

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

(Đề thi có 06 trang)

Mã đề thi 132

Họ, tên thí sinh:

Số báo danh:

Câu 1: Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) < \log_{\frac{1}{2}}(2x-1)$ là:

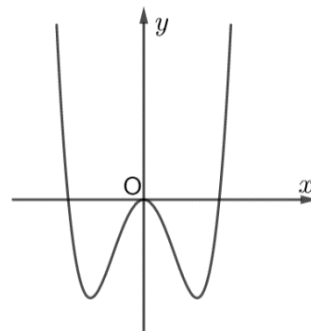
- A. $S = (2; +\infty)$. B. $S = (-\infty; 2)$. C. $S = \left(\frac{1}{2}; 2\right)$. D. $S = (-1; 2)$.

Câu 2: Cho $\int_0^4 f(x)dx = 16$, khi đó $\int_0^2 f(2x)dx$ bằng

- A. 32. B. 8. C. 16. D. 4.

Câu 3: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

- A. $y = x^3 - 3x$. B. $y = x^2 - 3x$.
C. $y = x^4 - 3x^2$. D. $y = \frac{x}{x-3}$.



Câu 4: Nghiệm của phương trình $2^{x+1} = 5$ là:

- A. $x = \log_2 5$. B. $x = 1 - \log_2 5$. C. $x = -1 + \log_2 5$. D. $x = -1 + \log_5 2$.

Câu 5: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1; 2]$, $f(1) = 1$ và $f(2) = 2$ thì $\int_1^2 f'(x)dx$ bằng

- A. 1. B. -1. C. 3. D. $\frac{7}{2}$.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$				5		$-\infty$
			1				

Điểm cực đại của hàm số là:

- A. $x = 5$. B. $x = 2$. C. $x = 0$. D. $x = 1$.

Câu 7: Với a, b là các số thực dương tùy ý. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\ln(ab) = \ln a + \ln b$. B. $\ln(ab) = \ln a \cdot \ln b$. C. $\ln \frac{a}{b} = \frac{\ln a}{\ln b}$. D. $\ln \frac{a}{b} = \ln b - \ln a$.

Câu 8: Cho đường thẳng Δ cắt mặt cầu $S(O; R)$. Gọi d là khoảng cách từ O đến Δ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $d < R$. B. $d > R$. C. $d = R$. D. $d = 0$.

Câu 9: Cho khối lăng trụ tứ giác có đáy là hình vuông cạnh bằng 4, chiều cao bằng 6. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 96. B. 16. C. 24. D. 32.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 5$. Toạ độ tâm I và bán kính R của (S) là:

A. $I(1; 2; 0), R = 5$. B. $I(1; 2; 0), R = \sqrt{5}$. C. $I(-1; -2; 0), R = \sqrt{5}$. D. $I(-1; -2; 0), R = 5$.

Câu 11: Đặt $a = \log_3 2$, khi đó $\log_{16} 27$ bằng

A. $\frac{3a}{4}$. B. $\frac{4a}{3}$. C. $\frac{4}{3a}$. D. $\frac{3}{4a}$.

Câu 12: Cho khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a . Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$. B. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{12}$. C. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{2}$. D. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$.

Câu 13: Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và có bán kính đáy bằng a . Độ dài đường sinh của hình nón đã cho bằng

A. $2a$. B. $\frac{3a}{2}$. C. $2\sqrt{2}a$. D. $3a$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x - 2z + 1 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là:

A. $\vec{n}_2 = (0; 1; -2)$. B. $\vec{n}_3 = (1; -2; 0)$. C. $\vec{n}_1 = (1; 0; -2)$. D. $\vec{n}_4 = (1; -2; 1)$.

Câu 15: Tập xác định D của hàm số $y = (x^2 - x - 2)^{-3}$ là:

A. $D = \mathbb{R}$. B. $D = (0; +\infty)$.
C. $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 2\}$. D. $D = (-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai mặt phẳng (Oxz) và $(P): x - y + 1 = 0$ bằng

A. 60° . B. 135° . C. 45° . D. 90° .

Câu 17: Đạo hàm của hàm số $y = 5^x$ là:

A. $y' = x5^{x-1}$. B. $y' = 5^x \ln 5$. C. $y' = 5^x$. D. $y' = \frac{5^x}{\ln 5}$.

Câu 18: Nếu $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = 5$ thì $\int_0^{\frac{\pi}{2}} [f(x) + 2 \sin x] dx$ bằng

A. 7. B. $5 + \frac{\pi}{2}$. C. 3. D. $5 + \pi$.

Câu 19: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng?

A. $y = \frac{x^2}{x^2+1}$. B. $y = \frac{x^2-3x+2}{x-1}$. C. $y = \sqrt{x^2-1}$. D. $y = \frac{x}{x+1}$.

Câu 20: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^4 - 12x^2 + 10$ trên $[0; 6]$ đạt được tại điểm

A. $x = \sqrt{6}$. B. $x = 0$. C. $x = -26$. D. $x = 6$.

Câu 21: Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm hai chữ số khác nhau?

A. C_7^2 . B. 2^7 . C. 7^2 . D. A_7^2 .

Câu 22: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và công sai $d = 3$. Giá trị của u_3 bằng

A. 18. B. 8. C. 6. D. 11.

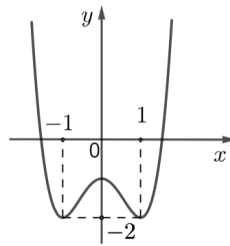
Câu 23: Cho hàm số $y = x^3 + 5x$ có đồ thị (C) . Số giao điểm của (C) với trục hoành là

A. 3. B. 1. C. 0. D. 2.

Câu 24: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = 3x^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 0)$. B. Hàm số nghịch biến trên $(0; +\infty)$.
 C. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$. D. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$.

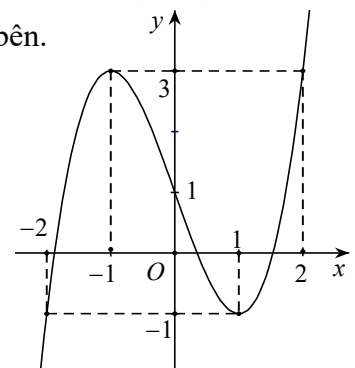
Câu 25: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(0; 1)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(-1; 1)$. D. $(-1; 0)$.

Câu 26: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là

A. -1. B. 1.
 C. 2. D. 3.



Câu 27: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + x$ là

A. $e^x + x^2 + C$. B. $e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$. C. $\frac{1}{x+1}e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$. D. $e^x + 1 + C$.

Câu 28: Cho khối chóp có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $4a^3$. B. $\frac{2}{3}a^3$. C. $2a^3$. D. $\frac{4}{3}a^3$.

Câu 29: Biết $\int_0^{\frac{\pi}{4}} x \cos 2x dx = a + b\pi$, với a, b là các số hữu tỷ. Giá trị $S = a + 2b$ bằng

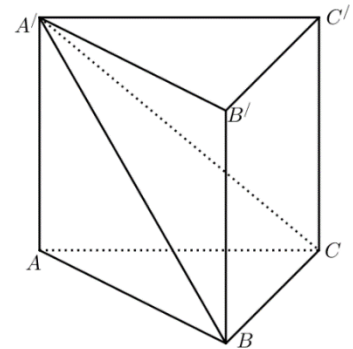
- A. 0. B. 1. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{3}{8}$.

