SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH YÊN BÁI

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi có 04 trang, gồm 50 câu)

KỲ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2023

Môn thi: Toán
Thời gian: 90 phút *(không kể thời gian giao đề)*
Khóa thi ngày: 11/4/2023

Họ tên : .... Số báo danh : ....

MÃ ĐỀ 001

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{2}$. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ bằng

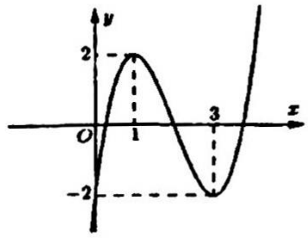
A. $V = \dfrac{\sqrt{2}a^3}{3}$. **B.** $V = \dfrac{\sqrt{2}a^3}{6}$. **C.** $V = \dfrac{\sqrt{2}a^3}{4}$. **D.** $V = \sqrt{2}a^3$.

Câu 2: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3 \sqrt{a}$ bằng

A. $2 + \log_3 a$. **B.** $\dfrac{1}{2}\log_3 a$. **C.** $\dfrac{1}{2} + \log_3 a$. **D.** $2\log_3 a$

Câu 3: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như hình bên?

A. $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 2$. **B.** $y = -x^4 + 3x^2 - 2$.
C. $y = x^4 - 3x^2 - 2$. **D.** $y = -x^3 + 6x^2 - 9x - 2$.



Câu 4: Nếu $\int_0^3 f(x)dx = 1$ và $\int_3^5 f(x)dx = -5$ thì $\int_0^5 f(x)dx$ bằng

A. 6. **B.** –5. **C.** –4. **D.** –6.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(x) - 2 = 0$ là

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 6: Nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 + 2z + 5 = 0$ là

A. $1 - 2i$. **B.** $-1 + 2i$. **C.** $1 + 2i$. **D.** $-1 - 2i$.

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a, $SA \perp (ABC)$, $SA = a$. Tính góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC).

A. 90^0. **B.** 60^0. **C.** 45^0. **D.** 135^0.

Câu 8: Cho $\int \dfrac{1}{x^2}dx = F(x) + C$. Khẳng định nào đúng?

A. $F'(x) = \ln x^2$. **B.** $F'(x) = \dfrac{1}{x^2}$. **C.** $F'(x) = -\dfrac{2}{x^3}$. **D.** $F'(x) = -\dfrac{1}{x}$.

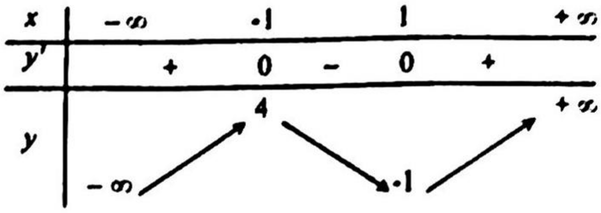
Câu 9: Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = x^3 - 6x$ và $y = x^2$ bằng

A. $\dfrac{253}{12}$. **B.** $\dfrac{125}{12}$. **C.** $\dfrac{63}{4}$. **D.** $\dfrac{16}{3}$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $P(1;1;-1)$ và $Q(2;3;2)$ là

A. $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z-3}{-1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-1}{3} = \dfrac{z+1}{2}$. **C.** $\dfrac{x+2}{1} = \dfrac{y+3}{2} = \dfrac{z+2}{3}$. **D.** $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z+1}{3}$.

Câu 11: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng

A. $(-1;4)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(-1;1)$.

Câu 12: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1)<1$ là

A. $(-1;3)$. **B.** $(-\infty;3)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(1;3)$.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;1;2), B(2;-2;1), C(-2;0;1)$. Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC là

A. $y+2z-5=0$. **B.** $2x-y+1=0$. **C.** $-y+2z-3=0$. **D.** $2x-y-1=0$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, tọa độ tâm của mặt cầu $(S): x^2+y^2+2x-8z-1=0$ là

A. $I(-1;0;4)$. **B.** $I(1;-4;0)$. **C.** $I(2;-8;0)$. **D.** $I(-2;8;0)$.

Câu 15: Đường kính của khối cầu có thể tích $\dfrac{32\pi a^3}{3}$ bằng

A. $\sqrt{2}a$. **B.** $2a$. **C.** $4a$. **D.** $2\sqrt{2}a$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-3}{1}$ có một vectơ chỉ phương là

A. $\overrightarrow{u_1}=(-1;2;3)$. **B.** $\overrightarrow{u_3}=(2;1;3)$. **C.** $\overrightarrow{u_2}=(2;1;1)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(-1;2;1)$.

Câu 17: Cho số phức z thỏa mãn $(2-i)z+3+16i=2(\bar{z}+i)$. Môđun của z bằng

A. $\sqrt{13}$. **B.** 5. **C.** 13. **D.** $\sqrt{5}$.

Câu 18: Một nhóm gồm 10 học sinh trong đó có hai bạn A và B đứng ngẫu nhiên thành một hàng. Xác suất để hai bạn A và B đứng cạnh nhau là

A. $\dfrac{2}{5}$. **B.** $\dfrac{1}{4}$. **C.** $\dfrac{1}{10}$. **D.** $\dfrac{1}{5}$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(0;2023;-5)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $M\in(Oyz)$. **B.** $M\in(Oxz)$. **C.** $M\in Oy$. **D.** $M\in(Oxy)$.

Câu 20: Môđun của số phức $z=4+i$ bằng

A. $\sqrt{17}$. **B.** 17. **C.** 4. **D.** $\sqrt{5}$.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-1;4)$. Tọa độ điểm N đối xứng với điểm M qua mặt phẳng (Oxz) là

A. $(-2;1;-4)$. **B.** $(2;0;4)$. **C.** $(2;1;4)$. **D.** $(0;-1;0)$.

Câu 22: Cho hai số phức $z_1=1+i$ và $z_2=3-2i$. Phần ảo của số phức $2z_1+\overline{z}_2$ bằng

A. -2. **B.** 4. **C.** 0. **D.** -4.

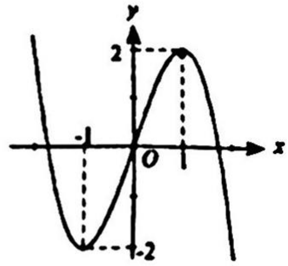
Câu 23: Tập nghiệm của phương trình $2023^{x^2-5x+6}=1$ là

A. $\{0;2023\}$. **B.** $\{2;3\}$. **C.** $\{-3;2\}$. **D.** $\{-2;3\}$.

Câu 24: Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=1$ và $x=3$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($1\le x\le 3$) thì được thiết diện là một hình chữ nhật có độ dài hai cạnh là $3x$ và $\sqrt{3x^2-2}$.

A. $V=\left(32+2\sqrt{15}\right)\pi$. **B.** $V=\dfrac{124}{3}$. **C.** $V=\dfrac{124\pi}{3}$. **D.** $V=\left(32+2\sqrt{15}\right)$.

Câu 25: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên.
Giá trị cực đại của hàm số đã cho là



A. -1.
B. 2.
C. 1.
D. -2.

Câu 26: Cho các số thực dương a,b thỏa mãn $\ln a=x,\ \ln b=y$. Tính $P=\ln\left(a^3b^2\right)$.

A. $P=x^2y^3$.
B. $P=3x+2y$.
C. $P=6xy$.
D. $P=x^2+y^2$.

Câu 27: Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=\ln 2023x$ là

A. $y'=\frac{1}{x}$.
B. $y'=\frac{1}{2023x}$.
C. $y'=-\frac{2023}{x}$.
D. $y'=\frac{2023}{x}$.

Câu 28: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_{10}=25$ và công sai $d=3$. Số hạng u_1 của cấp số cộng đã cho bằng

A. $u_1=2$.
B. $u_1=-3$.
C. $u_1=-2$.
D. $u_1=3$.

Câu 29: Cho hàm số $f(x)=e^x+\frac{1}{\cos^2 x}$. Khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x)dx=e^x-\frac{1}{\cos x}+C$.
B. $\int f(x)dx=e^x+\tan x+C$.
C. $\int f(x)dx=e^x-\tan x+C$.
D. $\int f(x)dx=e^x+\frac{1}{\cos x}+C$.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P):3x-z+2=0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}_2=(3;-1;0)$.
B. $\vec{n}_3=(3;0;-1)$.
C. $\vec{n}_1=(3;-1;2)$.
D. $\vec{n}_4=(-1;0;-1)$.

