

Đề A

Câu 1: (2,0 điểm) $P = \left(3 + \frac{3}{\sqrt{x}-1} \right) : \left(\frac{x+2}{x+\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+2}} \right)$

1. Rút gọn biểu thức P

2. Tìm các giá trị của x để $P = \frac{4\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}$

Câu 2 (2,0 điểm).

1. Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} 3x + 2y = 9 \\ x - 4y = -11 \end{cases}$

2. Cho hàm số: $y = ax + b$. Tìm a, b biết đồ thị của hàm số đã cho song song với đường thẳng $(d_1): y = 3x - 5$ và đi qua giao điểm Q của hai đường thẳng $(d_2): y = 2x - 3$; $(d_3): y = -3x + 2$.

Câu 3 (2,0 điểm)

1. Giải phương trình sau: $2x^2 + 3x - 5 = 0$

2. Tìm các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m^2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức $(x_1 - x_2)^2 + 6m = x_1 - 2x_2$.

Câu 4: (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$). Đường cao BD, CE cắt nhau ở H. DE cắt BC ở F. M là trung điểm của BC. Chứng minh rằng:

1) Tứ giác BEDC là tứ giác nội tiếp.

2) $FE \cdot FD = FB \cdot FC$.

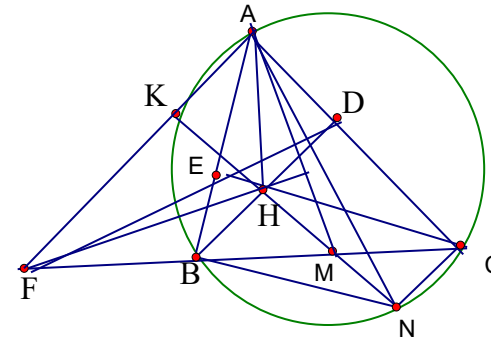
3) FH vuông góc với AM.

Câu 5: (1,0 điểm) Cho các số thực không âm x, y, z thỏa mãn: $x^2 + y^2 + z^2 \leq 3y$

Tìm GTNN của biểu thức: $P = \frac{1}{(x+1)^2} + \frac{4}{(y+2)^2} + \frac{8}{(z+3)^2}$

-----Hết-----

	2 (1đ)	2) Vì đồ thị hàm số $y = ax + b$ song song với đường thẳng $(d_1): y = 3x - 5$ Nên $a = 3; b \neq -5$ Vì Q là giao điểm của hai đường thẳng $(d_2): y = 2x - 3; (d_3): y = -3x + 2$ nên tọa độ của điểm Q là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} y = 2x - 3 \\ y = -3x + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$ $\Rightarrow Q(1; -1)$ Do đồ thị hàm số đã cho đi qua Q nên $-1 = 3 + b \Rightarrow b = -4$ thỏa mãn $b \neq -5$ Vậy $a = 3, b = -4$ thỏa mãn bài toán.	0,75 0,25
3 (2,0đ)	1 (1,0đ)	$2x^2 + 3x - 5 = 0$ Vì $a=2; b=3; c=-5$ nên $a+b+c=2+3+(-5)=0$ Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1 = 1; x_2 = \frac{-5}{2}$	0,25 0,5 0,25
	2 (1,0đ)	$x^2 - 2(m-1)x + m^2 = 0$ Ta có: $\Delta' = [-(m-1)]^2 - m^2 = m^2 - 2m + 1 - m^2 = 1 - 2m$ Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1, x_2 \Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow 1 - 2m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{1}{2}$ Theo Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-1) \\ x_1 x_2 = m^2 \end{cases}$ Theo đề bài ta có: $(x_1 - x_2)^2 + 6m = x_1 - 2x_2 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 + 6m = x_1 - 2x_2$ $\Leftrightarrow 4(m-1)^2 - 4m^2 + 6m = x_1 - 2x_2 \Leftrightarrow -2m + 4 = x_1 - 2x_2$ Khi đó kết hợp với $x_1 + x_2 = 2(m-1)$ ta có hệ pt: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-1) \\ x_1 - 2x_2 = -2m + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x_2 = 4m - 6 \\ x_1 + x_2 = 2m - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = \frac{4}{3}m - 2 \\ x_1 = 2m - 2 - \frac{4}{3}m + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = \frac{4}{3}m - 2 \\ x_1 = \frac{2}{3}m \end{cases} \text{Thay}$ $\begin{cases} x_2 = \frac{4}{3}m - 2 \\ x_1 = \frac{2}{3}m \end{cases}$ vào $x_1 x_2 = m^2$ ta được: $\left(\frac{4}{3}m - 2\right) \cdot \frac{2}{3}m = m^2 \Leftrightarrow \frac{-1}{9}m^2 - \frac{4}{3}m = 0 \Leftrightarrow -m\left(\frac{1}{9}m + \frac{4}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -12 \end{cases} \text{(tm)}$ Vậy $m = 0; m = -12$ thỏa mãn yêu cầu đề bài.	0,25 0,25 0,25

