

ĐỀ CHÍNH THỨC

Mã đề thi
357

(Đề thi gồm 06 trang)

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 8z - 4 = 0$. Tâm của (S) có tọa độ là

- A. $I(1; -2; 4)$. B. $I(-1; 2; -4)$. C. $I(-2; 4; -8)$. D. $I(2; -4; 8)$.

Câu 2: Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp các điểm biểu diễn số phức $z = x + yi (x, y \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $|\bar{z} + 2 - i| = |z + 3i|$ là đường thẳng có phương trình

- A. $y = x + 1$. B. $y = 4x - 4$. C. $y = -4x + 4$. D. $y = x - 1$.

Câu 3: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình

- A. $y = 2$. B. $y = -1$. C. $x = 2$. D. $x = -1$.

Câu 4: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 3x + 2$ và trục Ox . Thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay hình (H) quanh trục Ox bằng

- A. $\frac{\pi}{30}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{1}{30}$. D. $\frac{\pi}{6}$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$			
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$			2		0		$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(-\infty; 2)$. C. $(1; 3)$. D. $(0; 2)$.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , $AB = a$, SA vuông góc với đáy. Biết góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 60° . Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$

- A. a^3 . B. $\frac{a^3}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 7: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = 8 - 3i$ có tọa độ là

- A. $M(8; -3)$. B. $N(8; 3)$. C. $P(-3; 8)$. D. $Q(3; -8)$.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x^2 - 4x + 3)(2x + x^2)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

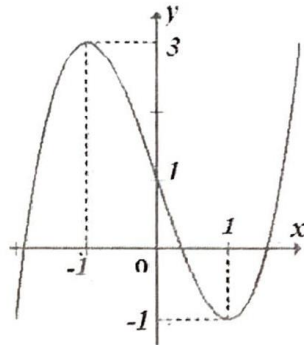
Câu 9: Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 2$ và chiều cao $h = 6$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. 6. B. 4. C. 12. D. 36.

Câu 10: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 5$ và công bội $q = 2$. Giá trị của u_6 bằng

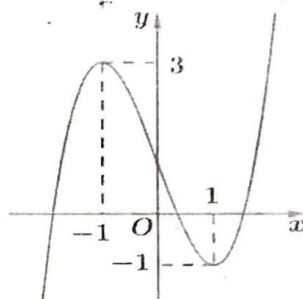
- A. 25. B. 32. C. 15. D. 160.

Câu 11: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới. Giá trị của biểu thức $T = a + b + c + d$ bằng



- A. $T = 4$. B. $T = -1$. C. $T = 1$. D. $T = 3$.

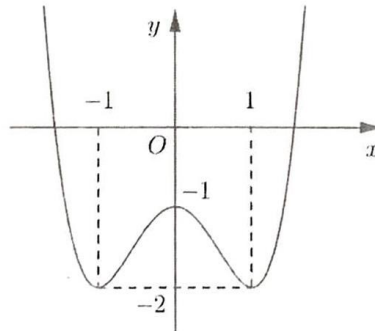
Câu 12: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt?

- A. 2. B. 5. C. 4. D. 3.

Câu 13: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong hình dưới. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho là



- A. $(0; -1)$. B. $(1; -2)$. C. $(-1; 2)$. D. $(-1; 0)$.

Câu 14: Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên $2a$, M là trung điểm của SA . Tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (SBC) .

- A. $\frac{a\sqrt{165}}{45}$. B. $\frac{a\sqrt{165}}{30}$. C. $\frac{a\sqrt{165}}{15}$. D. $\frac{a\sqrt{165}}{20}$.

Câu 15: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x+2} < 9$ là

- A. $(-\infty; 2)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 16: Tập nghiệm của bất phương trình $\log(x-3) < 1$ là

- A. $(3;10)$. B. $(-\infty;10)$. C. $(3;13)$. D. $(-\infty;13)$.

Câu 17: Nếu $\int_2^3 f(x)dx = 1$ và $\int_2^3 g(x)dx = 4$ thì $\int_2^3 [2f(x) - g(x)]dx$ bằng

- A. 1. B. 5. C. -2. D. -1.

Câu 18: Nếu $\int_{-2}^0 f(x)dx = -2$ thì $\int_{-2}^0 [x - 2f(x)]dx$ bằng

- A. 6. B. -2. C. -6. D. 2.

Câu 19: Đạo hàm của hàm số $y = 2^{x+1}$ là

- A. $y' = -2^{x+1} \cdot \ln 2$. B. $y' = \frac{-2^{x+1}}{\ln 2}$. C. $y' = 2^{x+1} \cdot \ln 2$. D. $y' = \frac{2^{x+1}}{\ln 2}$.

Câu 20: Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 3$ và độ dài đường sinh $l = 5$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

- A. 12π . B. 36π . C. 15π . D. 45π .

Câu 21: Xét tất cả các số thực dương a và b thỏa mãn $\log_2 a = \log_8(ab)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a = b^2$. B. $a^3 = b$. C. $a^2 = b$. D. $a = b$.

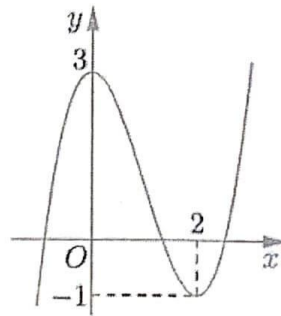
Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z - 1 = 0$ có một véc tơ pháp tuyến là

- A. $\vec{n} = (1; 2; 3)$. B. $\vec{n} = (1; -2; 3)$. C. $\vec{n} = (1; -2; -1)$. D. $\vec{n} = (1; 3; -2)$.

Câu 23: Từ một nhóm học sinh gồm 6 nam và 8 nữ, có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh có cả nam và nữ?

- A. 288. B. 364. C. 168. D. 120.

Câu 24: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



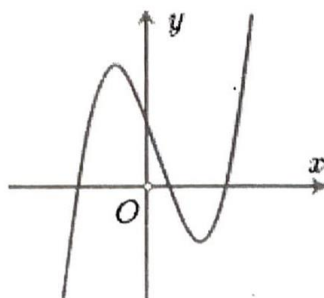
Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

- A. 0. B. 3. C. 2. D. -1.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, điểm đối xứng của $A(-1; 2; 5)$ qua mặt phẳng (Oyz) là

- A. $(1; -2; -5)$. B. $(0; 2; 5)$. C. $(-1; -2; -5)$. D. $(1; 2; 5)$.

Câu 26: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên dưới?



- A. $y = x^2 + x - 1$. B. $y = x^4 - x^2 + 1$. C. $y = \frac{2x+1}{x-3}$. D. $y = x^3 - 3x + 1$.

Câu 27: Cho số phức $z = -2 + 5i$, phần ảo của số phức z^2 bằng

- A. $21i$. B. 21 . C. -20 . D. $-20i$.

