

A. TRẮC NGHIỆM (1,0 điểm)

Học sinh ghi lại chữ cái đứng trước câu trả lời đúng trong các Câu 1 – 4 vào bài thi

Câu 1. Điều kiện để giá trị của phân thức $\frac{x+5}{(x-2)(x+3)}$ xác định là:

- A. $x \neq -5$ B. $x \neq 2$ C. $x \neq 2$ và $x \neq -3$ D. $x \neq -3$

Câu 2. Giá trị của biểu thức: $x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ tại $x = 101$ bằng:

- A. 10000 B. 1001 C. 1000000 D. 300

Câu 3. Kết quả rút gọn biểu thức $(x - 2y)(x^2 + 2xy + 4y^2) - (x + 2y)(x^2 - 2xy + 4y^2)$ là:

- A. $-16y^3$ B. $-4y^3$ C. $16y^3$ D. $-12y^3$

Câu 4. Cho các khẳng định sau:

- Hình bình hành có hai đường chéo bằng nhau.
- Hình thang có hai cạnh bên bằng nhau là hình thang cân.
- Trong hình chữ nhật, giao của hai đường chéo cách đều bốn đỉnh của hình chữ nhật.
- Hình bình hành có hai cạnh kề bằng nhau là hình chữ nhật.

Số các khẳng định đúng là

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

B. TỰ LUẬN (9,0 ĐIỂM)

Bài 1. (1,5 điểm) Phân tích đa thức thành nhân tử:

- a) $2x^2y - 4xy + 2y$ b) $x^2 - 9 + 4y^2 - 4xy$ c) $x^2 - 9x + 20$

Bài 2. (1,5 điểm) Tìm x , biết:

- a) $4x(x - 3) + 6(3 - x) = 0$ b) $x^3 - x(x - 1)(x + 1) = 14$ c) $(x^2 - x)^2 + 2(x^2 - x) = 8$

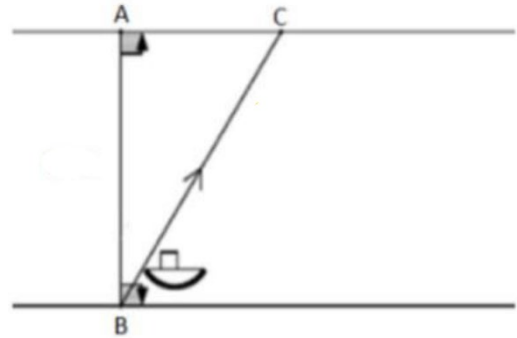
Bài 3. (2,0 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{2x+3}{x+1}$ và $B = \frac{x+2}{x+1} + \frac{3}{x+3} - \frac{6x+8}{x^2+4x+3}$ với

$x \neq -1; x \neq -3$.

- Tính giá trị của A khi $x = 4$.
- Chứng minh $B = \frac{x+1}{x+3}$.
- Đặt $P = AB$, tìm tất cả các giá trị nguyên âm của x để P nhận giá trị là số nguyên.

Bài 4. (3,5 điểm)

- 1) Một chiếc xuồng máy qua sông từ vị trí B hướng tới vị trí A. Tuy nhiên do nước chảy nên khi qua tới bờ, thuyền tới vị trí C cách A một khoảng là 22m. Trong suốt quá trình qua sông, vận tốc chuyển động của xuồng là $v = 2 \text{ m/s}$. Biết độ dài quãng đường xuồng đi được cho bởi hàm số $s = vt$, với t là thời gian. Tính khoảng cách AB giữa hai bờ sông biết rằng để đi từ B tới C thì xuồng mất khoảng thời gian là 61 giây.



- 2) Cho hình vuông $ABCD$ lấy M trên đường chéo AC ($AM > MC$). Kẻ MI vuông góc với AD ($I \in AD$). Gọi P, N lần lượt là điểm đối xứng của M và A qua I .
- Tứ giác $AMNP$ là hình gì? Vì sao?
 - Chứng minh $BM = PD$.
 - Gọi Q là giao điểm của BM và PD . Chứng minh ba điểm C, Q, N thẳng hàng.

