

Câu 1 (1,0 điểm). Không dùng máy tính cầm tay, rút gọn biểu thức: $A = \sqrt{(1-\sqrt{2})^2} - \frac{1}{\sqrt{2}-1}$.

Câu 2 (1,0 điểm). Không dùng máy tính cầm tay, hãy giải phương trình: $x^2 = 3x(x-1)$.

Câu 3 (1,0 điểm). Cho hàm số $y = \frac{x^2}{2}$ có đồ thị là (P) .

a) Tìm các điểm M thuộc (P) , biết M có tung độ bằng 1.

b) Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số khi $-2 \leq x \leq 4$.

Câu 4 (1,0 điểm). Không dùng máy tính cầm tay, hãy giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x - 2y = -3 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$$

Câu 5 (1,0 điểm). Cho biểu thức $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{3}{\sqrt{x}+1} - \frac{6\sqrt{x}-4}{x-1}$ với $x \geq 0$ và $x \neq 1$.

a) Rút gọn biểu thức B .

b) Tìm x để $B = \frac{1}{2}$.

Câu 6 (1,0 điểm). Tìm tham số m để phương trình $mx^2 + x + 1 = 0$ có nghiệm duy nhất.

Câu 7 (1,0 điểm). Cho tam giác ABC vuông tại A , có đường cao AH . Biết $AB = 5cm$, $AH = 3cm$. Tính HB , HC và AC .

Câu 8 (1,0 điểm). Cho hình thang vuông $ABCD$ có đường cao $AD = 2cm$, $AB = 2cm$ và $CD = 4cm$. Tính diện tích hình thang và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Câu 9 (1,0 điểm). Cho ba điểm A, M, B phân biệt, thẳng hàng và M nằm giữa A, B . Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng AB , dựng hai tam giác đều AMC và BMD . Gọi P là giao điểm của AD và BC . Chứng minh:

a) Tứ giác $AMPC$ nội tiếp.

b) $\sqrt{CP \cdot CB} + \sqrt{DP \cdot DA} = AB$.

Câu 10 (1,0 điểm). Cho $ABCD$ là một tứ giác nội tiếp có $AC = BC$, $AD = 5cm$. Hai đường chéo AC, BD cắt nhau tại E sao cho $BE = 12cm$ và $DE = 3cm$. Đường trung trực của đoạn thẳng CD cắt đoạn thẳng BE tại I .

a) Chứng minh $IC // AD$.

b) Tính \widehat{BCD} .

.....HẾT.....

Họ và tên thí sinh:.....Số báo danh:.....

CÂU	ĐÁP ÁN	ĐIỂM
1	$A = \sqrt{(1-\sqrt{2})^2} - \frac{1}{\sqrt{2}-1} = 1-\sqrt{2} - (\sqrt{2}+1)$	0,5
	$= (\sqrt{2}-1) - \sqrt{2} - 1 = -2.$	0,5
2	Cách 1. $x^2 = 3x(x-1) \Leftrightarrow x(-2x+3) = 0.$	0,5
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ -2x+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=\frac{3}{2} \end{cases}.$ Vậy PT có 2 nghiệm phân biệt $x=0$ và $x=\frac{3}{2}.$	0,5
	Cách 2. $x^2 = 3x(x-1) \Leftrightarrow 2x^2 - 3x = 0.$ Ta có $\Delta = 9 > 0.$	0,5
	PT có 2 nghiệm phân biệt $x_1 = \frac{3-\sqrt{9}}{4} = 0, x_2 = \frac{3+\sqrt{9}}{4} = \frac{3}{2}.$	0,5
3	a) Tung độ của M bằng 1 nên $y_M = 1.$ Ta có $\frac{x_M^2}{2} = 1 \Leftrightarrow x_M = \pm\sqrt{2}.$ Vậy có 2 điểm M thỏa mãn là $M(\sqrt{2};1)$ và $M(-\sqrt{2};1).$	0,25 0,25
	b) Theo tính đồng biến, nghịch biến của hàm số $y = \frac{x^2}{2}$ ta có: +) Với $-2 \leq x \leq 0 \Rightarrow 0 \leq y \leq \frac{(-2)^2}{2} \Rightarrow 0 \leq y \leq 2.$ +) Với $0 \leq x \leq 4 \Rightarrow 0 \leq y \leq \frac{4^2}{2} \Rightarrow 0 \leq y \leq 8.$ Như thế nếu $-2 \leq x \leq 4$ thì $0 \leq y \leq 8.$ Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng 0 đạt được khi $x=0$ và giá trị lớn nhất của hàm số bằng 8 đạt được khi $x=4.$	0,25 0,25
	4	$\begin{cases} x-2y=-3 \\ 2x+y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-4y=-6 \\ 2x+y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -5y=-10 \\ 2x+y=4 \end{cases}$
	$\Leftrightarrow \begin{cases} y=2 \\ 2x+y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}.$ Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(1;2).$	0,5
5	$B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{3}{\sqrt{x}+1} - \frac{6\sqrt{x}-4}{x-1} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1) + 3(\sqrt{x}-1) - 6\sqrt{x} + 4}{x-1}$	0,25

