ đôi một vuông góc nên $(Oxz)\perp(Oyz)$.

Vậy góc giữa hai mặt phẳng (Oxz) và (Oyz) bằng 90^0.

Câu 32: Cho hàm số $f(x)=e^x-\sin x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx=e^x+\cos x+C$. **B.** $\int f(x)dx=xe^{x-1}-\cos x+C$.

C. $\int f(x)dx=\dfrac{e^{x+1}}{x+1}+\cos x+C$. **D.** $\int f(x)dx=e^x-\cos x+C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int f(x)dx=\int(e^x-\sin x)dx=e^x+\cos x+C$

Câu 33: Cho mặt phẳng (P) không có điểm chung với mặt cầu $S(O;R)$. Gọi d là khoảng cách từ O đến (P). Khẳng định nào dưới đây đúng?

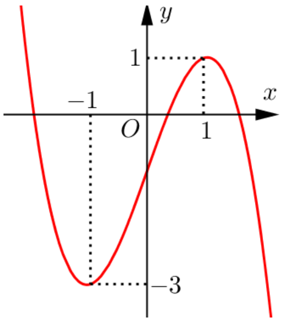
A. $d=R$. **B.** $d<R$. **C.** $d>R$. **D.** $d=0$.

Lời giải

Chọn C

Vì (P) và mặt cầu $S(O;R)$ không có điểm chung nên $d>R$.

Câu 34: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới



Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là

A. $(1;-3)$. **B.** $(1;1)$. **C.** $(-1;-3)$. **D.** $(0;-1)$.

Lời giải

Chọn B

Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là $(1;1)$.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x+3y-z+3=0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P)

A. $E(1;-2;0)$. **B.** $F(-1;2;-1)$. **C.** $M(2;1;3)$. **D.** $N(0;-1;0)$.

Lời giải

Chọn D

Điểm thuộc (P) là $N(0;-1;0)$.

Câu 36: Cho hàm số $y=f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(x^2-2x\right)$ là

A. 9. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Đặt $g(x)=f\left(x^2-2x\right)\Rightarrow g'(x)=2(x-1)f'\left(x^2-2x\right)$;

$$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x^2-2x=-1\\x^2-2x=0\\x^2-2x=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=0\\x=2\\x=1\pm\sqrt{2}\end{array}\right.,$$

trong đó $x=1$ là nghiệm bội ba, các nghiệm còn lại là nghiệm đơn.

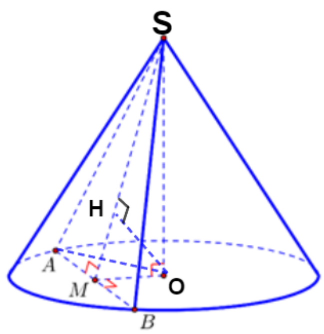
Suy ra, hàm số $y=f\left(x^2-2x\right)$ có 5 điểm cực trị.

Câu 37: Cho khối nón tròn xoay đỉnh S, đáy là đường tròn tâm O, góc ở đỉnh bằng $120°$. Mặt phẳng (Q) thay đổi, đi qua S và cắt khối nón theo thiết diện là tam giác SAB. Biết rằng giá trị lớn nhất diện tích tam giác SAB là $2a^2$. Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (Q) trong trường hợp diện tích tam giác SAB đạt giá trị lớn nhất là

A. $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $a\sqrt{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi đường sinh của hình nón là l.

$$S_{\Delta SAB}=\frac{1}{2}SA.SB.\sin(ASB)=\frac{1}{2}l^2.\sin(ASB)\le\frac{1}{2}l^2$$

$$\Rightarrow\ \left(S_{\Delta SAB}\right)_{\max}=\frac{1}{2}l^2.$$

Dấu "=" xảy ra khi $\sin(ASB)=1\Leftrightarrow\widehat{ASB}=90°\Leftrightarrow\Delta SAB$ vuông cân ở S.