<p>4 (3,0đ)</p>		
<p>1 (1.0đ)</p>	<p>1) Ta có $BD \perp AC; CE \perp AB$ (GT) $\Rightarrow \widehat{BDC} = \widehat{BEC} = 90^\circ$ Hai điểm E, D cùng nhìn BC dưới một góc vuông \Rightarrow tứ giác BEDC nội tiếp</p>	<p>1,0</p>
<p>2 (1.0đ)</p>	<p>2) Vì BEDC nội tiếp $\Rightarrow \widehat{FEB} = \widehat{FCD}$ Mà \widehat{EFB} chung $\Rightarrow \Delta FEB \sim \Delta FCD$ (g.g) $\Rightarrow \frac{FE}{FB} = \frac{FC}{FD} \Rightarrow FD \cdot FE = FB \cdot FC$</p>	<p>1,0</p>
<p>3 (1.0đ)</p>	<p>3) Gọi giao điểm của FA với đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là K. Ta có tứ giác AKBC nội tiếp $\Rightarrow \widehat{FKB} = \widehat{FCA}$ Lại có \widehat{KFB} chung $\Rightarrow \Delta FKB \sim \Delta FCA$ (g.g) $\Rightarrow \frac{FK}{FB} = \frac{FC}{FA} \Rightarrow FK \cdot FA = FB \cdot FC$ $\Rightarrow FK \cdot FA = FE \cdot FD \Rightarrow \frac{FK}{FE} = \frac{FD}{FA}$ Mà \widehat{KFE} chung $\Rightarrow \Delta FKE \sim \Delta FDA$ (g.g) $\Rightarrow \widehat{FKE} = \widehat{FDA} \Rightarrow$ tứ giác AKED nội tiếp. Mặt khác $\widehat{ADH} = \widehat{AEH} = 90^\circ$ (GT) \Rightarrow A, E, D cùng thuộc đường tròn đường kính AH. \Rightarrow K thuộc đường tròn đường kính AH $\Rightarrow \widehat{AKH} = 90^\circ$. Gọi N là giao điểm của HK và đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Ta có AN là đường kính $\Rightarrow \widehat{ABN} = \widehat{ACN} = 90^\circ$ $\Rightarrow NC \parallel BH; BN \parallel CH \Rightarrow$ BHCN là hình bình hành \Rightarrow HN đi qua trung điểm M của BC \Rightarrow MH vuông góc với FA. Vì H là giao điểm hai đường cao BD, CE nên H là trực tâm của tam giác ABC \Rightarrow AH vuông góc với FM. Trong tam giác FAM có hai đường cao AH, MK nên H là trực tâm của tam giác \Rightarrow FH vuông góc với AM.</p>	<p>1,0</p>

Cho các số thực không âm x, y, z thỏa mãn: $x^2 + y^2 + z^2 \leq 3y$

Tìm GTNN của biểu thức: $P = \frac{1}{(x+1)^2} + \frac{4}{(y+2)^2} + \frac{8}{(z+3)^2}$

Sử dụng bất đẳng thức Cauchy-Schwarz ta có:

$$\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \geq \frac{1}{2} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)^2 \geq \frac{8}{(a+b)^2} \quad (*)$$

Áp dụng bất đẳng thức (*) ta có:

$$P = \frac{1}{(x+1)^2} + \frac{1}{\left(\frac{y}{2}+1\right)^2} + \frac{8}{(z+3)^2} \geq \frac{8}{\left(x+\frac{y}{2}+2\right)^2} + \frac{8}{(z+3)^2} \geq \frac{64}{\left(x+\frac{y}{2}+z+5\right)^2}$$

$$\text{Mặt khác: } x+z \leq \sqrt{2(x^2+z^2)} \leq \sqrt{2(3y-y^2)} \leq \frac{2+3y-y^2}{2}$$

$$P \geq \frac{64}{\left(6+2y-\frac{y^2}{2}\right)^2} \geq \frac{64}{\left(8-\frac{1}{2}(y-2)^2\right)^2} \geq 1$$

