

ĐỀ CHÍNH THỨC

Đề khảo sát gồm 02 trang.

Phần I: Trắc nghiệm (2,0 điểm). *Hãy chọn phương án trả lời đúng và viết chữ cái đứng trước phương án đó vào bài làm.*

Câu 1. Điều kiện xác định của biểu thức $\sqrt{\frac{-2023}{x-2024}}$ là

- A. $x \in \mathbb{R}$. B. $x \neq 2024$. C. $x > 2024$. D. $x < 2024$.

Câu 2. Đường thẳng $y = m^2x + m - 1$ song song với đường thẳng $y = 4x + 1$ khi

- A. $m = \pm 2$. B. $m = 2$. C. $m = -2$. D. $m = 4$.

Câu 3: Tung độ giao điểm của parabol $y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $y = -\frac{1}{2}x + 3$ là

- A. 2; -3 B. $2; \frac{9}{2}$ C. 2; 4 D. $-3; \frac{9}{2}$

Câu 4: Cho phương trình $x^2 - 5x - m + 1 = 0$ có nghiệm $x = 3$. Giá trị của tham số m khi đó bằng

- A. 5. B. -5. C. -3. D. -12.

Câu 5: Biết $(x_0; y_0)$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$. Giá trị của biểu thức $x_0^2 + y_0^2$ bằng

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 5.

Câu 6: Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O) . Biết $\widehat{B} = 50^\circ; \widehat{C} = 60^\circ$. Số đo \widehat{BOC} bằng

- A. 70° . B. 100° . C. 120° . D. 140° .

Câu 7: Một tam giác đều có cạnh bằng 3cm ngoại tiếp đường tròn. Diện tích hình tròn đó là

- A. $\pi\sqrt{3}\text{ cm}^2$. B. $3\pi\text{ cm}^2$. C. $\frac{3\pi}{2}\text{ cm}^2$. D. $\frac{3\pi}{4}\text{ cm}^2$.

Câu 8: Đường tròn lớn của Trái Đất dài khoảng 40 000 km. Bán kính Trái Đất (làm tròn đến km) xấp xỉ :

- A. 6360 km . B. 6369 km . C. 6396 km . D. 6936 km .

Phần II. Tự luận (8,0 điểm)

Bài 1. (1,5 điểm)

1) Chứng minh đẳng thức $\left(\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{1-\sqrt{3}} - \frac{5}{\sqrt{5}} \right) : \frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} = -3$.

2) Rút gọn biểu thức $B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} + \frac{5\sqrt{x}+2}{4-x}$ với $x \geq 0, x \neq 4$.

Bài 2. (1,5 điểm) Cho Parabol $(P): y = x^2$ và $(d): y = mx + m + 1$ (với m là tham số)

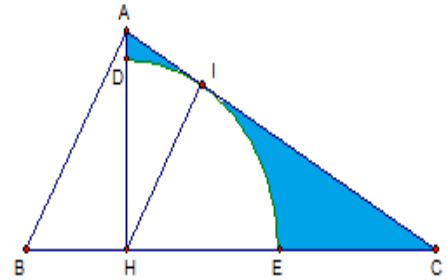
1) Biết $A(1;3) \in (d)$, hãy xác định tung độ gốc của đường thẳng (d) .

2) Tìm tất cả các giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm $(x_1; y_1); (x_2; y_2)$ thỏa mãn $y_1 + 2mx_2 - y_2 = 4$.

Bài 3. (1,0 điểm) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x - 3y = \frac{-2}{x} \\ y^2 + xy = 2. \end{cases}$$

Bài 4. (3,0 điểm)

1) Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH , kẻ $HI \perp AC$ tại I . Vẽ cung tròn tâm H bán kính HI cắt AH tại D và cắt BC tại E . Biết $AB = 6 \text{ cm}, BC = 10 \text{ cm}$. Tính diện tích phần hình tô đậm trong hình vẽ bên. (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)



2) Cho đường tròn $(O; R)$, dây cung BC không đi qua tâm O . Điểm A thuộc cung lớn BC sao cho điểm O nằm trong tam giác ABC và tam giác ABC không cân tại A . Kẻ đường kính AD , đường cao AH của tam giác ABC ; gọi E là hình chiếu vuông góc của B trên AD , N là hình chiếu vuông góc của D trên BC .

a) Chứng minh bốn điểm B, D, N, E cùng thuộc một đường tròn và $EN \parallel AC$.

b) Chứng minh $\Delta HAB \sim \Delta CAD$ và $AB \cdot CD + AC \cdot BD < 4R^2$.

