

Câu 1. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = -3 + 4i$ có tọa độ là

- A. $(-3; -4)$. B. $(3; -4)$. C. $(3; 4)$. D. $(-3; 4)$.

Câu 2. Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = \ln x$ là

- A. $y' = \frac{1}{x}$. B. $y' = \frac{e}{x}$. C. $y' = \frac{1}{10x}$. D. $y' = \frac{1}{x \ln 10}$.

Câu 3. Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = x^{\frac{3}{2}}$ là

- A. $y' = \frac{3}{2}x^{\frac{5}{2}}$. B. $y' = x^{\frac{1}{2}}$. C. $y' = \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}}$. D. $y' = \frac{3}{2}x$.

Câu 4. Tập nghiệm bất phương trình $2^x > -2$ là

- A. $(-\infty; -1)$. B. \mathbb{R} . C. $(1; +\infty)$. D. $(-1; +\infty)$.

Câu 5. Ba số nào sau đây theo thứ tự lập thành một cấp số cộng?

- A. 2, 5, 8. B. 2, 4, 8. C. 3, 9, 12. D. 3, -6, 9.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x + 3y - 5z - 2023 = 0$ có một vectơ pháp tuyến có tọa độ là

- A. $(2; 3; 5)$. B. $(2; 3; -5)$. C. $(2; -3; -5)$. D. $(2; -3; 5)$.

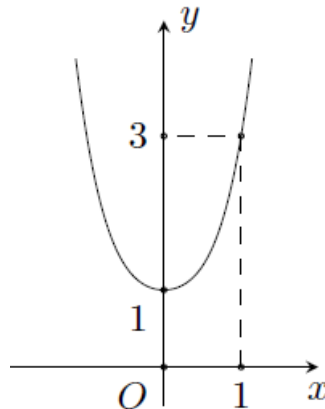
Câu 7. Cho hàm số $y = \frac{3x-2}{x-1}$. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho với trục tung là

- A. $(0; 2)$. B. $\left(\frac{2}{3}; 0\right)$. C. $(3; 0)$. D. $(0; 1)$.

Câu 8. Tính $I = \int_1^2 2x dx$.

- A. $I = 2$. B. $I = 3$. C. $I = 1$. D. $I = 4$.

Câu 9. Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



- A. $y = \frac{2x-1}{x-1}$. B. $y = x^4 - 2x^2 + 1$. C. $y = x^4 + x^2 + 1$. D. $y = 2x^3 + 1$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y-1)^2 + (z+4)^2 = 4$ có tọa độ tâm I và bán kính R tương ứng là

- A. $I(3;1;-4)$, $R = 2$. B. $I(-3;-1;4)$, $R = 2$. C. $I(3;1;-4)$, $R = 4$. D. $I(-3;-1;4)$, $R = 4$.

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (-1;1;0)$, $\vec{b} = (1;1;0)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\vec{a} \perp \vec{b}$. B. \vec{a}, \vec{b} cùng hướng.
C. \vec{a}, \vec{b} đối nhau. D. \vec{a}, \vec{b} ngược hướng.

Câu 12. Cho số phức $z = 2 + 3i$. Số phức liên hợp của z là

- A. $\bar{z} = -2 + 3i$. B. $\bar{z} = 2 - 3i$. C. $\bar{z} = -2 - 3i$. D. $\bar{z} = -3 + 2i$.

Câu 13. Cho khối lập phương có cạnh bằng 2. Diện tích toàn phần của hình lập phương bằng

- A. 24. B. 8. C. 12. D. 32.

Câu 14. Cho khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông có cạnh bằng a và chiều cao bằng h . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $\pi a^2 h$. B. $a^2 h$. C. $\frac{1}{3} a^2 h$. D. $3a^2 h$.

Câu 15. Diện tích của mặt cầu bán kính $R = 3$ bằng

- A. 6π . B. 18π . C. 36π . D. 12π .

Câu 16. Phần thực của số phức $z = (1 + 2i)(2 - i)$ là

- A. 0. B. 4. C. 2. D. 3.

Câu 17. Một hình trụ có bán kính đáy $r = 4$ và có chiều cao $h = 3$. Diện tích xung quanh của hình trụ bằng

- A. 12π . B. 24π . C. 40π . D. 20π .

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 3t \\ z = 3 - t \end{cases}$ không đi qua điểm nào dưới đây?

- A. $Q(1;2;3)$. B. $P(2;-2;-1)$. C. $N(-1;5;4)$. D. $M(3;-1;2)$.

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	3	-1	3	$-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số bằng

- A. -2. B. 3. C. 2. D. -1.

Câu 20. Đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số nào sau đây?

- A. $y = 2x$. B. $y = \frac{2}{x-1}$. C. $y = \frac{2x-1}{x+2}$. D. $y = \frac{2x^2-3}{x+1}$.

Câu 21. Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2 x \leq 3$ là

- A. $S = (0;6]$. B. $S = (0;8]$. C. $S = (-\infty;6)$. D. $S = (-\infty;8]$.

Câu 22. Cho tập hợp M gồm 4 phần tử. Số tập con gồm 3 phần tử của M là

- A. C_4^3 . B. 3^4 . C. 4^3 . D. A_4^3 .

Câu 23. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$ là

- A. $-\frac{1}{\cos x} + C$. B. $\tan x + C$. C. $-\cot x + C$. D. $\cot x + C$.

Câu 24. Cho $\int_0^3 f(x)dx = -2$ và $\int_3^5 f(x)dx = 3$. Tính tích phân $L = \int_0^5 [2f(x)]dx$.

- A. $L = 12$. B. $L = -2$. C. $L = 2$. D. $L = -12$.

Câu 25. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ là

- A. $\frac{1}{2}\sqrt{x} + C$. B. $\frac{3}{2}\sqrt{x} + C$. C. $\sqrt{x} + C$. D. $2\sqrt{x} + C$.

Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$				
y'		$+$	0	$-$	0	$-$			
y	$-\infty$		-1		-2		-1		$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; -1)$. B. $(-\infty; -1)$. C. $(-1; 1)$. D. $(0; 1)$.

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$			
y'		$+$	$ $	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		0		-1		$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng -1 .
 B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = -1$.
 C. Hàm số có đúng một điểm cực trị.
 D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.

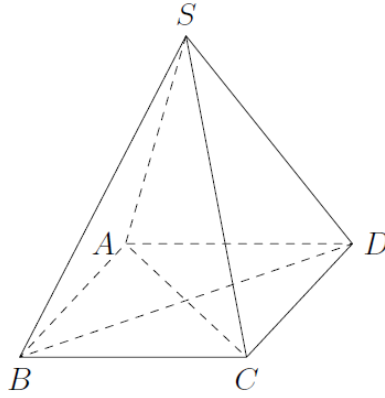
Câu 28. Cho $a = \log_2 3$ và $b = \log_3 7$. Giá trị của $\log_2 14$ bằng

- A. $a + b - 1$. B. $4ab$. C. $2ab + 3$. D. $ab + 1$.

Câu 29. Thể tích khối tròn xoay tạo bởi khi quay quanh trục hoành của hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = 2x - x^2$; $y = 0$; $x = 0$; $x = 1$ có giá trị bằng

- A. $\frac{16\pi}{15}$. B. $\frac{4\pi}{3}$. C. $\frac{2\pi}{3}$. D. $\frac{8\pi}{15}$.

Câu 30. Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng $2a$ và chiều cao bằng a (tham khảo hình vẽ). Giá trị tang của góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng



- A. 1. B. $\frac{3}{4}$. C. $\sqrt{3}$. D. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Câu 31. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ và trục hoành là

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Câu 32. Hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + 9x + 20$ đồng biến trên khoảng

- A. $(-3; +\infty)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(1; 2)$. D. $(-3; 1)$.

Câu 33. Gọi M là tập hợp các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7. Lấy ra từ tập M một số bất kỳ. Xác suất để lấy được số lẻ bằng

- A. $\frac{3}{7}$. B. $\frac{4}{7}$. C. $\frac{2}{21}$. D. $\frac{3}{4}$.

Câu 34. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $4^x + 8 = 6 \cdot 2^x$ bằng

- A. 9. B. 3. C. 5. D. 6.

Câu 35. Tập hợp điểm biểu diễn của số phức z thỏa mãn $|z - i| = |(1 + i)z|$ là đường tròn có tọa độ tâm I là

- A. $I(0; 1)$. B. $I(0; -1)$. C. $I(1; 0)$. D. $I(-1; 0)$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 0)$, $B(2; 1; -1)$. Mặt phẳng (P) đi qua hai điểm A , B và vuông góc với mặt phẳng Oxy có phương trình là

- A. $2x - y + 1 = 0$. B. $x - y + 2z + 1 = 0$. C. $x + y - 3 = 0$. D. $x + 2y - 4 = 0$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ giao điểm của mặt phẳng $(P): 2x - 3y + z - 6 = 0$ với trục tung là

- A. $(0; -2; 0)$. B. $(0; 2; 0)$. C. $N(3; 0; 0)$. D. $P(0; 0; 6)$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABC$ có ba cạnh bên $SA = 1$, $SB = 2$, $SC = 3$ đôi một vuông góc với nhau. Chiều cao của hình chóp bằng

- A. $\frac{5}{6}$. B. $\frac{\sqrt{66}}{11}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{6}{7}$.

Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $3 \log_8(x+1) - \log_2(86-x) \geq 1$?

- A. 28. B. 85. C. 29. D. 86.

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} thỏa mãn $f(2) = -2$; $\int_0^2 f(x) dx = 1$. Tính

$$I = \int_0^4 f'(\sqrt{x}) dx.$$

- A. $I = -10$. B. $I = 0$. C. $I = -18$. D. $I = -5$.

Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$			5			$+\infty$
	$-\infty$			-3		

Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f'[f(x)+2]=0$ là

- A. 6. B. 5. C. 4. D. 3.

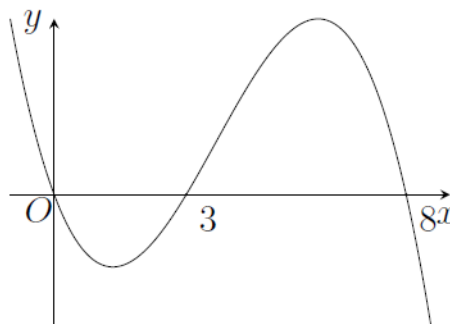
Câu 42. Cho số phức z thỏa mãn $|4z+3i|=|4z-4+5i|$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|z+i|+|z-3i|$.

- A. $\min P=5\sqrt{2}$. B. $\min P=\sqrt{5}$. C. $\min P=2\sqrt{2}$. D. $\min P=2\sqrt{5}$.

Câu 43. Cho khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông có cạnh bằng 2. Biết khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(CB'D')$ bằng 2. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $\sqrt{3}$. B. $2\sqrt{2}$. C. $4\sqrt{2}$. D. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$.

Câu 44. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Biết rằng diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và trục hoành bằng 8 và $\int_0^8 f(x)dx=4$. Giá trị của $I=\int_3^8 (2023-x)f'(x)dx$ bằng



- A. 6. B. 12. C. 4. D. 2023.

Câu 45. Cho phương trình $z^2-mz+m^2-3=0$ với m là tham số thực. Gọi S là tập hợp các giá trị của m sao cho phương trình đã cho có hai nghiệm phức có điểm biểu diễn là A, B và tam giác OAB có diện tích bằng 6. Tổng bình phương các phần tử của S bằng

- A. 32. B. 16. C. 8. D. 18.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$ và điểm $A(1;3;0)$. Mặt cầu (S) đi qua A , tiếp xúc với Oxy và với đường thẳng d . Bán kính của mặt cầu (S) là

- A. $\sqrt{30}$. B. $6\sqrt{6}$. C. $2\sqrt{5}$. D. $2\sqrt{10}$.