Câu 31: Cho hình nón có đường kính đáy $2r$ và độ dài đường cao h. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\frac{1}{3}\pi r^2h$.
B. πr^2h.
C. $\frac{4}{3}\pi r^2h$.
D. $\frac{2}{3}\pi rh^2$.

Câu 32: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{x+1}{2x-4}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=2$.
B. $x=-1$.
C. $y=-\frac{1}{4}$.
D. $y=\frac{1}{2}$.

Câu 33: Có bao nhiêu cách sắp xếp 7 học sinh thành một hàng dọc?

A. 7^7.
B. $6!$.
C. 7.
D. $7!$.

Câu 34: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x-1)(x+2)^3,\ \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1.
B. 5.
C. 3.
D. 2.

Câu 35: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B=3a^2$ và chiều cao $h=a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{3}{2}a^3$.
B. $\frac{1}{2}a^3$.
C. a^3.
D. $3a^3$.

Câu 36: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng $a\sqrt{5}$. Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SCD).

A. $a\sqrt{3}$.
B. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$.
C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.
D. a.

Câu 37: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=x^4-6x^2+mx$ có ba điểm cực trị?

A. 17.
B. 15.
C. 3.
D. 7.

Câu 38: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;4]$ thỏa mãn $f(0)=1$ và $(2x+1)f'(x)-f(x)=(2x+1)\sqrt{2x+1}$. Tính $f(4)$.

A. 15.
B. 10.
C. 27.
D. 20.

Câu 39: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn bất phương trình $\log_2\frac{x^2-3x+6}{243}<\log_3\frac{x^2-3x+6}{32}$?

A. 176.
B. 76.
C. 189.
D. 186.

Câu 40: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|x^3-3x+m\right|$ trên đoạn $[0;2]$ bằng 3. Số phần tử của S là

A. 6. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 41: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $f(x)=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(5m+6)x-1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 6. **B.** 8. **C.** 5. **D.** 7.

Câu 42: Biết $F(x)$ và $G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^4 f(x)\,dx=F(4)-G(0)+2m\ (m>0)$.

Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=F(x), y=G(x), x=0$ và $x=4$. Khi $S=8$ thì m bằng

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 43: Số các giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $\log_2\left(x^2+1\right)+1\ge\log_2\left(x^2+2mx+m+2\right)$ nghiệm đúng với $\forall x\in\mathbb{R}$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+2y-z-3=0$, đường thẳng $d:\frac{x+1}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z}{2}$ và điểm $A(2;2;-1)$. Phương trình đường thẳng Δ qua A cắt d và song song với (P) là

A. $\frac{x-2}{3}=\frac{y-2}{-3}=\frac{z+1}{-2}$. **B.** $\frac{x-2}{3}=\frac{y-2}{7}=\frac{z+1}{20}$. **C.** $\frac{x+2}{2}=\frac{y+2}{-3}=\frac{z-1}{-2}$. **D.** $\frac{x+2}{3}=\frac{y+2}{7}=\frac{z-1}{20}$.

Câu 45: Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2-2(2m-1)z+m^2=0$ (m là số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1|^2+|z_2|^2=2$?

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 46: Xét số phức $z=a+bi$ $(a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $|z-4-3i|=\sqrt{5}$. Tính giá trị biểu thức $P=a+b$ khi $|z+1-3i|+|z-1+i|$ đạt giá trị lớn nhất?

A. $P=4$. **B.** $P=6$. **C.** $P=10$. **D.** $P=8$.

Câu 47: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A và $AB=\sqrt{3}$, $AC=\sqrt{7}$, $SA=1$. Hai mặt bên (SAB) và (SAC) lần lượt tạo với mặt đáy các góc bằng 45^0 và 60^0. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{7}{6}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{7\sqrt{7}}{6}$.

Câu 48: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trong đoạn $[-10;10]$ để hàm số $y=\left|\frac{mx+3}{x+m+2}\right|$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$?

A. 9. **B.** 0. **C.** 10. **D.** 8.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$ và mặt phẳng (P): $2x+2y-z+9=0$. Đường thẳng d đi qua A và vuông góc với mặt phẳng $(Q): 3x+4y-4z+5=0$ cắt mặt phẳng (P) tại điểm B. Điểm M nằm trong mặt phẳng (P), nhìn đoạn AB dưới góc vuông và độ dài MB lớn nhất. Tính độ dài MB.

A. $MB=\frac{\sqrt{41}}{2}$. **B.** $MB=\frac{\sqrt{5}}{2}$. **C.** $MB=\sqrt{5}$. **D.** $MB=\sqrt{41}$.

Câu 50: Tất cả các cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn điều kiện $\log_2(x+2y)+x^2+2y^2+3xy-x-y=0$ với $x+y>0, -20\le x\le 20$ là

A. 41. **B.** 10. **C.** 6. **D.** 19.

________ Hết ________

Thí sinh không sử dụng tài liệu, cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Cán bộ coi thi thứ nhất: .... Kí tên: ....

Cán bộ coi thi thứ hai: .... Kí tên: ....

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO YÊN BÁI
ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT – LẦN 1 – NĂM HỌC 2022 – 2023

Câu 1: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 5$ và công bội $q = 2$. Số hạng thứ 4 của cấp số nhân đã cho là

A. 25 **B.** 32 **C.** 40 **D.** $\dfrac{1}{80}$

Câu 2: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a, $AA' = a\sqrt{2}$. Thể tích V của khối lăng trụ bằng

A. $V = \dfrac{\sqrt{6}a^3}{2}$ **B.** $V = \dfrac{\sqrt{6}a^3}{4}$ **C.** $V = \dfrac{\sqrt{6}a^3}{6}$ **D.** $V = \dfrac{\sqrt{6}a^3}{12}$

Câu 3: Tập hợp A có 10 phần tử. Số tập con gồm 3 phần tử của A là

A. 3^{10} **B.** 10^3 **C.** C_{10}^3 **D.** A_{10}^3

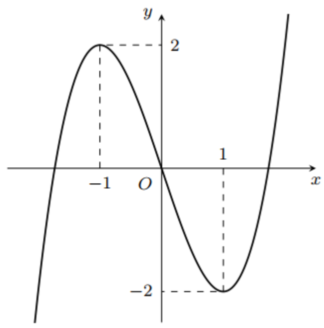
Câu 4: Cho số phức $z = 2 + 5i$. Tìm số phức $2\overline{z} + i$

A. $4 - 9i$ **B.** $2 + 11i$ **C.** $4 + 11i$ **D.** $4 + 10i$

Câu 5: Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = 3$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \le x \le 3$) thì được thiết diện là một hình vuông có độ dài cạnh bằng $2\sqrt{9 - x^2}$

A. 90 **B.** 72π **C.** 78π **D.** 72

Câu 6: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại điểm



A. $x = 2$. **B.** $x = -2$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = -1$.

Câu 7: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^2(x^2 - 4)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 8: Nếu $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x = 4$ và $\int_0^2 g(x)\mathrm{d}x = 3$ thì $\int_0^2 \left[3f(x) - 2g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. -1. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 17.

Câu 9: Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng $\mathrm{d}: \begin{cases} \mathrm{x} = 1 + \mathrm{t} \\ \mathrm{y} = 2 - \mathrm{t} \\ \mathrm{z} = -1 - 2\mathrm{t} \end{cases}$ có một vectơ chỉ phương là

A. $\overrightarrow{u_2} = (1;2;-1)$. **B.** $\overrightarrow{u_1} = (1;-1;2)$. **C.** $\overrightarrow{u_4} = (-1;1;2)$. **D.** $\overrightarrow{u_3} = (1;1;-2)$.

Câu 10: Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=\log 3x$ bằng

A. $y'=\dfrac{1}{x\ln 10}$.   **B.** $y'=3x\ln 10$.   **C.** $y'=\dfrac{1}{3x\ln 10}$.   **D.** $y'=\dfrac{3}{x}$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc tơ $\vec{u}=(1;3;2)$ và $\vec{v}=(2;-1;1)$. Tọa độ của véc tơ $\vec{u}+\vec{v}$ là

A. $(3;2;3)$.   **B.** $(3;-2;3)$.   **C.** $(3;4;3)$.   **D.** $(1;2;3)$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;-3)$ và $B(4;3;1)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là có phương trình là

A. $x+y+2z-3=0$.   **B.** $x+2y-z-3=0$.   **C.** $x+2y-z+3=0$.   **D.** $x+y+2z+3=0$.

Câu 13: Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log a=x$, $\log b=y$. Tính $P=\log\left(a^3b^4\right)$

A. $P=x^3+y^4$.   **B.** $P=12xy$.   **C.** $P=3x+4y$.   **D.** $P=x^3y^4$.

Câu 14: Nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2+4z+5=0$ là

A. $-2-i$.   **B.** $2+i$.   **C.** $-2+i$.   **D.** $2-i$.

Câu 15: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a, $SA\perp(ABCD)$, $SA=a\sqrt{3}$. Tính góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng $(ABCD)$.