Bài 5. (1,0 điểm)

1) Giải phương trình $x(x + \sqrt{3x+1} - \sqrt{6-x} - 10) = 2(\sqrt{3x+1} - \sqrt{6-x} - 8)$.

2) Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu

thức $A = \frac{a}{a + \sqrt{a+bc}} + \frac{b}{b + \sqrt{b+ca}} + \frac{c}{c + \sqrt{c+ab}}$.

-----Hết-----

Họ và tên thí sinh: Họ tên, chữ ký GT 1:

Số báo danh: Họ tên, chữ ký GT 2:

Phần I: Trắc nghiệm khách quan: (2,0 điểm) Mỗi ý đúng được 0,25 điểm

| | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Câu 1 | Câu 2 | Câu 3 | Câu 4 | Câu 5 | Câu 6 | Câu 7 | Câu 8 |
| D | C | B | B | D | D | D | B |

Phần II. Tự luận: (8,0 điểm)

Bài 1.

| Câu | Nội dung | Điểm |
|----------------|---|------|
| a) 0,5 điểm | Ta có $VT = \left(\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{1-\sqrt{3}} - \frac{5}{\sqrt{5}} \right) : \frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$ $= \left[\frac{-\sqrt{2}(1-\sqrt{3})}{1-\sqrt{3}} - \sqrt{5} \right] \cdot (\sqrt{5}-\sqrt{2})$ $= (-\sqrt{5}-\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2})$ | 0,25 |
| | $= -(5-2)$ $= -3$ VT = VP, vậy đẳng thức được chứng minh | 0,25 |
| b) 1,0 điểm | Với $x \geq 0, x \neq 4$ rút gọn biểu thức B ta có $B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} + \frac{5\sqrt{x}+2}{4-x}$ $= \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} + \frac{5\sqrt{x}+2}{4-x}$ $= \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}+2) + 2\sqrt{x}(\sqrt{x}-2) - 5\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}$ | 0,25 |
| | $= \frac{3x-6\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}$ $= \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$ | 0,25 |

Bài 2:

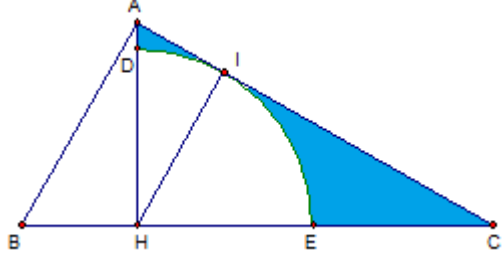
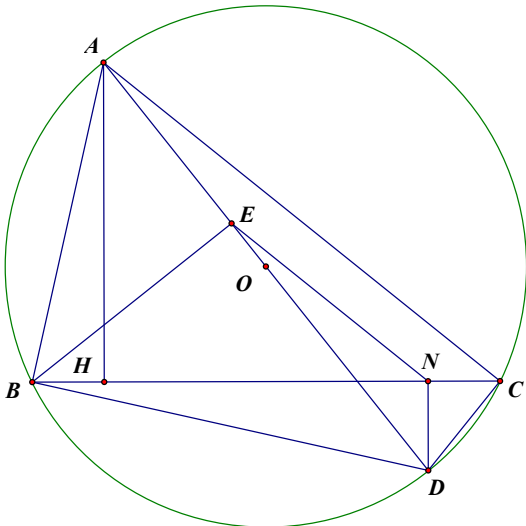
| Câu | Nội dung | Điểm |
|----------------|---|------|
| 1. 0,5 điểm | a) Vì $A(1;3) \in (d) \Rightarrow x=1; y=3$ thay vào phương trình đường thẳng (d) ta được $3 = m + m + 1 \Leftrightarrow m = 1$ | 0,25 |
| | Khi đó phương trình đường thẳng (d) trở thành: $y = x + 2$ Vậy tung độ góc của đường thẳng (d) là 2 | 0,25 |
| 2. 1,0 điểm | b) Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P): $x^2 = mx + m + 1 \Leftrightarrow x^2 - mx - m - 1 = 0$ (1) | 0,25 |

