SỞ GD&ĐT HÒA BÌNH	ĐỀ THI THỬ TN THPT LẦN 2 NĂM HỌC 2022 - 2023
--------------------	MÔN TOÁN
Đề thi gồm có 06 trang	*Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)*

Câu 1: Cho $f(x)=2^x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)d(x)=2^x+C.$ **B.** $\int f(x)d(x)=2^x.\ln 2+C.$

C. $\int f(x)dx=\dfrac{2^{x+1}}{x+1}+C.$ **D.** $\int f(x)dx=\dfrac{2^x}{\ln 2}+C.$

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	-3		-2		0		1		3
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	1	$\searrow$	-6	$\nearrow$	0	$\searrow$	-2	$\nearrow$	8

Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-3;3]$ bằng

A. 8. **B.** -3. **C.** -2. **D.** -6.

Câu 3: Cho cấp số nhân với $u_1=-2; u_2=6$ giá trị của công bội q bằng

A. $\pm\dfrac{1}{3}$. **B.** 3. **C.** ± 3. **D.** -3.

Câu 4: Cho hai số phức $z_1=2-3i;\ z_2=3-i$. Số phức liên hợp của $w=z_1-z_2$ bằng

A. $-1-2i$. **B.** $1-2i$. **C.** $-1+2i$. **D.** $1+2i$

Câu 5: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	∞		-2		1		∞
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	∞	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	∞

Hàm số đã cho đồng biến trên đoạn nào dưới đây?

A. $(-2;-1)$. **B.** $(-3;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Câu 6: Tập xác định của hàm số $y=(4-x)^{\sqrt{3}}$ là.

A. $(4;+\infty)$. **B.** $(-\infty;4)$. **C.** $(-\infty;4]$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{4\}$.

Câu 7: Cho hàm số $y=x^3-3x+2$ có đồ thị (C). Số giao điểm của (C) với trục hoành là.

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 8: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, biết $M(-5;1)$ là điểm biểu diễn số phức z. Phần thực của z bằng.

A. -5. **B.** 5. **C.** -1. **D.** 1.

Câu 9: Một khối chóp có diện tích đáy bằng 6, chiều cao bằng 4. Thể tích của khối chóp đó bằng.

A. 12. **B.** 8. **C.** 72. **D.** 24.

Câu 10: Cho hình nón có bán kính $r=4$ và đường sinh $l=5$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng.

A. $S_{xq}=40\pi$. **B.** $S_{xq}=15\pi$. **C.** $S_{xq}=10\pi$. **D.** $S_{xq}=20\pi$.

Câu 11: Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a\neq 1$, $\log_{a^5} b$ bằng

A. $\frac{1}{5}+\log_a b$. **B.** $5+\log_a b$. **C.** $\frac{1}{5}\log_a b$. **D.** $5\log_a b$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào sau đây ***không thuộc*** mặt phẳng $(P): x+3y-2z-1=0$

A. $(3;1;3)$. **B.** $(-1;2;2)$. **C.** $(-2;-1;-3)$. **D.** $(0;1;1)$.

Câu 13: Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=\log(3x)$ là

A. $y'=\frac{1}{3x\ln 10}$. **B.** $y'=\frac{1}{3x\ln 3}$. **C.** $y'=\frac{1}{x\ln 3}$. **D.** $y'=\frac{1}{x\ln 10}$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc tơ $\vec{a}=(2;-1;1)$; $\vec{b}=(1;1;-3)$. Tích vô hướng $\vec{a}.\vec{b}$ là

A. $(2;-1;-3)$. **B.** 4. **C.** 0. **D.** -2.

Câu 15: Tập nghiệm của bất phương trình $5^{x+3}<25^{2x-3}$ là

A. $(3;+\infty)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $(-\infty;3)$.

Câu 16: Nếu $\int_1^5 f(x)\mathrm{d}x=-2$ và $\int_5^7 f(x)\mathrm{d}x=6$ thì $\int_1^7 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. -12. **B.** -8. **C.** 4. **D.** 8.

Câu 17: Một tổ có 5 học sinh nữ và 6 học sinh nam. Số cách chọn 2 học sinh của tổ đó đi trực nhật là

A. 55. **B.** 25. **C.** 110. **D.** 30.

Câu 18: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;5]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=-1, x=5$ là

A. $S=-\int_{-1}^5 f(x)\mathrm{d}x$ **B.** $S=\int_{-1}^5 |f(x)|\mathrm{d}x$ **C.** $S=\int_{-1}^5 f(x)\mathrm{d}x$ **D.** $S=\int_5^{-1} |f(x)|\mathrm{d}x$

Câu 19: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-2z+5=0$. Khi đó giá trị của $|z_1|+|z_2|$ bằng

A. $2\sqrt{5}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** 5. **D.** 20.

Câu 20: Biết $\int f(x)\mathrm{d}x=x^2+C$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $f(x)=2x$. **B.** $f(x)=\frac{x^3}{3}$ **C.** $f(x)=2x+1$. **D.** $f(x)=x^3$.

Câu 21: Cho hình trụ có bán kính $r=\sqrt{6}$ và chiều cao $h=4$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng?

A. $V=8\pi\sqrt{6}$. **B.** $V=24\pi$. **C.** $V=144\pi$. **D.** $V=8\pi$.

Câu 22: Nghiệm của phương trình $\log_4(x-1)=3$ là

A. $x=66$. **B.** $x=68$. **C.** $x=65$. **D.** $x=63$.

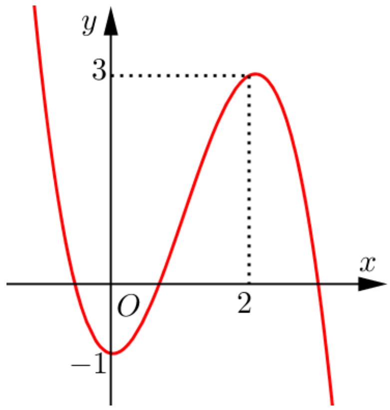
Câu 23: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+4}{2x-1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=\dfrac{1}{2}$. **B.** $x=\dfrac{3}{2}$. **C.** $y=\dfrac{3}{2}$. **D.** $x=\dfrac{1}{2}$.

Câu 24: Thể tích khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ bằng 27. Độ dài đường chéo AC' của khối lập phương đã cho bằng

A. 3. **B.** 9. **C.** $3\sqrt{3}$. **D.** $3\sqrt{2}$.

Câu 25: Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 2. **C.** -1. **D.** 3.

Câu 26: Cho hình phẳng $\left(H\right)$ giới hạn bởi parapol $\left(P\right): y=x^2$ và đường thẳng $d: y=2x$. Thể tích khối tròn xoay sinh bởi $\left(H\right)$ khi quay quanh trục Ox bằng

A. $\dfrac{64\pi}{15}$. **B.** $\dfrac{16\pi}{15}$. **C.** $\dfrac{256\pi}{15}$. **D.** $\dfrac{4\pi}{3}$.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $\left(S\right)$ có tâm $I\left(-1;1;3\right)$ và đi qua $A\left(1;0;1\right)$ có phương trình là

A. $\left(x-1\right)^2+\left(y+1\right)^2+\left(z+3\right)^2=9$. **B.** $\left(x-1\right)^2+\left(y+1\right)^2+\left(z+3\right)^2=17$.

