TRƯỜNG ĐẠI HỌC VINH
TRƯỜNG THPT CHUYÊN

(Đề thi gồm 06 trang)

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2024 – LẦN II
Bài thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ và tên thí sinh: …………………………………...
Số báo danh: …………………………………………

Mã đề thi 132

Câu 1: Cho khối trụ có diện tích đáy bằng 1, đường cao bằng 5. Thể tích khối trụ đã cho bằng

A. 5. **B.** $\dfrac{5\pi}{4}$. **C.** 5π. **D.** $\dfrac{5}{4}$.

Câu 2: Một nhóm học sinh gồm 5 nam và 6 nữ. Số cách chọn ra một cặp nam – nữ từ nhóm học sinh đó là

A. 11. **B.** 25. **C.** 30. **D.** 15.

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $3f(x)+1=0$ là

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=\left(2x^2-1\right)\left(x^2-2\right), \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 5: Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 6. Thể tích khối chóp $A.B'C'D'$ bằng

A. $\dfrac{3}{2}$. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm M thoả mãn $\overrightarrow{MO}=(1;-2;3)$. Toạ độ của M là

A. $(-1;-2;-3)$. **B.** $(1;-2;3)$.

C. $(1;2;3)$ **D.** $(-1;2;-3)$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha): x+2y+3z-6=0$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. 2. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 8: Giả sử $F(x)$ và $G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ sao cho $F(1)-G(1)=2$. Giá trị của $G(5)-F(5)$ bằng

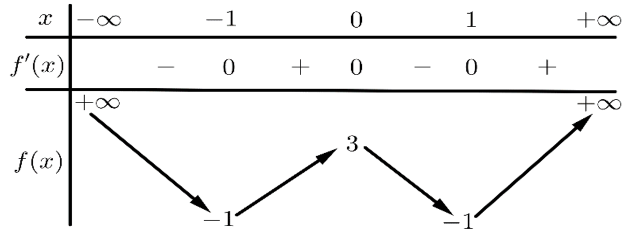
A. -2. **B.** 2. **C.** 4. **D.** -4.

Câu 9: Với a,b là các số thực dương tùy ý và α là số thực, mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $\dfrac{a^{2\alpha}}{a^{-\alpha}}=a^{3\alpha}$. **B.** $(ab)^{\alpha}=a^{\alpha}b^{\alpha}$.

C. $(a+b)^{\alpha}=a^{\alpha}+b^{\alpha}$. **D.** $\dfrac{a^{2\alpha}}{a^{\alpha}}=a^{\alpha}$.

Câu 10: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?



A. $(-\infty;-2)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(-1;3)$.

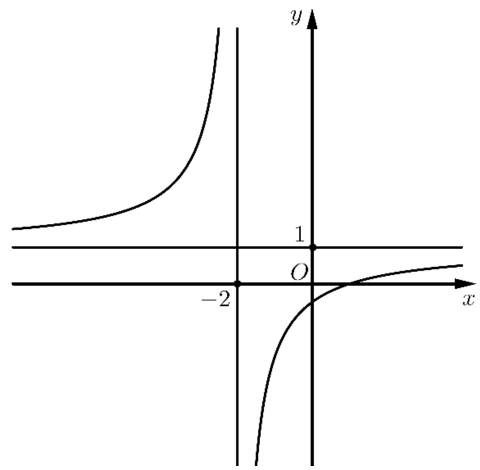
Câu 11: Cho khối nón có chu vi đáy bằng 10π, đường cao bằng 12. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. 40π. **B.** 300π. **C.** 100π. **D.** 120π.

Câu 12: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2}<16$ chứa bao nhiêu số nguyên?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 5.

Câu 13: Đồ thị trong hình bên là của một trong 4 hàm số sau. Đó là hàm số nào?



A. $y=\dfrac{x-2}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x-1}{x+2}$.

C. $y=\dfrac{x+1}{x+2}$. **D.** $y=\dfrac{x+2}{x-1}$.

Câu 14: Tập xác định của hàm số $y=\log_2(x+1)+\log_2(3-x)$ là

A. $D=(3;+\infty)$. **B.** $D=(0;3)$.

C. $D=(-\infty;-1)$. **D.** $D=(-1;3)$.

Câu 15: Mô đun của số phức $z=i(2-3i)$ bằng

A. $\sqrt{13}$. **B.** 13. **C.** 5. **D.** $\sqrt{5}$.

Câu 16: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_2=3, u_6=5$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. $-\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $-\dfrac{2}{3}$. **D.** $\dfrac{2}{3}$.

Câu 17: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		0		1		3		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực đại?

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 18: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ là

A. $y=2$. **B.** $y=1$. **C.** $y=-1$. **D.** $y=-2$.

Câu 19: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) + 1$ trên $[-1;\,3]$ bằng

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

A. -1. **B.** -3. **C.** -2. **D.** 1.

Câu 20: Với a, b là các số thực dương khác 1 thỏa mãn $a^3 = b^2$. Giá trị của biểu thức $\log_a b^4$ bằng

A. $\dfrac{8}{3}$. **B.** 3. **C.** $\dfrac{4}{3}$. **D.** 6.

Câu 21: Cho hai số phức $z_1 = 3 - 2i$ và $z_2 = 1 - 3i$. Phần ảo của số phức $z = z_1 + 2z_2$ bằng

A. -5. **B.** -8. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 22: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $\sqrt{3}a$, $SA = a$ và SA vuông góc với $(ABCD)$. Góc giữa (SCD) và $(ABCD)$ bằng

A. 60^0. **B.** 30^0. **C.** 45^0. **D.** 90^0.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;-2;0)$, $B(2;-1;3)$, $C(0;-1;1)$. Đường trung tuyến AM của tam giác ABC có phương trình là

A. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 \\ z = 2t. \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 \\ z = 2t. \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 + t \\ z = 2t. \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = -1 \\ y = 2 + t \\ z = 2t. \end{cases}$

Câu 24: Biết $\int_{-1}^{2} f(x)dx = 7$ và $\int_{-1}^{0} f(x)dx = 2$, giá trị của $\int_{0}^{2} \left(f(x) + 2\right)dx$ bằng

A. 5. **B.** -5. **C.** -1. **D.** 9.

Câu 25: Cho số phức $z = 3 - 4i$. Trong mặt phẳng Oxy, gọi M, N, P lần lượt là điểm biểu diễn của số phức z, $-z$ và $\overline{z}$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. M và N đối xứng nhau qua Oy. **B.** M và P đối xứng nhau qua Ox.
C. M và N đối xứng nhau qua O. **D.** N và P đối xứng nhau qua Oy.

Câu 26: Có một dãy ghế gồm 6 chiếc xếp thành một hàng ngang kề nhau. Xếp ngẫu nhiên 6 người gồm 3 học sinh nam, 2 học sinh nữ và 1 giáo viên ngồi vào dãy ghế đó, mỗi người ngồi một chiếc. Xác suất để giáo viên ngồi kề và ở giữa 2 học sinh nữ bằng

A. $\dfrac{4}{15}$. **B.** $\dfrac{1}{15}$. **C.** $\dfrac{2}{15}$. **D.** $\dfrac{1}{30}$.

Câu 27: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x^3 - 1)(3x - 1), \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = 3f(x-4) + 5$ là

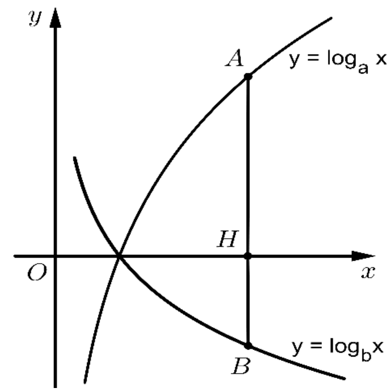
A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 28: Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x + \sin 2x$ là