A. 30°.   **B.** 45°.   **C.** 90°.   **D.** 60°.

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, $SC\perp(ABC), SC=a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.   **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{9}$.   **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.   **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P):x-3y+4z+6=0$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $D=(2;-5;-5)$.   **B.** $B=(2;5;9)$.   **C.** $C=(1;5;2)$.   **D.** $A=(2;0;-5)$.

Câu 18: Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng 4π và bán kính bằng 2. Tính độ dài đường sinh của hình trụ

A. 2.   **B.** 1.   **C.** 3.   **D.** 4

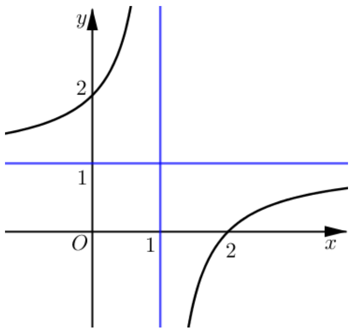
Câu 19: Với a là số thực dương tùy ý, $a^{\frac{1}{2}}.a^{\frac{1}{3}}$ bằng

A. $a^{\frac{1}{6}}$.   **B.** $a^{\frac{5}{6}}$.   **C.** $\sqrt{a}$.   **D.** a

Câu 20: Taaoj nghiệm của phương trình $7^{x+1}=\left(\dfrac{1}{7}\right)^{x^2-2x-3}$

A. $\{-1;-2\}$.   **B.** $\{1;2\}$.   **C.** $\{-1;2\}$.   **D.** $\{1;-2\}$

Câu 21: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như hình bên?



A. $y=\dfrac{x-2}{x-1}$.   **B.** $y=\dfrac{x+2}{x+1}$.   **C.** $y=\dfrac{x-1}{x-2}$.   **D.** $y=\dfrac{x+1}{x+2}$.

Câu 22: Một hộp chứa 7 quả cầu xanh, 5 quả cầu vàng. Chọn ngẫu nhiên 3 quả cầu từ hộp. Xác suất để 3 quả được chọn có ít nhất 2 quả xanh là

A. $\dfrac{4}{11}$.   **B.** $\dfrac{7}{44}$.   **C.** $\dfrac{7}{11}$.   **D.** $\dfrac{21}{220}$.

Câu 23: Cho số phức $z=3-2i$. Điểm biểu diễn của số phức $\overline{z}$ là điểm nào sau đây?

A. $M(-3;-2)$.   **B.** $P(2;-3)$.   **C.** $N(-2;3)$ **D.** $Q(3;2)$.

Câu 24: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;+\infty)$.   **B.** $(0;2)$.   **C.** $(-\infty;2)$ **D.** $(1;5)$.

Câu 25: Cho $\int x^4 \mathrm{d}x = F(x)+C$. Khẳng định nào đúng?

A. $F'(x)=x^4$.   **B.** $F'(x)=\dfrac{x^4}{4}$.   **C.** $F'(x)=\dfrac{x^5}{5}$.   **D.** $F'(x)=4x^3$.

Câu 26: Cho mặt cầu có diện tích 36π, khi đó thể tích của khối cầu bằng

A. $\dfrac{\pi}{9}$.   **B.** 9π.   **C.** $\dfrac{\pi}{3}$.   **D.** 36π.

Câu 27: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $4f(x)-3=0$ là

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 28: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=-2$. **B.** $y=1$. **C.** $y=2$. **D.** $y=-1$.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$. Toạ độ điểm B đối xứng với điểm A qua mặt phẳng (Oxy) là

A. $(-1;2;3)$. **B.** $(1;-2;0)$. **C.** $(0;0;3)$. **D.** $(1;-2;-3)$.

Câu 30: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y=x^3-3x$ và $y=x$ bằng

A. 0. **B.** 8. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;1;2), B(2;-1;3)$ có phương trình là

A. $\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z+2}{1}$. **B.** $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$.

C. $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-2}{1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-2}{1}$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, tâm của mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-4y-2=0$ có tọa độ là

A. $(2;-4;0)$. **B.** $(1;-2;0)$. **C.** $(1;-2;1)$. **D.** $(-1;2;0)$.

Câu 33: Tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z-2+3i|=\sqrt{2}$ là một đường tròn tâm I và bán kính R lần lượt là

A. $I(2;-3), R=2$. **B.** $I(-2;3), R=\sqrt{2}$. **C.** $I(-2;3), R=2$. **D.** $I(2;-3), R=\sqrt{2}$.

Câu 34: Cho hàm số $f(x)=2e^{2x}+\dfrac{1}{x}$. Khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=e^{2x}-\dfrac{1}{x^2}+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=e^{2x}+\dfrac{1}{x^2}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=2e^{2x}+\ln|x|+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=e^{2x}+\ln|x|+C$.

Câu 35: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1)<2$ là

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(5;+\infty)$. **C.** $(-\infty;5)$. **D.** $(1;5)$.

Câu 36: Cho hàm số $y=\left|x^3+x^2+(m^2+1)x+27\right|$. Giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-3;-1]$ có giá trị nhỏ nhất bằng

A. 18. **B.** 28. **C.** 16. **D.** 26.

Câu 37: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=-x^4+6x^2+(m+2)x$ có ba điểm cực trị?

A. 15. **B.** 8. **C.** 10. **D.** 6.

Câu 38: Gọi S là tổng các số thực m để phương trình $z^2-2z+1-m=0$ có nghiệm phức thỏa mãn $|z|=2$. Tính S.

A. $S=6$. **B.** $S=-3$. **C.** $S=10$. **D.** $S=7$.

Câu 39: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $(-2;+\infty)$ thỏa mãn $f(x)+2(x+2)f'(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x+2}}$ và $f(2)=\dfrac{1}{4}\ln 4$. Giá trị của $f(7)$ bằng

A. $f(7)=\dfrac{1}{2}\ln 3+3$. **B.** $f(7)=\dfrac{1}{3}\ln 3+\dfrac{1}{2}$. **C.** $f(7)=\dfrac{1}{3}\ln 3+1$. **D.** $f(7)=\dfrac{1}{3}\ln 3$.

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại $A, AB=a, AC=a\sqrt{3}, SA\perp(ABC)$, $SA=2a$. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC)

A. $\dfrac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$. **B.** $\dfrac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{19}}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{\sqrt{19}}$.

Câu 41: Cho phương trình $\left(4\log_3^2 x-15\log_3 x+9\right)\sqrt{\log_4 x+m}=0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 42: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\log_5\dfrac{x^2-4}{49}<\log_7\dfrac{x^2-4}{25}$?

A. 66. **B.** 70. **C.** 33. **D.** 64.

Câu 43: Biết $F(x)$, $G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^7 f(x)dx=F(7)-G(0)+3m\ (m>0)$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=F(x), y=G(x)$, $x=0$ và $x=7$. Khi $S=105$ thì m bằng

A. 5. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 3.

Câu 44: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=-\dfrac{1}{3}x^3+mx^2+(3m+2)x+1$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 5.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(1;2;-1)$, song song với mặt phẳng $(P): x+y-z-3=0$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=3+t\\ y=3+3t\\ z=2t\end{cases}$ là:

A. $\begin{cases}x=1+t\\ y=2+t\\ z=-1-t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+t\\ y=2-3t\\ z=-1+2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+5t\\ y=2-3t\\ z=-1+2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=5+t\\ y=3+2t\\ z=2-t\end{cases}$.

Câu 46: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, mặt bên (SAB) là tam giác vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) bằng $\dfrac{3a\sqrt{5}}{5}$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$?

A. $\frac{9}{2}a^3$. **B.** $3\sqrt{3}a^3$. **C.** $\frac{27}{2}a^3$. **D.** $\frac{3}{2}a^3$.

Câu 47: Biết rằng tập hợp các giá trị của m để hàm số $y=\left|\frac{x-m+1}{x+m}\right|$ đồng biến trên $(1;+\infty)$ là $(a;b]$. Khi đó $S=2a+b$ bằng

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 48: Cho hai số phức z_1,z_2 thỏa mãn $|z_1-3i+5|=2$ và $|iz_2-1+2i|=4$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T=|2iz_1+3z_2|$.