C. $\left(x+1\right)^2+\left(y-1\right)^2+\left(z-3\right)^2=9$. **D.** $\left(x+1\right)^2+\left(y-1\right)^2+\left(z-3\right)^2=3$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(1;-3;4\right)$; $B\left(3;1;2\right)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của AB là

A. $x+2y-z+3=0$. **B.** $2x+4y-2z+3=0$.

C. $x+2y-z-3=0$. **D.** $2x-y+3z-14=0$.

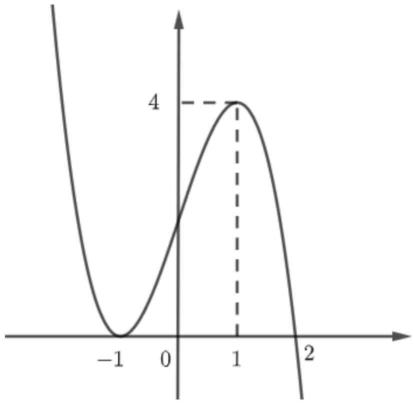
Câu 29: Một hộp chứa 3 viên bi xanh, 2 viên bi vàng, 2 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi. Xác suất để lấy ra 3 viên bi có đủ 3 màu là

A. $\dfrac{1}{5}$. **B.** $\dfrac{12}{35}$. **C.** $\dfrac{2}{35}$. **D.** $\dfrac{23}{35}$.

Câu 30: Tập nghiệm của bất phương trình $1+\log_2\left(x-2\right)>\log_2\left(x-1\right)$ là

A. $\left(3;+\infty\right)$. **B.** $\left(2;+\infty\right)$. **C.** $\left(2;3\right)$. **D.** $\left(1;3\right)$.

Câu 31: Cho hàm đa thức bậc bốn $y=f(x)$, có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên



Hàm số $y=f(x)$ có số điểm cực trị là

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

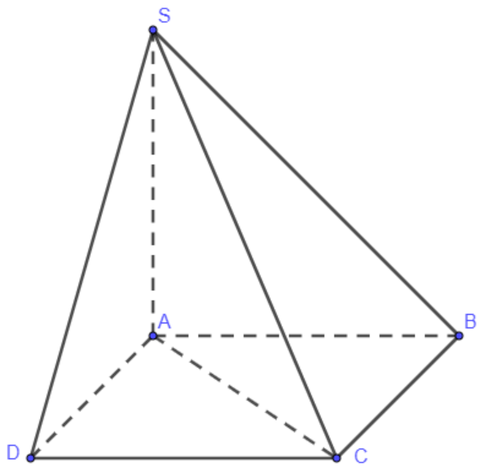
Câu 32: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(1;-2;-1)$ và mặt phẳng $(P):2x-y-z-1=0$. Đường thẳng Δ đi qua A và vuông góc với (P) có phương trình là

A. $\begin{cases}x=2+t\\y=-1-2t\\z=-1-t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-1+2t\\y=2-t\\z=1-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=-2-t\\z=-1+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+4t\\y=-2-2t\\z=-1-2t\end{cases}$.

Câu 33: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2-x-2}}{x+3}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=2a, AC=4a, SA\perp(ABCD)$ và $SA=3a$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (SCD) bằng



A. $\dfrac{12a}{5}$. **B.** $\dfrac{6\sqrt{13}a}{13}$. **C.** $\dfrac{4\sqrt{5}a}{5}$. **D.** $\dfrac{6\sqrt{7}a}{7}$.

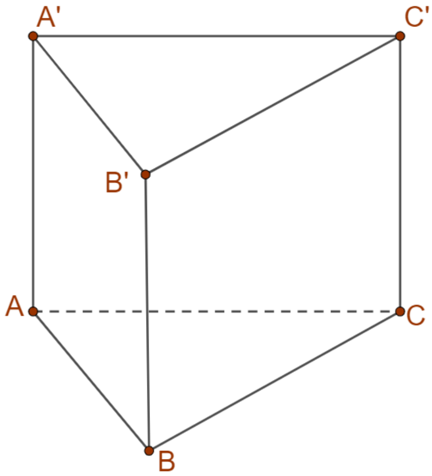
Câu 35: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)^2(x+2), \forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;+\infty)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(-2;1)$.

Câu 36: Cho số phức z thỏa mãn $\left|\frac{z}{1+2i}\right|=1$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn (C). Bán kính z của đường tròn (C) bằng

A. $r=5$. **B.** $r=\sqrt{5}$. **C.** $r=\sqrt{3}$. **D.** $r=1$.

Câu 37: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AB=3a$, cạnh bên $AA'=a\sqrt{6}$ (tham khảo hình vẽ)



Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng (ABC) bằng

A. $45°$. **B.** $30°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

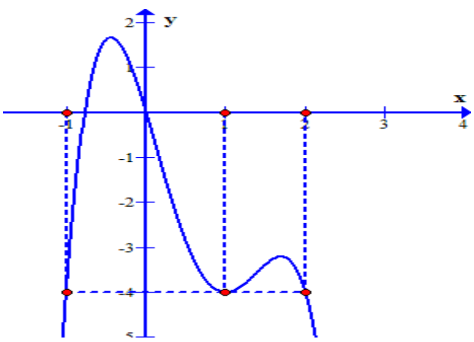
Câu 38: Nếu $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x=4,\int_0^3 g(x)\mathrm{d}x=-3$ thì $\int_0^3\left[f(x)-2g(x)+2x\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 3. **B.** 39. **C.** 19. **D.** 15.

Câu 39: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại $A, AB=a\sqrt{3}, BC=2a$, đường thẳng AC' tạo với mặt phẳng $(BCC'B')$ một góc bằng 30^0. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho là

A. $7\pi a^2$. **B.** πa^2. **C.** $3\pi a^2$. **D.** $6\pi a^2$.

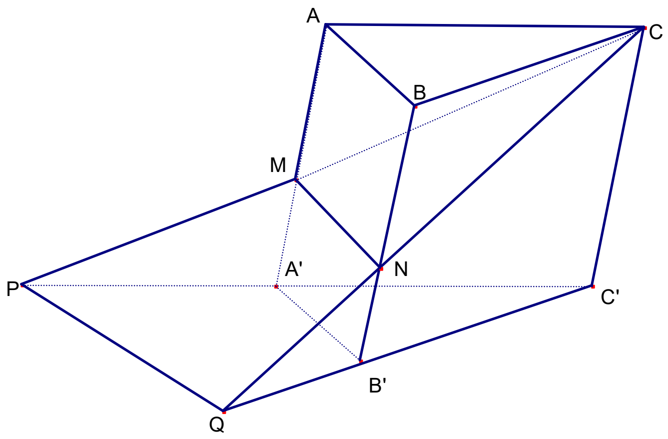
Câu 40: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e,(a,b,c,d,e\in R)$ và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.



Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=f(2x)+8x$ trên đoạn $\left[-\frac{1}{2};1\right]$ bằng

A. $f(-1)-4$. **B.** $f(2)+8$. **C.** $f(4)+16$. **D.** $f(0)$.

Câu 41: Cho khối trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 9. Gọi M, N lần lượt là hai điểm nằm trên các cạnh AA', BB' sao cho M là trung điểm của cạnh AA' và $NB = 3NB'$. Đường thẳng CM cắt đường thẳng $A'C'$ tại P, đường thẳng CN cắt đường thẳng $B'C'$ tại Q (tham khảo hình vẽ).



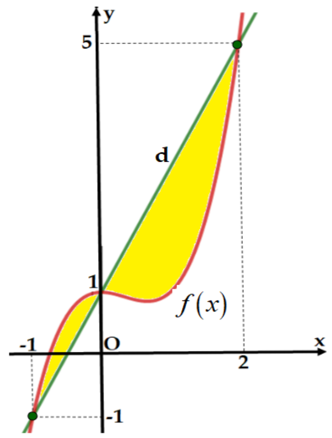
Thể tíc khối đa diện $A'MP.B'NQ$ bằng

A. $\frac{11}{4}$. **B.** $\frac{17}{4}$. **C.** $\frac{11}{8}$. **D.** $\frac{7}{2}$.

Câu 42: Cho phương trình $\log_{\sqrt{3}}(x-1) = \log_3(mx-15)$ với m là tham số thực. Số các giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có hai nghiệm thực phân biệt là

A. 8. **B.** 10. **C.** 7. **D.** 9.

Câu 43: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đường thẳng (d): $y = ax + b$ có đồ thị như hình vẽ.



Biết diện tích phần tô đậm bằng $\frac{37}{12}$ và $\int_{-1}^{0} f(x)\mathrm{d}x = \frac{5}{12}$. Tích phân $\int_{0}^{1} xf'(2x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{35}{8}$. **B.** $\frac{13}{3}$. **C.** $\frac{20}{3}$. **D.** $\frac{50}{3}$.

