



Bài I (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức $A = \frac{x-3}{\sqrt{x}+2}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} + \frac{5}{\sqrt{x}+2} - \frac{3\sqrt{x}-14}{x-4}$ với $x \geq 0, x \neq 4$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 25$.

2) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}$.

3) Tìm tất cả giá trị của x để $A.B > 6$.

Bài II (2,0 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập hệ phương trình:

Một mảnh đất có dạng hình chữ nhật. Nếu tăng chiều dài thêm $3m$ và giảm chiều rộng $2m$ thì diện tích mảnh đất không đổi. Nếu tăng mỗi chiều thêm $1m$ thì diện tích mảnh đất sẽ tăng thêm $23m^2$. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh đất.

Bài III (2,5 điểm)

1) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 8\sqrt{x} + \frac{1}{2y-1} = 5 \\ 4\sqrt{x} - \frac{1}{2y-1} = 3 \end{cases}$$
.

2) Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 = 0$ (1) (x là ẩn số).

a) Giải phương trình (1) khi $m = 4$.

b) Tìm tất cả giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 4$.

Bài IV (3,0 điểm) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn ($AB < AC$). Vẽ đường tròn tâm O với đường kính BC cắt các đoạn thẳng AB, AC lần lượt tại các điểm M và N . Gọi H là giao điểm của hai đường thẳng BN và CM .

1) Chứng minh tứ giác $AMHN$ là tứ giác nội tiếp.

2) Chứng minh $NA.NC = NH.NB$.

3) Lấy I là trung điểm của đoạn thẳng MN . Gọi E là giao điểm của đường thẳng MN và tiếp tuyến của đường tròn (O) tại điểm C . Đường thẳng đi qua điểm C và song song với BN cắt đường thẳng AB tại điểm K . Chứng minh $\widehat{NIC} = \widehat{EOC}$ và ba điểm O, E, K là ba điểm thẳng hàng.

Bài V (0,5 điểm) Cho các số thực x và y thỏa mãn $7x^2 + 8y^2 + 9xy \leq 24$. Chứng minh

$$8x + 10y + 15xy \leq 33.$$

-----Hết-----



Môn thi : **TOÁN 9**

Ngày thi : 13 tháng 3 năm 2024

Thời gian làm bài : 90 phút

HƯỚNG DẪN CHẤM CHO ĐỀ CHÍNH THỨC

(gồm 05 trang)

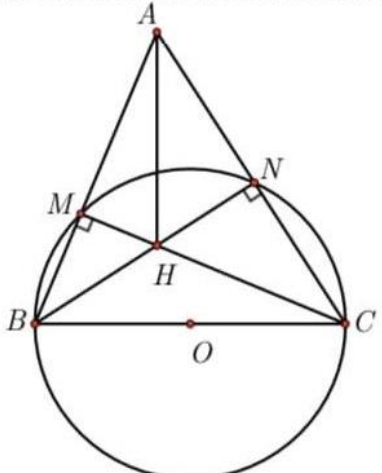
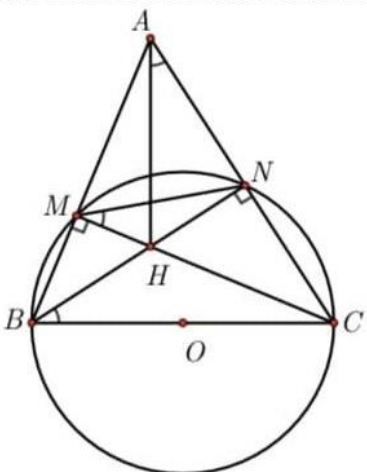
HƯỚNG DẪN CHUNG