A. $\sqrt{313}+8$. **B.** $\sqrt{313}$. **C.** $\sqrt{313}+2\sqrt{5}$. **D.** $\sqrt{313}+16$.

Câu 49: Tất cả các cặp số $(x;y)$, sao cho $x,y\in\mathbb{N}^*$ sao cho $(3y-2y^2+2)\log_3\left(1+\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}\right)>(y+1)\log_2\sqrt{x}$ luôn đúng là

A. 3684 **B.** 4095. **C.** 5406. **D.** 4012

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $B(2;5;0)$, $C(4;7;0)$ và $K(1;1;3)$. Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua K và vuông góc với mặt phẳng Oxy. Khi $2d(B,(Q))+d(C,(Q))$ đạt giá trị lớn nhất, giao tuyến của (Oxy) và (Q) đi qua điểm nào trong các điểm sau đây?

A. $I(8;-4;0)$. **B.** $I(15;-4;0)$. **C.** $I(3;2;0)$. **D.** $I\left(15;\frac{7}{2};0\right)$.

---------- **HẾT** ----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.B	3.C	4.A	5.D	6.C	7.D	8.B	9.C	10.A
11.A	12.A	13.C	14.A	15.D	16.C	17.C	18.B	19.B	20.C
21.A	22.C	23.D	24.B	25.A	26.D	27.B	28.B	29.D	30.B
31.D	32.D	33.D	34.D	35.D	36.A	37.A	38.D	39.D	40.B
41.C	42.A	43.A	44.C	45.C	46.A	47.B	48.D	49.B	50.B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 5$ và công bội $q = 2$. Số hạng thứ 4 của cấp số nhân đã cho là

A. 25 **B.** 32 **C.** 40 **D.** $\frac{1}{80}$

Lời giải

Chọn C

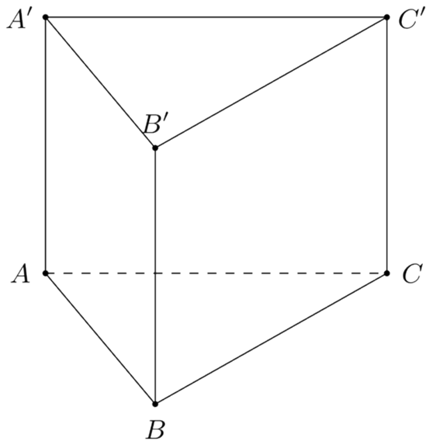
Ta có $u_4 = u_1.q^3 = 5.2^3 = 40$.

Câu 2: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a, $AA' = a\sqrt{2}$. Thể tích V của khối lăng trụ bằng

A. $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{2}$ **B.** $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{4}$ **C.** $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{6}$ **D.** $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{12}$

Lời giải

Chọn B



Diện tích tam giác ABC là $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

Vậy thể tích khối lăng trụ là $V = AA'.S = a\sqrt{2}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Câu 3: Tập hợp A có 10 phần tử. Số tập con gồm 3 phần tử của A là

A. 3^{10} **B.** 10^3 **C.** C_{10}^3 **D.** A_{10}^3

Lời giải

Chọn C

Số tập con gồm 3 phần tử của A là C_{10}^3.

Câu 4: Cho số phức $z = 2 + 5i$. Tìm số phức $2\bar{z} + i$

A. $4 - 9i$ **B.** $2 + 11i$ **C.** $4 + 11i$ **D.** $4 + 10i$

Lời giải

Chọn A

Ta có $2\overline{z}+i=2(2-5i)+i=4-10i+i=4-9i$.

Câu 5: Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=0$ và $x=3$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0\le x\le 3$) thì được thiết diện là một hình vuông có độ dài cạnh bằng $2\sqrt{9-x^2}$

A. 90 **B.** 72π **C.** 78π **D.** 72

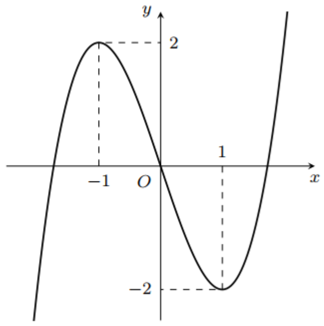
Lời giải

Chọn D

Diện tích hình vuông là $S=\left(2\sqrt{9-x^2}\right)^2=4\left(9-x^2\right)=36-4x^2$

Vậy thẻ tích vật thể là $V=\int\limits_0^3 S(x)\mathrm{d}x=\int\limits_0^3\left(36-4x^2\right)\mathrm{d}x=72$.

Câu 6: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại điểm



A. $x=2$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-1$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại điểm $x=1$.

Câu 7: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)^2\left(x^2-4\right)$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(x)=(x-1)^2(x-2)(x+2)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=2\\x=-2.\end{array}\right.$

Lập bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$f(-2)$		$\nearrow$		$f(2)$	$\searrow$	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên suy ra số điểm cực trị của hàm số đã cho là 2.

Câu 8: Nếu $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=4$ và $\int_0^2 g(x)\mathrm{d}x=3$ thì $\int_0^2\left[3f(x)-2g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. -1. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 17.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int_0^2\left[3f(x)-2g(x)\right]\mathrm{d}x=3\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x-2\int_0^2 g(x)\mathrm{d}x=3\cdot4-2\cdot3=6$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+t\\y=2-t\\z=-1-2t\end{cases}$ có một vectơ chỉ phương là

A. $\overrightarrow{u_2}=(1;2;-1)$. **B.** $\overrightarrow{u_1}=(1;-1;2)$. **C.** $\overrightarrow{u_4}=(-1;1;2)$. **D.** $\overrightarrow{u_3}=(1;1;-2)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 10: Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=\log 3x$ bằng

A. $y'=\frac{1}{x\ln10}$. **B.** $y'=3x\ln10$. **C.** $y'=\frac{1}{3x\ln10}$. **D.** $y'=\frac{3}{x}$.

Lời giải

Chọn A

$y'=(\log 3x)'=\frac{3}{3x\ln10}=\frac{1}{x\ln10}$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc tơ $\vec{u}=(1;3;2)$ và $\vec{v}=(2;-1;1)$. Tọa độ của véc tơ $\vec{u}+\vec{v}$ là

A. $(3;2;3)$. **B.** $(3;-2;3)$. **C.** $(3;4;3)$. **D.** $(1;2;3)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\vec{u}+\vec{v}=(1+2;3+(-1);2+1)=(3;2;3)$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;-3)$ và $B(4;3;1)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là có phương trình là

A. $x+y+2z-3=0$. **B.** $x+2y-z-3=0$. **C.** $x+2y-z+3=0$. **D.** $x+y+2z+3=0$.

Lời giải

Chọn A

Trung điểm I của AB có tọa độ là $I(3;2;-1)$.

Gọi (P) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB. Ta có (P) đi qua điểm I và nhận $\overrightarrow{AB}=(2;2;4)$ làm véc tơ pháp tuyến

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là:

$2(x-3)+2(y-2)+4(z-(-1))=0\Leftrightarrow 2x+2y+4z-6=0\Leftrightarrow x+y+2z-3=0$.

Câu 13: Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log a=x$, $\log b=y$. Tính $P=\log\left(a^3b^4\right)$

A. $P=x^3+y^4$. **B.** $P=12xy$. **C.** $P=3x+4y$. **D.** $P=x^3y^4$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $P=\log\left(a^3b^4\right)=\log a^3+\log b^4=3\log a+4\log b=3x+4y$.

Câu 14: Nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2+4z+5=0$ là

A. $-2-i$. **B.** $2+i$. **C.** $-2+i$. **D.** $2-i$.

Lời giải

Chọn A

Ta có phương trình $z^2+4z+5=0$ có hai nghiệm phức $z_1=-2+i$ và $z_2=-2-i$

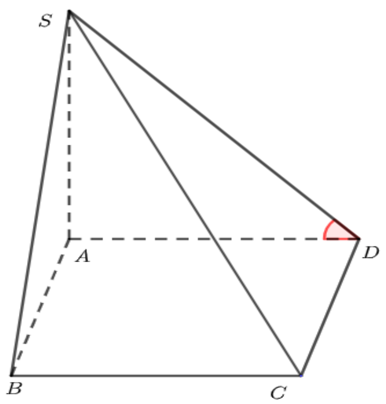
Vậy nghiệm phức có phần ảo âm là $-2-i$.

Câu 15: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a, $SA\perp\left(ABCD\right)$, $SA=a\sqrt{3}$. Tính góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng $\left(ABCD\right)$.

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $90°$. **D.** $60°$.

