SỞ GD&ĐT SƠN LA	KỲ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT LẦN THỨ NHẤT
	NĂM HỌC 2022 - 2023
ĐỀ CHÍNH THỨC	**Bài thi: TOÁN**
(Đề thi có 06 trang)	*Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề*

MÃ ĐỀ THI 101

Họ và tên thí sinh: …………………………………………..….….**SBD:**……………………………..…

Câu 1: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	3	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

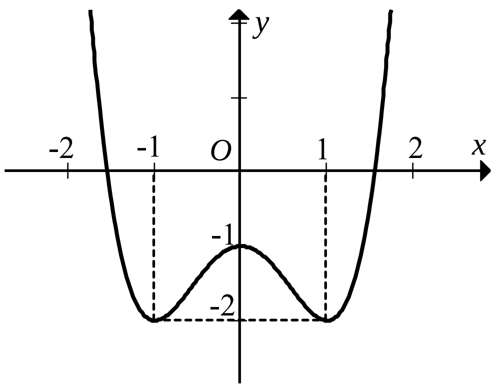
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 2: Nếu $\int_1^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x=3$ và $\int_1^2 g\left(x\right)\mathrm{d}x=-2$ thì $\int_1^2\left[f\left(x\right)-g\left(x\right)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. -1. **B.** 1. **C.** 6. **D.** 5.

Câu 3: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ dưới đây:



Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là

A. $(-1;2)$. **B.** $(0;-1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(1;-1)$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm A nằm trong mặt cầu $S\left(I;R\right)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $IA<R$. **B.** $IA>R$. **C.** $IA=R$. **D.** $IA=2R$.

Câu 5: Môđun của số phức $z=2-3i$ bằng

A. 1. **B.** 5. **C.** 13. **D.** $\sqrt{13}$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z+1}{2}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

A. $E\left(-1;0;1\right)$. **B.** $N\left(1;0;-1\right)$. **C.** $F\left(1;-2;2\right)$. **D.** $M\left(-1;2;-2\right)$.

Câu 7: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{-x+1}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=2$. **B.** $x=2$. **C.** $x=-1$. **D.** $y=-1$.

Câu 8: Số phức liên hợp của số phức $z=3-i$ là:

A. $\overline{z}=3+i.$ **B.** $\overline{z}=1-3i.$ **C.** $\overline{z}=-3-i.$ **D.** $\overline{z}=-3+i.$

Câu 9: Tập nghiệm của bất phương trình $3^x\ge 9$ là:

A. $[3;+\infty)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $[2;+\infty)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz,$ cho mặt cầu $(S):(x-4)^2+(y+1)^2+z^2=4$. Tọa độ tâm của (S) là:

A. $(-4;1;4)$. **B.** $(-4;1;0)$. **C.** $(4;-1;0)$. **D.** $(4;1;0)$.

Câu 11: Cho số phức $z=5-3i$, phần ảo của z bằng

A. -3. **B.** 5. **C.** -5. **D.** 3.

Câu 12: Đạo hàm của hàm số $y=3^x$ là:

A. $y'=x.3^{x-1}.$ **B.** $y'=3^x.\ln 3.$ **C.** $y'=3.3^x.$ **D.** $y'=\dfrac{3^x}{\ln 3}.$

Câu 13: Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^e$ là:

A. $y'=ex^e.$ **B.** $y'=\dfrac{1}{e}x^{e-1}.$ **C.** $y'=x^{e-1}.$ **D.** $y'=ex^{e-1}.$

Câu 14: Trong không gian $Oxyz,$ mặt phẳng $(P):2x-y+3z+1=0$ có một vectơ pháp tuyến là:

A. $\overrightarrow{n_1}=(2;-1;3)$. **B.** $\overrightarrow{n_3}=(2;-1;1)$. **C.** $\overrightarrow{n_4}=(2;3;1)$. **D.** $\overrightarrow{n_2}=(2;1;3)$.

Câu 15: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=2$ và công sai $d=3.$ Giá trị của u_3 bằng

A. 6. **B.** 8. **C.** 18. **D.** 11.

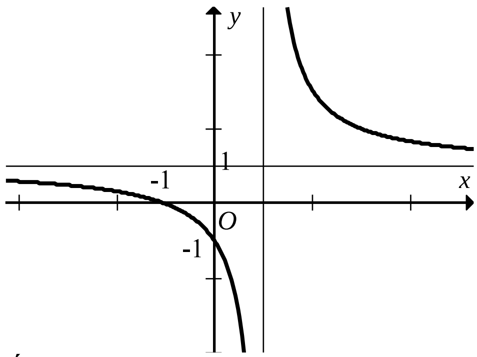
Câu 16: Diện tích xung quanh của hình trụ có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l bằng

A. $\pi rl.$ **B.** $2\pi rl.$ **C.** $4\pi rl.$ **D.** $\pi r^2 l.$

Câu 17: Trong không gian $Oxyz,$ góc giữa hai trục Ox và Oz bằng

A. 90°. **B.** 45°. **C.** 60°. **D.** 30°.

Câu 18: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ dưới đây:



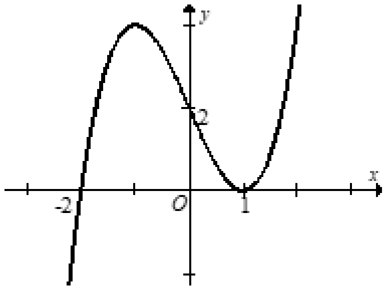
Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là:

A. $(-1;0)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(1;0)$. **D.** $(0;-1)$.

Câu 19: Cho khối lập phương có cạnh bằng $\sqrt{2}$. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng

A. $2\sqrt{2}.$ **B.** $3\sqrt{2}.$ **C.** $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}.$ **D.** $4\sqrt{2}.$

Câu 20: Hàm số nào có đồ thị như đường cong trong hình vẽ dưới đây?



A. $y=\dfrac{x-3}{x-1}$. **B.** $y=x^4-3x^2+2$. **C.** $y=x^3-3x^2+2$. **D.** $y=-x^3+3x^2+1$.

Câu 21: Một tổ có 12 học sinh. Số cách chọn hai học sinh của tổ đó để trực nhật là

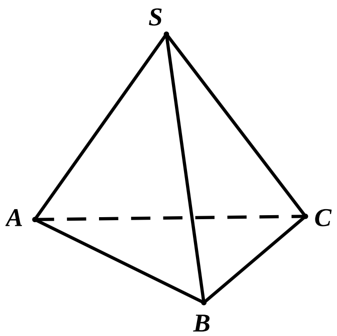
A. 2. **B.** 132. **C.** 66. **D.** 12.

Câu 22: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=2x-\cos 2x$, biết $F(0)=1$.

A. $F(x)=x^2-\dfrac{1}{2}\sin 2x+\dfrac{3}{2}$. **B.** $F(x)=x^2-\sin 2x+\dfrac{3}{2}$.

C. $F(x)=x^2-\dfrac{1}{2}\sin 2x+1$. **D.** $F(x)=x^2-\sin 2x+1$.

Câu 23: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng $2a$ và chiều cao bằng $a\sqrt{3}$ (*tham khảo hình vẽ dưới đây*).



Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{30}}{10}$. **B.** $\dfrac{3a\sqrt{30}}{10}$. **C.** $\dfrac{3a\sqrt{15}}{5}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{15}}{5}$.

Câu 24: Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_2\left(\dfrac{2a^3}{b}\right)=1+3\log_2 a+\log_2 b$. **B.** $\log_2\left(\dfrac{2a^3}{b}\right)=1+\dfrac{1}{3}\log_2 a-\log_2 b$.

C. $\log_2\left(\dfrac{2a^3}{b}\right)=1+\dfrac{1}{3}\log_2 a+\log_2 b$. **D.** $\log_2\left(\dfrac{2a^3}{b}\right)=1+3\log_2 a-\log_2 b$.

Câu 25: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a\sqrt{2}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{6}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{4}$. **C.** $\sqrt{2}a^3$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 26: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		1		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Giá trị cực đại của hàm số $f(x)$ bằng

A. $f(-1)$. **B.** $f(4)$. **C.** $f(3)$. **D.** $f(1)$.

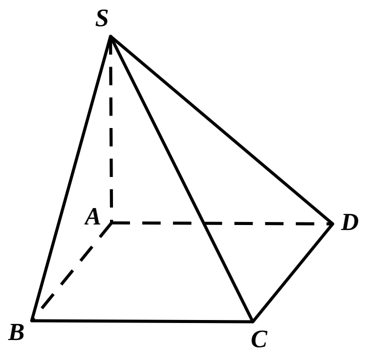
Câu 27: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3x-1)<3$ là:

A. $\left(-\infty;\dfrac{7}{3}\right)$. **B.** $(-\infty;3)$. **C.** $\left(\dfrac{1}{3};3\right)$. **D.** $\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{10}{3}\right)$.

Câu 28: Một hộp đựng 11 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 11. Chọn ngẫu nhiên 3 tấm thẻ từ hộp đó. Xác suất để lấy được 3 tấm thẻ sao cho tổng ba số ghi trên 3 tấm thẻ ấy là một số lẻ bằng

A. $\dfrac{4}{33}$. **B.** $\dfrac{17}{33}$. **C.** $\dfrac{15}{33}$. **D.** $\dfrac{16}{33}$.

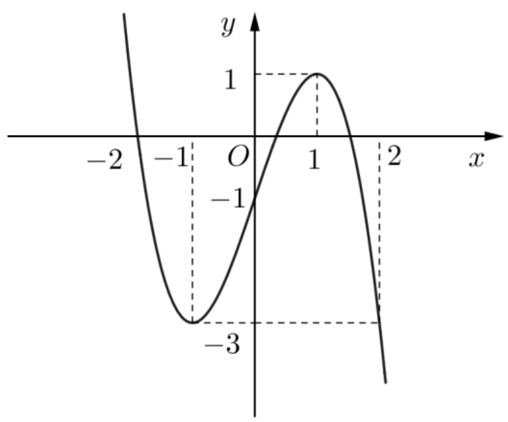
Câu 29: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy và $SD=a\sqrt{2}$ (*tham khảo hình vẽ dưới đây*).



Góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ bằng

A. 60°. **B.** 30°. **C.** 90°. **D.** 45°.

Câu 30: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ dưới đây:



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $3f(x)+1=m$ có 3 nghiệm thực phân biệt?

A. 11. **B.** 12. **C.** 13. **D.** 14.

Câu 31: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm là $f'(x)=(x^2+3x)(1-x)^2$. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-3;+\infty)$. **B.** $(-3;0)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Câu 32: Nếu $\int_{-2}^{5} f(x)\mathrm{d}x = 8$ và $\int_{-2}^{5} g(x)\mathrm{d}x = -3$ thì $\int_{-2}^{5}\left[f(x)-4g(x)-1\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 20. **B.** 12. **C.** 19. **D.** 13.