Câu 30: Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2 - x$ và $y = 0$ quanh trục Ox bằng

- A. $\frac{\pi}{3}$. B. $\frac{\pi}{15}$. C. $\frac{\pi}{30}$. D. $\frac{\pi}{5}$.

Câu 31: Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình bên). Cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng

- A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{21}}{7}$.
C. $\frac{2\sqrt{7}}{7}$. D. $\frac{\sqrt{21}}{3}$.

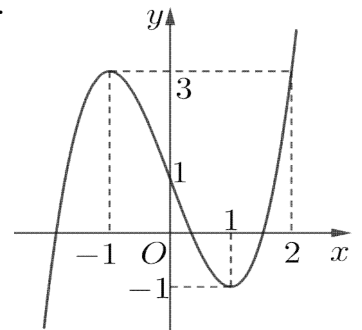


Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x-1)(x+2)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A. 0. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 33: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt?

- A. 4. B. 5.
C. 2. D. 3.



Câu 34: Một tổ có 4 học sinh nam và 6 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh trong đó có 2 học sinh nam?

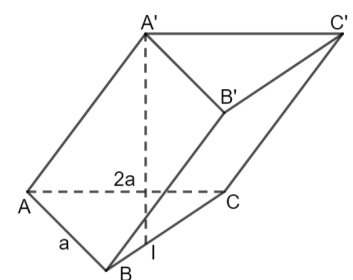
- A. 12. B. 72. C. 36. D. 18.

Câu 35: Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2^2 x - \log_2(8x) + 3 = 0$ bằng

- A. 16. B. 2. C. 4. D. 8.

Câu 36: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = 2a$ (tham khảo hình bên). Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) là điểm I thuộc cạnh BC . Khoảng cách từ A tới mặt phẳng $(A'BC)$ bằng

- A. $\frac{2}{3}a$. B. $\frac{\sqrt{3}}{2}a$.
C. $\frac{1}{3}a$. D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}a$.



Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(1;2;0)$, $B(2;3;1)$ và song song với trục Oz có phương trình là:

- A. $x - y + 1 = 0$. B. $x + y - 3 = 0$. C. $x + z - 3 = 0$. D. $x - y - 3 = 0$.

Câu 38: Một hình nón (N) có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân với cạnh góc vuông bằng $a\sqrt{2}$. Thể tích của khối nón (N) bằng

- A. $\frac{\pi a^3}{3}$. B. $\frac{\pi a^3}{2}$. C. πa^3 . D. $\frac{\pi\sqrt{2}a^3}{12}$.

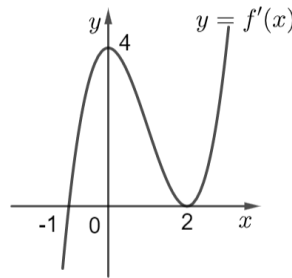
Câu 39: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\log_3 x + 2\log_x 9 - 5 \leq 0$?

- A. 79. B. 80. C. 81. D. 27.

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} , có đồ thị (C) và có đạo hàm cấp hai $f''(x) = 6x + 12$. Biết đồ thị (C) đi qua điểm $M(-2;2)$ và tiếp tuyến của (C) tại M là đường thẳng $d: y = 2x + 6$. Khi đó giá trị của $f(3)$ bằng

- A. 137. B. 135. C. 131. D. 129.

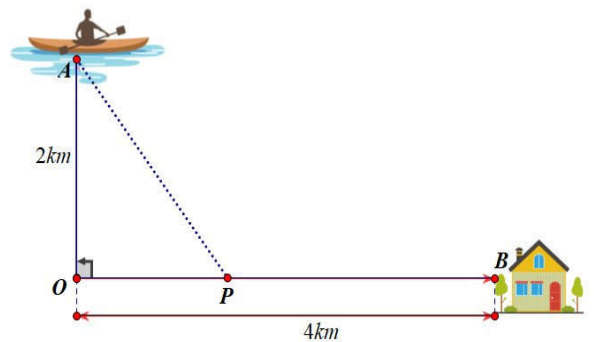
Câu 41. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{1}{4}x^4 + ax^3 + bx^2 + cx$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Số điểm cực trị của hàm số $y = f(1 - x^2)$ là

- A. 5. B. 3. C. 4. D. 2.

Câu 42. Anh Ba đang trên chiếc thuyền tại vị trí A cách bờ sông 2 km , anh dự định chèo thuyền vào bờ và tiếp tục chạy bộ theo một đường thẳng để đến một địa điểm B tọa lạc ven bờ sông, B cách vị trí O trên bờ gần với thuyền nhất là 4 km (hình vẽ). Biết rằng anh Ba chèo thuyền với vận tốc 6 km/h và chạy bộ trên bờ với vận tốc 10 km/h . Khoảng thời gian ngắn nhất để anh Ba từ vị trí xuất phát đến được điểm B là



- A. 40 phút. B. 44 phút. C. 30 phút. D. 38 phút.

Câu 43. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , khoảng cách giữa cạnh bên SA và cạnh đáy BC bằng $\frac{3a}{4}$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 44. Cho hàm số $y = f(x)$ không âm thỏa mãn điều kiện $f(x)f'(x) = 2x\sqrt{f^2(x)+1}$ và $f(0) = 0$. Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x), y = 0, x = 0, x = 3$ quanh trục Ox bằng

A. $\frac{333}{5}$.

B. $\frac{333\pi}{5}$.

C. $\frac{127089\pi}{35}$.

D. $\frac{(11\sqrt{11}-2\sqrt{11})\pi}{3}$.

Câu 45: Cho $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{x \sin x dx}{2 \cos^3 x} = a\pi + b\sqrt{3}$ với a, b là các số hữu tỷ. Giá trị của $a + b$ bằng

A. $\frac{1}{12}$.

B. $\frac{7}{12}$.

C. $\frac{5}{6}$.

D. $-\frac{1}{6}$.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm $A(1; 4; -3)$ và chứa trục Ox . Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (P) có phương trình là:

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 4$.

B. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 4$.

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 2$.

D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 2$.

Câu 47. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $0 \leq x \leq 2023$ và $\log_2(2x+2) + x = 2y + 4^y$?

A. 2022.

B. 6.

C. 2023.

D. 4.

Câu 48: Cho hình nón đỉnh S , đường cao SO . Gọi A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy hình nón sao cho khoảng cách từ O đến AB bằng a và $\widehat{SAO} = 30^\circ, \widehat{SAB} = 60^\circ$. Diện tích xung quanh hình nón bằng

A. $\pi a^2\sqrt{6}$.

B. $2\pi a^2\sqrt{3}$.

C. $\pi a^2\sqrt{3}$.

D. $\frac{\pi a^2\sqrt{6}}{2}$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 4; 5), B(3; 4; 0), C(2; -1; 0)$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 4$, điểm N thay đổi trên mặt cầu (S) . Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = NA^2 + NB^2 + 3NC^2$. Giá trị $M - m$ bằng

A. 125.

B. 120.

C. 80.

D. 85.

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Biết rằng $f'(2023) = 0$ và $f''(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Xét hàm số $h(x) = f(\cot^2 x - 2 \cot x + 2024)$ trên khoảng $(0; \pi)$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $h(1) - h(2) > 0$.