| | | |
|--|--|------|
| | <p>Đề (d) cắt (P) tại hai điểm $(x_1; y_1); (x_2; y_2)$ \Leftrightarrow phương trình (1) có hai nghiệm $x_1; x_2$ $\Leftrightarrow \Delta \geq 0 \Leftrightarrow (-m)^2 - 4(-m-1) = (m+2)^2 \geq 0$ (luôn đúng với $\forall m$)</p> | |
| | <p>Áp dụng định lí Viét ta có : $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 \cdot x_2 = -m - 1 \end{cases}$</p> | 0,25 |
| | <p>Theo giả thiết ta có: $y_1 + 2mx_2 - y_2 = 4$ Điểm $(x_1; y_1) \in (P) \Rightarrow y_1 = x_1^2; (x_2; y_2) \in (P) \Rightarrow y_2 = x_2^2$ Do đó: $x_1^2 + 2mx_2 - x_2^2 = 4$ $\Leftrightarrow x_1^2 + 2(x_1 + x_2)x_2 - x_2^2 = 4 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 = 4$</p> | 0,25 |
| | <p>$\Leftrightarrow m^2 = 4 \Leftrightarrow m = \pm 2$ Kết luận: * Cách khác: Phương trình (1) là phương trình bậc hai có: $a - b + c = 1 + m - m - 1 = 0$ Nên phương trình có một nghiệm là -1 và nghiệm còn lại là $m + 1$ Ta xét hai trường hợp sau: +) TH1: $x_1 = -1; x_2 = m + 1$ +) TH2: $x_1 = m + 1; x_2 = -1$ Giải tương tự cách 1</p> | 0,25 |

Bài 3:

| Câu | Nội dung | Điểm |
|----------|--|------|
| | $\begin{cases} x - 3y = \frac{-2}{x} \\ y^2 + xy = 2 \end{cases}$ Điều kiện: $x \neq 0$ Với $x \neq 0$ ta có: $\begin{cases} x - 3y = \frac{-2}{x} \\ y^2 + xy = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3xy = -2 \\ y^2 + xy = 2 \end{cases}$ | 0,25 |
| 1,0 điểm | $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2xy + y^2 = 0 \\ y^2 + xy = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x - y)^2 = 0 \\ y^2 + xy = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ y^2 + xy = 2 \end{cases}$ | 0,25 |
| | $\Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ 2y^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ y^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ y = 1 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x = y \\ y = -1 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x = -1 \\ y = -1 \end{cases}$ | 0,25 |
| | Đối chiếu điều kiện và kết luận: Vậy nghiệm $(x; y)$ của hệ phương trình là : $(1; 1) ; (-1; -1)$ | 0,25 |

Bài 4: (3,0 điểm)

| Câu | Nội dung | Điểm |
|------------------|---|--------------|
| |  | |
| 1. 1,0 điểm | <p>Xét ΔABC vuông tại A đường cao AH có:</p> <p>+) $AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow AC = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8(\text{cm})$ (Do $AC > 0$)</p> <p>+) $AH \cdot BC = AB \cdot AC \Rightarrow AH = \frac{6 \cdot 8}{10} = 4,8 (\text{cm})$</p> | 0,25 |
| | <p>+) $AC^2 = CH \cdot BC \Rightarrow CH = \frac{8^2}{10} = 6,4 (\text{cm})$</p> <p>+) $HI \cdot AC = AH \cdot HC \Rightarrow HI = \frac{8}{4,8 \cdot 6,4} = \frac{25}{96} (\text{cm})$</p> | 0,25 |
| | <p>Diện tích tam giác AHC là: $S_1 = \frac{1}{2} \cdot 4,8 \cdot 6,4 = \frac{384}{25} (\text{cm}^2)$</p> <p>Diện tích $\frac{1}{4}$ hình tròn bán kính HI là:</p> <p>$S_2 = \frac{1}{4} \pi \left(\frac{25}{96}\right)^2 = \frac{625\pi}{36864} (\text{cm}^2)$</p> | 0,25 |
| | <p>Tính diện tích phần hình tô đậm là:</p> <p>$S = S_1 - S_2 = \frac{384}{25} - \frac{625\pi}{36864} \approx 15,3 (\text{cm}^2)$</p> | 0,25 |
| 2.a) 1,0 điểm |  | |
| | <p>Chứng minh được tứ giác $BDNE$ nội tiếp</p> | 0,5 |
| | <p>Xét đường tròn ngoại tiếp tứ giác $BDNE \Rightarrow \widehat{NED} = \widehat{NBD}$</p> | 0,25 |
| | <p>Xét đường tròn $(O; R) \Rightarrow \widehat{CBD} = \widehat{CAD}$</p> | 0,25 |
| | <p>Từ đó suy ra $\widehat{NED} = \widehat{CAD} \Rightarrow NE \parallel AC$</p> | 0,25 |
| 2b) 1,0 đ | <p>+ Ta có $\widehat{AHB} = \widehat{ACD} = 90^\circ$; $\widehat{ABH} = \widehat{ADC}$ (cùng chắn cung AC)</p> <p>+ Suy ra $\Delta HAB \sim \Delta CAD$ (g-g)</p> | 0,25 0,25 |