Câu 33: Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3{}^2 x + 5\log_{\frac{1}{3}} x + 6 = 0$.

A. 5. **B.** $\frac{1}{243}$. **C.** 243. **D.** 6.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;-2)$, $B(0;0;1)$ và $C(2;-2;1)$. Phương trình mặt phẳng đi qua điểm A và vuông góc với BC là:

A. $x-y-1=0$. **B.** $x-y-3=0$. **C.** $x-y+z-3=0$. **D.** $x-y+z+1=0$.

Câu 35: Hàm số $F(x)=\mathrm{e}^{3x}$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

A. $f(x)=3x\mathrm{e}^{3x}$. **B.** $f(x)=3\mathrm{e}^{3x}$. **C.** $f(x)=\frac{1}{3}\mathrm{e}^{3x}$. **D.** $f(x)=\mathrm{e}^{3x}$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-3;1;2)$. Điểm đối xứng với A qua trục Oy có tọa độ là

A. $(3;-1;-2)$. **B.** $(3;1;-2)$. **C.** $(-3;-1;2)$. **D.** $(0;1;0)$.

Câu 37: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z-1+i|=|z+2|$ là một đường thẳng có phương trình

A. $3x+y+1=0$. **B.** $x-3y+1=0$. **C.** $3x-y+1=0$. **D.** $3x-y-1=0$

Câu 38: Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=x^2-3x+2$ và $y=0$ quanh trục Ox bằng

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{1}{30}$. **C.** $\frac{\pi}{30}$. **D.** $\frac{\pi}{6}$.

Câu 39: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\left|3x^4+4x^3-12x^2+2m\right|$ có 7 điểm cực trị. Tổng các phần tử của S bằng

A. 10. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 6.

Câu 40: Cho hàm số $y=\left|2x^3-3(2m+1)x^2+6(m^2+m)x-m\right|$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in(-10;10)$ để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0;1)$?

A. 9. **B.** 12. **C.** 10. **D.** 11.

Câu 41: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $2f(x)+f(1-x)=3x^2-6,\ \forall x\in\mathbb{R}$. Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y=f(x)$ và $y=f'(x)$ bằng $\frac{a}{b}.\sqrt{5}$ (với $a,b\in\mathbb{N}^*$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Khi đó, giá trị của tổng $a+b$ bằng

A. 36. **B.** 23. **C.** 24. **D.** 35.

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;1)$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+2}{-1}$. Viết phương trình mặt phẳng chứa đường thẳng d và cách A một khoảng lớn nhất.

A. $x+y+3z+5=0$. **B.** $x-y+3z+5=0$.

C. $x+y-3z-7=0$. **D.** $x+2y+3z+5=0$.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Mặt bên SAB là tam giác đều cạnh $a\sqrt{3}$, ABC là tam giác vuông tại A có cạnh $AC = a$, góc giữa đường thẳng AD và mặt phẳng (SAB) bằng $60°$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. a^3. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. **C.** $\frac{3a^3}{4}$. **D.** $\frac{3a^3}{2}$.

Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x), G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $3F(5)+G(5)=50$ và $3F(-3)+G(-3)=2$. Khi đó $\int_0^2 x\left(4+f\left(2x^2-3\right)\right)dx$ bằng

A. 11. **B.** 72. **C.** 7. **D.** 71.

Câu 45: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\log_2 \frac{x^2-4}{125} \le \log_5 \frac{x^2-4}{8}$?

A. 31. **B.** 63. **C.** 60. **D.** 58.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S_1):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9$; $(S_2):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=16$ và điểm $A(1;6;0)$. Xét đường thẳng Δ di động nhưng luôn tiếp xúc với (S_1) đồng thời cắt (S_2) tại hai điểm B, C phân biệt. Diện tích lớn nhất của tam giác ABC bằng

A. $8\sqrt{7}$. **B.** $4\sqrt{7}$. **C.** $2\sqrt{7}$. **D.** $6\sqrt{7}$.

Câu 47: Cho số thực a thỏa mãn giá trị lớn nhất của biểu thức $\left|\ln\left(x^2+1\right)-\frac{x^2}{2}-a\right|$ trên đoạn $[0;3]$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó, giá trị của a thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;0)$. **B.** $(-3;-2)$. **C.** $(-2;-1)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 48: Cho hai mặt cầu (S_1) và (S_2) đồng tâm I, có bán kính lần lượt là $R_1 = 2$ và $R_2 = \sqrt{10}$. Xét tứ diện $ABCD$ có hai đỉnh A, B nằm trên (S_1) và hai đỉnh C, D nằm trên (S_2). Thể tích lớn nhất của khối tứ diện $ABCD$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(8;9)$. **B.** $(7;8)$. **C.** $(10;11)$. **D.** $(6;7)$.

Câu 49: Xét các số phức z thỏa mãn $|z-i|=2$. Biết rằng biểu thức $P=|z+3i|+2|z-5-i|$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $z=x+yi$ $(x, y \in \mathbb{R})$. Khi đó, giá trị của tổng $x+y$ bằng

A. $\frac{-3-3\sqrt{79}}{13}$. **B.** $\frac{3+3\sqrt{79}}{13}$. **C.** $\frac{-3+3\sqrt{79}}{13}$. **D.** $\frac{3-3\sqrt{79}}{13}$.

Câu 50: Xét các số thực x, y sao cho $4\log_3 a^{(\log_2 a-2x+2)}-\left(y^2-25\right)\log_{\sqrt{3}} 4 \ge 0$ luôn đúng với mọi $a>0$. Hỏi có tối đa bao nhiêu giá trị nguyên của biểu thức $F = x^2+y^2-2x-12y+38$?

A. 120. **B.** 121. **C.** 122. **D.** 125.

-------------Hết-------------

Thí sinh không sử dụng tài liệu. Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.

SỞ GD&ĐT SƠN LA

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT LẦN THỨ NHẤT
NĂM HỌC 2022 - 2023
BÀI THI: MÔN TOÁN
ĐÁP ÁN CÁC MÃ ĐỀ

Câu	MĐ 101	MĐ 102	MĐ 103	MĐ 104	MĐ 105	MĐ 106	MĐ 107	MĐ 108
1	A	D	C	C	B	D	A	A
2	D	D	D	C	B	D	C	B
3	B	B	A	C	B	B	D	D
4	A	C	D	D	A	A	D	A
5	D	D	A	A	C	C	D	B
6	B	B	B	B	A	A	B	B
7	B	B	A	A	A	B	D	D
8	A	A	B	D	B	B	B	B
9	C	A	C	D	A	D	C	B
10	C	C	A	A	D	D	B	B
11	A	A	B	D	B	B	D	C
12	B	D	B	B	A	D	C	D
13	D	B	D	D	D	D	C	B
14	A	A	C	A	C	B	D	D
15	B	D	A	D	B	B	A	A
16	B	D	D	D	A	A	C	C
17	A	A	A	B	C	B	B	A
18	D	D	C	B	B	A	C	A
19	A	A	A	A	D	A	D	D
20	C	B	D	A	C	A	A	D
21	C	C	B	B	B	B	B	C
22	C	C	D	A	B	D	A	B
23	B	C	D	D	D	C	C	C
24	D	D	A	D	C	C	C	C
25	D	D	C	C	D	D	B	C
26	D	D	C	C	A	A	C	C
27	C	C	C	B	B	B	C	C
28	D	B	B	B	C	C	B	B
29	D	A	C	C	B	C	D	B
30	A	C	B	C	C	C	A	B
31	C	B	C	C	B	C	C	C
32	D	A	B	A	C	B	D	D
33	C	C	C	B	D	D	B	B
34	A	A	A	A	B	A	B	D
35	B	B	B	B	D	B	D	D
36	B	B	C	B	D	D	A	D
37	C	B	D	D	A	D	D	D
38	C	C	D	A	C	B	C	D
39	B	C	C	A	C	C	C	C
40	C	C	B	B	A	A	D	A

41	B	D	C	C	D	C	A	A
42	A	A	D	D	C	A	A	A
43	D	D	D	C	D	A	B	D
44	A	A	A	A	C	C	B	A
45	D	C	B	C	B	C	A	C
46	A	B	B	B	D	C	B	A
47	C	B	A	B	A	C	A	C
48	A	A	D	C	D	D	A	A
49	B	B	D	D	A	A	A	A
50	B	B	A	C	A	C	C	C

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TỈNH SƠN LA
ĐỀ THI THỬ TN THPT LẦN 1 - NĂM HỌC: 2022-2023

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau :

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	3	$\nearrow$	4	$\searrow$	$+\infty$

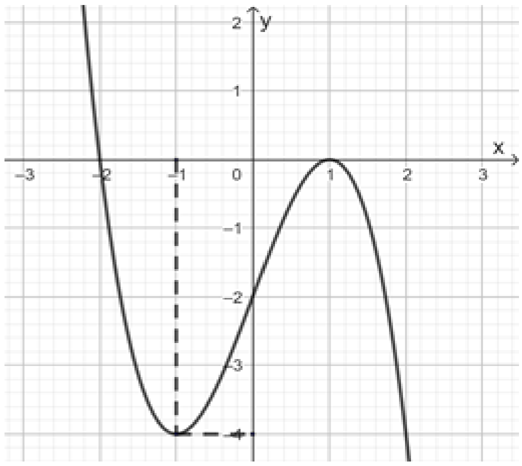
Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-1)$ **B.** $(0;1)$ **C.** $(-1;1)$ **D.** $(1;+\infty)$

Câu 2. Biết $\int_1^2 f(x)dx=3$ và $\int_1^2 g(x)dx=-4$. Khi đó $\int_1^2 [f(x)-g(x)]dx$ bằng?

A. -1. **B.** 1. **C.** -7. **D.** 7.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ dưới đây.



Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là

A. $(-4;-1)$ **B.** $(-1;-4)$ **C.** $(0;-2)$ **D.** $(1;0)$

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm A nằm ngoài mặt cầu $S(I;R)$. Khẳng định nào đây đúng?

A. $IA<R$. **B.** $IA=R$. **C.** $IA>R$. **D.** $IA=2R$.

Câu 5. Môđun của số phức $z=1-3i$ bằng

A. 4. **B.** $\sqrt{7}$. **C.** 10. **D.** $\sqrt{10}$.

Câu 6. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z=5-3i$ có tọa độ là

A. $(-3;5)$. **B.** $(5;3)$. **C.** $(-5;-3)$. **D.** $(5;-3)$.

Câu 7. Cho hình trụ có bán kính đáy $r=4$ và độ dài đường sinh $l=3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 12π. **B.** 24π. **C.** 81π. **D.** 32π.