A. $F(x) = \dfrac{2^x}{\ln 2} + \dfrac{1}{2}\cos 2x + C$. **B.** $F(x) = \dfrac{2^x}{\ln 2} - \dfrac{1}{2}\cos 2x + C$.

C. $F(x) = 2^x + \dfrac{1}{2}\cos 2x + C$. **D.** $F(x) = 2^x - \dfrac{1}{2}\cos 2x + C$.

Câu 29: Giả sử a, b là các số thực dương khác 1, đồ thị các hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ như hình bên. Đường thẳng $x = 3$ cắt trục hoành, đồ thị hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ lần lượt tại H, A và B. Biết $HA = 2HB$, mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a\sqrt{b} = 1$. **B.** $b\sqrt{a} = 1$. **C.** $a = \sqrt{b}$. **D.** $b = \sqrt{a}$.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta : \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y-3}{1} = \dfrac{z}{1}$ và hai điểm $A(1;\,5;\,2)$, $B(3;\,1;\,-2)$. Điểm M thuộc Δ sao cho tam giác MAB vuông tại M. Hoành độ của M bằng

A. ± 1. **B.** 1. **C.** 0. **D.** -1.

Câu 31: Biết rằng phương trình $z^2 + 4z + 7 = 0$ có hai nghiệm phức là z_1 và z_2. Trong mặt phẳng Oxy, cho $A(2;\,1)$ và M, N lần lượt là điểm biểu diễn của z_1 và z_2. Diện tích tam giác AMN bằng

A. $2\sqrt{3}$. **B.** $4\sqrt{3}$. **C.** 8. **D.** 4.

Câu 32: Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a, b, c, d \in \mathbb{R})$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Trong các hệ số a, b, c, d có bao nhiêu số dương, biết $f(-1) = 0$?

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 33: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a. Khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'C$ và BB' bằng

A. $\dfrac{a}{2}$. **B.** a. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}a}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}a}{2}$.

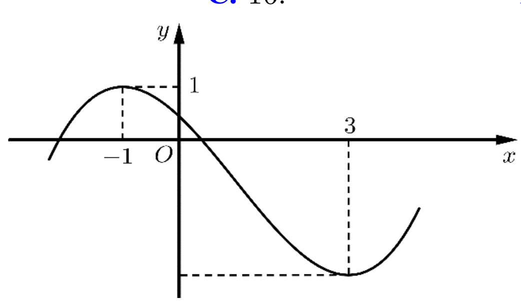
Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;\,1;\,1)$, $B(0;\,3;\,-1)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y + z - 4 = 0$. Gọi I là giao điểm của AB và (P). Tung độ của I bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 35: Cho khối cầu (S) đường kính AB có thể tích bằng 8. Khối cầu tâm A, bán kính AB có thể tích bằng

A. 64. **B.** 1. **C.** 16. **D.** 4.

Câu 36: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số $g(x) = f(1-2x)$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

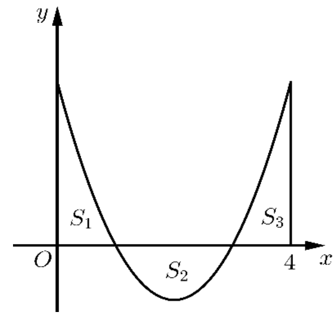


A. $(1;\,3)$. **B.** $(-1;\,1)$. **C.** $(3;\,+\infty)$. **D.** $(-\infty;\,-1)$.

Câu 37: Người ta sử dụng 6 miếng tôn hình vuông, mỗi miếng có diện tích $16\,\text{cm}^2$ để làm các mặt của một cái hộp hình lập phương. Thể tích của cái hộp được tạo thành bằng

A. $16\,\text{cm}^3$. **B.** $64\,\text{cm}^3$. **C.** $512\,\text{cm}^3$. **D.** $256\,\text{cm}^3$.

Câu 38: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ tạo với trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = 4$ ba hình phẳng có diện tích $S_1 = S_2 = S_3 = \dfrac{4}{3}$. Giá trị của tích phân $\int\limits_0^4 f(x)dx$ bằng



A. 4. **B.** $-\dfrac{4}{3}$. **C.** $\dfrac{4}{3}$. **D.** -4.

Câu 39: Trên tập số phức, xét phương trình $z^2 - 2mz + 7m - 6 = 0$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $\left|1 + z_1\right| = \left|1 + z_2\right|$?

A. 6. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 7.

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, $(AD\,/\,/BC)$, $AD = 2a$, $AB = BC = CD = a$, các cạnh bên bằng nhau, góc giữa SC và (SAD) bằng 30^0. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

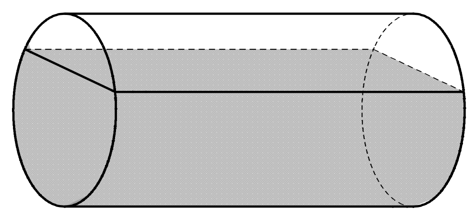
A. $\dfrac{3a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{9a^3}{4}$. **C.** $\dfrac{3\sqrt{6}a^3}{4}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{4}$.

Câu 41: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình sau có nghiệm, đồng thời với mỗi m, tập nghiệm của nó chứa không quá 24 số nguyên?

$$\log_2\left(2x^2 + m\right) \ge 2 + \log_2\left(x^2 - x + 1\right).$$

A. 289. **B.** 288. **C.** 242. **D.** 243.

Câu 42: Một chiếc bồn chứa xăng có dạng hình trụ dài $8,5\,\text{m}$ và đường kính đáy bằng $2,4\,\text{m}$. Người ta đo được khoảng cách từ mép trên của chiếc bồn đến mặt xăng nằm ngang là $0,6\text{ m}$. Tính thể tích xăng chứa trong chiếc bồn đó (bỏ qua độ dày thành bồn, kết quả làm tròn đến hàng phần nghìn).



A. $18,118\text{ m}^3$. **B.** $25,635\text{ m}^3$. **C.** $30,935\text{ m}^3$. **D.** $28,839\text{ m}^3$.

Câu 43: Xét các số phức z, w thỏa mãn $\left|z + i\right| = \left|z - 1 + 2i\right|$ và $\left|w\right| = 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \left|z - 5 + 3i\right| - \left|z - w\right|$ bằng

A. $\sqrt{10} + 1$. **B.** $\sqrt{34} - 1$. **C.** $\sqrt{34} + 1$. **D.** $\dfrac{3\sqrt{34}}{4}$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, có bao nhiêu mặt phẳng song song với cả hai đường thẳng $\Delta : \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-3}{3}$ và $\Delta' : \dfrac{x-3}{4} = \dfrac{y-3}{-5} = \dfrac{z+1}{-1}$, đồng thời tiếp xúc với mặt cầu $(S) : (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 12$?

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** Vô số.

Câu 45: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm thỏa mãn $f'(1-3x)=x^2+2x, \forall x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m hàm số $g(x)=f\left(2x-4\sqrt{2x+1}+m\right)$ có đúng 2 điểm cực trị thuộc khoảng $(0;\,24)$?

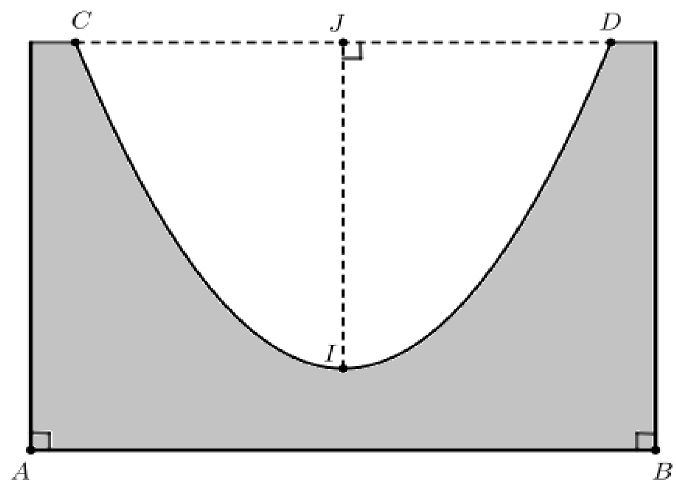
A. 12. **B.** 11. **C.** 23. **D.** 24.