$$= \frac{x - 2\sqrt{x} + 1}{x - 1} = \frac{(\sqrt{x} - 1)^2}{x - 1} = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 1}.$$

0,5

$$B = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 1} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sqrt{x} = 3 \Leftrightarrow x = 9 \text{ (Thỏa mãn điều kiện)}. \text{ Vậy } x = 9.$$

0,25

6 Với $m = 0$ ta có PT $x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1$ (duy nhất). Vậy $m = 0$ thỏa mãn.

0,5

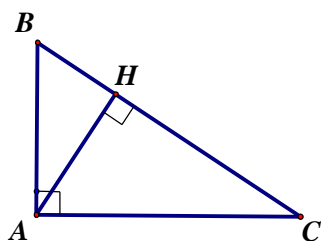
Với $m \neq 0$, PT $mx^2 + x + 1 = 0$ có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi

$$\Delta = 0 \Leftrightarrow 1 - 4m = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{4}.$$

0,5

KL: $m = 0$ hoặc $m = \frac{1}{4}$.

7 * Hình vẽ



0,25

$$AB = 5\text{cm}, AH = 3\text{cm} \Rightarrow BH = \sqrt{AB^2 - AH^2} = 4\text{cm}.$$

0,25

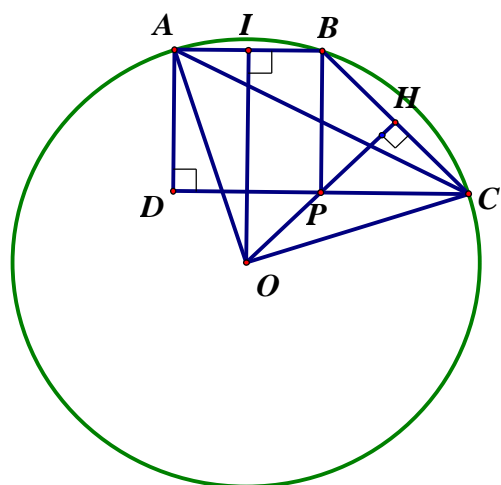
$$HB \cdot HC = AH^2 \Rightarrow HC = \frac{3^2}{4} = \frac{9}{4}\text{cm}.$$

0,25

$$AC^2 = CH \cdot CB = \frac{9}{4} \left(\frac{9}{4} + 4 \right) \Rightarrow AC = \frac{15}{4}\text{cm}.$$

0,25

8 Hình vẽ



0,25

$$S_{ABCD} = \frac{(AB + CD) \cdot AD}{2} = \frac{(2 + 4) \cdot 2}{2} = 6\text{cm}^2.$$

0,25

Gọi I, H lần lượt là trung điểm AB, BC và O là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC . Ta có $OI \perp AB, OH \perp BC$.

Gọi P là trung điểm CD , suy ra tam giác BCP vuông cân tại P và $\widehat{ABC} = 135^\circ$.

Trong tứ giác $OIBH$, ta có $\widehat{IOH} = 360^\circ - (90^\circ + 90^\circ + 135^\circ) = 45^\circ$.

Xét tam giác OAC có $OA = OC, \widehat{AOC} = 2\widehat{IOH} = 90^\circ$, suy ra ΔAOC vuông cân tại O .