Câu 47. Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho có không quá 8 số nguyên x thỏa mãn $\log_2(4x+y) > 2\log_2(x-2)$?

- A. 24. B. 37. C. 23. D. 36.

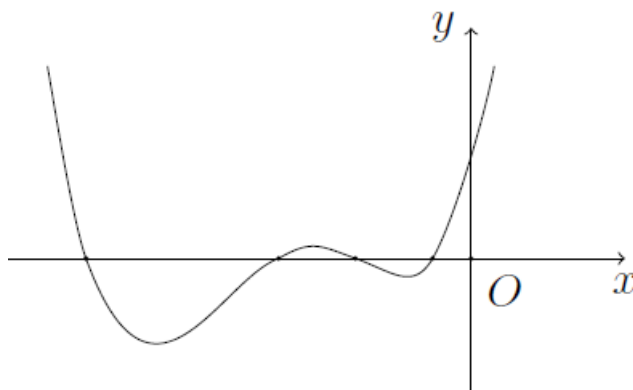
Câu 48. Cho khối trụ (T) có bán kính đáy bằng $2\sqrt{3}a$. Gọi A và B là hai điểm thuộc hai đường tròn đáy của (T) sao cho khoảng cách và góc giữa AB và trục của (T) bằng $2a$ và 60° . Thể tích của khối trụ đã cho bằng

- A. $48\sqrt{6}\pi a^3$. B. $24\sqrt{2}\pi a^3$. C. $16\sqrt{6}\pi a^3$. D. $24\sqrt{6}\pi a^3$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(6;0;0)$, $B(6;8;0)$, $C(0;8;0)$. Gọi mặt phẳng (α) đi qua B và vuông góc với AC . Điểm M thay đổi thoả mãn $\widehat{ABM} = \widehat{AMC} = 90^\circ$. Gọi N là giao điểm của AM và (α) . Khoảng cách từ N đến (ABC) có giá trị lớn nhất bằng

- A. $\frac{8}{5}$. B. $\frac{8\sqrt{2}}{5}$. C. $\frac{24}{5}$. D. $\frac{12}{5}$.

Câu 50. Cho hàm số đa thức $f(x)$ có đồ thị của đạo hàm $f'(x)$ như hình bên. Biết rằng $f(0) = 0$. Hàm số $g(x) = |f(x^6) - x^3|$ có bao nhiêu điểm cực trị?



- A. 7. B. 4. C. 5. D. 3.

----- HẾT -----

LỜI GIẢI THAM KHẢO

Câu 1. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = -3 + 4i$ có tọa độ là

A. $(-3; -4)$.

B. $(3; -4)$.

C. $(3; 4)$.

D. $(-3; 4)$.

Lời giải

Điểm biểu diễn của số phức $z = -3 + 4i$ là điểm có tọa độ $(-3; 4)$.

Câu 2. Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = \ln x$ là

A. $y' = \frac{1}{x}$.

B. $y' = \frac{e}{x}$.

C. $y' = \frac{1}{10x}$.

D. $y' = \frac{1}{x \ln 10}$.

Lời giải

$$y = \ln x \Rightarrow y' = \frac{1}{x}.$$

Câu 3. Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = x^{\frac{3}{2}}$ là

A. $y' = \frac{3}{2}x^{\frac{5}{2}}$.

B. $y' = x^{\frac{1}{2}}$.

C. $y' = \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}}$.

D. $y' = \frac{3}{2}x$.

Lời giải

Áp dụng công thức đạo hàm của hàm số lũy thừa, ta có $y' = \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}}$.

Câu 4. Tập nghiệm bất phương trình $2^x > -2$ là

A. $(-\infty; -1)$.

B. \mathbb{R} .

C. $(1; +\infty)$.

D. $(-1; +\infty)$.

Lời giải

Ta có $2^x > 0 > -2, \forall x \in \mathbb{R}$.

Vậy tập nghiệm là \mathbb{R} .

Câu 5. Ba số nào sau đây theo thứ tự lập thành một cấp số cộng?

A. 2, 5, 8.

B. 2, 4, 8.

C. 3, 9, 12.

D. 3, -6, 9.

Lời giải

Xét dãy số $(u_n): 2, 5, 8$, ta có $\frac{2+8}{2} = 5$ nên ba số 2, 5, 8 theo thứ tự lập thành một cấp số cộng.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x + 3y - 5z - 2023 = 0$ có một vectơ pháp tuyến có tọa độ là

A. $(2; 3; 5)$.

B. $(2; 3; -5)$.

C. $(2; -3; -5)$.

D. $(2; -3; 5)$.

Lời giải

Mặt phẳng $Ax + By + Cz + D = 0$ có một vectơ pháp tuyến có tọa độ $(A; B; C)$.

Câu 7. Cho hàm số $y = \frac{3x-2}{x-1}$. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho với trục tung là

A. $(0; 2)$.

B. $\left(\frac{2}{3}; 0\right)$.

C. $(3; 0)$.

D. $(0; 1)$.

Lời giải

Với $x = 0$ ta có $y = 2$ nên tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung là $(0; 2)$.

Câu 8. Tính $I = \int_1^2 2x dx$.

A. $I = 2$.

B. $I = 3$.

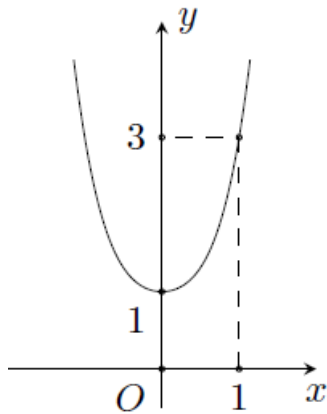
C. $I = 1$.