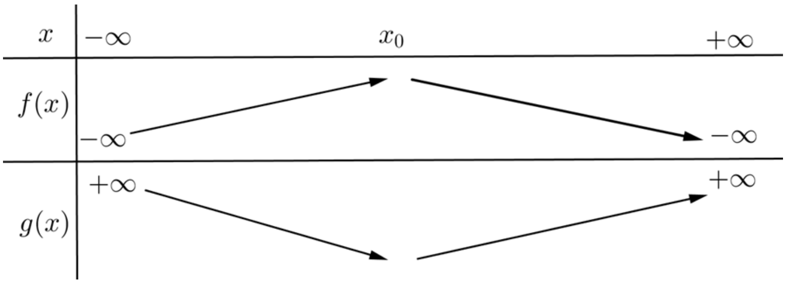
Câu 44: Xét hai số phức z_1, z_2 thay đổi đồng thời thỏa mãn các điều kiện $|z_1 - 6 - 2i| = |z_2 - 6 - 2i| = 5$ và $|z_1 - 3|^2 + |z_2 - 3|^2 = |z_1 - z_2|^2$. Đặt $P = |z_1 + z_2 - 3|$, giá trị lớn nhất của P thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(4;7)$. **B.** $(12;13)$. **C.** $(13;14)$ **D.** $(11;12)$.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;1;0), B(-1;1;4), C(5;1;-2)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 7 = 0$. Giả sử d là đường thẳng bất kỳ thuộc mặt phẳng (P) luôn đi qua điểm B. Gọi M là hình chiếu của C lên d. Giá trị lớn nhất của AM bằng

A. $4\sqrt{2}+3$. **B.** $4\sqrt{2}$. **C.** $4\sqrt{2}+4$. **D.** $4\sqrt{2}+1$.

Câu 46: Cho hai hàm số $y=f\left(x\right)$ và $y=g\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ và $f\left(x_0\right)-g\left(x_0\right)=6$. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\left|m+1-\left|f\left(x\right)-g\left(x\right)\right|\right|$ có 7 điểm cực trị là $\left(a;b\right)$. Tổng $a+b$ bằng



A. 6. **B.** -5. **C.** -2. **D.** 4.

Câu 47: Cho hàm số $y=f(x), f(x)>e^x, \forall x\in\left(0;+\infty\right)$ thỏa mãn $(x+1)f(x)-xf'(x)=e^x, f(1)=3e$.Giá trị $\int_1^2 f(x)dx$ bằng

A. $3e^2-3e$. **B.** $3e^2-e$. **C.** $3e^2$. **D.** $3e^2+e$

Câu 48: Trong không gian $Ozyz$, cho mặt cầu $\left(S\right):\left(x+1\right)^2+\left(y-2\right)^2+\left(z-3\right)^2=9$ và ba điểm $A\left(0;1;0\right), B\left(0;0;1\right), C\left(3;-2;-1\right)$. Tập hợp các điểm M trên mặt cầu thỏa mãn $MA^2-\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MC}=0$ là đường tròn cố định có bán kính bằng

A. $\frac{9}{5}$. **B.** $\frac{3\sqrt{34}}{5}$. **C.** $\frac{6\sqrt{6}}{5}$. **D.** $\frac{12}{5}$

Câu 49: Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $\left|3i+5-iz_1\right|=\left|\overline{z_2}-3-5i\right|=5$ và $\left|z_1-z_2\right|=6$. Môđun của số phức $\omega=z_1+z_2-6+10i$ bằng

A. 10. **B.** 4. **C.** 8. **D.** 6.

Câu 50: Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $\left(x;y\right)$ thỏa mãn $1\le x\le 2023$ và

$$\left(y+2\right)\log_3\left(\frac{y-2}{y+2}+1\right)+\frac{xy-2x-y+2}{x+2}\log_2\left(\frac{x+2}{x-1}+1\right)\le 0?$$

A. 4046. **B.** 2022. **C.** 2023. **D.** 4044.

---------- HẾT ----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.D	3.D	4.C	5.C	6.B	7.B	8.A	9.B	10.D
11.C	12.A	13.D	14.D	15.A	16.C	17.A	18.B	19.A	20.A
21.B	22.C	23.D	24.C	25.C	26.A	27.C	28.A	29.B	30.A
31.B	32.D	33.B	34.D	35.C	36.B	37.B	38.C	39.D	40.B
41.D	42.A	43.C	44.B	45.B	46.D	47.B	48.D	49.C	50.D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho $f(x)=2^x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)d(x)=2^x+C.$ **B.** $\int f(x)d(x)=2^x.\ln 2+C.$

C. $\int f(x)dx=\dfrac{2^{x+1}}{x+1}+C.$ **D.** $\int f(x)dx=\dfrac{2^x}{\ln 2}+C.$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int f(x)dx=\dfrac{2^x}{\ln 2}+C$.

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	-3		-2		0		1		3
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	1	$\searrow$	-6	$\nearrow$	0	$\searrow$	-2	$\nearrow$	8

Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-3;3]$ bằng

A. 8. **B.** -3. **C.** -2. **D.** -6.

Lời giải

Chọn D

Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-3;3]$ bằng -6.

Câu 3: Cho cấp số nhân với $u_1=-2; u_2=6$ giá trị của công bội q bằng

A. $\pm\dfrac{1}{3}$. **B.** 3. **C.** ± 3. **D.** -3.

Lời giải

Chọn D

Ta có $u_2=u_1.q\Rightarrow q=\dfrac{u_2}{u_1}=\dfrac{6}{-2}=-3$

Vậy $q=-3$.

Câu 4: Cho hai số phức $z_1=2-3i;\ z_2=3-i$. Số phức liên hợp của $w=z_1-z_2$ bằng

A. $-1-2i$. **B.** $1-2i$. **C.** $-1+2i$. **D.** $1+2i$

Lời giải

Chọn C

Ta có $w = z_1 - z_2 = (2-3i)-(3-i) = -1-2i.$

Số phức liên hợp của $w = z_1 - z_2$ là $\overline{w} = -1+2i.$

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	∞		-2		1		∞
y'		+	0	$-$	0	+	
y	∞	↗	1	↘	-3	↗	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên đoạn nào dưới đây?

A. $(-2;-1)$. **B.** $(-3;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 6: Tập xác định của hàm số $y=(4-x)^{\sqrt{3}}$ là.

A. $(4;+\infty)$. **B.** $(-\infty;4)$. **C.** $(-\infty;4]$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{4\}$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $4-x>0 \Leftrightarrow x<4 \Leftrightarrow x\in(-\infty;4)$

Câu 7: Cho hàm số $y=x^3-3x+2$ có đồ thị (C). Số giao điểm của (C) với trục hoành là.

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $x^3-3x+2=0$

$\Leftrightarrow (x-1)^2(x+2)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-2 \end{array}\right.$.

Vậy đồ thị (C) cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt.

Câu 8: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, biết $M(-5;1)$ là điểm biểu diễn số phức z. Phần thực của z bằng.

A. -5. **B.** 5. **C.** -1. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Vì $M(-5;1)$ là điểm biểu diễn số phức $z \Rightarrow z=-5+i$

Vậy phần thực của z bằng -5.

Câu 9: Một khối chóp có diện tích đáy bằng 6, chiều cao bằng 4. Thể tích của khối chóp đó bằng.

A. 12. **B.** 8. **C.** 72. **D.** 24.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối chóp đó là: $V=\frac{1}{3}.6.4=8.$.

Câu 10: Cho hình nón có bán kính $r=4$ và đường sinh $l=5$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng.

A. $S_{xq}=40\pi$. **B.** $S_{xq}=15\pi$. **C.** $S_{xq}=10\pi$. **D.** $S_{xq}=20\pi$.

Lời giải

Chọn D

Diện tích xung quanh của hình nón là : $S_{xq}=\pi.r.l=20\pi.$

Câu 11: Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a\neq 1$, $\log_{a^5} b$ bằng

A. $\frac{1}{5}+\log_a b$. **B.** $5+\log_a b$. **C.** $\frac{1}{5}\log_a b$. **D.** $5\log_a b$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_{a^5} b=\frac{1}{5}\log_a b$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào sau đây ***không thuộc*** mặt phẳng $(P):x+3y-2z-1=0$

A. $(3;1;3)$. **B.** $(-1;2;2)$. **C.** $(-2;-1;-3)$. **D.** $(0;1;1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có điểm $(3;1;3)$ không thuộc mặt phẳng $(P):x+3y-2z-1=0$ vì $3+3.1-2.3-1=-1\neq 0$.

Câu 13: Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=\log(3x)$ là

A. $y'=\frac{1}{3x\ln 10}$. **B.** $y'=\frac{1}{3x\ln 3}$. **C.** $y'=\frac{1}{x\ln 3}$. **D.** $y'=\frac{1}{x\ln 10}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=\left[\log(3x)\right]'=\frac{(3x)'}{3x\ln 10}=\frac{3}{3x\ln 10}=\frac{1}{x\ln 10}$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc tơ $\vec{a}=(2;-1;1)$; $\vec{b}=(1;1;-3)$. Tích vô hướng $\vec{a}.\vec{b}$ là

A. $(2;-1;-3)$. **B.** 4. **C.** 0. **D.** -2.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\vec{a}.\vec{b}=2.1+(-1).1+1.(-3)=-2$.