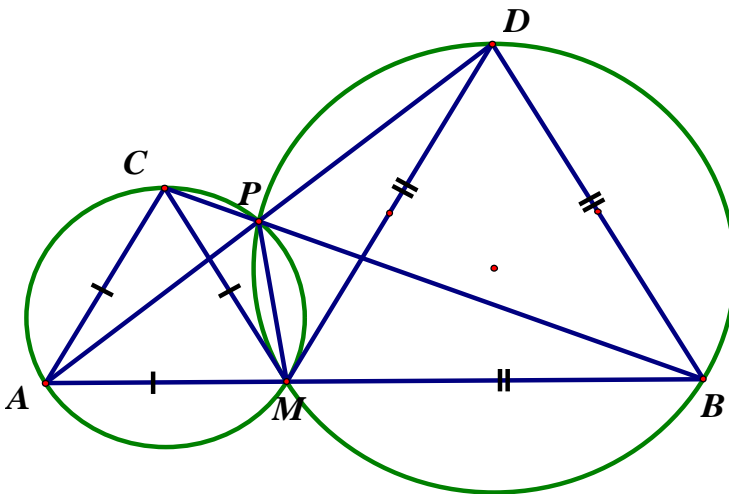
Mặt khác trong ΔADC : $AC = \sqrt{AD^2 + DC^2} = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20}$.

Vậy bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔABC là $R = \frac{AC}{\sqrt{2}} = \sqrt{10} \text{cm}$.

0,25

0,25

9



Xét 2 tam giác CMB và AMD có $CM = AM, MB = MD$ và $\widehat{CMB} = 120^\circ = \widehat{AMD}$
Suy ra $\Delta CMB = \Delta AMD$.

Tứ giác $AMPC$ có $\widehat{PAM} = \widehat{PCM}$ (cmt) nên nó là tứ giác nội tiếp.

Xét hai tam giác CPM và CMB có \widehat{C} chung, $\widehat{CPM} = 120^\circ = \widehat{CMB}$
 $\Rightarrow \Delta CPM \sim \Delta CMB \Rightarrow \frac{CP}{CM} = \frac{CM}{CB} \Rightarrow CP \cdot CB = CM^2$ (1).

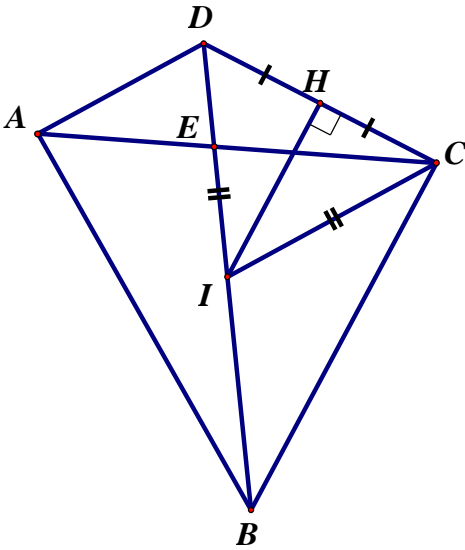
Tương tự, ta chứng minh được tứ giác $BMPD$ nội tiếp và $DP \cdot DA = DM^2$ (2).
Từ (1) và (2), suy ra $\sqrt{CP \cdot CB} + \sqrt{DP \cdot DA} = CM + DM = AM + BM = AB$.

0,25

0,25

0,25

0,25



0,25

Do $ABCD$ nội tiếp nên $\widehat{BAC} = \widehat{BDC}$.

Do tam giác ABC cân tại C và tam giác ICD cân tại I nên
 $\widehat{CID} = 180^\circ - 2\widehat{IDC} = 180^\circ - 2\widehat{BAC} = \widehat{ACB}$.

0,25

Lại do $\widehat{ACB} = \widehat{ADB}$, ta suy ra $\widehat{CID} = \widehat{ADB}$. Vậy $IC \parallel AD$.

Theo định lí Talet, ta có: $\frac{IE}{ED} = \frac{IC}{AD} \Rightarrow \frac{IE}{3} = \frac{IE+3}{5} \Rightarrow IE = \frac{9}{2} \text{ cm}$.

0,25

Ta tính được $ID = IE + ED = \frac{9}{2} + 3 = \frac{15}{2} \text{ cm}$ và $DB = DE + EB = 3 + 12 = 15 \text{ cm}$.

Do I thuộc đoạn thẳng DB và $ID = \frac{DB}{2}$ nên I là trung điểm DB .

0,25

Vậy $\widehat{BCD} = 90^\circ$.

.....HẾT.....