

MÔN THI: TOÁN

Thời gian: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Ngày thi: 13/05/2023

Bài 1. (2,0 điểm)

a) Tính $M = \sqrt{12} + \sqrt{25} + \sqrt{48} - 6\sqrt{3}$.

b) Rút gọn biểu thức $N = \left(\frac{x-1}{x+\sqrt{x}} + \frac{2}{\sqrt{x}-1} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}}{x+1}$ với $x > 0$ và $x \neq 1$.

Bài 2. (1,5 điểm)

Cho hai hàm số $y = x^2$ và $y = 2x + 3$.

a) Vẽ đồ thị của các hàm số này trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy .

b) Gọi A và B là hai giao điểm của hai đồ thị đó. Tìm tọa độ điểm C thuộc trục Oy sao cho diện tích của tam giác ABC bằng 8 cm^2 (đơn vị đo trên các trục tọa độ là xen-ti-mét).

Bài 3. (1,5 điểm)

a) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 3x - y = 7 \\ 2x + 5y = -1 \end{cases}$$

b) Hai đội thủy lợi A và B cùng đào một con mương. Nếu mỗi đội làm một mình cả con mương thì tổng thời gian hai đội phải làm là 25 ngày, trong đó số ngày để đội A hoàn thành công việc nhiều hơn đội B . Nếu hai đội cùng làm thì công việc được hoàn thành trong 6 ngày. Hãy tính thời gian để mỗi đội làm một mình xong cả con mương.

Bài 4. (1,5 điểm)

Cho phương trình $x^2 + 2mx - m - 1 = 0$ (*), với m là tham số.

a) Giải phương trình (*) khi $m = 1$.

b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn

$$\left[x_1^3 + 2mx_1^2 - (m-1)x_1 + x_2 + 1 \right] \cdot \left[x_2^3 + 2mx_2^2 - (m-1)x_2 + x_1 + 1 \right] = 1.$$

Bài 5. (3,5 điểm)

Cho đường tròn $(O; R)$ và dây cung BC cố định không đi qua O . Điểm A thuộc cung lớn BC sao cho $AB < AC$. Hai đường cao BE và CF của tam giác ABC cắt nhau tại H .

a) Chứng minh tứ giác $BCEF$ là tứ giác nội tiếp.

b) Đường thẳng qua A song song với EF , cắt đường trung trực của đoạn thẳng AB tại S . Vẽ đường kính AK của đường tròn $(O; R)$, đường thẳng SK cắt đường tròn $(O; R)$ tại điểm thứ hai là G . Tính

$$\frac{BK \cdot AG}{BG} \text{ theo } R.$$

c) Gọi M là giao điểm của AH và BC , I là điểm đối xứng với A qua EF . Chứng minh đường tròn ngoại tiếp tam giác HMI luôn đi qua một điểm cố định khi A thay đổi trên cung lớn BC .

--- HẾT ---