SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH THÁI NGUYÊN

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

(Đề thi có 06 trang)

THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2024 (Đợt 2)
Bài thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ và tên thí sinh: ....
Số báo danh: ....

Mã đề thi 101

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 1. **B.** -2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 2. Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{a^5} b$ bằng

A. $5\log_a b$. **B.** $\dfrac{1}{5} + \log_a b$. **C.** $5 + \log_a b$. **D.** $\dfrac{1}{5}\log_a b$.

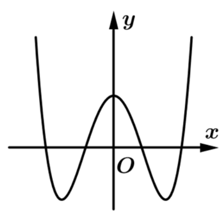
Câu 3. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = -x^4 + 12x^2 + 1$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng

A. 12. **B.** 1. **C.** 33. **D.** 37.

Câu 4. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 1$ là

A. $2x + C$. **B.** $x^2 + x + C$. **C.** $x + C$. **D.** $2x^2 + x + C$.

Câu 5. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



A. $y = -x^3 + 3x + 1$. **B.** $y = x^3 - 3x + 1$. **C.** $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$. **D.** $y = -2x^4 + 4x^2 + 1$.

Câu 6. Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{5}}$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $[1;+\infty)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 7. Phần thực của số phức $z = 4 - 3i$ bằng

A. 3. **B.** -2. **C.** -3. **D.** 4.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x - 3y + 4z - 1 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\overrightarrow{n_2} = (2;-3;4)$. **B.** $\overrightarrow{n_3} = (-3;4;-1)$. **C.** $\overrightarrow{n_1} = (2;3;4)$. **D.** $\overrightarrow{n_4} = (-1;2;-3)$.

Câu 9. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có tập xác định là $\mathbb{R}\backslash\left\{-1\right\}$ và bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(1;+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;-1\right)$. **C.** $\left(-1;+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;1\right)$.

Câu 10. Thể tích của khối cầu có bán kính $r=4$ bằng

A. 256π. **B.** $\dfrac{256\pi}{3}$. **C.** $\dfrac{64\pi}{3}$. **D.** 64π.

Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$\Vert$	$-$	
$f(x)$	4	$\searrow$	$-\infty \ \Vert \ +\infty$	$\searrow$	4

Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. $y=-2$. **B.** $y=4$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=4$.

Câu 12. Diện tích xung quanh của hình nón có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r bằng

A. $2\pi rl$. **B.** $\dfrac{1}{3}\pi rl$. **C.** πrl. **D.** $4\pi rl$.

Câu 13. Nghiệm của phương trình $5^{2x-4}=25$ là

A. $x=3$. **B.** $x=1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=-1$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\ y=2-2t\\ z=-3-3t\end{cases}\left(t\in\mathbb{R}\right)$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $P\left(1;2;3\right)$. **B.** $Q\left(2;2;3\right)$. **C.** $M\left(1;2;-3\right)$. **D.** $N\left(2;-2;-3\right)$.

Câu 15. Đạo hàm của hàm số $y=\log_5 x$ tại $x=3$ bằng

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{\ln 5}{3}$. **C.** $\dfrac{1}{15}$. **D.** $\dfrac{1}{3\ln 5}$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt cầu $\left(S\right)$ có tâm $I\left(2;-1;2\right)$ và bán kính $R=3$ là

A. $\left(x+2\right)^2+\left(y-1\right)^2+\left(z+2\right)^2=9$.

B. $\left(x+2\right)^2+\left(y-1\right)^2+\left(z-2\right)^2=9$.

C. $\left(x-2\right)^2+\left(y+1\right)^2+\left(z-2\right)^2=3$.

D. $\left(x-2\right)^2+\left(y+1\right)^2+\left(z-2\right)^2=9$.

Câu 17. Nếu $\int\limits_1^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x=1$ và $\int\limits_1^2 g\left(x\right)\mathrm{d}x=-2$ thì $\int\limits_1^2\left[f\left(x\right)-g\left(x\right)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. -1. **B.** -3. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 18. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2\left(3x-1\right)<1$ là

A. $\left(-\infty;1\right)$. **B.** $\left(\dfrac{1}{3};+\infty\right)$. **C.** $\left(0;2\right)$. **D.** $\left(\dfrac{1}{3};1\right)$.

Câu 19. Khối chóp có diện tích đáy bằng 6 và chiều cao bằng 4 có thể tích bằng

A. 24. **B.** 12. **C.** 4. **D.** 8.

Câu 20. Có bao nhiêu cách xếp 6 học sinh thành một hàng dọc?

A. 6. **B.** $6!$. **C.** 30. **D.** 36.

Câu 21. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy, góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng 45°. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **B.** $\frac{2a^3}{3}$. **C.** $\frac{a^3}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

Câu 22. Cắt hình trụ (T) bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông cạnh bằng 5. Diện tích xung quanh của hình trụ (T) bằng

A. 25π. **B.** 50π. **C.** $\frac{25\pi}{4}$. **D.** $\frac{25\pi}{2}$.

Câu 23. Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a. Độ dài đường sinh l của hình nón đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{5}a}{2}$. **B.** $2\sqrt{2}a$. **C.** $\frac{3a}{2}$. **D.** $3a$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2;-2;3)$, $B(1;3;4)$ và $C(3;-1;5)$. Đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng BC có phương trình là

A. $\frac{x-2}{2}=\frac{y+2}{-2}=\frac{z-3}{3}$. **B.** $\frac{x+2}{2}=\frac{y-2}{-4}=\frac{z+3}{1}$.

C. $\frac{x-2}{4}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-3}{9}$. **D.** $\frac{x-2}{2}=\frac{y+2}{-4}=\frac{z-3}{1}$.

Câu 25. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=3x^2+1$, trục hoành và hai đường thẳng $x=0,\ x=3$ bằng

A. 32. **B.** 31. **C.** 29. **D.** 30.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho $M(1;-2;2)$ và $N(1;0;4)$. Toạ độ trung điểm của đoạn thẳng MN là

A. $(1;-1;3)$. **B.** $(0;2;2)$. **C.** $(1;0;3)$. **D.** $(2;-2;6)$.

Câu 27. Cho hai số phức $z_1=1-2i$ và $z_2=3+i$. Số phức z_1-z_2 bằng

A. $4-2i$. **B.** $2+3i$. **C.** $4-i$. **D.** $-2-3i$.

Câu 28. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=2$ và $u_7=-10$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. -1. **B.** 3. **C.** -2. **D.** 2.

Câu 29. Cho số phức $z=4-3i$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức $\overline{z}$ là

A. $P(4;-3)$. **B.** $M(-3;4)$. **C.** $Q(-4;3)$. **D.** $N(4;3)$.

Câu 30. Số nghiệm thực của phương trình $\log_2(2x-1)^2=2\log_2(x-2)$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 31. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(1+i)\overline{z}-1-3i=0$. Phần ảo của số phức $w=1-iz+\overline{z}$ bằng

A. $-i$. **B.** $-2i$. **C.** 2. **D.** -1.

Câu 32. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{4-x^2}\geq 27$ là

A. $[1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1]$. **C.** $\left[-\sqrt{7};\sqrt{7}\right]$. **D.** $[-1;1]$.

Câu 33. Nếu $\int_0^1 f(x)dx=2$ thì $\int_0^1\left[1+f(x)\right]dx$ bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** -1.

Câu 34. Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $-x^3+3x^2=m+1$ có ba nghiệm thực phân biệt là

A. 4. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(1;2;-3)$ đồng thời vuông góc với đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-2}{3}$ có phương trình là

A. $x-2y-4=0$. **B.** $2x-y+3z-4=0$. **C.** $2x-y+3z+9=0$. **D.** $2x-y+3z+4=0$.

Câu 36. Đường thẳng $y=-2x+5$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-3}{2x+1}$ tại hai điểm A và B phân biệt. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB. Tung độ của điểm I thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(\dfrac{1}{2};1\right)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $\left(-\dfrac{5}{2};-1\right)$. **D.** $\left(3;\dfrac{7}{2}\right)$.

Câu 37. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=a$, $AA'=a\sqrt{2}$. Góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng

A. $60°$. **B.** $45°$. **C.** $90°$. **D.** $30°$.

Câu 38. Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+2$ và $g(x)=mx^2+nx$ có đồ thị cắt nhau tại các điểm có hoành độ là $-1;\ 1;\ 2$. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số đã cho bằng

A. $\dfrac{37}{12}$. **B.** $\dfrac{37}{14}$. **C.** $\dfrac{35}{12}$. **D.** $\dfrac{9}{4}$.

Câu 39. Gọi S là tập hợp các số thực m sao cho phương trình $z^2+2mz+m+1=0$ có hai nghiệm phức z_1, z_2 và các điểm biểu diễn của z_1, z_2 cùng với gốc tọa độ O tạo thành một tam giác vuông. Tổng tất cả các phần tử của S bằng

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $-\dfrac{1}{2}$. **C.** -2. **D.** 2.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho ba đường thẳng $d_1:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{-2}$, $d_2:\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z+4}{-1}$, $d_3:\dfrac{x+3}{4}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z}{6}$. Đường thẳng song song với d_3, cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\dfrac{x-3}{4}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{6}$. **B.** $\dfrac{x+1}{4}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-4}{6}$.

C. $\dfrac{x-3}{-4}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{-6}$. **D.** $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+4}{6}$.

Câu 41. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\dfrac{1}{3}(m^2-m)x^3+2mx^2+3x-2023$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a$, $BC = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Khoảng cách giữa đường thẳng BD và đường thẳng SC bằng

A. $\frac{4\sqrt{21}a}{21}$. **B.** $\frac{\sqrt{30}a}{6}$. **C.** $\frac{2\sqrt{21}a}{21}$. **D.** $\frac{\sqrt{30}a}{12}$.

Câu 43. Xét tất cả các số phức z thay đổi nhưng luôn thoả mãn $|z+4|+|z-4|=10$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|(1+i)z-4+4i|$ bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên khoảng $(0;+\infty)$ thỏa mãn $x^2f'(x)-xf(x)=2x^4-2$, với mọi $x\in(0;+\infty)$ và $f(1)=2$. Giá trị $f(2)$ bằng

A. $\frac{19}{2}$. **B.** $-\frac{19}{2}$. **C.** $\frac{17}{2}$. **D.** $-\frac{17}{2}$.

Câu 45. Một hộp chứa 3 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ và 6 viên bi vàng. Lấy ngẫu nhiên 6 viên bi từ hộp. Xác suất để 6 viên bi được lấy ra có đủ cả ba màu bằng

A. $\frac{810}{1001}$. **B.** $\frac{191}{1001}$. **C.** $\frac{4}{21}$. **D.** $\frac{17}{21}$.

Câu 46. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi x có không quá 255 số nguyên y thỏa mãn $\log_3(x^2+y)\ge\log_2(x+y)$?

A. 158. **B.** 80. **C.** 79. **D.** 157.

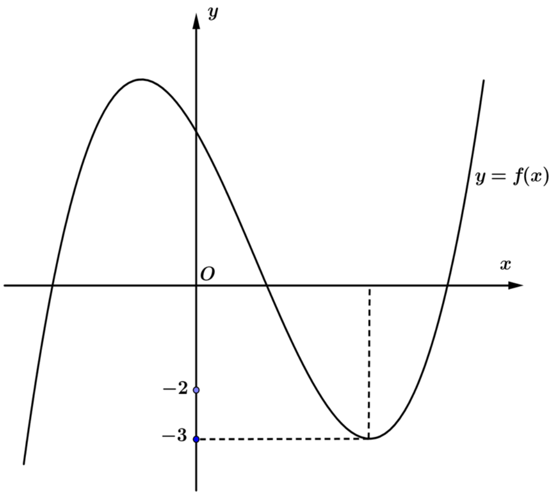
Câu 47. Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA=a, SB=2a, SC=3a$ và $\widehat{ASB}=60^0$, $\widehat{BSC}=90^0$, $\widehat{CSA}=120^0$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. **B.** $\sqrt{3}a^3$. **C.** $2\sqrt{3}a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{2}$.

Câu 48. Trong lễ bàn giao công trình của một công ty xây dựng cầu đường, công ty thiết kế một cổng chào bằng phao chứa không khí ở bên trong, có hình dạng giống như một nửa cái săm ô tô khi bơm căng. Cổng chào có chiều cao so với mặt đường là $8m$ (tham khảo hình vẽ), phần chân của cổng chào tiếp xúc với mặt đường theo một hình tròn có đường kính là $2m$. Nếu bỏ qua độ dày của lớp vỏ cổng chào, mặt đường coi là bằng phẳng thì thể tích không khí chứa bên trong cổng chào bằng

A. $8\pi^2(m^3)$. **B.** $7\pi^2(m^3)$. **C.** $9\pi^2(m^3)$. **D.** $10\pi^2(m^3)$.

Câu 49. Cho hàm số đa thức bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ.



Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số $m \in [-100;100]$ để hàm số $h(x) = \left|f^2(x) + 4f(x) + 3m\right|$ có đúng 5 điểm cực trị. Tổng tất cả các phần tử của S bằng

A. 5050. **B.** 5047. **C.** 5049. **D.** 5043.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 2x + y + z - 8 = 0$. Tam giác ABC có $A(-1;2;2)$, hai điểm B, C di động trên (P) và trọng tâm G nằm trên đường thẳng d. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AB. Khi khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng BC đạt giá trị lớn nhất thì đường thẳng BC có một vectơ chỉ phương là

A. $\overrightarrow{u_4} = (1;2;0)$. **B.** $\overrightarrow{u_3} = (1;-2;0)$. **C.** $\overrightarrow{u_1} = (2;1;1)$. **D.** $\overrightarrow{u_2} = (2;1;-1)$.

-------------- HẾT --------------

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH THÁI NGUYÊN

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

(Đề thi có 06 trang)

THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2024 (Đợt 2)
Bài thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ và tên thí sinh: ....
Số báo danh: ....

Mã đề thi 102

Câu 1. Nếu $\int_1^2 f(x)dx = 1$ và $\int_1^2 g(x)dx = -2$ thì $\int_1^2 [f(x)+g(x)]dx$ bằng

A. -3. **B.** -1. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 2. Có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh bất kì từ một nhóm gồm 5 học sinh?

A. $3!$. **B.** A_5^3. **C.** 15. **D.** C_5^3.

Câu 3. Diện tích của mặt cầu có bán kính $r=5$ bằng

A. 25π. **B.** $\frac{100\pi}{3}$. **C.** $\frac{500\pi}{3}$. **D.** 100π.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;1)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Câu 5. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x^2+1$ là

A. x^3+C. **B.** x^3+x+C. **C.** $3x^2+2x+C$. **D.** $6x+C$.

Câu 6. Đạo hàm của hàm số $y=3^x$ tại $x=2$ bằng

A. 6. **B.** $9\ln 3$. **C.** 9. **D.** $\frac{9}{\ln 3}$.

Câu 7. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=-x^4+12x^2+1$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng

A. 1. **B.** 37. **C.** 33. **D.** 12.

Câu 8. Tập xác định của hàm số $y=(x-1)^{-3}$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $[1;+\infty)$.

Câu 9. Khối lăng trụ có diện tích đáy bằng 6 và chiều cao bằng 4 có thể tích bằng

A. 8. **B.** 4. **C.** 24. **D.** 12.

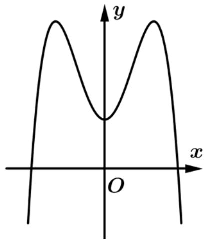
Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

A. $x=4$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=3$. **D.** $x=1$.

Câu 11. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



A. $y=-x^3+3x+1$. **B.** $y=x^3-3x+1$. **C.** $y=2x^4-4x^2+1$. **D.** $y=-2x^4+4x^2+1$.

Câu 12. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(2x-1)\le 2$ là

A. $\left(\frac{1}{2};5\right]$. **B.** $(-\infty;5]$. **C.** $\left(\frac{1}{2};5\right)$. **D.** $[5;+\infty)$.

Câu 13. Phần ảo của số phức $z=5-3i$ bằng

A. 2. **B.** $-3i$. **C.** -3. **D.** 3.

Câu 14. Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a\ne 1$, $\log_{a^2} b$ bằng

A. $2\log_a b$. **B.** $\frac{1}{2}+\log_a b$. **C.** $\frac{1}{2}\log_a b$. **D.** $2+\log_a b$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-3}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $Q(2;-1;2)$. **B.** $M(-1;-2;-3)$. **C.** $P(1;2;3)$. **D.** $N(-2;1;-2)$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha):3x+2y-4z+1=0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\overrightarrow{n_3}=(2;-4;1)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(3;2;4)$. **C.** $\overrightarrow{n_1}=(3;-4;1)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(3;2;-4)$.

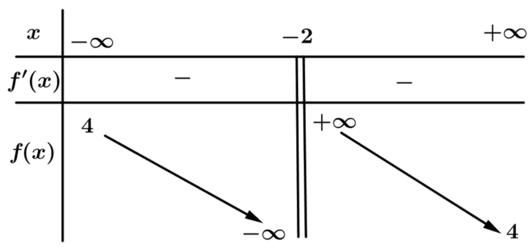
Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ tâm I của mặt cầu (S): $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=9$ là

A. $(-1;-2;3)$. **B.** $(1;2;-3)$. **C.** $(1;-2;3)$. **D.** $(1;-2;-3)$.

Câu 18. Nghiệm của phương trình $3^{2x-1}=27$ là

A. $x=3$. **B.** $x=4$. **C.** $x=1$. **D.** $x=2$.

Câu 19. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.



Phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. $y=-2$. **B.** $x=4$. **C.** $y=4$. **D.** $x=-2$.

Câu 20. Thể tích V của khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là

A. $V=\pi rh$. **B.** $V=\frac{1}{3}\pi rh$. **C.** $V=\frac{1}{3}\pi r^2h$. **D.** $V=\pi r^2h$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $A(5;-2;0)$, $B(-2;3;0)$, $C(0;2;3)$. Trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ là

A. $(1;1;-2)$. **B.** $(1;1;1)$. **C.** $(1;2;1)$. **D.** $(2;0;-1)$.

Câu 22. Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng $2a$ và bán kính đáy bằng a. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\frac{\pi a^3}{3}$. **B.** $\frac{2\pi a^3}{3}$. **C.** $\sqrt{3}\pi a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$.

Câu 23. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy, góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng 60°. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **B.** $\frac{a^3}{3}$. **C.** $\frac{2a^3}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

Câu 24. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_4 = 1$, công bội $q = 3$. Khi đó u_1 bằng

A. 27. **B.** $\frac{1}{27}$. **C.** 9. **D.** $\frac{1}{9}$.

Câu 25. Cho số phức $z = 2-3i$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức $\overline{z}$ là

A. $P(2;-3)$. **B.** $M(-3;2)$. **C.** $N(2;3)$. **D.** $Q(-2;3)$.

Câu 26. Nếu $\int_0^1 f(x)dx = 2$ thì $\int_0^1 [1-f(x)]dx$ bằng

A. -1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 27. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 2x+1$, trục hoành và hai đường thẳng $x=0$, $x=3$ bằng

A. 11. **B.** 9. **C.** 10. **D.** 12.

Câu 28. Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $x^4-4x^2 = m-1$ có bốn nghiệm thực phân biệt là

A. -5. **B.** -6. **C.** -3. **D.** 3.

Câu 29. Số nghiệm thực của phương trình $\log_3(3x-2)^2 = 2\log_3(x-2)$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 30. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(1+i)\overline{z}-1-3i = 0$. Phần thực của số phức $w = 1-iz+\overline{z}$ bằng

A. $-i$. **B.** -2. **C.** 2. **D.** -1.

Câu 31. Cho hai số phức $z_1 = 1-2i$ và $z_2 = -3+i$. Số phức $z_2 - z_1$ bằng

A. $2+i$. **B.** $-2-i$. **C.** $4-3i$. **D.** $-4+3i$.

Câu 32. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-13} < 27$ là

A. $(0;4)$. **B.** $(-\infty;4)$. **C.** $(-4;4)$. **D.** $(4;+\infty)$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(5;-4;2)$ và $B(1;2;4)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB có phương trình là

A. $2x-3y-z-20=0$. **B.** $3x-y+3z-25=0$.

C. $2x-3y-z+8=0$. **D.** $3x-y+3z-13=0$.

Câu 34. Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=1$ và $AD=2$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của AD và BC, quay hình chữ nhật $ABCD$ xung quanh trục MN ta được một hình trụ. Diện tích toàn phần của hình trụ tạo thành bằng

A. 10π. **B.** 2π. **C.** 4π. **D.** 6π.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;0;1)$, $B(1;1;0)$ và $C(3;4;-1)$. Đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng BC có phương trình là

A. $\frac{x-1}{4}=\frac{y}{5}=\frac{z-1}{-1}$. **B.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z-1}{-1}$. **C.** $\frac{x+1}{4}=\frac{y}{5}=\frac{z+1}{-1}$. **D.** $\frac{x+1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z+1}{-1}$.

Câu 36. Đường thẳng $y=-x+4$ cắt đồ thị hàm số $y=\frac{2x-3}{x+1}$ tại hai điểm A và B phân biệt. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB. Tung độ của điểm I thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$. **B.** $(3;4)$. **C.** $\left(4;\frac{9}{2}\right)$. **D.** $\left(-1;-\frac{1}{2}\right)$.

Câu 37. Trong một hộp có 50 viên bi được đánh số từ 1 đến 50. Chọn ngẫu nhiên 3 viên bi trong hộp. Xác suất để tổng ba số trên 3 viên bi được chọn là một số chia hết cho 3 bằng

A. $\frac{936}{1225}$. **B.** $\frac{409}{1225}$. **C.** $\frac{816}{1225}$. **D.** $\frac{289}{1225}$.

Câu 38. Gọi S là tập hợp các số thực m sao cho phương trình $z^2+2mz+m+1=0$ có hai nghiệm phức z_1, z_2 và các điểm biểu diễn của z_1, z_2 cùng với gốc tọa độ O tạo thành một tam giác vuông. Tích các phần tử của S bằng

A. $\frac{1}{2}$. **B.** -2. **C.** $-\frac{1}{2}$. **D.** 2.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-y+z-10=0$, điểm $A(1;3;2)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=-2+2t\\ y=1+t\\ z=1-t\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$. Phương trình đường thẳng Δ cắt (P) và d lần lượt tại hai điểm M và N sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng MN là

A. $\frac{x+6}{7}=\frac{y+1}{4}=\frac{z-1}{1}$. **B.** $\frac{x+6}{7}=\frac{y+1}{-4}=\frac{z-3}{-1}$.

C. $\frac{x-1}{-7}=\frac{y-3}{4}=\frac{z-2}{1}$. **D.** $\frac{x+6}{7}=\frac{y+1}{4}=\frac{z-3}{-1}$.

Câu 40. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a. Gọi M là trung điểm của SD. Tang của góc giữa đường thẳng BM và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 41. Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+8$ và $g(x)=mx^2+nx$ có đồ thị cắt nhau tại các điểm có hoành độ là $-1;\ 1;\ 2$. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số đã cho bằng

A. $\frac{37}{4}$. **B.** $\frac{37}{3}$. **C.** $\frac{19}{2}$. **D.** $\frac{9}{4}$.

Câu 42. Cho hàm số $f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên khoảng $(0;+\infty)$ thỏa mãn $x^2f'(x)-xf(x)=2x^4-2$, với mọi $x\in(0;+\infty)$ và $f(1)=2$. Giá trị $f(3)$ bằng

A. 27. **B.** $\frac{80}{3}$. **C.** $\frac{83}{3}$. **D.** $\frac{82}{3}$.

Câu 43. Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=(m-m^2)\frac{x^3}{3}-2mx^2-3x+2024$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$ bằng

A. -6. **B.** -5. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 44. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh bên bằng $2a$, đáy là tam giác ABC vuông cân tại C và $CA=a$. Gọi M là trung điểm của cạnh AA'. Khoảng cách giữa đường thẳng AB và đường thẳng MC' bằng

A. $\frac{2a}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a}{3}$. **D.** $\frac{a}{3}$.

Câu 45. Xét tất cả các số phức z thay đổi nhưng luôn thoả mãn $|z+4|+|z-4|=10$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|(1+i)z-7-7i|$ bằng

A. $2\sqrt{3}$. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;-1;2)$, $B(2;-1;1)$, $C(1;-1;2)$, $D(3;5;-6)$. Điểm $M(a;b;c)$ di động trên mặt phẳng (Oxy). Khi biểu thức $P=6MA^2+4MB^2-8MC^2+MD^2$ đạt giá trị nhỏ nhất thì tổng $a+b$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** -3. **D.** 4.