Lời giải

Chọn D



Ta có góc giữa SD và mặt phẳng $\left(ABCD\right)$ là $\widehat{SDA}$

Xét tam giác SAD vuông tại A ta có

$$\tan\widehat{SDA}=\frac{SA}{AD}\Leftrightarrow\tan\widehat{SDA}=\frac{a\sqrt{3}}{a}\Leftrightarrow\tan\widehat{SDA}=\sqrt{3}\Leftrightarrow\widehat{SDA}=60°.$$

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, $SC\perp\left(ABC\right),SC=a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $S_{\Delta ABC}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}\Rightarrow V=\frac{1}{3}SC.S_{\Delta ABC}=\frac{1}{3}.a.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $\left(P\right):x-3y+4z+6=0$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $D=\left(2;-5;-5\right)$. **B.** $B=\left(2;5;9\right)$. **C.** $C=\left(1;5;2\right)$. **D.** $A=\left(2;0;-5\right)$.

Lời giải

Chọn C

Thay lần lượt các điểm vào phương trình mặt phẳng (P) ta thấy $1-3.5+4.2+6=0$

$\Rightarrow C\in(P)$.

Câu 18: Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng 4π và bán kính bằng 2. Tính độ dài đường sinh của hình trụ

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4

Lời giải

Chọn B

Ta có $S_{xq}=2\pi rh=2\pi.2.h=4\pi\Rightarrow h=1$.

Câu 19: Với a là số thực dương tùy ý, $a^{\frac{1}{2}}.a^{\frac{1}{3}}$ bằng

A. $a^{\frac{1}{6}}$. **B.** $a^{\frac{5}{6}}$. **C.** $\sqrt{a}$. **D.** a

Lời giải

Chọn B

Ta có $a^{\frac{1}{2}}.a^{\frac{1}{3}}=a^{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}=a^{\frac{5}{6}}$.

Câu 20: Taaoj nghiệm của phương trình $7^{x+1}=\left(\frac{1}{7}\right)^{x^2-2x-3}$

A. $\{-1;-2\}$. **B.** $\{1;2\}$.

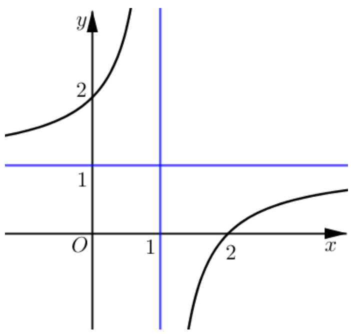
C. $\{-1;2\}$. **D.** $\{1;-2\}$

Lời giải

Chọn C

Ta có $7^{x+1}=\left(\frac{1}{7}\right)^{x^2-2x-3}\Leftrightarrow 7^{x+1}=7^{-x^2+2x+3}\Leftrightarrow x+1=-x^2+2x+3\ x^2-x-2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=-1\end{array}\right.$.

Câu 21: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như hình bên?



A. $y=\frac{x-2}{x-1}$. **B.** $y=\frac{x+2}{x+1}$. **C.** $y=\frac{x-1}{x-2}$. **D.** $y=\frac{x+1}{x+2}$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị có tiệm cận đứng $x=1$, tiệm cận ngang $y=1$. Hàm số cần tìm là $y=\frac{x-2}{x-1}$.

Câu 22: Một hộp chứa 7 quả cầu xanh, 5 quả cầu vàng. Chọn ngẫu nhiên 3 quả cầu từ hộp. Xác suất để 3 quả được chọn có ít nhất 2 quả xanh là

A. $\frac{4}{11}$. **B.** $\frac{7}{44}$. **C.** $\frac{7}{11}$. **D.** $\frac{21}{220}$.

Lời giải

Chọn C

Không gian mẫu là Ω: $n(\Omega)=C_{12}^{3}=220$.

Gọi biến cố A: "3 quả được chọn có ít nhất 2 quả xanh".

Biến cố $\overline{A}$: "3 quả được chọn có nhiều nhất 1 quả xanh".

TH1: Chọn được 1 quả xanh, 2 quả vàng: $C_7^1.C_5^2=70$.

TH2: Chọn 3 quả vàng: $C_5^3=10$.

Suy ra $n\left(\overline{A}\right)=70+10=80 \Rightarrow n(A)=220-80=140$.

Vậy xác suất của biến cố A là $P(A)=\frac{140}{220}=\frac{7}{11}$.

Câu 23: Cho số phức $z=3-2i$. Điểm biểu diễn của số phức $\overline{z}$ là điểm nào sau đây?

A. $M(-3;-2)$. **B.** $P(2;-3)$. **C.** $N(-2;3)$ **D.** $Q(3;2)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\overline{z}=3+2i$ điểm biểu diễn của số phức $\overline{z}$ là $Q(3;2)$.

Câu 24: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	1	↗	5	↘	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-\infty;2)$ **D.** $(1;5)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 25: Cho $\int x^4 dx = F(x)+C$. Khẳng định nào đúng?

A. $F'(x)=x^4$. **B.** $F'(x)=\frac{x^4}{4}$. **C.** $F'(x)=\frac{x^5}{5}$ **D.** $F'(x)=4x^3$.

Lời giải

Chọn A

$F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)=x^4$ nên $F'(x)=f(x)=x^4$.

Câu 26: Cho mặt cầu có diện tích 36π, khi đó thể tích của khối cầu bằng

A. $\frac{\pi}{9}$.　　**B.** 9π.　　**C.** $\frac{\pi}{3}$.　　**D.** 36π.

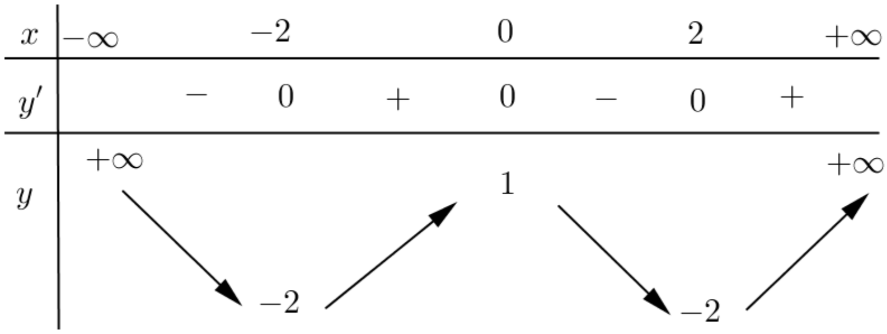
Lời giải

Chọn D

Ta có $36\pi = 4\pi R^2 \Rightarrow R = 3$.

Vậy thể tích của khối cầu bằng $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}.\pi.3^3 = 36\pi$.

Câu 27: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Số nghiệm thực của phương trình $4f(x) - 3 = 0$ là

A. 1.　　**B.** 4.　　**C.** 3.　　**D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có $4f(x) - 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{3}{4}$.

Từ bảng biến thiên ta thấy phương trình có 4 nghiệm.

Câu 28: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y = -2$.　　**B.** $y = 1$.　　**C.** $y = 2$.　　**D.** $y = -1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim\limits_{x \to \pm\infty} y = 1$. Vậy đường tiệm ngang của đồ thị hàm số là $y = 1$.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$. Toạ độ điểm B đối xứng với điểm A qua mặt phẳng (Oxy) là

A. $(-1;2;3)$.　　**B.** $(1;-2;0)$.　　**C.** $(0;0;3)$.　　**D.** $(1;-2;-3)$.

Lời giải

Chọn D

Gọi I là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oxy), khi đó $I(1;-2;0)$.

Điểm B đối xứng với điểm A qua mặt phẳng (Oxy) nên I là trung điểm của AB.

Suy ra $B(1;-2;-3)$.

Câu 30: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = x^3 - 3x$ và $y = x$ bằng

A. 0.　　**B.** 8.　　**C.** 2.　　**D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình $x^3-3x=x\Leftrightarrow x^3-4x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm2\end{array}\right.$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y=x^3-3x$ và $y=x$ là

$$S=\int_{-2}^{2}\left|x^3-4x\right|dx=\int_{-2}^{0}\left|x^3-4x\right|dx+\int_{0}^{2}\left|x^3-4x\right|dx=\left|\left(\frac{x^4}{4}-2x^2\right)\Big|_{-2}^{0}\right|+\left|\left(\frac{x^4}{4}-2x^2\right)\Big|_{0}^{2}\right|=8$$

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;1;2),B(2;-1;3)$ có phương trình là

A. $\frac{x+1}{3}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z+2}{1}$.

B. $\frac{x-3}{1}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{2}$.

C. $\frac{x-1}{3}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-2}{1}$.

D. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-2}{1}$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;1;2),B(2;-1;3)$ có một vec tơ chỉ phương là $\overrightarrow{AB}=(1;-2;1)$.