Câu 15: Tập nghiệm của bất phương trình $5^{x+3} < 25^{2x-3}$ là

A. $(3;+\infty)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $(-\infty;3)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $5^{x+3} < 25^{2x-3} \Leftrightarrow 5^{x+3} < (5^2)^{2x-3} \Leftrightarrow 5^{x+3} < 5^{4x-6} \Leftrightarrow x+3 < 4x-6 \Leftrightarrow 3x > 9 \Leftrightarrow x > 3$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(3;+\infty)$.

Câu 16: Nếu $\int_1^5 f(x)\mathrm{d}x = -2$ và $\int_5^7 f(x)\mathrm{d}x = 6$ thì $\int_1^7 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. -12. **B.** -8. **C.** 4. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C

$\int_1^7 f(x)\mathrm{d}x = \int_1^5 f(x)\mathrm{d}x + \int_5^7 f(x)\mathrm{d}x = -2+6 = 4.$

Câu 17: Một tổ có 5 học sinh nữ và 6 học sinh nam. Số cách chọn 2 học sinh của tổ đó đi trực nhật là

A. 55. **B.** 25. **C.** 110. **D.** 30.

Lời giải

Chọn A

Số cách chọn 2 học sinh từ 11 học sinh của tổ đi trực nhật là $C_{11}^2 = 55$.

Câu 18: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;5]$. Diện tích hình phẳng giưới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=-1, x=5$ là

A. $S = -\int_{-1}^5 f(x)\mathrm{d}x$ **B.** $S = \int_{-1}^5 |f(x)|\mathrm{d}x$ **C.** $S = \int_{-1}^5 f(x)\mathrm{d}x$ **D.** $S = \int_5^{-1} |f(x)|\mathrm{d}x$

Lời giải

Chọn B

Diện tích hình phẳng giưới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=-1, x=5$ là $S = \int_{-1}^5 |f(x)|\mathrm{d}x.$

Câu 19: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$. Khi đó giá trị của $|z_1| + |z_2|$ bằng

A. $2\sqrt{5}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** 5. **D.** 20.

Lời giải

Chọn A

$z^2 - 2z + 5 = 0$ có $\Delta' = -4 \Rightarrow$ phương trình có hai nghiệm phức

$z_1 = 1-2i;\ z_2 = 1+2i \Rightarrow |z_1| + |z_2| = 2\sqrt{5}$.

Câu 20: Biết $\int f(x)\mathrm{d}x = x^2 + C$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $f(x) = 2x.$ **B.** $f(x) = \dfrac{x^3}{3}$ **C.** $f(x) = 2x + 1.$ **D.** $f(x) = x^3.$

Lời giải

Chọn A

$\int f(x)\mathrm{d}x = x^2 + C \Rightarrow f(x) = (x^2)' = 2x.$

Câu 21: Cho hình trụ có bán kính $r = \sqrt{6}$ và chiều cao $h = 4$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng?

A. $V = 8\pi\sqrt{6}$. **B.** $V = 24\pi$. **C.** $V = 144\pi$. **D.** $V = 8\pi$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $V = \pi.r^2.h = 24\pi$.

Câu 22: Nghiệm của phương trình $\log_4(x-1) = 3$ là

A. $x = 66$. **B.** $x = 68$. **C.** $x = 65$. **D.** $x = 63$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log_4(x-1) = 3 \Leftrightarrow x - 1 = 4^3 \Leftrightarrow x = 65$.

Câu 23: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{3x+4}{2x-1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y = \dfrac{1}{2}$. **B.** $x = \dfrac{3}{2}$. **C.** $y = \dfrac{3}{2}$. **D.** $x = \dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

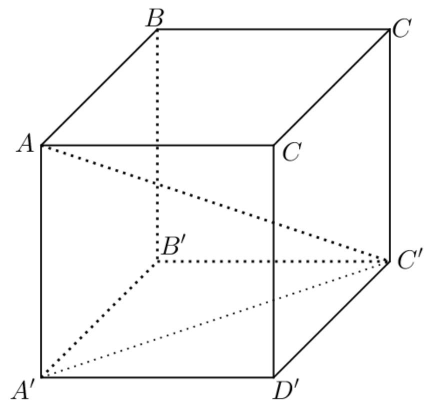
Ta có $\lim\limits_{x \to \left(\frac{1}{2}\right)^+} y = +\infty$; $\lim\limits_{x \to \left(\frac{1}{2}\right)^-} y = -\infty$. Vậy đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x = \dfrac{1}{2}$.

Câu 24: Thể tích khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ bằng 27. Độ dài đường chéo AC' của khối lập phương đã cho bằng

A. 3. **B.** 9. **C.** $3\sqrt{3}$. **D.** $3\sqrt{2}$.

Lời giải

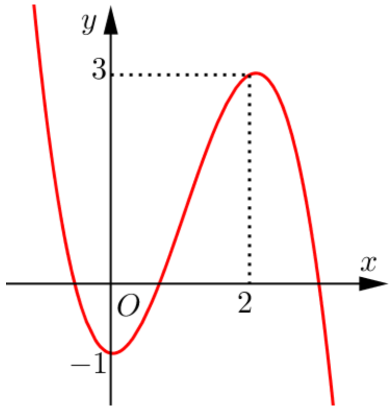
Chọn C



Ta có $AB^3 = 27 \Rightarrow AB = 3$.

Khi đó $AC'^2 = AA'^2 + A'C'^2 = AA'^2 + A'B'^2 + B'C'^2 = 27 \Rightarrow AC' = 3\sqrt{3}$.

Câu 25: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 2. **C.** -1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là -1.

Câu 26: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi parapol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = 2x$. Thể tích khối tròn xoay sinh bởi (H) khi quay quanh trục Ox bằng

A. $\dfrac{64\pi}{15}$. **B.** $\dfrac{16\pi}{15}$. **C.** $\dfrac{256\pi}{15}$. **D.** $\dfrac{4\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm $x^2 = 2x \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

$$V = \pi\int_0^2 \left[(2x)^2 - (x^2)^2\right] \mathrm{d}x = \pi\int_0^2 (4x^2 - x^4)\, \mathrm{d}x = \pi\left(\frac{4}{3}x^3 - \frac{x^5}{5}\right)\Bigg|_0^2 = \frac{64\pi}{15}.$$

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(-1;1;3)$ và đi qua $A(1;0;1)$ có phương trình là

A. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z+3)^2 = 9$. **B.** $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z+3)^2 = 17$.

C. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 9$. **D.** $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 3$.

Lời giải

Chọn C

$IA = \sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2} = 3$.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;1;3)$ và đi qua $A(1;0;1)$ có bán kính $R = IA = 3$ có phương trình là $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 9$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-3;4)$; $B(3;1;2)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của AB là

A. $x+2y-z+3=0$. **B.** $2x+4y-2z+3=0$.
C. $x+2y-z-3=0$. **D.** $2x-y+3z-14=0$.

Lời giải

Chọn A

Gọi I là trung điểm của AB suy ra $I(2;-1;3)$.

$\overrightarrow{AB}=(2;4;-2)$.

Mặt phẳng trung trực của AB đi qua điểm $I(2;-1;3)$ và có VTPT $\vec{n}=\overrightarrow{AB}=(2;4;-2)$ có phương trình là:

$2(x-2)+4(y+1)-2(z-3)=0$
$\Leftrightarrow 2x+4y-2z+6=0$
$\Leftrightarrow x+2y-z+3=0$

Câu 29: Một hộp chứa 3 viên bi xanh, 2 viên bi vàng, 2 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi. Xác suất để lấy ra 3 viên bi có đủ 3 màu là

A. $\frac{1}{5}$. **B.** $\frac{12}{35}$. **C.** $\frac{2}{35}$. **D.** $\frac{23}{35}$.

Lời giải

Chọn B

Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp chứa 7 viên bi thì có số cách là $C_7^3=35$.

$\Rightarrow n(\Omega)=35$.

Gọi biến cố A: “3 viên bi được lấy ra có đủ 3 màu”.

$\Rightarrow n(A)=C_3^1.C_2^1.C_2^1=12$

$\Rightarrow P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{12}{35}$.