Câu 47. Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA=a$, $SB=2a$, $SC=\frac{3a}{2}$ và $\widehat{ASB}=60^0$, $\widehat{BSC}=90^0$, $\widehat{CSA}=120^0$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. **B.** $\sqrt{3}a^3$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$.

Câu 48. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi x có không quá 728 số nguyên y thỏa mãn $\log_4\left(x^2+y\right)\geq\log_3(x+y)$?

A. 116. **B.** 115. **C.** 59. **D.** 58.

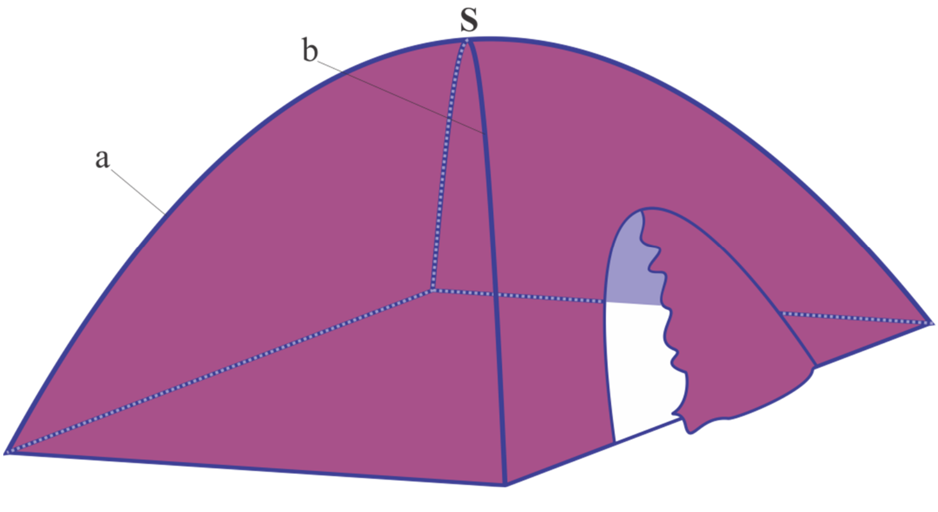
Câu 49. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	-1	↗	$+\infty$

Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $h\left(x\right)=\left|f^2\left(x\right)-6f\left(x\right)-m-\dfrac{1}{2}\right|$ có đúng 11 điểm cực trị?

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 50. Một chiếc lều vải du lịch có dạng như hình vẽ. Khung chính của lều bao gồm đáy là hình vuông cạnh $3m$ và hai xương dây a, b nằm trên các đường parabol đỉnh S. Biết chiều cao của lều là $SO=150\,cm$, O là tâm của đáy. Nếu coi như độ dày của vải phủ và khung chính không đáng kể thì thể tích phần không gian bên trong lều bằng



A. $8\left(m^3\right)$. **B.** $\dfrac{13}{2}\left(m^3\right)$. **C.** $7\left(m^3\right)$. **D.** $\dfrac{27}{4}\left(m^3\right)$.

------------- HẾT -------------

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH THÁI NGUYÊN

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

(Đề thi có 06 trang)

THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2024 (Đợt 2)
Bài thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ và tên thí sinh: ....
Số báo danh: ....

Mã đề thi 103

Câu 1. Khối chóp có diện tích đáy bằng 6 và chiều cao bằng 5 có thể tích bằng

A. 15. **B.** 30. **C.** 10. **D.** 5.

Câu 2. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có tập xác định là $\mathbb{R}\setminus\left\{1\right\}$ và bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	$\|\|$	$+$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(1;+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;-1\right)$. **C.** $\left(-\infty;1\right)$. **D.** $\left(-1;+\infty\right)$.

Câu 3. Tập xác định của hàm số $y=\left(x-2\right)^{\pi}$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\left\{2\right\}$. **B.** $\left[2;+\infty\right)$. **C.** $\left(2;+\infty\right)$. **D.** $\left(0;+\infty\right)$.

Câu 4. Thể tích của khối nón có chiều cao $h=3$ và bán kính đáy $r=4$ bằng

A. 48π. **B.** 4π. **C.** 16π. **D.** 36π.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $\left(\alpha\right):2x+4y-z+3=0$ có một véc tơ pháp tuyến là

A. $\overrightarrow{n_3}=\left(-2;4;1\right)$. **B.** $\overrightarrow{n_4}=\left(2;4;1\right)$. **C.** $\overrightarrow{n_1}=\left(2;4;-1\right)$. **D.** $\overrightarrow{n_2}=\left(2;-4;1\right)$.

Câu 6. Họ nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\cos x$ là

A. $2x+C$. **B.** $\cos x+C$. **C.** $2\sin x+C$. **D.** $\sin x+C$.

Câu 7. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f\left(x\right)=x^4-10x^2+2$ trên đoạn $\left[-1;2\right]$ bằng

A. 2. **B.** -7. **C.** -23. **D.** -22.

Câu 8. Có bao nhiêu cách xếp 4 người ngồi vào 6 chiếc ghế kê thành hàng ngang, sao cho mỗi ghế có đúng một người ngồi?

A. $4!$. **B.** A_6^4. **C.** $6!$. **D.** C_6^4.

Câu 9. Nếu $\int\limits_1^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x=5$ và $\int\limits_1^2 g\left(x\right)\mathrm{d}x=-3$ thì $\int\limits_1^2\left[f\left(x\right)+g\left(x\right)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. -2. **B.** 2. **C.** -3. **D.** 4.

Câu 10. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3\left(2x-1\right)<1$ là

A. $\left(0;3\right)$. **B.** $\left(-\infty;2\right)$. **C.** $\left(\dfrac{1}{2};2\right)$. **D.** $\left(2;+\infty\right)$.

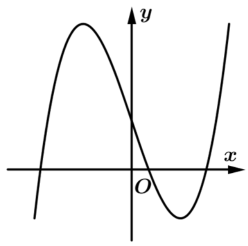
Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 4. **B.** 1. **C.** -2. **D.** 3.

Câu 12. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



A. $y = x^3 - 3x + 1$. **B.** $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$. **C.** $y = -x^3 + 3x + 1$. **D.** $y = -2x^4 + 4x^2 + 1$.

Câu 13. Nghiệm của phương trình $3^{3x-1} = 9$ là

A. $x = -2$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = -3$.

Câu 14. Diện tích mặt cầu bán kính R bằng

A. $2\pi R^2$. **B.** $\frac{4}{3}\pi R^2$. **C.** $4\pi R^2$. **D.** πR^2.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{-1}$. Điểm nào sau đây thuộc d?

A. $N(2;3;-1)$. **B.** $Q(-2;-3;1)$. **C.** $P(1;2;-1)$. **D.** $M(-1;-2;1)$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, bán kính của mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 2 = 0$ là

A. $R = 16$. **B.** $R = 9$. **C.** $R = 3$. **D.** $R = 4$.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$\Vert$	$+$	
$f(x)$	2	$\nearrow$	$+\infty \Vert -\infty$	$\nearrow$	2

Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. $y = 2$. **B.** $y = 1$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = 2$.

Câu 18. Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{a^3} b$ bằng

A. $3\log_a b$. **B.** $\frac{1}{3}\log_a b$. **C.** $3 + \log_a b$. **D.** $\frac{1}{3} + \log_a b$.

Câu 19. Đạo hàm của hàm số $y=\log_3 x$ tại $x=5$ bằng

A. $\frac{1}{5\ln 3}$. **B.** $\frac{1}{15}$. **C.** $\frac{\ln 3}{5}$. **D.** $\frac{1}{5}$.

Câu 20. Môđun của số phức $z=3-4i$ bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 21. Số nghiệm thực của phương trình $2\log_3(3x+2)=\log_3(x-2)^2$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 22. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2+2x}\le 8$ là

A. $(-\infty;-3]$. **B.** $[-3;1]$. **C.** $(-3;1]$. **D.** $(-3;1)$.

Câu 23. Nếu $\int_0^1 f(x)dx=3$ thì $\int_0^1[1+f(x)]dx$ bằng

A. 2. **B.** 4. **C.** -2. **D.** 3.

Câu 24. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 3. Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng qua trục, thiết diện thu được là một hình vuông. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 54π. **B.** 27π. **C.** 36π. **D.** 18π.

Câu 25. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=2x+1$, trục hoành và hai đường thẳng $x=0$, $x=2$ bằng

A. 9. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 4.

Câu 26. Cho số phức $z=4+3i$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức $\overline{z}$ là

A. $P(4;-3)$. **B.** $N(4;3)$. **C.** $M(3;4)$. **D.** $Q(-4;-3)$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(0;1;1)$ và $B(1;2;3)$. Phương trình của mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB là

A. $x+y+2z-6=0$. **B.** $x+3y+4z-7=0$.

C. $x+3y+4z-26=0$. **D.** $x+y+2z-3=0$.

Câu 28. Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $2\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a. Độ dài đường sinh l của hình nón đã cho bằng

A. a. **B.** $6a$. **C.** $2a$. **D.** $\frac{2a}{3}$.

Câu 29. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_5=-32$ và công bội $q=2$. Khi đó u_1 bằng

A. -1. **B.** 2. **C.** 1. **D.** -2.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua $A(1;2;-1)$ và $B(2;-1;1)$ có phương trình là

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=2-3t\\z=-1-2t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$. **B.** $\begin{cases}x=1+t\\y=2-3t\\z=-1+2t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$. **C.** $\begin{cases}x=1+t\\y=1+2t\\z=-t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$. **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=2-3t\\z=1+2t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(-1;5;2)$ và $B(3;-3;2)$. Tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB là

A. $(2;2;4)$. **B.** $(4;-8;0)$. **C.** $(1;1;2)$. **D.** $(2;-4;0)$.

Câu 32. Cho hai số phức $z_1 = 1-2i$ và $z_2 = -3+i$. Số phức $z_1 - z_2$ bằng

A. $2+i$. **B.** $4-3i$. **C.** $-2-i$. **D.** $4-2i$.

Câu 33. Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $x^4 - 4x^2 = m+1$ có bốn nghiệm thực phân biệt là

A. 3. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 34. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(1+i)\overline{z} - 1 - 3i = 0$. Môđun của số phức $w = 1 - iz + \overline{z}$ bằng

A. $\sqrt{5}$. **B.** 2. **C.** 5. **D.** $\sqrt{3}$.

Câu 35. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Đường thẳng SC tạo với mặt phẳng đáy một góc bằng $60°$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{3a^3}{4}$. **B.** $\frac{a^3}{12}$. **C.** $\frac{a^3}{8}$. **D.** $\frac{a^3}{4}$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y-z+9=0$, đường thẳng $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z}{2}$ và điểm $A(1;2;-1)$. Phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm A cắt d và song song với mặt phẳng (P) là

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{-1}$. **B.** $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{-2}$.

C. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$. **D.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{2}$.

Câu 37. Xét tất cả các số phức z thay đổi nhưng luôn thoả mãn $|z+4| + |z-4| = 10$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |(1+i)z - 5 + 5i|$ bằng

A. $2\sqrt{3}$. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $3\sqrt{2}$. **D.** 4.

Câu 38. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Khoảng cách giữa đường thẳng AB' và đường thẳng BC' bằng

A. $\sqrt{3}a$. **B.** $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a}{3}$. **D.** $\sqrt{2}a$.

Câu 39. Gọi S là tập hợp các số thực m sao cho phương trình $z^2 + 2mz + m + 1 = 0$ có hai nghiệm phức z_1, z_2 và các điểm biểu diễn của z_1, z_2 cùng với gốc tọa độ O tạo thành một tam giác đều. Tổng tất cả các phần tử của S bằng

A. $-\frac{3}{4}$. **B.** -2. **C.** $\frac{3}{4}$. **D.** 2.

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $(0;+\infty)$ thỏa mãn $2xf'(x) + f(x) = 6x^2\sqrt{x}$ và $f(1) = 1$. Giá trị $f(4)$ bằng

A. 33. **B.** 34. **C.** 30. **D.** 32.

Câu 41. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=-\left(m^2+m\right)x^3+6\left(m+1\right)x^2-9x-2024$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;+\infty\right)$?

A. 4. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 6.

Câu 42. Đường thẳng $y=-2x+4$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-3}{x+1}$ tại hai điểm A và B phân biệt. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB. Tung độ của điểm I thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-1;-\dfrac{1}{2}\right)$. **B.** $\left(3;4\right)$. **C.** $\left(\dfrac{3}{2};\dfrac{7}{2}\right)$. **D.** $\left(1;\dfrac{3}{2}\right)$.