Dấu “=” xảy ra khi $x=1; y=2; z=1$

Vậy GTNN của P bằng 1

0,25

0,25

0,25

0,25

Câu 5
(1đ)

ĐỀ B

Câu 1 (2,0 điểm). $Q = \left(3 + \frac{3}{\sqrt{y}-1}\right) : \left(\frac{y+2}{y+\sqrt{y}-2} - \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{y}+2}\right)$

1. Rút gọn biểu thức Q
2. Tìm các giá trị của y để $Q = \frac{5\sqrt{y}-2}{\sqrt{y}}$

Câu 2 (2,0 điểm).

1. Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} 2x + 3y = 11 \\ x - 6y = -17 \end{cases}$
2. Cho hàm số: $y = mx + n$.

Tìm m, n biết đồ thị của hàm số đã cho song song với đường thẳng $(d_1): y = 2x - 3$ và đi qua giao điểm T của hai đường thẳng $(d_2): y = 3x + 2$; $(d_3): y = -2x - 3$.

Câu 3 (2,0 điểm)

1. Giải phương trình: $3x^2 + 2x - 5 = 0$
2. Tìm các giá trị của tham số n để phương trình $x^2 - 2(n-1)x + n^2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức $(x_1 - x_2)^2 + 6n = x_1 - 2x_2$.

Câu 4: (3,0 điểm)

Cho tam giác MNP nhọn ($MN > MP$). Đường cao NH, PK cắt nhau ở D. HK cắt NP tại Q. A là trung điểm của NP. Chứng minh rằng:

- 1) Tứ giác NKHP là tứ giác nội tiếp.
- 2) $QK \cdot QH = QP \cdot QN$.
- 3) QD vuông góc với AM.

Câu 5: (1,0 điểm) Cho các số thực không âm a, b, c thỏa mãn: $a^2 + b^2 + c^2 \leq 3b$

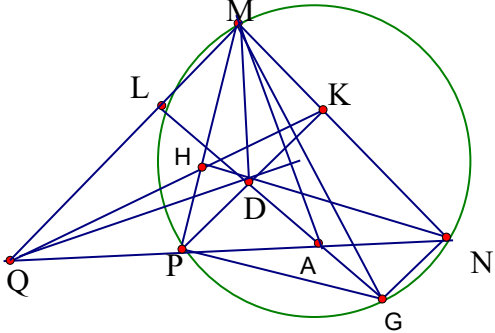
Tìm GTNN của biểu thức: $P = \frac{1}{(a+1)^2} + \frac{4}{(b+2)^2} + \frac{8}{(c+3)^2}$

.....Hết.....

HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ B

Câu	Ý	Lời giải (vắn tắt)	Điểm
<p>1 (2,0đ)</p> <p>1 (2,0đ)</p>	<p>1 (1,0đ)</p>	<p>a) ĐKXD: $y \geq 0, y \neq 1$</p> $Q = \left(3 + \frac{3}{\sqrt{y}-1} \right) : \left(\frac{y+2}{y+\sqrt{y}-2} - \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{y}+2} \right)$ $Q = \left(\frac{3(\sqrt{y}-1)}{\sqrt{y}-1} + \frac{3}{\sqrt{y}-1} \right) : \left(\frac{y+2}{(\sqrt{y}+2)(\sqrt{y}-1)} - \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{y}+2} \right)$ $Q = \left(\frac{3\sqrt{y}-3+3}{\sqrt{y}-1} \right) : \left(\frac{y+2}{(\sqrt{y}+2)(\sqrt{y}-1)} - \frac{\sqrt{y}(\sqrt{y}-1)}{(\sqrt{y}+2)(\sqrt{y}-1)} \right)$ $Q = \left(\frac{3\sqrt{y}}{\sqrt{y}-1} \right) : \left(\frac{y+2-y+\sqrt{y}}{(\sqrt{y}+2)(\sqrt{y}-1)} \right)$ $Q = \left(\frac{3\sqrt{y}}{\sqrt{y}-1} \right) : \left(\frac{2+\sqrt{y}}{(\sqrt{y}+2)(\sqrt{y}-1)} \right)$ $Q = \frac{3\sqrt{y}}{\sqrt{y}-1} \cdot \frac{(\sqrt{y}+2)(\sqrt{y}-1)}{2+\sqrt{y}} = 3\sqrt{y}$ <p>Vậy với $y \geq 0, y \neq 1$ thì $Q=3\sqrt{y}$</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
	<p>2 (1,0đ)</p>	$Q = \frac{5\sqrt{y}-2}{\sqrt{y}} \Leftrightarrow 3\sqrt{y} = \frac{5\sqrt{y}-2}{\sqrt{y}} \Rightarrow 3y-5\sqrt{y}+2=0 \Leftrightarrow (\sqrt{y}-1)(3\sqrt{y}-2)=0$ $(\sqrt{y}-1)(3\sqrt{y}-2)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{y}-1=0 \\ 3\sqrt{y}-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{y}=1 \\ 3\sqrt{y}=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=1(KTM) \\ y=\frac{4}{9}(tm) \end{cases}$ <p>Vậy $y = \frac{4}{9}$ thì $Q = \frac{5\sqrt{y}-2}{\sqrt{y}}$</p>	<p>0,25</p> <p>0,5</p> <p>0,25</p>
<p>2 (2,0đ)</p>	<p>1 (1,0đ)</p>	$\begin{cases} 2x+3y=11 \\ x-6y=-17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x+6y=22 \\ x-6y=-17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x=5 \\ 2x+3y=11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ 2 \cdot 1+3y=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases}$ <p>Vậy hệ phương trình có một nghiệm duy nhất $(x;y)=(1;3)$</p>	<p>0,75</p> <p>0,25</p>