Câu 28: Trên khoảng $(1; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = \log_2(x-1)$ là

- A. $\frac{1}{(1-x)\ln 2}$. B. $\frac{\ln 2}{1-x}$. C. $\frac{1}{(x-1)\ln 2}$. D. $\frac{\ln 2}{x-1}$.

Câu 29: Cho khối chóp $S.ABC$ đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a , cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a$. Tính thể tích khối chóp đã cho bằng

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. B. $V = \frac{a^3}{12}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. D. $V = \frac{a^3}{4}$.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, bán kính mặt cầu tâm $A(1;1;3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z + 3 = 0$ bằng

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 4.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc d ?

- A. $Q(-1;1;-3)$. B. $P(1;-1;3)$. C. $M(-2;-4;1)$. D. $N(2;1;-2)$.

Câu 32: Cho $\int \left(\frac{1}{x} + 2x\right) dx = f(x) + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $f'(x) = \frac{1}{x} + 2x$. B. $f'(x) = -\frac{1}{x^2} + 2$. C. $f'(x) = \frac{1}{x^2} + 2$. D. $f'(x) = \ln x + x^2$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1;2;1); B(-1;3;1); C(3;4;3)$ có phương trình là

- A. $x + 2y - 3z + 2 = 0$. B. $x + 2y - 3z - 2 = 0$. C. $x - 2y - 3z + 6 = 0$. D. $x - 2y - 3z + 10 = 0$.

Câu 34: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $4^x - 3 \cdot 2^{x+1} + 5 = 0$ bằng

- A. $\frac{1}{\log_2 5}$. B. $\frac{1}{5}$. C. 5. D. $\log_2 5$.

Câu 35: Cho hàm số $f(x) = \sin x + x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x) dx = \cos x + \frac{x^2}{2} + C$. B. $\int f(x) dx = \cos x + x^2 + C$.
C. $\int f(x) dx = -\cos x + \frac{x^2}{2} + C$. D. $\int f(x) dx = -\cos x + x^2 + C$.

Câu 36: Số phức liên hợp của số phức $z = -1 + 2i$ là

- A. $1 + 2i$. B. $-1 - 2i$. C. $-1 + 2i$. D. $1 - 2i$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-2;1;4)$ và mặt phẳng $(P); 2x + 2y - z - 3 = 0$. Hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (P) có tọa độ là

- A. $(1;1;3)$. B. $(2;5;2)$. C. $(0;0;-3)$. D. $(0;3;3)$.

Câu 38: Từ một hộp chứa 15 quả cầu gồm 4 quả cầu màu xanh, 5 quả cầu màu đỏ và 6 quả cầu màu vàng. Lấy ngẫu nhiên đồng thời 4 quả. Xác suất để lấy được bốn quả có đủ ba loại màu bằng

- A. $\frac{48}{91}$. B. $\frac{2}{15}$. C. $\frac{7}{40}$. D. $\frac{21}{40}$.

Câu 39: Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2 + az + b = 0$, (với a, b là tham số thực). Có bao nhiêu cặp số thực (a, b) để phương trình có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn

$$z_1(1+2i) - |z_2| = -10 + 10i?$$

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 0.

Câu 40: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left[\log_2^2(4x) - 3 \log_{\sqrt{2}} x - 7 \right] \sqrt{3^x - 3 \cdot 2^{x-1}} \leq 0$?

- A. 8. B. 9. C. 6. D. 7.

Câu 41: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn $|x^3 - 3x^2 + m| \leq 4$ với mọi $x \in [1;3]$?

- A. 5. B. 4. C. 6. D. 3.

Câu 42: Có bao nhiêu cặp số $(x; y)$ nguyên dương thỏa mãn

$$2^{(x-1)(x+1)} \ln \left[(x+1)^2 + 1 \right] = 2^{y-x-3} \ln \sqrt{x+y-1} \text{ và } x; y \leq 2023?$$

- A. 2020. B. 12. C. 45. D. 44.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a ; cạnh bên SA vuông góc với đáy, góc giữa SC và đáy bằng 45° . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và BD bằng

- A. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. B. $\frac{a}{2}$. C. $\frac{\sqrt{2}a}{3}$. D. a .

Câu 44: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in (-4, +\infty)$ để hàm số $y = -x^4 + 54x^2 - 2mx$ có 3 cực trị?

- A. 110. B. 112. C. 113. D. 111.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;1), B(1;2;2), I(0;0;4)$. Mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B và tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy) tại điểm M . Giá trị lớn nhất của độ dài đoạn IM bằng

- A. 5. B. 4. C. $3\sqrt{2}$. D. $2\sqrt{3}$.

Câu 46: Cho hàm số $f(x) = 2|x-1|$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Biết rằng $F(2) + F(0) = 5$. Giá trị của biểu thức $P = F(3) + F(-2)$ bằng

- A. 4. B. 0. C. 2. D. 1.

Câu 47: Hình nón (N) có đỉnh S , tâm đường tròn đáy là O , góc ở đỉnh bằng 120° . Một mặt phẳng qua S cắt hình nón (N) theo thiết diện là tam giác vuông SAB . Biết rằng khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SO bằng 3. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón (N) .

- A. $S_{xq} = 27\sqrt{3}\pi$. B. $S_{xq} = 36\sqrt{3}\pi$. C. $S_{xq} = 18\sqrt{3}\pi$. D. $S_{xq} = 28\sqrt{3}\pi$.

Câu 48: Biết số phức z thỏa mãn $|z - 3 - 4i| = \sqrt{5}$ và biểu thức $T = |z + 2|^2 - |z - i|^2$ đạt giá trị lớn nhất. Tính $|z|$.

- A. $|z| = \sqrt{33}$. B. $|z| = 50$. C. $|z| = 5\sqrt{2}$. D. $|z| = \sqrt{10}$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x+2y+2z-6=0$. Phương trình đường thẳng d nằm trong (P) sao cho d cắt, đồng thời vuông góc với Δ là

A. $\begin{cases} x=2+4t \\ y=3+3t \\ z=1+t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=2+4t \\ y=3+3t \\ z=-1+t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=2+4t \\ y=3-3t \\ z=-1+t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=2+4t \\ y=3-3t \\ z=1+t \end{cases}$

Câu 50: Cho hàm số $f(x)$ đồng biến và có đạo hàm liên tục trên $[1;3]$, thỏa mãn $x^2 + 4x^2 f(x) = [f'(x)]^2, \forall x \in [1;3], f(2) = 2$. Tính $I = \int_1^3 f(x) dx$.

