SỞ GD & ĐT HÒA BÌNH
(Đề thi gồm 06 trang)

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT LẦN 1
NĂM HỌC 2022 – 2023
Bài thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Mã đề thi 103

Họ, tên thí sinh:...
Số báo danh: ....

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;0)$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-2)$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-4x+2z+4=0$. Tâm I của mặt cầu (S) có toạ độ là

A. $I(-4;0;2)$. **B.** $I(2;0;-1)$. **C.** $I(2;0;1)$. **D.** $I(4;0;-2)$.

Câu 3. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\left(\dfrac{1}{3}\right)^x$. **B.** $y=\left(\dfrac{\pi}{4}\right)^x$. **C.** $y=\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^x$. **D.** $y=\left(\dfrac{e}{2}\right)^x$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x+y-z+1=0$. Vectơ nào sau đây **không** là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α)?

A. $\vec{n}(2;1;1)$. **B.** $\vec{n}(4;2;-2)$. **C.** $\vec{n}(-2;-1;1)$. **D.** $\vec{n}(2;1;-1)$.

Câu 5. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=3$ và công sai $d=4$. Giá trị của u_2 bằng

A. $u_2=-1$. **B.** $u_2=12$. **C.** $u_2=7$. **D.** $u_2=1$.

Câu 6. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z=5-3i$ có tọa độ là

A. $(-3;5)$. **B.** $(5;3)$. **C.** $(-5;-3)$. **D.** $(5;-3)$.

Câu 7. Cho hình trụ có bán kính đáy $r=4$ và độ dài đường sinh $l=3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 12π. **B.** 24π. **C.** 81π. **D.** 32π.

Câu 8. Phần ảo của số phức $z=1+2i$ là

A. 1. **B.** $2i$. **C.** i. **D.** 2.

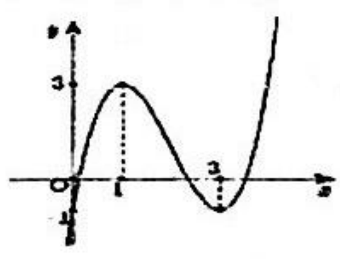
Câu 9. Cho a,b,c là các số thực dương tùy ý và $a\neq 1, c\neq 1$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $\log_a\dfrac{b}{c}=\log_a b-\log_a c$. **B.** $\log_a(bc)=\log_a b+\log_a c$.

C. $\log_a b=\dfrac{\log_c a}{\log_c b}$. **D.** $\log_a b^n=n\log_a b$.

Câu 10. Hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x)-4=0$ là

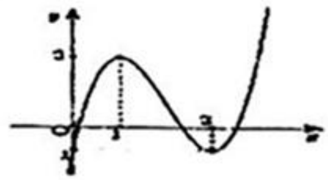
A. 4. **B.** 3.
C. 2. **D.** 1.



Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+3}{1}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d ?

A. $\vec{u}=(1;2;-3)$. **B.** $\vec{u}=(2;1;-3)$. **C.** $\vec{u}=(2;1;1)$. **D.** $\vec{u}=(-1;2;1)$

Câu 12. Cho hàm đa thức $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Giá trị nhỏ nhất m của hàm số đã cho trên đoạn $[1;3]$ là



A. $m=2$. **B.** $m=3$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=0$.

Câu 13. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B=2a^2$ và chiều cao $h=3a$. Thể tích V của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $V=6a^3$. **B.** $V=2a^2$. **C.** $V=3a^3$. **D.** $V=2a^3$.

Câu 14. Cho hàm số $f(x)=\sin x+1$. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

A. $\int f(x)dx=\cos x+\dfrac{x^2}{2}+C$. **B.** $\int f(x)dx=-\cos x+x+C$.

C. $\int f(x)dx=\cos x+x+C$. **D.** $\int f(x)dx=-\cos x+\dfrac{x^2}{2}+C$.

Câu 15. Cho khối cầu (S) có bán kính bằng 3. Thể tích V của khối cầu đã cho bằng

A. $V=9\pi$. **B.** $V=108\pi$. **C.** $V=27\pi$. **D.** $V=36\pi$.

Câu 16. Cho $\int x^2dx=F(x)+C$. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

A. $F'(x)=\dfrac{x^3}{3}$. **B.** $F'(x)=x$. **C.** $F'(x)=x^2$. **D.** $F'(x)=2x$.

Câu 17. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 18. Cho hai số phức $z_1=1-2i$ và $z_2=2+3i$. Phần thực của số phức $z_1.z_2$ bằng

A. -1. **B.** 8. **C.** 3. **D.** -2.

Câu 19. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(4-x)>2$ là

A. $(-5;4)$. **B.** $(-\infty;4)$. **C.** $(-\infty;-5]$. **D.** $(-\infty;-5)$.

Câu 20. Nếu $\int\limits_{-3}^{2}f(x)dx=2$ và $\int\limits_{-3}^{2}g(x)dx=-5$ thì $\int\limits_{-3}^{2}[f(x)+g(x)]dx$ bằng

A. -10. **B.** -3. **C.** 7. **D.** -2.

Câu 21. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{2+x}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=-2$. **B.** $y=-2$. **C.** $x=2$. **D.** $x=1$.

Câu 22. Phương trình $5^x=2$ có nghiệm là

A. $x=\dfrac{2}{5}$. B. $x=\dfrac{5}{2}$ C. $x=\log_5 2$. D. $x=\log_2 5$.

Câu 23. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=\log_4 x$ là

A. $y'=\dfrac{1}{x\ln 4}$. B. $y'=-\dfrac{1}{x\ln 4}$. C. $y'=\dfrac{1}{x}$. D. $y'=\dfrac{\ln 4}{x}$.

Câu 24. Hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

A. $x=-4$. B. $x=3$. C. $x=-1, x=1$. D. $x=0$.

Câu 25. Cho tập hợp X có 10 phần tử. Số tập con gồm 3 phần tử của X là

A. 3! B. A_{10}^{3}. C. A_{10}^{7}. D. C_{10}^{3}.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-1;-3)$ và $B(0;3;-1)$. Phương trình của mặt cầu đường kính AB là

A. $(x+1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=24$. B. $(x+1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=6$.

C. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=24$. D. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=6$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ điểm M' đối xứng với $M(2;-5;4)$ qua mặt phẳng (Oyz) là

A. $(-2;-5;4)$. B. $(2;5;-4)$. C. $(2;5;4)$. D. $(2;-5;-4)$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;2;-3)$ và song song với mặt phẳng $(Q): 2x-y+3z+2=0$ là

A. $2x-y+3z-9=0$. B. $x+2y-3z-9=0$. C. $x-2y-3z+9=0$. D. $2x-y+3z+9=0$.

Câu 29. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-1}$ trên đoạn $[2;3]$. Giá trị của M^2+m^2 bằng

A. $\dfrac{25}{4}$. B. $\dfrac{45}{4}$. C. $\dfrac{89}{4}$ D. 16.

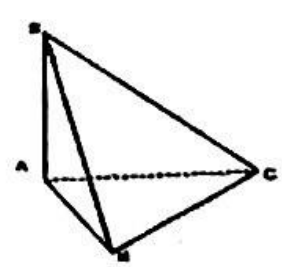
Câu 30. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=x^3+x$. B. $y=\dfrac{x+1}{x+3}$. C. $y=-x^3-3x$. D. $y=\dfrac{x-1}{x-2}$.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B, $AB=a$, SA vuông góc với mặt đáy và $SA=a\sqrt{3}$ *(tham khảo hình vẽ)*. Góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng (ABC) bằng