Câu 8. Phần ảo của số phức $z=1+2i$ là

A. 1. **B.** $2i$. **C.** i. **D.** 2.

Câu 9. Cho a,b,c là các số thực dương tùy ý và $a\neq 1, c\neq 1$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $\log_a \frac{b}{c}=\log_a b-\log_a c$. **B.** $\log_a(bc)=\log_a b+\log_a c$.

C. $\log_a b = \dfrac{\log_c a}{\log_c b}$. **D.** $\log_a b^n = n\log_a b$.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, mặt cầu $(\mathrm{S}):(\mathrm{x}-1)^2+(\mathrm{y}+2)^2+\mathrm{z}^2=1$. Tọa độ tâm của (S) là

A. $(1;-2;1)$. **B.** $(1;2;0)$. **C.** $(1;-2;0)$. **D.** $(-1;2;0)$.

Câu 11. Cho số phức $z=4-7i$. Phần ảo của số phức z bằng

A. -7. **B.** 7. **C.** -4. **D.** 4.

Câu 12. Đạo hàm của hàm số $y=5^x$ là

A. $y'=x5^{x-1}$. **B.** $y'=\dfrac{5^x}{\ln 5}$. **C.** $y'=5.5^x$. **D.** $y'=5^x\ln 5$.

Câu 13. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^{\sqrt{2}}$ là

A. $y'=\sqrt{2}x^{\sqrt{2}}$. **B.** $y'=\sqrt{2}x^{\sqrt{2}-1}$. **C.** $y'=x^{\sqrt{2}-1}$. **D.** $y'=\dfrac{1}{\sqrt{2}}x^{\sqrt{2}-1}$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P):x+2y-3z-1=0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\overrightarrow{n_1}=(1;2;-3)$. **B.** $\overrightarrow{n_3}=(1;-3;1)$. **C.** $\overrightarrow{n_4}=(1;2;3)$. **D.** $\overrightarrow{n_2}=(1;2;-1)$.

Câu 15. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=3$ và công sai $d=2$. Giá trị u_3 bằng

A. 6. **B.** 9. **C.** 11. **D.** 7.

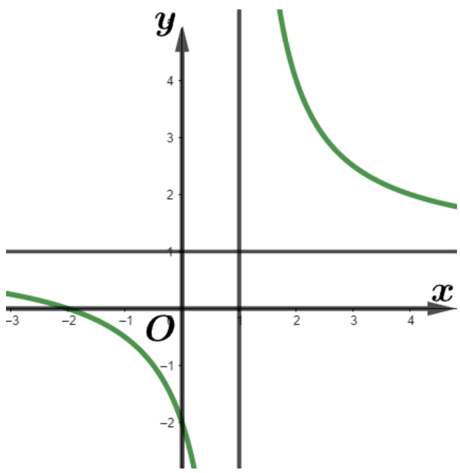
Câu 16. Thể tích của khối trụ có bán kính đáy r và chiều cao h bằng

A. $\dfrac{4}{3}\pi r^2h$. **B.** $\dfrac{1}{3}\pi r^2h$. **C.** $4\pi r^2h$. **D.** πr^2h.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai trục Ox và Oz bằng

A. $90°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $30°$.

Câu 18. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ dưới đây:



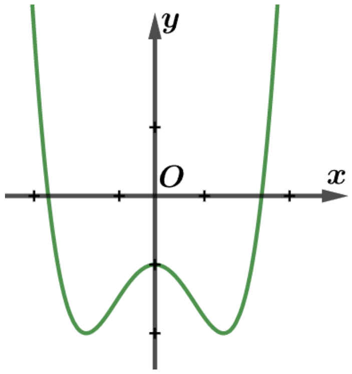
Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là:

A. $(-2;0)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(2;0)$. **D.** $(0;-2)$.

Câu 19. Cho khối lập phương có cạnh bằng $\sqrt{5}$. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng

A. $5\sqrt{5}$. **B.** $3\sqrt{5}$. **C.** $\dfrac{5\sqrt{5}}{3}$. **D.** $4\sqrt{5}$.

Câu 20. Hàm số nào có đồ thị như đường cong trong hình vẽ dưới đây?



A. $y=x^4-3x^2+2$. **B.** $y=x^4-2x^2-1$. **C.** $y=\dfrac{x-3}{x-1}$. **D.** $y=-x^4-2x+1$.

Câu 21. Một tổ có 10 học sinh. Số cách chọn 3 học sinh của tổ đó đi lao động là

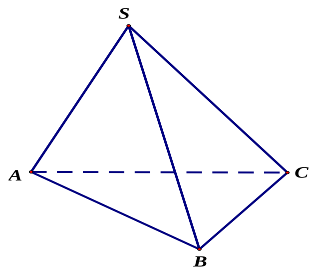
A. 6 **B.** 720 **C.** 120 **D.** 30

Câu 22. Tìm nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=4x-\sin 2x$, biết $F\left(0\right)=\dfrac{3}{2}$

A. $F\left(x\right)=2x^2+\cos 2x+1$ **B.** $F\left(x\right)=2x^2-\cos 2x+\dfrac{3}{2}$

C. $F\left(x\right)=2x^2+\dfrac{1}{2}\cos 2x+1$ **D.** $F\left(x\right)=2x^2-\dfrac{1}{2}\cos 2x+\dfrac{3}{2}$

Câu 23. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng $2a$ và chiều cao bằng $a\sqrt{2}$ (tham khảo hình vẽ dưới đây)



Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $\left(SBC\right)$ bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{14}}{7}$ **B.** $\dfrac{3a\sqrt{21}}{7}$ **C.** $\dfrac{3a\sqrt{14}}{7}$ **D.** $\dfrac{a\sqrt{21}}{7}$

Câu 24. Với các số dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_3\left(\dfrac{3a^2}{b}\right)=1+2\log_3 a+\log_3 b$ **B.** $\log_3\left(\dfrac{3a^2}{b}\right)=1+\dfrac{1}{2}\log_3 a-\log_3 b$

C. $\log_3\left(\dfrac{3a^2}{b}\right)=1+\dfrac{1}{2}\log_3 a+\log_3 b$ **D.** $\log_3\left(\dfrac{3a^2}{b}\right)=1+2\log_3 a-\log_3 b$

Câu 25. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a\sqrt{5}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{\sqrt{5}a^3}{6}$ **B.** $\frac{\sqrt{5}a^3}{4}$ **C.** $\sqrt{5}a^3$ **D.** $\frac{\sqrt{5}a^3}{3}$

Câu 26. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		1		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Giá trị cực tiểu của hàm số $f(x)$ bằng

A. $f(0)$. **B.** $f(1)$. **C.** $f(3)$. **D.** $f(4)$.

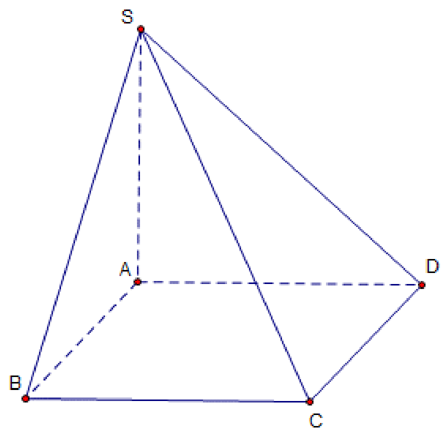
Câu 27. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(2x-1)<2$ là:

A. $\left(\frac{1}{2};\frac{7}{2}\right)$. **B.** $(-\infty;5)$. **C.** $\left(\frac{1}{2};5\right)$. **D.** $\left(-\infty;\frac{7}{2}\right)$.

Câu 28. Một hộp đựng 11 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 11. Chọn ngẫu nhiêu 3 tấm thẻ từ hộp đó. Xác suất để lấy được 3 tấm thẻ sao cho tổng ba số ghi trên 3 tấm thẻ ấy là một số chẵn bằng

A. $\frac{4}{33}$. **B.** $\frac{17}{33}$. **C.** $\frac{15}{33}$. **D.** $\frac{16}{33}$.

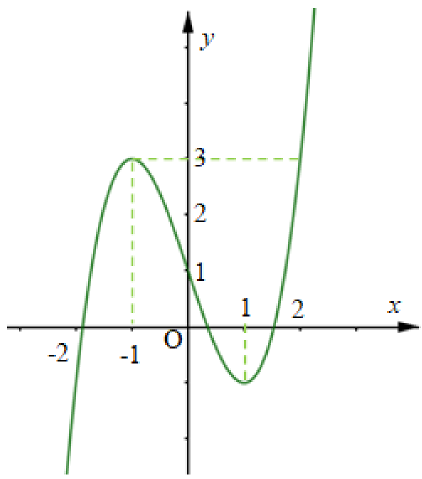
Câu 29. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy và $SD=2a$ *(tham khảo hình vẽ dưới đây).*



Góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $ABCD$ bằng

A. 60°. **B.** 30°. **C.** 90°. **D.** 45°.

Câu 30. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ dưới đây:



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $2f(x)+1=m$ có 3 nghiệm thực phân biệt?

A. 6. **B.** 9. **C.** 7. **D.** 8.

Câu 31. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=(x^2-3x)(1-x)^2$. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây

A. $(3;+\infty)$. **B.** $(0;3)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Câu 32. Nếu $\int_{-2}^{2} f(x)dx=5$ và $\int_{-2}^{2} g(x)dx=-2$ thì $\int_{-2}^{2}[f(x)-3g(x)+2]dx$ bằng

A. 19. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 13.

Câu 33. Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2^2 x+6\log_{\frac{1}{2}} x+5=0$

A. 5. **B.** $\frac{1}{64}$. **C.** 64. **D.** 6.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;3;2)$, $B(0;0;1)$, $C(2;-2;1)$. Phương trình mặt phẳng đi qua điểm A và vuông góc với BC là:

A. $x-y+2=0$. **B.** $x-y-4=0$. **C.** $x-y+z+2=0$. **D.** $x-y+z=0$.

Câu 35. Hàm số $F(x)=e^{5x}$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

A. $f(x)=5xe^{5x}$. **B.** $f(x)=5e^{5x}$. **C.** $f(x)=\frac{1}{5}e^{5x}$. **D.** $f(x)=e^{5x}$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(3;-2;2)$. Điểm đối xứng của A qua trục Oz có tọa độ là

A. $(3;2;-2)$. **B.** $(-3;2;2)$. **C.** $(0;0;2)$. **D.** $(-3;2;-2)$.

Câu 37. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z-1+2i|=|z+i|$ là một đường thẳng có phương trình

A. $x-y+2=0$. **B.** $x-y-2=0$. **C.** $x+y+2=0$. **D.** $x+y-2=0$.

Câu 38. Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường có phương trình lần lượt là $y=x^2-3x$ và $y=0$ quanh trục Ox bằng

A. $\frac{9}{2}$. **B.** $\frac{9}{2}\pi$. **C.** $\frac{81}{10}\pi$. **D.** $\frac{81}{10}$.

Câu 39. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=|3x^4+4x^3-12x^2+2m|$ có 7 điểm cực trị. Số phần tử của S là

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 40. Cho hàm số $y=\left|2x^3-3(2m+2)x^2+6(m^2+m)x-m\right|$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in(-20;20)$ để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0;1)$?