A. $\frac{20}{3}$ B. $\frac{117}{15}$ C. $\frac{23}{3}$ D. $\frac{233}{30}$

----- HẾT -----

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO BÌNH PHƯỚC

ĐÁP ÁN CÁC MÃ ĐỀ ĐỀ THI MÔN TOÁN TN THPT 12 LẦN 2 2023

MÃ ĐỀ 132	MÃ ĐỀ 209	MÃ ĐỀ 357	MÃ ĐỀ 485
1 C	1 B	1 B	1 D
2 D	2 D	2 D	2 B
3 B	3 B	3 A	3 A
4 A	4 B	4 A	4 A
5 D	5 C	5 A	5 C
6 C	6 A	6 D	6 A
7 B	7 D	7 A	7 A
8 C	8 A	8 A	8 D
9 D	9 D	9 B	9 D
10 A	10 A	10 D	10 C
11 A	11 B	11 B	11 D
12 A	12 B	12 D	12 B
13 B	13 C	13 B	13 B
14 A	14 C	14 B	14 D
15 B	15 B	15 C	15 A
16 B	16 A	16 C	16 C
17 C	17 C	17 C	17 B
18 C	18 C	18 D	18 C
19 B	19 D	19 C	19 B
20 D	20 C	20 D	20 D
21 C	21 B	21 C	21 A
22 B	22 A	22 B	22 C
23 B	23 A	23 A	23 B
24 B	24 A	24 B	24 D
25 A	25 C	25 D	25 D
26 D	26 D	26 D	26 C
27 D	27 D	27 C	27 B
28 C	28 D	28 C	28 D
29 A	29 D	29 A	29 D
30 D	30 B	30 C	30 A
31 D	31 C	31 B	31 B
32 A	32 B	32 A	32 B
33 D	33 C	33 B	33 A
34 C	34 B	34 D	34 C
35 B	35 A	35 C	35 C
36 A	36 A	36 B	36 D
37 A	37 D	37 D	37 A
38 C	38 C	38 A	38 C
39 A	39 C	39 B	39 D
40 C	40 A	40 A	40 A
41 A	41 A	41 A	41 C
42 C	42 D	42 D	42 D
43 D	43 B	43 B	43 A
44 A	44 B	44 D	44 B
45 B	45 D	45 A	45 B
46 B	46 A	46 B	46 C
47 B	47 B	47 C	47 C

48 C	48 C	48 C	48 B
49 D	49 D	49 C	49 A
50 D	50 C	50 D	50 D

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.D	3.A	4.A	5.A	6.D	7.A	8.A	9.B	10.D
11.B	12.D	13.B	14.B	15.C	16.C	17.C	18.B	19.C	20.D
21.C	22.B	23.A	24.B	25.D	26.D	27.C	28.C	29.A	30.C
31.B	32.A	33.B	34.D	35.C	36.B	37.D	38.A	39.B	40.A
41.A	42.D	43.B	44.D	45.A	46.B	47.C	48.C	49.C	50.D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 8z - 4 = 0$. Tâm của (S) có tọa

độ là:

- A. $(1; -2; 4)$. B. $(-1; 2; -4)$. C. $(-2; 4; -8)$. D. $(2; -4; 8)$.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu (S) có tâm là: $(-1; 2; -4)$.

Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ, tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|\bar{z} + 2 - i| = |z + 3i|$ là đường thẳng có phương trình

- A. $y = x + 1$. B. $y = 4x - 4$. C. $y = -4x + 4$. D. $y = x - 1$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) $\Rightarrow \bar{z} = x - yi$ và $M(x; y)$ là điểm biểu diễn của số phức z .

Ta có: $|\bar{z} + 2 - i| = |z + 3i| \Leftrightarrow |x - yi + 2 - i| = |x + yi + 3i|$

$\Leftrightarrow |(x + 2) + (-y - 1)i| = |x + (y + 3)i|$

$\Leftrightarrow \sqrt{(x + 2)^2 + (y + 1)^2} = \sqrt{x^2 + (y + 3)^2}$

$\Leftrightarrow x^2 + 4x + 4 + y^2 + 2y + 1 = x^2 + y^2 + 6y + 9 \Leftrightarrow 4x - 4y - 4 = 0 \Leftrightarrow y = x - 1$.

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn yêu cầu bài toán là đường thẳng có phương trình là $y = x - 1$.

Câu 3: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x + 1}{x + 1}$ là đường thẳng có phương trình:

- A. $y = 2$. B. $y = -1$. C. $x = 2$. D. $y = -1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x + 1}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2 + \frac{1}{x}}{1 + \frac{1}{x}} = 2$. Suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 2$.

Câu 4: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 3x + 2$ và trục Ox . Thể tích của khối

tròn xoay sinh ra khi quay hình (H) quanh trục Ox bằng:

A. $V = \frac{\pi}{30}$.

B. $V = \frac{1}{6}$.

C. $\frac{1}{30}$.

D. $V = \frac{\pi}{6}$.

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Khi đó: $V = \pi \int_1^2 (x^2 - 3x + 2)^2 dx = \frac{\pi}{30}$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$		↗ 2		↘ 0		↗ $+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; 1)$.

B. $(-\infty; 2)$.

C. $(1; 3)$.

D. $(0; 2)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , $AB = a$, SA vuông góc với đáy. Biết góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 60° . Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$.

A. a^3 .

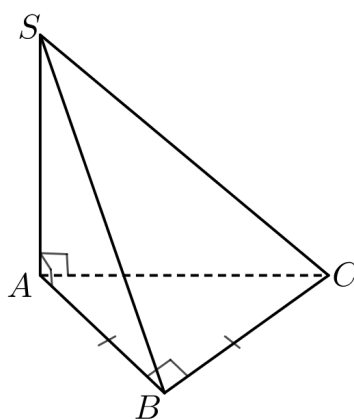
B. $\frac{a^3}{3}$.

C. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$.

Lời giải

Chọn D



- Ta có, $\begin{cases} BC \perp BA \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow SB \perp BC$.

- Hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) cắt nhau theo giao tuyến BC có $SB \subset (SBC)$, $SB \perp BC$ và $AB \subset (ABC)$, $AB \perp BC$ nên góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là góc \widehat{SBA} . Theo giả thiết ta có $\widehat{SBA} = 60^\circ$.

- Xét tam giác SAB vuông tại A có $SA = AB \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$.

- Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V = \frac{1}{3}S_{ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2}{2} \cdot a\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{6}a^3$.

Câu 7: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = 8 - 3i$ có tọa độ là

A. $M(8; -3)$.

B. $N(8; 3)$.

C. $P(-3; 8)$.

D. $Q(3; -8)$.

Lời giải

Chọn A

Điểm biểu diễn số phức $z = 8 - 3i$ có tọa độ là $(8; -3)$.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x^2 - 4x + 3)(2x + x^2)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x + 3 = 0 \\ 2x + x^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \\ x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$. Suy ra $f'(x)$ có 4 nghiệm đơn nên hàm số có

4 điểm cực trị.

Câu 9: Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 2$ và chiều cao $h = 6$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. 6.