A. 60°. B. 30°.

C. 90°. D. 45°.



Câu 32. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a. Thể tích V của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $V=a^3\sqrt{3}$. B. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. D. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 33. Trên mặt phẳng tọa độ, biết tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z-3+4i|=2$ là một đường tròn. Tâm của đường tròn đó có tọa độ là

A. $(-3;4)$. B. $(3;-4)$. C. $(3;4)$. D. $(-4;3)$.

Câu 34. Cho a,b các số thực tùy ý thỏa mãn $a>1, b>1$, đặt $\ln a=x^2; \ln b=y^2$. Giá trị của biểu thức $P=\ln(ab)$ là

A. $P=\dfrac{x^2}{y^2}$. B. $P=x^2-y^2$. C. $P=x^2+y^2$. D. $P=x^2y^2$.

Câu 35. Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=4-x^2$ và $y=0$ quanh trục Ox bằng

A. $\dfrac{32\pi}{3}$. B. $\dfrac{512\pi}{15}$. C. $\dfrac{16\pi}{3}$. D. $\dfrac{256\pi}{15}$.

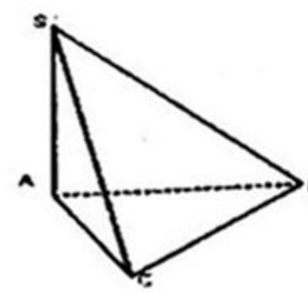
Câu 36. Từ 8 lá bài màu đỏ và 7 lá bài màu đen, lấy ngẫu nhiên hai lá bài trong 15 lá bài đó. Xác suất để lấy được hai lá bài có màu khác nhau là

A. $\dfrac{1}{14}$. B. $\dfrac{15}{56}$. C. $\dfrac{8}{15}$. D. $\dfrac{1}{7}$.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại C, $AC=a$, SA vuông góc với mặt đáy và $SA=a$ *(tham khảo hình vẽ)*. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\dfrac{a}{2}$. B. $a\sqrt{2}$.

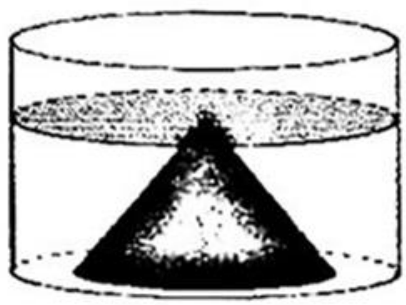
C. a. D. $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.



Câu 38. Nếu $\int\limits_0^2 f(x)dx=2$ thì $\int\limits_0^2 (2f(x)-3)dx$ bằng

A. 2. B. -1. C. -2. D. 1.

Câu 39. Một đồ chơi (N) hình khối nón đặc có bán kính r_1 và chiều cao h. Một hình trụ có bán kính $r_2=3r_1$ đang chứa nước có chiều cao mực nước là 26. Khi đặt khối nón (N) lên đáy của hình trụ (các đáy của chúng nằm cùng trên một mặt phẳng) thì mực nước dâng lên cao bằng đỉnh nón. Chiều cao khối nón là



A. 26. B. 27. C. 3. D. 9.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x-2y-z+1=0$ và hai đường thẳng

$d_1: \begin{cases} x=-2+t \\ y=2+t \\ z=-t \end{cases}$ $d_2: \begin{cases} x=2t' \\ y=3+t' \\ z=1 \end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (α) và cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2. Đường thẳng Δ có phương trình là

A. $\frac{x-7}{1}=\frac{y-3}{-3}=\frac{z-9}{8}$.
B. $\frac{x-3}{1}=\frac{y-3}{-3}=\frac{z+1}{8}$.
C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{-3}=\frac{z-5}{8}$.
D. $\frac{x-6}{1}=\frac{y-6}{3}=\frac{z-1}{8}$.

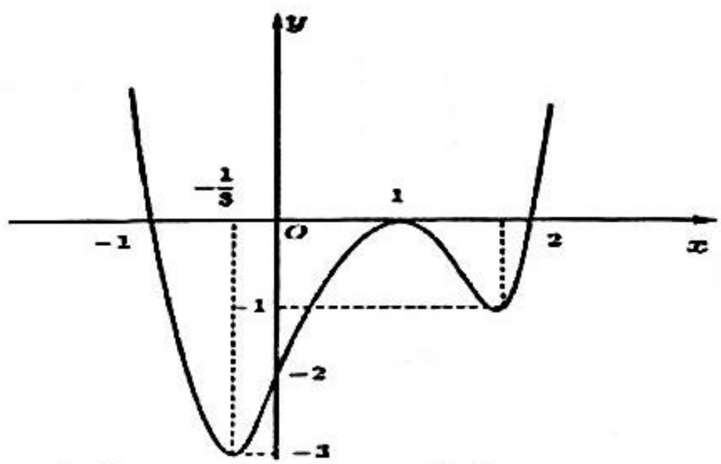
Câu 41. Cho $x>0, y>1$ thỏa mãn $\frac{1}{2}y^2.\log_2\left(\frac{xy-x}{2y}\right)=-2(y-1)^2+\frac{8y^2}{x^2}$. Giá trị nhỏ nhất của

$P=\sqrt[4]{e^{\frac{x^2}{1+2y}}}.e^{\frac{y^2}{x+1}}$ có dạng $e^{\frac{m}{n}}$ (trong đó m,n là các số nguyên dương, $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản). Giá trị $m+n$ bằng

A. 12.
B. 21.
C. 22.
D. 13.

Câu 42. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.

Đặt $g(x)=f(f(x)-1)$. Gọi S là tập nghiệm của phương trình $g(x)=0$. Số phần tử của tập S là



A. 6
B. 8
C. 7
D. 9

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $ABCD$ cạnh $AB=2a, BC=a$, SA vuông góc với mặt đáy và cạnh SC tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc α có $\tan\alpha=\frac{\sqrt{5}}{5}$.

Gọi E,F lần lượt là các điểm nằm trên cạnh SB, SD sao cho $SB=2SE$, $SD=3SF$. Thể tích V của khối tứ diện $AEFC$ là

A. $V=\frac{a^3}{3}$.
B. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.
C. $V=\frac{a^3}{6}$.
D. $V=\frac{a^3}{2}$.

Câu 44. Cho hai hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+3x$ và $g(x)=mx^3+nx^2-x$ với $a,b,c,m,n\in\mathbb{R}$. Biết hàm số $y=f(x)-g(x)$ có ba điểm cực trị là $-1;1$ và 2. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ bằng

A. $\frac{5}{6}$.
B. $\frac{9}{2}$.
C. $\frac{37}{6}$.
D. $\frac{16}{3}$.

Câu 45. Cho các số phức $z_1;z_2;z_3$ thỏa mãn $|z_1|=|z_2|=3;\ \ z_2+z_3=0$ và $z_1.z_2.z_3=9(z_1+z_2)$.Gọi *A,B, C* lần lượt là điểm biểu diễn số phức $z_1;z_2;z_3$. Diện tích tam giác *ABC* bằng