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-2}{1}$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, tâm của mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2+2x-4y-2=0$ có tọa độ là

A. $(2;-4;0)$. **B.** $(1;-2;0)$. **C.** $(1;-2;1)$. **D.** $(-1;2;0)$.

Lời giải

Chọn D

Tâm của mặt cầu (S) là $(-1;2;0)$.

Câu 33: Tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z-2+3i|=\sqrt{2}$ là một đường tròn tâm I và bán kính R lần lượt là

A. $I(2;-3),R=2$. **B.** $I(-2;3),R=\sqrt{2}$. **C.** $I(-2;3),R=2$. **D.** $I(2;-3),R=\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $z=x+yi\,(x;y\in\mathbb{R})$

Khi đó, $|z-2+3i|=\sqrt{2}\Leftrightarrow|(x-2)+(y+3)i|=\sqrt{2}\Leftrightarrow(x-2)^2+(y+3)^2=2$.

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(2;-3)$ và bán kính $R=\sqrt{2}$.

Câu 34: Cho hàm số $f(x)=2e^{2x}+\frac{1}{x}$. Khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x)dx=e^{2x}-\frac{1}{x^2}+C$.

B. $\int f(x)dx=e^{2x}+\frac{1}{x^2}+C$.

C. $\int f(x)dx=2e^{2x}+\ln|x|+C$.

D. $\int f(x)dx=e^{2x}+\ln|x|+C$.

Lời giải

Chọn D

$$\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\left(2e^{2x}+\frac{1}{x}\right)\mathrm{d}x=2.\frac{1}{2}e^{2x}+\ln\left|x\right|+C=e^{2x}+\ln\left|x\right|+C.$$

Câu 35: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2\left(x-1\right)<2$ là

A. $\left(1;+\infty\right)$. **B.** $\left(5;+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;5\right)$. **D.** $\left(1;5\right)$.

Lời giải

Chọn D

$$\log_2\left(x-1\right)<2\Leftrightarrow\begin{cases}x-1>0\\x-1<2^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>1\\x<5\end{cases}\Leftrightarrow 1<x<5.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S=\left(1;5\right)$.

Câu 36: Cho hàm số $y=\left|x^3+x^2+\left(m^2+1\right)x+27\right|$.Giá trị lớn nhất của hàm số trên $\left[-3;-1\right]$ có giá trị nhỏ nhất bằng

A. 18. **B.** 28. **C.** 16. **D.** 26.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số: $f\left(x\right)=x^3+x^2+\left(m^2+1\right)x+27$ trên đoạn $\left[-3;-1\right]$ ta có

$f'\left(x\right)=3x^2+2x+m^2+1>0,\forall x\in\left[-3;-1\right]$. Suy ra hàm số luôn đồng biến $\forall x\in\left[-3;-1\right]$

$\min\limits_{\left[-3;-1\right]}f\left(x\right)=f\left(-3\right)=6-3m^2$; $\underset{\left[-3;-1\right]}{Max}\,f\left(x\right)=f\left(-1\right)=26-m^2$

Gọi M là giá trị lớn nhất của $y=\left|x^3+x^2+\left(m^2+1\right)x+27\right|$.

$$M=\underset{\left[-3;-1\right]}{Max}=max\left\{\left|26-m^2\right|,\left|6-3m^2\right|\right\}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}M\geq\left|26-m^2\right|\\M\geq\left|6-3m^2\right|\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3M\geq 3\left|26-m^2\right|\\M\geq\left|6-3m^2\right|\end{cases}$$

$$\Rightarrow 4M\geq\left|78-3m^2\right|+\left|6-3m^2\right|$$

$$\Rightarrow 4M\geq\left|78-3m^2\right|+\left|3m^2-6\right|$$

$$\Rightarrow 4M\geq 72\Rightarrow M\geq 18$$

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow\left|26-m^2\right|=\left|6-3m^2\right|\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}26-m^2=6-3m^2\\26-m^2=3m^2-6\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m^2=-10(l)\\m^2=8\end{array}\right.\Leftrightarrow m=\pm 2\sqrt{2}.$

Vậy: Giá trị lớn nhất của hàm số trên $\left[-3;-1\right]$ có giá trị nhỏ nhất bằng 18

Câu 37: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=-x^4+6x^2+\left(m+2\right)x$ có ba điểm cực trị?

A. 15. **B.** 8. **C.** 10. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$y'=-4x^3+12x+m+2$

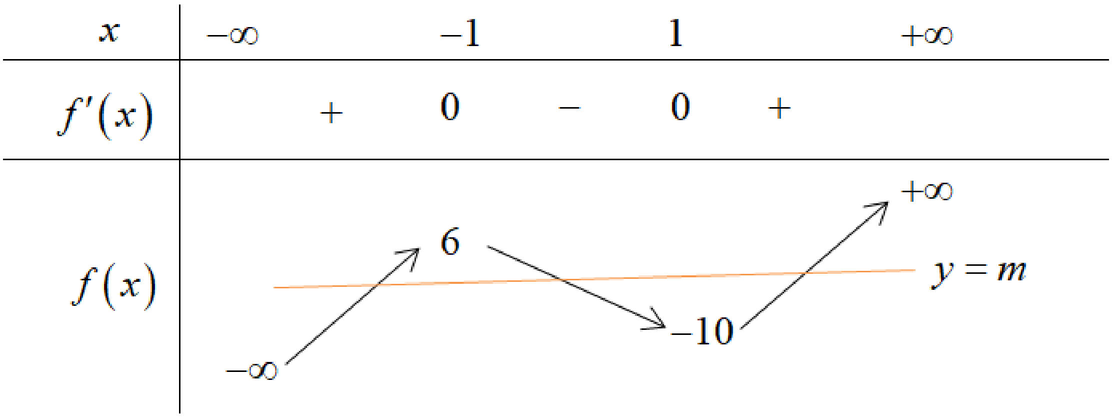
$y' = 0 \Leftrightarrow -4x^3 + 12x + m + 2 = 0 \Leftrightarrow m = 4x^3 - 12x - 2$

Đặt $f(x) = 4x^3 - 12x - 2$

$f'(x) = 12x^2 - 12$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 12x^2 - 12 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1.$

Bảng biến thiên



Để hàm số có 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow -10 < m < 6,\ m \in Z \Rightarrow m = \{-9;-8;-7...4;5\}$

Vậy có 15 giá trị nguyên của tham số m

Câu 38: Gọi S là tổng các số thực m để phương trình $z^2 - 2z + 1 - m = 0$ có nghiệm phức thỏa mãn $|z| = 2$. Tính S.

A. $S = 6$. **B.** $S = -3$. **C.** $S = 10$. **D.** $S = 7$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $z^2 - 2z + 1 - m = 0 \Leftrightarrow (z-1)^2 = m \quad (1)$

Với $m = 0$ thì $(1) \Leftrightarrow z = 1 \Rightarrow |z| = 1$ (không thỏa mãn)

Với $m > 0$ thì $(1) \Leftrightarrow z = 1 \pm \sqrt{m}$. Do $|z| = 2 \Leftrightarrow |1 \pm m| = 2 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = 9 \end{array}\right.$ (thỏa mãn)

Với $m < 0$ thì $(1) \Leftrightarrow z = 1 \pm i\sqrt{-m}$

Theo đề bài phương trình có nghiệm phức thỏa mãn:

Do $|z| = 2 \Leftrightarrow \left|1 \pm i\sqrt{-m}\right| = 2 \Leftrightarrow \sqrt{1-m} = 2 \Leftrightarrow m = -3$ (thỏa mãn)

Vậy $S = 1 + 9 - 3 = 7$.

Câu 39: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $(-2;+\infty)$ thỏa mãn $f(x) + 2(x+2)f'(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x+2}}$ và $f(2) = \dfrac{1}{4}\ln 4$. Giá trị của $f(7)$ bằng

A. $f(7) = \dfrac{1}{2}\ln 3 + 3$. **B.** $f(7) = \dfrac{1}{3}\ln 3 + \dfrac{1}{2}$. **C.** $f(7) = \dfrac{1}{3}\ln 3 + 1$. **D.** $f(7) = \dfrac{1}{3}\ln 3$.