B. 4.

C. 12.

D. 36.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối chóp đã cho là $V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot 6 = 4$.

Câu 10: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 5$ và công bội $q = 2$. Giá trị của u_6 bằng

A. 25.

B. 32.

C. 15.

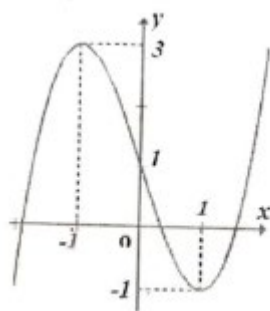
D. 160.

Lời giải

Chọn D

Ta có $u_6 = u_1 \cdot q^5 = 5 \cdot 2^5 = 160$.

Câu 11: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới. Giá trị của biểu thức $T = a + b + c + d$ bằng



A. $T = 4$.

B. $T = -1$.

C. $T = 1$.

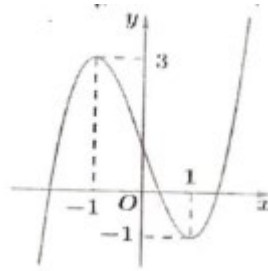
D. $T = 3$.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(1; -1)$ ta có: $-1 = a + b + c + d$. Vậy $T = a + b + c + d = -1$.

Câu 12: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt?

A. 2.

B. 5.

C. 4.

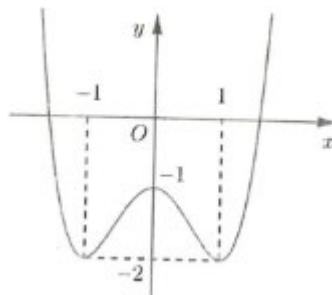
D. 3.

Lời giải

Chọn D

Phương trình có ba nghiệm thực phân biệt khi $-1 < m < 3$. Do đó, có 3 giá trị nguyên của tham số m thỏa yêu cầu đề bài.

Câu 13: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho là:



A. $(0; -1)$.

B. $(1; -2)$.

C. $(-1; 2)$.

D. $(-1; 0)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 14: Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên $2a$, M là trung điểm của SA . Tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (SBC) .

A. $\frac{a\sqrt{165}}{45}$.

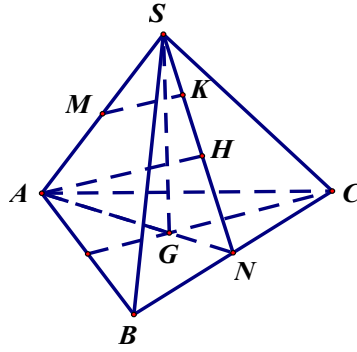
B. $\frac{a\sqrt{165}}{30}$.

C. $\frac{a\sqrt{165}}{15}$.

D. $\frac{a\sqrt{165}}{20}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi N là trung điểm BC . Khi đó, ta có: $\begin{cases} BC \perp AN \\ BC \perp SG \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAN) \Rightarrow (SBC) \perp (SAN)$

Lại có: $(SBC) \cap (SAN) = SN$. Do đó, kẻ $\begin{cases} MK \perp SN \Rightarrow MK \perp (SBC) \\ AH \perp SN \Rightarrow AH \perp (SBC) \end{cases} \Rightarrow MK // AH$.

Ta có: $d(M, (SBC)) = MK = \frac{1}{2} AH$ (vì $\frac{MK}{AH} = \frac{SM}{SA} = \frac{1}{2}$).

Ta có: $\sin \widehat{ANH} = \frac{AH}{AN} \Rightarrow AH = \sin \widehat{ANH} \cdot AN = \frac{SG}{SN} \cdot AN = \frac{\sqrt{SA^2 - AG^2} \cdot AN}{\sqrt{SB^2 - NB^2}}$

$$= \frac{\sqrt{(2a)^2 - \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{(2a)^2 - \left(\frac{1}{2}a\right)^2}} = \frac{a\sqrt{165}}{15}$$

Vậy $d(M, (SBC)) = MK = \frac{1}{2} AH = \frac{a\sqrt{165}}{30}$.

Câu 15: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x+2} < 9$ là

- A. $(-\infty; 2)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $3^{x+2} < 9 \Leftrightarrow 3^{x+2} < 3^2 \Leftrightarrow x+2 < 2 \Leftrightarrow x < 0$.

Câu 16: Tập nghiệm của bất phương trình $\log(x-3) < 1$ là

- A. $(3; 10)$. B. $(-\infty; 10)$. C. $(3; 13)$. D. $(-\infty; 13)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log(x-3) < 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3 > 0 \\ x-3 < 10 \end{cases} \Leftrightarrow 3 < x < 13 \Rightarrow x \in (3; 13)$.

Câu 17: Nếu $\int_2^3 f(x) dx = 1$, $\int_2^3 g(x) dx = 4$ thì $\int_2^3 [2f(x) - g(x)] dx$ bằng

A. 1.

B. 5.

C. -2.

D. -1.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } \int_2^3 [2f(x) - g(x)] dx = 2 \int_2^3 f(x) dx - \int_2^3 g(x) dx = 2 \cdot 1 - 4 = -2.$$

Câu 18: Nếu $\int_{-2}^0 f(x) dx = -2$ thì $\int_{-2}^0 [x - 2f(x)] dx$ bằng

A. 6.

B. -2.

C. -6.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \int_{-2}^0 [x - 2f(x)] dx = \int_{-2}^0 x dx - 2 \int_{-2}^0 f(x) dx = -2 - 2 \cdot (-2) = 2.$$

Câu 19: Đạo hàm của hàm số $y = 2^{x+1}$ là

A. $y' = -2^{x+1} \cdot \ln 2$.

B. $y' = \frac{-2^{x+1}}{\ln 2}$.

C. $y' = 2^{x+1} \cdot \ln 2$.

D. $y' = \frac{2^{x+1}}{\ln 2}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } y = 2^{x+1} \Rightarrow y' = (x+1)' \cdot 2^{x+1} \cdot \ln 2 = 2^{x+1} \cdot \ln 2.$$

Câu 20: Cho hình trụ có bán kính đáy $R = 3$ và độ dài đường sinh $l = 5$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 12π .

B. 36π .

C. 15π .

D. 45π .

Lời giải

Chọn D

$$\text{Thể tích của khối trụ đã cho là: } V = \pi R^2 l = \pi \cdot 3^2 \cdot 5 = 45\pi.$$

Câu 21: Xét tất cả các số thực dương a và b thỏa mãn $\log_2 a = \log_8(ab)$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $a = b^2$.