A. $\frac{9\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{9\sqrt{3}}{4}$. **C.** $9\sqrt{3}$. **D.** 18.

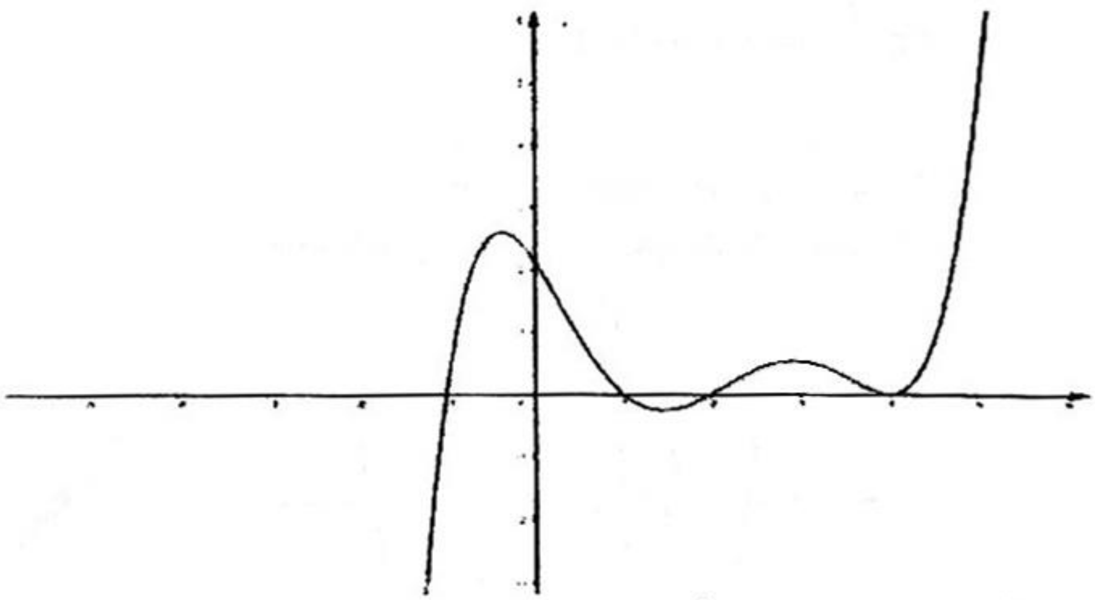
Câu 46. Cho bất phương trình $\log_5\left(x^2+1\right)>\log_5\left(x^2+6x+m\right)-1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình trên có tập nghiệm chứa khoảng $(2;3)$?

A. 27. **B.** 24. **C.** 26. **D.** 25.

Câu 47. Cho phương trình $z^2+az+b=0$ (với $a,b\in R$) có hai nghiệm z_1,z_2 không là số thực; thỏa mãn hệ thức $i.|z_1|=z_2+i-3$. Giá trị của $2a+b$ bằng

A. 10. **B.** 37. **C.** 13. **D.** 19.

Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, đồ thị hàm số $y=f'(x)$ có đúng 4 điểm chung với trục hoành như hình vẽ



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=f\left(|x|^3-3|x|+m+2023\right)+2023m$ có đúng 11 điểm cực trị ?

A. 5. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 49. Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu *(S)*: $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$ và điểm $M(4;2;3)$. Một đường thẳng bất kỳ qua *M* cắt *(S)* tại *A,B*. Khi đó giá trị nhỏ nhất của MA^2+4MB^2 bằng

A. 64. **B.** 32. **C.** 16. **D.** 8.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$ thỏa mãn $f(1)=4; f(0)=1$ và $\int_0^1[f'(x)]^2dx=9$. Giá trị của tích phân $\int_0^1 x.f^2(x)dx$ bằng

A. $\frac{1}{4}$. **B.** 9. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{19}{4}$.

---------------------- HẾT ------------------------

Ghi chú: *Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.*

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	B	D	A	C	D	B	D	C	B	D	C	A	B	D	C	A	B	D	B	A	C	A	C	D
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	A	D	C	A	A	B	B	C	B	C	D	C	B	A	D	C	C	C	A	C	C	B	A	D

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-2;0\right)$. **B.** $\left(-2;2\right)$. **C.** $\left(0;+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;-2\right)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $\left(S\right):x^2+y^2+z^2-4x+2z+4=0$. Tâm I của mặt cầu $\left(S\right)$ có tọa độ là

A. $I\left(-4;0;2\right)$. **B.** $I\left(2;0;-1\right)$. **C.** $I\left(2;0;1\right)$. **D.** $I\left(4;0;-2\right)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 3. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$. **B.** $y=\left(\frac{\pi}{4}\right)^x$. **C.** $y=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^x$. **D.** $y=\left(\frac{e}{2}\right)^x$.

Lời giải

Chọn D

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $\left(\alpha\right):2x+y-z+1=0$. Vectơ nào sau đây không là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $\left(\alpha\right)$?

A. $\vec{n}\left(2;1;1\right)$. **B.** $\vec{n}\left(4;2;-2\right)$. **C.** $\vec{n}\left(-2;-1;1\right)$. **D.** $\vec{n}\left(2;1;-1\right)$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng $\left(\alpha\right):2x+y-z+1=0$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}\left(2;1;-1\right)$.

Câu 5. Cho cấp số cộng $\left(u_n\right)$ có $u_1=3$ và công sai $d=4$. Giá trị của u_2 bằng

A. $u_2=-1$. **B.** $u_2=12$. **C.** $u_2=7$. **D.** $u_2=1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $u_2=u_1+d=3+4=7$..

Câu 6. Trên mặt phẳng toạ độ, điểm biểu diễn số phức $z=5-3i$ có toạ độ là

A. $\left(-3;5\right)$. **B.** $\left(5;3\right)$. **C.** $\left(-5;-3\right)$. **D.** $\left(5;-3\right)$.

Lời giải

Chọn D

Số phức $z=5-3i$ có điểm biểu diễn là $(5;-3)$.

Câu 7. Cho hình trụ có bán kính đáy $r=4$ và độ dài đường sinh $l=3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 12π. **B.** 24π. **C.** 81π. **D.** 32π.

Lời giải

Chọn B

Diện tích xung quanh của hình trụ là: $S=2\pi rl=2\pi.4.3=24\pi$.

Câu 8. Phần ảo của số phức $z=1+2i$ là

A. 1. **B.** $2i$. **C.** i. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Phần ảo của số phức là 2.

Câu 9. Cho a,b,c là các số thực dương tuỳ ý và $a\neq 1, c\neq 1$. Mệnh đề nào dưới đây sai

A. $\log_a \frac{b}{c}=\log_a b-\log_a c$. **B.** $\log_a(bc)=\log_a b+\log_a c$.

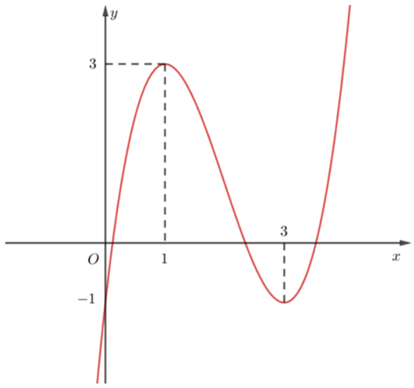
C. $\log_a b=\frac{\log_c a}{\log_c b}$. **D.** $\log_a b^n=n\log_a b$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log_a b=\frac{\log_c b}{\log_c a}$ nên mệnh đề C sai.

Câu 10. Hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x)-4=0$ là

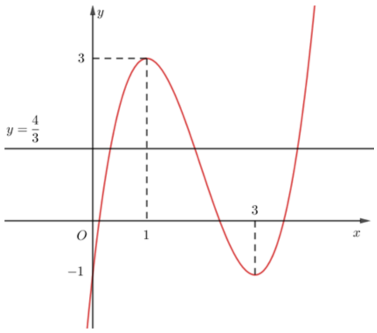


A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Số nghiệm thực của phương trình $3f(x)-4=0 \Leftrightarrow f(x)=\frac{4}{3}$ là số giao điểm của hai đồ thị $y=f(x)$ và đường thẳng $y=\frac{4}{3}$



Dựa vào đồ thị ta có hai đồ thị cắt nhau tại 3 điểm nên phương có 3 nghiệm.