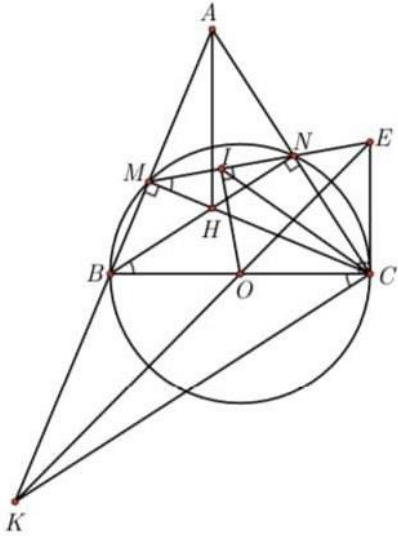
- +) Điểm toàn bài đề lẻ đến 0,25.
- +) Các cách làm khác nếu đúng vẫn cho điểm tương ứng với biểu điểm của hướng dẫn chấm.
- +) Các tình huống phát sinh trong quá trình chấm do Hội đồng chấm thi quy định, thống nhất bằng biên bản.
- +) Bài hình vẽ hình sai thì không cho điểm.

Bài	Ý	Đáp án	Điểm
Bài I 2,0 điểm	1)	Cho hai biểu thức $A = \frac{x-3}{\sqrt{x+2}}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-2}} + \frac{5}{\sqrt{x+2}} - \frac{3\sqrt{x}-14}{x-4}$ với $x \geq 0, x \neq 4$. Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 25$.	0,5
		Thay $x = 25$ (TMĐK) vào biểu thức A có $A = \frac{25-3}{\sqrt{25+2}}$	0,25
		Tính được $A = \frac{22}{7}$. Kết luận.	0,25
	2)	Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x-2}}$.	1,0
		$B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-2}} + \frac{5}{\sqrt{x+2}} - \frac{3\sqrt{x}-14}{x-4}$ $= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-2}} + \frac{5}{\sqrt{x+2}} - \frac{3\sqrt{x}-14}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$	0,25
		$= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2) + 5(\sqrt{x}-2) - 3\sqrt{x} + 14}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$	0,25
		$= \frac{x + 2\sqrt{x} + 5\sqrt{x} - 10 - 3\sqrt{x} + 14}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{x + 4\sqrt{x} + 4}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$	0,25
		$= \frac{(\sqrt{x}+2)^2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}$ (điều phải chứng minh).	0,25
	3)	Tìm tất cả giá trị của x để $A.B > 6$.	0,5

	$A.B = \frac{x-3}{\sqrt{x+2}} \cdot \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x-2}} = \frac{x-3}{\sqrt{x-2}}$ <p>Có $A.B > 6 \Leftrightarrow \frac{x-3}{\sqrt{x-2}} - 6 > 0 \Leftrightarrow \frac{x-3-6\sqrt{x+12}}{\sqrt{x-2}} > 0$</p> $\Leftrightarrow \frac{(\sqrt{x}-3)^2}{\sqrt{x-2}} > 0$ <p>Vì $x \geq 0, x \neq 4$ nên $(\sqrt{x}-3)^2 \geq 0$. Vậy bpt xảy ra khi $\begin{cases} (\sqrt{x}-3)^2 > 0 \\ \sqrt{x-2} > 0 \end{cases}$</p>	0,25
	$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x} \neq 3 \\ x > 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 4 \\ x \neq 9 \end{cases} \text{ (TMĐK)}$ <p>Vậy $x > 4$ và $x \neq 9$ là các giá trị cần tìm.</p>	0,25
Bài II 2,0 điểm	Một mảnh đất có dạng hình chữ nhật. Nếu tăng chiều dài thêm 3 m và giảm chiều rộng 2 m thì diện tích mảnh đất không đổi. Nếu tăng mỗi chiều thêm 1 m thì diện tích mảnh đất sẽ tăng thêm 23 m². Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh đất.	2,0
	Gọi chiều dài và chiều rộng của mảnh đất lần lượt là $x(m)$ và $y(m)$ ĐK: $x \geq y > 2$.	0,25
	Diện tích của mảnh đất hình chữ nhật là $xy(m^2)$	0,25
	Nếu tăng chiều dài thêm 3 m và giảm chiều rộng 2 m thì diện tích mảnh đất không đổi nên ta có PT: $(x+3)(y-2) = xy$ (1)	0,25
	Nếu tăng mỗi chiều thêm 1 m thì diện tích mảnh đất sẽ tăng thêm 23 m ² nên ta có PT: $(x+1)(y+1) = xy + 23$ (2)	0,25
	Từ (1) và (2) ta có HPT $\begin{cases} (x+3)(y-2) = xy & (1) \\ (x+1)(y+1) = xy + 23 & (2) \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} -2x + 3y = 6 \\ x + y = 22 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} -2x + 3y = 6 \\ 2x + 2y = 44 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5y = 50 \\ x + y = 22 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ y = 10 \end{cases} \text{ (tmdk và thử lại đúng)}$	0,25
Vậy chiều dài của mảnh đất là 12 m, chiều rộng của mảnh đất là 10 m.	0,25	