D. $I = 4$.

Lời giải

Ta có $I = \int_1^2 2x dx = x^2 \Big|_1^2 = 4 - 1 = 3$.

Câu 9. Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



- A.** $y = \frac{2x-1}{x-1}$. **B.** $y = x^4 - 2x^2 + 1$. **C.** $y = x^4 + x^2 + 1$. **D.** $y = 2x^3 + 1$.

Lời giải

Do đồ thị hàm số qua điểm $(1; 3)$, nên chỉ có đồ thị hàm số $y = x^4 + x^2 + 1$ thỏa mãn.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y-1)^2 + (z+4)^2 = 4$ có tọa độ tâm I và bán kính R tương ứng là

- A.** $I(3; 1; -4)$, $R = 2$. **B.** $I(-3; -1; 4)$, $R = 2$. **C.** $I(3; 1; -4)$, $R = 4$. **D.** $I(-3; -1; 4)$, $R = 4$.

Lời giải

Mặt cầu có tâm $I(3; 1; -4)$ và bán kính $R = 2$.

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (-1; 1; 0)$, $\vec{b} = (1; 1; 0)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $\vec{a} \perp \vec{b}$. **B.** \vec{a}, \vec{b} cùng hướng.
C. \vec{a}, \vec{b} đối nhau. **D.** \vec{a}, \vec{b} ngược hướng.

Lời giải

Ta có $\vec{a} \cdot \vec{b} = (-1) \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 = 0$ nên $\vec{a} \perp \vec{b}$.

Câu 12. Cho số phức $z = 2 + 3i$. Số phức liên hợp của z là

- A.** $\bar{z} = -2 + 3i$. **B.** $\bar{z} = 2 - 3i$. **C.** $\bar{z} = -2 - 3i$. **D.** $\bar{z} = -3 + 2i$.

Lời giải

Số phức liên hợp của số phức $a + bi$ là số phức $a - bi$.

Câu 13. Cho khối lập phương có cạnh bằng 2. Diện tích toàn phần của hình lập phương bằng

- A.** 24. **B.** 8. **C.** 12. **D.** 32.

Lời giải

Diện tích mỗi mặt của hình lập phương bằng 4.

Diện tích toàn phần của hình lập phương đã cho bằng $6 \cdot 4 = 24$.

Câu 14. Cho khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông có cạnh bằng a và chiều cao bằng h . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A.** $\pi a^2 h$. **B.** $a^2 h$. **C.** $\frac{1}{3} a^2 h$. **D.** $3a^2 h$.

Lời giải

Thể tích của lăng trụ $V = a^2 h$.

Câu 15. Diện tích của mặt cầu bán kính $R = 3$ bằng

- A.** 6π . **B.** 18π . **C.** 36π . **D.** 12π .

Lời giải

Diện tích của mặt cầu đã cho là $S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot 3^2 = 36\pi$.

Câu 16. Phần thực của số phức $z = (1 + 2i)(2 - i)$ là

Lời giải

Mỗi tập con gồm 3 phần tử của M là một tổ hợp chập 3 của 4 phần tử. Vậy có tất cả C_4^3 tập con.

Câu 23. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$ là

- A.** $-\frac{1}{\cos x} + C.$
- B.** $\tan x + C.$
- C.** $-\cot x + C.$
- D.** $\cot x + C.$

Lời giải

Ta có $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C.$

Câu 24. Cho $\int_0^3 f(x) dx = -2$ và $\int_3^5 f(x) dx = 3$. Tính tích phân $L = \int_0^5 [2f(x)] dx.$

- A.** $L = 12.$
- B.** $L = -2.$
- C.** $L = 2.$
- D.** $L = -12.$

Lời giải

Ta có $\int_0^5 f(x) dx = \int_0^3 f(x) dx + \int_3^5 f(x) dx = -2 + 3 = 1$ nên $L = 2 \cdot 1 = 2.$

Câu 25. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ là

- A.** $\frac{1}{2}\sqrt{x} + C.$
- B.** $\frac{3}{2}\sqrt{x} + C.$
- C.** $\sqrt{x} + C.$
- D.** $2\sqrt{x} + C.$

Lời giải

$\int \frac{1}{2\sqrt{x}} dx = \sqrt{x} + C \Rightarrow \int \frac{1}{\sqrt{x}} dx = 2\sqrt{x} + C.$

Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	-1	-2	-1	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(-2; -1).$
- B.** $(-\infty; -1).$
- C.** $(-1; 1).$
- D.** $(0; 1).$

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta kết luận hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; 2).$

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	$+$	$ $	$-$	$+$
y	$-\infty$	0	-1	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A.** Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng $-1.$
- B.** Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = -1.$
- C.** Hàm số có đúng một điểm cực trị.
- D.** Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1.$

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Câu 28. Cho $a = \log_2 3$ và $b = \log_3 7$. Giá trị của $\log_2 14$ bằng

- A. $a+b-1$. B. $4ab$. C. $2ab+3$. D. $ab+1$.

Lời giải

Ta có

$$\begin{aligned}\log_2 14 &= \log_2 3 \cdot \log_3 14 = \log_2 3 \cdot \log_3 (7 \cdot 2) = \log_2 3 \cdot (\log_3 7 + \log_3 2) \\ &= \log_2 3 \cdot \log_3 7 + \log_2 3 \cdot \log_3 2 = ab + 1\end{aligned}$$

Câu 29. Thể tích khối tròn xoay tạo bởi khi quay quanh trục hoành của hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = 2x - x^2$; $y = 0$; $x = 0$; $x = 1$ có giá trị bằng

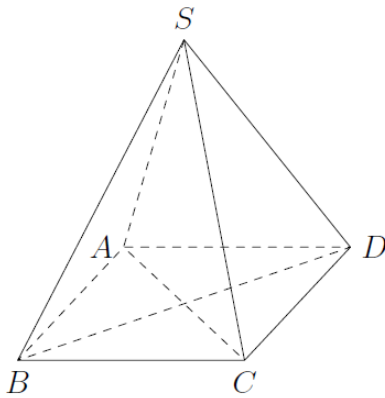
- A. $\frac{16\pi}{15}$. B. $\frac{4\pi}{3}$. C. $\frac{2\pi}{3}$. D. $\frac{8\pi}{15}$.