Câu 46: Có bao nhiêu số nguyên a sao cho ứng với mỗi a, tồn tại đúng 1 số nguyên dương b thỏa mãn

$$\log_2\left(1+\frac{a}{8}+\frac{b}{4}\right)=\log_3\left(1+\frac{a}{4}+\frac{b}{2}\right)?$$

A. 9. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 8.

Câu 47: Một chiếc cối giã gạo bằng đá của đồng bào dân tộc ở tỉnh Hà Giang có dạng khối tròn xoay, phía bên ngoài là hình trụ, cao $50\,\text{cm}$. Mặt cắt của chiếc cối bởi mặt phẳng đi qua tâm của đáy và vuông góc với đáy như hình bên. Biết rằng đường cong bên trong mặt cắt là một đường parabol đỉnh tại I. Biết $AB=70\,\text{cm}$, $CD=60\,\text{cm}$ và $IJ=40\,\text{cm}$, thể tích phần đá của chiếc cối gần nhất với giá trị nào sau đây?



A. $84\,\text{dm}^3$. **B.** $43\,\text{dm}^3$. **C.** $167\,\text{dm}^3$. **D.** $136\,\text{dm}^3$.

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(5;\,1;\,10)$, $A(9;\,15;\,-6)$, $B(-3;\,9;\,6)$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x+y-2z+27=0$. Mặt cầu (S) đi qua A, B và tiếp xúc với (α) tại C. Đoạn thẳng MC có độ dài lớn nhất bằng

A. $6\sqrt{34}$. **B.** $6\sqrt{22}$. **C.** $6\sqrt{5}$. **D.** $6\sqrt{17}$.

Câu 49: Biết rằng $F(x)=\frac{1}{2}x^2$ là một nguyên hàm của mỗi hàm số $y=\dfrac{f(x)}{\sin x+2}$ và $y=\dfrac{g(x)}{\cos x+2}$ trên $\mathbb{R}$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, $y=g(x)$, $x=0$ và $x=\frac{\pi}{2}$ bằng

A. $\dfrac{\left(\sqrt{2}+1\right)\pi}{2}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}\pi-2}{2}$. **C.** $\dfrac{\left(\sqrt{2}-1\right)\pi}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}\pi+2}{2}$.

Câu 50: Cho hàm số $f(x)=2x^3-9x^2+mx$ với m là tham số. Có bao nhiêu số nguyên $m<2024$ để $\max\limits_{[0;\,3]}f(x)=f(3)$.

A. 2013. **B.** 2014. **C.** 2010. **D.** 2011.

----------- HẾT ----------

TRƯỜNG ĐẠI HỌC VINH
TRƯỜNG THPT CHUYÊN

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2024 – LẦN II
Bài thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Mã đề thi 132

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho khối trụ có diện tích đáy bằng 1, đường cao bằng 5. Thể tích khối trụ đã cho bằng

A. 5. **B.** $\frac{5\pi}{4}$. **C.** 5π. **D.** $\frac{5}{4}$.

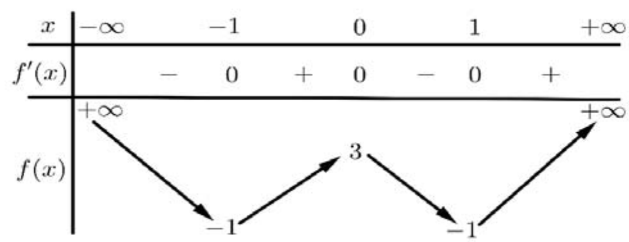
Đáp án: A.
Lời giải: Thể tích $V = Sh = 1.5 = 5$.

Câu 2: Một nhóm học sinh gồm 5 nam và 6 nữ. Số cách chọn ra một cặp nam – nữ từ nhóm học sinh đó là

A. 11. **B.** 25. **C.** 30. **D.** 15.

Đáp án: C.
Lời giải: Số cách chọn một cặp nam – nữ là $C_5^1.C_6^1 = 30$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $3f(x) + 1 = 0$ là



A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 4.

Đáp án: D.

Lời giải: Phương trình $3f(x) + 1 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\frac{1}{3}$. Dựa vào BBT, phương trình có 4 nghiệm thực phân biệt.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = \left(2x^2 - 1\right)\left(x^2 - 2\right), \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Đáp án: B.

Lời giải: Ta có $f'(x) = \left(2x^2 - 1\right)\left(x^2 - 2\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \pm\frac{1}{\sqrt{2}} \\ x = \pm\sqrt{2} \end{array}\right.$ và cả 4 nghiệm đều là nghiệm đơn nên hàm số có 4 điểm cực trị.

Câu 5: Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 6. Thể tích khối chóp $A.B'C'D'$ bằng

A. $\frac{3}{2}$. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Đáp án: D.

Lời giải: Ta có $V_{A.B'C'D'} = \frac{1}{6}.V_{ABCD.A'B'C'D'} = 1$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm M thoả mãn $\overrightarrow{MO} = (1;-2;3)$. Toạ độ của M là

A. $(-1;-2;-3)$. **B.** $(1;-2;3)$.

C. $(1;2;3)$ **D.** $(-1;2;-3)$.

Đáp án: D.

Lời giải: Ta có $\overrightarrow{MO} = (1;-2;3) \Rightarrow \overrightarrow{OM} = (-1;2;-3) \Rightarrow M(-1;2;-3)$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha): x + 2y + 3z - 6 = 0$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. 2. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 1.

Đáp án: C.

Lời giải: Ta có (α) cắt trục tung Oy tai điểm có $x = z = 0$ nên nên $y = 3$.

Câu 8: Giả sử $F(x)$ và $G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ sao cho $F(1) - G(1) = 2$. Giá trị của $G(5) - F(5)$ bằng

A. -2. **B.** 2. **C.** 4. **D.** -4.

Đáp án: A.

Lời giải: Ta có $F(1) - G(1) = 2$ nên $F(x) = G(x) + 2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Do đó $G(5) - F(5) = -2$.

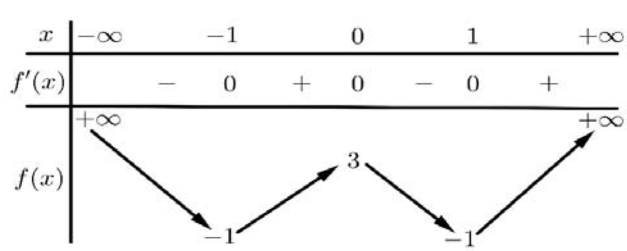
Câu 9: Với a, b là các số thực dương tùy ý và α là số thực, mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $\frac{a^{2\alpha}}{a^{-\alpha}} = a^{3\alpha}$. **B.** $(ab)^{\alpha} = a^{\alpha}b^{\alpha}$. **C.** $(a+b)^{\alpha} = a^{\alpha} + b^{\alpha}$. **D.** $\frac{a^{2\alpha}}{a^{\alpha}} = a^{\alpha}$.

Đáp án: C.

Lời giải: Ta có $(a+b)^{\alpha} = a^{\alpha} + b^{\alpha}$ không đúng với a, b là các số thực tùy ý.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?



A. $(-\infty;-2)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(-1;3)$.

Đáp án: A.

Lời giải: Dựa vào BBT ta thấy hàm số nghịch biến trên $(-\infty;-2)$.

Câu 11: Cho khối nón có chu vi đáy bằng 10π, đường cao bằng 12. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. 40π. **B.** 300π. **C.** 100π. **D.** 120π.

Đáp án: C.
Lời giải: Khối nón có chu vi đáy bằng 10π nên bán kính đáy bằng 5.

Thể tích khối nón $V=\frac{1}{3}h.S=\frac{1}{3}.12.\pi.5^2=100\pi$.

Câu 12: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2}<16$ chứa bao nhiêu số nguyên?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 5.