Bài III 2,5 điểm	1)	Giải hệ phương trình $\begin{cases} 8\sqrt{x} + \frac{1}{2y-1} = 5 \\ 4\sqrt{x} - \frac{1}{2y-1} = 3 \end{cases}$	1,0
		ĐK: $x \geq 0; y \neq \frac{1}{2}$	0,25
		Đặt $\begin{cases} a = \sqrt{x} \\ b = \frac{1}{2y-1} \end{cases}$ ($a \geq 0; b \neq 0$), suy ra $\begin{cases} 8a + b = 5 \\ 4a - b = 3 \end{cases}$	
		Giải được $\begin{cases} a = \frac{2}{3} \\ b = \frac{-1}{3} \end{cases}$ (TMĐK)	0,25
		+) Với $a = \frac{2}{3} \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{2}{3} \Rightarrow x = \frac{4}{9}$ (TMĐK)	0,25
		+) Với $b = \frac{-1}{3} \Rightarrow \frac{1}{2y-1} = \frac{-1}{3} \Rightarrow 2y-1 = -3 \Rightarrow y = -1$ (TMĐK)	0,25
		Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $\left(\frac{4}{9}; -1\right)$.	
	2a)	Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 = 0$ (1) (x là ẩn số) Giải phương trình (1) khi $m = 4$.	0,75
		Thay $m = 4$ vào (1) ta có: $x^2 - 2(4+1)x + 4^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 10x + 16 = 0$	0,25
		$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 8x + 16 = 0 \Leftrightarrow (x-2)(x-8) = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow x = 2$ hoặc $x = 8$. Vậy khi $m = 1$ PT có tập nghiệm $S = \{2; 8\}$.	0,25	
2b)	Tìm tất cả giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 4$.	0,75	
	PT: $x^2 - 2(m+1)x + m^2 = 0$ (1)		
	Có $\Delta' = (m+1)^2 - 1.m^2 = 2m+1$		
	PT (1) có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow m > \frac{-1}{2}$ (*).	0,25	
	Áp dụng hệ thức Viet, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+1) \\ x_1x_2 = m^2 \end{cases}$		

	<p>Ta có $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 4 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 3x_1x_2 = 4$</p> <p>$\Rightarrow 4(m+1)^2 - 3m^2 = 4$</p> <p>$\Leftrightarrow 4(m^2 + 2m + 1) - 3m^2 = 4 \Leftrightarrow m^2 + 8m = 0$</p> <p>$\Leftrightarrow m(m+8) = 0$</p> <p>$\Rightarrow m = 0$ (TMĐK (*)) hoặc $m = -8$ (Loại).</p> <p>Vậy $m = 0$.</p>	0,25	
	<p>$\Rightarrow 4(m+1)^2 - 3m^2 = 4$</p> <p>$\Leftrightarrow 4(m^2 + 2m + 1) - 3m^2 = 4 \Leftrightarrow m^2 + 8m = 0$</p> <p>$\Leftrightarrow m(m+8) = 0$</p> <p>$\Rightarrow m = 0$ (TMĐK (*)) hoặc $m = -8$ (Loại).</p> <p>Vậy $m = 0$.</p>	0,25	
<p>Bài IV 3,0 điểm</p>	<p>1) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn ($AB < AC$). Vẽ đường tròn tâm O với đường kính BC cắt các đoạn thẳng AB, AC lần lượt tại các điểm M và N. Gọi H là giao điểm của hai đường thẳng BN và CM.</p> <p>Chứng minh tứ giác $AMHN$ là tứ giác nội tiếp.</p>	1,0	
		Vẽ đúng hình đến ý 1)	0,25
		Chỉ ra $\widehat{BMC} = \widehat{BNC} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)	0,25
		$\Rightarrow \widehat{AMH} = \widehat{ANH} = 90^\circ$	0,25
		Xét tứ giác $AMHN$ có: $\widehat{AMH} + \widehat{ANH} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ Mà đây là hai góc đối nhau nên $AMHN$ là tứ giác nội tiếp (đpcm).	0,25
	2) Chứng minh $NA \cdot NC = NH \cdot NB$.	1,0	
	<p>Vi $AMHN$ là tứ giác nội tiếp nên $\widehat{NAH} = \widehat{NMH}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn \widehat{NH}).</p> <p>C/m $\Delta ANH \sim \Delta BNC$ (g.g)</p> <p>$\Rightarrow \frac{NA}{NB} = \frac{NH}{NC}$</p> <p>$\Rightarrow NA \cdot NC = NH \cdot NB$.</p>	0,25	
		0,25	
		0,25	
3) Lấy I là trung điểm của đoạn thẳng MN. Gọi E là giao điểm của đường thẳng MN và tiếp tuyến của đường tròn (O) tại điểm C. Đường thẳng đi qua điểm C và song song với BN cắt đường thẳng AB tại điểm K. Chứng minh $\widehat{NIC} = \widehat{EOC}$ và ba điểm O, E, K là ba điểm thẳng hàng.	1,0		