Lời giải

Thể tích cần tính

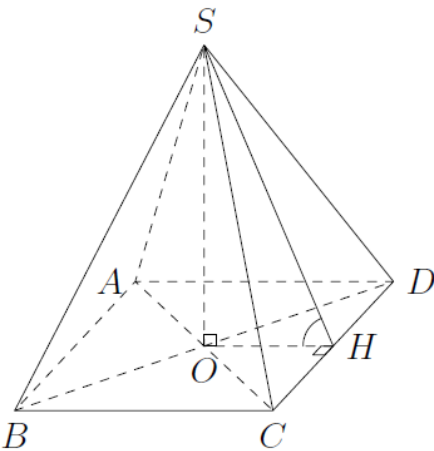
$$V = \pi \int_0^1 (2x - x^2)^2 dx = \pi \int_0^1 (x^4 - 4x^3 + 4x^2) dx = \pi \cdot \left(\frac{x^5}{5} - x^4 + \frac{4x^3}{3} \right) \Big|_0^1 = \frac{8\pi}{15}.$$

Câu 30. Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng $2a$ và chiều cao bằng a (tham khảo hình vẽ). Giá trị tang của góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng



- A. 1. B. $\frac{3}{4}$. C. $\sqrt{3}$. D. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Lời giải



Vì $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $SO \perp (ABCD)$, với O là tâm của hình vuông $ABCD$.

Gọi H là trung điểm của CD .

Tam giác SCD cân tại S nên $SH \perp CD$.

Tam giác OCD cân tại O nên $OH \perp CD$.

Vậy góc giữa (SCD) và $(ABCD)$ là \widehat{SHO} .

$$\text{Đặt } t = 2^x \text{ (} t > 0 \text{)} \text{ phương trình trở thành } t^2 - 6t + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \text{ (nh?n)} \\ t = 4 \text{ (nh?n)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 4 \\ 2^x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 1. \end{cases}$$

Câu 35. Tập hợp điểm biểu diễn của số phức z thỏa mãn $|z - i| = |(1 + i)z|$ là đường tròn có tọa độ tâm I là

- A.** $I(0; 1)$. **B.** $I(0; -1)$. **C.** $I(1; 0)$. **D.** $I(-1; 0)$.

Lời giải

$$\text{Gọi } z = a + bi \Rightarrow (1 + i)z = (a - b) + (a + b)i.$$

Vậy

$$\begin{aligned} |z - i| = |(1 + i)z| &\Leftrightarrow |a + (b - 1)i| = |(a - b) + (a + b)i| \\ &\Leftrightarrow a^2 + (b - 1)^2 = (a - b)^2 + (a + b)^2 \\ &\Leftrightarrow a^2 + b^2 + 2b - 1 = 0. \end{aligned}$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn của số phức z là đường tròn tâm $I(0; -1)$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 0)$, $B(2; 1; -1)$. Mặt phẳng (P) đi qua hai điểm A , B và vuông góc với mặt phẳng Oxy có phương trình là

- A.** $2x - y + 1 = 0$. **B.** $x - y + 2z + 1 = 0$. **C.** $x + y - 3 = 0$. **D.** $x + 2y - 4 = 0$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; -1; -1)$ và $\vec{k} = (0; 0; 1)$ là hai vectơ có giá song song hoặc nằm trên (P) nên mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $[\overrightarrow{AB}, \vec{k}] = (-1; -1; 0)$.

$$\text{Phương trình mặt phẳng } (P) \text{ là } -1(x - 1) - (y - 2) + 0(z - 0) = 0 \Leftrightarrow x + y - 3 = 0.$$

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ giao điểm của mặt phẳng $(P): 2x - 3y + z - 6 = 0$ với trục tung là

- A.** $(0; -2; 0)$. **B.** $(0; 2; 0)$. **C.** $N(3; 0; 0)$. **D.** $P(0; 0; 6)$.

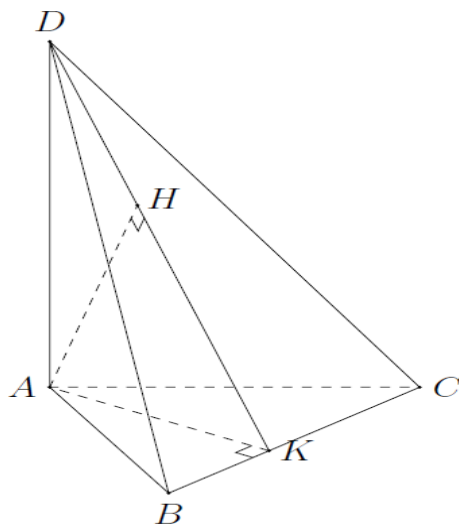
Lời giải

Tọa độ giao điểm của mặt phẳng $(P): 2x - 3y + z - 6 = 0$ với trục tung là $(0; -2; 0)$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABC$ có ba cạnh bên $SA = 1$, $SB = 2$, $SC = 3$ đôi một vuông góc với nhau. Chiều cao của hình chóp bằng

- A.** $\frac{5}{6}$. **B.** $\frac{\sqrt{66}}{11}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{6}{7}$.

Lời giải



Hạ $AK \perp BC$, $AH \perp DK$, ta có khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BCD) bằng AH .

$$\text{Xét } \triangle ABC, \text{ ta có } \frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}.$$

Xét tam giác AKD , ta có

$$\begin{aligned} \frac{1}{AH^2} &= \frac{1}{AD^2} + \frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AD^2} + \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} \\ &= \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} = \frac{49}{36} \\ &\Rightarrow AH = \frac{6}{7}. \end{aligned}$$

Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $3\log_8(x+1) - \log_2(86-x) \geq 1$?