Câu 43. Một hộp chứa 2 viên bi xanh, 4 viên bi đỏ và 5 viên bi vàng. Lấy ngẫu nhiên 5 viên bi từ hộp. Xác suất để 5 viên bi được lấy ra có đủ cả ba màu bằng

A. $\dfrac{151}{462}$. **B.** $\dfrac{155}{231}$. **C.** $\dfrac{311}{462}$. **D.** $\dfrac{151}{462}$.

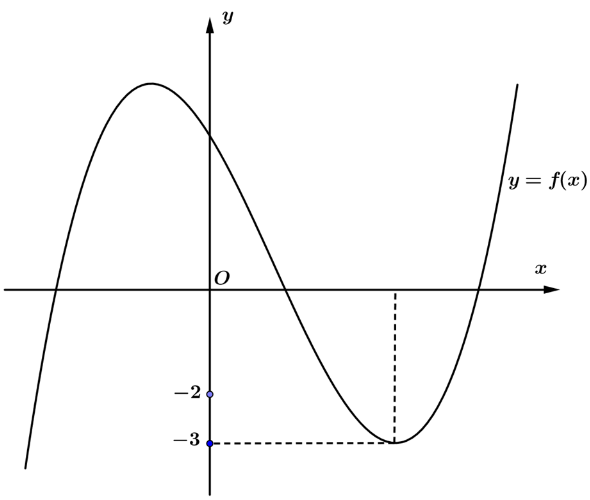
Câu 44. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC vuông tại A, $AB=\sqrt{3}a$, $AC=AA'=a$. Giá trị sin của góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng $\left(BCC'B'\right)$ bằng

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{6}}{4}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{10}}{4}$.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+6$ và $g(x)=mx^2+nx$ có đồ thị cắt nhau tại các điểm có hoành độ là $-1;\ 1;\ 2$. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số đã cho bằng

A. $\dfrac{9}{4}$. **B.** $\dfrac{37}{4}$. **C.** $\dfrac{9}{2}$. **D.** $\dfrac{37}{12}$.

Câu 46. Cho hàm số đa thức bậc ba $y=f\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ.



Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số $m\in\left[-50;50\right]$ để hàm số $h\left(x\right)=\left|f^2\left(x\right)+4f\left(x\right)+2m\right|$ có đúng 5 điểm cực trị. Số phần tử của S bằng

A. 49. **B.** 43. **C.** 47. **D.** 50.

Câu 47. Cho khối chóp $S.ABC$ có mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt phẳng (ABC), tam giác SAB là tam giác đều cạnh a, $BC = a$. Đường thẳng SC tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 60°. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{9}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{12}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{18}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{18}$.

Câu 48. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi x có không quá 127 số nguyên y thỏa mãn $\log_3(x^2+y) \geq \log_2(x+y)$?

A. 46. **B.** 89. **C.** 90. **D.** 45.

Câu 49. Trong lễ bàn giao công trình của một công ty xây dựng cầu đường, công ty thiết kế một cổng chào bằng phao chứa không khí ở bên trong, có hình dạng như một nửa cái săm ô tô khi bơm căng. Cổng chào có chiều cao so với mặt đường là $7m$ (tham khảo hình vẽ), phần chân của cổng chào tiếp xúc với mặt đường theo một hình tròn có đường kính là $2m$. Nếu bỏ qua độ dày của lớp vỏ cổng chào, mặt đường coi là bằng phẳng thì thể tích không khí chứa bên trong cổng chào bằng

A. $10\pi^2(m^3)$. **B.** $8\pi^2(m^3)$. **C.** $6\pi^2(m^3)$. **D.** $7\pi^2(m^3)$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y-z+2=0$ và $A(3;4;1)$, $B(7;-4;-3)$. Điểm $M(a;b;c)$ nằm trên (P) với $a>2$ sao cho tam giác ABM vuông tại M và có diện tích nhỏ nhất. Biểu thức $T=a+b+c$ có giá trị bằng

A. 0. **B.** -2. **C.** 3. **D.** -1.

-------------- **HẾT** --------------

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TỈNH THÁI NGUYÊN ĐỀ THI CHÍNH THỨC *(Đề thi có 06 trang)*	THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2024 (Đợt 2) Bài thi: TOÁN *Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề*

Họ và tên thí sinh: ....
Số báo danh: ....

Mã đề thi 104

Câu 1. Có bao nhiêu cách chọn ra 4 viên bi bất kì từ một hộp có 8 viên bi khác nhau?

A. $8!$. **B.** A_8^4. **C.** $4!$. **D.** C_8^4.

Câu 2. Đạo hàm của hàm số $y=5^x$ tại $x=2$ bằng

A. $\dfrac{25}{\ln 5}$. **B.** $25\ln 5$. **C.** 25. **D.** 10.

Câu 3. Giá trị lớn nhất của hàm số $f\left(x\right)=x^4-10x^2+2$ trên đoạn $\left[-1;2\right]$ bằng

A. 2. **B.** -23. **C.** -7. **D.** -22.

Câu 4. Nghiệm của phương trình $7^{2x-4}=49$ là

A. $x=-1$. **B.** $x=2$. **C.** $x=3$. **D.** $x=1$.

Câu 5. Thể tích của khối cầu có bán kính R bằng

A. $4\pi R^3$. **B.** $\dfrac{3}{4}\pi R^3$. **C.** $\dfrac{4}{3}\pi R^3$. **D.** $2\pi R^3$.

Câu 6. Họ nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\sin x$ là

A. $2\cos x+C$. **B.** $-\cos x+C$. **C.** $2x+C$. **D.** $\cos x+C$.

Câu 7. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-1;0\right)$. **B.** $\left(-\infty;0\right)$. **C.** $\left(1;+\infty\right)$. **D.** $\left(0;1\right)$.

Câu 8. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3\left(3a\right)$ bằng

A. $1-\log_3 a$. **B.** $1+\log_3 a$. **C.** $3+\log_3 a$. **D.** $3-\log_3 a$.

Câu 9. Diện tích xung quanh của hình nón có bán kính đáy $r=2$ và độ dài đường sinh $l=5$ bằng

A. 20π. **B.** $\dfrac{20}{3}\pi$. **C.** 10π. **D.** $\dfrac{10}{3}\pi$.

Câu 10. Nếu $\int\limits_1^2 f\left(x\right)dx=4$ và $\int\limits_1^2 g\left(x\right)dx=-2$ thì $\int\limits_1^2\left[f\left(x\right)+g\left(x\right)\right]dx$ bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** 6. **D.** -2.

Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	||	$+$	
$f(x)$	2	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	2

Phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. $y=1$. **B.** $y=2$. **C.** $x=2$. **D.** $x=1$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 5 + t \\ z = 2 + 3t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$?

A. $N(1;5;2)$. **B.** $P(1;2;5)$. **C.** $M(1;1;3)$. **D.** $Q(-1;1;3)$.

Câu 13. Môđun của số phức $z = 6 - 8i$ bằng

A. 9. **B.** 14. **C.** 10. **D.** 12.

Câu 14. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3x-1) \le 3$ là

A. $\left(\frac{1}{3};3\right]$. **B.** $[3;+\infty)$. **C.** $(-\infty;3]$. **D.** $\left(\frac{1}{3};3\right)$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt cầu (S) có tâm $I(1;3;-2)$ và bán kính $R = 4$ là

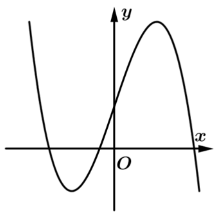
A. $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 16$. **B.** $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 4$.

C. $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 4$. **D.** $(x+1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 16$.

Câu 16. Tập xác định của hàm số $y = (x+1)^{-3}$ là

A. $[-1;+\infty)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Câu 17. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



A. $y = x^3 - 3x + 1$. **B.** $y = -2x^4 + 4x^2 + 1$. **C.** $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$. **D.** $y = -x^3 + 3x + 1$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(\alpha): 3x - y + 2z - 1 = 0$ là

A. $\overrightarrow{n_1} = (3;-1;-1)$. **B.** $\overrightarrow{n_2} = (3;-1;2)$. **C.** $\overrightarrow{n_4} = (3;-2;1)$. **D.** $\overrightarrow{n_3} = (3;2;-1)$.

Câu 19. Khối lăng trụ có diện tích đáy bằng 6 và chiều cao bằng 5 có thể tích bằng

A. 15. **B.** 5. **C.** 30. **D.** 10.

Câu 20. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho đạt cực đại tại

A. $x = 4$. **B.** $x = 3$. **C.** $x = -2$. **D.** $x = 1$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (Q) đi qua điểm $M(2;-1;3)$ và song song với mặt phẳng $(P): 3x-2y+z+1=0$ là

A. $2x-y+3z-14=0$. **B.** $3x-2y+z+11=0$. **C.** $3x-2y+z-11=0$. **D.** $2x-y+3z+14=0$.

Câu 22. Cho hai số phức $z_1=1-2i$ và $z_2=-3+i$. Số phức z_1+z_2 bằng

A. $4-2i$. **B.** $4-3i$. **C.** $2+i$. **D.** $-2-i$.

Câu 23. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Đường thẳng SB tạo với mặt phẳng đáy góc bằng $30°$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3}{12}$. **B.** $\frac{3a^3}{4}$. **C.** $\frac{a^3}{4}$. **D.** $\frac{a^3}{8}$.

Câu 24. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(1+i)\overline{z}-1-3i=0$. Môđun của số phức $w=1-z+i\overline{z}$ bằng

A. $2\sqrt{3}$. **B.** 3. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** $\sqrt{13}$.

Câu 25. Số nghiệm thực của phương trình $2\log_2(2x+1)=\log_2(x-2)^2$ là

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 26. Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng $\sqrt{5}a$ và bán kính đáy bằng a. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{5}\pi a^3}{3}$. **B.** $\frac{2\pi a^3}{2}$. **C.** $\frac{\pi a^3}{3}$. **D.** $\frac{2\pi a^3}{3}$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;-2;3)$, $B(-1;2;5)$, $C(0;0;1)$. Toạ độ trọng tâm G của tam giác ABC là

A. $(0;0;3)$. **B.** $(-1;0;3)$. **C.** $(0;0;1)$. **D.** $(0;0;9)$.

Câu 28. Cắt hình trụ (T) bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông cạnh bằng 7. Diện tích xung quanh của hình trụ (T) bằng

A. $\frac{49\pi}{4}$. **B.** 98π. **C.** $\frac{49\pi}{2}$. **D.** 49π.

Câu 29. Tập nghiệm bất phương trình $2^{x^2-3x}<16$ là

A. $(-1;4)$. **B.** $(-\infty;4)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(4;+\infty)$.

Câu 30. Cho số phức $z=2+3i$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức $\overline{z}$ là

A. $P(2;-3)$. **B.** $M(3;2)$. **C.** $Q(-2;3)$. **D.** $N(2;3)$.

Câu 31. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_{10}=25$ và công sai $d=3$. Khi đó u_1 bằng

A. -2. **B.** 2. **C.** -3. **D.** 3.

Câu 32. Nếu $\int_0^1 f(x)\,dx=3$ thì $\int_0^1 [1-f(x)]\,dx$ bằng

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** -2.

Câu 33. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=2x+1$, trục hoành và hai đường thẳng $x=0,\ x=4$ bằng

A. 19. **B.** 16. **C.** 20. **D.** 18.

Câu 34. Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $-x^3+3x^2=m-1$ có ba nghiệm thực phân biệt bằng

A. 6. **B.** 15. **C.** 5. **D.** 9.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của đường thẳng đi qua $M(1;-2;1)$ và $N(0;1;3)$ là

A. $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-3}{1}$. **B.** $\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-3}{2}$.

C. $\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z+1}{2}$. **D.** $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z-2}{1}$.

Câu 36. Đường thẳng $y=-2x+3$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-3}{2x+1}$ tại hai điểm A và B phân biệt. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB. Tung độ của điểm I thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(2;\dfrac{5}{2}\right)$. **B.** $\left(\dfrac{5}{2};3\right)$. **C.** $\left(-\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right)$. **D.** $\left(1;\dfrac{3}{2}\right)$.

