

Họ và tên: .....

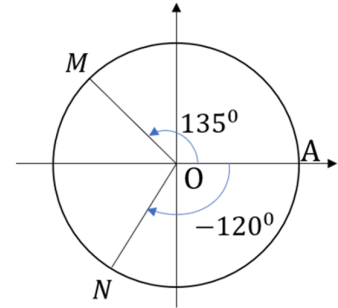
Số báo danh: .....

**Bài 1.**

a) (1.5 điểm) Cho  $\sin \alpha = \frac{12}{13}$  và  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ . Hãy tính  $\cos \alpha$ ,  $\cos\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right)$  và  $\sin 2\alpha$ .

b) (1.0 điểm) Tìm tập xác định của hàm số  $y = \cot\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$

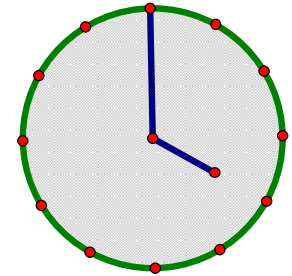
c) (1.0 điểm). Giải phương trình sau:  $2\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) + 1 = 0$



**Bài 2. (1.5 điểm)**

a. Viết công thức số đo tổng quát của các góc lượng giác  $(OA, OM)$  và  $(OA, ON)$  trong hình bên.

b. Trên đồng hồ có kim chỉ giờ dài 6cm có gắn một con rùa ở đầu kim và kim chỉ phút dài 11cm có gắn một con thỏ ở đầu kim. Tại thời điểm quan sát đồng hồ đang chỉ 4 giờ đúng. Tính hiệu quãng đường của thỏ và rùa đi được tính từ lúc 4 giờ đúng đến 5 giờ đúng.



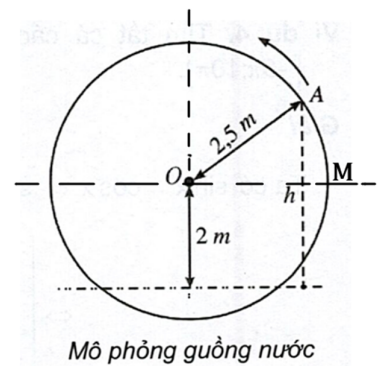
**Bài 3. (1.0 điểm)**

a) Chứng minh biểu thức sau không phụ thuộc vào giá trị của  $x$

$$P = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cos(\pi + x) - \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \tan(\pi - x)$$

b) Chứng minh rằng:  $\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin^3 \alpha} = \frac{1 - \cot^4 \alpha}{1 - \cot \alpha}$  với mọi  $\alpha \neq k\pi$ ,  $\alpha \neq \frac{\pi}{4} + k\pi$ ,  $k \in \mathbb{Z}$

**Bài 4. (1.0 điểm)** Một chiếc guồng nước có dạng hình tròn tâm O bán kính 2,5 m, trên guồng nước có gắn một chiếc gầu múc nước; trục của guồng nước đặt tại O cách mặt nước 2 m (hình bên). Biết rằng guồng nước quay đều theo chiều ngược chiều kim đồng hồ với tốc độ 1 vòng / phút. Giả sử ban đầu chiếc gầu múc nước ở vị trí M, sau  $t$  phút ( $t > 0$ ) guồng quay chiếc gầu múc nước đến vị trí điểm A. Gọi  $h$  (mét) là khoảng cách tính từ điểm A trên guồng nước đến mặt nước.



a) Hãy lập công thức tính  $h(m)$  theo thời gian  $t$  (phút) tính từ

khí gầu bắt đầu quay từ vị trí M. (Quy ước nếu  $h > 0$  thì gầu múc ở trên mặt nước, nếu  $h < 0$  thì gầu múc ở dưới mặt nước).

b) Tính các thời điểm gầu đạt độ cao lớn nhất so với mặt nước.

**Bài 5 (3.0 điểm).** Cho hình chóp S.ABCD, ABCD là hình thang có đáy là AD và BC,  $AD = 2BC$ . Gọi E là trung điểm SA, M là trọng tâm  $\Delta SAD$ , G là giao điểm của AC và BD.

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (MBC) và (SAD).