A. 28.

B. 85.

C. 29.

D. 86.

Lời giải

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x+1 > 0 \\ 86-x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < x < 86.$$

Ta có

$$\begin{aligned} 3\log_8(x+1) - \log_2(86-x) &\geq 1 \\ \Leftrightarrow 3\log_{2^3}(x+1) - \log_2(86-x) &\geq 1 \\ \Leftrightarrow \log_2(x+1) - \log_2(86-x) &\geq 1 \\ \Leftrightarrow \log_2\left(\frac{x+1}{86-x}\right) &\geq 1 \\ \Leftrightarrow \frac{x+1}{86-x} &\geq 2 \\ \Leftrightarrow x+1 &\geq 2(86-x) \quad (\text{vì } 86-x > 0) \\ \Leftrightarrow x &\geq 57. \end{aligned}$$

Kết hợp với điều kiện, ta được $57 \leq x < 86$.

Vậy có 29 số nguyên x thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} thỏa mãn $f(2) = -2$; $\int_0^2 f(x)dx = 1$. Tính

$$I = \int_0^4 f'(\sqrt{x})dx.$$

A. $I = -10$.

B. $I = 0$.

C. $I = -18$.

D. $I = -5$.

Lời giải

$$\text{Đặt } t = \sqrt{x} \Rightarrow t^2 = x \Rightarrow 2tdt = dx.$$

$$\text{Đổi cận } x=0 \Rightarrow t=0; \quad x=4 \Rightarrow t=2.$$

$$\text{Suy ra } I = 2 \int_0^2 t f'(t) dt = 2 \int_0^2 x f'(x) dx = 2 \left(x f(x) \Big|_0^2 - \int_0^2 f(x) dx \right) = 2 \cdot (-4 - 1) = -10.$$

Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	5	-3	$+\infty$	

Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f'[f(x)+2] = 0$ là

A. 6.

B. 5.

C. 4.

D. 3.

Lời giải

$$f'[f(x)+2]=0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x)+2=-1 \\ f(x)+2=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x)=-3 \\ f(x)=0. \end{cases}$$

Ta có

$f(x)=-3 \Rightarrow$ phương trình có 2 nghiệm.

$f(x)=0 \Rightarrow$ phương trình có 3 nghiệm.

Vậy $f'[f(x)+2]=0$ có 5 nghiệm.

Câu 42. Cho số phức z thỏa mãn $|4z+3i|=|4z-4+5i|$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P=|z+i|+|z-3i|.$$

A. $\min P=5\sqrt{2}$.

B. $\min P=\sqrt{5}$.

C. $\min P=2\sqrt{2}$.

D. $\min P=2\sqrt{5}$.

Lời giải

Cách 1. Gọi $z=x+yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$. Khi đó

$$|4z+3i|=|4z-4+5i| \Leftrightarrow (4x)^2+(2y+3)^2=(4x-4)^2+(4y+5)^2 \Leftrightarrow y=2x-2.$$

$$\text{Do đó } P=\sqrt{x^2+(y+1)^2}+\sqrt{x^2+(y-3)^2}=\sqrt{5x^2-4x+1}+\sqrt{5x^2-20x+25}=f(x).$$

Ta

có

$$f'(x)=\frac{5x-2}{\sqrt{5x^2-4x+1}}+\frac{5x-10}{\sqrt{5x^2-20x+25}},$$

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} (5x-2)(5x-10) \leq 0 \\ (5x-2)^2(5x^2-20x+25)=(5x-10)(5x^2-4x+1) \end{cases} \Leftrightarrow x=\frac{2}{3}.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$\frac{2}{3}$	$+\infty$
$f'(x)$		0	
$f(x)$		$2\sqrt{5}$	

$$\text{Vậy } \min P=f\left(\frac{2}{3}\right)=2\sqrt{5}.$$

Cách 2: Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn của số phức z . Khi đó

$$|4z+3i|=|4z-4+5i| \Leftrightarrow (4x)^2+(2y+3)^2=(4x-4)^2+(4y+5)^2 \Leftrightarrow 2x-y-2=0.$$

Suy ra M chạy trên đường thẳng $d: 2x-y-2=0$.

Gọi $A(0; -1)$, $B(0; 3)$. Khi đó $P=MA+MB$.

Vì $[2 \cdot 0 - (-1) - 2][2 \cdot 0 - 3 - 2] > 0$ nên A, B nằm cùng phía so với d .

Gọi A' là điểm đối xứng với A qua d . Ta tìm được $A'\left(\frac{4}{5}; -\frac{7}{5}\right)$. Khi đó

$$P=MA+MB=MA'+MB \geq A'B=2\sqrt{5},$$

đẳng thức xảy ra khi M trùng $M_0\left(\frac{2}{3}; -\frac{2}{3}\right)$ là giao điểm của đoạn $A'B$ và d .

$$\text{Vậy } \min P=f\left(\frac{2}{3}\right)=2\sqrt{5}$$

Câu 43. Cho khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông có cạnh bằng 2. Biết khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(CB'D')$ bằng 2. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

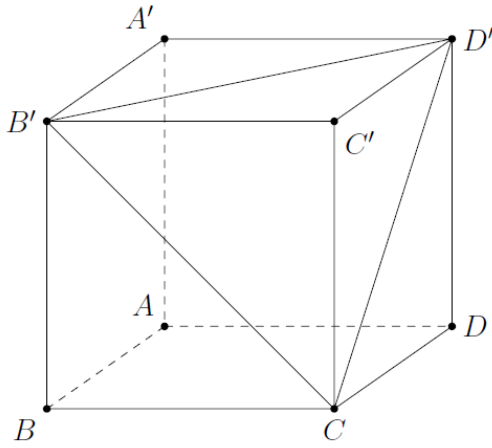
A. $\sqrt{3}$.