B. $a^3 = b$.

C. $a^2 = b$.

D. $a = b$.

Lời giải

Chọn C

$$\log_2 a = \log_8(ab) \Leftrightarrow \log_2 a = \log_8 a + \log_8 b \Leftrightarrow \log_2 a - \frac{1}{3} \log_2 a = \frac{1}{3} \log_2 b$$

$$\Leftrightarrow \log_2 a \left(1 - \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3} \log_2 b \Leftrightarrow \frac{2}{3} \log_2 a = \frac{1}{3} \log_2 b \Leftrightarrow a^{\frac{2}{3}} = b^{\frac{1}{3}} \Leftrightarrow \sqrt[3]{a^2} = \sqrt[3]{b} \Leftrightarrow a^2 = b.$$

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z - 1 = 0$ có một vector pháp tuyến là:

A. $\vec{n} = (1; 2; 3)$.

B. $\vec{n} = (1; -2; 3)$.

C. $\vec{n} = (1; -2; -1)$.

D. $\vec{n} = (1; 3; -2)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 23: Từ một nhóm học sinh gồm 6 nam và 8 nữ, có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh có cả nam và nữ?

A. 288.

B. 364.

C. 168.

D. 120.

Lời giải

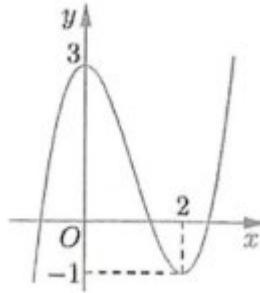
Chọn A

Trường hợp 1: Chọn 1 nam và 2 nữ: $C_6^1.C_8^2$.

Trường hợp 2: Chọn 2 nam và 1 nữ: $C_6^2.C_8^1$.

$$\Rightarrow C_6^1.C_8^2 + C_6^2.C_8^1 = 288.$$

Câu 24: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Giá trị cực đại của hàm số đã cho là.

A. 0.

B. 3.

C. 2.

D. -1.

Lời giải

Chọn B

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, điểm đối xứng của $A(-1; 2; 5)$ qua mặt phẳng (Oyz) là.

A. $(1; -2; -5)$.

B. $(0; 2; 5)$.

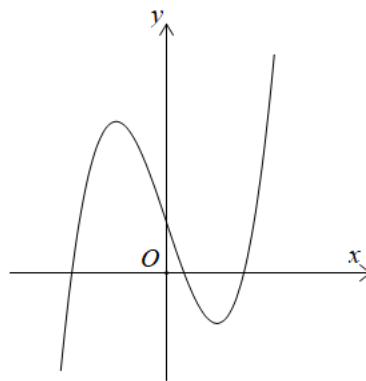
C. $(-1; -2; -5)$.

D. $(1; 2; 5)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 26: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên dưới



A. $y = x^2 + x - 1$.

B. $y = x^4 - x^2 + 1$.

C. $y = \frac{2x+1}{x-3}$.

D. $y = x^3 - 3x + 1$.

Lời giải

Chọn D

Câu 27: Cho số phức $z = -2 + 5i$, phần ảo của số phức z^2 bằng

A. $21i$.

B. 21.

C. -20 .

D. $-20i$.

Lời giải

Chọn C

$$z = -2 + 5i \Rightarrow z^2 = (-2 + 5i)^2 = -21 - 20i.$$

\Rightarrow phần ảo của số phức z^2 bằng -20 .

Câu 28: Trên khoảng $(1; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = \log_2(x-1)$ là

A. $\frac{1}{(1-x)\ln 2}$. B. $\frac{\ln 2}{1-x}$. **C. $\frac{1}{(x-1)\ln 2}$.** D. $\frac{\ln 2}{x-1}$.

Lời giải

Chọn C

$$y = \log_2(x-1) \Rightarrow y' = \frac{(x-1)'}{(x-1)\ln 2} = \frac{1}{(x-1)\ln 2}.$$

Câu 29: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a , cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. B. $V = \frac{a^3}{12}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. D. $V = \frac{a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn A

$$SA \text{ vuông góc với đáy nên } h = SA \Rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot S_{\Delta ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$$

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, bán kính mặt cầu tâm $A(1;1;3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z + 3 = 0$ bằng

A. 1. B. 3. **C. 2.** D. 4.

Lời giải

Chọn C

Bán kính mặt cầu tâm $A(1;1;3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z + 3 = 0$ bằng

$$d(A, (P)) = \frac{|2 \cdot 1 - 2 \cdot 1 + 3 + 3|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2}} = 2.$$

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc d ?

A. $Q(-1;1;-3)$. **B. $P(1;-1;3)$.** C. $M(-2;-4;1)$. D. $N(2;1;-2)$.

Lời giải

Chọn B

Nhận thấy đường thẳng d đi qua điểm $P(1;-1;3)$.

Câu 32: Cho $\int \left(\frac{1}{x} + 2x \right) dx = f(x) + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $f'(x) = \frac{1}{x} + 2x$. B. $f'(x) = -\frac{1}{x^2} + 2$. C. $f'(x) = \frac{1}{x^2} + 2$. D. $f'(x) = \ln x + x^2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int \left(\frac{1}{x} + 2x \right) dx = f(x) + C \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{x} + 2x.$

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1;2;1)$, $B(-1;3;1)$, $C(3;4;3)$ có phương trình là

- A. $x + 2y - 3z + 2 = 0.$ **B. $x + 2y - 3z - 2 = 0.$** C. $x - 2y - 3z + 6 = 0.$ D. $x - 2y - 3z + 10 = 0.$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\begin{cases} \overline{AB} = (-2; 1; 0) \\ \overline{AC} = (2; 2; 2) \end{cases} \Rightarrow [\overline{AB}, \overline{AC}] = (2; 4; -6).$

Mặt phẳng (ABC) : $\begin{cases} \text{qua } A(1;2;1) \\ \text{VTPT } \vec{n} = (1; 2; -3) \end{cases}$ có phương trình $x + 2y - 3z - 2 = 0.$

Câu 34: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $4^x - 3 \cdot 2^{x+1} + 5 = 0$ bằng

- A. $\frac{1}{\log_2 5}.$ B. $\frac{1}{5}.$ C. 5. **D. $\log_2 5.$**

Lời giải

Chọn D

Ta có: $4^x - 3 \cdot 2^{x+1} + 5 = 0 \Leftrightarrow 4^x - 6 \cdot 2^x + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 1 \\ 2^x = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \log_2 5 \end{cases}.$

Tổng tất cả các nghiệm của phương trình là $S = \log_2 5.$

Câu 35: Cho hàm số $f(x) = \sin x + x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x) dx = \cos x + \frac{x^2}{2} + C.$ B. $\int f(x) dx = \cos x + x^2 + C.$
C. $\int f(x) dx = -\cos x + \frac{x^2}{2} + C.$ D. $\int f(x) dx = -\cos x + x^2 + C.$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int f(x) dx = \int (\sin x + x) dx = -\cos x + \frac{x^2}{2} + C.$

Câu 36: Số phức liên hợp của số phức $z = -1 + 2i$ là

- A. $1 + 2i.$ **B. $-1 - 2i.$** C. $-1 + 2i.$ D. $1 - 2i.$

Lời giải

Chọn B

Số phức liên hợp của số phức $z = -1 + 2i$ là $\bar{z} = -1 - 2i.$

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-2;1;4)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 3 = 0$. Hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (P) có tọa độ là

- A. $(1;1;3).$ B. $(2;5;2).$ C. $(0;0;-3).$ **D. $(0;3;3).$**

Lời giải

Chọn D

Phương trình đường thẳng Δ đi qua vuông góc với (P) là : $\Delta : \begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 1 + 2t \\ z = 4 - t \end{cases}$.

Hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (P) là giao điểm của Δ và (P) có tọa độ là $(0; 3; 3)$.

Câu 38: Từ một hộp chứa 15 quả cầu gồm 4 quả cầu màu xanh, 5 quả cầu màu đỏ và 6 quả cầu màu vàng. Lấy ngẫu nhiên đồng thời 4 quả. Xác suất để lấy được 4 quả có đủ ba loại màu bằng

A. $\frac{48}{91}$. **B.** $\frac{2}{15}$. **C.** $\frac{7}{40}$. **D.** $\frac{21}{40}$.

Lời giải

Chọn A

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{15}^4$.

Ta xét các trường hợp:

TH1: 4 viên bi lấy ra có 1 xanh, 1 đỏ, 2 vàng: $C_4^1 \cdot C_5^1 \cdot C_6^2$.

TH2: 4 viên bi lấy ra có 1 xanh, 2 đỏ, 1 vàng: $C_4^1 \cdot C_5^2 \cdot C_6^1$.

TH3: 4 viên bi lấy ra có 2 xanh, 1 đỏ, 1 vàng: $C_4^2 \cdot C_5^1 \cdot C_6^1$.

Xác suất để lấy được 4 quả có đủ ba loại màu là:

$$P(A) = \frac{C_4^2 \cdot C_5^1 \cdot C_6^1 + C_4^1 \cdot C_5^2 \cdot C_6^1 + C_4^1 \cdot C_5^1 \cdot C_6^2}{C_{15}^4} = \frac{48}{91}.$$

Câu 39: Trên tập số phức, xét phương trình $z^2 + az + b = 0$, (với a, b là tham số thực). Có bao nhiêu cặp số thực (a, b) để phương trình có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $z_1(1+2i) - |z_2| = -10+10i$?

A. 1 **B.** 3 **C.** 2 **D.** 0

Lời giải

Chọn B

TH1: $\Delta > 0$.

Phương trình có hai nghiệm là hai số thực phân biệt

$$z_1(1+2i) - |z_2| = -10+10i \Leftrightarrow (z_1 - |z_2|) + 2z_1 \cdot i = -10+10i \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 - |z_2| = -10 \\ 2z_1 = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 5 \\ |z_2| = 15 \end{cases}$$

+) $z_1 = 5; z_2 = 15$ là hai nghiệm của phương trình

$$\begin{cases} 25 + 5a + b = 0 \\ 225 + 15a + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -20 \\ b = 75 \end{cases} \text{ thỏa mãn } \Delta > 0$$

+) $z_1 = 5; z_2 = -15$ là hai nghiệm của phương trình

$$\begin{cases} 25 + 5a + b = 0 \\ 225 - 15a + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 10 \\ b = -75 \end{cases} \text{ thỏa mãn } \Delta > 0$$

TH2: $\Delta < 0$

Phương trình có hai nghiệm là hai số phức liên hợp $\Rightarrow |z_1| = |z_2|$.

$$z_1(1+2i) - |z_2| = -10+10i \Leftrightarrow z_1(1+2i) = (|z_1| - 10) + 10i \Rightarrow |z_1(1+2i)| = \sqrt{(|z_1| - 10)^2 + 100}$$

$$\Leftrightarrow 5|z_1|^2 = |z_1|^2 - 20|z_1| + 200 \Leftrightarrow |z_1| = 5$$

Thay vào biểu thức ta được $z_1 = 3 + 4i \Rightarrow z_2 = 3 - 4i$

$$z_1 + z_2 = -a \Rightarrow a = -6$$

$$z_1 \cdot z_2 = b \Rightarrow b = 25$$

Vậy có 3 cặp (a, b) thỏa mãn.

Câu 40: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $[\log_2^2(4x) - 3\log_{\sqrt{2}} x - 7] \cdot \sqrt{3^x - 3 \cdot 2^{x-1}} \leq 0$?

A. 8

B. 9

C. 6

D. 7

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x > 0; 3^x - 3 \cdot 2^{x-1} \geq 0$

$$\text{TH1: } 3^x - 3 \cdot 2^{x-1} = 0 \Leftrightarrow 3^x = \frac{3}{2} \cdot 2^x \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{3}{2} \Leftrightarrow x = 1 (t/m)$$

TH2:

$$\begin{cases} 3^x - 3 \cdot 2^{x-1} > 0 \\ \log_2^2(4x) - 3\log_{\sqrt{2}} x - 7 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ (2 + \log_2 x)^2 - 6\log_2 x - 7 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ \log_2^2 x - 2\log_2 x - 3 \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ -1 \leq \log_2 x \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ \frac{1}{2} \leq x \leq 8 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x \leq 8$$

$$\Rightarrow x \in \{1; 2; 3; \dots; 8\}$$

Câu 41: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn $|x^3 - 3x^2 + m| \leq 4$ với mọi $x \in [1; 3]$?

A. 5

B. 4

C. 6

D. 3

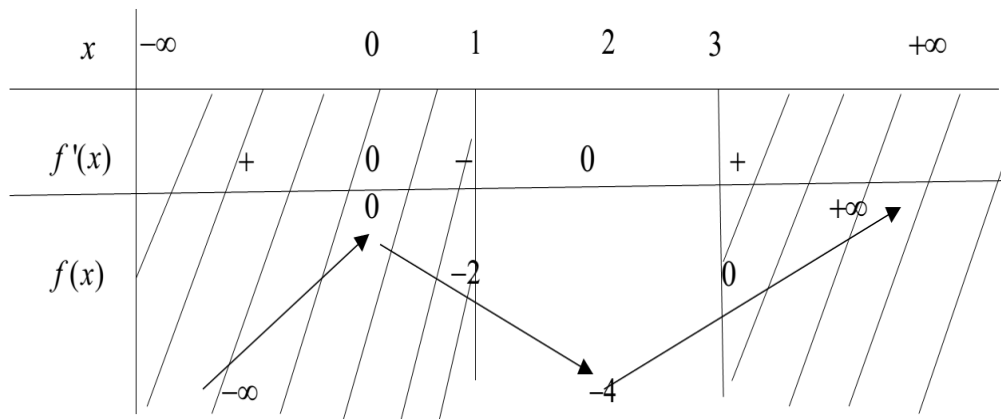
Lời giải

Chọn A

$$|x^3 - 3x^2 + m| \leq 4 \Leftrightarrow -4 \leq x^3 - 3x^2 + m \leq 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 3x^2 \geq -4 - m \\ x^3 - 3x^2 \leq 4 - m \end{cases}, \forall x \in [1; 3]$$

$$\text{Xét } f(x) = x^3 - 3x^2 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 6x; f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Bảng biến thiên