| | | |
|--|---|------|
| | <p>+ Ta có $\Delta HAB \sim \Delta CAD \Rightarrow \frac{AB}{AD} = \frac{HB}{CD} \Rightarrow AB \cdot CD = AD \cdot HB$</p> <p>Chứng minh tương tự ta được $AC \cdot BD = AD \cdot HC$</p> <p>Từ đó suy ra $AB \cdot CD + AC \cdot BD = AD \cdot HB + AD \cdot HC = AD \cdot BC$</p> | 0,25 |
| | <p>Xét đường tròn $(O; R)$ có $BC < AD$</p> <p>$\Rightarrow AB \cdot CD + AC \cdot BD < AD \cdot AD = 4R^2$.</p> | 0,25 |

Bài 5: (1.0 điểm)

| Câu | Nội dung | Điểm |
|----------------|---|------|
| 1. 0,5 điểm | <p>$x(x + \sqrt{3x+1} - \sqrt{6-x} - 10) = 2(\sqrt{3x+1} - \sqrt{6-x} - 8)$.</p> <p>ĐKXD: $\frac{-1}{3} \leq x \leq 6$.</p> <p>Biến đổi phương trình về dạng $(x-2)(x-8 + \sqrt{3x+1} - \sqrt{6-x}) = 0$</p> <p>+) $x-2=0 \Leftrightarrow x=2(t/m)$</p> | 0,25 |
| | <p>+) $x-8 + \sqrt{3x+1} - \sqrt{6-x} = 0 \Leftrightarrow (x-5)\left(1 + \frac{3}{\sqrt{3x+1}+4} + \frac{1}{1+\sqrt{6-x}}\right) = 0$</p> <p>Từ đó tìm được $x=5(t/m)$</p> <p>Kết luận.</p> | 0,25 |
| 2. 0,5 điểm | <p>Ta có $a+bc = (a+b+c)a+bc = a^2 + bc + a(b+c)$</p> <p>Áp dụng bất đẳng thức AM- GM ta được $a^2 + bc \geq 2a\sqrt{bc}$</p> <p>$a^2 + bc \geq 2a\sqrt{bc} \Leftrightarrow a^2 + bc + a(b+c) \geq 2a\sqrt{bc} + a(b+c) = a(\sqrt{b} + \sqrt{c})^2$</p> <p>Do đó: $a + \sqrt{a+bc} \geq a + \sqrt{a}(\sqrt{b} + \sqrt{c}) = \sqrt{a}(\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c})$</p> <p>Từ đó suy ra $\frac{a}{a + \sqrt{a+bc}} \leq \frac{a}{\sqrt{a}(\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c})} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}}$.</p> | 0,25 |
| | <p>Chứng minh tương tự ta có</p> <p>$\frac{b}{b + \sqrt{b+ca}} \leq \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}}; \frac{c}{c + \sqrt{c+ab}} \leq \frac{\sqrt{c}}{\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}}$</p> <p>Từ đó suy ra $A = \frac{a}{a + \sqrt{a+bc}} + \frac{b}{b + \sqrt{b+ca}} + \frac{c}{c + \sqrt{c+ab}} \leq 1$</p> <p>Dấu “=” xảy ra $a = b = c = \frac{1}{3}$.</p> <p>Kết luận:...</p> | 0,25 |

Chú ý : Nếu học sinh làm theo cách khác mà đúng và phù hợp với kiến thức của cấp học thì cho điểm tương đương.