B. $2\sqrt{2}$.

C. $4\sqrt{2}$.

D. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho $A(0;0;0)$, B thuộc chiều dương trục Ox , D thuộc chiều dương trục Oy , A' thuộc chiều dương trục Oz . Gọi chiều cao lăng trụ là h , $h > 0$, ta có

$B(2;0;0)$, $D(0;2;0)$, $C(2;2;0)$, $A'(0;0;h)$, $B'(2;0;h)$, $D'(0;2;h)$ và $C'(2;2;h)$.

Mặt phẳng $(CB'D')$ có hai véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{CB'} = (0; -2; h)$ và $\overrightarrow{CD'} = (-2; 0; h)$ nên có 1 véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = [\overrightarrow{CB'}, \overrightarrow{CD'}] = (-2h; 2h; -4)$ hay $(h; h; 2)$.

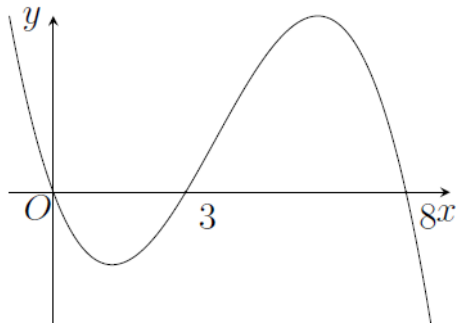
Mặt phẳng $(CB'D')$ đi qua $C(2;2;0)$ nên

$$(CB'D'): hx + hy + 2z - 4h = 0.$$

$$\text{Ta có } d(A, (CB'D')) = 2 \Leftrightarrow \frac{|4h|}{\sqrt{h^2 + h^2 + 4}} = 2 \Leftrightarrow h = \sqrt{2}.$$

$$\text{Vậy } V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABCD} \cdot h = 2^2 \sqrt{2} = 4\sqrt{2}.$$

Câu 44. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Biết rằng diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và trục hoành bằng 8 và $\int_0^8 f(x) dx = 4$. Giá trị của $I = \int_3^8 (2023 - x)f'(x) dx$ bằng



A. 6.

B. 12.

C. 4.

D. 2023.

Lời giải

$$\text{Đặt } \int_0^3 f(x) dx = a \text{ và } \int_3^8 f(x) dx = b.$$

$$\text{Từ giả thiết bài toán ta có hệ } \begin{cases} a + b = 4 \\ -a + b = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 6 \end{cases}.$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = 2023 - x \\ dv = f'(x) dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = -dx \\ v = f(x). \end{cases}$$

Suy ra

$$\text{Khi đó } \log_2(4x+y) > 2\log_2(x-2) \Rightarrow \log_2(4x+y) > \log_2(x-2)^2$$

$$\Rightarrow 4x+y > x^2 - 4x + 4 \Rightarrow y > x^2 - 8x + 4 \quad (*)$$

Xét hàm số $f(x) = x^2 - 8x + 4$ trên khoảng $(2; +\infty)$.

$$f'(x) = 2x - 8 = 0 \Rightarrow x = 4.$$

Bảng biến thiên

x	2	4	10		
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$	-8		-12		24

Để có không quá 8 giá trị nguyên của x thì $x \in (2; 10]$. Khi đó $f(2) = -8$; $f(10) = 24$.

Từ (*) suy ra $-8 < y \leq 24$.

Vậy có 24 giá trị nguyên dương của y thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 48. Cho khối trụ (T) có bán kính đáy bằng $2\sqrt{3}a$. Gọi A và B là hai điểm thuộc hai đường tròn đáy của (T) sao cho khoảng cách và góc giữa AB và trục của (T) bằng $2a$ và 60° . Thể tích của khối trụ đã cho bằng

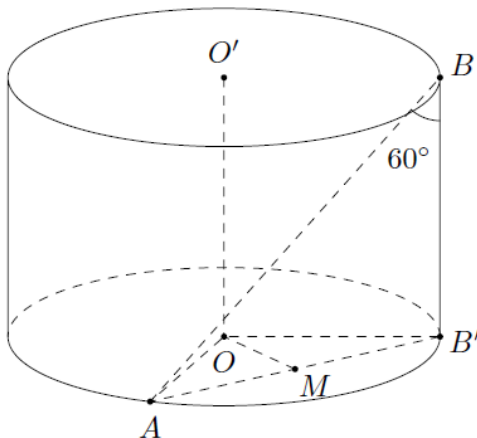
A. $48\sqrt{6}\pi a^3$.

B. $24\sqrt{2}\pi a^3$.

C. $16\sqrt{6}\pi a^3$.

D. $24\sqrt{6}\pi a^3$.

Lời giải



Hạ đường sinh BB' và gọi M là trung điểm AB' ta có $OO' \parallel BB' \Rightarrow (OO', AB) = (BB', AB) = \widehat{ABB'} = 60^\circ$.

Ta có $OM \perp AB'$ và $OM \perp BB'$ nên $OM \perp (ABB')$. Do đó $d(OO', AB) = d(O, (ABB')) = OM = 2a$.

$$\text{Ta có } AB' = 2AM = 2\sqrt{OA^2 - OM^2} = 2\sqrt{12a^2 - 4a^2} = 4\sqrt{2}a.$$

$$h = BB' = AB' \cot 60^\circ = \frac{4\sqrt{6}a}{3}.$$

$$\text{Vậy } V = \pi r^2 h = \pi \cdot 12a^2 \cdot \frac{4\sqrt{6}a}{3} = 16\sqrt{6}\pi a^3.$$

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(6; 0; 0)$, $B(6; 8; 0)$, $C(0; 8; 0)$. Gọi mặt phẳng (α) đi qua B và vuông góc với AC . Điểm M thay đổi thỏa mãn $\widehat{ABM} = \widehat{AMC} = 90^\circ$. Gọi N là giao điểm của AM và (α) . Khoảng cách từ N đến (ABC) có giá trị lớn nhất bằng

