

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

**Câu 1: (2,0 điểm)**

- 1) Tính giá trị của biểu thức:  $A = \sqrt{9} + \sqrt{3} \cdot \sqrt{12}$ .
- 2) Giải phương trình  $x^2 - 3x + 2 = 0$ .
- 3) Cho hàm số  $y = 2x + 3m - 1$  với  $m$  là tham số. Tìm giá trị của tham số  $m$  để đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm  $B(1; 4)$ .

**Câu 2: (1,5 điểm)** Cho biểu thức  $P = \left( \frac{-16}{x - 4\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 4} \right) : (\sqrt{x} + 4)$  với  $x > 0, x \neq 16$

- 1) Rút gọn biểu thức  $P$ .
- 2) Tìm tất cả các giá trị của  $x$  để  $P > \frac{1}{5}$ .

**Câu 3: (2,0 điểm)**

1) Cho parabol  $y = x^2$  có đồ thị  $(P)$  và đường thẳng  $(d): y = 2x + m - 2$  với  $m$  là tham số. Tìm giá trị của tham số  $m$  để đường thẳng  $(d)$  cắt  $(P)$  tại hai điểm phân biệt.

2) Bạn An đến cửa hàng sách mua 1 cuốn sách tham khảo Toán và 1 cuốn sách tham khảo Ngữ Văn để ôn thi tuyển sinh vào lớp 10 trung học phổ thông năm học 2022-2023. Khi đến mua hàng thì giá tiền của cuốn sách Toán cần mua giảm 20% và cuốn sách Ngữ Văn cần mua tăng 15% so với giá niêm yết của cửa hàng. Vì vậy, bạn An thanh toán tổng cộng là 233000 đồng khi mua hai cuốn sách trên. Biết rằng theo giá niêm yết, tổng giá tiền của 2 cuốn sách Ngữ Văn nhiều hơn tổng giá tiền của 3 cuốn sách Toán là 10000 đồng (hai cuốn sách Ngữ Văn giống nhau; ba cuốn sách Toán giống nhau). Hỏi giá niêm yết của cuốn sách tham khảo Toán và cuốn sách tham khảo Ngữ Văn trên là bao nhiêu?

**Câu 4: (3,5 điểm)**

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn và nội tiếp đường tròn  $(O, R)$ . Hai đường cao BM, CN của tam giác ABC cắt nhau tại H.

- 1) Chứng minh tứ giác AMHN nội tiếp.
- 2) Đường thẳng AH cắt BC tại D và cắt đường tròn  $(O, R)$  tại điểm thứ hai tại P. Chứng minh BC là tia phân giác của  $\widehat{MBP}$ .
- 3) Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác AMHN. Chứng minh IM là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác BCM.
- 4) Gọi F là giao điểm của IM và AB. Chứng minh  $FM^2 = FN \cdot FB$ .

**Câu 5: (1,0 điểm)** Cho ba số dương  $a, b, c$  thỏa mãn  $a + b + c = 12$  Chứng minh rằng:

$$\frac{a}{b^2 + 16} + \frac{b}{c^2 + 16} + \frac{c}{a^2 + 16} \geq \frac{3}{8}$$

----- Hết -----

## SƠ LƯỢC BÀI GIẢI

### **Câu 1: (2,0 điểm)**

1)  $A = \sqrt{9} + \sqrt{3} \cdot \sqrt{12} = 3 + \sqrt{36} = 3 + 6 = 9.$

2)  $x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ x-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \end{cases}.$

Vậy phương trình có hai nghiệm  $x_1 = 1; x_2 = 2.$

3) Đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm  $B(1; 4)$  khi  $4 = 2 \cdot 1 + 3m - 1 \Leftrightarrow 3m = 3 \Leftrightarrow m = 1.$

Hàm số được xác định  $y = 2x + 2.$

**Câu 2: (1,5 điểm)** Cho biểu thức  $P = \left( \frac{-16}{x-4\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-4} \right) : (\sqrt{x} + 4)$  với  $x > 0, x \neq 16$

1)  $P = \left( \frac{-16}{x-4\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-4} \right) : (\sqrt{x} + 4) = \frac{-16 + \sqrt{x} \cdot \sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-4)} \cdot \frac{1}{\sqrt{x} + 4} = \frac{x-16}{\sqrt{x}(x-16)} = \frac{1}{\sqrt{x}}.$

2)  $P > \frac{1}{5} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{x}} > \frac{1}{5} \Leftrightarrow \sqrt{x} < 5 \Leftrightarrow x < 25.$

Kết hợp với điều kiện, ta có  $0 < x < 25$  và  $x \neq 16$  thì  $P > \frac{1}{5}.$

### **Câu 3: (2,0 điểm)**

1) Phương trình hoành độ giao điểm của  $(d)$  và  $(P)$  là:

$$x^2 = 2x + m - 2 \Leftrightarrow x^2 - 2x - m + 2 = 0 \quad (*)$$

Đường thẳng  $(d)$  cắt  $(P)$  tại hai điểm phân biệt  $\Leftrightarrow (*)$  có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow (-1)^2 - (-m+2) > 0 \Leftrightarrow m > 1.$$

2) Gọi  $x, y$  (đồng) lần lượt là giá niêm yết của cuốn sách tham khảo Toán và cuốn sách tham khảo Ngữ Văn ( $x, y > 0$ ).