Từ bảng biến thiên suy ra $\begin{cases} -4 \geq -4 - m \\ 0 \leq 4 - m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 0 \\ m \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq m \leq 4 \Rightarrow m \in \{0; 1; 2; 3; 4\}$

Câu 42: Có bao nhiêu cặp số $(x; y)$ nguyên dương thỏa mãn:

$$2^{(x-1)(x+1)} \ln \left[(x+1)^2 + 1 \right] = 2^{y-x-3} \ln \sqrt{x+y-1} \text{ và } x; y \leq 2023 ?$$

A. 2020.

B. 12.

C. 45.

D. 44.

Lời giải

Chọn D

$$2^{(x-1)(x+1)} \ln \left[(x+1)^2 + 1 \right] = 2^{y-x-3} \ln \sqrt{x+y-1}$$

$$\Leftrightarrow 2^{x^2-1} \ln(x^2 + 2x + 2) = 2^{y-x-4} \ln(x+y-1)$$

$$\Leftrightarrow 2^{x^2+2x+2} \ln(x^2 + 2x + 2) = 2^{x+y-1} \ln(x+y-1) \quad (*)$$

Đặt $u = x^2 + 2x + 2 \geq 1, v = x + y - 1 \geq 1$ với mọi x, y nguyên dương.

(*) $\Leftrightarrow f(u) = f(v)$ với $f(t) = 2^t \ln t; t \geq 1$.

Ta có $f'(t) = 2^t \ln 2 \cdot \ln t + \frac{2^t}{t} > 0, \forall t \geq 1$ do đó hàm $f(t)$ đồng biến trên $[1; +\infty)$.

Từ đó ta có $u = v \Leftrightarrow x^2 + 2x + 2 = x + y - 1 \Leftrightarrow y = x^2 + x + 3 \leq 2023$

$\Leftrightarrow x^2 + x - 2020 \leq 0 \Leftrightarrow -45,447... \leq x \leq 44,447...$ mà x nguyên dương nên $x \in \{1; 2; 3; \dots; 43; 44\}$. Với mỗi giá trị x ta được một giá trị $y = x^2 + x + 3$. Vậy có 44 cặp số $(x; y)$ thỏa đề bài.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a ; cạnh bên SA vuông góc với đáy, góc giữa SC và mặt đáy bằng 45° . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và BD bằng

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

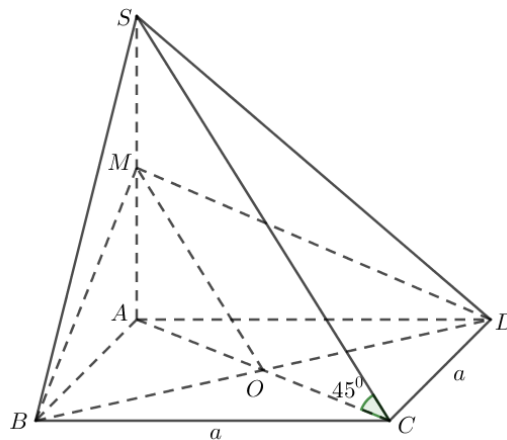
B. $\frac{a}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. a .

Lời giải

Chọn B



Ta có: $\widehat{(SC, (ABCD))} = \widehat{SCA} = 45^\circ$.

Gọi M là trung điểm của SA , $O = AC \cap BD$ thì MO là đường trung bình của tam giác SAC , suy ra $SC \parallel MO \subset (MBD)$ nên ta có:

$d_{(SC;BD)} = d_{(SC;(MBD))} = d_{(C;(MBD))} = d_{(A;(MBD))}$ (Do mặt phẳng (MBD) đi qua trung điểm O của AC).

Đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a nên ta có:

$$AC = a\sqrt{2} \Rightarrow SA = AC \cdot \tan 45^\circ = a\sqrt{2} \Rightarrow AM = \frac{SA}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Khối $AMBD$ là tam diện vuông tại A nên ta có:

$$\frac{1}{d_{(A;(MBD))}^2} = \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{2}{a^2} + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{4}{a^2} \Rightarrow d_{(A;(MBD))}^2 = \frac{a^2}{4} \Rightarrow d_{(A;(MBD))} = \frac{a}{2}.$$

Vậy $d_{(SC;BD)} = \frac{a}{2}$.

Câu 44: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in (-4; +\infty)$ để hàm số $y = -x^4 + 54x^2 - 2mx$ có ba điểm cực trị?

A. 110.

B. 112.

C. 113.

D. 111.

Lời giải

Chọn D

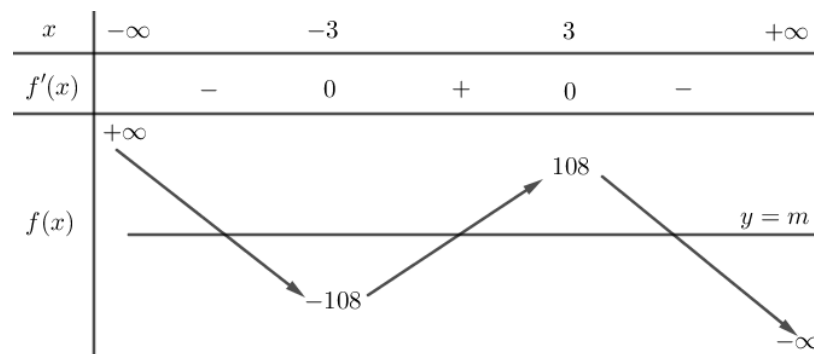
Ta có: $y = -4x^3 + 108x - 2m$.

Để hàm số có ba cực trị thì $y = -4x^3 + 108x - 2m = 0$ phải có ba nghiệm phân biệt.

$\Leftrightarrow m = -2x^3 + 54x$ phải có ba nghiệm phân biệt.

Xét hàm $f(x) = -2x^3 + 54x$ với $x \in \mathbb{R}$ ta có: $f'(x) = -6x^2 + 54 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -3 \end{cases}$.

Bảng biến thiên:



Để phương trình có ba nghiệm phân biệt thì $-108 < m < 108$.