		<p>Chứng minh $OI \perp MN$, $EC \perp BC$ $\Rightarrow \widehat{OIE} = \widehat{OCE} = 90^\circ$ $\Rightarrow OIEC$ là tứ giác nội tiếp.</p> <p>$\Rightarrow \widehat{EIC} = \widehat{EOC}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn \widehat{EC}) $\Rightarrow \widehat{NIC} = \widehat{EOC}$ (1)</p> <p>Vì $BN \parallel CK \Rightarrow \widehat{BCK} = \widehat{NBC}$ (slt) Mà (O) có: $\widehat{NBC} = \widehat{NMC}$ $\Rightarrow \widehat{BCK} = \widehat{NMC}$.</p> <p>Vì tứ giác $BMNC$ nội tiếp (O) nên $\widehat{KBC} = \widehat{MNC}$ (cùng bù với \widehat{MBC}) $\Rightarrow \Delta NMC \sim \Delta BCK$ (g.g) $\Rightarrow \frac{NM}{NC} = \frac{BC}{BK} \Rightarrow \frac{2NI}{NC} = \frac{2BO}{BK}$ $\Rightarrow \frac{NI}{NC} = \frac{BO}{BK}$ $\Rightarrow \Delta NIC \sim \Delta BOK$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{NIC} = \widehat{BOK}$ (2)</p> <p>Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{EOC} = \widehat{BOK}$</p> <p>$\Rightarrow \widehat{BOK} + \widehat{BOE} = \widehat{EOC} + \widehat{BOE}$ $\Rightarrow \widehat{KOE} = \widehat{BOC} = 180^\circ$. Từ đó O, E, K là ba điểm thẳng hàng.</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
<p>Bài V 0,5 điểm</p>	<p>Cho các số thực x và y thỏa mãn $7x^2 + 8y^2 + 9xy \leq 24$. Chứng minh $8x + 10y + 15xy \leq 33$.</p> <p>Ta có $(x-1)^2 \geq 0 \Leftrightarrow 2x \leq x^2 + 1; (y-1)^2 \geq 0 \Leftrightarrow 2y \leq y^2 + 1$ nên: $8x + 10y + 15xy - 33 = 4.2x + 5.2y + 15xy - 33$ $\leq 4(x^2 + 1) + 5(y^2 + 1) + 15xy - 33$ $= 4x^2 + 5y^2 + 15xy - 24$ $= 7x^2 + 8y^2 + 9xy - 24 - 3x^2 - 3y^2 + 6xy$ $= (7x^2 + 8y^2 + 9xy - 24) - 3(x-y)^2 \leq 0$</p> <p>(Vì $7x^2 + 8y^2 + 9xy \leq 24$ và $(x-y)^2 \geq 0$)</p>	<p>0,5</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>	

.....**Hết**.....