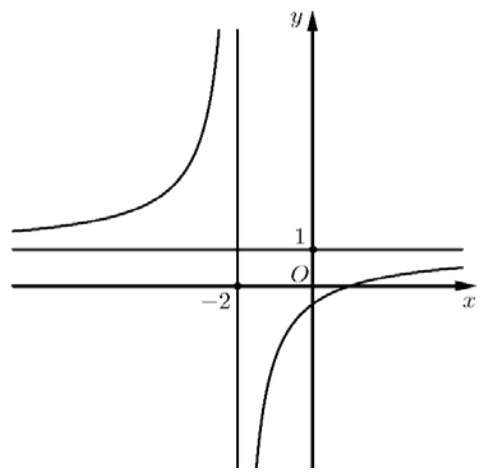
Đáp án: A.

Lời giải: Ta có $2^{x^2}<16\Leftrightarrow x^2<4\Leftrightarrow -2<x<2$. Tập nghiệm $(-2;\,2)$ chứa 3 số nguyên.

Câu 13: Đồ thị trong hình bên là của một trong 4 hàm số sau. Đó là hàm số nào?

A. $y=\frac{x-2}{x+1}$. **B.** $y=\frac{x-1}{x+2}$.

C. $y=\frac{x+1}{x+2}$. **D.** $y=\frac{x+2}{x-1}$.



Đáp án: B.
Lời giải: Nhìn vào đồ thị ta thấy tiệm cận đứng $x=-2$, tiệm cận ngang $y=1$ và đi qua qua $(1;\,0)$ nên chọn hàm số $y=\frac{x-1}{x+2}$.

Câu 14: Tập xác định của hàm số $y=\log_2(x+1)+\log_2(3-x)$ là

A. $D=(3;+\infty)$. **B.** $D=(0;\,3)$.

C. $D=(-\infty;-1)$. **D.** $D=(-1;\,3)$.

Đáp án: D.

Lời giải: Hàm số xác định $\Leftrightarrow\begin{cases}x+1>0\\3-x>0\end{cases}\Leftrightarrow -1<x<3$. Suy ra tập xác định là $D=(-1;\,3)$.

Câu 15: Mô đun của số phức $z=i(2-3i)$ bằng

A. $\sqrt{13}$. **B.** 13. **C.** 5. **D.** $\sqrt{5}$.

Đáp án: A.

Lời giải: Ta có $|z|=|i(2-3i)|=|i|.|2-3i|=1.\sqrt{13}=\sqrt{13}$.

Câu 16: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_2 = 3, u_6 = 5$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. $-\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $-\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Đáp án: B.

Lời giải: Ta có Ta có $u_6 - u_2 = 4d = 2 \Rightarrow d = \frac{1}{2}$.

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		0		1		3		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực đại?

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Đáp án: D.

Lời giải: Ta thấy $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi x đi qua các điểm $-3, 1, 5$ nên hàm số có 3 điểm cực đại.

Câu 18: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là

A. $y = 2$. **B.** $y = 1$. **C.** $y = -1$. **D.** $y = -2$.

Đáp án: A.

Lời giải: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ là đường thẳng $y = \frac{a}{c}$.

Câu 19: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) + 1$ trên $[-1;\ 3]$ bằng

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

A. -1. **B.** -3. **C.** -2. **D.** 1.

Đáp án: A.

Lời giải: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) + 1$ trên $[-1;\ 3]$ bằng $f(1) + 1 = -2 + 1 = -1$.

Câu 20: Với a, b là các số thực dương khác 1 thỏa mãn $a^3 = b^2$. Giá trị của biểu thức $\log_a b^4$ bằng

A. $\frac{8}{3}$. **B.** 3. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** 6.

Đáp án: D.

Lời giải: Ta có $a^3 = b^2 \Rightarrow b = a^{\frac{3}{2}}$.

Suy ra $\log_a b^4 = \log_a a^6 = 6$.

Câu 21: Cho hai số phức $z_1 = 3 - 2i$ và $z_2 = 1 - 3i$. Phần ảo của số phức $z = z_1 + 2z_2$ bằng

A. -5. **B.** -8. **C.** 5. **D.** 4.

Đáp án: B.

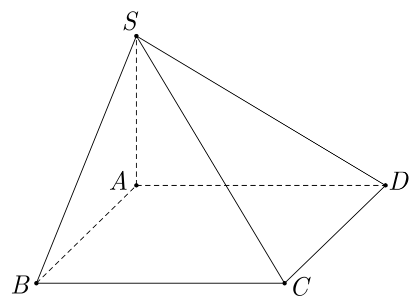
Lời giải: Ta có $z = z_1 + 2z_2 = 3 - 2i + 2(1 - 3i) = 5 - 8i$. Do đó phần ảo của z là -8.

Câu 22: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $\sqrt{3}a$, $SA = a$ và SA vuông góc với $(ABCD)$. Góc giữa (SCD) và $(ABCD)$ bằng

A. 60^0. **B.** 30^0. **C.** 45^0. **D.** 90^0.

Đáp án: B.

Lời giải:



Ta có, góc giữa (SCD) và $(ABCD)$ là $\widehat{SDA}$;

$\tan \widehat{SDA} = \dfrac{SA}{AD} = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{SDA} = 30^0$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;-2;0)$, $B(2;-1;3)$, $C(0;-1;1)$. Đường trung tuyến AM của tam giác ABC có phương trình là

A. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 \\ z = 2t. \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 \\ z = 2t. \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 + t \\ z = 2t. \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = -1 \\ y = 2 + t \\ z = 2t. \end{cases}$

Đáp án: C.

Lời giải: Tọa độ trung điểm M của BC là $M(1;-1;2)$. Suy ra $\overrightarrow{AM} = (0;1;2)$. Do đó phương trình đường trung tuyến AM đi qua $A(1;-2;0)$ có vecto chỉ phương $\overrightarrow{AM} = (0;1;2)$ là $\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 + t \\ z = 2t. \end{cases}$.

Câu 24: Biết $\int_{-1}^{2} f(x)dx = 7$ và $\int_{-1}^{0} f(x)dx = 2$, giá trị của $\int_{0}^{2} \left(f(x) + 2\right)dx$ bằng

A. 5. **B.** -5. **C.** -1. **D.** 9.

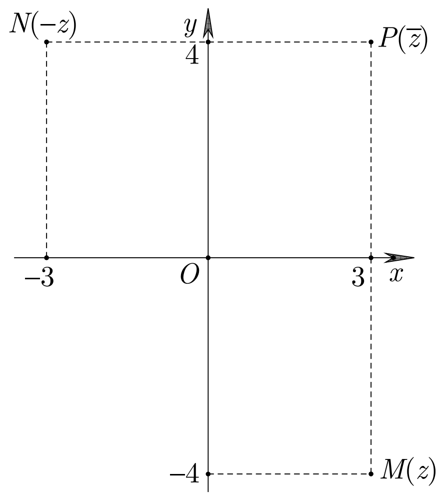
Đáp án: D.

Lời giải: Ta có $\int_{0}^{2} \left(f(x) + 2\right)dx = \int_{0}^{2} f(x)dx + \int_{0}^{2} 2dx = -2 + 7 + 2x\Big|_{0}^{2} = 9$.

Câu 25: Cho số phức $z = 3 - 4i$. Trong mặt phẳng Oxy, gọi M, N, P lần lượt là điểm biểu diễn của số phức z, $-z$ và $\overline{z}$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. M và N đối xứng nhau qua Oy.
B. M và P đối xứng nhau qua Ox.
C. M và N đối xứng nhau qua O.
D. N và P đối xứng nhau qua Oy.

Đáp án: A.
Lời giải:



Dựa vào biểu diễn trên mặt phẳng Oxy, ta có M và N đối xứng nhau qua Oy là mệnh đề sai.