Mà $m \in (-4; +\infty)$ và $m \in \mathbb{Z}$ nên $m = \{-3; -2; -1; \dots; 107\}$. Vậy có 111 giá trị.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;1)$, $B(1;2;2)$, $I(0;0;4)$. Mặt cầu (S) đi qua hai điểm A , B và tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy) tại điểm M . Giá trị lớn nhất của độ dài đoạn IM bằng

A. 5.

B. 4.

C. $3\sqrt{2}$.

D. $2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } AB: \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 + t \\ z = 1 + t \end{cases}. \text{ Gọi } C = AB \cap (Oxy) \Rightarrow C(1; 0; 0).$$

Khi đó CM là một tiếp tuyến của mặt cầu $(S) \Rightarrow CM^2 = CA \cdot CB = 4 \Rightarrow CM = 2$.

Khi đó $M(x; y; 0)$ thuộc đường tròn $(C): (x-1)^2 + y^2 = 4 \Rightarrow x^2 + y^2 = 3 + 2x$.

Ta có $IM = \sqrt{x^2 + y^2 + 16} = \sqrt{19 + 2x}$ với $x \in [-1; 3]$, khi đó $IM \leq 5$.

Câu 46: Cho hàm số $f(x) = 2|x-1|$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Biết rằng $F(2) + F(0) = 5$. Giá trị của biểu thức $P = F(3) + F(-2)$ bằng

A. 4.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } P = F(3) + F(-2) = F(2) + \int_2^3 f(x) dx + F(0) + \int_0^{-2} f(x) dx = 0.$$

Câu 47: Hình nón (N) có đỉnh S , tâm đường tròn đáy là O , góc ở đỉnh bằng 120° . Một mặt phẳng qua S cắt hình nón (N) theo thiết diện là tam giác vuông SAB . Biết rằng khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SO bằng 3. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón (N) .

A. $S_{xq} = 27\sqrt{3}\pi$.

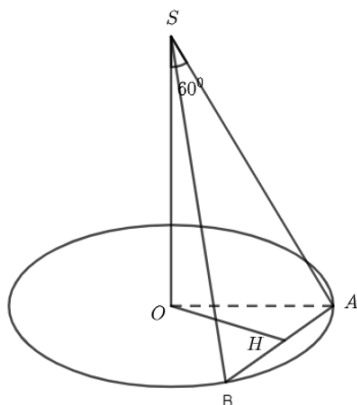
B. $S_{xq} = 36\sqrt{3}\pi$.

C. $S_{xq} = 18\sqrt{3}\pi$.

D. $S_{xq} = 28\sqrt{3}\pi$.

Lời giải

Chọn C



Vì góc ở đỉnh bằng $120^\circ \Rightarrow \widehat{OSA} = 60^\circ$

Gọi H là trung điểm của $AB \Rightarrow OH \perp AB$

Ta có: $SO \perp OH \Rightarrow d(SO, AB) = OH = 3$

Ta có ΔSAB vuông cân tại S nên $AB = \sqrt{2}.SA = \sqrt{2}l$

$$OA = SA \cdot \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}l$$

Xét ΔOHA vuông tại H ta có:

$$OH = \sqrt{OA^2 - AH^2} = \frac{l}{2} = 3 \Rightarrow l = 6$$

$$\text{Bán kính đường tròn đáy } r = OA = \frac{\sqrt{3}}{2}.l = 3\sqrt{3}$$

$$S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot 3\sqrt{3} \cdot 6 = 18\sqrt{3}\pi$$

Câu 48: Biết số phức z thỏa mãn $|z - 3 - 4i| = \sqrt{5}$ và biểu thức $T = |z + 2|^2 - |z - i|^2$ đạt giá trị lớn nhất.

Tính $|z|$.

A. $|z| = \sqrt{33}$.

B. $|z| = 50$.

C. $|z| = 5\sqrt{2}$.

D. $|z| = \sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $z = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$ có điểm biểu diễn là M

$$|z - 3 - 4i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow (x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 5 \quad (C)$$

$$T = |z + 2|^2 - |z - i|^2 = (x + 2)^2 + y^2 - x^2 - (y - 1)^2 = 4x + 2y + 3$$

$$\Leftrightarrow 4x + 2y + 3 - T = 0 \quad (\Delta)$$

Khi đó, M là giao điểm của (C) và Δ

$$\Rightarrow d(I, \Delta) \leq R \Leftrightarrow \frac{|4 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 3 - T|}{\sqrt{16 + 4}} \leq \sqrt{5} \Leftrightarrow |23 - T| \leq 10 \Leftrightarrow 13 \leq T \leq 33$$

$$T = 33 \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 2y - 30 = 0 \\ (x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 5 \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } |z| = \sqrt{5^2 + 5^2} = 5\sqrt{2}$$

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-1}$ và mặt phẳng

$(P): x + 2y + 2z - 6 = 0$. Phương trình đường thẳng d nằm trong (P) sao cho d cắt, đồng thời vuông góc với Δ là

A. $\begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = 3 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = 3 + 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = 3 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = 3 - 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Điểm $A(1 + a; 2 + a; -a) \in \Delta$ thay vào phương trình (P) suy ra

$$(1 + a) + 2(2 + a) + 2(-a) - 6 = 0 \Leftrightarrow a = 1 \text{ suy ra } A(2; 3; -1).$$

Mặt khác $\begin{cases} d \subset (P) \\ d \perp \Delta \end{cases}$ suy ra $\vec{u}_d = [\vec{u}_\Delta, \vec{n}_P] = (4; -3; 1)$.

Do đó phương trình đường thẳng d :
$$\begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = 3 - 3t \\ z = -1 + t. \end{cases}$$

Câu 50: Cho hàm số $f(x)$ đồng biến và có đạo hàm liên tục trên $[1;3]$, thỏa mãn

$$x^2 + 4x^2 f(x) = [f'(x)]^2, \forall x \in [1;3], f(1) = -\frac{1}{4}. \text{ Tính } I = \int_1^3 f(x) dx.$$

A. $\frac{20}{3}$.

B. $\frac{117}{15}$.

C. $\frac{23}{3}$.

D. $\frac{233}{30}$.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm $f(x)$ đồng biến và có đạo hàm liên tục trên $[1;3]$, ta có

$$\begin{aligned} x^2 + 4x^2 f(x) &= [f'(x)]^2 \Leftrightarrow x^2 (1 + 4f(x)) = [f'(x)]^2 \\ \Leftrightarrow \frac{2f'(x)}{\sqrt{1+4f(x)}} &= 2x \Leftrightarrow \left(\sqrt{1+4f(x)}\right)' = 2x \\ \Leftrightarrow \sqrt{1+4f(x)} &= x^2 + C. \end{aligned}$$

Vì $f(1) = -\frac{1}{4}$ nên $C = -1$. Do đó $f(x) = \frac{(x^2 - 1)^2 - 1}{4}$.

Vậy $I = \int_1^3 \frac{(x^2 - 1)^2 - 1}{4} dx = \frac{233}{30}$.