Bài 5. (0,5 điểm)

- a) Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $x < y$ và $3x^2 + 2y^2 = 5xy$. Tính giá trị của biểu thức $S = \frac{y + 2x}{y - 2x}$.
- b) Cho các số thực x, y thỏa mãn điều kiện $2x^2 + xy + 3y^2 = 41$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = 7x^2 - 13xy + y^2$.

ĐÁP ÁN

A. TRẮC NGHIỆM (1,0 điểm)

Câu	1	2	3	4
Đáp án	C	C	A	B

B. TỰ LUẬN (9,0 điểm)

Bài 1. (1,5 điểm) Phân tích đa thức thành nhân tử:

a) $2x^2y - 4xy + 2y = 2y(x - 1)^2$ 0,5 điểm

b) $x^2 - 9 + 4y^2 - 4xy = (x - 2y - 3)(x - 2y + 3)$ 0,5 điểm

c) $x^2 - 9x + 20 = (x - 4)(x - 5)$ 0,5 điểm

Bài 2. (1,5 điểm) Tìm x , biết:

a) $4x(x - 3) + 6(3 - x) = 0$ $x \in \left\{3; \frac{3}{2}\right\}$ 0,5 điểm

b) $x^3 - x(x - 1)(x + 1) = 14$ $x = 14$ 0,5 điểm

c) $(x^2 - x)^2 + 2(x^2 - x) = 8$ $x \in \{-1; 2\}$ 0,5 điểm

Bài 3. (2,0 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{2x + 3}{x + 1}$ và $B = \frac{x + 2}{x + 1} + \frac{3}{x + 3} - \frac{6x + 8}{x^2 + 4x + 3}$ với $x \neq -1; x \neq -3$.

a) Tính giá trị của A khi $x = 4$. $A = \frac{11}{5}$ 0,5 điểm

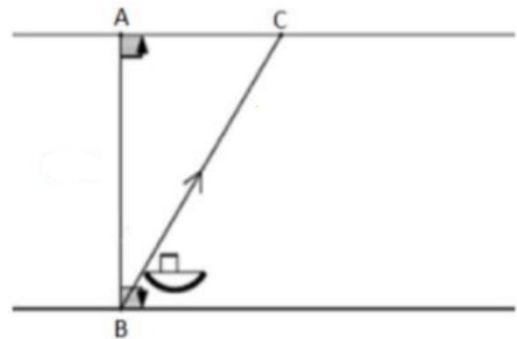
b) Chứng minh $B = \frac{x + 1}{x + 3}$. $B = \frac{x + 1}{x + 3}$ 0,5 điểm

c) Đặt $P = AB$, tìm tất cả các giá trị nguyên âm của x để P nhận giá trị là số nguyên.

$x \in \{-2; -4; -6\}$ 0,5 điểm

Bài 4. (3,5 điểm)

1) Một chiếc xuồng máy qua sông từ vị trí B hướng tới vị trí A. Tuy nhiên do nước chảy nên khi qua tới bờ, thuyền tới vị trí C cách A một khoảng là 22m. Trong suốt quá trình qua sông, vận tốc chuyển động của xuồng là $v = 2$ m/s. Biết độ dài quãng đường xuồng đi được cho bởi hàm số $s = vt$, với t là thời gian. Tính độ rộng của sông biết rằng để đi từ B tới C thì xuồng mất khoảng thời gian là 61 giây.

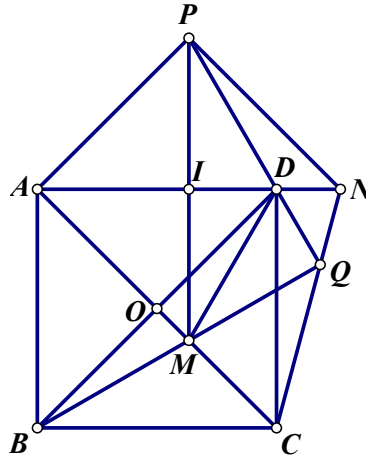


Giải.