A. 19. **B.** 18. **C.** 20. **D.** 21.

Câu 41. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $2f(x)+f(1-x)=3x^2-6, \forall x\in\mathbb{R}$. Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y=f(x)$ và $y=f'(x)$ và $\frac{a}{b}.\sqrt{5}$ (với $a,b\in\mathbb{N}^*$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Khi đó giá trị của hiệu $a-b$ bằng

A. -20. **B.** 20. **C.** 23. **D.** 17

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;-1)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-1}$. Viết phương trình mặt phẳng chứa d và cách A một khoảng lớn nhất

A. $x+2y+4z+7=0$. **B.** $x-2y+4z+7=0$.

C. $x+2y-4z-9=0$. **D.** $x+4y+3z+5=0$

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Mặt bên SAD là tam giác đều cạnh $a\sqrt{3}$. ACD là tam giác vuông tại A có cạnh $AC=a$, góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (SAD) bằng 60^0. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. a^3. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{2}$. **C.** $\dfrac{3a^3}{4}$. **D.** $\dfrac{3a^3}{2}$.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x),G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $2F(11)+G(11)=55$ và $2F(-1)+G(-1)=1$ Khi đó $\int\limits_0^2 x\left(2+f\left(3x^2-1\right)\right)dx$ bằng

A. 7. **B.** 20. **C.** 5. **D.** 22.

Câu 45. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\log_3\dfrac{x^2-9}{125}\le\log_5\dfrac{x^2-9}{27}$?

A. 58. **B.** 112. **C.** 110. **D.** 117.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt cầu (S_1): $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=36$; (S_2): $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=49$ và điểm $A(7;2;-5)$. Xét đường thẳng Δ di động nhưng luôn tiếp xúc với (S_1) đồng thời cắt (S_2) tại hai điểm B,C phân biệt. Diện tích lớn nhất của tam giác ABC bằng

A. $20\sqrt{13}$. **B.** $16\sqrt{13}$. **C.** $8\sqrt{13}$. **D.** $18\sqrt{13}$.

Câu 47. Cho số thực a thỏa mãn giá trị lớn nhất của biểu thức $\left|\ln\left(x^2+1\right)-\dfrac{x^2}{2}-a\right|$ trên đoạn $[0;4]$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó, giá trị của a thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(-4;-3)$. **B.** $(-3;-2)$. **C.** $(-2;-1)$. **D.** $(-1;0)$.

Câu 48. Cho hai mặt cầu (S_1) và (S_2) đồng tâm I, có bán kính lần lượt là $R_1=2$ và $R_2=\sqrt{10}$. Xét tứ diện $ABCD$ có hai đỉnh A,B nằm trên (S_1) và hai đỉnh C,D nằm trên (S_2). Thể tích lớn nhất của khối tứ diện $ABCD$ bằng

A. $6\sqrt{2}$. **B.** $3\sqrt{2}$. **C.** $4\sqrt{2}$. **D.** $7\sqrt{2}$.

Câu 49. Xét các số phức z thỏa mãn $|z-i|=2$. Biết rằng biểu thức $P=|z+3i|+2|z-5-i|$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $z=x+yi(x,y\in\mathbb{R})$. Khi đó, giá trị của hiệu $x-y$ bằng

A. $\dfrac{-2-2\sqrt{79}}{13}$. **B.** $\dfrac{2+2\sqrt{79}}{13}$. **C.** $\dfrac{-2+2\sqrt{79}}{13}$. **D.** $\dfrac{2-2\sqrt{79}}{13}$.

Câu 50. Xét các số thực x,y sao cho $4\log_3 a^{(\log,a-2x+2)}-\left(y^2-25\right)\log_{\sqrt{3}}4\ge 0$ luôn đúng với mọi $a>0$. Hỏi có tối đa bao nhiêu giá trị nguyên cuả biểu thức $F=x^2+y^2-2x-14y+51$?

A. 139. **B.** 141. **C.** 140. **D.** 138.

☙ HẾT ❧

BẢNG ĐÁP ÁN

1D	2D	3B	4C	5D	6D	7A	8D	9C	10C	11A	12D	13B	14A	15D
16D	17A	18D	19A	20B	21C	22C	23C	24D	25D	26D	27C	28B	29A	30C
31B	32A	33C	34A	35B	36D	37B	38C	39C	40C	41D	42A	43D	44A	45C
46B	47B	48A	49B	50B										

HƯỚNG DẪN GIẢI.

Câu 1. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau :

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	-	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	3	$\nearrow$	4	$\searrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-1)$ **B.** $(0;1)$ **C.** $(-1;1)$ **D.** $(1;+\infty)$

Lời giải

Chọn D

Câu 2. Biết $\int\limits_1^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x=3$ và $\int\limits_1^2 g\left(x\right)\mathrm{d}x=-4$. Khi đó $\int\limits_1^2\left[f\left(x\right)-g\left(x\right)\right]\mathrm{d}x$ bằng?

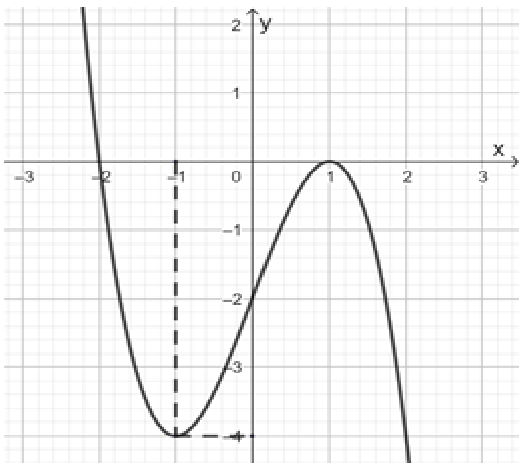
A. -1. **B.** 1. **C.** -7. **D.** 7.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int\limits_1^2\left[f\left(x\right)-g\left(x\right)\right]\mathrm{d}x=\int\limits_1^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x-\int\limits_1^2 g\left(x\right)\mathrm{d}x=3-(-4)=7$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ dưới đây.



Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là

A. $(-4;-1)$ **B.** $(-1;-4)$ **C.** $(0;-2)$ **D.** $(1;0)$

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(-1;-4)$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm A nằm ngoài mặt cầu $S(I;R)$. Khẳng định nào đây đúng?

A. $IA < R$. **B.** $IA = R$. **C.** $IA > R$. **D.** $IA = 2R$.

Lời giải

Chọn C

Câu 5. Môđun của số phức $z = 1-3i$ bằng

A. 4. **B.** $\sqrt{7}$. **C.** 10. **D.** $\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $|1-3i| = \sqrt{1^2+(-3)^2} = \sqrt{10}$.

Câu 6. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = 5-3i$ có tọa độ là

A. $(-3;5)$. **B.** $(5;3)$. **C.** $(-5;-3)$. **D.** $(5;-3)$.

Lời giải

Chọn D

Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = 5-3i$ có tọa độ là $(5;-3)$.

Câu 7. Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 4$ và độ dài đường sinh $l = 3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 12π. **B.** 24π. **C.** 81π. **D.** 32π.

Lời giải

Chọn A

Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng $S_{xq} = \pi rl = 12\pi$.

Câu 8. Phần ảo của số phức $z = 1+2i$ là

A. 1. **B.** $2i$. **C.** i. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Phần ảo của số phức $z = 1+2i$ là 2.

Câu 9. Cho a,b,c là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1, c \neq 1$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $\log_a \dfrac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$. **B.** $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$.

C. $\log_a b = \dfrac{\log_c a}{\log_c b}$. **D.** $\log_a b^n = n\log_a b$.

Lời giải

Chọn C

Mệnh đề $\log_a b = \dfrac{\log_c a}{\log_c b}$ sai. Mệnh đề đúng là $\log_a b = \dfrac{\log_c b}{\log_c a}$.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 1$. Tọa độ tâm của (S) là

A. $(1;-2;1)$. **B.** $(1;2;0)$. **C.** $(1;-2;0)$. **D.** $(-1;2;0)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 11. Cho số phức $z=4-7i$. Phần ảo của số phức z bằng

A. -7. **B.** 7. **C.** -4. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Câu 12. Đạo hàm của hàm số $y=5^x$ là

A. $y'=x5^{x-1}$. **B.** $y'=\frac{5^x}{\ln 5}$. **C.** $y'=5.5^x$. **D.** $y'=5^x\ln 5$.

Lời giải

Chọn D

Câu 13. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^{\sqrt{2}}$ là

A. $y'=\sqrt{2}x^{\sqrt{2}}$. **B.** $y'=\sqrt{2}x^{\sqrt{2}-1}$. **C.** $y'=x^{\sqrt{2}-1}$. **D.** $y'=\frac{1}{\sqrt{2}}x^{\sqrt{2}-1}$.

Lời giải

Chọn B

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x+2y-3z-1=0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\overrightarrow{n_1}=(1;2;-3)$. **B.** $\overrightarrow{n_3}=(1;-3;1)$. **C.** $\overrightarrow{n_4}=(1;2;3)$. **D.** $\overrightarrow{n_2}=(1;2;-1)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 15. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=3$ và công sai $d=2$. Giá trị u_3 bằng

A. 6. **B.** 9. **C.** 11. **D.** 7.

Lời giải

Chọn D

$u_3=u_1+2d=7$.