B. $h(2) - h(3) < 0$.

C. $h\left(\frac{\pi}{2}\right) - h\left(\frac{\pi}{4}\right) > 0$.

D. $h\left(\frac{\pi}{6}\right) - h\left(\frac{\pi}{4}\right) > 0$.

.....HẾT.....

ĐÁP ÁN ĐỀ THI THỬ THPT LẦN 1 NĂM 2023

Bài thi: TOÁN

Câu	Mã 132	Mã 209	Mã 357	Mã 485
1	C	C	C	D
2	B	D	B	A
3	C	B	C	D
4	C	C	A	B
5	A	B	C	C
6	B	A	D	B
7	A	D	A	A
8	A	C	D	B
9	A	B	B	C
10	C	D	A	D
11	D	C	B	C
12	D	B	C	B
13	D	C	D	C
14	C	D	B	A
15	C	D	C	B
16	C	B	D	A
17	B	A	C	B
18	A	C	B	A
19	D	A	D	C
20	A	D	A	D
21	D	A	D	D
22	B	B	B	C
23	B	D	D	D
24	D	A	A	A
25	D	A	B	C
26	A	B	C	B
27	B	A	A	D
28	B	C	A	A
29	A	C	C	A
30	C	B	A	B
31	B	B	B	A
32	C	B	D	B
33	D	A	D	D
34	C	B	B	C
35	B	D	C	C
36	D	C	A	A

37	A	A	D	A
38	A	D	A	D
39	A	A	C	D
40	A	A	D	D
41	B	C	D	C
42	A	A	C	C
43	D	B	C	A
44	B	A	A	A
45	A	C	A	C
46	A	D	D	D
47	B	A	C	B
48	C	B	D	D
49	B	B	C	C
50	A	D	D	B

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.B	3.C	4.C	5.A	6.B	7.A	8.A	9.A	10.C
11.D	12.D	13.D	14.C	15.C	16.C	17.B	18.A	19.D	20.A
21.D	22.B	23.B	24.D	25.D	26.A	27.B	28.B	29.A	30.C
31.B	32.C	33.D	34.C	35.B	36.D	37.A	38.A	39.A	40.A
41.B	42.A	43.D	44.B	45.A	46.A	47.B	48.C	49.B	50.A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) < \log_{\frac{1}{2}}(2x-1)$ là:

- A. $S = (2; +\infty)$. B. $S = (-\infty; 2)$. **C. $S = \left(\frac{1}{2}; 2\right)$.** D. $S = (-1; 2)$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x+1 > 0 \\ 2x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x > \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}.$$

$$\text{Ta có } \log_{\frac{1}{2}}(x+1) < \log_{\frac{1}{2}}(2x-1) \Leftrightarrow x+1 > 2x-1 \Leftrightarrow x < 2 \xrightarrow{x > \frac{1}{2}} \frac{1}{2} < x < 2.$$

Câu 2: Cho $\int_0^4 f(x)dx = 16$, khi đó $\int_0^2 f(2x)dx$ bằng

- A. 32. **B. 8.** C. 16. D. 4.

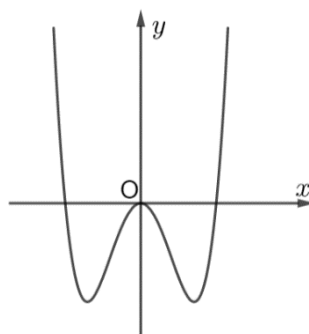
Lời giải

Chọn B

$$\text{Đặt } t = 2x \Rightarrow dt = 2dx \Rightarrow dx = \frac{dt}{2}, x=0 \Rightarrow t=0, x=2 \Rightarrow t=4.$$

$$\text{Khi đó } I = \frac{1}{2} \int_0^4 f(t)dt = 8.$$

Câu 3: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



- A. $y = x^3 - 3x$. B. $y = x^2 - 3x$. **C. $y = x^4 - 3x^2$.** D. $y = \frac{x}{x-3}$.

Lời giải

Chọn C

Theo hình dạng đồ thị, thì đây là đồ thị hàm số bậc bốn trùng phương.

Câu 4: Nghiệm của phương trình $2^{x+1} = 5$ là:

- A. $x = \log_2 5$. B. $x = 1 - \log_2 5$. **C. $x = -1 + \log_2 5$.** D. $x = -1 + \log_5 2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $2^{x+1} = 5 \Leftrightarrow x+1 = \log_2 5 \Leftrightarrow x = \log_2 5 - 1$.

Câu 5: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1; 2]$, $f(1) = 1$ và $f(2) = 2$ thì $\int_1^2 f'(x) dx$ bằng

- A. 1.
- B. -1.
- C. 3.
- D. $\frac{7}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int_1^2 f'(x) dx = f(2) - f(1) = 1$.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘		1	↗		5
		↘			↘		$-\infty$

Điểm cực đại của hàm số là:

- A. $x = 5$.
- B. $x = 2$.
- C. $x = 0$.
- D. $x = 1$.

Lời giải

Chọn B

Câu 7: Với a, b là các số thực dương tùy ý. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\ln(ab) = \ln a + \ln b$.
- B. $\ln(ab) = \ln a \cdot \ln b$.
- C. $\ln \frac{a}{b} = \frac{\ln a}{\ln b}$.
- D. $\ln \frac{a}{b} = \ln b - \ln a$.

Lời giải

Chọn A

Câu 8: Cho đường thẳng Δ cắt mặt cầu $S(O; R)$. Gọi d là khoảng cách từ O đến Δ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $d < R$.
- B. $d > R$.
- C. $d = R$.
- D. $d = 0$.

Lời giải

Chọn A

Câu 9: Cho khối lăng trụ tứ giác có đáy là hình vuông cạnh bằng 4, chiều cao bằng 6. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. 96.
- B. 16.
- C. 24.
- D. 32.

Lời giải

Chọn A

$V = h.S = 4^2 \cdot 6 = 96$

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 5$. Toạ độ tâm I và bán kính R của (S) là:

- A. $I(1; 2; 0), R = 5$.
- B. $I(1; 2; 0), R = \sqrt{5}$.
- C. $I(-1; -2; 0), R = \sqrt{5}$.
- D. $I(-1; -2; 0), R = 5$.

Lời giải**Chọn C****Câu 11:** Đặt $a = \log_3 2$, khi đó $\log_{16} 27$ bằng

- A. $\frac{3a}{4}$. B. $\frac{4a}{3}$. C. $\frac{4}{3a}$. **D. $\frac{3}{4a}$.**

Lời giải**Chọn D**Ta có $\log_{16} 27 = \log_{2^4} 3^3 = \frac{3}{4} \log_2 3 = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{\log_3 2} = \frac{3}{4a}$.**Câu 12:** Cho khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a . Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$. B. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{12}$. C. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{2}$. **D. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$.**

Lời giải**Chọn D**Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng $V = S_d \cdot h = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot a = \frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$.**Câu 13:** Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và có bán kính đáy bằng a . Độ dài đường sinh của hình nón đã cho bằng

- A. $2a$. B. $\frac{3a}{2}$. C. $2\sqrt{2}a$. **D. $3a$.**

Lời giải**Chọn D**Ta có $S_{xq} = \pi \cdot R \cdot l \Leftrightarrow 3\pi a^2 = \pi \cdot a \cdot l \Rightarrow l = \frac{3\pi a^2}{\pi a} = 3a$.**Câu 14:** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x - 2z + 1 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là

- A. $\vec{n}_2 = (0; 1; -2)$. B. $\vec{n}_3 = (1; -2; 0)$. **C. $\vec{n}_1 = (1; 0; -2)$.** D. $\vec{n}_4 = (1; -2; 1)$.