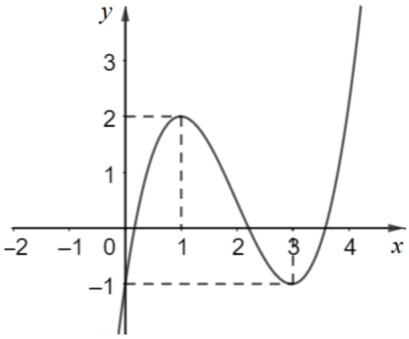
Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+3}{1}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\vec{u}=(1;2;-3)$. **B.** $\vec{u}=(2;1;-3)$. **C.** $\vec{u}=(2;1;1)$. **D.** $\vec{u}=(-1;2;1)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 12. Cho đa thức $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Giá trị nhỏ nhất m của hàm số đã cho trên đoạn $[1;3]$ là



A. $m=2$. **B.** $m=3$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=0$.

Lời giải

Chọn C

Giá trị nhỏ nhất m của hàm số đã cho trên đoạn $[1;3]$ là $m=-1$.

Câu 13. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B=2a^2$ và chiều cao $h=3a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $V=6a^3$. **B.** $V=2a^3$. **C.** $V=3a^3$. **D.** $V=2a^3$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng $V=B.h=6a^3$.

Câu 14. Cho hàm số $f(x)=\sin x+1$. Khẳng định nào dưới đây là đúng

A. $\int f(x)dx=\cos x+\dfrac{x^2}{2}+C$. **B.** $\int f(x)dx=-\cos x+x+C$.

C. $\int f(x)dx=\cos x+x+C$. **D.** $\int f(x)dx=-\cos x+\dfrac{x^2}{2}+C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int f(x)dx = -\cos x + x + C$.

Câu 15. Cho khối cầu (S) có bán kính bằng 3. Thể tích V của khối cầu đã cho bằng

A. $V = 9\pi$. **B.** $V = 108\pi$. **C.** $V = 27\pi$. **D.** $V = 36\pi$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = 36\pi$.

Câu 16. Cho $\int x^2 \mathrm{d}x = F(x) + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $F'(x) = \frac{x^3}{3}$. **B.** $F'(x) = x$. **C.** $F'(x) = x^2$. **D.** $F'(x) = 2x$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int x^2 \mathrm{d}x = F(x) + C \Rightarrow F'(x) = \left(\int x^2 dx\right)' = x^2$.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng xét dấu của $f'(x)$, nhận thấy $f'(x)$ đổi dấu tại $x = -3$, $x = 3$ và $x = 4$ do đó hàm số đã cho có ba điểm cực trị.

Câu 18. Cho hai số phức $z_1 = 1 - 2i$ và $z_2 = 2 + 3i$. Phần thực của số phức $z_1.z_2$ bằng

A. -1. **B.** 8. **C.** 3. **D.** -2.

Lời giải

Chọn B

Ta có $z_1.z_2 = (1-2i).(2+3i) = 2 + 3i - 4i - 6i^2 = 8 - i$ do đó phần thực của số phức $z_1.z_2$ là 8.

Câu 19. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(4-x) > 2$ là

A. $(-5;4)$. **B.** $(-\infty;4)$. **C.** $(-\infty;-5]$. **D.** $(-\infty;-5)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_3(4-x) > 2 \Leftrightarrow \begin{cases} 4-x>0 \\ 4-x>3^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<4 \\ x<-5 \end{cases} \Leftrightarrow x < -5$.

Tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = (-\infty;-5)$.

Câu 20. Nếu $\int\limits_{-3}^{2} f(x)\mathrm{d}x = 2$ và $\int\limits_{-3}^{2} g(x)\mathrm{d}x = -5$ thì $\int\limits_{-3}^{2}\left[f(x)+g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. -10. **B.** -3. **C.** 7. **D.** -2.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int\limits_{-3}^{2}\left[f(x)+g(x)\right]\mathrm{d}x = \int\limits_{-3}^{2} f(x)\mathrm{d}x + \int\limits_{-3}^{2} g(x)\mathrm{d}x = 2+(-5) = -3$.

Câu 21. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+1}{2+x}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=-2$. **B.** $y=-2$. **C.** $x=2$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn A

Vì $\lim\limits_{x \to (-2)^{+}} \dfrac{x+1}{2+x} = -\infty$ nên tiệm cận đứng của đồ thị số đã cho là $x=-2$.

Câu 22. Phương trình $5^{x} = 2$ có nghiệm là

A. $x = \dfrac{2}{5}$. **B.** $x = \dfrac{5}{2}$. **C.** $x = \log_5 2$. **D.** $x = \log_2 5$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $5^{x} = 2 \Leftrightarrow x = \log_5 2$.

Câu 23. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = \log_4 x$ là

A. $y' = \dfrac{1}{x\ln 4}$. **B.** $y' = -\dfrac{1}{x\ln 4}$. **C.** $y' = \dfrac{1}{x}$. **D.** $y' = \dfrac{\ln 4}{x}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = \left(\log_4 x\right)' = \dfrac{1}{x\ln 4}$.

Câu 24. Hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

A. $x=-4$. **B.** $x=3$. **C.** $x=-1; x=1$. **D.** $x=0$.

Lời giải

Chọn C

Quan sát bảng biên thiên, hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x=-1; x=1$.

Câu 25. Cho tập hợp X có 10 phần tử. Số tập con gồm 3 phần tử của X là

A. $3!$. **B.** A_{10}^{3}. **C.** A_{10}^{7}. **D.** C_{10}^{3}.

Lời giải

Chọn D

Số tập con gồm 3 phần tử của X là C_{10}^{3}.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A\left(2;-1;-3\right)$ và $B\left(0;3;-1\right)$. Phương trình của mặt cầu đường kính AB là

A. $\left(x+1\right)^{2}+\left(y+1\right)^{2}+\left(z-2\right)^{2}=24$. **B.** $\left(x+1\right)^{2}+\left(y+1\right)^{2}+\left(z-2\right)^{2}=6$.

C. $\left(x+1\right)^{2}+\left(y-1\right)^{2}+\left(z+2\right)^{2}=24$. **D.** $\left(x-1\right)^{2}+\left(y-1\right)^{2}+\left(z+2\right)^{2}=6$.

Lời giải

Chọn D

Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow I\left(1;1;-2\right)$ và $IA=\sqrt{6}$.

Mặt cầu đường kính AB có tâm $I\left(1;1;-2\right)$ và bán kính $R=IA=\sqrt{6}$

$\left(x-1\right)^{2}+\left(y-1\right)^{2}+\left(z+2\right)^{2}=6$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ điểm M' đối xứng với $M\left(2;-5;4\right)$ qua mặt phẳng $\left(Oyz\right)$ là

A. $\left(-2;-5;4\right)$. **B.** $\left(2;5;-4\right)$. **C.** $\left(2;5;4\right)$. **D.** $\left(2;-5;-4\right)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi H là hình chiếu của M trên mặt phẳng $\left(Oyz\right) \Rightarrow H\left(0;-5;4\right)$.

Gọi M' đối xứng với $M\left(2;-5;4\right)$ qua mặt phẳng $\left(Oyz\right) \Rightarrow H$ là trung điểm của MM'

$\Rightarrow M'\left(-2;-5;4\right)$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng $\left(P\right)$ đi qua điểm $A\left(1;2;-3\right)$ và song song với mặt phẳng $\left(Q\right): 2x-y+3z+2=0$ là

A. $2x-y+3z-9=0$. **B.** $x+2y-3z-9=0$. **C.** $x-2y-3z+9=0$. **D.** $2x-y+3z+9=0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\left(P\right)//\left(Q\right) \Rightarrow \overrightarrow{n_P}=\overrightarrow{n_Q}=\left(2;-1;3\right)$.