Câu 26: Có một dãy ghế gồm 6 chiếc xếp thành một hàng ngang kề nhau. Xếp ngẫu nhiên 6 người gồm 3 học sinh nam, 2 học sinh nữ và 1 giáo viên ngồi vào dãy ghế đó, mỗi người ngồi một chiếc. Xác suất để giáo viên ngồi kề và ở giữa 2 học sinh nữ bằng

A. $\dfrac{4}{15}$.
B. $\dfrac{1}{15}$.
C. $\dfrac{2}{15}$.
D. $\dfrac{1}{30}$.

Đáp án: B.
Lời giải: Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 6!$.
Gọi A là biến cố "giáo viên ngồi kề và ở giữa 2 học sinh nữ".
Xếp giáo viên ngồi giữa hai học sinh nữ có $2!$ cách (hoán vị hai học sinh nữ).
Xem bộ ba người này là một người X.
Hoán vị 4 người gồm X và 3 học sinh nam, có $4!$ cách.
Theo quy tắc nhân, $n(A) = 2!.4!$.

Suy ra xác suất $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{2!.4!}{6!} = \dfrac{1}{15}$.

Câu 27: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x^3 - 1)(3x - 1), \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = 3f(x-4) + 5$ là

A. 4.
B. 3.
C. 1.
D. 2.

Đáp án: D.
Lời giải: Ta có $g'(x) = 3f'(x-4) = 3\left((x-4)^3 - 1\right)\left(3(x-4) - 1\right) = 3\left((x-4)^3 - 1\right)\left(3x - 13\right) = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}(x-4)^3 = 1 \\ x = \dfrac{13}{3}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = 5 \\ x = \dfrac{13}{3}\end{array}\right.$$

Suy ra hàm $g(x)$ có 2 điểm cực trị.

Câu 28: Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x + \sin 2x$ là

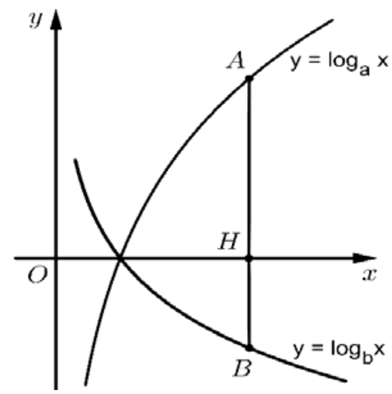
A. $F(x) = \dfrac{2^x}{\ln 2} + \dfrac{1}{2}\cos 2x + C.$ **B.** $F(x) = \dfrac{2^x}{\ln 2} - \dfrac{1}{2}\cos 2x + C.$

C. $F(x) = 2^x + \dfrac{1}{2}\cos 2x + C.$ **D.** $F(x) = 2^x - \dfrac{1}{2}\cos 2x + C.$

Đáp án: B.

Lời giải: Ta có $\int \left(2^x + \sin 2x\right)dx = \dfrac{2^x}{\ln 2} - \dfrac{1}{2}\cos 2x + C.$

Câu 29: Giả sử a, b là các số thực dương khác 1, đồ thị các hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ như hình bên. Đường thẳng $x = 3$ cắt trục hoành, đồ thị hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ lần lượt tại H, A và B. Biết $HA = 2HB$, mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a\sqrt{b} = 1.$ **B.** $b\sqrt{a} = 1.$ **C.** $a = \sqrt{b}.$ **D.** $b = \sqrt{a}.$

Đáp án: A.

Lời giải: Ta có $HA = 2HB \Leftrightarrow \log_a 3 = -2\log_b 3 \Leftrightarrow \log_a 3 = \log_{b^{-\frac{1}{2}}} 3$

$$\Leftrightarrow a = b^{-\frac{1}{2}} \Leftrightarrow a = \frac{1}{\sqrt{b}} \Leftrightarrow a\sqrt{b} = 1.$$

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y-3}{1} = \dfrac{z}{1}$ và hai điểm $A(1;\, 5;\, 2)$, $B(3;\, 1;\, -2)$. Điểm M thuộc Δ sao cho tam giác MAB vuông tại M. Hoành độ của M bằng

A. $\pm 1.$ **B.** $1.$ **C.** $0.$ **D.** $-1.$

Đáp án: D.

Lời giải: Gọi $M(-1+t;\, 3+t;\, t) \in \Delta$.

Khi đó $\overrightarrow{MA} = (2-t;\, 2-t;\, 2-t)$, $\overrightarrow{MB} = (4-t;\, -2-t;\, -2-t)$.

Tam giác MAB vuông tại M khi $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = 0$

$$\Leftrightarrow (2-t)(4-t) + (2-t)(-2-t) + (2-t)(-2-t) = 0$$

$$\Leftrightarrow (2-t)(-3t) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 2 \\ t = 0 \end{array}\right.$$

Với $t = 2$ thì $M(1;\, 5;\, 2) \equiv A$, không thỏa mãn.

Với $t = 0$ thì $M(-1;\, 3;\, 0)$. Suy ra hoành độ của M là -1.

Câu 31: Biết rằng phương trình $z^2+4z+7=0$ có hai nghiệm phức là z_1 và z_2. Trong mặt phẳng Oxy, cho $A(2;\,1)$ và M, N lần lượt là điểm biểu diễn của z_1 và z_2. Diện tích tam giác AMN bằng

A. $2\sqrt{3}$. **B.** $4\sqrt{3}$. **C.** 8. **D.** 4.

Đáp án: B.
Lời giải: Ta có $z^2+4z+7=0 \Leftrightarrow z=-2\pm\sqrt{3}i.$
Suy ra $M\left(-2;\,\sqrt{3}\right)$, $N\left(-2;\,-\sqrt{3}\right)$.

Diện tích tam giác AMN bằng $\dfrac{1}{2}d(A,\,MN).MN=\dfrac{1}{2}.4.2\sqrt{3}=4\sqrt{3}.$

Câu 32: Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d, (a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Trong các hệ số $a,\,b,\,c,\,d$ có bao nhiêu số dương, biết $f(-1)=0$?

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Đáp án: C.
Lời giải: Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ nên $a>0$.
$d=f(0)>f(-1)=0.$

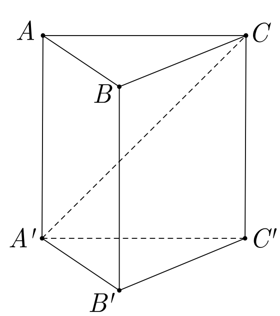
Hai điểm cực trị là $x_1=-3,\ x_2=-1$ nên $x_1+x_2=-\dfrac{2b}{3a}<0\Rightarrow b>0;$

$x_1x_2=\dfrac{c}{3a}>0\Rightarrow c>0.$

Câu 33: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a. Khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'C$ và BB' bằng

A. $\dfrac{a}{2}$. **B.** a. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}a}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}a}{2}$.

Đáp án: C.
Lời giải:



Ta có $d(A'C,\,BB')=d\left(B,(AA'CC')\right)=d(B,\,AC)=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}.$

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;1)$, $B(0;3;-1)$ và mặt phẳng $(P): 2x+y+z-4=0$. Gọi I là giao điểm của AB và (P). Tung độ của I bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Đáp án: A.

Lời giải: Ta có $AB = (-2;2;-2) = -2(1;-1;1)$.

Suy ra phương trình $AB: \begin{cases} x = 2+t \\ y = 1-t \\ z = 1+t \end{cases}$

Gọi $I(2+t;1-t;1+t) \in AB$.

Ta có $I \in (P) \Leftrightarrow 2(2+t)+1-t+1+t-4=0 \Leftrightarrow 2t+2=0 \Leftrightarrow t=-1$.

Suy ra $I(1;2;0)$.

Câu 35: Cho khối cầu (S) đường kính AB có thể tích bằng 8. Khối cầu tâm A, bán kính AB có thể tích bằng

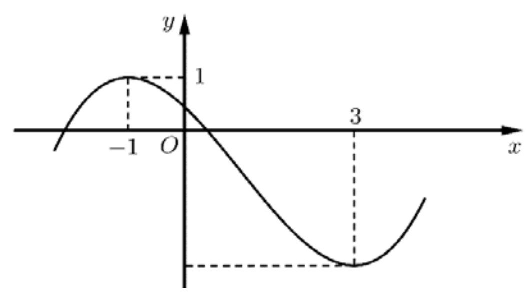
A. 64. **B.** 1. **C.** 16. **D.** 4.

Đáp án: A.

