

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi gồm 02 trang)

I. Phần trắc nghiệm: (2,0 điểm)

- Câu 1.** Số nào sau đây là căn bậc hai số học của 4 ?
A. -16. B. 16. C. 2. D. -2.
- Câu 2.** Rút gọn biểu thức $\sqrt{8} + \sqrt{2}$.
A. $2\sqrt{2}$. B. $3\sqrt{2}$. C. $\sqrt{10}$. D. $\sqrt{16}$.
- Câu 3.** Giả sử x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 - 4x - 1 = 0$. Giá trị của biểu thức $x_1 + x_2$ bằng
A. 1. B. -1. C. -4. D. 4.
- Câu 4.** Tìm nghiệm của hệ phương trình
A. $\begin{cases} x = 3 \\ y = -2 \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = -2 \\ y = 3 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = -3 \\ y = 2 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \end{cases}$.
- Câu 5.** Phương trình $x^4 - 9x^2 + 20 = 0$ có bao nhiêu nghiệm?
A. 4. B. 2. C. 0. D. 1.
- Câu 6.** Tính diện tích S của hình cầu có bán kính $R = 2a$.
A. $S = 16\pi a^2$. B. $S = 8\pi a^2$. C. $S = 4\pi a^2$. D. $S = 2\pi a^2$.
- Câu 7.** Tính chu vi của đường tròn ngoại tiếp tam giác, biết tam giác ABC vuông tại A và $BC = 6a$.
A. $6\pi a$. B. $3\pi a$. C. $4\pi a$. D. $3\pi a$.
- Câu 8.** Cho hình thang có đáy lớn BC , đáy nhỏ AD , $AD + BC = 10 \text{ cm}$, $AC = 5\sqrt{2} \text{ cm}$ và $\widehat{ACB} = 45^\circ$. Tính diện tích S của hình thang đã cho.
A. $S = 50\sqrt{2} \text{ cm}^2$. B. $S = \frac{25}{2} \text{ cm}^2$. C. $S = 25\sqrt{2} \text{ cm}^2$. D. $S = 25 \text{ cm}^2$.

II. Phần tự luận: (8,0 điểm)

Câu 1. (2,0 điểm)

- a) Tính giá trị đúng của biểu thức $A = \sqrt{x+3} + \sqrt{3x+1}$ khi $x = 1$.
- b) Rút gọn biểu thức $B = \frac{x-9}{\sqrt{x+3}}$, với $x \geq 0$.
- c) Tìm số thực x không âm thỏa mãn $\sqrt{x} = 5$.
- d) Cho biểu thức $D = \frac{2a-2\sqrt{a}}{a-4} + \frac{\sqrt{a}+2}{\sqrt{a}-2} + \frac{2}{\sqrt{a}+2}$, với $0 \leq a \neq 4$. Tìm a để D là số nguyên.

Câu 2. (2,0 điểm)

- a) Giải phương trình $x^2 - x - 12 = 0$.

b) Giải phương trình $(\sqrt{x+5} - \sqrt{x-3})(1 + \sqrt{x^2 + 2x - 15}) = 8$

Câu 3. (1,5 điểm)

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hàm số $y = -x^2$ có đồ thị (P) và hàm số $y = (5m - 6)x - 15m + 25$ có đồ thị là đường thẳng d , với m là tham số.

a) Vẽ đồ thị (P) .

b) Tìm m để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1 - x_2| = 6$.

Câu 4. (2,0 điểm)

Cho đường tròn (O) có bán kính $R = 3$ và điểm M sao cho $OM = 2R$. Từ M , kẻ hai tiếp tuyến MA, MB tới (O) , với A và B là hai tiếp điểm.

c) Chứng minh tứ giác $MAOB$ nội tiếp. Tính diện tích S của tứ giác $MAOB$.

d) Lấy điểm C trên đường tròn (O) sao cho tam giác ABC nhọn, $AB < AC$ và có các đường cao BE, CF . Gọi H là trực tâm tam giác ABC và N, J lần lượt là trung điểm của BC, AH . Chứng minh tứ giác $AJNO$ là hình bình hành và $\widehat{JEN} = 90^\circ$.

Câu 5. (0,5 điểm)

Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} xy - y^2 + y = \sqrt{2y-1} - \sqrt{x+y} \\ x^3y - 4xy^2 + 7xy - 5x - y + 19 = 0 \end{cases}$$

----- **HẾT** -----

ĐÁP ÁN PHẦN TRẮC NGHIỆM

1C	2B	3D	4D	5A	6A	7A	8D
-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------