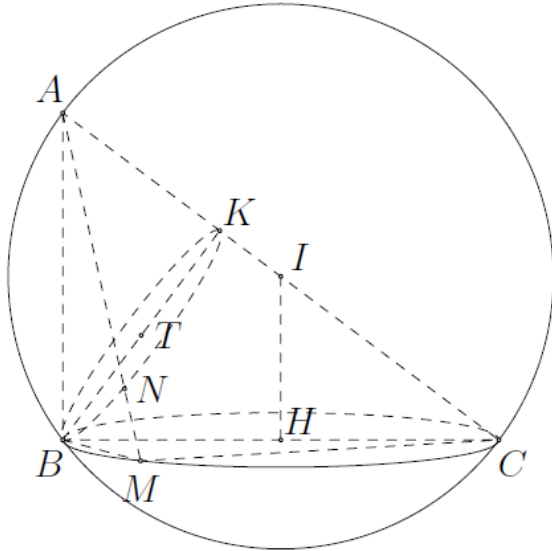
A. $\frac{8}{5}$.

B. $\frac{8\sqrt{2}}{5}$.

C. $\frac{24}{5}$.

D. $\frac{12}{5}$.

Lời giải



Ta có $AB = 8$, $BC = 6$, $AC = 10$ nên $\triangle ABC$ vuông tại B , suy ra B thuộc mặt cầu (S) có đường kính AC .

Lại có $\widehat{AMC} = 90^\circ$ nên $M \in (S)$.

Vì $\widehat{ABM} = 90^\circ$ nên M thuộc mặt phẳng (P) qua B và vuông góc AB .

Từ đó ta có M nằm trên đường tròn (C) là giao tuyến của mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) .

Mặt phẳng (α) đi qua B , vuông góc với AC và cắt AC tại K .

$$\text{Do } \begin{cases} AB \perp MC \\ MA \perp MC \end{cases} \Rightarrow MC \perp (ABM) \Rightarrow MC \perp BN.$$

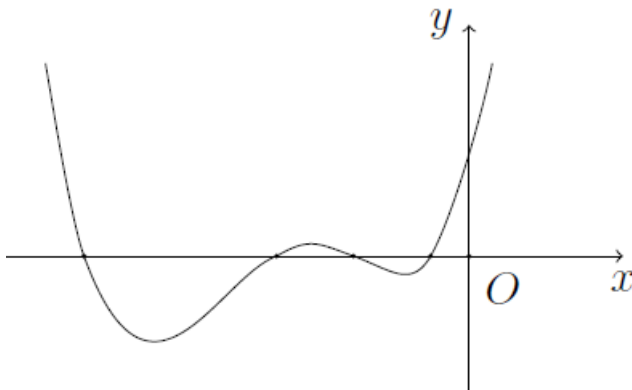
Lại có $BN \perp AC$ nên $BN \perp (ANC) \Rightarrow BN \perp NK$.

Suy ra N thuộc đường tròn đường kính BK .

Gọi T là trung điểm BK .

$$\text{Khi đó } d(N, (ABC)) \leq NT = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}d(B, AC) = \frac{12}{5}.$$

Câu 50. Cho hàm số đa thức $f(x)$ có đồ thị của đạo hàm $f'(x)$ như hình bên. Biết rằng $f(0) = 0$. Hàm số $g(x) = |f(x^6) - x^3|$ có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 7.

B. 4.

C. 5.

D. 3.

Lời giải

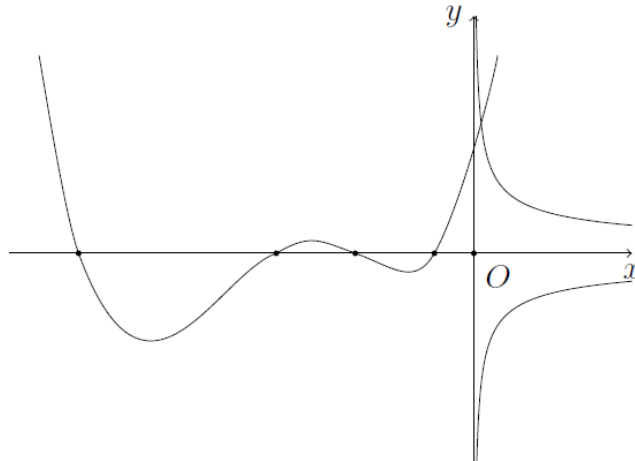
$$\text{Xét hàm } g(x) = f(x^6) - x^3, \quad g'(x) = 6x^5 f'(x^6) - 3x^2 = 3x^2 (2x^3 f'(x^6) - 1).$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(x^6) = \frac{1}{2x^3} \end{cases} \quad (*)$$

Xét phương trình (*), đặt $t = x^6, t \geq 0$, suy ra $x^3 = \pm\sqrt{t}$.

Do đó phương trình (*) trở thành $f'(t) = \pm \frac{1}{2\sqrt{t}}$. \hfill (1)

Nghiệm của phương trình là hoành độ giao điểm của đồ thị $y = f'(t)$ và $y = \pm \frac{1}{2\sqrt{t}}$.



Dựa vào đồ thị ta thấy phương trình có nghiệm $t_0 > 0$ duy nhất. Suy ra $x = \sqrt[3]{t_0}$.

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		$\sqrt[3]{t_0}$		$+\infty$	
$g'(x)$		-	0	-	0	+		
$g(x)$	$+\infty$	↓		0	↘ ↗		$g(\sqrt[3]{t_0})$	$+\infty$

Do đó hàm số $y = g(x)$ có 1 điểm cực trị và cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt. Vậy hàm số $y = |g(x)|$ có 3 điểm cực trị.

----- TOANMATH.com -----