Lời giải: Khối cầu (S) đường kính AB có thể tích bằng 8 nên $\frac{4}{3}\pi\left(\frac{AB}{2}\right)^3 = 8 \Rightarrow \frac{4}{3}\pi AB^3 = 64$.

Khối cầu tâm A, bán kính AB có thể tích bằng $\frac{4}{3}\pi AB^3 = 64$.

Câu 36: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số $g(x)=f(1-2x)$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?



A. $(1;3)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Đáp án: B.

Lời giải: Ta có $g'(x) = -2f'(1-2x) > 0 \Leftrightarrow f'(1-2x) < 0 \Leftrightarrow -1 < 1-2x < 3 \Leftrightarrow -1 < x < 1$.

Suy ra hàm $g(x)$ nghịch biến trên $(-1;1)$.

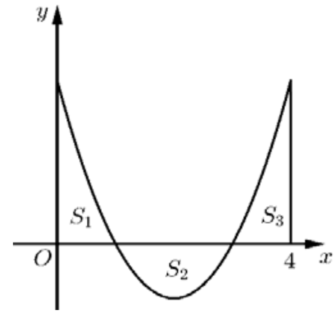
Câu 37: Người ta sử dụng 6 miếng tôn hình vuông, mỗi miếng có diện tích $16\,\text{cm}^2$ để làm các mặt của một cái hộp hình lập phương. Thể tích của cái hộp được tạo thành bằng

A. $16\,\text{cm}^3$. **B.** $64\,\text{cm}^3$. **C.** $512\,\text{cm}^3$. **D.** $256\,\text{cm}^3$.

Đáp án: B.

Lời giải: Cạnh của hộp hình lập phương chính là cạnh của miếng tôn hình vuông bằng $4\,cm$. Do đó thể tích cái hộp là $4^3 = 64\,cm^3$.

Câu 38: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ tạo với trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = 4$ ba hình phẳng có diện tích $S_1 = S_2 = S_3 = \frac{4}{3}$. Giá trị của tích phân $\int_0^4 f(x)dx$ bằng



A. 4. **B.** $-\frac{4}{3}$. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** -4.

Đáp án: C.

Lời giải: Tích phân $\int_0^4 f(x)dx = S_1 + (-S_2) + S_3 = \frac{4}{3}$.

Câu 39: Trên tập số phức, xét phương trình $z^2 - 2mz + 7m - 6 = 0$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|1 + z_1| = |1 + z_2|$?

A. 6. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 7.

Đáp án: B.

Lời giải: Ta có $\Delta' = m^2 - (7m - 6) = m^2 - 7m + 6$.

TH 1. $\Delta' > 0$. Khi đó z_1, z_2 là các số thực, nên

$$|1 + z_1| = |1 + z_2| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 1 + z_1 = 1 + z_2 \\ 1 + z_1 = -(1 + z_2) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1 = z_2 \text{ (ktm)} \\ z_1 + z_2 = -2 \end{array}\right.$$

Suy ra $2m = -2 \Leftrightarrow m = -1$, thỏa mãn $\Delta' > 0$.

TH 2. $\Delta' < 0 \Leftrightarrow m^2 - 7m + 6 < 0 \Leftrightarrow 1 < m < 6$. Khi đó z_1, z_2 là hai số phức liên hợp, do đó $|1 + z_1| = |1 + z_2|$ luôn đúng.

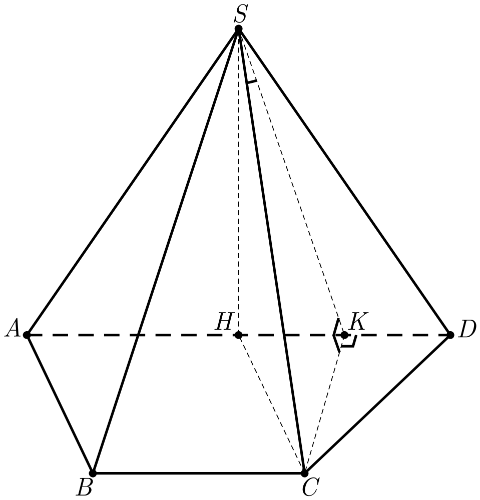
Vậy các giá trị nguyên của m là $-1, 2, 3, 4, 5,$ có 5 giá trị.

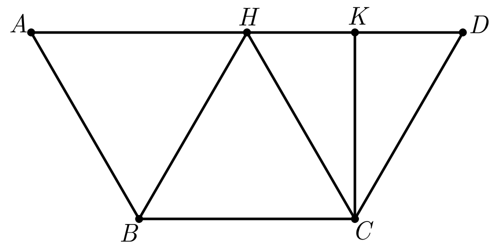
Câu 40: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, $(AD // BC)$, $AD = 2a$, $AB = BC = CD = a$, các cạnh bên bằng nhau, góc giữa SC và (SAD) bằng 30^0. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{3a^3}{4}$. **B.** $\frac{9a^3}{4}$. **C.** $\frac{3\sqrt{6}a^3}{4}$. **D.** $\frac{\sqrt{6}a^3}{4}$.

Đáp án: D.

Lời giải: Gọi H là trung điểm AD thì ABH, BCH, CDH là các tam giác đều cạnh a và H là tâm đường tròn ngoại tiếp hình thang $ABCD$. Vì $SA = SB = SC = SD$ nên $SH \perp (ABCD)$.





Kẻ $CK \perp AD$ (K là trung điểm HD). Khi đó $CK \perp (SAD)$.

Suy ra $30^0 = \widehat{(SC,(SAD))} = \widehat{CSK} \Rightarrow SC = \dfrac{CK}{\sin 30^0} = \dfrac{\frac{\sqrt{3}a}{2}}{\sin 30^0} = \sqrt{3}a.$

Do đó $SH = \sqrt{SC^2 - CH^2} = \sqrt{3a^2 - a^2} = \sqrt{2}a.$

Vậy $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{(2a+a).\frac{\sqrt{3}a}{2}}{2}.\sqrt{2}a = \dfrac{\sqrt{6}a^3}{4}.$

Câu 41: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình sau có nghiệm, đồng thời với mỗi m, tập nghiệm của nó chứa không quá 24 số nguyên?

$$\log_2\left(2x^2 + m\right) \geq 2 + \log_2\left(x^2 - x + 1\right).$$

A. $289.$ **B.** $288.$ **C.** $242.$ **D.** $243.$

Đáp án: B.

Lời giải: Ta có $\log_2\left(2x^2 + m\right) \geq 2 + \log_2\left(x^2 - x + 1\right)$

$\Leftrightarrow 2x^2 + m \geq 4(x^2 - x + 1)$

$\Leftrightarrow 2x^2 - 4x + 4 - m \leq 0.$

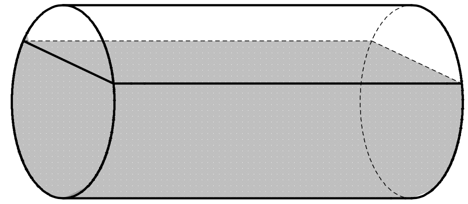
Bất phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' = 4 - 2(4-m) \geq 0 \Leftrightarrow 2m - 4 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq 2.$

Khi đó bất phương trình có tập nghiệm là $\left[\dfrac{2-\sqrt{2m-2}}{2}; \dfrac{2+\sqrt{2m-2}}{2}\right]$ và tập này đối xứng qua $1.$

Suy ra tập nghiệm này chứa không quá 24 số nguyên $\Leftrightarrow \dfrac{2+\sqrt{2m-4}}{2} < 13 \Leftrightarrow m < 290.$

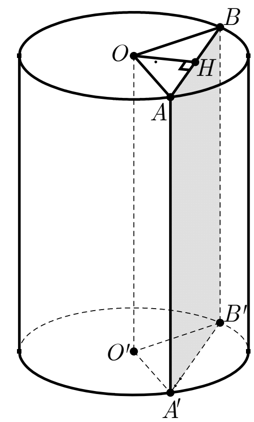
Do đó m nhận các giá trị nguyên từ 2 đến $289,$ có 288 số.