ĐÁP ÁN PHẦN TỰ LUẬN

Câu 1. (2,0 điểm)

a) Thay $x = 1$ vào biểu thức $A = \sqrt{x+3} + \sqrt{3x+1}$

Ta được $A = \sqrt{1+3} + \sqrt{3.1+1} = \sqrt{4} + \sqrt{4} = 2 + 2 = 4.$

b) Ta có: $B = \frac{x-9}{\sqrt{x+3}} = \frac{(\sqrt{x})^2 - 3^2}{\sqrt{x+3}} = \frac{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}{\sqrt{x+3}} = \sqrt{x}-3.$

c) $\sqrt{x} = 5 \Leftrightarrow (\sqrt{x})^2 = 5^2 \Leftrightarrow x = 25.$

d) Xét biểu thức $D = \frac{2a-2\sqrt{a}}{a-4} + \frac{\sqrt{a}+2}{\sqrt{a}-2} + \frac{2}{\sqrt{a}+2} = \frac{2a-2\sqrt{a}}{a-4} + \frac{(\sqrt{a}+2)^2}{a-4} + \frac{2(\sqrt{a}-2)}{a-4}$

$$D = \frac{2a-2\sqrt{a}+a+4\sqrt{a}+4+2\sqrt{a}-4}{a-4} = \frac{3a+4\sqrt{a}}{a-4}, \text{ với } 0 \leq a \neq 4.$$

Câu 2. (2,0 điểm)

a) Giải phương trình $x^2 - x - 12 = 0.$

Ta có: $\Delta = (-1)^2 - 4.1.(-12) = 49 > 0$

\Rightarrow PT có hai nghiệm phân biệt $x_1 = \frac{-(-1) + \sqrt{49}}{2.1} = 4; \quad x_2 = \frac{-(-1) - \sqrt{49}}{2.1} = -3.$

Vậy $S = \{4; -3\}.$

b) Giải phương trình $(\sqrt{x+5} - \sqrt{x-3})(1 + \sqrt{x^2 + 2x - 15}) = 8 (*)$

ĐK: $x \geq 3$

Đặt $\begin{cases} a = \sqrt{x+5} \\ b = \sqrt{x-3} \end{cases} (a > b \geq 0) \Rightarrow a^2 - b^2 = 8 \text{ và } ab = \sqrt{x^2 + 2x - 15}.$

PT (*) $\Leftrightarrow (a-b)(1+ab) = a^2 - b^2 \Leftrightarrow 1+ab = a+b \Leftrightarrow (a-1)(1-b) = 0$

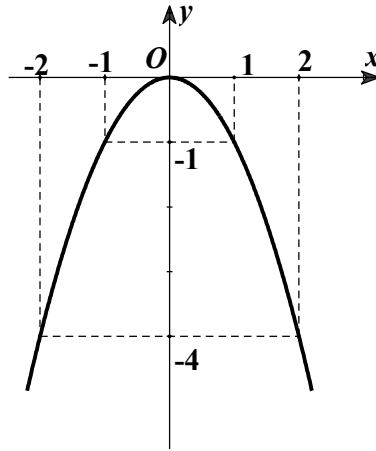
$\Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \rightarrow x=-4(L) \\ b=1 \rightarrow x=4(N) \end{cases}.$ Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $x = 4.$

Câu 3. (1,5 điểm)

a)

Bảng giá trị

x	-2	-1	0	1	2
$y = -x^2$	-4	-1	0	-1	-4



b) Tìm m ...

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d :

$$-x^2 = (5m - 6)x - 15m + 25 \Leftrightarrow x^2 + (5m - 6)x - 15m + 25 = 0 \quad (1)$$

Ta có: $\Delta = (5m - 6)^2 - 4 \cdot (-15m + 25) = 25m^2 - 64$

Để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1, x_2 \Leftrightarrow$ PT (1) có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow m^2 > \frac{64}{25} \Leftrightarrow |m| > \frac{8}{5} \quad (*)$$

Theo Vi-et, có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -5m + 6 \\ x_1 \cdot x_2 = -15m + 25 \end{cases}$$

Xét $|x_1 - x_2| = 6 \Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 = 36 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 \cdot x_2 = 36$

$$\Leftrightarrow (-5m + 6)^2 - 4(-15m + 25) = 36$$

$$\Leftrightarrow 25m^2 - 100 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 2 \quad (\text{Thỏa đk } (*))$$

Vậy $m = \pm 2$.

Câu 4. (2,0 điểm)

a) Chứng minh tứ giác $MAOB$ nội tiếp. Tính diện tích S của tứ giác $MAOB$.

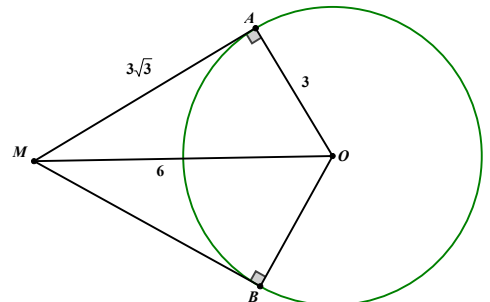
☑ Xét tứ giác $MAOB$, có:

$$\widehat{MAO} = \widehat{MBO} = 90^\circ$$

(Do MA, MB lần lượt là tiếp tuyến của đường tròn (O)).

$$\Rightarrow \widehat{MAO} + \widehat{MBO} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

Mà hai góc $\widehat{MAO}, \widehat{MBO}$ ở vị trí đối nhau, nên tứ giác $MAOB$ nội tiếp.