Câu 30: Tập nghiệm của bất phương trình $1+\log_2(x-2)>\log_2(x-1)$ là

A. $(3;+\infty)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(2;3)$. **D.** $(1;3)$.

Lời giải

Chọn A

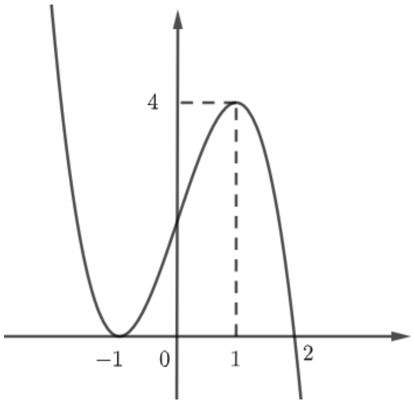
$1+\log_2(x-2)>\log_2(x-1)$

Điều kiện: $\begin{cases}x-2>0\\x-1>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>2\\x>1\end{cases}\Leftrightarrow x>2\quad(1)$.

$1+\log_2(x-2)>\log_2(x-1)$
$\Leftrightarrow \log_2[2.(x-2)]>\log_2(x-1)$
$\Leftrightarrow 2x-4>x-1$
$\Leftrightarrow x>3\quad(2)$

Từ (1) và (2) suy ra tập nghiệm của bất phương trình là $S=(3;+\infty)$.

Câu 31: Cho hàm đa thức bậc bốn $y=f(x)$, có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên



Hàm số $y=f(x)$ có số điểm cực trị là

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị hàm số ta thấy $f'(x)$ đổi dấu khi qua $x=2$. Do đó, hàm số có 1 điểm cực trị.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(1;-2;-1)$ và mặt phẳng $(P): 2x-y-z-1=0$. Đường thẳng Δ đi qua A và vuông góc với (P) có phương trình là

A. $\begin{cases} x=2+t \\ y=-1-2t \\ z=-1-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=2-t \\ z=1-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2-t \\ z=-1+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+4t \\ y=-2-2t \\ z=-1-2t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Vì $\Delta \perp (P) \Rightarrow \overrightarrow{u_\Delta}=\overrightarrow{n_P}=(2;-1;-1)$

Câu 33: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2-x-2}}{x+3}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

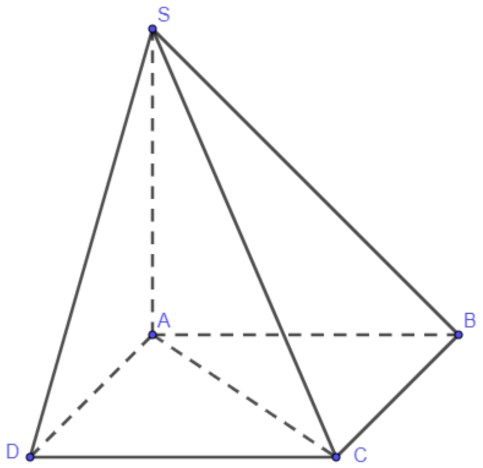
Chọn B

ĐKXĐ: $\left[\begin{array}{l} x\le -1 \\ x\ge 2 \end{array}\right.$

Ta có: $\lim\limits_{x\to -3^+} y=+\infty; \lim\limits_{x\to -3^-} y=-\infty \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có TCĐ $x=-3$

$\lim\limits_{x\to -\infty} y=-1; \lim\limits_{x\to +\infty} y=1 \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có TCN $y=\pm 1$

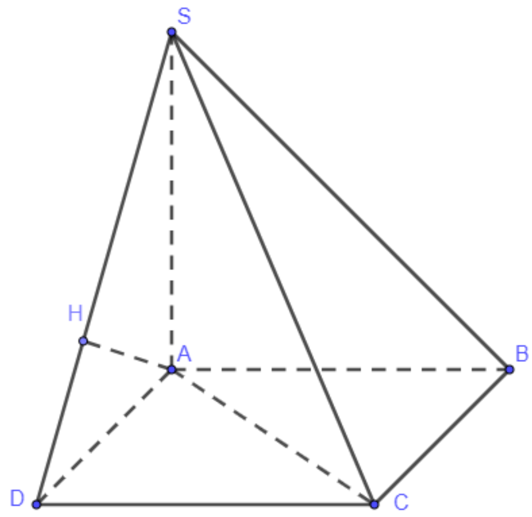
Câu 34: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 2a, AC = 4a, SA \perp (ABCD)$ và $SA = 3a$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (SCD) bằng



A. $\frac{12a}{5}$. **B.** $\frac{6\sqrt{13}a}{13}$. **C.** $\frac{4\sqrt{5}a}{5}$. **D.** $\frac{6\sqrt{7}a}{7}$.

Lời giải

Chọn D



Kẻ $AH \perp SD$

Ta có: $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp AH$

Mặt khác: $\begin{cases} AH \perp SD \\ AH \perp CD \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SCD)$

Vì $AB // (SCD) \Rightarrow d(AB,(SCD)) = d(A,(SCD)) = AH$

Ta có: $AD = BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = 2\sqrt{3}a$

Xét ΔSAD vuông tại A, đường cao AH:

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AD^2} \Rightarrow AH = \frac{6\sqrt{7}a}{7}$$

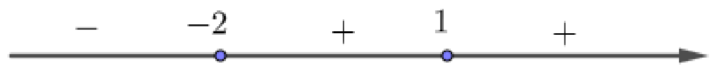
Câu 35: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^2(x+2), \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;+\infty)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(-2;1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2(x+2) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -2 \end{array}\right.$



Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$

Câu 36: Cho số phức z thỏa mãn $\left|\frac{z}{1+2i}\right| = 1$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn (C). Bán kính z của đường tròn (C) bằng

A. $r = 5$. **B.** $r = \sqrt{5}$. **C.** $r = \sqrt{3}$. **D.** $r = 1$.

Lời giải

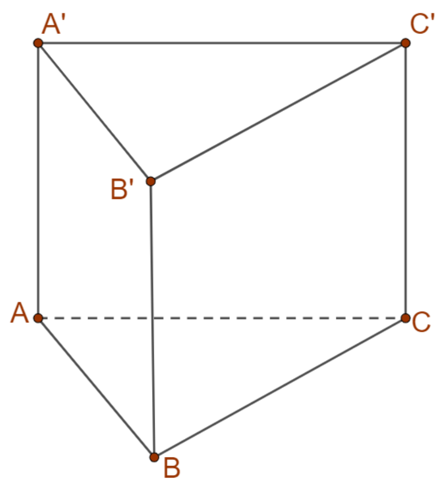
Chọn B

Ta có $\left|\frac{z}{1+2i}\right| = 1 \Leftrightarrow |z| = |1+2i| \Leftrightarrow |z| = \sqrt{5}$.

Đặt $z = x + yi\,(x, y \in \mathbb{R}): x^2 + y^2 = 5$.

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn (C) có bán kính là $\sqrt{5}$.

Câu 37: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AB = 3a$, cạnh bên $AA' = a\sqrt{6}$ (tham khảo hình vẽ)

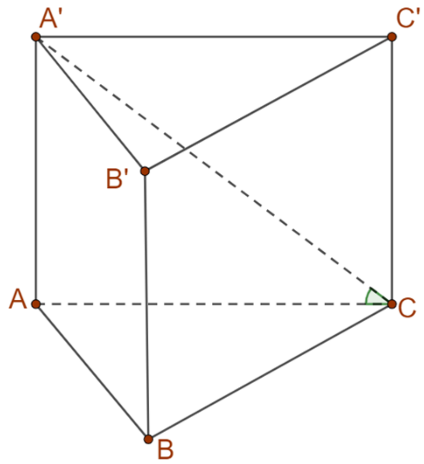


Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng (ABC) bằng

A. $45°$. **B.** $30°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $\left(A'C,\left(ABC\right)\right)=\widehat{A'CA}$, $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=3a\sqrt{2}$.

$\tan\widehat{A'CA}=\dfrac{AA'}{AC}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}\Rightarrow\widehat{A'CA}=30°$.

Câu 38: Nếu $\int\limits_0^3 f\left(x\right)\mathrm{d}x=4,\int\limits_0^3 g\left(x\right)\mathrm{d}x=-3$ thì $\int\limits_0^3\left[f\left(x\right)-2g\left(x\right)+2x\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 3. **B.** 39. **C.** 19. **D.** 15.