Mặt phẳng $\left(P\right)$ đi qua điểm $A\left(1;2;-3\right)$ và có VTPT $\overrightarrow{n_P}=\left(2;-1;3\right)$

$\left(P\right): 2\left(x-1\right)-\left(y-2\right)+3\left(z+3\right)=0 \Leftrightarrow 2x-y+3z+9=0$.

Câu 29. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-1}$ trên $\left[2;3\right]$. Giá trị của $M^{2}+m^{2}$ bằng

A. $\dfrac{25}{4}$. **B.** $\dfrac{45}{4}$. **C.** $\dfrac{89}{4}$. **D.** 16.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y=\dfrac{x+2}{x-1} \Rightarrow y'=\dfrac{-3}{\left(x-1\right)^{2}}<0$ và $1 \notin \left[2;3\right]$

$M=\max\limits_{[2;3]} y=y(2)=4$ và $m=\min\limits_{[2;3]} y=y(3)=\frac{5}{2}$

$M^2+m^2=4^2+\left(\frac{5}{2}\right)^2=\frac{89}{4}$.

Câu 30. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=x^3+x$. **B.** $y=\frac{x+1}{x+3}$. **C.** $y=-x^3-3x$. **D.** $y=\frac{x-1}{x-2}$.

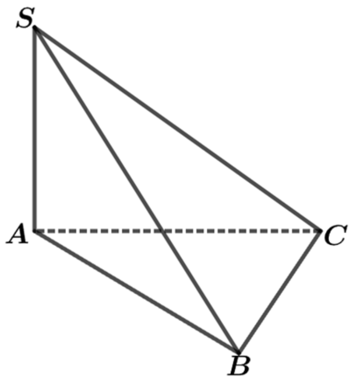
Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $y=x^3+x$

$y'=3x^2+1>0,\ \forall x$ nên hàm số đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B, $AB=a$, SA vuông góc với mặt đáy và $SA=a\sqrt{3}$ (tham khảo hình vẽ). Góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng (ABC) bằng



A. $60°$. **B.** $30°$. **C.** $90°$. **D.** $45°$.

Lời giải

Chọn A

$(SBC)\cap(ABC)=BC$.

Ta có: $\begin{cases} BC\perp AB \\ BC\perp SA \end{cases} \Rightarrow BC\perp(SAB)$.

Do đó $((SBC),(ABC))=(SB,AB)=\widehat{SBA}$.

Xét tam giác SAB vuông ở A: $\tan(SBA)=\frac{SA}{AB}=\frac{a\sqrt{3}}{a}=\sqrt{3}\Rightarrow \widehat{SBA}=60°$.

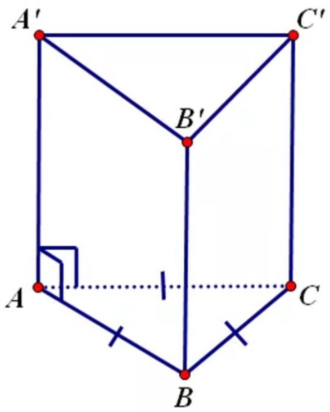
Vậy góc giữa (SBC) và (ABC) bằng $60°$.

Câu 32. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a. Thể tích V của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $V=a^3\sqrt{3}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn B



$V = S_{\Delta ABC}.AA' = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.a = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 33. Trên mặt phẳng tọa độ, biết tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z-3+4i|=2$ là một đường tròn. Tâm của đường tròn đó có tọa độ là

A. $(-3;4)$. **B.** $(3;-4)$. **C.** $(3;4)$. **D.** $(-4;3)$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $z = x + yi \ (x, y \in \mathbb{R})$.

$|x+yi-3+4i|=2$

$\Leftrightarrow |(x-3)+(y+4)i|=2$

$\Leftrightarrow \sqrt{(x-3)^2+(y+4)^2}=2$

$\Leftrightarrow (x-3)^2+(y+4)^2=4$

$\Rightarrow$ tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(3;-4)$ và có bán kính $R=2$.

Câu 34. Cho a,b là các số thực tùy ý thỏa mãn $a>1, b>1$, đặt $\ln a = x^2$; $\ln b = y^2$. Giá trị của biểu thức $P=\ln(ab)$ là

A. $P=\dfrac{x^2}{y^2}$. **B.** $P=x^2-y^2$. **C.** $P=x^2+y^2$. **D.** $P=x^2y^2$.

Lời giải

Chọn C

$P=\ln(ab)=\ln a+\ln b = x^2+y^2$..

Câu 35. Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=4-x^2$ và $y=0$ quanh trục Ox bằng

A. $\dfrac{32\pi}{3}$. **B.** $\dfrac{512\pi}{15}$. **C.** $\dfrac{16\pi}{3}$. **D.** $\dfrac{256\pi}{15}$.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $4-x^2=0 \Leftrightarrow x=\pm 2$.

Thể tích khối tròn xoay thu được là: $V=\pi\int_{-2}^{2}(4-x^2)^2\,\mathrm{d}x=\dfrac{512\pi}{15}$..

Câu 36. Từ 8 lá bài màu đỏ và 7 lá bài màu đen, lấy ngẫu nhiên hai lá bài trong 15 lá bài đó. Xác suất để lấy được hai lá bài có màu khác nhau là

A. $\frac{1}{14}$.　　**B.** $\frac{15}{56}$.　　**C.** $\frac{8}{15}$.　　**D.** $\frac{1}{7}$.

Lời giải

Chọn C

Không gian mẫu của phép thử là $n(\Omega)=C_{15}^{2}=105$.

Gọi A là biến cố để "hai lá bài có màu khác nhau".

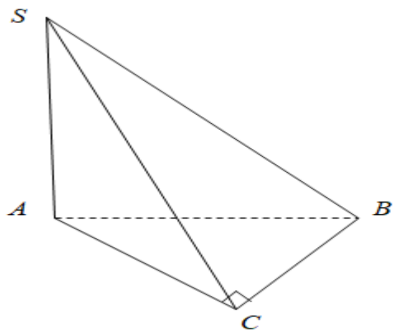
Để lấy được hai lá bài khác màu: một lá bài màu đỏ, một lá bài màu đen.

Vậy ta có $n(A)=C_8^1.C_7^1=56$.

Xác suất để lấy được hai lá bài khác màu là

$P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{56}{105}=\frac{8}{15}$.

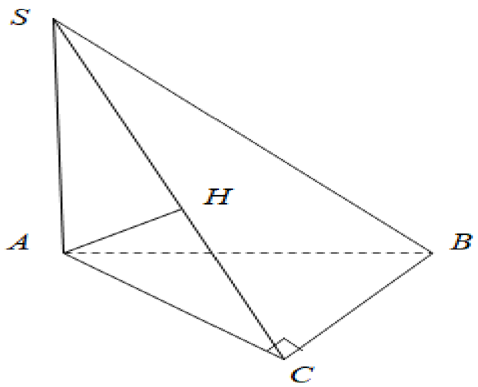
Câu 37. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại C, $AC=a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng



A. $\frac{a}{2}$.　　**B.** $a\sqrt{2}$.　　**C.** a.　　**D.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn D



Kẻ $AH\perp SC$ trong mặt phẳng (SBC)

Ta có: $\begin{cases} BC\perp AC \\ BC\perp SA \end{cases}\Rightarrow BC\perp(SAC)\Rightarrow BC\perp AH$

Vậy $\begin{cases} AH\perp BC \\ AH\perp SC \end{cases}\Rightarrow AH\perp(SBC)\Rightarrow d\left(A,(SBC)\right)=AH=\frac{1}{2}SC=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 38. Cho $\int_0^2 f(x)dx=2$ tích phân $\int_0^2 (2f(x)-3)dx$ bằng

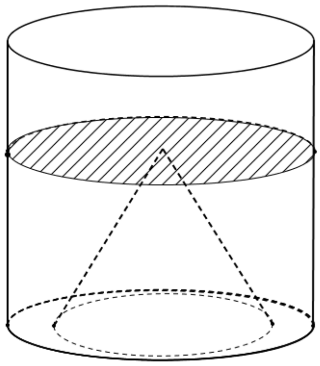
A. 2.　　**B.** -1.　　**C.** -2.　　**D.** 1.