☑ Áp dụng định lý *Pytago* vào tam giác MAO vuông tại A

$$MA = \sqrt{MO^2 - AO^2} = \sqrt{6^2 - 3^2} = 3\sqrt{3}.$$

Dễ thấy $\Delta MAO = \Delta MBO$ ($c - c - c$)

$$\Rightarrow S_{MAOB} = 2.S_{\Delta MAO} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot MA \cdot AO = 3\sqrt{3} \cdot 3 = 9\sqrt{3}.$$

b) Lấy điểm C ...

☑ Chứng minh tứ giác $AJNO$ là hình bình hành

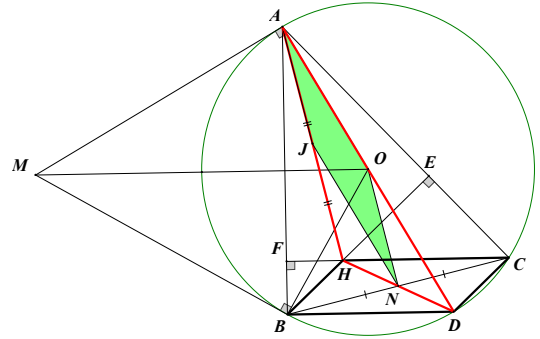
Kẻ đường kính AD . Ta c/m được tứ giác $BHCD$ là hình bình hành.

$\Rightarrow N$ là trung điểm HD .

Xét tam giác AHD có ON là đường trung bình, nên:

$$ON \parallel AH \text{ và } ON = \frac{1}{2}AH \text{ Hay } ON \parallel AJ \text{ và } ON = AJ$$

Vậy tứ giác $AJNO$ là hình bình hành.



☑ Chứng minh $\widehat{JEN} = 90^\circ$

Ta có EN là trung tuyến của tam giác vuông BEC

$$\Rightarrow \widehat{BEN} = \widehat{EBN}$$

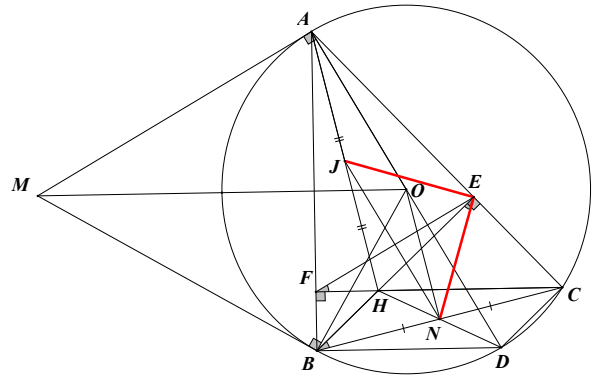
Tứ giác $BCEF$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{EBN} = \widehat{EFC}$

Tứ giác $AFHE$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{EFC} = \widehat{EAH}$

Mà $\widehat{EAH} = \widehat{JEA}$ (do JE là trung tuyến tam giác vuông AEH)

Do đó $\widehat{BEN} = \widehat{AEJ}$

$$\Rightarrow \widehat{JEN} = \widehat{JEB} + \widehat{BEN} = \widehat{JEB} + \widehat{AEJ} = \widehat{BEA} = 90^\circ.$$



Câu 5. (0,5 điểm)

$$\text{Giải hệ phương trình } \begin{cases} xy - y^2 + y = \sqrt{2y-1} - \sqrt{x+y} \\ x^3y - 4xy^2 + 7xy - 5x - y + 19 = 0 \end{cases}$$

Điều kiện: $y \geq \frac{1}{2}; x + y \geq 0$.

$$\text{Xét phương trình: } xy - y^2 + y = \sqrt{2y-1} - \sqrt{x+y} \Leftrightarrow y(x - y + 1) = \frac{2y-1 - (x+y)}{\sqrt{2y-1} + \sqrt{x+y}}$$

$$\Leftrightarrow (x - y + 1) \left(y + \frac{1}{\sqrt{2y-1} + \sqrt{x+y}} \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = x + 1 \\ y + \frac{1}{\sqrt{2y-1} + \sqrt{x+y}} = 0 \quad (*) \end{cases}$$

Để thấy phương trình (*) vô nghiệm (do $y \geq \frac{1}{2} > 0$)

Thế $y = x + 1$ vào pt $x^3y - 4xy^2 + 7xy - 5x - y + 19 = 0$

$$\Leftrightarrow x^4 - 3x^3 - x^2 - 3x + 18 = 0 \Leftrightarrow (x-3)(x-2)(x^2 + 2x + 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \rightarrow y = 4 (N) \\ x = 2 \rightarrow y = 3 (N) \end{cases}$$

Vậy hệ pt có nghiệm là $(x; y) \in \{(2; 3); (3; 4)\}$.