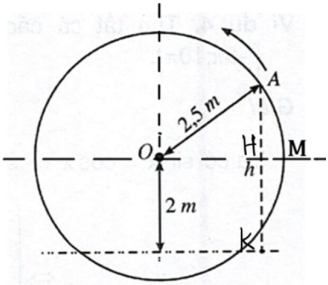
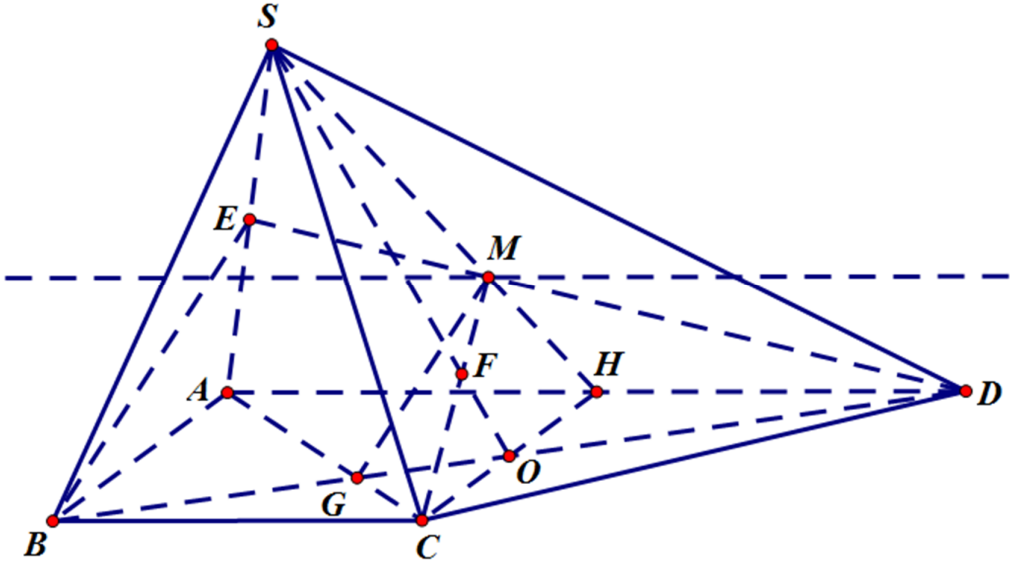
b) Tìm F là giao điểm của MC và mặt phẳng (SBD).

c) Chứng minh MG song song với BE

**Hết**

**ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM**

<b>Bài</b>	<b>Ý</b>	<b>NỘI DUNG</b>	<b>ĐIỂM</b>
<b>1</b>	<b>A</b>	$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \left(\frac{12}{13}\right)^2 = \frac{25}{169}$	<b>0.25</b>
		$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{5}{13} \vee \cos \alpha = -\frac{5}{13}$	
		<p>Do <math>\frac{\pi}{2} &lt; \alpha &lt; \pi \Rightarrow \cos \alpha &lt; 0</math>. Vậy <math>\cos \alpha = -\frac{5}{13}</math></p>	<b>0.25</b>
		$\cos\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) = \cos\frac{\pi}{3}\cos\alpha + \sin\frac{\pi}{3}\sin\alpha = \frac{1}{2}\left(-\frac{5}{13}\right) + \frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{12}{13}\right) = \frac{12\sqrt{3} - 5}{26}$	<b>0.5</b>
		$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha = 2\left(-\frac{5}{13}\right)\left(\frac{12}{13}\right) = \frac{-120}{169}$	<b>0.5</b>
	<b>b</b>	<p>Hàm số xác định <math>\Leftrightarrow 2x - \frac{\pi}{3} \neq k\pi \Leftrightarrow 2x \neq \frac{\pi}{3} + k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2} \ (k \in \mathbb{Z})</math>.</p> <p>Tập xác định của hàm số là: <math>D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}</math>.</p>	<b>0.5</b>
			<b>0.5</b>
	<b>c</b>	$\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \cos\frac{2\pi}{3}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ 2x - \frac{\pi}{3} = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases} \ (k \in \mathbb{Z}).$	<b>0.5</b>
			<b>0.5</b>
<b>2</b>	<b>a</b>	$(OA, OM) = 135^\circ + k \cdot 360^\circ \ (k \in \mathbb{Z})$ $(OA, ON) = -120^\circ + k360^\circ$	<b>0,5đ</b>
			<b>0,5đ</b>
	<b>b</b>	<p>Trong 1h kim phút quay được 1 vòng = <math>2\pi \cdot 11\text{cm} = 22\pi</math> (cm),</p> <p>kim giờ quay được <math>\frac{1}{12}</math> vòng = <math>\frac{1}{12} \cdot 2\pi \cdot 6 = \pi</math> (cm)</p> <p>Vậy hiệu quãng đường là <math>22\pi - \pi = 21\pi \approx 65,97</math> cm</p>	<b>0.25đ</b>
			<b>0.25đ</b>
<b>3</b>	<b>A</b>	$P = \cos(x) - \cos(x) + \cot(x)\tan(x)$	<b>0.25</b>
		$P = 1$	<b>0.25</b>