Câu 37. Gọi S là tập hợp các số thực m sao cho phương trình $z^2+2mz+m+1=0$ có hai nghiệm phức z_1,z_2 và các điểm biểu diễn của z_1,z_2 cùng với gốc tọa độ O tạo thành một tam giác đều. Tích các phần tử của S bằng

A. $\dfrac{3}{4}$. **B.** $-\dfrac{3}{4}$. **C.** 2. **D.** -2.

Câu 38. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, cạnh bên bằng $\sqrt{3}a$. Khoảng cách giữa đường thẳng BC và đường thẳng SA bằng

A. $\sqrt{3}a$. **B.** $\sqrt{2}a$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}a}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}a}{2}$.

Câu 39. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=a$, $AA'=\sqrt{2}a$. Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABB'A')$ bằng

A. 45°. **B.** 60°. **C.** 75°. **D.** 30°.

Câu 40. Xét tất cả các số phức z thay đổi nhưng luôn thoả mãn $|z+4|+|z-4|=10$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=|(1+i)z-7-7i|$ bằng

A. $12\sqrt{2}$. **B.** $12\sqrt{3}$. **C.** $10\sqrt{3}$. **D.** 13.

Câu 41. Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\dfrac{1}{3}(m^2+m)x^3+2(m+1)x^2+3x+2023$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$ bằng

A. 4. **B.** -10. **C.** -6. **D.** -9.

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{-1}$, $d_2: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-6}{3}$ chéo nhau. Đường vuông góc chung của hai đường thẳng d_1, d_2 có phương trình là

A. $\frac{x+1}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-3}{1}$.
B. $\frac{x-1}{5} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z-3}{1}$.

C. $\frac{x+1}{5} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-3}{1}$.
D. $\frac{x-1}{5} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-1}{1}$.

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $(0;+\infty)$ thỏa mãn $2xf'(x) + f(x) = 6x^2\sqrt{x}$ và $f(1) = 1$. Giá trị $f(9)$ bằng

A. 243. **B.** 234. **C.** 332. **D.** 324.

Câu 44. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 4$ và $g(x) = mx^2 + nx$ có đồ thị cắt nhau tại các điểm có hoành độ là $-1;\ 1;\ 2$. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số đã cho bằng

A. $\frac{9}{2}$. **B.** $\frac{9}{4}$. **C.** $\frac{37}{6}$. **D.** $\frac{37}{12}$.

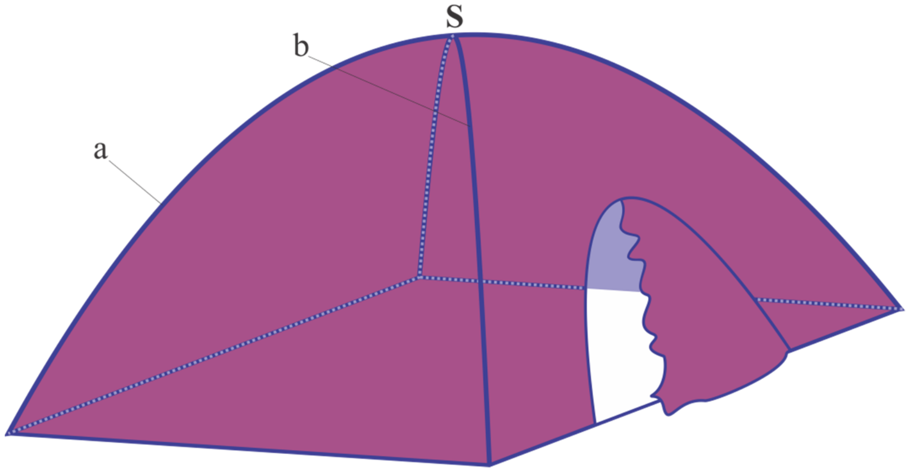
Câu 45. Một hộp chứa 5 viên bi màu xanh được đánh số từ 1 đến 5, 4 viên bi màu đỏ được đánh số từ 1 đến 4 và 3 viên bi màu vàng được đánh số từ 1 đến 3. Lấy ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp. Xác suất để 2 viên bi được lấy vừa khác màu vừa khác số bằng

A. $\frac{8}{33}$. **B.** $\frac{37}{66}$. **C.** $\frac{29}{66}$. **D.** $\frac{14}{33}$.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2;1;4)$, $B(2;5;4)$, $C\left(-\frac{5}{2};5;-1\right)$, $D(-3;1;-4)$. Các điểm M, N thỏa mãn $MA^2 + 3MB^2 = 48$ và $ND^2 = \left(\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{BC}\right).\overrightarrow{ND}$. Gọi d_1, d_2 lần lượt là độ dài lớn nhất, nhỏ nhất của đoạn thẳng MN. Khi đó $d_1 + d_2$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(\frac{7}{2};\frac{9}{2}\right)$. **B.** $\left(\frac{15}{2};\frac{17}{2}\right)$. **C.** $\left(\frac{13}{2};\frac{15}{2}\right)$. **D.** $(0;2)$.

Câu 47. Một chiếc lều vải du lịch có dạng như hình vẽ. Khung chính của lều bao gồm đáy là hình vuông cạnh $2m$ và hai xương dây a, b nằm trên các đường parabol đỉnh S. Biết chiều cao của lều là $SO = 150\,cm$, O là tâm của đáy. Nếu coi như độ dày của vải phủ và khung chính không đáng kể thì thể tích phần không gian bên trong lều bằng



A. $\frac{7}{2}\left(m^3\right)$. **B.** $4\left(m^3\right)$. **C.** $3\left(m^3\right)$. **D.** $\frac{13}{4}\left(m^3\right)$.

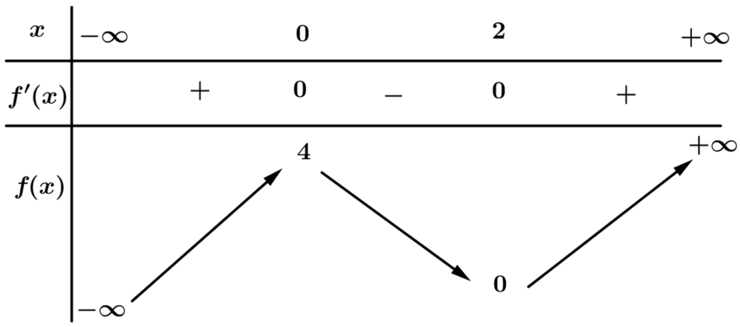
Câu 48. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi x có không quá 242 số nguyên y thỏa mãn $\log_4\left(x^2+y\right)\ge\log_3\left(x+y\right)$?

A. 29. **B.** 55. **C.** 28. **D.** 56.

Câu 49. Cho khối chóp $S.ABC$ có mặt phẳng $\left(SAC\right)$ vuông góc với mặt phẳng $\left(ABC\right)$, tam giác SAB là tam giác đều cạnh $2a$, $BC=2a$. Đường thẳng SC tạo với mặt phẳng $\left(ABC\right)$ một góc bằng 60°. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\dfrac{4\sqrt{2}a^3}{9}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{18}$. **C.** $\dfrac{4\sqrt{3}a^3}{9}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{9}$.

Câu 50. Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.



Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $h\left(x\right)=\left|f^2\left(x\right)-2f\left(x\right)-m\right|$ có đúng 9 điểm cực trị?

A. 5. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 6.

-------------- **HẾT** --------------

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH THÁI NGUYÊN
ĐÁP ÁN CHÍNH THỨC

THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2024 (Đợt 2)
Bài thi: Toán
Thời gian: 90 phút, không kể thời gian phát đề

MÃ ĐỀ / CÂU	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124
1	D	B	C	D	D	C	A	C	D	D	A	C	A	B	A	D	B	D	B	D	C	B	B	A
2	D	D	A	B	A	D	B	D	B	C	A	B	A	A	A	C	D	C	B	B	C	B	C	B
3	C	D	C	A	A	D	D	A	C	A	A	B	D	C	A	B	D	C	A	D	D	D	D	D
4	B	B	C	C	D	C	A	C	C	C	B	C	B	C	C	C	A	D	C	B	C	B	D	C
5	C	B	C	C	C	A	B	A	A	C	C	B	B	A	A	D	B	C	C	D	D	A	A	D
6	D	B	D	B	D	A	A	D	A	C	D	D	B	D	D	A	A	A	A	C	A	D	D	B
7	D	A	D	D	D	A	D	C	A	C	C	C	C	B	D	C	A	C	B	B	D	B	B	B
8	A	A	B	B	B	C	A	B	D	C	A	A	C	C	D	C	A	D	A	D	A	D	C	D
9	B	C	B	C	C	A	A	B	D	B	D	D	C	C	A	C	B	D	D	A	B	B	A	A
10	B	B	C	A	D	D	B	A	D	A	B	A	D	D	C	C	B	D	D	B	D	D	D	A
11	B	D	B	D	C	A	C	B	D	D	D	A	D	A	B	A	A	A	A	B	D	C	A	A
12	C	A	A	A	D	C	B	A	B	B	C	A	D	C	B	C	D	A	B	D	A	B	D	D
13	A	C	B	C	C	D	B	A	A	D	C	C	A	A	A	C	B	B	B	C	D	A	C	A
14	C	C	C	A	A	C	D	A	C	A	D	D	A	C	A	A	B	A	D	D	C	D	D	C
15	D	C	C	A	D	D	B	C	A	D	D	A	B	D	B	C	C	D	A	A	D	D	A	B
16	D	D	D	C	D	A	B	B	B	A	B	C	D	A	C	C	B	B	D	D	A	C	B	D
17	D	B	A	D	C	D	D	C	C	A	B	A	C	D	A	A	C	D	D	D	A	D	B	A
18	D	D	B	B	A	A	D	D	D	B	A	D	D	B	C	B	D	A	C	C	B	D	C	D
19	D	D	A	C	B	C	D	A	B	B	C	A	B	C	B	C	B	A	A	C	C	C	B	A
20	B	C	D	B	B	A	A	D	B	A	B	A	C	D	D	B	B	C	A	C	C	C	A	B
21	C	B	C	C	B	C	C	A	A	B	C	C	A	D	C	D	A	C	D	C	D	A	C	B
22	A	D	B	D	A	A	C	C	A	D	A	D	C	D	B	B	C	B	B	A	C	A	C	B
23	D	A	B	A	C	C	B	D	A	D	D	C	B	A	D	C	C	A	B	C	B	D	C	D
24	D	B	C	D	A	B	D	B	B	B	A	A	C	A	B	B	A	A	C	B	C	C	B	B
25	D	C	C	A	C	D	B	D	D	C	B	C	B	B	C	B	B	C	A	A	D	C	C	B

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH THÁI NGUYÊN
ĐÁP ÁN CHÍNH THỨC

THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2024 (Đợt 2)
Bài thi: Toán
Thời gian: 90 phút, không kể thời gian phát đề

MÃ ĐỀ / CÂU	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124
26	A	A	A	D	B	D	A	C	B	C	D	A	C	B	C	B	A	D	D	B	D	B	C	B
27	D	D	D	A	D	C	C	A	A	C	C	C	D	A	A	B	A	C	D	A	D	C	D	D
28	C	C	C	D	D	A	A	B	A	A	B	D	C	C	D	C	D	C	C	B	D	A	D	C
29	D	C	D	A	B	A	B	C	C	D	C	D	C	D	B	B	A	B	C	C	B	B	D	A
30	C	C	B	A	B	A	D	D	D	A	B	A	D	D	D	B	A	A	A	A	B	C	A	B
31	D	D	C	A	D	D	A	B	B	C	A	D	D	C	A	B	C	C	C	D	A	D	A	D
32	D	C	B	D	D	D	D	B	C	D	B	A	B	A	C	A	B	B	C	C	B	C	D	B
33	C	A	A	C	D	C	D	B	B	C	A	D	C	A	C	A	B	D	D	A	B	A	B	A
34	D	C	A	D	C	B	C	D	D	A	B	B	D	C	D	B	D	D	A	C	B	C	D	C
35	C	B	D	B	B	C	C	C	D	C	A	B	A	B	C	A	C	B	A	D	A	B	A	D
36	D	B	C	A	D	C	B	A	D	D	B	A	C	D	B	D	C	C	D	D	C	D	A	B
37	D	B	B	B	C	C	D	D	D	A	B	B	A	B	C	B	D	A	C	A	C	A	B	C
38	A	C	C	B	A	A	A	D	C	C	B	A	A	B	D	A	D	C	B	C	B	C	C	B
39	A	D	C	D	A	D	D	A	A	C	A	B	C	D	A	C	B	D	D	D	C	A	B	D
40	C	B	D	A	C	C	B	D	D	D	D	A	A	D	B	A	A	B	D	A	B	C	C	A
41	A	B	A	B	B	A	D	B	D	B	C	D	B	A	D	D	A	B	B	D	D	B	D	A
42	C	D	B	C	C	A	A	C	D	B	A	B	D	C	B	B	A	D	A	C	C	B	C	C
43	C	A	B	A	D	D	D	A	D	A	B	D	D	B	D	D	A	C	A	D	D	B	A	B
44	C	C	C	C	A	D	A	B	B	B	A	C	B	D	A	C	D	C	A	C	A	A	C	B
45	A	B	B	B	D	D	C	B	D	C	D	C	C	C	B	D	A	C	D	D	A	D	A	A
46	A	D	A	B	C	A	A	D	C	A	D	C	B	B	B	C	B	B	D	B	C	A	B	B
47	D	D	D	C	A	B	B	A	B	C	B	A	C	D	B	D	D	C	D	B	D	B	C	A
48	B	A	C	D	A	D	B	D	A	B	A	D	C	D	D	D	D	D	B	B	A	D	C	A
49	C	C	C	A	C	A	B	A	B	D	B	A	C	A	B	C	B	B	B	B	B	D	C	A
50	B	D	A	C	A	D	D	A	C	B	D	B	C	A	D	A	A	D	B	D	A	A	A	B

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH THÁI NGUYÊN

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

(Đề thi có 06 trang)

THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2024 (Đợt 2)
Bài thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ và tên thí sinh: ....
Số báo danh: ....