Lời giải**Chọn C**Mặt phẳng $(P): x - 2z + 1 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (1; 0; -2)$.**Câu 15:** Tập xác định D của hàm số $y = (x^2 - x - 2)^{-3}$ là

- A. $D = \mathbb{R}$. B. $D = (0; +\infty)$.
C. $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 2\}$. D. $D = (-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$.

Lời giải**Chọn C**Xét $y = (x^2 - x - 2)^{-3}$ có điều kiện xác định là $x^2 - x - 2 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x \neq 2 \end{cases}$.Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 2\}$.**Câu 16:** Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai mặt phẳng (Oxz) và $(P): x - y + 1 = 0$ bằng

- A. 60° . B. 135° . **C. 45° .** D. 90° .

Lời giải**Chọn C**

Ta có véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxz) là $\vec{j} = (0; 1; 0)$.

Véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): x - y + 1 = 0$ là $\vec{n} = (1; -1; 0)$.

Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (Oxz) và (P) , ta có:

$$\cos \alpha = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{j}|}{|\vec{n}| \cdot |\vec{j}|} = \frac{|1 \cdot 0 + 1 \cdot (-1) + 0 \cdot 0|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2 + 0^2} \cdot \sqrt{0^2 + 1^2 + 0^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Vậy $\alpha = 45^\circ$.

Câu 17: Đạo hàm của hàm số $y = 5^x$ là

A. $y' = x \cdot 5^{x-1}$.

B. $y' = 5^x \cdot \ln 5$.

C. $y' = 5^x$.

D. $y' = \frac{5^x}{\ln 5}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = (5^x)' = 5^x \cdot \ln 5$.

Câu 18: Nếu $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = 5$ thì $\int_0^{\frac{\pi}{2}} [f(x) + 2 \sin x] dx$ bằng

A. 7.

B. $5 + \frac{\pi}{2}$.

C. 3.

D. $5 + \pi$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int_0^{\frac{\pi}{2}} [f(x) + 2 \sin x] dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2 \sin x dx = 5 + 2 = 7$.

Câu 19: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng

A. $y = \frac{x^2}{x^2 + 1}$.

B. $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$.

C. $y = \sqrt{x^2 - 1}$.

D. $y = \frac{x}{x + 1}$.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $y = \frac{x^2}{x^2 + 1}$ ta có tập xác định là \mathbb{R} . Suy ra đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

Xét hàm số $y = \sqrt{x^2 - 1}$ ta có tập xác định là $[-1; 1]$. Suy ra đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

Xét hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$ ta có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Mặt khác: $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1} = -3$ và $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1} = -3$. Suy ra đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

Xét hàm số $y = \frac{x}{x + 1}$ ta có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Mặt khác: $\lim_{x \rightarrow -1^-} y = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x}{x + 1} = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -1^+} y = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x}{x + 1} = -\infty$. Suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = -1$.

Câu 20: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^4 - 12x^2 + 10$ trên $[0; 6]$ đạt được tại điểm

A. $x = \sqrt{6}$.

B. $x = 0$.

C. $x = -26$.

D. $x = 6$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = (x^4 - 12x^2 + 10)' = 4x^3 - 24x$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 24x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in (0;6) \\ x = \sqrt{6} \in (0;6) \\ x = -\sqrt{6} \notin (0;6) \end{cases} .$$

$y(0) = 10, y(6) = 874, y(\sqrt{6}) = -26$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^4 - 12x^2 + 10$ trên $[0;6]$ bằng -26 đạt được tại $x = \sqrt{6}$.

Câu 21: Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm hai chữ số khác nhau?

A. C_7^2 .

B. 2^7 .

C. 7^2 .

D. A_7^2 .

Lời giải

Chọn D

Số các số tự nhiên gồm hai chữ số khác nhau là A_7^2 (số).

Câu 22: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và công sai $d = 3$. Giá trị của u_3 bằng

A. 18.

B. 8.

C. 6.

D. 11.

Lời giải

Chọn B

Ta có $u_3 = u_1 + 2d = 2 + 2.3 = 8$.

Câu 23: Cho hàm số $y = x^3 + 5x$ có đồ thị (C) . Số giao điểm của (C) với trục hoành là

A. 3.

B. 1.

C. 0.

D. 0.

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) với trục hoành là

$$x^3 + 5x = 0 \Leftrightarrow x(x^2 + 5) = 0 \Leftrightarrow x = 0.$$

Vậy có 1 giao điểm của (C) với trục hoành.

Câu 24: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = 3x^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 0)$.

B. Hàm số nghịch biến trên $(0; +\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$.

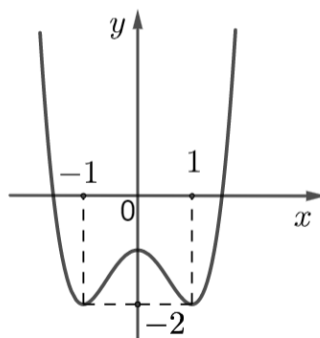
Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(x) = 3x^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Nên hàm số đã cho đồng biến trên \mathbb{R} .

Câu 25: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

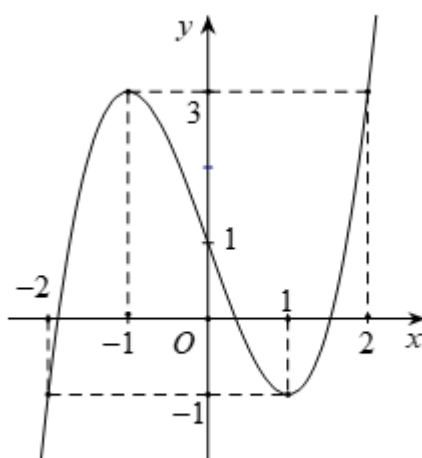


- A. $(0;1)$. B. $(-\infty;1)$. C. $(-1;1)$. **D. $(-1;0)$.**

Lời giải

Chọn D

Câu 26: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên.



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là

- A. -1 .** B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải

Chọn A

Câu 27: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + x$ là

- A. $e^x + x^2 + C$. **B. $e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$.** C. $\frac{1}{x+1}e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$. D. $e^x + 1 + C$.

Lời giải

Chọn B

Câu 28: Cho khối chóp có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $4a^3$. **B. $\frac{2}{3}a^3$.** C. $2a^3$. D. $\frac{4}{3}a^3$.