Lời giải

Chọn C

Ta có

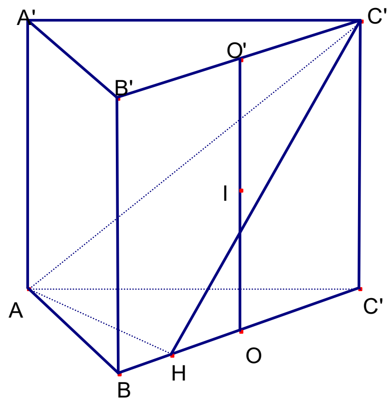
$\int\limits_0^3\left[f\left(x\right)-2g\left(x\right)+2x\right]\mathrm{d}x=\int\limits_0^3 f\left(x\right)\mathrm{d}x-2\int\limits_0^3 g\left(x\right)\mathrm{d}x+\int\limits_0^3 2x\mathrm{d}x=4-2.(-3)+9=19$.

Câu 39: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại $A, AB=a\sqrt{3}, BC=2a$, đường thẳng AC' tạo với mặt phẳng $\left(BCC'B'\right)$ một góc bằng 30^0. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho là

A. $7\pi a^2$. **B.** πa^2. **C.** $3\pi a^2$. **D.** $6\pi a^2$.

Lời giải

Chọn D



Kẻ đường cao AH của tam giác $ABC\Rightarrow AH\perp BC$.

$\Rightarrow\left(AC'\left(BCC'B'\right)\right)=\left(AC',HC'\right)=\widehat{AC'H}=30^0$.

$\Rightarrow AC' = \dfrac{HA}{\sin 30^0} = \sqrt{3}a \Rightarrow CC' = \sqrt{2}a$.

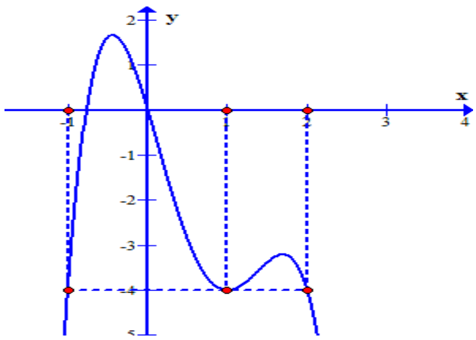
Gọi O, O' lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và $A'B'C'$.

$\Rightarrow$ tâm I của mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là trung điểm của OO'.

Bán kính $\Rightarrow R = \sqrt{OI^2 + OB^2} = \sqrt{\left(\dfrac{CC'}{2}\right)^2 + OB^2} = \dfrac{\sqrt{6}a}{2}$

Diện tích mặt cầu $S = 4\pi R^2 = 6\pi a^2$.

Câu 40: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e, (a, b, c, d, e \in R)$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ.



Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f(2x) + 8x$ trên đoạn $\left[-\dfrac{1}{2}; 1\right]$ bằng

A. $f(-1) - 4$. **B.** $f(2) + 8$. **C.** $f(4) + 16$. **D.** $f(0)$.

Lời giải

Chọn B

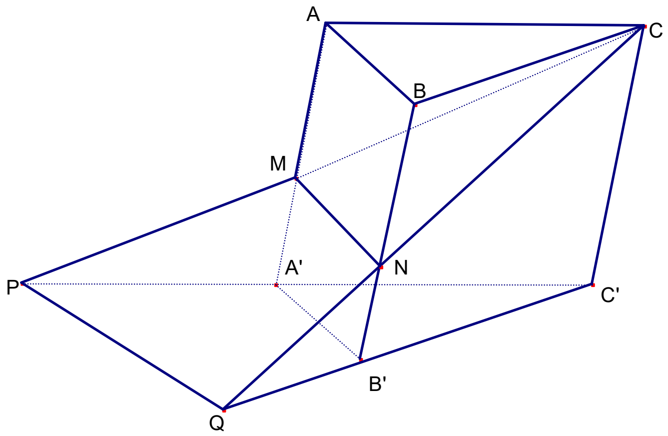
Xét hàm số $g(x) = f(2x) + 8x$

Đặt $t = 2x$ vì $x\left[-\dfrac{1}{2}; 1\right] \Rightarrow t \in [-1; 2] \Rightarrow g(t) = f(t) + 4t$

$\Rightarrow g'(t) = 2f'(t) + 4 \geq 0 \forall t \in [-1; 2] \Rightarrow g(t)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 2)$.

$\underset{[-1;2]}{Max} g(t) = g(2) = f(2) + 8$.

Câu 41: Cho khối trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 9. Gọi M, N lần lượt là hai điểm nằm trên các cạnh AA', BB' sao cho M là trung điểm của cạnh AA' và $NB = 3NB'$. Đường thẳng CM cắt đường thẳng $A'C'$ tại P, đường thẳng CN cắt đường thẳng $B'C'$ tại Q (tham khảo hình vẽ).



Thể tíc khối đa diện $A'MP.B'NQ$ bằng

A. $\frac{11}{4}$. **B.** $\frac{17}{4}$. **C.** $\frac{11}{8}$. **D.** $\frac{7}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: M là trung điểm của AA' và $MA'\|CC' \Rightarrow$ MA' là đường trung bình của $\Delta PCC'$.

$\Rightarrow A'$ là trung điểm của PC'.

Vì $\Delta QB'N \approx \Delta QCC' \Rightarrow \frac{QB'}{QC} = \frac{B'N}{CC'} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{B'C'}{C'Q} = \frac{2}{3}$.

$\Rightarrow \frac{V_{C.C'A'B'}}{V_{C.C'PQ}} = \frac{S_{A'B'C'}}{S_{C'PQ}} = \frac{C'A'.C'B'}{C'P.C'Q} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{CC'PQ} = 3V_{C.C'A'B'} = V_{ABC.A'B'C'}$.

Mặt khác: $\frac{V_{CMN.C'A'B'}}{V_{C'A'B'.CAB}} = \frac{AM}{AA'} + \frac{B'N}{BB'} + \frac{CC'}{CC'} = \frac{11}{18} \Rightarrow V_{CMN.C'A'B'} = \frac{11}{18} V_{C'A'B'.CAB}$.

$\Rightarrow V_{A'MP.B'NQ} = V_{C.C'A'B'} - V_{CMN.C'A'B'} = V_{ABC.A'B'C'} - \frac{11}{18} V_{ABC.A'B'C'} = \frac{7}{18} V_{ABC.A'B'C'} = \frac{7}{2}$.

Câu 42: Cho phương trình $\log_{\sqrt{3}}(x-1) = \log_3(mx-15)$ với m là tham số thực. Số các giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có hai nghiệm thực phân biệt là

A. 8. **B.** 10. **C.** 7. **D.** 9.

Lời giải

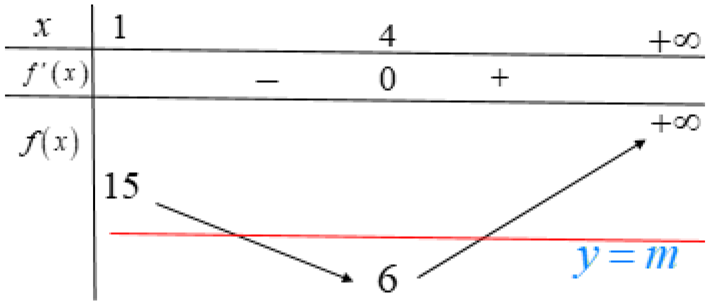
Chọn A

Phương trình $\log_{\sqrt{3}}(x-1) = \log_3(mx-15)$. Điều kiện: $x > 1$.

$\Rightarrow \log_3(x-1)^2 = \log_3(mx-15) \Leftrightarrow (x-1)^2 = mx - 15 \Leftrightarrow m = x - 2 + \frac{16}{x}$.

Xét hàm số: $f(x) = x - 2 + \frac{16}{x}$, $(x > 1) \Rightarrow f'(x) = 1 - \frac{16}{x^2} = \frac{x^2 - 16}{x^2} \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 4$ $(do\ x > 1)$.

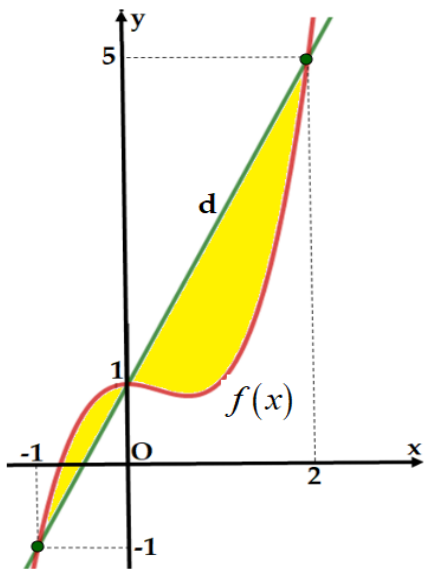
BBT:



Phương trình đã cho có hai nghiệm thực phân biệt khi $6 < m < 15 \xrightarrow{m\in\mathbb{Z}} m \in \{7;8;...;14\}$

$\Rightarrow$ Số giá trị m thỏa mãn là 8.

