

MÔN TOÁN

Ngày thi: 18/5/2023

Thời gian làm bài: 120 phút

Bài I (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}+2}$ và $B = \frac{1}{\sqrt{x}+2} - \frac{\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}+6}{x-4}$ với $x \geq 0, x \neq 4$

- Tính giá trị của A khi $x = 64$
- Rút gọn biểu thức B.
- Tìm x để biểu thức $P = A.B$ nhận giá trị là số nguyên âm

Bài II (2,5 điểm)

1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một ca nô xuôi dòng từ bến A đến bến B cách nhau 30km rồi ngược dòng từ bến B trở về bến A. Tính vận tốc riêng của ca nô, biết thời gian đi xuôi dòng ít hơn thời gian đi ngược dòng là 15 phút và vận tốc dòng nước là 3km/h.

2) Toán thực tế: Một chiếc nón lá có dạng hình nón, đường kính đáy bằng 40 cm, độ dài đường sinh bằng 30 cm. Người ta làm mặt xung quanh nón bằng 2 lớp lá khô. Tính diện tích lá cần dùng? (lấy số $\pi \approx 3,14$).

Bài III (2,0 điểm)

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \sqrt{x+6} + \frac{2}{\sqrt{y-3}} = 5 \\ 3\sqrt{x+6} - \frac{5}{\sqrt{y-3}} = 4 \end{cases}$$

2) Cho parabol (P) $y = x^2$ và đường thẳng (d) $y = 2mx - m^2 + 1$ (m là tham số)

- Chứng minh đường thẳng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi m
- Với giá trị nào của m thì (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2

thỏa mãn $\sqrt{x_1} = \sqrt{3x_2}$.

Bài IV (3,0 điểm)

Cho tứ giác ABCD ($AD > BC$) nội tiếp đường tròn tâm O đường kính AB. Hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại I. Gọi H là hình chiếu của I trên AB.

- Chứng minh BCHI là tứ giác nội tiếp.
- Tia CH cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là K. Gọi E là giao điểm của DK và AB. Chứng minh: $AD^2 = AB.AE$
- Khi tam giác ABD không cân, gọi M là trung điểm của IB, tia DC cắt tia HM tại N. Tia NB cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác HMB tại điểm thứ hai là F. Chứng minh $\widehat{NCM} = \widehat{NHD}$ và F thuộc đường tròn (O).

Bài V (0,5 điểm). Cho a, b, c là 3 số dương thỏa mãn $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \leq 4$

Tìm giá trị lớn nhất của $P = \frac{1}{2a+b+c} + \frac{1}{2b+c+a} + \frac{1}{2c+a+b}$

-----Hết-----

Họ và tên thí sinh:SBD.....Phòng thi.....