Khi đó: Tổng giá tiền của 3 cuốn sách Toán là  $3x$  (đồng)

Tổng giá tiền của 2 cuốn sách Ngữ Văn là  $2y$  (đồng)

Vi tổng giá tiền của 2 cuốn sách Ngữ Văn nhiều hơn tổng giá tiền của 3 cuốn sách Toán là 10000 đồng, nên có phương trình  $2y - 3x = 10000.$

Giá tiền cuốn sách Toán sau khi giảm là  $x - 20\%x = \frac{4}{5}x$  (đồng).

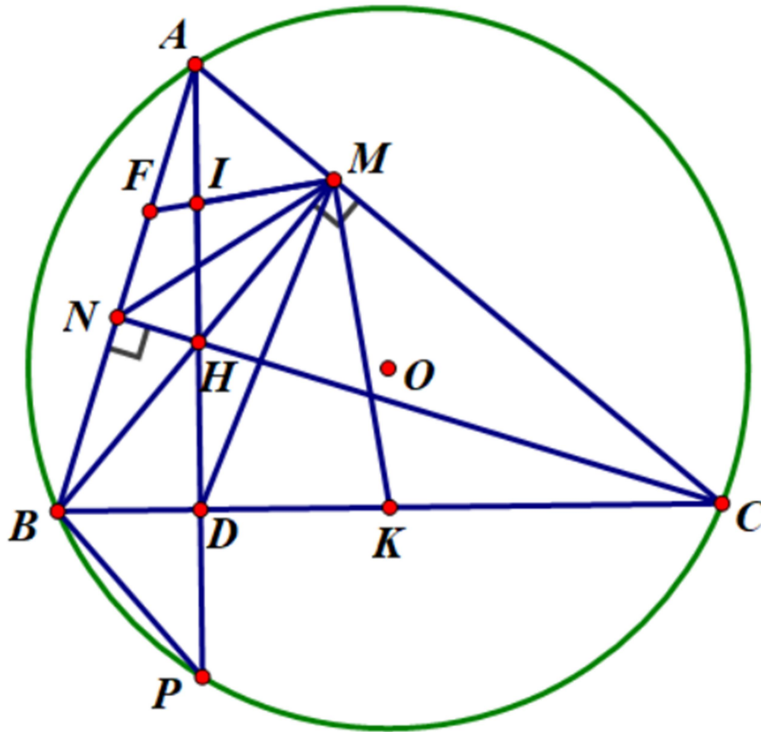
Giá tiền cuốn sách Ngữ Văn sau khi tăng là  $y + 15\%y = \frac{23}{20}y$  (đồng).

Vi An thanh toán tổng cộng là 233000 đồng khi mua hai cuốn sách trên, nên có phương trình  $\frac{23}{20}y + \frac{4}{5}x = 233000.$  Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2y - 3x = 10000 \\ \frac{23}{20}y + \frac{4}{5}x = 233000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2y - 3x = 10000 \\ 23y + 16x = 4660000 \end{cases} \cdots \Leftrightarrow \begin{cases} x = 90000 \\ y = 140000 \end{cases} \text{ (TMĐK).}$$

Vậy giá niêm yết của cuốn sách tham khảo Toán là 90000 (đồng); giá niêm yết của cuốn sách tham khảo Ngữ Văn là 140000 (đồng).

**Câu 4: (3,5 điểm)**



**1) Chứng minh tứ giác AMHN nội tiếp.**

Xét tứ giác  $AMHN$ , ta có:  $\widehat{AMH} = 90^\circ$  ( $BM \perp AC$ ),  $\widehat{ANH} = 90^\circ$  ( $CN \perp AB$ ).

Vậy tứ giác  $AMHN$  là tứ giác nội tiếp.

**2) Chứng minh BC là tia phân giác của  $\widehat{MBP}$ .**

Xét  $\triangle ABC$ , ta có:  $BM \perp AC, BN \perp AB$ ,  $BM$  cắt  $CN$  tại  $H$  (gt) nên  $H$  là trực tâm  $\triangle ABC$   
Do đó  $AD \perp BC$ .

Xét tứ giác  $AMDB$ , ta có:  $\widehat{AMB} = 90^\circ$  ( $BM \perp AC$ ),  $\widehat{ADB} = 90^\circ$  ( $AD \perp BC$ ),

nên  $\widehat{AMB} = \widehat{ADB}$ . Vậy tứ giác  $AMHN$  là tứ giác nội tiếp

$\Rightarrow \widehat{MAD} = \widehat{MBD}$  hay  $\Rightarrow \widehat{CAP} = \widehat{MBC}$  (a).

Lại có  $\widehat{CAP} = \widehat{CBP}$  (b). (góc nội tiếp cùng chắn cung  $\widehat{CP}$  của đường tròn (O))

Từ a) và b)  $\Rightarrow \widehat{MBC} = \widehat{CBP}$ , vậy  $BC$  là tia phân giác của  $\widehat{MBP}$  (đpcm).