Lời giải

Chọn B

$$V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot 2a = \frac{2}{3}a^3$$

Câu 29: Biết $\int_0^{\frac{\pi}{4}} x \cdot \cos 2x dx = a + b\pi$, với a, b là các số hữu tỷ. Giá trị $S = a + 2b$ bằng

- A.** 0 **B.** 1 **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{3}{8}$.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{cases} u = x \\ dv = \cos 2x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \frac{1}{2} \sin 2x \end{cases}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} x \cdot \cos 2x dx = x \cdot \frac{1}{2} \sin 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} - \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x dx = \frac{\pi}{8} + \frac{1}{4} \cos 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi}{8} + \frac{1}{4} (\cos \frac{\pi}{2} - \cos 0) = \frac{\pi}{8} - \frac{1}{4}.$$

Do đó $a = -\frac{1}{4}; b = \frac{1}{8} \Rightarrow a + 2b = -\frac{1}{4} + 2 \cdot \frac{1}{8} = 0$

Câu 30: Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2 - x$ và $y = 0$ quanh trục Ox bằng

- A.** $\frac{\pi}{3}$. **B.** $\frac{\pi}{15}$. **C.** $\frac{\pi}{30}$. **D.** $\frac{\pi}{5}$.

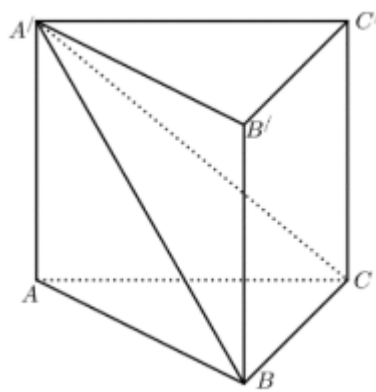
Lời giải

Chọn C

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$.

Thể tích khối tròn xoay là: $V = \pi \int_0^1 (x^2 - x)^2 dx = \frac{\pi}{30}$.

Câu 31: Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình bên).

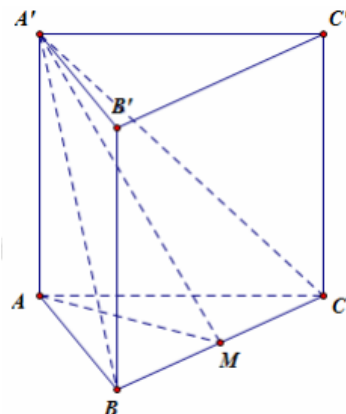


Cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng

- A.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{21}}{7}$. **C.** $\frac{2\sqrt{7}}{7}$. **D.** $\frac{\sqrt{21}}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Kẻ $AM \perp BC$ ở M .

Ta có $BC \perp AM, BC \perp AA' \Rightarrow BC \perp (AMA')$.

$$((A'BC), (ABC)) = \widehat{A'MA}.$$

Ta có $AA' = a, AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Xét tam giác AMA' vuông ở A có: $A'M = \sqrt{a^2 + \frac{3}{4}a^2} = \frac{a\sqrt{7}}{2}$.

$$\cos(A'MA) = \frac{AM}{A'M} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\frac{a\sqrt{7}}{2}} = \frac{\sqrt{21}}{7}$$

Cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng $\frac{\sqrt{21}}{7}$.

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x-1)(x+2)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 0.

B. 3.

C. 1

D. $\frac{\pi}{5}$.

Lời giải

Chọn C

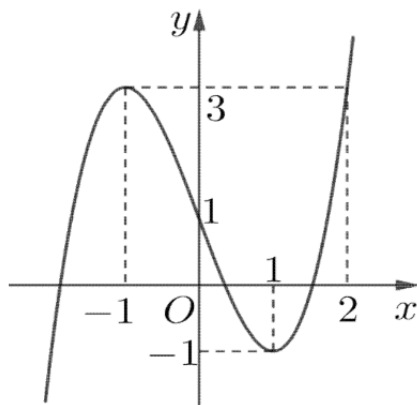
$$\text{Xét } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$$

Ta có Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	0	1	$-\infty$	
$f'(x)$		+	0	-	0	+

Khi đó hàm số có 1 điểm cực tiểu là $x = 1$.

Câu 33: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt?



- A. 4. B. 5. C. 2. D. 3.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào hình ảnh đồ thị hàm số, để phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt khi: $-1 < m < 3$. Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{0; 1; 2\}$.

Vậy có 3 giá trị nguyên m thỏa mãn.

Câu 34: Một tổ có 4 học sinh nam và 6 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh trong đó có 2 học sinh nam?

- A. 12. B. 72. C. 36. D. 48.

Lời giải

Chọn C

Số cách chọn ra 3 học sinh sao cho trong đó có 2 học sinh nam là: $C_4^2 \cdot C_6^1 = 36$ cách.

Câu 35: Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2^2 x - \log_2(8x) + 3 = 0$ bằng

- A. 16. B. 2. C. 4. D. 8.

Lời giải

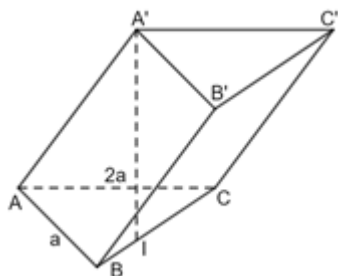
Chọn B

$$\text{Ta có: } \log_2^2 x - \log_2(8x) + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \log_2^2 x - \log_2 x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \log_2 x = 0 \\ \log_2 x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Vậy $x_1 \cdot x_2 = 2$.

Câu 36: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = 2a$ (tham khảo hình bên). Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) là điểm I thuộc cạnh BC .

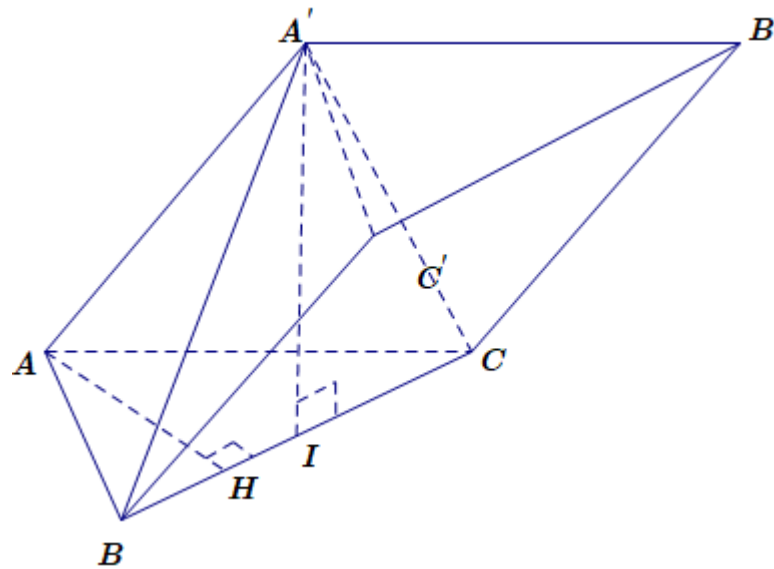
Khoảng cách từ A tới mặt phẳng $(A'BC)$ bằng



- A. $\frac{2}{3}a$. B. $\frac{\sqrt{3}}{2}a$. C. $\frac{1}{3}a$. D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}a$.

