

Bài I (2 điểm).

Cho hai biểu thức: $A = \frac{x + \sqrt{x+9}}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x+1}} + \frac{3}{1-\sqrt{x}} + \frac{6}{x-1}$ với $x > 0, x \neq 1$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 16$.

2) Chứng minh rằng: $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}}$.

3) Đặt $P = A \cdot B$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức P.

Bài II (2,5 điểm).

1) Giải bài toán sau bằng cách lập hệ phương trình.

Bác Hà mua một cái quạt điện và một máy sấy tóc với tổng số tiền theo giá niêm yết là 880 nghìn đồng. Do đang trong thời gian khuyến mại nên quạt điện được giảm 10%, máy sấy tóc được giảm 20% so với giá niêm yết. Tính giá tiền niêm yết của quạt điện và máy sấy tóc, biết bác Hà phải trả tổng cộng 764 nghìn đồng.

2) Tại một thời điểm trong ngày, tia nắng mặt trời tạo với phương thẳng đứng một góc 48° . Tính chiều cao của cây biết khi đó bóng của cây trên mặt đất dài 4,2 m. (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

Bài III (2 điểm).

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \frac{3}{\sqrt{x+1}} - 2\sqrt{y-2} = 4 \\ \frac{1}{\sqrt{x+1}} + \sqrt{y-2} = 3 \end{cases}$

2) Cho parabol (P): $y = mx^2$ ($m \neq 0$) và đường thẳng (d): $y = x + 2$.

a) Tìm tọa độ giao điểm A, B của parabol (P) và đường thẳng (d) biết parabol (P) đi qua điểm $(2; 4)$.

b) Tính diện tích của ΔAOB với A, B là giao điểm ở câu a.

Bài IV (3 điểm).

Từ điểm S nằm ngoài đường tròn (O) kẻ hai tiếp tuyến SA, SB tới đường tròn (A, B là tiếp điểm).

Kẻ đường kính AM. Đoạn thẳng SO cắt AB tại H, đoạn thẳng SM cắt AB và đường tròn (O) lần lượt tại I, D.

a) Chứng minh: Bốn điểm S, A, O, B cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh: $SB^2 = SD \cdot SM$ và $SO \parallel BM$.

c) Tia BD cắt SO tại K, N là giao điểm của KI và AM.

Chứng minh: $KH^2 = KB \cdot KD$ và ba điểm S, B, N thẳng hàng.

Bài V (0,5 điểm).

Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $abc = a + b + c + 2$.

Chứng minh: $\frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2}} + \frac{1}{\sqrt{b^2 + c^2}} + \frac{1}{\sqrt{c^2 + a^2}} \leq \frac{3\sqrt{2}}{4}$