**3) Chứng minh IM là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác BCM.**

Tứ giác  $AMHN$  là tứ giác nội tiếp và  $\widehat{AMH} = 90^\circ$  (câu 1), nên  $I$  là trung điểm của  $AH$

Xét  $\triangle AIM$ :  $IA = IM$  (bán kính của (I)), nên  $\triangle AIM$  cân tại  $I \Rightarrow \widehat{IMA} = \widehat{IAM}$  (c).

Tam giác BCM:  $\widehat{BMC} = 90^\circ$  (gt), nên  $K$  là trung điểm của  $BC$

Xét  $\triangle CKM$ :  $KC = KM$  (bán kính của (K)), nên  $\triangle CKM$  cân tại  $K \Rightarrow \widehat{KMC} = \widehat{KCM}$  (d).

Từ c) và d)  $\Rightarrow \widehat{IMA} + \widehat{KMC} = \widehat{IAM} + \widehat{KCM} = \widehat{DAC} + \widehat{DCA} = 90^\circ$ , ( $\triangle ACD$ ,  $\widehat{ADC} = 90^\circ$ )

Do đó  $\widehat{IMK} = 180^\circ - (\widehat{IMA} + \widehat{KMC}) = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$ .

hay  $IM \perp MK$ . Vậy  $IM$  là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác BCM.

**4) Chứng minh  $FM^2 = FN.FB$ .**

Tam giác BCN:  $\widehat{BNC} = 90^\circ$  (gt), nên  $\triangle BCN$  nội tiếp đường tròn đường kính BC  
 mà tam giác BCM nội tiếp đường tròn tâm K với K là trung điểm của BC (theo trên)  
 Nên tứ giác BCMN nội tiếp đường tròn (K) và FM là tiếp tuyến của đường tròn (K) tại M  
 (do IM là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác BCM).

Xét  $\triangle FMN$  và  $\triangle FBM$ , ta có:  $\widehat{MFN}$  (góc chung),  $\widehat{FMN} = \widehat{FBM}$  (góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cùng chắn cung  $\widehat{MN}$  của (K))

$$\text{Vậy } \triangle FMN \sim \triangle FBM \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{FM}{FN} = \frac{FB}{FM} \Rightarrow FM^2 = FN \cdot FB \text{ (đpcm)}$$

**Câu 5: (1,0 điểm)** Cho ba số dương  $a, b, c$  thỏa mãn  $a + b + c = 12$  Chứng minh rằng:

$$\frac{a}{b^2 + 16} + \frac{b}{c^2 + 16} + \frac{c}{a^2 + 16} \geq \frac{3}{8}$$

Ta có: 
$$\frac{a}{b^2 + 16} = \frac{a}{16} - \frac{ab^2}{16(b^2 + 16)}; \frac{b}{c^2 + 16} = \frac{b}{16} - \frac{bc^2}{16(c^2 + 16)}; \frac{c}{a^2 + 16} = \frac{c}{16} - \frac{ca^2}{16(a^2 + 16)}$$

Do đó 
$$\frac{a}{b^2 + 16} + \frac{b}{c^2 + 16} + \frac{c}{a^2 + 16} = \frac{a + b + c}{16} - \frac{1}{16} \left( \frac{ab^2}{b^2 + 16} + \frac{bc^2}{c^2 + 16} + \frac{ca^2}{a^2 + 16} \right) \quad (1).$$

Áp dụng bất đẳng thức  $A^2 + B^2 \geq 2AB$ , ta có:

$$b^2 + 16 \geq 8b \Rightarrow \frac{ab^2}{b^2 + 16} \leq \frac{ab^2}{8b} = \frac{ab}{8} \quad (\text{do } a, b > 0).$$

Do đó 
$$\frac{ab^2}{b^2 + 16} + \frac{bc^2}{c^2 + 16} + \frac{ca^2}{a^2 + 16} \leq \frac{1}{8}(ab + bc + ca) \quad (2).$$

Từ 1), 2) 
$$\Rightarrow \frac{a}{b^2 + 16} + \frac{b}{c^2 + 16} + \frac{c}{a^2 + 16} \geq \frac{12}{16} - \frac{1}{16 \cdot 8}(ab + bc + ca) = \frac{3}{4} - \frac{1}{128}(ab + bc + ca) \quad (3)$$

Mặt khác vì  $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$  (tự xử).

$$\Rightarrow 12^2 = (a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) \geq 3(ab + bc + ca)$$

$$\Rightarrow ab + bc + ca \leq \frac{12^2}{3} = 48 \quad (4)$$

Từ 3), 4) có 
$$\frac{a}{b^2 + 16} + \frac{b}{c^2 + 16} + \frac{c}{a^2 + 16} \geq \frac{3}{4} - \frac{1}{128} \cdot 48 = \frac{3}{8}.$$

Đẳng thức xảy ra khi 
$$\begin{cases} a = b = c = 4 \\ a + b + c = 12 \end{cases} \Leftrightarrow a = b = c = 4$$