Câu 42: Một chiếc bồn chứa xăng có dạng hình trụ dài $8,5\,\mathrm{m}$ và đường kính đáy bằng $2,4\,\mathrm{m}.$ Người ta đo được khoảng cách từ mép trên của chiếc bồn đến mặt xăng nằm ngang là $0,6\,\mathrm{m}.$ Tính thể tích xăng chứa trong chiếc bồn đó (bỏ qua độ dày thành bồn, kết quả làm tròn đến hàng phần nghìn).



A. $18,118\ \mathrm{m}^3.$ **B.** $25,635\ \mathrm{m}^3.$ **C.** $30,935\ \mathrm{m}^3.$ **D.** $28,839\ \mathrm{m}^3.$

Đáp án: C.
Lời giải: Ký hiệu các điểm như hình vẽ.



Ta có $OO' = 8,5;\ OA = \dfrac{2,4}{2} = 1,2;\ OH = 1,2 - 0,6 = 0,6.$

Ta có $\cos\widehat{HOA} = \dfrac{OH}{OA} = \dfrac{0,6}{1,2} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \widehat{HOA} = 60^0 \Rightarrow \widehat{AOB} = 120^0.$

Vì $\widehat{AOB} = \dfrac{1}{3}.360^0$ nên thể tích phần khối trụ (phần nhỏ) bị giới hạn hai mặt phẳng $(OAA'O'), (OBB'O')$ bằng $\dfrac{1}{3}$ thể tích khối trụ.

Suy ra thể tích cần tính bằng

$$V = V_{tr} - \left(\frac{1}{3}V_{tr} - V_{OAB.O'A'B'}\right)$$
$$= \frac{2}{3}\pi.1,2^2.8,5 + \left(\frac{1}{2}.1,2.1,2.\sin 120^0\right).8,5 = 30,935\ (\mathrm{m}^3).$$

Câu 43: Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z+i| = |z-1+2i|$ và $|w| = 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z-5+3i| - |z-w|$ bằng

A. $\sqrt{10}+1.$ **B.** $\sqrt{34}-1.$ **C.** $\sqrt{34}+1.$ **D.** $\dfrac{3\sqrt{34}}{4}.$

Đáp án: A.
Lời giải: Gọi $M(z), N(w), A(5;-3)$. Ta có M thuộc đường thẳng $d: y = x-2,$ N thuộc đường tròn tâm O bán kính $r = 1$. Gọi A' là điểm đối xứng của A qua d. Suy ra $A'(-1;3)$.

Khi đó

$$P = MA - MN = MA' - MN \le A'N \le OA' + 1 = \sqrt{10} + 1.$$

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, có bao nhiêu mặt phẳng song song với cả hai đường thẳng $\Delta: \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-3}{3}$ và $\Delta': \dfrac{x-3}{4} = \dfrac{y-3}{-5} = \dfrac{z+1}{-1}$, đồng thời tiếp xúc với mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 12$?

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** Vô số.

Đáp án: C.
Lời giải: Ta có $\overrightarrow{n_\alpha} = \left[\overrightarrow{u_\Delta}, \overrightarrow{u_{\Delta'}}\right] = 14(1;\,1;\,-1) \Rightarrow (\alpha): x + y - z + D = 0.$

Vì (α) tiếp xúc với (S) nên

$$d(I,(\alpha)) = R \Leftrightarrow \frac{|1+1-1+D|}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} D = 5 \\ D = -7 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} (\alpha_1): x+y-z+5=0 \\ (\alpha_2): x+y-z-7=0. \end{array}\right.$$

Nhận thấy (α_1) chứa Δ nên loại. Nhận thấy (α_2) chứa Δ' nên loại.
Vậy không có mặt phẳng nào thoả mãn yêu cầu bài toán.

Câu 45: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm thỏa mãn $f'(1-3x)=x^2+2x, \forall x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m hàm số $g(x)=f\left(2x-4\sqrt{2x+1}+m\right)$ có đúng 2 điểm cực trị thuộc khoảng $(0;\,24)$?

A. 12. **B.** 11. **C.** 23. **D.** 24.

Đáp án: A.

Lời giải: Đặt $1-3x=t$, hay $x=\dfrac{1-t}{3}$. Khi đó $f'(t)=\dfrac{1-t}{3}\left(\dfrac{1-t}{2}+2\right)=\dfrac{1}{9}(t-1)(t-7)$.

Đặt $u(x)=2x-4\sqrt{2x+1},\ 0<x<24$.

Ta có $g'(x)=f'\big(u(x)+m\big).u'(x)$.

Suy ra $g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}u'(x)=0\\ f'\big(u(x)+m\big)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{3}{2}\\ u(x)+m=1\\ u(x)+m=7\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{3}{2}\\ u(x)=-m+1\ (1)\\ u(x)=-m+7\ (2)\end{array}\right.$

Hàm số $g(x)$ có đúng 2 điểm cực trị thuộc khoảng $(0;\,24)$ khi và chỉ khi hai phương trình (1) và (2) chỉ có 1 nghiệm thuộc khoảng $(0;\,24)$ để $f'\big(u(x)+m\big)$ đổi dấu. Lập BBT của $u(x)$ trên $(0;24)$ ta được

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}-m+7\ge -4\\ -m+1\le -5\end{cases}\\ \begin{cases}-m+7\ge 20\\ -m+1<20\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}6\le m\le 11\\ -19<m\le -13\end{array}\right..$$

Từ đó suy ra có 12 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 46: Có bao nhiêu số nguyên a sao cho ứng với mỗi a, tồn tại đúng 1 số nguyên dương b thỏa mãn

$$\log_2\left(1+\frac{a}{8}+\frac{b}{4}\right)=\log_3\left(1+\frac{a}{4}+\frac{b}{2}\right)?$$

A. 9. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 8.

Đáp án: C.

Lời giải: Đặt $\dfrac{a}{8}+\dfrac{b}{4}=t$ ta có $\log_2(1+t)=\log_3(1+2t)$.

Để giải phương trình $\log_2(1+t)=\log_3(1+2t)$ ta khảo sát hàm số

$$f(t)=\log_2(1+t)-\log_3(1+2t),\ \text{với } t>-\frac{1}{2}$$

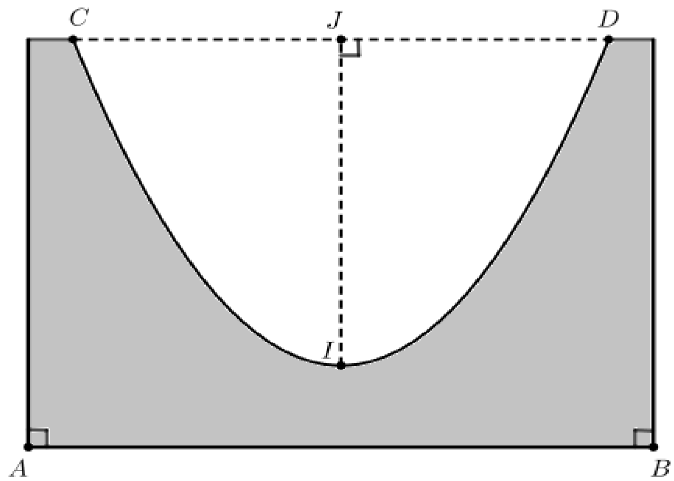
được nghiệm $t=0$ hoặc $t=1$.

Khi đó ta có

$$\left[\begin{array}{l}a+2b=0\\ a+2b=8\end{array}\right.$$

Để tồn tại b suy ra $a=2m$. Khi đó $\left[\begin{array}{l}b=-k\\ b=4-k\end{array}\right.$. Để có đúng 1 số nguyên dương b ta có $-k\le 0<4-k$, hay $0\le k<4$. Suy ra có 4 số nguyên a.