Do đó $S_{\Delta SAB}=\dfrac{1}{2}l^2\Leftrightarrow 2a^2=\dfrac{1}{2}l^2\Rightarrow l=2a.$

Tam giác SAB vuông cân ở $S\Rightarrow AB=SA.\sqrt{2}=2a\sqrt{2}$

Góc ở đỉnh của hình nón là $120°\Rightarrow\widehat{OSA}=60°$.

Xét ΔSOA vuông ở O:

$$\begin{cases} SO = SA.\cos 60° = a \\ AO = SA\sin 60° = a\sqrt{3} \end{cases}.$$

Kẻ $OM \perp AB$ ở M. Kẻ $OH \perp SM$ ở H.

Ta có: $AB \perp OM; AB \perp SO \Rightarrow AB \perp (SOM) \Rightarrow AB \perp OH$.

Mà $OH \perp SM \Rightarrow OH \perp (SAB)$ tại $H \Rightarrow d(O;(Q)) = d(O;(SAB)) = OH$.

Ta có $AM = MB = a\sqrt{2}.$

Xét ΔOAM vuông ở $M \Rightarrow OM = \sqrt{OA^2 - AM^2} = a.$

Xét ΔSOM vuông ở O có $OM = SO = a$ nên ΔSOM vuông cân ở O.

Mà OH là đường cao của tam giác SOM $\Rightarrow OH = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$ $\Rightarrow d(O;(Q)) = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 38: Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z^2 + 2z + 2| = |z + 1 - i|$. Giá trị lớn nhất của $|z|$ bằng

A. $2\sqrt{2} - 1$ **B.** $\sqrt{2} - 1$ **C.** $\sqrt{2} + 1$ **D.** $\sqrt{2}$

Lời giải

Chọn C

$$|z^2 + 2z + 2| = |z + 1 - i| \Leftrightarrow |z + 1 + i|.|z + 1 - i| = |z + 1 - i| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} z = -1 + i & (1) \\ |z + 1 + i| = 1 & (2) \end{array}\right..$$

Với (1), ta có $|z| = \sqrt{2}$ (3).

Với (2): Gọi M, I lần lượt là điểm biểu diễn z và $-1 - i$. Khi đó: $I(-1;-1)$ và $(2) \Leftrightarrow IM = 1$. Suy ra, quỹ tích điểm M là đường tròn (C) có tâm I, bán kính $R = 1$. Do đó, $max|z| = \max\limits_{M \in (C)} OM = OI + R = 1 + \sqrt{2}$ (4).

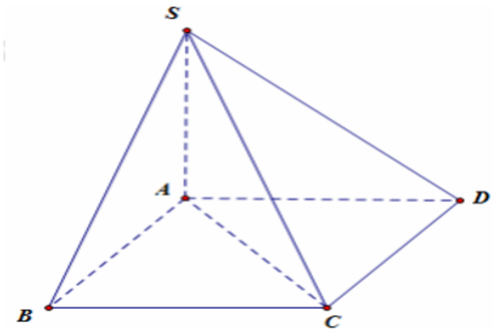
Vậy từ $(3),(4)$ ta có: Giá trị lớn nhất của $|z|$ bằng $\sqrt{2} + 1$.

Câu 39: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình $ABCD$ chữ nhật với $AB = 2a, BC = a\sqrt{3}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và đường thẳng SC tạo với $mp(SAB)$ một góc 30^0. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ theo a.

A. $V = 2a^3\sqrt{15}.$ **B.** $V = \dfrac{2a^3\sqrt{15}}{3}.$ **C.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}.$ **D.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{15}}{3}.$

Lời giải

Chọn B



Ta có: $BC \perp (SAB)$ tại B, đường thẳng SC tạo với $mp(SAB)$ một góc 30^0 nên $\widehat{CSB} = 30°$.

Do đó: $SB = \sqrt{3}BC = 3a$ và $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = a\sqrt{5}$.