	2 (1,0đ)	<p>Vì đồ thị hàm số $y = mx + n$ song song với đường thẳng $(d_1): y = 2x - 3$ Nên $m = 2; n \neq -3$</p> <p>Vì T là giao điểm của hai đường thẳng $(d_2): y = 3x + 2;$ $(d_3): y = -2x - 3$ nên tọa độ của điểm T là nghiệm của hệ phương trình</p> $\begin{cases} y = 3x + 2 \\ y = -2x - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -1 \end{cases}$ <p>$\Rightarrow T(-1; -1)$</p> <p>Do đồ thị hàm số đã cho đi qua T nên $-1 = -2 + n \Rightarrow n = 1$ thỏa mãn $n \neq -3$</p> <p>Vậy $m = 2, n = 1$ thỏa mãn bài toán</p>	0,5
			0,25
			0,25
3 (2,0đ)	1 (1,0đ)	<p>1) $3x^2 + 2x - 5 = 0$</p> <p>Vì $a=3; b=2; c=-5$ nên $a+b+c=3+2+(-5)=0$</p> <p>Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1 = 1; x_2 = \frac{-5}{3}$</p>	1,0
	2 (1,0đ)	<p>$x^2 - 2(n-1)x + n^2 = 0$</p> <p>Ta có: $\Delta' = [-(n-1)]^2 - n^2 = n^2 - 2n + 1 - n^2 = 1 - 2n$</p> <p>Phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2</p> <p>$\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow 1 - 2n > 0 \Leftrightarrow n < \frac{1}{2}$</p> <p>Theo vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(n-1) \\ x_1 x_2 = n^2 \end{cases}$</p> <p>Theo đề bài ta có:</p> <p>$(x_1 - x_2)^2 + 6n = x_1 - 2x_2 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 + 6n = x_1 - 2x_2$ $\Leftrightarrow 4(n-1)^2 - 4n^2 + 6n = x_1 - 2x_2 \Leftrightarrow -2n + 4 = x_1 - 2x_2$</p> <p>Khi đó kết hợp với $x_1 + x_2 = 2(n-1)$ ta có hệ pt:</p> $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(n-1) \\ x_1 - 2x_2 = -2n + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x_2 = 4n - 6 \\ x_1 + x_2 = 2n - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = \frac{4}{3}n - 2 \\ x_1 = 2n - 2 - \frac{4}{3}n + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = \frac{4}{3}n - 2 \\ x_1 = \frac{2}{3}n \end{cases}$ <p>Thay $\begin{cases} x_2 = \frac{4}{3}n - 2 \\ x_1 = \frac{2}{3}n \end{cases}$ vào $x_1 x_2 = n^2$ ta được:</p> <p>$\left(\frac{4}{3}n - 2\right) \cdot \frac{2}{3}n = n^2 \Leftrightarrow \frac{-1}{9}n^2 - \frac{4}{3}n = 0 \Leftrightarrow -n \left(\frac{1}{9}n + \frac{4}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 0 \\ n = -12 \end{cases} (tm)$</p> <p>Vậy $n = 0; n = -12$ thỏa mãn yêu cầu đề bài.</p>	0,25
			0,25