Lời giải

Chọn C

$$\int_0^2 \left(2f(x)-3\right)dx = 2\int_0^2 f(x)dx - 3\int_0^2 dx = 2.2-3.2=-2.$$

Câu 39. Một đồ chơi (N) hình khối nón đặc có bán kính r_1 và chiều cao h. Một hình trụ có bán kính $r_2=3r_1$ đang chứa nước có chiều cao mực nước là 26. Khi đặt khối nón (N) lên đáy của hình trụ (các đáy của chúng cùng nằm trân một mặt phẳng) thì mực nước dâng cao bằng đỉnh của nón. Chiều cao của khối nón là



A. 26. **B.** 27. **C.** 3. **D.** 9.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối nước ban đầu là $V_1=\pi r_2^2.26$

Thể tích khối nón là $V_2=\dfrac{1}{3}\pi r_1^2.h$

Khi đặt khối nón (N) lên đáy của hình trụ thì mực nước dâng cao bằng đỉnh của nón nên tổng thể tích nước ban đầu và thể tích khối nón bằng thể tích khối trụ có cùng chiều cao với chiều cao của khối nón, do đó ta có phương trình

$$V_1+V_2=\pi r_2^2.h$$
$$\Leftrightarrow \pi r_2^2.26+\frac{1}{3}\pi r_1^2.h=\pi r_2^2.h$$
$$\Leftrightarrow \pi 9r_1^2.26+\frac{1}{3}\pi r_1^2.h=\pi 9r_1^2.h$$
$$\Leftrightarrow h=27$$

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x-2y-z+1=0$ và hai đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=-2+t\\y=2+t\\z=-t\end{cases}$, $d_2:\begin{cases}x=2t'\\y=3+t'\\z=1\end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (α) và cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2. Đường thẳng Δ có phương trình là

A. $\dfrac{x-7}{1}=\dfrac{y-3}{-3}=\dfrac{z-9}{8}$.

B. $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-3}{-3}=\dfrac{z+1}{8}$.

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{-3}=\dfrac{z-5}{8}$.

D. $\dfrac{x-6}{1}=\dfrac{y-6}{3}=\dfrac{z-1}{8}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $A=\Delta\cap d_1$, $B=\Delta\cap d_2$. Vì $\Delta\subset(\alpha)$ nên $A=(\alpha)\cap d_1$, $B=(\alpha)\cap d_2$

Vì $A\in d_1\Rightarrow A(-2+t;2+t;-t)$, mà $A\in(\alpha)$ nên $-4+2t-4-2t+t+1=0\Leftrightarrow t=7$

$\Rightarrow A(5;9;-7)$

Vì $B\in d_2\Rightarrow B(2t';3+t';1)$, mà $B\in(\alpha)$ nên $4t'-6-2t'-1+1=0\Leftrightarrow t'=3\Rightarrow B(6;6;1)$.

Khi đó đường thẳng Δ có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=\overrightarrow{AB}=(1;-3;8)$ và đi qua điểm $B(6;6;1)$. Do đó phương trình Δ là $\dfrac{x-6}{1}=\dfrac{y-6}{-3}=\dfrac{z-1}{8}$

Xét phương án A: $\dfrac{x-7}{1}=\dfrac{y-3}{-3}=\dfrac{z-9}{8}$. Ta thấy đường thẳng này có cùng VTCP với đường thẳng Δ và đi qua điểm $E(7;3;9)$. Dễ thấy $E\in\Delta$. Do đó phương án A thoả mãn.

Câu 41. Cho $x>0, y>1$ thỏa mãn $\dfrac{1}{2}y^2.\log_2\left(\dfrac{xy-x}{2y}\right)=-2(y-1)^2+\dfrac{8y^2}{x^2}$. Giá trị nhỏ nhất của $P=\sqrt[4]{e^{\frac{x^2}{1+2y}}}.e^{\frac{y^2}{x+1}}$ có dạng $e^{\frac{m}{n}}$ (trong đó m,n là các số nguyên dương, $\dfrac{m}{n}$ là phân số tối giản). Giá trị $m+n$ bằng

A. 12. **B.** 21. **C.** 22. **D.** 13.

Lời giải

Chọn D

Với $x>0, y>1$, ta có:

$$\frac{1}{2}y^2.\log_2\left(\frac{xy-x}{2y}\right)=-2(y-1)^2+\frac{8y^2}{x^2}\Leftrightarrow\log_2\left(\frac{xy-x}{2y}\right)=-4\left(\frac{y-1}{y}\right)^2+\frac{16}{x^2}$$

$$\Leftrightarrow\log_2\frac{x}{2}-4\left(\frac{2}{x}\right)^2=\log_2\left(\frac{y}{y-1}\right)-4\left(\frac{y-1}{y}\right)^2\quad(*).$$

Xét hàm số $f(t)=\log_2 t-\dfrac{4}{t^2}$ $(t>0)\Rightarrow f'(t)=\dfrac{1}{t\ln 2}+\dfrac{8}{t^3}>0,\forall t>0\Rightarrow f(t)$ luôn đồng biến trên $(0;+\infty)$. Khi đó $(*)$ có nghiệm $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{y-1}\Leftrightarrow x=\dfrac{2y}{y-1}$.

Khi đó $P=\sqrt[4]{e^{\frac{x^2}{1+2y}}}.e^{\frac{y^2}{x+1}}=e^{\frac{\left(\frac{x}{2}\right)^2}{1+2y}+\frac{y^2}{x+1}}$. Đặt $\dfrac{x}{2}=a>0; y=b>1$.

Từ $x=\dfrac{2y}{y-1}\Rightarrow\dfrac{x}{2}(y-1)=y\Rightarrow a+b=ab$. Mặt khác, ta có:

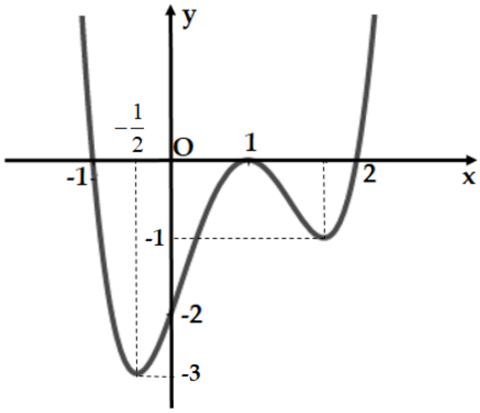
$$\left(\frac{a+b}{2}\right)^2\ge ab\Rightarrow\left(\frac{a+b}{2}\right)^2\ge a+b\Rightarrow(a+b)^2-4(a+b)\ge0\Rightarrow a+b\ge4\ \ (do\ a+b>0).$$

Ta có: $P=e^{\frac{a^2}{1+2b}+\frac{b^2}{1+2a}}$. Theo bất đẳng thức BCS ta có: $\dfrac{a^2}{1+2b}+\dfrac{b^2}{1+2a}\ge\dfrac{(a+b)^2}{2+2(a+b)}$.