Thể tích khối chóp là: $V = \dfrac{1}{3}.SA.AB.AD = \dfrac{2a^3\sqrt{15}}{3}$.

Câu 40: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2;-3;5)$. Tìm tọa độ điểm A' là điểm đối xứng với điểm A qua trục Oy

A. $A'(-2;-3;5)$. **B.** $A'(2;-3;-5)$. **C.** $A'(2;3;5)$. **D.** $A'(-2;-3;-5)$.

Lời giải

Chọn D

Hình chiếu của $A(2;-3;5)$ lên trục Oy là $H(0;-3;0)$

Điểm A' đối xứng với A qua Oy nên $H(0;-3;0)$ là trung điểm của AA'.

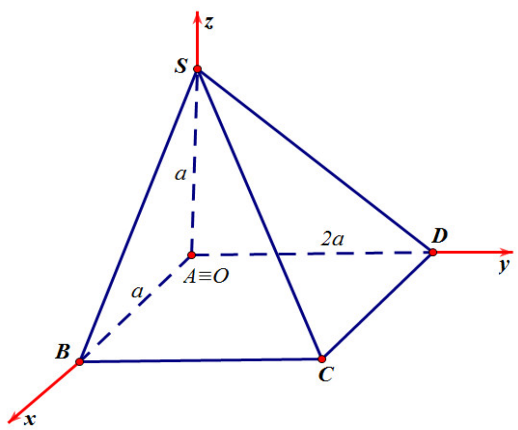
Do đó $A'(-2;-3;-5)$.

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hìnhchữ nhật $ABCD$, $SA \perp (ABCD)$. Biết $SA = AB = a$, $AD = 2a$. Gọi G là trọng tâm tam giác SAD. Khoảng cách từ G đến (SBD) bằng

A. $\dfrac{a}{3}$. **B.** $\dfrac{2a}{9}$. **C** $\dfrac{2a}{3}$. **D.** $\dfrac{a}{6}$.

Lời giải

Chọn B



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ trong đó: $A \equiv O(0;0;0)$; $B(a;0;0)$; $D(0;2a;0)$; $S(0;0;a)$.

Khi đó trọng tâm G của tam giác SAD có tọa độ: $G\left(0;\frac{2a}{3};\frac{a}{3}\right)$

$\overrightarrow{SB}=(a;0;-a);\overrightarrow{SD}=(0;2a;-a)$; $\left[\overrightarrow{SB},\overrightarrow{SD}\right]=(2a^2;a^2;2a^2)$.

Véc tơ pháp tuyến của mp (SBD) là $\vec{n}=(2;1;2)$

Phương trình mp (SBD): $2x+y+2z-2a=0$

Vậy khoảng cách từ G đến (SBD) là: $d=\frac{\left|2.0+\frac{2a}{3}+2.\frac{a}{3}-2a\right|}{3}=\frac{2a}{9}$.

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(-1;3;2)$, $B(2;0;5)$, $C(0;-2;1)$. Viết phương trình đường thẳng d chứa đường trung tuyến kẻ từ đỉnh A của tam giác ABC.

A. $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y-3}{-4}=\frac{z+2}{1}$.

B. $d:\frac{x+1}{2}=\frac{y-3}{-4}=\frac{z-2}{1}$.

C. $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y+3}{4}=\frac{z+2}{-1}$.

D. $d:\frac{x-2}{1}=\frac{y+4}{-1}=\frac{z+1}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi M là trung điểm $BC\Rightarrow M(1;-1;3)$

Đường trung tuyến AM có VTCP $\overrightarrow{AM}=(2;-4;1)$ và qua $A(-1;3;2)\rightarrow$ **Chọn B**

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-1;1)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=t\\y=-1-2t\\z=2-2t\end{cases},(t\in\mathbb{R})$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A và chứa d. Lập phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(2;3;-1)$ sao cho (S) tiếp xúc với (P).