Câu 43: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đường thẳng (d): $y = ax + b$ có đồ thị như hình vẽ.



Biết diện tích phần tô đậm bằng $\frac{37}{12}$ và $\int_{-1}^{0} f(x)\mathrm{d}x = \frac{5}{12}$. Tích phân $\int_{0}^{1} xf'(2x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{35}{8}$. **B.** $\frac{13}{3}$. **C.** $\frac{20}{3}$. **D.** $\frac{50}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị suy ra được phương trình đường thẳng (d): $y = 2x + 1$.

+) Diện tích phần tô đậm bằng $\frac{37}{12}$, suy ra:

$$\int_{-1}^{2} \left| f(x) - (2x+1) \right| \mathrm{d}x = \frac{37}{12} \Leftrightarrow \int_{-1}^{0} \left[f(x) - (2x+1) \right] \mathrm{d}x - \int_{0}^{2} \left[f(x) - (2x+1) \right] \mathrm{d}x = \frac{37}{12}$$

$$\Leftrightarrow \int_{-1}^{0} f(x)\mathrm{d}x - \int_{-1}^{0} (2x+1)\mathrm{d}x - \int_{0}^{2} f(x)\mathrm{d}x + \int_{0}^{2} (2x+1)\mathrm{d}x = \frac{37}{12} \Leftrightarrow \frac{5}{12} - 0 - \int_{0}^{2} f(x)\mathrm{d}x + 6 = \frac{37}{12}$$

$$\Leftrightarrow \int_{0}^{2} f(x)\mathrm{d}x = \frac{10}{3}.$$

+) Xét tích phân $I=\int\limits_0^1 xf'(2x)\mathrm{d}x$. Đặt $2x=t\Rightarrow \mathrm{d}x=\dfrac{\mathrm{d}t}{2}$. Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=0;\quad x=1\Rightarrow t=2$.

Khi đó $I=\int\limits_0^2 \dfrac{t}{2}f'(t)\dfrac{\mathrm{d}t}{2}=\dfrac{1}{4}\int\limits_0^2 tf'(t)\mathrm{d}t=\dfrac{1}{4}\int\limits_0^2 xf'(x)\mathrm{d}x$. Đặt $\begin{cases}x=u\\ f'(x)\mathrm{d}x=\mathrm{d}v\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}x=\mathrm{d}u\\ f(x)=v\end{cases}$

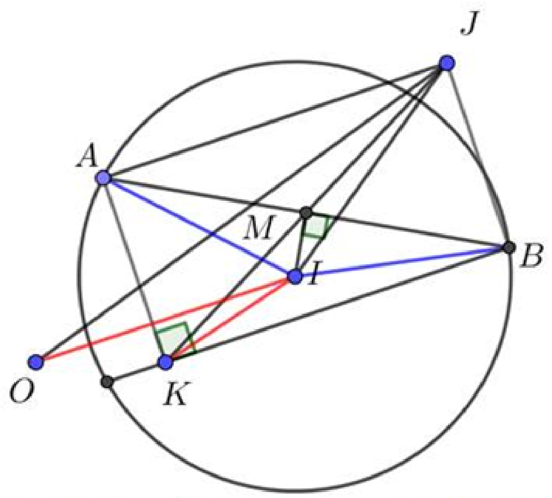
$\Rightarrow I=xf(x)\Big|_0^2-\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x=2f(2)-\dfrac{10}{3}=2.5-\dfrac{10}{3}=\dfrac{20}{3}$.

Câu 44: Xét hai số phức z_1,z_2 thay đổi đồng thời thỏa mãn các điều kiện $|z_1-6-2i|=|z_2-6-2i|=5$ và $|z_1-3|^2+|z_2-3|^2=|z_1-z_2|^2$. Đặt $P=|z_1+z_2-3|$, giá trị lớn nhất của P thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(4;7)$. **B.** $(12;13)$. **C.** $(13;14)$ **D.** $(11;12)$.

Lời giải

Chọn B



Giả sử $A(z_1),B(z_2)$. Từ giả thiết ta có:

+) $|z_1-6-2i|=|z_2-6-2i|=5\Rightarrow A,B\in$ đường tròn (C) tâm $I(6;2)$, bán kính $R=5$.

+) $|z_1-3|^2+|z_2-3|^2=|z_1-z_2|^2\Rightarrow AK^2+BK^2=AB^2\Rightarrow\Delta ABK$ vuông tại K, với $K(3;0)$.

Gọi M là trung điểm của AB, J là điểm đối xứng với K qua M. Khi đó: $P=OJ$.

Theo công thức đường trung tuyến $IM^2=\dfrac{IK^2+IJ^2}{2}-\dfrac{KJ^2}{4}$, lại có: $IM^2=IA^2+AM^2$

Suy ra: $IJ^2=2AI^2-IK^2\Rightarrow IJ=\sqrt{37}$.

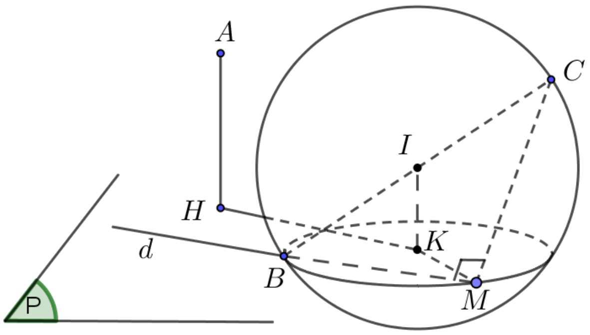
Điểm J di động trên đường tròn tâm I, bán kính $\sqrt{37}$ nên $OJ_{\max}=OI+\sqrt{37}\approx 12,4$.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;1;0),B(-1;1;4),C(5;1;-2)$ và mặt phẳng $(P):x+2y-2z+7=0$. Giả sử d là đường thẳng bất kỳ thuộc mặt phẳng (P) luôn đi qua điểm B. Gọi M là hình chiếu của C lên d. Giá trị lớn nhất của AM bằng

A. $4\sqrt{2}+3$. **B.** $4\sqrt{2}$. **C.** $4\sqrt{2}+4$. **D.** $4\sqrt{2}+1$.

Lời giải

Chọn B



+ Gọi I là trung điểm của BC $\Rightarrow I(2;1;1)$. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A và I lên mặt phẳng (P). Phương trình tham số đường thẳng $AH: \begin{cases} x = 3+t \\ y = 1+2t \\ z = -2t \end{cases}$.

+ Điểm $H \in AH \Rightarrow H(3+t;1+2t;-2t)$ mà $H \in (P) \Rightarrow (3+t)+2(1+2t)-2(-2t)+7=0$

$\Leftrightarrow 9t+12=0 \Leftrightarrow t=-\dfrac{4}{3} \Rightarrow H\left(\dfrac{5}{3};-\dfrac{5}{3};\dfrac{8}{3}\right)$.

+ Tương tự ta tìm được toạ độ điểm $K(1;-1;3)$. Ta có, $AH=4, IK=3$ và $HK=1$.

+ Hai điểm B, C cố định mà tam giác BMC vuông tại M nên M nằm trên mặt cầu (S) tâm I bán kính $IM=\dfrac{BC}{2}=3\sqrt{2}$, mà $M \in (P)$ nên M nằm trên đường tròn (C) là đường tròn giao tuyến của mặt cầu (S) và mặt phẳng (P).

+ Đường tròn (C) có tâm K bán kính $KM=\sqrt{IM^2-IK^2}=3$

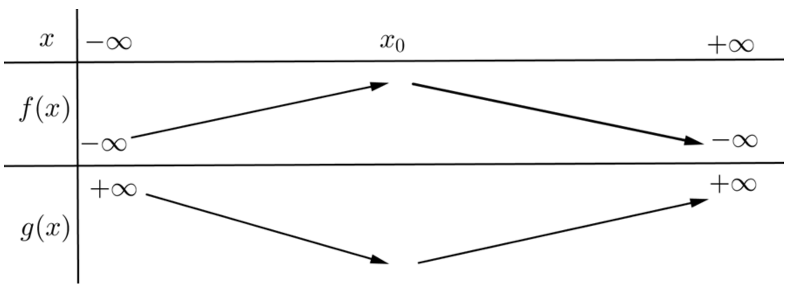
+ Xét tam giác AHM vuông tại H có $AM=\sqrt{AH^2+HM^2}=\sqrt{16+HM^2}$.

mà $HM \le HK+KM=1+3=4 \Rightarrow AM \le \sqrt{16+4^2}=4\sqrt{2}$.