ĐỀ SỐ 01

Câu 1. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 1. **B.** -2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 2. Với a,b là các số thực dương tùy ý và $a\neq 1$, $\log_{a^5} b$ bằng

A. $5\log_a b$. **B.** $\frac{1}{5}+\log_a b$. **C.** $5+\log_a b$. **D.** $\frac{1}{5}\log_a b$.

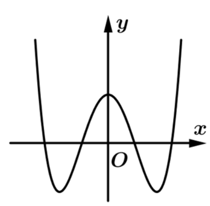
Câu 3. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=-x^4+12x^2+1$ trên đoạn $\left[-1;2\right]$ bằng

A. 12. **B.** 1. **C.** 33. **D.** 37.

Câu 4. Họ nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=2x+1$ là

A. $2x+C$. **B.** x^2+x+C. **C.** $x+C$. **D.** $2x^2+x+C$.

Câu 5. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



A. $y=-x^3+3x+1$. **B.** $y=x^3-3x+1$. **C.** $y=2x^4-4x^2+1$. **D.** $y=-2x^4+4x^2+1$.

Câu 6. Tập xác định của hàm số $y=\left(x-1\right)^{\frac{1}{5}}$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\left\{1\right\}$. **B.** $\left(0;+\infty\right)$. **C.** $\left[1;+\infty\right)$. **D.** $\left(1;+\infty\right)$.

Câu 7. Phần thực của số phức $z=4-3i$ bằng

A. 3. **B.** -2. **C.** -3. **D.** 4.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $\left(P\right):2x-3y+4z-1=0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\overrightarrow{n_2}=\left(2;-3;4\right)$. **B.** $\overrightarrow{n_3}=\left(-3;4;-1\right)$. **C.** $\overrightarrow{n_1}=\left(2;3;4\right)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=\left(-1;2;-3\right)$.

Câu 9. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có tập xác định là $\mathbb{R}\setminus\left\{-1\right\}$ và bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Câu 10. Thể tích của khối cầu có bán kính $r=4$ bằng

A. 256π. **B.** $\dfrac{256\pi}{3}$. **C.** $\dfrac{64\pi}{3}$. **D.** 64π.

Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$\|\|$	$-$	
$f(x)$	4	$\searrow$	$-\infty \ \|\| \ +\infty$	$\searrow$	4

Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. $y=-2$. **B.** $y=4$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=4$.

Câu 12. Diện tích xung quanh của hình nón có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r bằng

A. $2\pi rl$. **B.** $\dfrac{1}{3}\pi rl$. **C.** πrl. **D.** $4\pi rl$.

Câu 13. Nghiệm của phương trình $5^{2x-4}=25$ là

A. $x=3$. **B.** $x=1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=-1$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\begin{cases} x=1+2t \\ y=2-2t \\ z=-3-3t \end{cases} \left(t\in\mathbb{R}\right)$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $P(1;2;3)$. **B.** $Q(2;2;3)$. **C.** $M(1;2;-3)$. **D.** $N(2;-2;-3)$.

Câu 15. Đạo hàm của hàm số $y=\log_5 x$ tại $x=3$ bằng

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{\ln 5}{3}$. **C.** $\dfrac{1}{15}$. **D.** $\dfrac{1}{3\ln 5}$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt cầu (S) có tâm $I(2;-1;2)$ và bán kính $R=3$ là

A. $(x+2)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=9$. **B.** $(x+2)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=9$.

C. $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=3$. **D.** $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=9$.

Câu 17. Nếu $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=1$ và $\int_1^2 g(x)\mathrm{d}x=-2$ thì $\int_1^2\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. -1. **B.** -3. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 18. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3x-1)<1$ là

A. $(-\infty;1)$. **B.** $\left(\dfrac{1}{3};+\infty\right)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $\left(\dfrac{1}{3};1\right)$.

Câu 19. Khối chóp có diện tích đáy bằng 6 và chiều cao bằng 4 có thể tích bằng

A. 24. **B.** 12. **C.** 4. **D.** 8.

Câu 20. Có bao nhiêu cách xếp 6 học sinh thành một hàng dọc?

A. 6. **B.** 6!. **C.** 30. **D.** 36.

Câu 21. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy, góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng 45°. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **B.** $\frac{2a^3}{3}$. **C.** $\frac{a^3}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

Câu 22. Cắt hình trụ (T) bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông cạnh bằng 5. Diện tích xung quanh của hình trụ (T) bằng

A. 25π. **B.** 50π. **C.** $\frac{25\pi}{4}$. **D.** $\frac{25\pi}{2}$.

Câu 23. Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a. Độ dài đường sinh l của hình nón đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{5}a}{2}$. **B.** $2\sqrt{2}a$. **C.** $\frac{3a}{2}$. **D.** $3a$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2;-2;3)$, $B(1;3;4)$ và $C(3;-1;5)$. Đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng BC có phương trình là

A. $\frac{x-2}{2}=\frac{y+2}{-2}=\frac{z-3}{3}$. **B.** $\frac{x+2}{2}=\frac{y-2}{-4}=\frac{z+3}{1}$.

C. $\frac{x-2}{4}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-3}{9}$. **D.** $\frac{x-2}{2}=\frac{y+2}{-4}=\frac{z-3}{1}$.

Câu 25. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=3x^2+1$, trục hoành và hai đường thẳng $x=0,\ x=3$ bằng

A. 32. **B.** 31. **C.** 29. **D.** 30.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho $M(1;-2;2)$ và $N(1;0;4)$. Toạ độ trung điểm của đoạn thẳng MN là

A. $(1;-1;3)$. **B.** $(0;2;2)$. **C.** $(1;0;3)$. **D.** $(2;-2;6)$.

Câu 27. Cho hai số phức $z_1=1-2i$ và $z_2=3+i$. Số phức z_1-z_2 bằng

A. $4-2i$. **B.** $2+3i$. **C.** $4-i$. **D.** $-2-3i$.

Câu 28. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=2$ và $u_7=-10$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. -1. **B.** 3. **C.** -2. **D.** 2.

Câu 29. Cho số phức $z=4-3i$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức $\overline{z}$ là

A. $P(4;-3)$. **B.** $M(-3;4)$. **C.** $Q(-4;3)$. **D.** $N(4;3)$.

Câu 30. Số nghiệm thực của phương trình $\log_2(2x-1)^2=2\log_2(x-2)$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 31. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(1+i)\overline{z}-1-3i=0$. Phần ảo của số phức $w=1-iz+\overline{z}$ bằng

A. $-i$. **B.** $-2i$. **C.** 2. **D.** -1.

Câu 32. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{4-x^2}\ge 27$ là

A. $[1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1]$. **C.** $[-\sqrt{7};\sqrt{7}]$. **D.** $[-1;1]$.

Câu 33. Nếu $\int_0^1 f(x)dx=2$ thì $\int_0^1[1+f(x)]dx$ bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** -1.

Câu 34. Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $-x^3+3x^2=m+1$ có ba nghiệm thực phân biệt là

A. 4. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(1;2;-3)$ đồng thời vuông góc với đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-2}{3}$ có phương trình là

A. $x-2y-4=0$. **B.** $2x-y+3z-4=0$. **C.** $2x-y+3z+9=0$. **D.** $2x-y+3z+4=0$.

Câu 36. Đường thẳng $y=-2x+5$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-3}{2x+1}$ tại hai điểm A và B phân biệt. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB. Tung độ của điểm I thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(\dfrac{1}{2};1\right)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $\left(-\dfrac{5}{2};-1\right)$. **D.** $\left(3;\dfrac{7}{2}\right)$.

Lời giải

Hoành độ hai điểm A và B là nghiệm của phương trình

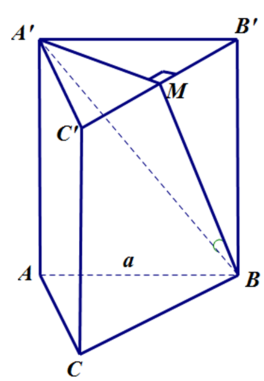
$\dfrac{x-3}{2x+1}=-2x+5\Leftrightarrow 4x^2-7x-8=0$

Khi đó $x_A+x_B=\dfrac{7}{4}$ nên hoành độ của trung điểm I của đoạn thẳng AB bằng $x_I=\dfrac{7}{8}$. Do I nằm trên đường thẳng $y=-2x+5$ nên tung độ I bằng $\dfrac{13}{4}$.

Câu 37. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=a$, $AA'=a\sqrt{2}$. Góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng

A. $60°$. **B.** $45°$. **C.** $90°$. **D.** $30°$.

Lời giải



Gọi M là trung điểm của cạnh $B'C'$, suy ra $A'M\perp(BCC'B')$, MB là hình chiếu vuông góc của $A'B$ trên mặt phẳng $(BCC'B')$;

Khi đó: $\left(\widehat{A'B,(BCC'B')}\right)=\left(\widehat{A'B,MB}\right)=\widehat{A'BM}$.

Xét tam giác $A'BM$ vuông tại M ta có: $A'B = a\sqrt{3}; A'M = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

$$\sin\widehat{A'BM} = \frac{A'M}{A'B} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{a\sqrt{3}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{A'BM} = 30^\circ.$$

Vậy góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $(BCC'B')$ là 30°.

Câu 38. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 2$ và $g(x) = mx^2 + nx$ có đồ thị cắt nhau tại các điểm có hoành độ là $-1;\ 1;\ 2$. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số đã cho bằng

A. $\dfrac{37}{12}$. **B.** $\dfrac{37}{14}$. **C.** $\dfrac{35}{12}$. **D.** $\dfrac{9}{4}$.

Lời giải

Do hàm số $f(x)$ và $g(x)$ có đồ thị cắt nhau các điểm có hoành độ là $-1;\ 1;\ 2$, nên $f(x)-g(x)$ là hàm số bậc ba.

Suy ra ta có: $f(x)-g(x) = k.(x+1)(x-1)(x-2)$

Mặt khác ta có: $f(0)-g(0) = 2 \Rightarrow k = 1$.

$\Rightarrow f(x)-g(x) = (x+1)(x-1)(x-2)$

Vậy ta có diện tích là:

$$S = \int_{-1}^{2} |f(x)-g(x)|\,dx = \int_{-1}^{2} |(x+1)(x-1)(x-2)|\,dx$$

$$= \int_{-1}^{1} |(x+1)(x-1)(x-2)|\,dx + \int_{1}^{2} |(x+1)(x-1)(x-2)|\,dx = \frac{5}{12} + \frac{8}{3} = \frac{37}{12}.$$

Câu 39. Gọi S là tập hợp các số thực m sao cho phương trình $z^2 + 2mz + m + 1 = 0$ có hai nghiệm phức z_1, z_2 và các điểm biểu diễn của z_1, z_2 cùng với gốc tọa độ O tạo thành một tam giác vuông. Tổng tất cả các phần tử của S bằng

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $-\dfrac{1}{2}$. **C.** -2. **D.** 2.