A. $(S):(x-2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=16$.

B. $(S):(x-2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=9$.

C. $(S):(x-2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=4$.

D. $(S):(x+2)^2+(y+3)^2+(z-1)^2=4$.

Lời giải

Chọn C

d qua $M(0;-1;2)$ và VTCP $\vec{u}=(1;-2;-2)$.

Mặt phẳng (P) có VTPT $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AM};\vec{u}\right]=(2;-1;2)\rightarrow(P):2x-y+2z-5=0$.

Bán kính mặt cầu $R=d_{(I;(P))}=2\rightarrow$ **Chọn C**

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x-2y+2z=0$ và ba điểm $A(2;0;2),B(4;0;4)$, $C(5;2;4)$. Gọi M là điểm di động trên (P) sao cho có một mặt cầu (S) đi qua A,B và tiếp xúc với (P) tại M. Khi đó, độ dài đoạn CM có giá trị nhỏ nhất là

A. 3.

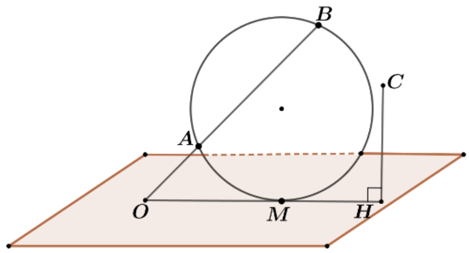
B. $\sqrt{10}$.

C. $\sqrt{109}$.

D. $\sqrt{13}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi H là hình chiếu của C lên $mp(P) \Rightarrow H(4;4;2)$.

Đường thẳng $AB: \begin{cases} x = 2+t \\ y = 0 \\ z = 2+t \end{cases} \Rightarrow AB \cap (P) = \{O\}$.

Ta có: $OM^2 = OA.OB = 2\sqrt{2}.4\sqrt{2} = 16 \Rightarrow OM = 4$ và $OH = 6$.

$MC = \sqrt{9 + MH^2} \rightarrow MC_{\min} \Leftrightarrow MH_{\min} \Leftrightarrow MH = OH - OM = 2$.

Vậy $CM_{\min} = \sqrt{13}$.

Câu 45: Cho $F(x) = \dfrac{1}{2x^2}$ là một nguyên hàm của hàm số $\dfrac{f(x)}{x}$ trên $(0;+\infty)$. Tính tích phân $\int\limits_1^2 f(2x+1)\,\mathrm{d}x$.

A. $\int\limits_1^2 f(2x+1)\,\mathrm{d}x = \dfrac{2}{15}$. **B.** $\int\limits_1^2 f(2x+1)\,\mathrm{d}x = -\dfrac{2}{15}$.

C. $\int\limits_1^2 f(2x+1)\,\mathrm{d}x = \dfrac{1}{15}$. **D.** $\int\limits_1^2 f(2x+1)\,\mathrm{d}x = -\dfrac{1}{15}$.

Lời giải

Chọn D

Vì $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $\dfrac{f(x)}{x}$ nên $F'(x) = \dfrac{f(x)}{x}$

$\Rightarrow \dfrac{f(x)}{x} = \left(\dfrac{1}{2x^2}\right)' = -\dfrac{1}{x^3}$.

$\Rightarrow f(x) = -\dfrac{1}{x^2}$.

Do đó $\int\limits_1^2 f(2x+1)\,\mathrm{d}x = \int\limits_1^2 \dfrac{-1}{(2x+1)^2}\,\mathrm{d}x = \left.\dfrac{1}{2(2x+1)}\right|_1^2 = -\dfrac{1}{15}$.

Câu 46: Có tất cả bao nhiêu số nguyên dương y sao cho ứng với mỗi số y đó bất phương trình $\dfrac{x^3 - 4x^2 + x - 4}{3^x - y} < 0$ có nghiệm nguyên x và số nghiệm nguyên x không vượt quá 6.

A. 176903. **B.** 176930. **C.** 176910. **D.** 176923.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x;\ y\in\mathbb{R}\ y>0$.