Lời giải

Chọn D

Nhân cả 2 vế của phương trình với $\dfrac{1}{2\sqrt{x+2}}$ ta được:

$$\frac{1}{2\sqrt{x+2}}f(x)+\sqrt{x+2}.f'(x)=\frac{1}{2(x+2)}$$

$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{x+2}.f(x)\right)'=\frac{1}{2(x+2)}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x+2}.f(x)=\int\frac{1}{2(x+2)}dx$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x+2}.f(x)=\frac{1}{2}.\ln(x+2)+C$$

Với $x=2$ ta được:

$$2.f(2)=\frac{1}{2}.\ln 4+C\Leftrightarrow 2.\frac{1}{4}\ln 4=\frac{1}{2}\ln 4+C\Leftrightarrow C=0$$

Ta có: $\sqrt{x+2}.f(x)=\dfrac{1}{2}\ln(x+2)$

Thay $x=7$ ta được:

$$3.f(7)=\frac{1}{2}\ln 9\Leftrightarrow f(7)=\frac{1}{3}\ln 3.$$

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại $A, AB=a, AC=a\sqrt{3}, SA\perp(ABC)$, $SA=2a$. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC)

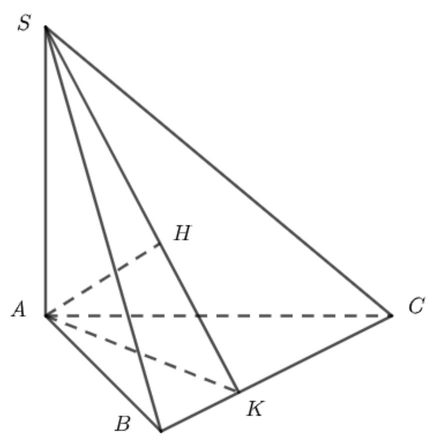
A. $\dfrac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$. **B.** $\dfrac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{19}}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{\sqrt{19}}$.

Lời giải

Chọn B

Trong (ABC) kẻ $AK\perp BC$, trong (SAK) kẻ $AH\perp SK$

Ta có:



$$\left.\begin{matrix}BC\perp AK\\ BC\perp SA\end{matrix}\right\}\Rightarrow BC\perp(SAK)$$

$$AH\subset(SAK)\Rightarrow BC\perp AH$$

Lại có:

$$\left.\begin{matrix}AH\perp SK\\ AH\perp BC\end{matrix}\right\}\Rightarrow AH\perp(SBC)$$

$$\Rightarrow d\left(A,(SBC)\right)=AH$$

Xét ΔABC vuông tại A có đường cao AK:

$$\frac{1}{AK^2}=\frac{1}{AB^2}+\frac{1}{AC^2}\Rightarrow AK=\frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Xét ΔSAK vuông tại A có đường cao AH

$$\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{SA^2}+\frac{1}{AK^2}\Rightarrow AH=\frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{19}}$$

Câu 41: Cho phương trình $\left(4\log_3^2 x-15\log_3 x+9\right)\sqrt{\log_4 x+m}=0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Xét $\left(4\log_3^2 x-15\log_3 x+9\right)\sqrt{\log_4 x+m}=0$ (ĐKXĐ: $x>0$ và $x\ge 4^{-m}$)

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}4\log_3^2 x-15\log_3 x+9=0\\ \log_4 x=-m\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_3 x=3\\ \log_3 x=\dfrac{3}{4}\\ \log_4 x=-m\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=3^3\\ x=3^{\frac{3}{4}}\\ x=4^{-m}\end{array}\right.$$

Để phương trình có đúng hai nghiệm phân biệt thì

$3^{\frac{3}{4}}\le 4^{-m}<3^3 \Leftrightarrow \log_4 3^{\frac{3}{4}}\le -m<\log_4 3^3 \Leftrightarrow m\in\{-2;-1\}$

Câu 42: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\log_5\dfrac{x^2-4}{49}<\log_7\dfrac{x^2-4}{25}$?

A. 66. **B.** 70. **C.** 33. **D.** 64.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x^2-4>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x<-2\\ x>2\end{array}\right.$.

Ta có: $\log_5\left(x^2-4\right)-2\log_5 7<\log_7\left(x^2-4\right)-2\log_7 5$

$$\Leftrightarrow \log_5\left(x^2-4\right)-2\log_5 7<\frac{\log_5\left(x^2-4\right)}{\log_5 7}-2\log_7 5$$

$$\Leftrightarrow \log_5\left(x^2-4\right)\left(1-\log_7 5\right)<2\left[\frac{1}{\log_7 5}-\log_7 5\right]$$

$$\Leftrightarrow \log_5\left(x^2-4\right)<2\frac{1+\log_7 5}{\log_7 5} \Leftrightarrow \log_5\left(x^2-4\right)<2\log_5 35$$

$$\Leftrightarrow x^2-4<35^2 \Leftrightarrow -\sqrt{1229}<x<\sqrt{1229}$$

Kết hợp điều kiện ta được: $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2<x<\sqrt{1229}\\ -\sqrt{1229}<x<-2\end{array}\right.$

Từ đó suy ra có 66 số nguyên x thỏa mãn.

Câu 43: Biết $F(x)$, $G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^7 f(x)dx=F(7)-G(0)+3m$ $(m>0)$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=F(x), y=G(x)$, $x=0$ và $x=7$. Khi $S=105$ thì m bằng

A. 5. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $G(x)=F(x)+C$.

Theo giả thiết: $\int_0^7 f(x)dx = F(7)-G(0)+3m\ (m>0)$

Nên $\begin{cases} F(7)-F(0)=F(7)-G(0)+3m \\ G(7)-G(0)=F(7)-G(0)+3m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} G(0)-F(0)=3m \\ G(7)-F(7)=3m \end{cases} \Leftrightarrow G(x)-F(x)=3m$.

Khi đó $S=\int_0^7 |G(x)-F(x)|dx = \int_0^7 |3m|\,dx = \int_0^7 3m\,dx = 21m$

Theo giả thiết : $21m=105 \Leftrightarrow m=5$

Câu 44: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=-\frac{1}{3}x^3+mx^2+(3m+2)x+1$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

STXĐ: $D=\mathbb{R}$, $y'=-x^2+2mx+3m+2$.

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $y'\le 0$, $\forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a=-1<0 \\ \Delta'=m^2+3m+2\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2\le m\le -1$.

Ta có $m\in\mathbb{Z} \Rightarrow m\in\{-2;-1\}$. Vậy có 2giá trị nguyên của m thỏa mãn điều kiện đề bài.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(1;2;-1)$, song song với mặt phẳng $(P): x+y-z-3=0$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=3+t \\ y=3+3t \\ z=2t \end{cases}$ là:

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+t \\ z=-1-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-3t \\ z=-1+2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+5t \\ y=2-3t \\ z=-1+2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=5+t \\ y=3+2t \\ z=2-t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

(P) có vtpt $\vec{n}=(1;1;-1)$, Δ có vtcp $\vec{u}=(1;3;2)$.

Vì $d//(P)$, $d\perp\Delta \Rightarrow d$ nhận $\vec{u_1}=[\vec{n},\vec{u}]=(5;-3;2)$ làm VTCP, đồng thời d đi qua $M(1;2;-1)$.

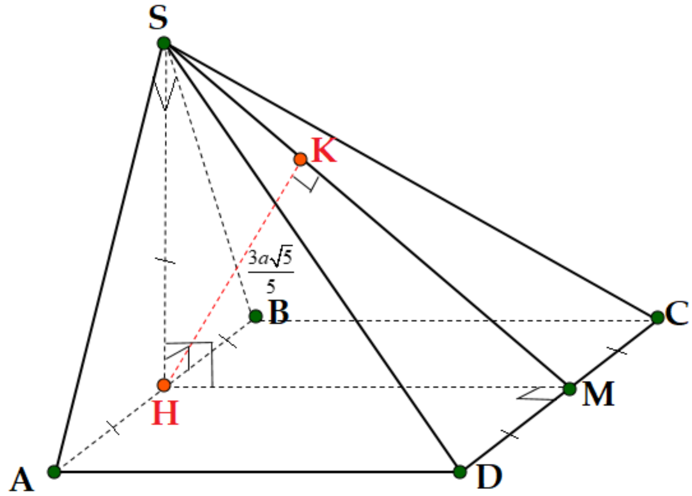
$\Rightarrow$ Phương trình $d: \begin{cases} x=1+5t \\ y=2-3t \\ z=-1+2t \end{cases}$.

Câu 46: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, mặt bên (SAB) là tam giác vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) bằng $\frac{3a\sqrt{5}}{5}$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$?

A. $\frac{9}{2}a^3$. **B.** $3\sqrt{3}a^3$. **C.** $\frac{27}{2}a^3$. **D.** $\frac{3}{2}a^3$.

Lời giải

Chọn A



Đặt cạnh hình vuông $ABCD$ là $x\ (x>0)$.