Xét hàm số $f\left(t\right)=\dfrac{t^2}{2+2t}$, $\left(t\ge 4\right)\Rightarrow f'\left(t\right)=\dfrac{2t^2+4t}{\left(2+2t\right)^2}>0,\forall t\ge 4\Rightarrow f\left(t\right)$ luôn đồng biến trên $\left[4;+\infty\right)$.

Suy ra $\min\limits_{\left[4;+\infty\right)} f\left(t\right)=f\left(4\right)=\dfrac{8}{5}$. Khi đó: $P_{\min}=e^{\frac{8}{5}}=e^{\frac{m}{n}}\Rightarrow m=8,n=5\Rightarrow m+n=13$..

Câu 42. Cho hàm số bậc bốn $y=f\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới.

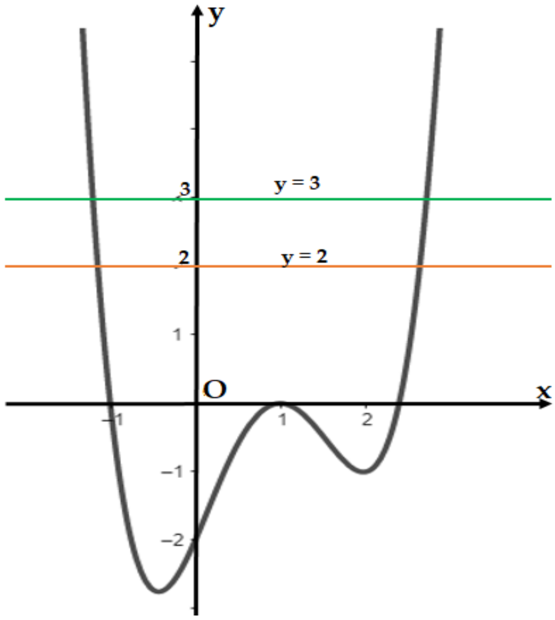


Đặt $g\left(x\right)=f\left(f\left(x\right)-1\right)$. Gọi S là tập nghiệm của phương trình $g\left(x\right)=0$. Số phần tử của tập S là

A. 6. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 9.

Lời giải

Chọn C



Ta có phương trình $g\left(x\right)=0\Leftrightarrow f\left(f\left(x\right)-1\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f\left(x\right)-1=-1\\f\left(x\right)-1=1\\f\left(x\right)-1=2\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}f\left(x\right)=0\ \left(3\ nghiem\right)\\f\left(x\right)=2\ \left(2\ nghiem\right)\\f\left(x\right)=3\ \left(2\ nghiem\right)\end{array}\right.$

Các nghiệm trên không trùng nhau. Vậy phương trình $g\left(x\right)=0$ có 7 nghiệm.

Câu 43. Cho hình chóp $SABCD$ có đáy là hình chữ nhật $ABCD$ cạnh $AB=2a,BC=a,SA$ vuông góc với mặt đáy và cạnh SC tạo với mặt phẳng $\left(ABCD\right)$ một góc α có $\tan\alpha=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$. Gọi E,F lần lượt là các điểm nằm trên cạnh SB, SD sao cho $SB = 2SE, SD = 3SF$. Thể tích V của khối tứ diện $AEFC$ là

A. $V = \frac{a^3}{3}$. **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $V = \frac{a^3}{6}$. **D.** $V = \frac{a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Gắn hệ trục tọa độ với gốc $O \equiv A$, tia $Ox \equiv AB$; tia $Oy \equiv AD$; tia $Oz \equiv AS$.

Coi $a = 1$.

$$SA = AC.\tan\alpha = \sqrt{5}.\frac{\sqrt{5}}{5} = 1.$$

Ta có $A(0;0;0), C(2;1;0), E\left(1;0;\frac{1}{2}\right), F\left(0;\frac{1}{3};\frac{2}{3}\right)$.

$$\overrightarrow{AC}(2;1;0), \overrightarrow{AE}\left(1;0;\frac{1}{2}\right), \overrightarrow{AF}\left(0;\frac{1}{3};\frac{2}{3}\right) \Rightarrow \left[\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AE}\right] = \left(\frac{1}{2};-1;-1\right).$$

$$V = \frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AE}\right].\overrightarrow{AF}\right| = \frac{1}{6}.$$

Câu 44. Cho hai hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + 3x$ và $g(x) = mx^3 + nx^2 - x$ với $a, b, c, m, n \in \mathbb{R}$. Biết hàm số $y = f(x) - g(x)$ có ba điểm cực trị là $-1; 1$ và 2. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ bằng

A. $\frac{5}{6}$. **B.** $\frac{9}{2}$. **C.** $\frac{37}{6}$. **D.** $\frac{16}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Vì hàm số $y = f(x) - g(x)$ có ba điểm cực trị là $-1; 1$ và 2 nên

$$f'(x) - g'(x) = 4a(x+1)(x-1)(x-2) \Rightarrow f'(0) - g'(0) = 8a.$$

Mặt khác $f'(0) - g'(0) = 4 \Rightarrow 8a = 4 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$.

$$S = \int_{-1}^{2} \left|2(x+1)(x-1)(x-2)\right| dx = \frac{37}{6}.$$

Câu 45. Cho các số phức z_1, z_2, z_3 thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = 3$, $z_2 + z_3 = 0$ và $z_1 z_2 z_3 = 9(z_1 + z_2)$. Gọi A, B, C lần lượt là điểm biểu diễn số phức z_1, z_2, z_3. Diện tích tam giác ABC bằng

A. $\frac{9\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{9\sqrt{3}}{4}$. **C.** $9\sqrt{3}$. **D.** 18

Lời giải

Chọn A

Ta có $z_2 + z_3 = 0 \Leftrightarrow z_2 = -z_3 \Rightarrow |z_1| = |z_2| = |z_3| = 3 \Rightarrow$ Tam giác ABC nội tiếp $(O,3)$.

Mà $z_2 = -z_3$ nên B đối xứng với C qua O hay BC là đường kính $(O,3)$ nên tam giác ABC vuông tại A và $BC = 6$.

Ta có $z_1z_2z_3 = 9(z_1+z_2) \Rightarrow |z_1||z_2||z_3| = 9|z_1+z_2| \Leftrightarrow |z_1+z_2| = 3$.

Ta có $|z_1+z_2|^2 + |z_1-z_2|^2 = 2\left(|z_1|^2+|z_2|^2\right) \Rightarrow AB = |z_1-z_2| = 3\sqrt{3} \Rightarrow AC = 3 \Rightarrow S_{ABC} = \dfrac{9\sqrt{3}}{2}$.

Câu 46. Cho bất phương trình $\log_5(x^2+1) > \log_5(x^2+6x+m) - 1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình trên có tập nghiệm chứa khoảng $(2;3)$?

A. 27. **B.** 24. **C.** 26. **D.** 25.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x^2+6x+m>0$.

Để $\log_5(5x^2+5) > \log_5(x^2+6x+m)$ có tập nghiệm chứa khoảng $(2;3)$

$\Leftrightarrow \log_5(5x^2+5) > \log_5(x^2+6x+m), \forall x \in (2;3)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x^2+5 > x^2+6x+m \\ x^2+6x+m>0 \end{cases}, \forall x\in(2;3) \Leftrightarrow \begin{cases} m < 4x^2-6x+5 \\ m > -x^2-6x \end{cases}, \forall x \in (2;3)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m \le 9 \\ m \ge -16 \end{cases} \Leftrightarrow -16 \le m \le 9$.