Lời giải

Xét phương trình $z^2 + 2mz + m + 1 = 0$ (1). Phương trình có hai nghiệm phức khi $\Delta' < 0 \Leftrightarrow m^2 - m - 1 < 0 \Leftrightarrow \dfrac{1-\sqrt{5}}{2} < m < \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ $(*)$

Ta có các nghiệm $z_1 = -m + i\sqrt{-m^2+m+1};\ z_2 = -m - i\sqrt{-m^2+m+1}$. Gọi A, B lần lượt là điểm biểu diễn của hai nghiệm phức z_1, z_2 thì $A\left(-m\,;\sqrt{-m^2+m+1}\right); B\left(-m\,;-\sqrt{-m^2+m+1}\right)$. Ta có ΔOAB cân tại O do đó ΔOAB vuông khi và chỉ khi

$$\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB} = 0 \Leftrightarrow m^2 - \left(-m^2+m+1\right) = 0 \Leftrightarrow 2m^2 - m - 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = -\dfrac{1}{2} \end{array}\right.$$ (thỏa mãn $(*)$).

Suy ra $S = \left\{-\dfrac{1}{2};1\right\}$. Vậy tổng các phần tử của tập S bằng $-\dfrac{1}{2} + 1 = \dfrac{1}{2}$.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho ba đường thẳng $d_1: \dfrac{x-3}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-2}{-2}$, $d_2: \dfrac{x+1}{3} = \dfrac{y}{-2} = \dfrac{z+4}{-1}$, $d_3: \dfrac{x+3}{4} = \dfrac{y-2}{-1} = \dfrac{z}{6}$. Đường thẳng song song với d_3, cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\dfrac{x-3}{4}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{6}$.

B. $\dfrac{x+1}{4}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-4}{6}$.

C. $\dfrac{x-3}{-4}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{-6}$.

D. $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+4}{6}$.

Lời giải

Ta có $d_1:\begin{cases}x=3+2u\\y=-1+u\\z=2-2u\end{cases}$, $d_2:\begin{cases}x=-1+3v\\y=-2v\\z=-4-v\end{cases}$.

Gọi d_4 là đường thẳng cần tìm.

Gọi $A=d_4\cap d_1 \Rightarrow A(3+2u;-1+u;2-2u)$, $B=d_4\cap d_2\Rightarrow B(-1+3v;-2v;-4-v)$.

$\overrightarrow{AB}=(-4+3v-2u;1-2v-u;-6-v+2u)$.

d_4 song song d_3 nên $\overrightarrow{AB}=k\vec{u}_3$ với $\vec{u}_3=(4;-1;6)$.

$$\overrightarrow{AB}=k\vec{u}_3 \Leftrightarrow \begin{cases}-4+3v-2u=4k\\1-2v-u=-k\\-6-v+2u=6k\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}v=0\\u=0\\k=-1\end{cases}.$$

Đường thẳng d_4 đi qua $A(3;-1;2)$ và có vtcp là $\vec{u}_3=(4;-1;6)$ nên $d_4:\dfrac{x-3}{-4}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{-6}$.

Câu 41. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\dfrac{1}{3}(m^2-m)x^3+2mx^2+3x-2023$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

$y'=(m^2-m)x^2+4mx+3$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)\Leftrightarrow y'\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}$.

+ Với $m=0$ ta có $y'=3,\forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

+ Với $m=1$ ta có $y'=4x+3 \Rightarrow m=1$ không thỏa mãn.

+ Với $\begin{cases}m\ne 1\\m\ne 0\end{cases}$ ta có $y'\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-m>0\\\Delta'=m^2+3m\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m>1\\m<0\end{array}\right.\\-3\le m\le 0\end{cases}\Leftrightarrow -3\le m<0$.

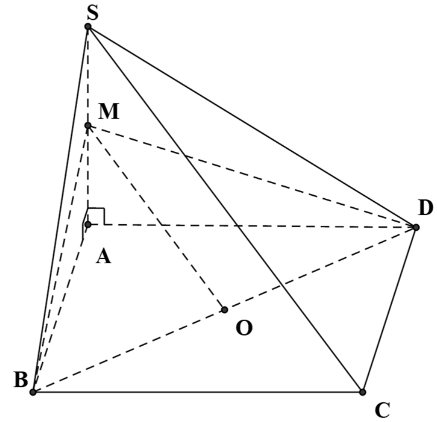
Vậy $-3\le m\le 0$. Do $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{-3;-2;-1;0\}$.

Vậy có 4 giá trị nguyên của m thỏa mãn bài ra.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB=a$, $BC=2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a$. Khoảng cách giữa đường thẳng BD và đường thẳng SC bằng

A. $\dfrac{4\sqrt{21}a}{21}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{30}a}{6}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{21}a}{21}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{30}a}{12}$.

Lời giải



Gọi O là tâm hình chữ nhật và M là trung điểm SA, ta có: $SC // (BMD)$.

Do đó $d(SC, BD) = d(SC,(BMD)) = d(S,(BMD)) = d(A,(BMD)) = h$

Ta có: AM, AB, AD đôi một vuông góc nên

$$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{4}{a^2} + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{4a^2}$$

Suy ra: $h = \frac{2a\sqrt{21}}{21}$.

Câu 43. Xét tất cả các số phức z thay đổi nhưng luôn thoả mãn $|z+4| + |z-4| = 10$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |(1+i)z - 4 + 4i|$ bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Lời giải

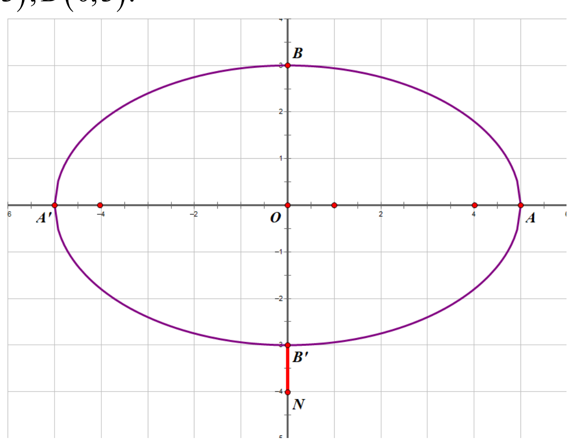
Gọi M là điểm biểu diễn cho số phức z, và $F_1(-4;0)$, $F_2(4;0)$.

Khi đó, tập hợp tất cả các điểm M thoả mãn là: $MF_1 + MF_2 = 10$ là đường Elip có các tiêu điểm là F_1, F_2 và độ dài trục lớn bằng 10.

Ta có: $2c = F_1F_2 = 2.4 = 8 \Rightarrow c = 4$. và $2a = 10 \Rightarrow a = 5$. Mặt khác: $b^2 = a^2 - c^2 = 9$.

Do đó: $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. Giao điểm của (E) với các trục tọa độ là

$A'(-5;0)$, $A(5;0)$, $B'(0;-3)$, $B(0;3)$.



Ta có: $P = |(1+i)z - 4 + 4i| = |(1+i)z + 4i(1+i)| = |(1+i)(z+4i)| = |1+i|.|z+4i| = \sqrt{2}|z-(-4i)|$. Gọi $N(0;-4)$.Suy ra: $P = \sqrt{2}MN$. Khi đó, $P \min \Leftrightarrow MN \min = ON - b = 1$, xảy ra khi và chỉ khi $M(0;-3)$. Vậy giá trị nhỏ nhất của P bằng $\sqrt{2}$.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên khoảng $(0;+\infty)$ thỏa mãn $x^2f'(x)-xf(x)=2x^4-2$, với mọi $x\in(0;+\infty)$ và $f(1)=2$. Giá trị $f(2)$ bằng

A. $\frac{19}{2}$. **B.** $-\frac{19}{2}$. **C.** $\frac{17}{2}$. **D.** $-\frac{17}{2}$.

Lời giải

Ta có: $x^2f'(x)-xf(x)=2x^4-2\Rightarrow\frac{x^2f'(x)-xf(x)}{x^3}=\frac{2x^4-2}{x^3}$

$\Rightarrow\frac{xf'(x)-f(x)}{x^2}=2x-\frac{2}{x^3}\Rightarrow\left(\frac{f(x)}{x}\right)'=2x-\frac{2}{x^3}$

$\Rightarrow\int\left(\frac{f(x)}{x}\right)'\mathrm{d}x=\int\left(2x-\frac{2}{x^3}\right)\mathrm{d}x\Rightarrow\frac{f(x)}{x}=x^2+\frac{1}{x^2}+C$

$\Rightarrow f(x)=x^3+\frac{1}{x}+Cx$ .Do $f(1)=2\Leftrightarrow 2=1^3+\frac{1}{1}+C.1\Leftrightarrow C=0$, nên $f(x)=x^3+\frac{1}{x}$.

Khi đó $f(2)=2^3+\frac{1}{2}=\frac{17}{2}$.

Câu 45. Một hộp chứa 3 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ và 6 viên bi vàng. Lấy ngẫu nhiên 6 viên bi từ hộp. Xác suất để 6 viên bi được lấy ra có đủ cả ba màu bằng

A. $\frac{810}{1001}$. **B.** $\frac{191}{1001}$. **C.** $\frac{4}{21}$. **D.** $\frac{17}{21}$.

Lời giải

Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 6 viên bi từ hộp chứa 14 viên bi. Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{14}^6=3003$.

Gọi A là biến cố " 6 viên bi được lấy ra có đủ cả ba màu". Để tìm số phần tử của biến cố A ta đi tìm số phần tử của biến cố $\overline{A}$ tức là 6 viên bi lấy ra không có đủ ba màu như sau:

● **TH1:** Chọn 6 viên bi chỉ có một màu.

Do đó trường hợp này có $C_6^6=1$ cách.

● **TH2:** Chọn 6 viên bi có đúng hai màu xanh và đỏ, có C_8^6 cách.

Chọn 6 viên bi có đúng hai màu đỏ và vàng, có $C_{11}^6-C_6^6$ cách.

Chọn 6 viên bi có đúng hai màu xanh và vàng, có $C_9^6-C_6^6$ cách.

Do đó trường hợp này có $C_8^6+\left(C_{11}^6-C_6^6\right)+\left(C_9^6-C_6^6\right)=572$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố $\overline{A}$ là $n\left(\overline{A}\right)=1+572=573$.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A)=n(\Omega)-n\left(\overline{A}\right)=3003-573=2430$.

Vậy xác suất cần tính $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{2430}{3003}=\frac{810}{1001}$.

Câu 46. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi x có không quá 255 số nguyên y thỏa mãn $\log_3\left(x^2+y\right)\ge\log_2(x+y)$?

A. 158. **B.** 80. **C.** 79. **D.** 157.

Lời giải

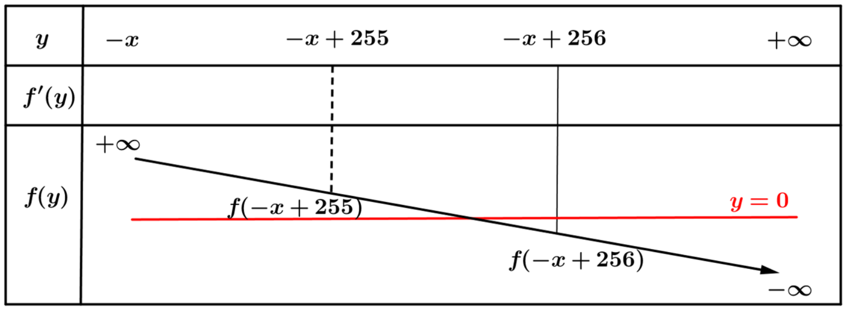
Điều kiện: $\begin{cases}x^2+y>0\\x+y>0\end{cases}\Leftrightarrow y>-x,\forall x\in\mathbb{Z}$

Ta có: $\log_3\left(x^2+y\right)\ge\log_2\left(x+y\right)\Leftrightarrow\log_3\left(x^2+y\right)-\log_2\left(x+y\right)\ge 0\Leftrightarrow f\left(y\right)\ge 0$

Xét hàm số $f\left(y\right)=\log_3\left(x^2+y\right)-\log_2\left(x+y\right)$ trên khoảng $\left(-x;+\infty\right)$

$$f'\left(y\right)=\frac{1}{\left(x^2+y\right)\ln 3}-\frac{1}{\left(x+y\right)\ln 2}<0,\forall y>-x$$

Do đó ta có bảng biến thiên của hàm số $f\left(y\right)$



Từ bảng biến thiên ta thấy $f\left(y\right)\ge 0$ có không quá 255 số nguyên khi $f\left(-x+256\right)<0$

$\Leftrightarrow\log_3\left(x^2-x+256\right)-\log_2\left(256\right)<0$

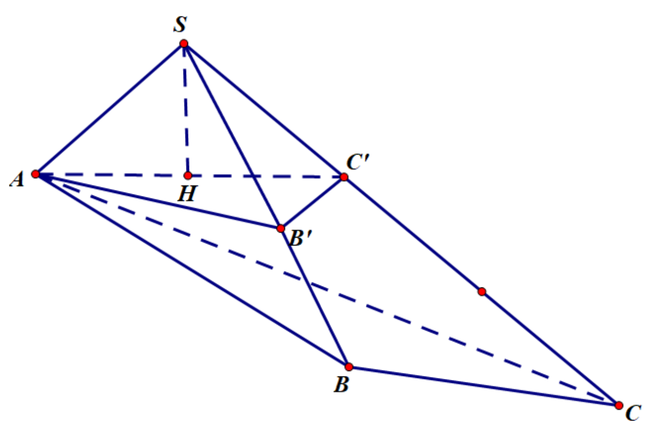
$\Leftrightarrow\quad x^2-x+256<3^8\Leftrightarrow -78,9\le x\le 79,9$

Vậy có 158 số nguyên x thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 47. Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA=a,\ SB=2a,\ SC=3a$ và $\widehat{ASB}=60^0,\ \widehat{BSC}=90^0,\ \widehat{CSA}=120^0$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{2}$. **B.** $\sqrt{3}a^3$. **C.** $2\sqrt{3}a^3$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{2}$.