Tam giác SAB vuông cân tại S suy ra chiều cao $SH=\frac{AB}{2}=\frac{x}{2}$.

Mà $(SAB)\perp(ABCD)\Rightarrow SH\perp(ABCD)$.

Gọi M là trung điểm của $CD\Rightarrow CD\perp HM$. Lại có $CD\perp SH\ (do\ SH\perp(ABCD))$

$\Rightarrow CD\perp(SHM)$.

Gọi K là hình chiếu của H lên $SM\Rightarrow HK\subset(SHM)\Rightarrow CD\perp HK$. Suy ra $HK\perp(SCD)$.

$\Rightarrow d(H,(SCD))=HK$.

Lại có: $AB\parallel CD\Rightarrow AB\parallel(SCD)$ mà $H\in AB\Rightarrow d(A,(SCD))=d(H,(SCD))=HK=\frac{3a\sqrt{5}}{5}$.

Trong tam giác SHM vuông tại H có:

$$\frac{1}{HK^2}=\frac{1}{HS^2}+\frac{1}{HM^2}\Leftrightarrow\frac{5}{9a^2}=\frac{4}{x^2}+\frac{1}{x^2}\Leftrightarrow\frac{5}{9a^2}=\frac{5}{x^2}\Rightarrow x=3a.$$

Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là: $V=\frac{1}{3}SH.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.\frac{3a}{2}.(3a)^2=\frac{9a^3}{2}$.

Câu 47: Biết rằng tập hợp các giá trị của m để hàm số $y=\left|\frac{x-m+1}{x+m}\right|$ đồng biến trên $(1;+\infty)$ là $(a;b]$. Khi đó $S=2a+b$ bằng

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Đặt $g(x)=\frac{x-m+1}{x+m}$. Điều kiện $x\neq -m$. Ta có $g'(x)=\frac{2m-1}{(x+m)^2}$.

Để hàm số $y=\left|\frac{x-m+1}{x+m}\right|$ đồng biến trên $(1;+\infty)$ điều kiện là

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}g'(x)>0\\ g(1)\ge 0,-m\le 1\end{cases}\\ \begin{cases}g'(x)<0\\ g(1)\le 0,-m\le 1\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}2m-1>0\\ \dfrac{2-m}{1+m}\ge 0,m\ge -1\end{cases}\\ \begin{cases}2m-1<0\\ \dfrac{2-m}{1+m}\le 0,m\ge -1\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\dfrac{1}{2}<m\le 2\\ \begin{cases}m<\dfrac{1}{2}\\ m\ge 2\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\dfrac{1}{2}<m\le 2.$$

$$\Rightarrow\begin{cases}a=\dfrac{1}{2}\\ b=2\end{cases}\Rightarrow T=2a+b=3.$$

Câu 48: Cho hai số phức z_1,z_2 thỏa mãn $\left|z_1-3i+5\right|=2$ và $\left|iz_2-1+2i\right|=4$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T=\left|2iz_1+3z_2\right|$.

A. $\sqrt{313}+8$. **B.** $\sqrt{313}$. **C.** $\sqrt{313}+2\sqrt{5}$. **D.** $\sqrt{313}+16$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\left|z+z'\right|\le\left|z\right|+\left|z'\right|$.

$$T=\left|2iz_1+3z_2\right|=\left|2i\left(z_1-3i+5\right)-3i\left(iz_2-1+2i\right)-12-13i\right|$$

$$T=\left|2i\left(z_1-3i+5\right)-3i\left(iz_2-1+2i\right)-12-13i\right|\le\left|2i\left(z_1-3i+5\right)-3i\left(iz_2-1+2i\right)\right|+\left|-12-13i\right|$$

$$\le\left|2i\left(z_1-3i+5\right)\right|+\left|-3i\left(iz_2-1+2i\right)\right|+\sqrt{313}=2.2+3.4+\sqrt{313}=16+\sqrt{313}.$$

Vậy giá trị lớn nhất của $T=\sqrt{313}+16$.

Câu 49: Tất cả các cặp số $(x;y)$, sao cho $x,y\in\mathbb{N}^*$ sao cho $\left(3y-2y^2+2\right)\log_3\left(1+\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}\right)>\left(y+1\right)\log_2\sqrt{x}$ luôn đúng là

A. 3684 **B.** 4095. **C.** 5406. **D.** 4012

Lời giải

Chọn B

Do $\begin{cases}\left(y+1\right)\log_2\sqrt{x}\ge 0\\ \log_3\left(1+\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}\right)>0\end{cases},\forall x,y\in\mathbb{N}^*$

Nên để bất phương trình có nghiệm khi $3y-2y^2+2>0\Rightarrow y=1$.

Với $y=1$, bất phương trình tương đương $3\log_3\left(1+\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}\right)-\log_2 x>0$.

Đặt $t=\log_2 x$ $\left(t\ge 0\right)\Leftrightarrow x=2^t$, bất phương trình tương đương:

$$1+2^{\frac{t}{2}}+2^{\frac{t}{3}}>3^{\frac{t}{3}}\Leftrightarrow\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{t}{3}}+\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{3}}\right)^{t}+\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{t}{3}}-1>0$$

Đặt $f\left(t\right)=\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{t}{3}}+\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{3}}\right)^{t}+\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{t}{3}}-1$. Do $f\left(t\right)$ là hàm nghịch biến và $f\left(12\right)=0$

Nên $\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{t}{3}}+\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{3}}\right)^{t}+\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{t}{3}}-1>0\Leftrightarrow 0\le t<12\Leftrightarrow 1\le x<4096$.

Vậy có 4095 cặp $\left(x;y\right)$ thỏa mãn.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $B\left(2;5;0\right)$, $C\left(4;7;0\right)$ và $K\left(1;1;3\right)$. Gọi $\left(Q\right)$ là mặt phẳng đi qua K và vuông góc với mặt phẳng Oxy. Khi $2d\left(B,\left(Q\right)\right)+d\left(C,\left(Q\right)\right)$ đạt giá trị lớn nhất, giao tuyến của $\left(Oxy\right)$ và $\left(Q\right)$ đi qua điểm nào trong các điểm sau đây?

A. $I\left(8;-4;0\right)$ **B.** $I\left(15;-4;0\right)$ **C.** $I\left(3;2;0\right)$ **D.** $I\left(15;\frac{7}{2};0\right)$

Lời giải

Chọn B

Gọi $\vec{n}=\left(a;b;c\right)$ là pháp tuyến của mặt phẳng $\left(Q\right)$.

Do $\left(Q\right)$ vuông góc với $\left(Oxy\right)$ nên $\vec{n}=\left(a;b;0\right)$, mà $\left(Q\right)$ đi qua K nên $\left(Q\right):ax+by-a-b=0$.

Trường hợp 1: B, C nằm cùng phía so với $\left(Q\right)$, khi đó:

$$2d\left(B,\left(Q\right)\right)+d\left(C,\left(Q\right)\right)=\frac{2\left|a+4b\right|}{\sqrt{a^2+b^2}}+\frac{\left|3a+6b\right|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

$$=\frac{\left|2a+8b\right|}{\sqrt{a^2+b^2}}+\frac{\left|3a+6b\right|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{\left|5a+14b\right|}{\sqrt{a^2+b^2}}\le\frac{\sqrt{5^2+14^2}\sqrt{a^2+b^2}}{\sqrt{a^2+b^2}}=\sqrt{221}.$$

Đẳng thức xảy ra khi $\frac{a}{5}=\frac{b}{14}\Rightarrow\left(Q\right):5x+14y-19=0$.

Trường hợp 1: B, C nằm khác phía so với $\left(Q\right)$, khi đó:

$$2d\left(B,\left(Q\right)\right)+d\left(C,\left(Q\right)\right)=\frac{2\left|a+4b\right|}{\sqrt{a^2+b^2}}+\frac{\left|3a+6b\right|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

$$=\frac{\left|2a+8b\right|}{\sqrt{a^2+b^2}}+\frac{\left|3a+6b\right|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{\left|-a+2b\right|}{\sqrt{a^2+b^2}}\le\frac{\sqrt{\left(-1\right)^2+\left(2\right)^2}\sqrt{a^2+b^2}}{\sqrt{a^2+b^2}}=\sqrt{5}.$$

Đẳng thức xảy ra khi $\frac{a}{-1}=\frac{b}{2}\Rightarrow\left(Q\right):-x+2y-1=0$.

Vậy $\left(Q\right)$ có phương trình là $\left(Q\right):5x+14y-19=0$.