Lời giải

Chọn D



Kẻ $AH \perp BC$, mặt khác $A'I \perp BC \Rightarrow AH \perp A'I \Rightarrow AH \perp (A'BC)$

$$\Rightarrow d(A, (A'BC)) = AH = \sqrt{\frac{AC^2 \cdot AB^2}{AC^2 + AB^2}} = \frac{2\sqrt{5}a}{5}.$$

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(1;2;0)$, $B(2;3;1)$ và song song với trục Oz có phương trình là:

A. $x - y + 1 = 0$.

B. $x + y - 3 = 0$.

C. $x + z - 3 = 0$.

D. $x - y - 3 = 0$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \begin{cases} AB \parallel (P) \\ Oz \subset (P) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{n}_P \perp \overrightarrow{AB} = (1;1;1) \\ \vec{n}_P \perp \overrightarrow{u_{Oz}} = (0;0;1) \end{cases} \Rightarrow \vec{n}_P = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{u_{Oz}}] = (1; -1; 0).$$

Suy ra phương trình mặt phẳng $(P): x - y + 1 = 0$

Câu 38: Một hình nón (N) có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân với cạnh góc vuông bằng $a\sqrt{2}$. Thể tích của khối nón (N) bằng

A. $\frac{\pi a^3}{3}$.

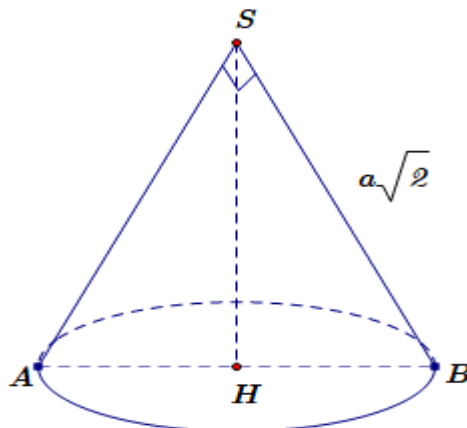
B. $\frac{\pi a^3}{2}$.

C. πa^3 .

D. $\frac{\pi\sqrt{2}a^3}{12}$

Lời giải

Chọn A



Gọi S là đỉnh của hình nón (N) và H là chân đường cao kẻ từ S lên mặt đáy

$$\text{Ta có } SH = HA = HB = \frac{1}{2} AB = \frac{\sqrt{2}}{2} SB = a.$$

$$\Rightarrow V_{(N)} = \frac{1}{3} SH \cdot \pi \cdot HA^2 = \frac{\pi a^3}{3}.$$

Câu 39: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\log_3 x + 2 \log_x 9 - 5 \leq 0$?

A. 79.

B. 80.

C. 81.

D. 27.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $0 < x \neq 1$

$$\text{Ta có: } \log_3 x + 2 \log_x 9 - 5 \leq 0 \Leftrightarrow \log_3 x + 4 \log_x 3 - 5 \leq 0 \Leftrightarrow \log_3 x + \frac{4}{\log_3 x} - 5 \leq 0$$

$$\text{Đặt: } t = \log_3 x, \text{ khi đó bất phương trình trở thành: } t + \frac{4}{t} - 5 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{t^2 - 5t + 4}{t} \leq 0$$

$$t^2 - 5t + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 4 \\ t = 1 \end{cases}$$

$$t = 0$$

Bảng xét dấu về trái:

t	$-\infty$		0		1		4		$+\infty$
t		-	0	+		+		+	
$t^2 - 5t + 4$		+		+	0	-	0	+	
$\frac{t^2 - 5t + 4}{t}$		-		+	0	-	0	+	

Từ bảng xét dấu ta có: $t \leq 0$ hoặc $1 \leq t \leq 4$

$$\text{Với } t \leq 0 \Rightarrow \log_3 x \leq 0 \Leftrightarrow x \leq 1$$

$$\text{Với } 1 \leq t \leq 4 \Rightarrow 1 \leq \log_3 x \leq 4 \Leftrightarrow 3 \leq x \leq 81$$

Kết hợp điều kiện, ta có tập nghiệm của bất phương trình là:

$$S = (0; 1) \cup [3; 81] \xrightarrow{x \in \mathbb{Z}} x \in \{3; 4; 5; \dots; 81\}$$

Vậy có 79 số nguyên x thỏa mãn.

Câu 40: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} , có đồ thị (C) và có đạo hàm cấp hai $f''(x) = 6x + 12$. Biết đồ thị (C) đi qua điểm $M(-2; 2)$ và tiếp tuyến của (C) tại M là đường thẳng $d: y = 2x + 6$.

Khi đó giá trị của $f(3)$ bằng

A. 137.

B. 135.

C. 131.

D. 129.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } f'(x) = \int (6x + 12) dx = 3x^2 + 12x + C$$

$$f'(-2) = 2 \Leftrightarrow 3 \cdot (-2)^2 + 12(-2) + C = 2 \Leftrightarrow C = 14$$

$$\Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 12x + 14$$

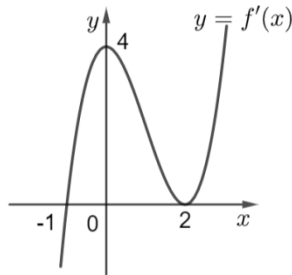
$$f(x) = \int (3x^2 + 12x + 14) dx = x^3 + 6x^2 + 14x + C$$

Do đồ thị (C) đi qua điểm $M(-2; 2)$ nên ta có: $(-2)^3 + 6 \cdot (-2)^2 + 14 \cdot (-2) + C = 2 \Leftrightarrow C = 14$

$$f(x) = x^3 + 6x^2 + 14x + 14$$

Vậy $f(3) = 137$

Câu 41: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{1}{4}x^4 + ax^3 + bx^2 + cx$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Số điểm cực trị của hàm số $y = f(1-x^2)$ là

A. 5.

B. 3.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	

Đặt $g(x) = f(1-x^2)$

Ta có: $g'(x) = [f(1-x^2)]' = -2xf'(1-x^2)$

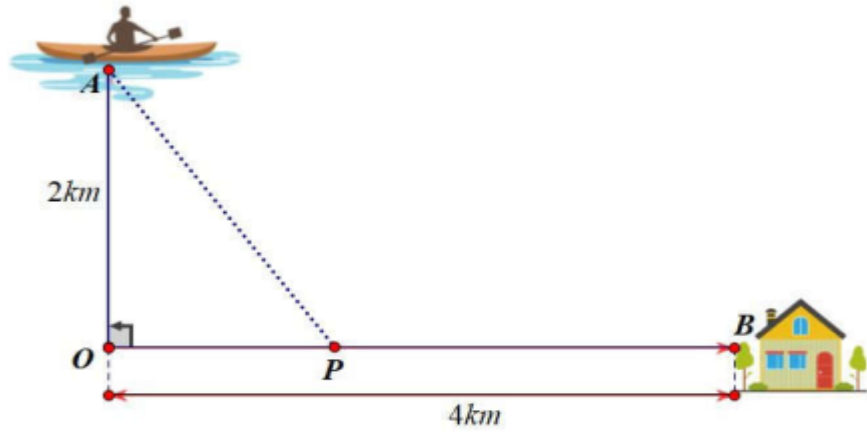
$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 1-x^2 = -1 \\ 1-x^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2} \end{cases}$$

Bảng xét dấu của y' :

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 42: Anh Ba đang trên chiếc thuyền tại vị trí A cách bờ sông $2km$, anh dự định chèo thuyền vào bờ và tiếp tục chạy bộ theo một đường thẳng để đến một địa điểm B tọa lạc ven bờ sông, B cách vị trí O trên bờ gần với thuyền nhất là $4km$ (hình vẽ). Biết rằng anh Ba chèo thuyền với vận tốc $6m/h$ và chạy bộ trên bờ với vận tốc $10km/h$. Khoảng thời gian ngắn nhất để anh Ba từ vị trí xuất phát đến được điểm B là



A. 40 phút.

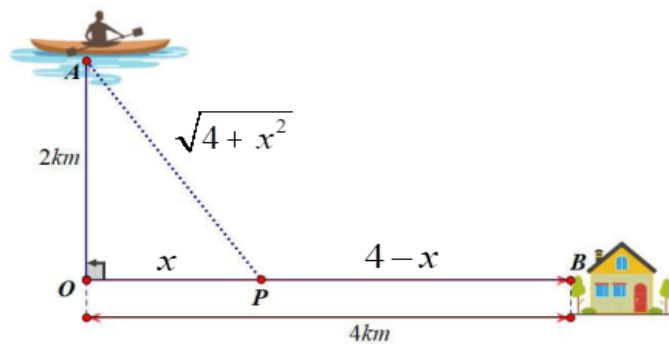
B. 44 phút.