Câu 16. Thể tích của khối trụ có bán kính đáy r và chiều cao h bằng

A. $\frac{4}{3}\pi r^2h$. **B.** $\frac{1}{3}\pi r^2h$. **C.** $4\pi r^2h$. **D.** πr^2h.

Lời giải

Chọn D

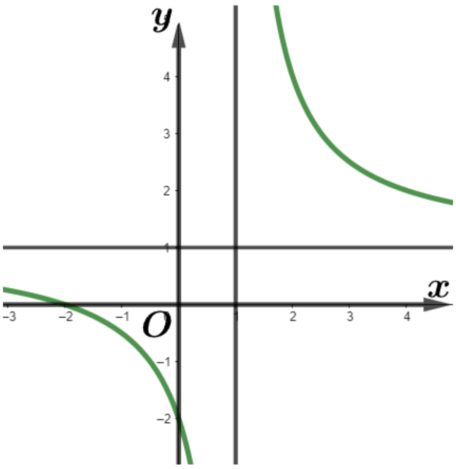
Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai trục Ox và Oz bằng

A. $90°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $30°$.

Lời giải

Chọn A

Câu 18. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ dưới đây:



Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là:

A. $(-2;0)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(2;0)$. **D.** $(0;-2)$.

Lời giải

Chọn D

Ta thấy đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tọa độ $(0;-2)$.

Câu 19. Cho khối lập phương có cạnh bằng $\sqrt{5}$. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng

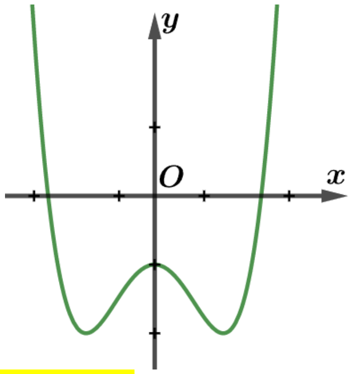
A. $5\sqrt{5}$. **B.** $3\sqrt{5}$. **C.** $\frac{5\sqrt{5}}{3}$. **D.** $4\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối lập phương $V=\left(\sqrt{5}\right)^3=5\sqrt{5}.$

Câu 20. Hàm số nào có đồ thị như đường cong trong hình vẽ dưới đây?



A. $y=x^4-3x^2+2$. **B.** $y=x^4-2x^2-1$. **C.** $y=\frac{x-3}{x-1}$. **D.** $y=-x^4-2x+1$.

Lời giải

Chọn B

Ta thấy đồ thị hàm số nhận trục Oy làm trục đối xứng nên loại đáp án C

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$ nên loại đáp án D

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ -1 nên loại A

Vậy chọn đáp án B

Câu 21. Một tổ có 10 học sinh. Số cách chọn 3 học sinh của tổ đó đi lao động là

A. 6 **B.** 720 **C.** 120 **D.** 30

Lời giải

Chọn C

Số cách chọn 3 học sinh là số tổ hợp chập 3 của 10 phần tử

Suy ra số cách chọn là $C_{10}^3 = 120$

Câu 22. Tìm nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)= 4x - \sin 2x$, biết $F\left(0\right)= \frac{3}{2}$

A. $F\left(x\right)= 2x^2 + \cos 2x + 1$ **B.** $F\left(x\right)= 2x^2 - \cos 2x + \frac{3}{2}$

C. $F\left(x\right)= 2x^2 + \frac{1}{2}\cos 2x + 1$ **D.** $F\left(x\right)= 2x^2 - \frac{1}{2}\cos 2x + \frac{3}{2}$

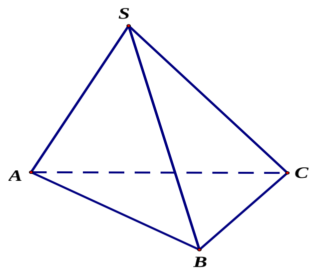
Lời giải

Chọn C

Ta có $F(x) = 2x^2 + \frac{1}{2}\cos 2x + C$ mà $F(0) = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} + C = \frac{3}{2} \Leftrightarrow C = 1$

Vậy $F(x) = 2x^2 + \frac{1}{2}\cos 2x + 1$

Câu 23. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng $2a$ và chiều cao bằng $a\sqrt{2}$ (tham khảo hình vẽ dưới đây)

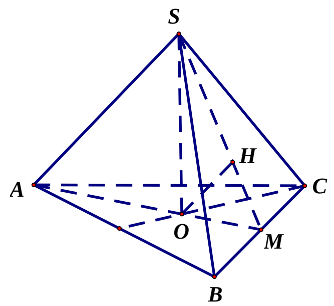


Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{a\sqrt{14}}{7}$ **B.** $\frac{3a\sqrt{21}}{7}$ **C.** $\frac{3a\sqrt{14}}{7}$ **D.** $\frac{a\sqrt{21}}{7}$

Lời giải

Chọn C



Gọi O là hình chiếu vuông góc của S lên (ABC). Vì $SA = SB = SC$ suy ra $OA = OB = OC$. Suy ra O là tâm đường tròn ngoại tiếp $S.ABC$.

SO là đường cao của hình chóp, gọi M là trung điểm BC

Từ kẻ $OH \perp SM$ tại H (1)

Mà $BC \perp (SOM) \Rightarrow BC \perp OH$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $OH \perp (SBC) \Rightarrow d(O,(SBC)) = OH$

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông có OH là đường cao

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OM^2} \Rightarrow OH = \frac{a\sqrt{14}}{7} \Rightarrow d(A,(SBC)) = 3OH = \frac{3a\sqrt{14}}{7}$$

Câu 24. Với các số dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_3\left(\frac{3a^2}{b}\right)=1+2\log_3 a+\log_3 b$ **B.** $\log_3\left(\frac{3a^2}{b}\right)=1+\frac{1}{2}\log_3 a-\log_3 b$

C. $\log_3\left(\frac{3a^2}{b}\right)=1+\frac{1}{2}\log_3 a+\log_3 b$ **D.** $\log_3\left(\frac{3a^2}{b}\right)=1+2\log_3 a-\log_3 b$

Lời giải

Chọn D

$$\log_3\left(\frac{3a^2}{b}\right)=\log_3\left(3a^2\right)-\log_3 b=\log_3 3+\log_3 a^2-\log_3 b$$

$$=1+2\log_3 a-\log_3 b$$

Câu 25. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a\sqrt{5}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{\sqrt{5}a^3}{6}$ **B.** $\frac{\sqrt{5}a^3}{4}$ **C.** $\sqrt{5}a^3$ **D.** $\frac{\sqrt{5}a^3}{3}$

Lời giải

Chọn D

Áp dụng công thức tính thể tích hình chóp, ta có

$$V=\frac{1}{3}S_{ABCD}.SA=\frac{1}{3}a^2a\sqrt{5}=\frac{a^3\sqrt{5}}{3}$$

Câu 26. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		1		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Giá trị cực tiểu của hàm số $f(x)$ bằng

A. $f(0)$. **B.** $f(1)$. **C.** $f(3)$. **D.** $f(4)$.

Lời giải

Chọn D

Giá trị cực tiểu của hàm số $f(x)$ bằng $f(4)$

Câu 27. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(2x-1)<2$ là:

A. $\left(\frac{1}{2};\frac{7}{2}\right)$. **B.** $(-\infty;5)$. **C.** $\left(\frac{1}{2};5\right)$. **D.** $\left(-\infty;\frac{7}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$$\log_3(2x-1)<2 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1>0 \\ 2x-1<3^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>\dfrac{1}{2} \\ x<5 \end{cases} \Leftrightarrow \dfrac{1}{2}<x<5.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $S=\left(\dfrac{1}{2};5\right)$

Câu 28. Một hộp đựng 11 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 11. Chọn ngẫu nhiêu 3 tấm thẻ từ hộp đó. Xác suất để lấy được 3 tấm thẻ sao cho tổng ba số ghi trên 3 tấm thẻ ấy là một số chẵn bằng

A. $\dfrac{4}{33}$. **B.** $\dfrac{17}{33}$. **C.** $\dfrac{15}{33}$. **D.** $\dfrac{16}{33}$.

Lời giải

Chọn B

Không gian mẫu là số cách lấy ngẫu nhiên 6 chiếc thẻ từ 11 chiếc thẻ.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{11}^3=165$.

Gọi A là biến cố: " tổng số ghi trên 3 tấm thẻ ấy là một số chẵn"

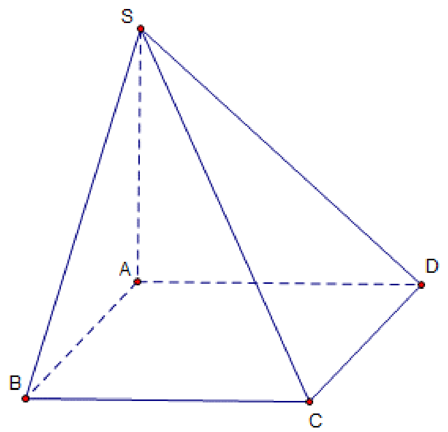
Từ 1 đến 11 có 6 số lẻ $\{1;3;5;7;9;11\}$ và 5 số chẵn $\{2;4;6;8;10\}$. Để có tổng là một số chẵn ta có 3 trường hợp.

Trường hợp 1: Chọn được 1 thẻ mang số chẵn và 2 thẻ mang số lẻ có: $5C_6^2=75$ cách.

Trường hợp 2: Chọn được 3 thẻ mang số chẵn có: $C_5^3=10$ cách.

Do đó $n(A)=75+10=85$. Vậy $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{85}{165}=\dfrac{17}{33}$.

Câu 29. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy và $SD=2a$ *(tham khảo hình vẽ dưới đây).*



Góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $ABCD$ bằng

A. 60°. **B.** 30°. **C.** 90°. **D.** 45°.

Lời giải

Chọn A

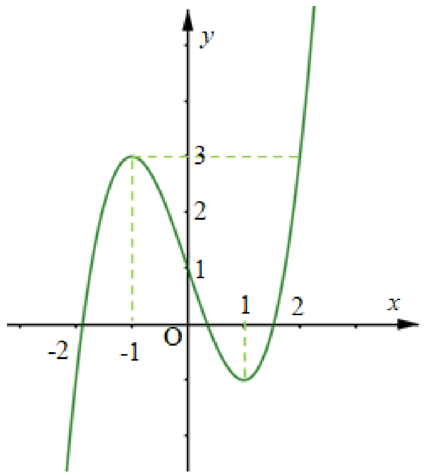
Ta có: $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp SD$.

Do $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SD \end{cases}$

nên góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ là góc giữa AD và SD là góc SDA.

$\cos SDA = \frac{AD}{SD} = \frac{a}{2a} = \frac{1}{2} \Rightarrow SDA = 60^{\circ}$

Câu 30. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ dưới đây:



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $2f(x)+1=m$ có 3 nghiệm thực phân biệt?