	<b>b</b>	$VT = \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin^3 \alpha} = \frac{1}{\sin^2 \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \cdot \frac{1}{\sin^2 \alpha}$ $= (1 + \cot^2 \alpha) + \cot \alpha (1 + \cot^2 \alpha)$ $= (1 + \cot \alpha)(1 + \cot^2 \alpha)$ $VP = \frac{(1 - \cot \alpha)(1 + \cot \alpha)(1 + \cot^2 \alpha)}{1 - \cot \alpha} = (1 + \cot \alpha)(1 + \cot^2 \alpha)$	0.25	
			0.25	
4	<b>a</b>	<p><b>Góc mà OA quay được trong <math>t</math> (phút) là :</b></p> $\alpha = (OM, OA) = 2\pi t (\text{rad})$ <p><b>Ta có</b></p> $h = \overline{KA} = \overline{KH} + \overline{HA} = 2 + 2,5 \sin(2\pi t) (\text{mét})$		0.25
			0.25	
	<b>b</b>	<p>Ta có <math>\sin(2\pi t) \leq 1 \Rightarrow h \leq 2 + 2,5 = 4,5 (m)</math></p> <p>Dấu “ = ” khi <math>\sin(2\pi t) = 1 \Leftrightarrow 2\pi t = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Rightarrow t = \frac{1}{4} + k \quad (k \in \mathbb{Z})</math></p> <p>Điều kiện <math>t &gt; 0 \Rightarrow k \geq 0</math>. Vậy các thời điểm cần tìm là</p> $\frac{1}{4} + k (\text{phút}), k = 0, 1, 2, 3, \dots \text{ hay } \frac{1}{4} (\text{phút}), \frac{5}{4} (\text{phút}), \frac{9}{4} (\text{phút}), \dots$	0.25	
			0.25	
5				
	<b>a</b>	<p>Xét mp(MBC) và (SAD) có :</p> <p>M là điểm chung, <math>BC \parallel AD</math>, <math>BC \subset (MBC)</math>, <math>AD \subset (SAD)</math></p> <p>Nên giao tuyến của (MBC) và (SAD) là đường thẳng Mx song song với BC và AD.</p>	0.5	
			0.5	
	<b>b</b>	<p>Gọi H là trung điểm của AD. Ta có <math>MC \subset (SCH)</math></p>	0.25	

	<p>Gọi O là giao điểm của CH và BD trong (ABCD)</p> <p>Ta có <math>(SCH) \cap (SBD) = SO</math></p> <p>Trong (SCH), SO cắt MC tại F</p> <p>Suy ra F là giao điểm của MC và (SBD)</p>	<p><b>0.25</b></p> <p><b>0.25</b></p> <p><b>0.25</b></p>
<b>c</b>	<p>Do DE là trung tuyến <math>\Delta SAD</math> và M là trọng tâm <math>\Delta SAD</math> nên ta có tỉ số: <math>\frac{DM}{DE} = \frac{2}{3}</math></p> <p>Do <math>BC \parallel AD</math> nên <math>\Delta GBC</math> và <math>\Delta GAD</math> đồng dạng (góc – góc)</p> <p>Suy ra <math>\frac{DG}{GB} = \frac{AD}{BC} = \frac{2}{1} \Rightarrow \frac{DG}{DB} = \frac{2}{3}</math> Suy ra <math>\frac{DM}{DE} = \frac{DG}{DB} \Rightarrow MG \parallel BE</math></p>	<p><b>0.25</b></p> <p><b>0.25</b></p> <p><b>0.25</b></p> <p><b>0.25</b></p>

Họ và tên: .....

Số báo danh: .....

**Bài 1** (1đ) Một chiếc quạt trần năm cánh quay với tốc độ 50 vòng trong một phút. Chọn chiều quay của cánh quạt là chiều ngược chiều kim đồng hồ. Sau 3 giây, cánh quạt quay được một góc có số đo bao nhiêu radian?