C. 30 phút.

D. 38 phút.

Lời giải

Chọn A



Đặt $OP = x$ ($0 < x < 4$) $\Rightarrow BP = 4 - x$; $AP = \sqrt{4 + x^2}$.

Khoảng thời gian để anh Ba từ vị trí xuất phát đến được điểm B là:

$$t_{(x)} = t_{AP} + t_{PB} = \frac{\sqrt{4+x^2}}{6} + \frac{4-x}{10} \text{ (h)}. \Rightarrow t'_{(x)} = \frac{x}{6\sqrt{4+x^2}} - \frac{1}{10}.$$

$$t'_{(x)} = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{6\sqrt{4+x^2}} - \frac{1}{10} = 0 \Leftrightarrow 3\sqrt{4+x^2} = 5x \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 4 \\ 4x^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}.$$

BBT:

x	0	$\frac{3}{2}$	4
$t'(x)$		-	0
			+
$t(x)$			

\searrow $\frac{2}{3}$ \nearrow

Từ BBT suy ra khoảng thời gian ngắn nhất để anh Ba từ vị trí xuất phát đến được điểm B là:

$$t_{\min} = \frac{2}{3} \text{ (h)} = \frac{2}{3} \cdot 60 \text{ (phút)} = 40 \text{ phút.}$$

Câu 43: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , khoảng cách giữa cạnh bên SA và cạnh đáy BC bằng $\frac{3a}{4}$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

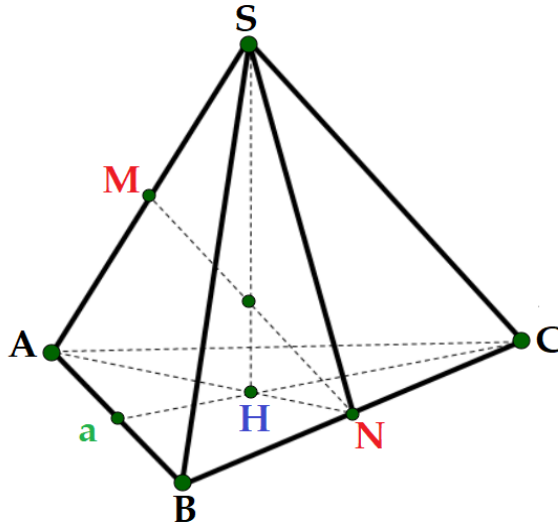
A. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi N là trung điểm của BC ;

H là hình chiếu của S xuống (ABC) ;

M là hình chiếu của N trên AB ;

$$\left. \begin{array}{l} gt \Rightarrow BC \perp AN \\ \text{mà } BC \perp SH \text{ (do } SH \perp (ABC)) \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp (SAN) \left. \begin{array}{l} \\ \text{mà } MN \subset (SAN) \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp MN.$$

Suy ra $d_{(SA,BC)} = MN = \frac{3a}{4}$. Ta có: $AM = \sqrt{AN^2 - MN^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{3a}{4}\right)^2} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

$$\Delta ABC \text{ đều cạnh } a \Rightarrow AN = \frac{a\sqrt{3}}{2}; AH = \frac{2}{3}AN = \frac{a\sqrt{3}}{3}; S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

$$\Delta AMN \sim \Delta AHS \Rightarrow \frac{SH}{MN} = \frac{AH}{AM} \Rightarrow SH = \frac{MN \cdot AH}{AM} = \frac{\frac{3a}{4} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3}}{\frac{a\sqrt{3}}{4}} = a.$$

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$$

Câu 44: Cho hàm số $y = f(x)$ không âm thỏa mãn điều kiện $f(x) \cdot f'(x) = 2x\sqrt{f^2(x)+1}$ và $f(0) = 0$. Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x), y = 0, x = 0, x = 3$ quanh trục Ox bằng

A. $\frac{333}{5}$.

B. $\frac{333\pi}{5}$.

C. $\frac{127089\pi}{35}$.

D. $\frac{(11\sqrt{11}-11\sqrt{2})\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f(x) \cdot f'(x) = 2x\sqrt{f^2(x)+1} \Leftrightarrow \frac{2f(x) \cdot f'(x)}{2\sqrt{f^2(x)+1}} = 2x \Leftrightarrow \left(\sqrt{f^2(x)+1}\right)' = 2x$.

$$\Rightarrow \sqrt{f^2(x)+1} = \int 2x dx = x^2 + C \Rightarrow \sqrt{f^2(0)+1} = 0^2 + C \Rightarrow C = 1 \text{ (do } f(0) = 0).$$

$$\Rightarrow \sqrt{f^2(x)+1} = x^2 + 1 \Rightarrow f^2(x) + 1 = (x^2 + 1)^2 \Rightarrow f^2(x) = x^4 + 2x^2.$$

Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x), y = 0, x = 0, x = 3$ quanh trục Ox bằng:

$$V = \pi \int_0^3 f^2(x) dx = \pi \int_0^3 (x^4 + 2x^2) dx = \frac{333\pi}{5}.$$

Câu 45: Cho $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{x \sin x dx}{2 \cos^3 x} = a\pi + b\sqrt{3}$ với a, b là các số hữu tỷ. Giá trị của $a + b$ bằng

A. $\frac{1}{12}$.

B. $\frac{7}{12}$.

C. $\frac{5}{6}$.

D. $-\frac{1}{6}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{x \sin x}{2 \cos^3 x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{x \tan x}{2 \cos^2 x} dx$. Đặt $\begin{cases} u = \frac{x}{2} \\ dv = \frac{\tan x}{\cos^2 x} dx = \tan x d(\tan x) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{2} dx \\ v = \frac{\tan^2 x}{2} \end{cases}$.

Suy ra

$$\begin{aligned} \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{x \tan x}{2 \cos^2 x} dx &= \frac{x}{4} \cdot \tan^2 x \Big|_0^{\frac{\pi}{3}} - \frac{1}{4} \int_0^{\frac{\pi}{3}} \tan^2 x dx \\ &= \frac{\pi}{4} - \frac{1}{4} \int_0^{\frac{\pi}{3}} \left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1 \right) dx \\ &= \frac{\pi}{4} - \frac{1}{4} (\tan x - x) \Big|_0^{\frac{\pi}{3}} = \frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}. \end{aligned}$$

Do đó $a = \frac{1}{3}$ và $b = -\frac{1}{4}$. Vậy giá trị của $a + b = \frac{1}{12}$.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm $A(1; 4; -3)$ và chứa trục Ox . Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 4$.

B. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 4$.

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 2$.

D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overline{OA} = (1; 4; -3)$ nên $[\overline{OA}, \vec{i}] = (0; -3; -4)$ khi đó mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1; 4; -3)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (0; 3; 4)$ nên phương trình mặt phẳng (P) là: $3y + 4z = 0$.

Lại có $d(I, (P)) = \frac{|3 \cdot 2 + 4 \cdot 1|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 2$.

Mặt cầu tâm $I(1; 2; 1)$ bán kính $R = d(I, (P)) = 2$ có phương trình là

$$(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 4.$$

Câu 47: Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $0 \leq x \leq 2023$ và $\log_2(2x+2) + x = 2y + 4^y$?

A. 2022.

B. 6.

C. 2023.

D. 4.

Lời giải

Chọn B

$$\log_2(2x+2)+x=2y+4^y \Leftrightarrow \log_2 2(x+1)+x=2y+2^{2y} \Leftrightarrow \log_2(x+1)+x+1-2y+2^{2y}$$

Xét $f(t)=t+2^t$ với $t \in \mathbb{R}$. Ta có $f'(t)=1+2^t \cdot \ln 2 > 0 \quad \forall t \in \mathbb{R} \Rightarrow f(t)$ đồng biến trên \mathbb{R} .

$$(*) \Leftrightarrow f[\log_2(x+1)] = f(2y) \Leftrightarrow \log_2(x+1) = 2y \Leftrightarrow x+1 = 2^{2y} \Leftrightarrow x = 4^y - 1$$

$$\text{Vì } 0 \leq x \leq 2023 \Leftrightarrow 0 \leq 4^y - 1 \leq 2023 \Leftrightarrow 1 \leq 4^y \leq 2024 \Leftrightarrow 0 \leq y \leq \log_4 2024 \approx 5,49$$

$\Rightarrow y \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$. Với mỗi giá trị của y thì có duy nhất 1 giá trị của x .

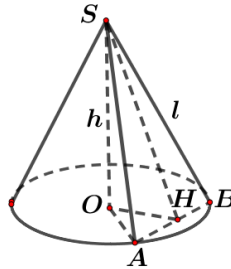
Vậy có 6 cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn đề bài.

Câu 48: Cho hình nón đỉnh S , đường cao SO . Gọi A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy hình nón sao cho khoảng cách từ O đến AB bằng a và $\widehat{SAO} = 30^\circ$, $\widehat{SAB} = 60^\circ$. Diện tích xung quanh hình nón bằng

- A.** $\pi a^2 \sqrt{6}$.
- B.** $2\pi a^2 \sqrt{3}$.
- C.** $\pi a^2 \sqrt{3}$.
- D.** $\frac{\pi a^2 \sqrt{6}}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi l, h, R lần lượt là đường sinh, đường cao và bán kính đáy của hình nón.

$$\text{Vì } \widehat{SAO} = 30^\circ \Rightarrow OA = \sqrt{3}SO \Leftrightarrow R = \sqrt{3}h \Rightarrow l = \sqrt{R^2 + h^2} = \sqrt{3h^2 + h^2} = 2h.$$

Kẻ $OH \perp AB \Rightarrow H$ là trung điểm AB .

Vì khoảng cách từ O đến AB bằng $a \Rightarrow OH = a$.

$$\text{Vì } \widehat{SAB} = 60^\circ \Rightarrow \Delta SAB \text{ đều} \Rightarrow SH = SA \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2h \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = h\sqrt{3}.$$

$$\text{Xét } \Delta SOH \text{ vuông tại } O \text{ có } SH^2 = SO^2 + OH^2 \Leftrightarrow 3h^2 = h^2 + a^2 \Rightarrow 2h^2 = a^2 \Rightarrow h = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$R = \sqrt{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{6}a}{2} \text{ và } l = a\sqrt{2}. \text{ Do đó } S_{xq} = \pi Rl = \pi \cdot \frac{\sqrt{6}a}{2} \cdot a\sqrt{2} = \pi\sqrt{3}a^2$$

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;4;5)$, $B(3;4;0)$, $C(2;-1;0)$ và mặt cầu $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 4$, điểm N thay đổi trên mặt cầu (S) . Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất của biểu thức $P = NA^2 + NB^2 + 3NC^2$. Giá trị $M - m$ bằng

- A.** 125.
- B.** 120.
- C.** 80.
- D.** 85.

Lời giải

Chọn B

$(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 4$ có tâm $E(1;-1;3)$ và $R = 2$.

$$P = NA^2 + NB^2 + 3NC^2 = \overline{NA}^2 + \overline{NB}^2 + 3\overline{NC}^2 = (\overline{NI} + \overline{IA})^2 + (\overline{NI} + \overline{IB})^2 + 3(\overline{NI} + \overline{IC})^2$$

$$\Rightarrow P = 5\overline{NI}^2 + 2\overline{NI}(\overline{IA} + \overline{IB} + 3\overline{IC})^2 + \overline{IA}^2 + \overline{IB}^2 + 3\overline{IC}^2$$

Ta cần tìm điểm I sao cho $\overline{IA} + \overline{IB} + 3\overline{IC} = \vec{0} \Rightarrow I(2;1;1)$, khi đó:

$$P = 5\overline{NI}^2 + \overline{IA}^2 + \overline{IB}^2 + 3\overline{IC}^2 = 5NI^2 + IA^2 + IB^2 + 3IC^2.$$

Do I, A, B, C cố định, nên $M - m = 5NI_{\max}^2 - 5NI_{\min}^2 = 5(IE + R)^2 - 5(IE - R)^2 = 120$.

Câu 50: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Biết rằng $f'(2023) = 0$ và $f''(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Xét hàm số $h(x) = f(\cot^2 x - 2 \cot x + 2024)$ trên khoảng $(0; \pi)$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.** $h(1) - h(2) > 0$. **B.** $h(2) - h(3) < 0$. **C.** $h\left(\frac{\pi}{2}\right) - h\left(\frac{\pi}{4}\right) > 0$. **D.** $h\left(\frac{\pi}{6}\right) - h\left(\frac{\pi}{4}\right) > 0$.

Lời giải

Chọn A

Do $f''(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên $f'(x)$ nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$. Mà $f'(2023) = 0$ nên $x = 2023$ là nghiệm duy nhất của phương trình $f'(x) = 0$.

$$\text{Ta có } h'(x) = \frac{-2}{\sin^2 x} (\cot x - 1) f'(\cot^2 x - 2 \cot x + 2024) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cot^2 x - 2 \cot x + 2024 = 2023 \\ \cot x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cot^2 x - 2 \cot x + 1 = 0 \\ \cot x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \cot x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi.$$

Bảng biến thiên:

x	0	$\frac{\pi}{4}$	π
$h'(x)$	+	0	-
$h(x)$		$h\left(\frac{\pi}{4}\right)$	

Từ bảng biến thiên, ta thấy được $h(x)$ nghịch biến trên $\left(\frac{\pi}{4}; \pi\right)$ nên $h(1) > h(2)$

$$\Leftrightarrow h(1) - h(2) > 0.$$