4 (3,0đ)			
	1 (1,0đ)	<p>1) Ta có $PK \perp MN$; $NH \perp MP$ (GT) $\Rightarrow \widehat{PKN} = \widehat{PHN} = 90^\circ$ Hai điểm K, H cùng nhìn NP dưới một góc vuông \Rightarrow tứ giác PHKN nội tiếp</p>	1,0
	2 (1,0đ)	<p>2) Vì PHKN nội tiếp $\Rightarrow \widehat{QHP} = \widehat{QNK}$ Mà \widehat{HQP} chung nên $\Delta QHP \sim \Delta QNK$ (g.g) $\Rightarrow \frac{QH}{QP} = \frac{QN}{QK} \Rightarrow QK \cdot QH = QP \cdot QN$</p>	1,0
	3 (1,0đ)	<p>3) Gọi giao điểm của MQ với đường tròn ngoại tiếp tam giác MNP là L. Ta có tứ giác MLPN nội tiếp $\Rightarrow \widehat{QLP} = \widehat{QNM}$ Lại có \widehat{LQP} chung $\Rightarrow \Delta QLP \sim \Delta QNM$ (g.g) $\Rightarrow \frac{QL}{QP} = \frac{QN}{QM} \Rightarrow QL \cdot QM = QP \cdot QN$ $\Rightarrow QH \cdot QK = QL \cdot QM \Rightarrow \frac{QH}{QL} = \frac{QM}{QK}$ mà \widehat{LQH} chung $\Rightarrow \Delta QLH \sim \Delta QKM$ (g.g) $\Rightarrow \widehat{QLH} = \widehat{QKM} \Rightarrow$ tứ giác MLHK nội tiếp. Mặt khác $\widehat{MKD} = \widehat{MHD} = 90^\circ$ (GT) $\Rightarrow H, M, K$ cùng thuộc đường tròn đường kính MD. $\Rightarrow L$ thuộc đường tròn đường kính MD $\Rightarrow \widehat{MLD} = 90^\circ$. Gọi G là giao điểm của LD và đường tròn ngoại tiếp tam giác MNP. Ta có $\widehat{MLD} = 90^\circ \Rightarrow MG$ là đường kính $\Rightarrow \widehat{MNG} = \widehat{MPG} = 90^\circ$ $\Rightarrow ND \parallel PG$; $GN \parallel PD \Rightarrow PDNG$ là hình bình hành $\Rightarrow GD$ đi qua trung điểm A của NP $\Rightarrow DA$ vuông góc với MQ. Vì D là giao điểm hai đường cao NH, PK nên D là trực tâm của tam giác MNP $\Rightarrow MD$ vuông góc với QN. Trong tam giác MQA có hai đường cao MD, AD nên D là trực tâm của tam giác $\Rightarrow QD$ vuông góc với AM.</p>	1,0
Câu 5		Cho các số thực không âm x,y,z thỏa mãn: $a^2 + b^2 + c^2 \leq 3b$	

(1đ)	1,0đ	<p>Tìm GTNN của biểu thức: $P = \frac{1}{(a+1)^2} + \frac{4}{(b+2)^2} + \frac{8}{(c+3)^2}$</p> <p>Sử dụng bất đẳng thức Cauchy-Schwarz ta có:</p> $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} \geq \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right)^2 \geq \frac{8}{(x+y)^2} \quad (*)$ <p>Áp dụng bất đẳng thức (*) ta có:</p> $P = \frac{1}{(a+1)^2} + \frac{1}{\left(\frac{b}{2}+1\right)^2} + \frac{8}{(c+3)^2} \geq \frac{8}{\left(a+\frac{b}{2}+2\right)^2} + \frac{8}{(c+3)^2} \geq \frac{64}{\left(a+\frac{b}{2}+c+5\right)^2}$ <p>Mặt khác: $a+c \leq \sqrt{2(a^2+c^2)} \leq \sqrt{2(3b-b^2)} \leq \frac{2+3b-b^2}{2}$</p> $P \geq \frac{64}{\left(6+2b-\frac{b^2}{2}\right)^2} \geq \frac{64}{\left(8-\frac{1}{2}(b-2)^2\right)^2} \geq 1$ <p>Dấu “=” xảy ra khi $a=1; b=2; c=1$</p> <p>Vậy GTNN của P bằng 1</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
------	------	--	---