Câu 47. Cho phương trình $z^2+az+b=0$ (với $a,b\in\mathbb{R}$) có hai nghiệm z_1, z_2 không là số thực thỏa mãn hệ thức $i|z_1| = z_2+i-3$. Giá trị của $2a+b$ bằng

A. 10. **B.** 37. **C.** 13. **D.** 19.

Lời giải

Chọn C

Phương trình $z^2+az+b=0$ (với $a,b\in\mathbb{R}$) có hai nghiệm z_1, z_2 suy ra $|z_1|=|z_2|$. Khi đó

$i|z_1| = z_2+i-3 \Leftrightarrow z_2 = 3+(|z_2|-1)i$

$\Leftrightarrow |z_2| = |3+(|z_2|-1)i| \Leftrightarrow |z_2|^2 = 3^2+(|z_2|-1)^2$

$\Leftrightarrow |z_2| = 5.$

Do đó $z_2 = 3+4i$ suy ra $z_1 = 3-4i$.

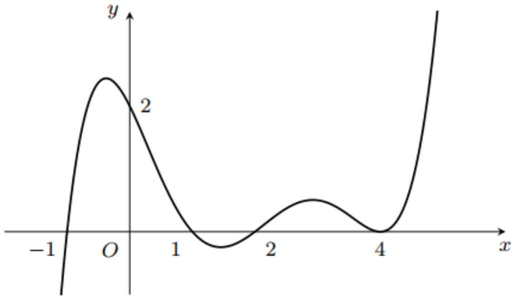
Theo hệ thức Vi-ét, z_1, z_2 là nghiệm phương trình

$z^2-6z+25=0$.

Suy ra $a=-6$, $b=25$.

Vậy $2a+b=13$.

Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, đồ thị $y=f'(x)$ có đúng 4 điểm chung với trục hoành như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=f\left(|x|^3-3|x|+m+2023\right)$ có đúng 11 điểm cực trị?

A. 5. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y=f\left(|x|^3-3|x|+m+2023\right)$ là hàm số chẵn. Suy ra hàm số có đúng 11 điểm cực trị khi hàm số $y=g(x)=f\left(x^3-3x+m+2023\right)$ có 5 điểm cực trị dương.

$g'(x)=\left(3x^2-3\right)f'\left(x^3-3x+m+2023\right)=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x^3-3x+m+2023=-1 \\ x^3-3x+m+2023=1 \\ x^3-3x+m+2023=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x^3-3x+2023=-m-1 \\ x^3-3x+2023=-m+1 \\ x^3-3x+2023=-m+2 \end{array}\right.$$

(loại $x=-1$ vì chỉ nhận giá trị dương).

Xét hàm số $h(x)=x^3-3x+2023$ ta có $h'(x)=3x^2-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1. \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0		$-$		0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2025	$\searrow$	2023	$\searrow$	2021	$\nearrow$	$+\infty$

Để $g(x)$ có 5 điểm cực trị dương thì $f'\left(x^3-3x+m+2023\right)$ phải có 4 nghiệm dương khác 1.

Trường hợp 1: $\begin{cases} 2021<-m-1<2023 \\ -m+1>2023 \\ -m+2>2023 \end{cases} \Leftrightarrow -2024<m<-2022 \Rightarrow m=-2023$.

Trường hợp 2: $\begin{cases} 2021 < -m+1 < 2023 \\ 2021 < -m+2 < 2023 \\ -m-1 \le 2021 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2022 < m < -2020 \\ -2021 < m < -2019 \\ m \ge -2022 \end{cases} \Leftrightarrow -2021 < m < -2020$, không tồn tại giá trị nguyên m.

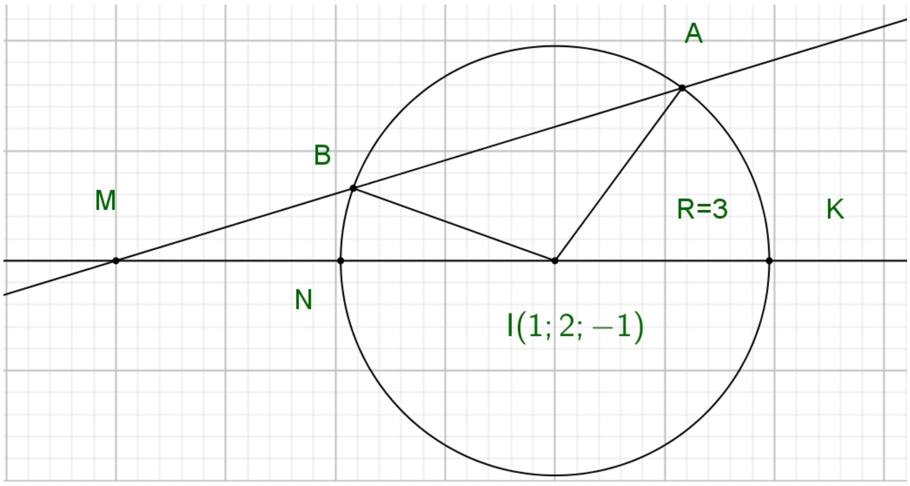
Vậy có 1 giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = f\left(|x|^3 - 3|x| + m + 2023\right)$ có đúng 11 điểm cực trị.

Câu 49. Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$ và điểm $M(4;2;3)$. Một đường thẳng bất kì đi qua M cắt (S) tại A, B. Khi đó giá trị nhỏ nhất của MA^2+4MB^2 bằng

A. 64. **B.** 32. **C.** 16. **D.** 8.

Lời giải

Chọn A



Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-1)$, bán kính $R=3$. Khi đó $(S)\cap(d,I)=C(I,3)$.

Kẻ đường thẳng MI, $MI\cap(C)=\{N,K\}$.

Ta có $\overrightarrow{MI}=(-3;0;-4)\Rightarrow MI=5>3=R\Rightarrow M$ nằm ngoài mặt cầu.

Ta có $MN=2, MK=8$.

Mà $MN.MK=MA.MB\Rightarrow MA.MB=2.8=16$.

Do đó $MA^2+4MB^2\ge 4MA.MB=64$.

Đẳng thức xảy ra khi $\begin{cases} MA^2=4MB^2 \\ MA^2+4MB^2=64 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} MA=4\sqrt{2} \\ MB=2\sqrt{2} \end{cases}$.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$ thỏa mãn $f(1)=4; f(0)=1$ và $\int_0^1\left[f'(x)\right]^2dx=9$. Giá trị của tích phân $\int_0^1 x\cdot f^2(x)dx$ bằng

A. $\frac{1}{4}$. **B.** 9. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{19}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $I=\int_0^1 f'(x)dx=f(1)-f(0)=4-1=3$.

$\int_0^1 3dx=3\Rightarrow\left(\int_0^1 3dx\right)^2=9$.

$$\int_0^1 \left(f'(x)\right)^2 dx - 2.3.\int_0^1 f'(x)dx + \left(\int_0^1 3dx\right)^2 = 9 - 2.3.3 + 3^2 = 0 \Rightarrow \int_0^1 \left(f'(x) - 3\right)^2 dx = 0$$

$$\Rightarrow f'(x) - 3 = 0$$

$$\Rightarrow f'(x) = 3 \Rightarrow f(x) = 3x + C.$$

Theo bài ra $f(0) = 1 \Rightarrow C = 1 \Rightarrow f(x) = 3x + 1 \Rightarrow \int_0^1 x.f^2(x)dx = \int_0^1 x.(3x+1)^2 dx = \frac{19}{4}.$

HẾT