A. 6. **B.** 9. **C.** 7. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $2f(x)+1=m \Leftrightarrow f(x)=\frac{m-1}{2}$

Để phương trình $2f(x)+1=m$ có ba nghiệm thực phân biệt thì: $-1<\frac{m-1}{2}<3 \Leftrightarrow -2<m-1<6 \Leftrightarrow -1<m<7$

Do $m \in \mathbb{Z}$ $m \in \{0;1;2;3;4;5;6\}$ nên có 7 giá trị nguyên m

Phát hành từ website Tailieuchuan.vn

Câu 31. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=(x^2-3x)(1-x)^2$. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây

A. $(3;+\infty)$. **B.** $(0;3)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Lời giải

Chọn B

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow (x^2-3x)(1-x)^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=3 \end{array}\right.$$

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$		0		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Vậy hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;3)$.

Câu 32. Nếu $\int_{-2}^{2} f(x)dx = 5$ và $\int_{-2}^{2} g(x)dx = -2$ thì $\int_{-2}^{2} [f(x) - 3g(x) + 2]dx$ bằng

A. 19. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 13.

Lời giải

Chọn A

$$\int_{-2}^{2} [f(x) - 3g(x) + 2]dx = \int_{-2}^{2} f(x)dx - 3\int_{-2}^{2} g(x)dx + 2\int_{-2}^{2} dx = 5 - 3.(-2) + 2x\Big|_{-2}^{2} = 19.$$

Câu 33. Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2^2 x + 6\log_{\frac{1}{2}} x + 5 = 0$

A. 5. **B.** $\frac{1}{64}$. **C.** 64. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

Đk: $x > 0$.

$$\log_2^2 x + 6\log_{\frac{1}{2}} x + 5 = 0 \Leftrightarrow \log_2^2 x - 6\log_2 x + 5 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_2 x = 1 \\ \log_2 x = 5 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = 32 \end{array}\right.$$

Vậy tích các nghiệm của phương trình là: 64.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;3;2)$, $B(0;0;1)$, $C(2;-2;1)$. Phương trình mặt phẳng đi qua điểm A và vuông góc với BC là:

A. $x - y + 2 = 0$. **B.** $x - y - 4 = 0$. **C.** $x - y + z + 2 = 0$. **D.** $x - y + z = 0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\overrightarrow{BC}(2;-2;0)$

Mặt phẳng phẳng đi qua điểm A và vuông góc với BC nên nhận $\overrightarrow{BC}(2;-2;0)$ là véc tơ pháp tuyến

Phương trình mp là: $2(x-1) - 2(y-3) + 0(z-2) = 0 \Leftrightarrow x - y + 2 = 0$.

Câu 35. Hàm số $F(x) = e^{5x}$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

A. $f(x)=5xe^{5x}$. **B.** $f(x)=5e^{5x}$. **C.** $f(x)=\frac{1}{5}e^{5x}$. **D.** $f(x)=e^{5x}$.

Lời giải

Chọn B

$f(x)=F'(x)=(e^{5x})'=5e^{5x}$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(3;-2;2)$. Điểm đối xứng của A qua trục Oz có tọa độ là

A. $(3;2;-2)$. **B.** $(-3;2;2)$. **C.** $(0;0;2)$. **D.** $(-3;2;-2)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 37. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z-1+2i|=|z+i|$ là một đường thẳng có phương trình

A. $x-y+2=0$. **B.** $x-y-2=0$. **C.** $x+y+2=0$. **D.** $x+y-2=0$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $z=x+yi$ với $x,y\in\mathbb{R}$

Ta có $|z-1+2i|=|z+i|$

$\Leftrightarrow \sqrt{(x-1)^2+(y+2)^2}=\sqrt{x^2+(y+1)^2}$

$\Leftrightarrow 2x-2y-4=0$

$\Leftrightarrow x-y-2=0$.

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z-1+2i|=|z+i|$ là một đường thẳng có phương trình $x-y-2=0$.

Câu 38. Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường có phương trình lần lượt là $y=x^2-3x$ và $y=0$ quanh trục Ox bằng

A. $\frac{9}{2}$. **B.** $\frac{9}{2}\pi$. **C.** $\frac{81}{10}\pi$. **D.** $\frac{81}{10}$.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $x^2-3x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x=3\end{array}\right.$.

Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường có phương trình lần lượt là $y=x^2-3x$ và $y=0$ quanh trục Ox là: $\pi\int_0^3 (x^2-3x)^2\,dx=\frac{81}{10}\pi$.

Câu 39. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=|3x^4+4x^3-12x^2+2m|$ có 7 điểm cực trị. Số phần tử của S là

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số: $f(x)=3x^4+4x^3-12x^2+2m$, $f'(x)=12x^3+12x^2-24x$

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-2 \\ x=0 \end{array}\right.$$

Do đó hàm số $f(x)=3x^4+4x^3-12x^2+2m$ luôn có ba điểm cực trị với mọi giá trị của tham số m.

Khi đó để hàm số $y=|f(x)|$ có 7 điểm cực trị thì đồ thị hàm số $f(x)=3x^4+4x^3-12x^2+2m$ phải cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt có hoành độ khác $-1;0;2$.

Khi đó phương trình $3x^4+4x^3-12x^2+2m=0$ phải có bốn nghiệm phân biệt khác $-1;0;2$

Xét phương trình: $3x^4+4x^3-12x^2+2m=0 \Leftrightarrow -2m=3x^4+4x^3-12x^2$

Đặt $h(x)=3x^4+4x^3-12x^2$, $h'(x)=12x^3+12x^2-24x$

$$h'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-2 \\ x=0 \end{array}\right.$$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $h(x)=3x^4+4x^3-12x^2$

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-32	$\nearrow$	0	$\searrow$	-5	$\nearrow$	$+\infty$

Để $-2m=3x^4+4x^3-12x^2$ có bốn nghiệm phân biệt ta có: $-5<-2m<0 \Leftrightarrow \dfrac{5}{2}<m<0$.

Vậy $S=\{1;2\}$.

Câu 40. Cho hàm số $y=\left|2x^3-3(2m+2)x^2+6\left(m^2+m\right)x-m\right|$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in(-20;20)$ để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0;1)$?

A. 19. **B.** 18. **C.** 20. **D.** 21.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $f(x)=2x^3-3(2m+2)x^2+6\left(m^2+m\right)x-m$

$\Rightarrow f'(x)=6\left[x^2-(2m+2)x+m^2+m\right]$, $\Delta'=m+1$

□Trường hợp 1: $m+1\le 0 \Leftrightarrow m\le -1$ suy ra $f'(x)\ge 0$ $\forall x\in$□

Vậy để hàm số $y=|f(x)|$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$ khi và chỉ khi $\begin{cases} m\le -1 \\ f(0)\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\le -1 \\ -m\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow m\le -1$

Kết hợp với điều kiện $m\in Z;m\in(-20\;;20)$ ta được $m\in\{-19;-18;-17;\cdots;-3;-2;-1\}$.

Ta có 19 giá trị của m thoả mãn yêu cầu bài toán (1)

□Trường hợp 2: $m+1>0\Leftrightarrow m>-1$ khi đó $f'(x)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=m+1-\sqrt{m+1} \\ x=m+1+\sqrt{m+1} \end{array}\right.$

Bảng xét dấu $f'(x)$

x	$-\infty$		$m+1-\sqrt{m+1}$		$m+1+\sqrt{m+1}$		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	

Vậy để hàm số $y=|f(x)|$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$ khi đó ta có các trường hợp sau

□TH 2.1 $\begin{cases} m+1-\sqrt{m+1}\ge 1 \\ f(0)\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\ge \sqrt{m+1} \\ m\le 0 \end{cases} \quad VN$

□TH2.2 $\begin{cases} m+1-\sqrt{m+1}\le 0 \\ m+1+\sqrt{m+1}\ge 1 \\ f(0)\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{m+1}-1\le 0 \\ \sqrt{m+1}\ge -m \\ -m\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow m=0$

□TH2.3 $\begin{cases} m+1+\sqrt{m+1}\le 0 \\ f(0)\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{m+1}+1\le 0 \\ -m\ge 0 \end{cases} VN$

Kết hợp với điều kiện ta được: $m=0$. Do $m\in Z;m\in(-20\;;20)$ Ta có 1 giá trị của m thoả mãn yêu cầu bài toán (2).

Từ (1) và (2) suy ra: có tất cả có 20 giá trị của m thoả mãn yêu cầu bài toán.

Câu 41. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $2f(x)+f(1-x)=3x^2-6,\forall x\in\mathbb{R}$. Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y=f(x)$ và $y=f'(x)$ và $\frac{a}{b}.\sqrt{5}$ (với $a,b\in\mathbb{N}^*$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Khi đó giá trị của hiệu $a-b$ bằng

A. -20. **B.** 20. **C.** 23. **D.** 17

Lời giải

Chọn D

Ta có $\begin{cases}2f(x)+f(1-x)=3x^2-6\\2f(1-x)+f(x)=3(1-x)^2-6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4f(x)+2f(1-x)=6x^2-12\\2f(1-x)+f(x)=3x^2-6x-3\end{cases}$.

$\Rightarrow 3f(x)=3x^2+6x-9\Rightarrow f(x)=x^2+2x-3\Rightarrow f'(x)=2x+2$

Ta có phương trình hoành độ giao điểm $x^2+2x-3=2x+2\Leftrightarrow x=\pm\sqrt{5}$

$\Rightarrow S=\int_{-\sqrt{5}}^{\sqrt{5}}\left|x^2-5\right|\mathrm{d}x=\frac{20\sqrt{5}}{3}\Rightarrow a-b=20-3=17$.

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;-1)$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+2}{-1}$. Viết phương trình mặt phẳng chứa d và cách A một khoảng lớn nhất

A. $x+2y+4z+7=0$.

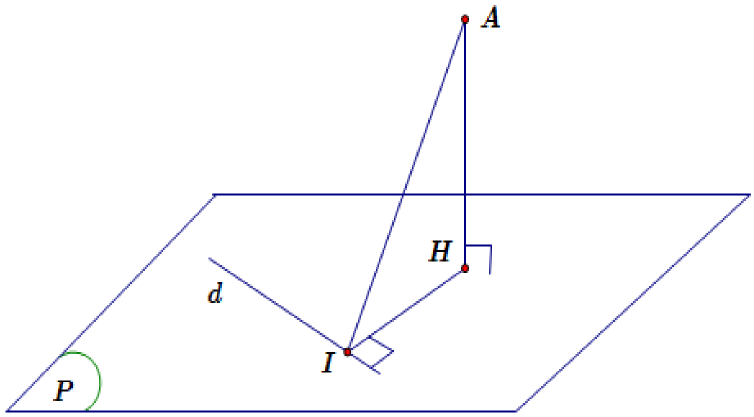
B. $x-2y+4z+7=0$.

C. $x+2y-4z-9=0$.

D. $x+4y+3z+5=0$

Lời giải

Chọn A



Gọi (P) phương trình mặt phẳng chứa d và cách A một khoảng lớn nhất

Gọi H,I lần lượt là hình chiếu của A lên mặt phẳng (P) và đường thẳng d.