$AC = 2 \cdot 61 = 122$ m 0,25 điểm

$AB^2 = AC^2 - AC^2 - 22^2 = 14400 \Rightarrow AB = 120$ m 0,25 điểm

- 2) Cho hình vuông $ABCD$ lấy M trên đường chéo AD ($I \in AD$). Kẻ MI vuông góc với AB ($I \in AB$). Gọi P, N lần lượt là điểm đối xứng của M và A qua I .



- a) Tứ giác $AMNP$ là hình gì? Vì sao?

Hình vuông (hình thoi + $\widehat{MAN} = 45^\circ \Rightarrow \widehat{MAP} = 90^\circ$)

1,5 điểm (0,5 đ hình)

- b) Chứng minh $BM = PD$.

Chỉ ra $\triangle APD = \triangle AMD$ (c.g.c)

Suy ra $BM = PD$.

1,0 điểm

- c) Gọi Q là giao điểm của BM và PD . Chứng minh ba điểm C, Q, N thẳng hàng.

Xét tứ giác $APQM$ ta có:

$$\widehat{MQP} = 360^\circ - \widehat{MAP} - \widehat{APQ} - \widehat{AMQ} \text{ mà}$$

$$\widehat{APQ} = \widehat{AMD} = \widehat{AMB}$$

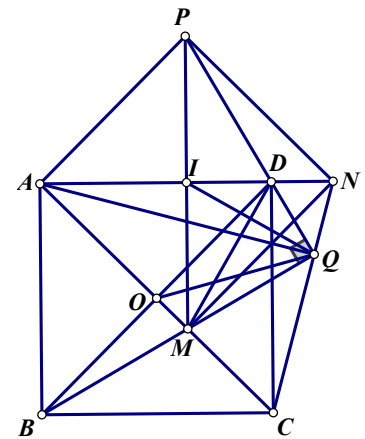
$$\text{nên } \widehat{MQP} = 360^\circ - 90^\circ - (\widehat{AMB} + \widehat{AMQ})$$

$$\widehat{MQP} = 360^\circ - 90^\circ - 180^\circ = 90^\circ.$$

Gọi I là giao 2 đường chéo hình vuông $AMNP$, O là giao điểm của 2 đường chéo hình vuông $ABCD$. Ta có:

$$IQ = \frac{1}{2}PM = \frac{1}{2}AN \text{ nên } \widehat{AQN} = 90^\circ, OQ = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2}AC \text{ nên } \widehat{AQC} = 90^\circ \text{ vậy}$$

$$\widehat{AQN} + \widehat{AQC} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \text{ nên } C, Q, N \text{ thẳng hàng. } 0,5 \text{ điểm}$$



Bài 5. (0,5 điểm)

- a) Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $x < y$ và $3x^2 + 2y^2 = 5xy$. Tính giá trị của biểu thức

$$S = \frac{y + 2x}{y - 2x}.$$

$$3x^2 + 2y^2 = 5xy \Leftrightarrow 3x^2 - 5xy + 2y^2 = 0 \Leftrightarrow (x - y)(3x - 2y) = 0$$

$$\text{Do } x < y \Rightarrow y = \frac{3}{2}x \Rightarrow S = -7.$$

0,25 điểm

b) Cho các số thực x, y thỏa mãn điều kiện $2x^2 + xy + 3y^2 = 41$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = 7x^2 - 13xy + y^2$.

$$\frac{M}{41} + 1 = \frac{7x^2 - 13xy + y^2}{2x^2 + xy + 3y^2} + 1 = \frac{9x^2 - 12xy + 4y^2}{2x^2 + xy + 3y^2} = \frac{(3x - 2y)^2}{41} \geq 0$$

$$\Rightarrow M \geq -41 \Rightarrow M_{\min} = -41$$

Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases} 2x^2 + xy + 3y^2 = 41 \\ 3x = 2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2; y = 3 \\ x = -2; y = -3 \end{cases}$ **0,25 điểm**