Câu 47: Một chiếc cối giã gạo bằng đá của đồng bào dân tộc ở tỉnh Hà Giang có dạng khối tròn xoay, phía bên ngoài là hình trụ, cao $50\,\text{cm}$. Mặt cắt của chiếc cối bởi mặt phẳng đi qua tâm của đáy và vuông góc với đáy như hình bên. Biết rằng đường cong bên trong mặt cắt là một đường parabol đỉnh tại I. Biết $AB = 70\,\text{cm}$, $CD = 60\,\text{cm}$ và $IJ = 40\,\text{cm}$, thể tích phần đá của chiếc cối gần nhất với giá trị nào sau đây?



A. $84\,\text{dm}^3$. **B.** $43\,\text{dm}^3$. **C.** $167\,\text{dm}^3$. **D.** $136\,\text{dm}^3$.

Đáp án: D.

Lời giải: Thể tích tổng thể chiếc cối (hình trụ) là

$$V_1 = \pi\left(\frac{7}{2}\right)^2 \times 5 = \frac{245}{4}\pi\,(\text{dm}^3).$$

Chọn hệ trục tọa độ gốc I, trục tung IJ ta được phương trình đường parabol bên trong chiếc cối là $y = \frac{4}{9}x^2$. Suy ra nửa parabol phía bên phải trục tung có phương trình là $x = \frac{3}{2}\sqrt{y}$.

Do đó thể tích của phần lõm bên trong cối là

$$V_2 = \pi\int_0^4 \left(\frac{3}{2}\sqrt{y}\right)^2 dy = 18\pi\,(\text{dm}^3).$$

Vậy, thể tích phần đá của chiếc cối là

$$V = V_1 - V_2 = \frac{245}{4}\pi - 18\pi = \frac{173}{4}\pi \approx 136\,(\text{dm}^3).$$

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(5;1;10)$, $A(9;15;-6)$, $B(-3;9;6)$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x + y - 2z + 27 = 0$. Mặt cầu (S) đi qua A, B và tiếp xúc với (α) tại C. Đoạn thẳng MC có độ dài lớn nhất bằng

A. $6\sqrt{34}$. **B.** $6\sqrt{22}$. **C.** $6\sqrt{5}$. **D.** $6\sqrt{17}$.

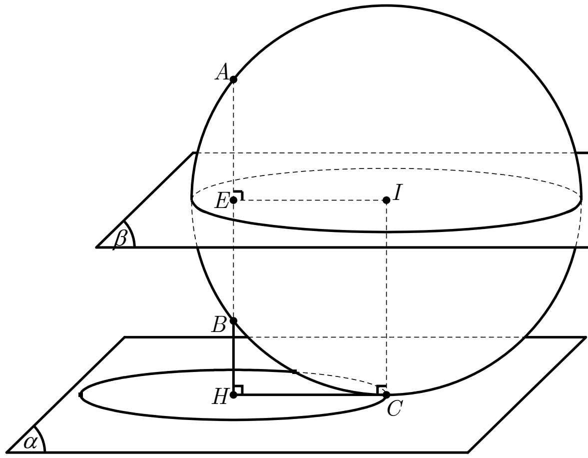
Đáp án: D.

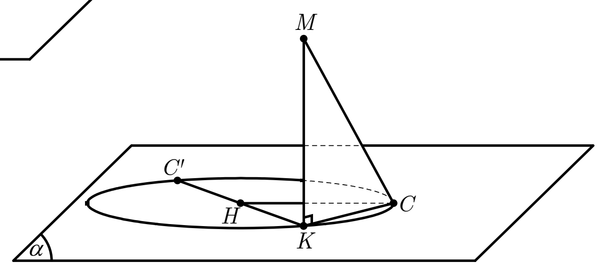
Lời giải: Ta có $\overrightarrow{AB}(-12;-6;12)\,//\,\overrightarrow{n_\alpha}(2\ 1;-2)$ nên $AB \perp (\alpha)$. Trung điểm của AB là $E(3;12;0)$.

Gọi (β) là mặt phẳng trung trực của AB.

Vì (S) đi qua A, B nên tâm I của (S) thuộc (β), $(\beta)\,//\,(\alpha)$.

Suy ra bán kính của (S) bằng $R_{(S)} = IC = d(E,(\alpha)) = 15$.





Gọi $H = AB \cap (\alpha)$. Ta có $HC = EI = \sqrt{R_{(S)}^2 - \left(\dfrac{AB}{2}\right)^2} = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12.$

Suy ra C thuộc đường tròn (ω) có tâm H, bán kính $r = 12$ nằm trong (P).

Vì H là giao điểm của $AB : \dfrac{x-9}{2} = \dfrac{y-15}{1} = \dfrac{z+6}{-2}$ và (P) nên $H(-7;\, 7;\, 10)$.

Gọi K là hình chiếu của M lên (α). Ta có $MK : \dfrac{x-5}{2} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-10}{-2} \Rightarrow K(1;\, -1;\, 14)$.

Ta có $HK = 12 = r$ nên $K \in (\omega)$.

Ta có $MC = \sqrt{MK^2 + KC^2} = \sqrt{6^2 + KC^2} \le \sqrt{6^2 + (2r)^2} = \sqrt{6 + (2.12)^2} = 6\sqrt{17}$.

Giá trị lớn nhất của MC bằng $6\sqrt{17}$ khi C trùng C' (là điểm đối xứng của K qua H).

Câu 49: Biết rằng $F(x) = \dfrac{1}{2}x^2$ là một nguyên hàm của mỗi hàm số $y = \dfrac{f(x)}{\sin x + 2}$ và $y = \dfrac{g(x)}{\cos x + 2}$ trên $\mathbb{R}$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = g(x)$, $x = 0$ và $x = \dfrac{\pi}{2}$ bằng

A. $\dfrac{\left(\sqrt{2}+1\right)\pi}{2}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}\pi - 2}{2}$. **C.** $\dfrac{\left(\sqrt{2}-1\right)\pi}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}\pi + 2}{2}$.

Đáp án: C.

Lời giải: Ta có $F'(x) = x = \dfrac{f(x)}{\sin x + 2} \Rightarrow f(x) = x\sin x + 2x$ và

$$F'(x) = x = \frac{g(x)}{\cos x + 2} \Rightarrow g(x) = x\cos x + 2x.$$

Suy ra diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = g(x)$, $x = 0$ và $x = \dfrac{\pi}{2}$ là

$$S = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left|f(x) - g(x)\right| dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left|x(\sin x - \cos x)\right| dx$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{4}} x(\cos x - \sin x)dx + \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} x(\sin x - \cos x)dx$$

$$= x(\sin x + \cos x)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}} - \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\sin x + \cos x)dx + x(-\cos x - \sin x)\Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} - \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (-\cos x - \sin x)dx$$

$$= \frac{\pi}{4}\sqrt{2} - 1 - \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}\sqrt{2} + 1 = \frac{\pi\left(\sqrt{2}-1\right)}{2}.$$

Câu 50: Cho hàm số $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + mx$ với m là tham số. Có bao nhiêu số nguyên $m < 2024$ để $\max\limits_{[0;\,3]} f(x) = f(3)$.

A. 2013. **B.** 2014. **C.** 2010. **D.** 2011.

Đáp án: A.

Lời giải: Ta có $\max\limits_{[0;\,3]} f(x) = f(3) \Leftrightarrow f(x) \le f(3)$ với mọi $x \in [0;\,3]$

$\Leftrightarrow 2x^3 - 9x^2 + mx \le 54 - 9.9 + 3m$ với mọi $x \in [0;\,3]$

$\Leftrightarrow 2x^3 - 9x^2 + 27 \le m(3 - x)$ với mọi $x \in [0;\,3]$

$\Leftrightarrow \dfrac{2x^3 - 9x^2 + 27}{3 - x} \le m$ với mọi $x \in [0;\,3)$

$\Leftrightarrow -2x^2 + 3x + 9 \le m$ với mọi $x \in [0;\,3)$

Lập BBT của hàm số $g(x) = -2x^2 + 3x + 9$ trên $[0;\,3)$ ta suy ra $m \ge g\left(\dfrac{3}{4}\right) = \dfrac{81}{8}$.

Suy ra các giá trị nguyên $m < 2024$ là 11, 12, ..., 2023, có 2013 số.

----------- HẾT ----------