Ta có $I=(1+2t;t;-2-t)\in d\Rightarrow\overrightarrow{AI}=(2t-1;t-1;-t-1)$.

Mặt khác $\overrightarrow{AI}.\overrightarrow{u_d}=0\Rightarrow t=\frac{1}{3}\Rightarrow\begin{cases}I=\left(\frac{5}{3};\frac{1}{3};-\frac{7}{3}\right)\\\overrightarrow{AI}=\left(-\frac{1}{3};-\frac{2}{3};\frac{-4}{3}\right)\end{cases}\Rightarrow\overrightarrow{AI}=(1;2;4)$

Mặt khác $d(A,(P))=AH\le AI\Rightarrow d(A,(P))_{\max}=AI$

Dấu $'='$ xảy ra khi $H\equiv I\Rightarrow\overrightarrow{n_{(P)}}=\overrightarrow{AI}=(1;2;4)$

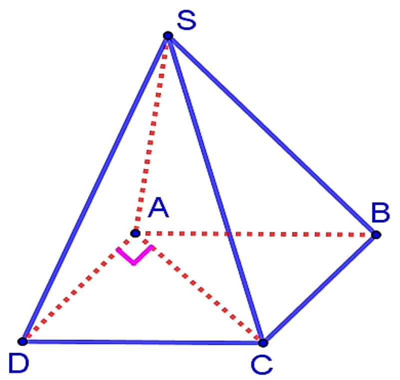
$\Rightarrow$ Phương trình mặt phẳng (P): $x+2y+4z+7=0$.

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Mặt bên SAD là tam giác đều cạnh $a\sqrt{3}$. ACD là tam giác vuông tại A có cạnh $AC = a$, góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (SAD) bằng 60^0. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. a^3. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. **C.** $\frac{3a^3}{4}$. **D.** $\frac{3a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn D



Xét tam giác vuông ACD có $CD = \sqrt{AD^2 + AC^2} = \sqrt{\left(a\sqrt{3}\right)^2 + a^2} = 2a \Rightarrow AB = 2a$.

Ta có $d\left(B,(SAD)\right) = AB.\sin 60° = a\sqrt{3}$.

Ta có $V_{S.ABD} = V_{B.SAD} = \frac{1}{3}.S_{\Delta SAD}.d\left(B;(SAD)\right) = \frac{1}{3}.\frac{\left(a\sqrt{3}\right)^2\sqrt{3}}{4}.a\sqrt{3} = \frac{3a^3}{4}$.

Ta có $V_{S.ABCD} = 2.V_{S.ABD} = \frac{3a^3}{2}$.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x), G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $2F(11) + G(11) = 55$ và $2F(-1) + G(-1) = 1$ Khi đó $\int_0^2 x\left(2 + f\left(3x^2 - 1\right)\right)dx$ bằng

A. 7. **B.** 20. **C.** 5. **D.** 22.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int_0^2 x\left(2 + f\left(3x^2-1\right)\right)dx = \int_0^2 2x dx + \int_0^2 xf\left(3x^2-1\right)dx = 4 + \int_0^2 xf\left(3x^2-1\right)dx = 4 + I$.

Đặt $t = 3x^2 - 1 \Rightarrow dt = 6xdx \Rightarrow \frac{1}{6}dt = xdx$.

Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow t = -1$; $x = 2 \Rightarrow t = 11$.

Suy ra $I = \frac{1}{6}\int_{-1}^{11} f(t)dt = \frac{1}{6}\int_{-1}^{11} f(x)dx = \frac{1}{6}\left(F(11) - F(-1)\right)$.

Vì $F(x), G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ $\Rightarrow F(x) = G(x) + C$.

Suy ra $F(11) - F(-1) = G(11) - G(-1)$.

Ta có $\begin{cases} 2F(11) + G(11) = 55 \\ 2F(-1) + G(-1) = 1 \end{cases} \Rightarrow 2\left(F(11) - F(-1)\right) + G(11) - G(-1) = 54$

$\Rightarrow 3\left(F(11) - F(-1)\right) = 54 \Rightarrow F(11) - F(-1) = 18$.

Suy ra $I = 3$. Vậy $\int_0^2 x\left(2 + f\left(3x^2-1\right)\right)dx = 4 + 3 = 7$.

Câu 45. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\log_3 \frac{x^2-9}{125} \le \log_5 \frac{x^2-9}{27}$?

A. 58. **B.** 112. **C.** 110. **D.** 117.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x^2-9>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>3 \\ x<-3 \end{array}\right.$.

Ta có: $\log_3 \frac{x^2-9}{125} \le \log_5 \frac{x^2-9}{27} \Rightarrow \log_3\left(x^2-9\right)-3\log_3 5 \le \log_5\left(x^2-9\right)-\frac{3}{\log_3 5}$

$\Rightarrow \log_3\left(x^2-9\right)-\frac{\log_3\left(x^2-9\right)}{\log_3 5} \le 3\log_3 5-\frac{3}{\log_3 5} \Rightarrow \left(1-\frac{1}{\log_3 5}\right)\log_3\left(x^2-9\right) \le 3\log_3 5-\frac{3}{\log_3 5}$

$\Rightarrow \left(\log_3 5-1\right)\log_3\left(x^2-9\right) \le 3\left(\log_3^2 5-1\right) \Rightarrow \log_3\left(x^2-9\right) \le 3\left(\log_3 5+1\right) \Rightarrow \log_3\left(x^2-9\right) \le 3\log_3 15$

$\Rightarrow x^2-9 \le 15^3 \Rightarrow x^2-3384 \le 0 \Rightarrow -6\sqrt{94} \le x \le 6\sqrt{94}.$

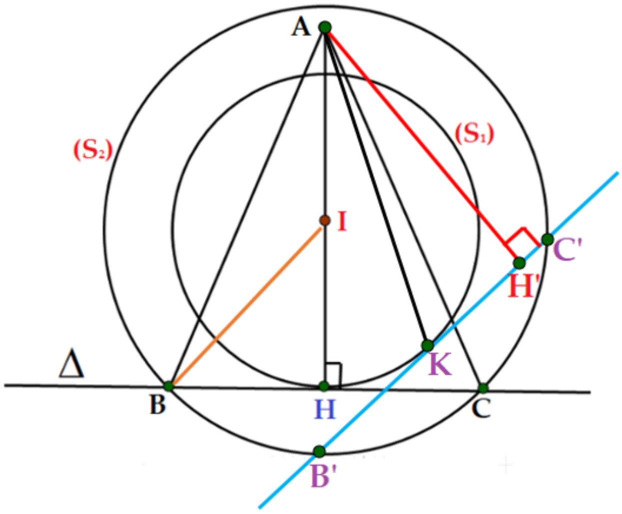
Kết hợp với điều kiện và yêu cầu bài toán là x nguyên nên có $x \in \left\{\pm 4; \pm 5; ...; \pm 58\right\} \Rightarrow$ có 110 giá trị thỏa mãn bài toán.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt cầu (S_1): $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=36$; (S_2): $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=49$ và điểm $A(7;2;-5)$. Xét đường thẳng Δ di động nhưng luôn tiếp xúc với (S_1) đồng thời cắt (S_2) tại hai điểm B,C phân biệt. Diện tích lớn nhất của tam giác ABC bằng

A. $20\sqrt{13}$. **B.** $16\sqrt{13}$. **C.** $8\sqrt{13}$. **D.** $18\sqrt{13}$.

Lời giải

Chọn B



Mặt cầu (S_1): $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=36$ có tâm $I(1;2;3)$, bán kính $R_1=6$.

Mặt cầu (S_2): $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=49$ có tâm $I(1;2;3)$, bán kính $R_2=7$.

Suy ra 2 mặt cầu trên đồng tâm. Dễ kiểm tra được điểm $A(7;2;-5)$ nằm ngoài (S_1) và nằm trong (S_2).

Gọi H là giao điểm của đường thẳng IA với mặt cầu (S_1) (H không thuộc đoạn IA).

Trong tam giác BIH vuông tại H có: $BH=\sqrt{BI^2-HI^2}=\sqrt{7^2-6^2}=\sqrt{13}\Rightarrow BC=2\sqrt{3}$.

Giả sử Δ tiếp xúc với (S_1) tại tiếp điểm $K\neq H$ và cắt (S_2) tại hai điểm B',C' khác B,C $\Rightarrow B'C'=BC=2\sqrt{13}$. Ta có: $AH'\leq AK\leq AH$.

Gọi H' là hình chiếu của A lên Δ khi đó. Ta có: $S_{\Delta AB'C'}=\frac{1}{2}AH'.B'C'=\frac{1}{2}AH'.2\sqrt{13}=AH'\sqrt{13}\leq AH\sqrt{13}\Rightarrow\left(S_{\Delta AB'C'}\right)_{\max}=AH\sqrt{13}\Leftrightarrow H'\equiv H$.

$\Rightarrow$ Diện tích tam giác ABC lớn nhất khi Δ tiếp xúc với (S_1) tại tiếp điểm H.

Ta có: $\overrightarrow{IA}=(6;0;-8)\Rightarrow IA=10.$

Phương trình đường thẳng IA: $\begin{cases}x=1+3t\\y=2\\z=3-4t\end{cases}$, $H\in AI\Rightarrow H(1+3t;2;3-4t)$.

$H\in(S_1)\Rightarrow(1+3t-1)^2+(2-2)^2+(3-4t-3)^2=36\Leftrightarrow t^2=\frac{36}{25}\Leftrightarrow t=\pm\frac{6}{5}.$

Với $t=\frac{6}{5}$ điểm $H\left(\frac{23}{5};2;\frac{-9}{5}\right)\Rightarrow AH=16>10=IA\Rightarrow H$ là điểm cần tìm.

Diện tích lớn nhất của tam giác ABC là: $S=\frac{1}{2}AH.BC=\frac{1}{2}.16.2\sqrt{13}=16\sqrt{13}.$

Câu 47. **Cho số thực a thỏa mãn giá trị lớn nhất của biểu thức $\left|\ln\left(x^2+1\right)-\frac{x^2}{2}-a\right|$ trên đoạn $[0;4]$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó, giá trị của a thuộc khoảng nào dưới đây?**

A. $(-4;-3)$. **B.** $(-3;-2)$. **C.** $(-2;-1)$. **D.** $(-1;0)$.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $f(x)=\ln\left(x^2+1\right)-\frac{x^2}{2}-a$ trên đoạn $[0;4]$.

Ta có $f'(x)=\frac{2x}{x^2+1}-x$; $f'(x)=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\in[0;4]\\x=1\in[0;4]\end{array}\right.$.