Từ giả thiết. $\dfrac{x^3-4x^2+x-4}{3^x-y}<0\Leftrightarrow\dfrac{(x-4)(x^2+1)}{3^x-y}<0\Leftrightarrow\dfrac{x-4}{3^x-y}<0$

$\Leftrightarrow(x-4)(3^x-y)<0$ (1)

+ TH 1: Nếu $\log_3 y>4\Leftrightarrow y>81$ thì bất phương trình $(1)\Leftrightarrow 4<x<\log_3 y$.

Để bất pt có nghiệm nguyên x và số nghiệm nguyên x không vượt quá 6

$\Leftrightarrow\begin{cases}\log_3 y\le 11\\ \log_3 y>5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y\le 177147\\ y>243\end{cases}\Leftrightarrow 243<y\le 177147\Rightarrow$có 176904 số nguyên y.

+ TH 2: Nếu $\log_3 y<4\Leftrightarrow y<81$ thì bất phương trình $(1)\Leftrightarrow\log_3 y<x<4$.

Để bất pt có nghiệm nguyên x và số nghiệm nguyên x không vượt quá 6

$\Leftrightarrow\begin{cases}\log_3 y\ge -3\\ \log_3 y<3\end{cases}\Leftrightarrow\dfrac{1}{27}\le y<27\Rightarrow$có 26 số nguyên y.

Vậy ta có $176904+26=176930$ số nguyên y cần tìm.

Câu 47: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_2 x+\log_3 x\ge 1+\log_2 x\cdot\log_3 x$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** Vô số. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $x>0$.

Bất phương trình

$$\log_2 x+\log_3 x\ge 1+\log_2 x\cdot\log_3 x$$
$$\Leftrightarrow(\log_2 x-1)(\log_3 x-1)\le 0$$
$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}\log_2 x-1\le 0\\ \log_3 x-1\ge 0\end{cases}\\ \begin{cases}\log_2 x-1\ge 0\\ \log_3 x-1\le 0\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x\le 2\\ x\ge 3\end{cases}\\ \begin{cases}x\ge 2\\ x\le 3\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow 2\le x\le 3.$$

Vậy bất phương trình có 2 nghiệm nguyên.

Câu 48: Cho hàm số $y=\left|12x^5-(15m+30)x^4+20x^3-30(m^2-4m+3)x^2+120(m^2+1)x+2023+m\right|$.
Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số đồng biến trên khoảng $(1;3)$?

A. 11. **B.** 10. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Đặt $f(x)=12x^5-(15m+30)x^4+20x^3-30(m^2-4m+3)x^2+120(m^2+1)x+2023+m$.

$f'(x)=60x^4-60(m+2)x^3+60x^2-60(m^2-4m+3)x+120(m^2+1)$

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x^3-mx^2+(-2m+1)x-m^2-1=0. \quad (1) \end{array}\right.$$

Hàm số $y=|f(x)|$ đồng biến trên $(1;3)$ suy ra $y=f(x)$ đồng biến trên $(1;3)$ hoặc nghịch biến trên khoảng $(1;3)$

$\Rightarrow$ $x=2$ không là cực trị của hàm số $f(x)$

$\Rightarrow x=2$ là nghiệm của phương trình (1).

*Điều kiện cần: $x=2$ là nghiệm của phương trình (1)

$$8-4m-4m+2-m^2-1=0 \Leftrightarrow -m^2-8m+9=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-9. \end{array}\right.$$

*Điều kiện đủ:

Với $m=1$. Khi đó $\begin{cases} f'(x)=60(x-2)^2(x^2+x+1)\ge 0, \forall x\in(1;3) \\ f(1)=2251>0 \end{cases}$ suy ra hàm số $y=|f(x)|$ đồng biến trên $(1;3)$.