Dấu "=" xảy ra khi K nằm giữa HM.

Vậy giá trị lớn nhất của AM bằng $4\sqrt{2}$.

Câu 46: Cho hai hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ và $f(x_0)-g(x_0)=6$. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\left|m+1-\left|f(x)-g(x)\right|\right|$ có 7 điểm cực trị là $(a;b)$. Tổng $a+b$ bằng



A. 6. **B.** -5. **C.** -2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Đặt $h(x)=f(x)-g(x)\Rightarrow\ h'(x)=f'(x)-g'(x)$ và $h(x_0)=6$.

+ Trên khoảng $(-\infty;x_0)$ ta có, $f'(x)\geq 0$ và $g'(x)\leq 0$ nên $h'(x)\geq 0$.

+ Trên khoảng $(x_0;+\infty)$ ta có, $f'(x)\leq 0$ và $g'(x)\geq 0$ nên $h'(x)\leq 0$.

Đặt $k(x)=m+1-|h(x)|$, hàm số ban đầu trở thành $y=|k(x)|$.

Bảng biến thiên của hàm số $k(x)$

x	$-\infty$				x_0				$+\infty$
$h'(x)$			$+$				$-$		
$h(x)$	$-\infty$	↗			6	↘			$y=0$ $-\infty$
$\lvert h(x)\rvert$	$+\infty$	↘	0	↗	6	↘	0	↗	$-\infty$
$-\lvert h(x)\rvert$	$-\infty$	↗	0	↘	-6	↗	0	↘	$-\infty$
$k(x)=m+1-\lvert h(x)\rvert$	$-\infty$	↗	$m+1$	↘	$m-5$	↗	$m+1$	↘	$-\infty$

Để hàm số $y=|k(x)|$ có 7 điểm cực trị thì đường thẳng $y=0$ cắt đồ thị hàm số $k(x)$ tại 4 điểm phân biệt. Dựa vào BBT ta suy ra $m-5<0<m+1\Leftrightarrow -1<m<5$. Vậy $a=-1,\ b=5\Rightarrow a+b=4$.

Câu 47: Cho hàm số $y=f(x), f(x)>e^x, \forall x\in(0;+\infty)$ thỏa mãn $(x+1)f(x)-xf'(x)=e^x, f(1)=3e$.Giá trị $\int_1^2 f(x)dx$ bằng

A. $3e^2-3e$. **B.** $3e^2-e$. **C.** $3e^2$. **D.** $3e^2+e$

Lời giải

Chọn B

+)Ta có $(x+1)f(x)-xf'(x)=e^x\Leftrightarrow\dfrac{(x+1).e^{-x}}{x^2}f(x)-\dfrac{e^{-x}}{x}f'(x)=\dfrac{1}{x^2}$

$$\Leftrightarrow\left[\frac{e^{-x}f(x)}{x}\right]'=\frac{-1}{x^2}\Leftrightarrow\frac{e^{-x}}{x}f(x)=\frac{1}{x}+C$$

Mà $f(1)=3e\Rightarrow e^{-1}f(1)=1+C\Rightarrow C=2\Rightarrow\dfrac{e^{-x}}{x}f(x)=\dfrac{1}{x}+2$

$$\Rightarrow f(x)=(2x+1)e^x$$

Vậy $\int_1^2 f(x)dx = \int_1^2 (2x+1)e^x dx = 3e^2 - e$.

Câu 48: Trong không gian $Ozyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9$ và ba điểm $A(0;1;0), B(0;0;1), C(3;-2;-1)$. Tập hợp các điểm M trên mặt cầu thỏa mãn $MA^2 - \overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MC} = 0$ là đường tròn cố định có bán kính bằng

A. $\frac{9}{5}$. **B.** $\frac{3\sqrt{34}}{5}$. **C.** $\frac{6\sqrt{6}}{5}$. **D.** $\frac{12}{5}$

Lời giải.

Chọn D

+)$(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9$ có tâm $I(-1;2;3), R=3$.

+)Gọi $M(x;y;z) \Rightarrow MA^2 = x^2+(-y+1)^2+z^2, \overrightarrow{MB}=(-x;-y;1-z), \overrightarrow{MC}=(3-x;-2-y;-1-z)$

+)Ta có $MA^2 - \overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MC} = 0 \Rightarrow x^2+(y-1)^2+z^2+x(3-x)+y(-2-y)-(1-z)(-1-z)=0$

$\Leftrightarrow 3x-4y+2=0 \ (P)$

Nên quỹ tích điểm M là đường tròn giao tuyến của mặt phẳng (P) và mặt cầu (S).

+)$d(I;(P)) = \frac{|-3-8+2|}{5} = \frac{9}{5}$

Bán kính đường tròn giao tuyến là $r = \sqrt{9-\frac{81}{25}} = \frac{12}{5}$.

Câu 49: Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|3i+5-iz_1| = |\overline{z_2}-3-5i| = 5$ và $|z_1-z_2|=6$. Môđun của số phức $\omega = z_1+z_2-6+10i$ bằng

A. 10. **B.** 4. **C.** 8. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

Ta có $|3i+5-iz_1| = |\overline{z_2}-3-5i| = 5 \Leftrightarrow |z_1-3+5i| = |z_2-3+5i| = 5$

Đặt $u = z_1-3+5i$ và $v = z_2-3+5i$.

Khi đó ta có được $|u|=|v|=5$, $|u-v|=6$ và $|\omega| = |z_1+z_2-6+10i| = |u+v|$.

Ta có $|u+v|^2+|u-v|^2 = 2(|u|^2+|v|^2) \Leftrightarrow |u+v|^2+36=100 \Leftrightarrow |u+v|=8$.

Câu 50: Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ thỏa mãn $1 \le x \le 2023$ và

$$(y+2)\log_3\left(\frac{y-2}{y+2}+1\right) + \frac{xy-2x-y+2}{x+2}\log_2\left(\frac{x+2}{x-1}+1\right) \le 0?$$

A. 4046. **B.** 2022. **C.** 2023. **D.** 4044.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $\begin{cases} \dfrac{y-2}{y+2}+1>0 \\ \dfrac{x+2}{x-1}+1>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{2y}{y+2}>0 \\ \dfrac{2x+1}{x-1}>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x,y\in\mathbb{Z} \\ y\ge 1 \\ x\ge 2 \end{cases}$.

Bất phương trình tương đương $(y+2)\log_3\left(\dfrac{y-2}{y+2}+1\right)+\dfrac{(x-1)(y-2)}{x+2}\log_2\left(\dfrac{x+2}{x-1}+1\right)\le 0$

$(y+2)\log_3\left(\dfrac{y-2}{y+2}+1\right)+(y-2)\dfrac{x-1}{x+2}\log_2\left(\dfrac{3}{x-1}+2\right)\le 0$

Với $x\ge 2$, ta có $\dfrac{x-1}{x+2}\log_2\left(\dfrac{3}{x-1}+2\right)>0$.

Nên với $y=1$ và $x\ge 2$ $(y+2)\log_3\left(\dfrac{y-2}{y+2}+1\right)+(y-2)\dfrac{x-1}{x+2}\log_2\left(\dfrac{3}{x-1}+2\right)<0$ (Thỏa).

Trường hợp này có 2022 cặp $(x;y)$ thỏa mãn.

Với $y=2$ và $x\ge 2$ $(y+2)\log_3\left(\dfrac{y-2}{y+2}+1\right)+(y-2)\dfrac{x-1}{x+2}\log_2\left(\dfrac{3}{x-1}+2\right)=0$ (Thỏa).

Trường hợp này có 2022 cặp $(x;y)$ thỏa mãn.

Với $y>2$, $\begin{cases} y+2>0 \\ \dfrac{y-2}{y+2}+1>1 \\ y-2>0 \end{cases}$ nên $(y+2)\log_3\left(\dfrac{y-2}{y+2}+1\right)+(y-2)\dfrac{x-1}{x+2}\log_2\left(\dfrac{3}{x-1}+2\right)>0$ không thỏa mãn bất phương trình.

Vậy có tất cả 4044 cặp $(x;y)$ thỏa mãn.