$f(0)=-a;\ f(1)=\ln 2-\frac{1}{2}-a;\ f(4)=\ln 17-8-a$.

Ta có $M=\max\limits_{[0;4]} f(x)=\ln 2-\frac{1}{2}-a;\ m=\min\limits_{[0;4]} f(x)=\ln 17-8-a$.

Khi đó $\max\limits_{[0;4]}|f(x)|=\frac{|M+m|+|M-m|}{2}=\frac{\left|\ln 2+\ln 17-\frac{17}{2}-2a\right|+\left|\ln 2-\ln 17+\frac{15}{2}\right|}{2}$

$\geq\frac{\ln 2-\ln 17+\frac{15}{2}}{2}=\frac{\ln\frac{2}{17}+\frac{15}{2}}{2}$.

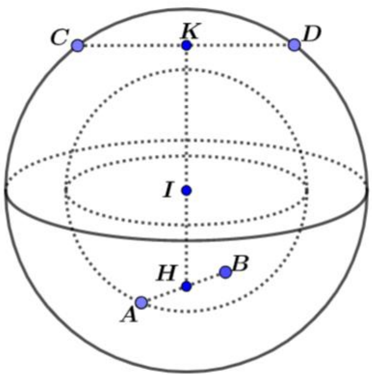
Đạt được khi $\ln 2+\ln 17-\frac{17}{2}-2a=0\Leftrightarrow a=\frac{\ln 34}{2}-\frac{17}{4}\Rightarrow a\in(-3;-2)$.

Câu 48. Cho hai mặt cầu (S_1) và (S_2) đồng tâm I, có bán kính lần lượt là $R_1=2$ và $R_2=\sqrt{10}$. Xét tứ diện $ABCD$ có hai đỉnh A,B nằm trên (S_1) và hai đỉnh C,D nằm trên (S_2). Thể tích lớn nhất của khối tứ diện $ABCD$ bằng

A. $6\sqrt{2}$. **B.** $3\sqrt{2}$. **C.** $4\sqrt{2}$. **D.** $7\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $V_{ABCD}=\frac{AB.CD.d(AB,CD).\sin(AB,CD)}{6}\leq\frac{AB.CD.d(AB,CD)}{6}$, khi $AB\perp CD$ (1).

Gọi H,K lần lượt là trung điểm của AB và CD, suy ra $IH\perp AB, IK\perp CD$.

$IH=x$ với $0<x<2$, ta có $AB=2\sqrt{4-x^2}$.

$IK = y$ với $0 < y < \sqrt{10}$ ta có $CD = 2\sqrt{10 - y^2}$.

Khi đó $d\left(AB, CD\right) \le HK = x + y$, khi ba điểm H, I, K thẳng hàng.

$$(1) \Leftrightarrow V_{ABCD} \le \frac{2\sqrt{4-x^2}.2\sqrt{10-y^2}.(x+y)}{6} = \frac{2}{3}\sqrt{4-x^2}.\sqrt{10-y^2}.\sqrt{(x+y)^2}\ (2).$$

Ta có $2\left(x+y\right)^2 \le 3\left(2x^2 + y^2\right)\quad (*)$.

Thật vậy $(*) \Leftrightarrow \left(2x - y\right)^2 \ge 0$, đẳng thức xảy ra khi $y = 2x$.

Khi đó $(2) \Rightarrow V_{ABCD} \le \frac{2}{3}.\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}.\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{8-2x^2}.\sqrt{10-y^2}.\sqrt{2x^2+y^2}$

Vì $18 = \left(8-2x^2\right) + \left(10-y^2\right) + \left(2x^2+y^2\right) \ge 3\sqrt[3]{\left(8-2x^2\right)\left(10-y^2\right)\left(2x^2+y^2\right)}$

$\Rightarrow 216 \ge \left(8-2x^2\right)\left(10-y^2\right)\left(2x^2+y^2\right)$.

Từ đây suy ra $V_{ABCD} \le \frac{2}{3}.\frac{\sqrt{3}}{2}.\sqrt{216} = 6\sqrt{2}$.

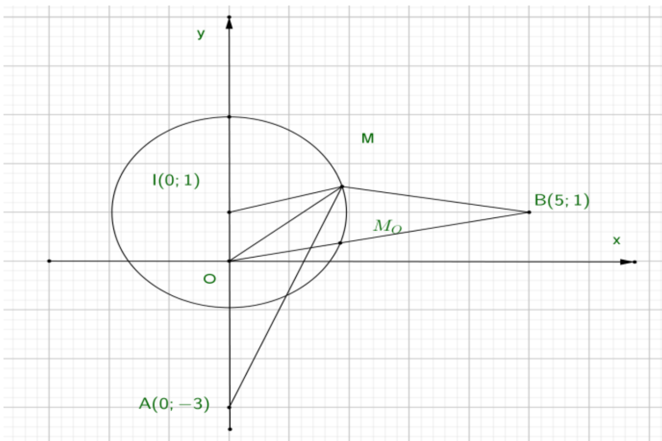
Vậy $V_{max} = 6\sqrt{2}$ khi $\begin{cases} 8-2x^2 = 10-y^2 \\ 8-2x^2 = 2x^2+y^2 \end{cases} \Rightarrow y = 2x = 2$.

Câu 49. Xét các số phức z thỏa mãn $|z - i| = 2$. Biết rằng biểu thức $P = |z+3i| + 2|z-5-i|$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $z = x + yi (x, y \in \mathbb{R})$. Khi đó, giá trị của hiệu $x - y$ bằng

A. $\frac{-2-2\sqrt{79}}{13}$. **B.** $\frac{2+2\sqrt{79}}{13}$. **C.** $\frac{-2+2\sqrt{79}}{13}$. **D.** $\frac{2-2\sqrt{79}}{13}$.

Lời giải

Chọn B



Điểm $M\left(x; y\right)$ biểu diễn số phức z.

Theo bài ra ta có $\left|z - i\right| = 2 \Rightarrow MI = 2 \Rightarrow M \in \left(I; 2\right)$ với $I = \left(0; 1\right)$.

$P = \left|z + 3i\right| + 2\left|z - 5 - i\right| = MA + 2MB$ với $A = \left(0; -3\right)$, $B = \left(5; 1\right)$.

Ta có $IM = 2$; $IA = 4$. $OI = 1 \Rightarrow \frac{IA}{IM} = \frac{IM}{IO} = 2 \Rightarrow \Delta IMO \backsim \Delta IAM \Rightarrow MA = 2MO.$

Từ đó $P = MA + 2MB = 2(MO + MB) \geq 2OB$.

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $M \equiv M_0$, O, B thẳng hàng và M_O thuộc đoạn thẳng BO.

Phương trình đường thẳng $OB: \begin{cases} x = 5t \\ y = t \end{cases}$.

Tọa độ điểm $M_O(x;y)$ thỏa mãn hệ $\begin{cases} x^2 + (y-1)^2 = 4 \\ x = 5t, y = t, x > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} t = \dfrac{1+\sqrt{79}}{26} \\ t = \dfrac{1-\sqrt{79}}{26} \end{array}\right. \\ x - y = 4t, t > 0 \end{cases} \Rightarrow x - y = \dfrac{2+2\sqrt{79}}{13}$.

Câu 50. Xét các số thực x, y sao cho $4\log_3 a^{(\log_2 a - 2x+2)} - (y^2 - 25)\log_{\sqrt{3}} 4 \geq 0$ luôn đúng với mọi $a > 0$. Hỏi có tối đa bao nhiêu giá trị nguyên cuả biểu thức $F = x^2 + y^2 - 2x - 14y + 51$?

A. 139. **B.** 141. **C.** 140. **D.** 138.

Lời giải

Chọn B

$4\log_3 a^{(\log_2 a - 2x+2)} - (y^2 - 25)\log_{\sqrt{3}} 4 \geq 0 \Leftrightarrow 4(\log_2 a - 2x + 2)\log_3 a - 4(y^2 - 25)\log_3 2 \geq 0$

$(\log_2 a - 2x + 2)\log_2 a - (y^2 - 25) \geq 0$.

Đặt $t = \log_2 a$. Do $a > 0$ nên $t \in \mathbb{R}$.

Ta được phương trình $(t - 2x + 2)t - (y^2 - 25) \geq 0 \Leftrightarrow t^2 - 2(x-1)t + 25 - y^2 \geq 0$.

Để bất phương trình $t^2 - 2(x-1)t + 25 - y^2 \geq 0$ luôn đúng với $\forall t \Rightarrow \Delta' \leq 0 \Rightarrow (x-1)^2 + y^2 \leq 25$.

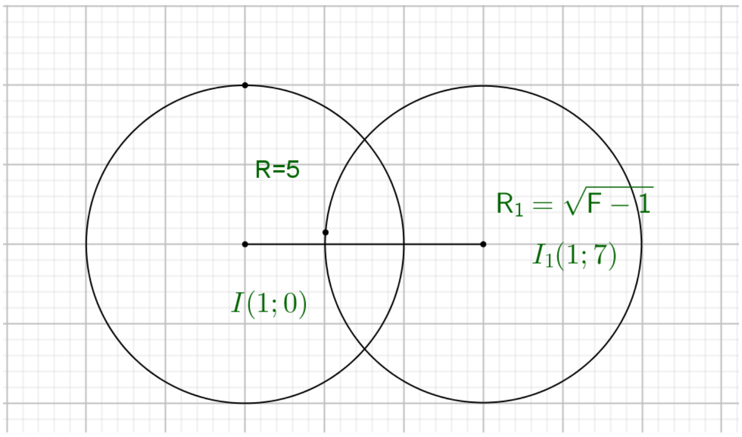
$F = x^2 + y^2 - 2x - 14y + 51 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-7)^2 = F - 1 (F > 1)$.

Hình tròn $(C): (x-1)^2 + y^2 \leq 25$ có tâm $I(1;0)$, BK $R = 5$.

Hình tròn $(C_1): (x-1)^2 + (y-7)^2 = F - 1 (F > 1)$. có tâm $I_1(1;7)$, BK $R_1 = \sqrt{F-1}$.

Ta có $\overrightarrow{II_1} = (0;7) \Rightarrow II_1 = 7$.

Để tồn tại x, y thì đường tròn và hình tròn phải có điểm chung diều kiện là



Hình tròn $|R - R_1| \leq II_1 \leq R + R_1 \Rightarrow \begin{cases} R_1 \geq 2 \\ R_1 \leq 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F - 1 \geq 4 \\ F - 1 \leq 144 \end{cases} \Rightarrow 5 \leq F \leq 145$.

Vậy có tối đa 141 giá trị nguyên.