Vớ $m=-9$. Khi đó $\begin{cases} f'(x)=60(x-2)^2(x^2+11x+41)\ge 0, \forall x\in(1;3) \\ f(1)=8391>0 \end{cases}$ suy ra hàm số $y=|f(x)|$ đồng biến trên $(1;3)$.

Vây $m=1; m=-9$ nên có 2 giá trị nguyên thoả mãn.

Câu 49: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho Parabol $(P): y=x^2$ và hai điểm A,B thuộc (P) sao cho $AB=2$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và đường thẳng AB đạt giá trị lớn nhất bằng

A. $\frac{3}{2}$. **B.** $\frac{3}{4}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $A(a;a^2), B(b;b^2)$ với $a<b$. Ta có $AB=2 \Leftrightarrow (b-a)^2+(b^2-a^2)^2=4$

$$AB: \frac{x-a}{b-a}=\frac{y-a^2}{b^2-a^2} \Leftrightarrow \frac{x-a}{1}=\frac{y-a^2}{b+a} \Leftrightarrow y=(a+b)(x-a)+a^2 \Leftrightarrow y=(a+b)x-ab$$

$$S=\int_a^b \left((a+b)x-ab-x^2\right)dx=\int_a^b (x-a)(b-x)dx$$

Đặt $t=x-a$. $S=\int_0^{b-a} t(b-a-t)dt=\int_0^{b-a}\left(t(b-a)-t^2\right)dt=\left.\frac{(b-a)t^2}{2}\right|_0^{b-a}-\left.\frac{t^3}{3}\right|_0^{b-a}=\frac{(b-a)^3}{6}$.

Ta có $(b-a)^2+(b^2-a^2)^2=4 \Leftrightarrow (b-a)^2\left(1+(b+a)^2\right)=4 \Leftrightarrow (b-a)^2=\frac{4}{1+(b+a)^2}\le 4$.

Suy ra $b-a\le 2 \Rightarrow S=\frac{(b-a)^3}{6}\le\frac{2^3}{6}=\frac{4}{3}$.

Dấu bằng xảy ra khi $\begin{cases} a+b=0 \\ b-a=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=1 \\ a=-1 \end{cases} \Leftrightarrow A(-1;1), B(1;1)$.

Câu 50: Trong tập các số phức, cho phương trình $z^2-2(m+1)z+6m-2=0$ (m tham số thực). Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị ngüyên của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt z_1,z_2 thỏa mãn $|z_1|=|z_2|$

A. 0. **B.** 1. **C.** **Vô số.** **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Để phương trình đó cho có hai nghiệm phân biệt $z_1;z_2$ thỏa mãn $|z_1|=|z_2|$ thì xét

$z^2-2\left(m+1\right)z+6m-2=0(1)$

Ta có: $\Delta'=m^2-4m+3=(m-1)(m-3)$

+) TH1: $\Delta'>0 \Leftrightarrow (m-1)(m-3)>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>3 \\ m<1 \end{array}\right.$.

Thì phương trình (1) có hai nghiệm thực phân biệt $z_1;z_2$

Vậy $|z_1|=|z_2| \Leftrightarrow z_1^2=z_2^2 \Leftrightarrow \left(z_1-z_2\right)\left(z_1+z_2\right)=0$

Do $z_1;z_2$ là hai nghiệm phân biệt nên suy ra $z_1+z_2=0$

Theo Vi-ét: $z_1+z_2=0 \Leftrightarrow 2\left(m+1\right)=0 \Leftrightarrow m=-1$ (thỏa mãn)

Vậy TH1 có 1 giá trị của m

+) TH $2:\Delta'<0 \Leftrightarrow (m-1)(m-3)<0 \Leftrightarrow 1<m<3$.

Thì phương trình (1) có hai nghiệm phức phân biệt $z_1;z_2 \Rightarrow z_1=\overline{z_2} \Rightarrow |z_1|=|z_2|$.

Vậy TH2 có $m=2$

Vậy tất cả có 2 giá trị của m thỏa mãn.