**Bài 2** (1đ) Cho  $\sin a = \frac{-3}{5}$   $\left(\pi < a < \frac{3\pi}{2}\right)$ . Tính  $\cos a$ ,  $\sin 2a$ .

**Bài 3** (1đ) Chứng minh:  $\tan 3x = \frac{\sin x + \sin 3x + \sin 5x}{\cos x + \cos 3x + \cos 5x}$

**Bài 4** (1đ) Tìm tập xác định của hàm số  $y = \frac{\cos 3x - 1}{\sin 2x}$

**Bài 5** (3đ) Giải các phương trình sau:

- $\tan 3x = 1$
- $\cos x (\sin x - 1) = 0$
- $\cos\left(x + \frac{\pi}{5}\right) = \sin 2x$

**Bài 6** (3đ)

Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình bình hành. Gọi E là trung điểm SA; M, N lần lượt là trọng tâm  $\Delta ABC$ ,  $\Delta SAD$ .

- Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (EBD) và (SAC).
- Tìm giao điểm F của MN và mặt phẳng (SAC).
- Chứng minh  $MN \parallel BE$ .

Hết

## ĐÁP ÁN

<b>B1</b>	Cánh quạt quay ngược chiều kim đồng hồ nên góc quay có số đo dương.	0,25
	Trong 60 giây cánh quạt quay được 50 vòng. Nên trong 3 giây cánh quạt quay được $5/2$ vòng.	0,5
	Tương ứng quay được một góc có số đo: $\frac{5}{2}2\pi = 5\pi$ (rad)	0,25

<b>B2</b>	Cho $\sin a = \frac{-3}{5}$ ( $\pi < a < \frac{3\pi}{2}$ ). Tính $\cos a$ , $\cos 2a$ .	
	$\cos^2 a = 1 - \sin^2 a = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25}$	0,25
	Mà $\pi < a < \frac{3\pi}{2}$ nên $\cos a = \frac{-4}{5}$	0,25
	$\cos 2a = 1 - 2\sin^2 a = 1 - \frac{18}{25} = \frac{7}{25}$	0,25+0,25
<b>B3</b>	$VP = \frac{\sin 3x + 2 \sin 3x \cos 2x}{\cos 3x + 2 \cos 3x \cos 2x}$	0,25+0,25
	$= \frac{\sin 3x (1 + 2 \cos 2x)}{\cos 3x (1 + 2 \cos 2x)}$	0,25
	$= \frac{\sin 3x}{\cos 3x} = \tan 3x = VT$	0,25
<b>B4</b>	y xác định $\Leftrightarrow \sin 2x \neq 0$	0,25
	$\Leftrightarrow x \neq \frac{k\pi}{2}$	0,25
	TXD: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2} / k \in \mathbb{Z} \right\}$	0,5
<b>B5a</b>	$\tan 3x = 1$ $\Leftrightarrow 3x = \frac{\pi}{4} + k\pi$	0,5

	$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{3}$	0,5
<b>B5b</b>	$\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)(\cos x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x - 1 = 0 \\ \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0 \end{cases}$	0,25+0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 1 \\ x - \frac{\pi}{4} = k\pi \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases}$	0,25
<b>B5c</b>	$\cos\left(x + \frac{\pi}{5}\right) = \sin 2x$ $\Leftrightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{5}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)$	0,5
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{5} = \frac{\pi}{2} - 2x + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{5} = 2x - \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{10} + \frac{k2\pi}{3} \\ x = \frac{7\pi}{10} - k2\pi \end{cases}$	0,25

<b>B6a</b>	Gọi O là tâm hình bình hành ABCD, có $O \in (EBD) \cap (SAC)$ .	0,25+0,25
<b>(1d)</b>	Mà $E \in (EBD) \cap (SAC)$ nên $EO = (EBD) \cap (SAC)$ .	0,25+0,25
<b>B6b</b>	Trong (EBD), gọi F là giao điểm của MN và EO.	0,25+0,25
<b>(1d)</b>	$\begin{cases} F \in MN \\ F \in EO, EO \subset (SAC) \end{cases}$	0,25
	$\Rightarrow F = MN \cap (SAC)$	0,25
<b>B6b</b>	Vì N là trọng tâm $\Delta SAD$ nên $\frac{EN}{ED} = \frac{1}{3}$	0,25
<b>(1d)</b>	Vì M là trọng tâm $\Delta ABC$ nên:	0,25+0,25

	$BM = \frac{2}{3}BO = \frac{1}{3}BD \Rightarrow \frac{BM}{BD} = \frac{1}{3}$	
	Xét tam giác BMD: $\frac{EN}{ED} = \frac{BM}{BD} \Rightarrow MN // BE$	0,25