Lời giải



Lấy $B'\in SB,\ C'\in SC$ sao cho $SA=SB'=SC'=a$. Khi đó: $AB'=a,\ BC'=a\sqrt{2},\ AC'=a\sqrt{3}$. Tam giác $AB'C'$ vuông tại B'. Gọi H là trung điểm AC' thì H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $AB'C'$. Tam giác SHA vuông tại H nên $SH=\sqrt{SA^2-AH^2}=\sqrt{a^2-\dfrac{3a^2}{4}}=\dfrac{a}{2}$. Do đó

$$V_{SAB'C'}=\frac{1}{3}SH.S_{\Delta AB'C'}=\frac{1}{3}.\frac{a}{2}.\frac{1}{2}a.a\sqrt{2}=\frac{\sqrt{2}a^3}{12}.$$

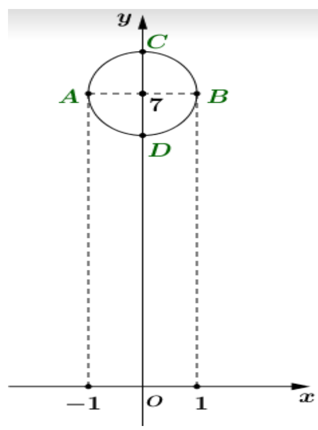
Mà $\dfrac{V_{S.AB'C'}}{V_{S.ABC}}=\dfrac{SA}{SA}.\dfrac{SB'}{SB}.\dfrac{SC'}{SC}=\dfrac{1}{6}\Rightarrow V_{S.ABC}=6.V_{S.AB'C'}=6.\dfrac{\sqrt{2}a^3}{12}=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{2}$.

Câu 48. Trong lễ bàn giao công trình của một công ty xây dựng cầu đường, công ty thiết kế một cổng chào bằng phao chứa không khí ở bên trong, có hình dạng giống như một nửa cái săm ô tô khi bơm căng. Cổng chào có chiều cao so với mặt đường là $8m$ (tham khảo hình vẽ), phần chân của cổng chào tiếp xúc với mặt đường theo một hình tròn có đường kính là $2m$. Nếu bỏ qua độ dày của lớp vỏ cổng chào, mặt đường coi là bằng phẳng thì thể tích không khí chứa bên trong cổng chào bằng

A. $8\pi^2\left(m^3\right)$. **B.** $7\pi^2\left(m^3\right)$. **C.** $9\pi^2\left(m^3\right)$. **D.** $10\pi^2\left(m^3\right)$.

Lời giải

Chọn hệ tọa độ Oxy.



+ Xét đường tròn $(C): x^2+(y-7)^2=1$.

+ Khi đó cung $\overset{\frown}{ACB}$ có phương trình $y=7+\sqrt{1-x^2}$ và cung cung $\overset{\frown}{ADB}$ có phương trình $y=7-\sqrt{1-x^2}$.

+ Ta có thể tích V của không khí chứa trong cổng chào chính bằng một nửa thể tích của vật thể tròn xoay khi cho đường tròn (C) quay quanh trục Ox sinh ra.

+ Ta có $V=\dfrac{1}{2}\left(\pi\displaystyle\int_{-1}^{1}\left(7+\sqrt{1-x^2}\right)^2dx-\pi\int_{-1}^{1}\left(7-\sqrt{1-x^2}\right)^2dx\right)$

$=\dfrac{1}{2}\pi\displaystyle\int_{-1}^{1}28\sqrt{1-x^2}dx=28\pi\int_{0}^{1}\sqrt{1-x^2}dx$.

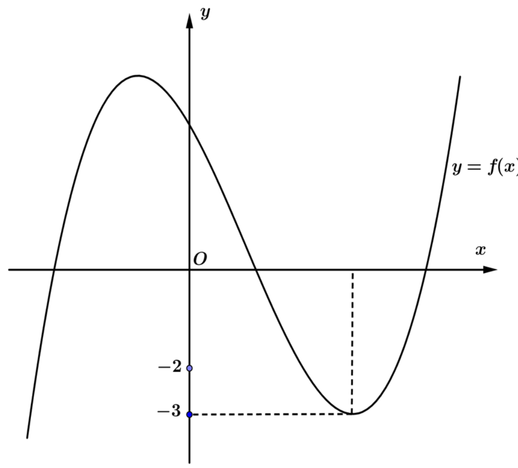
+ Đặt $x=\sin t$, ta có $dx=\cos t.dt$ và $x=0\to t=0;\ x=1\to t=\dfrac{\pi}{2}$.

Khi đó $V=28\pi\displaystyle\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{1-\sin^2 t}\cos t.dt=28\pi\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}|\cos t|\cos t.dt=28\pi\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}\cos^2 t.dt=14\pi\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}(1+\cos 2t).dt$

$= 14\pi\left(t+\frac{1}{2}\sin 2t\right)\Bigg|_0^{\frac{\pi}{2}} = 14\pi\left(\frac{\pi}{2}-0\right) = 7\pi^2\left(m^3\right).$

+ Vậy $V = 7\pi^2\left(m^3\right)$.

Câu 49. Cho hàm số đa thức bậc ba $y = f\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ.



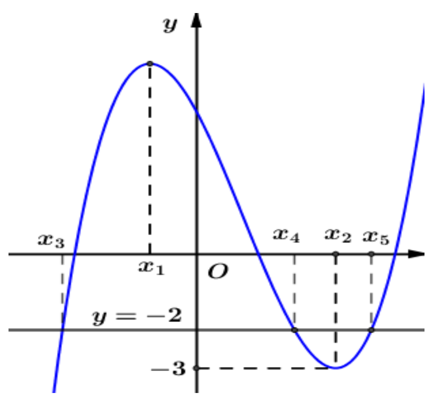
Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số $m \in \left[-100;100\right]$ để hàm số $h\left(x\right) = \left|f^2\left(x\right)+4f\left(x\right)+3m\right|$ có đúng 5 điểm cực trị. Tổng tất cả các phần tử của S bằng

A. 5050. **B.** 5047. **C.** 5049. **D.** 5043.

Lời giải

Xét hàm số $g\left(x\right) = f^2\left(x\right)+4f\left(x\right)$.

Ta có $g'\left(x\right) = 2.f'\left(x\right).\left[f\left(x\right)+2\right] \Rightarrow g'\left(x\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f'\left(x\right)=0 \\ f\left(x\right)=-2 \end{array}\right. \Leftrightarrow x \in \left\{x_1;x_2;x_3;x_4;x_5\right\}$ (tham khảo hình vẽ).



Bảng biến thiên của hàm số $g\left(x\right) = f^2\left(x\right)+4f\left(x\right)$

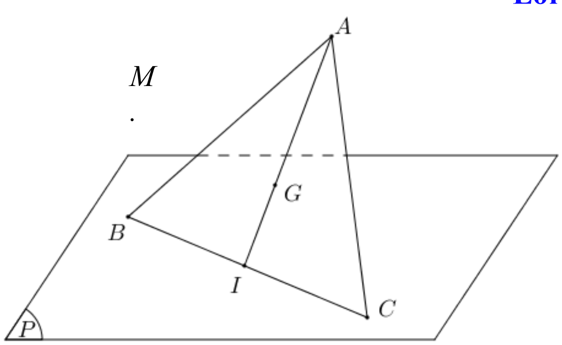
x	$-\infty$		x_3		x_1		x_4		x_2		x_5		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$g(x_1)$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	-3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

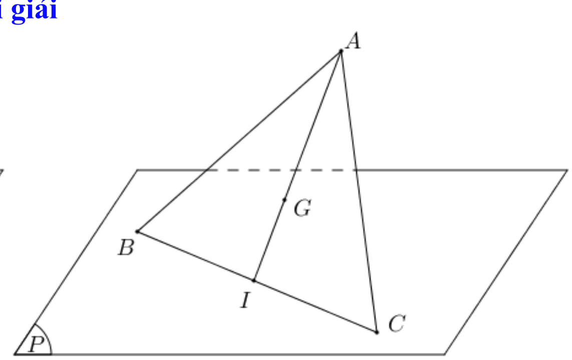
Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số $h(x)=\left|f^2(x)+4f(x)+3m\right|$ có đúng 5 điểm cực trị khi và chỉ khi $-3m\le -4 \Leftrightarrow m\ge \frac{4}{3}$. Do $m\in\mathbb{Z}$ và $m\in[-100;100]$ nên $m\in\{2;3;4;5;...;100\}$. Suy ra ta có tổng các phần tử của S là $2+3+4+...+100=\frac{(100+2).99}{2}=5049$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x+1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+2}{-1}$ và mặt phẳng $(P):2x+y+z-8=0$. Tam giác ABC có $A(-1;2;2)$, hai điểm B,C di động trên (P) và trọng tâm G nằm trên đường thẳng d. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AB. Khi khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng BC đạt giá trị lớn nhất thì đường thẳng BC có một vectơ chỉ phương là

A. $\overrightarrow{u_4}=(1;2;0)$. **B.** $\overrightarrow{u_3}=(1;-2;0)$. **C.** $\overrightarrow{u_1}=(2;1;1)$. **D.** $\overrightarrow{u_2}=(2;1;-1)$.

Lời giải





Gọi M là trung điểm của AB

$d(M,BC)$ đạt giá trị lớn nhất khi và chỉ khi $d(A,BC)$ đạt giá trị lớn nhất

Gọi I là trung điểm của BC.

$G\in d\Rightarrow G(2a-1;a+2;-a-2)$.

G là trọng tâm tam giác ABC nên $\overrightarrow{AI}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AG}=\left(3a;\frac{3}{2}a;-\frac{3}{2}(a+4)\right)$.

Suy ra: $I\left(3a-1;\frac{3}{2}a+2;-\frac{3}{2}a-4\right)$.

$I\in(P)\Rightarrow 2(3a-1)+\frac{3}{2}a+2-\frac{3}{2}a-12=0 \Leftrightarrow a=2 \Rightarrow I(5;5;-7)$.

Vậy đường thẳng BC luôn đi qua điểm I cố định. Do đó $d(A,BC)$ lớn nhất khi $AI\perp BC$.

Khi đó $BC\perp AI, BC\subset(P)$ nên BC có vectơ chỉ phương là $\left[\overrightarrow{AI},\overrightarrow{n_{(P)}}\right]=(12;-24;0)$.

-------------- HẾT --------------

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH THÁI NGUYÊN

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

(Đề thi có 06 trang)

THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2024 (Đợt 2)
Bài thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ và tên thí sinh: ....
Số báo danh: ....

ĐỀ SỐ 02

Câu 1. Nếu $\int_1^2 f(x)dx = 1$ và $\int_1^2 g(x)dx = -2$ thì $\int_1^2 \left[f(x)+g(x)\right]dx$ bằng

A. -3. **B.** -1. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 2. Có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh bất kì từ một nhóm gồm 5 học sinh?

A. $3!$. **B.** A_5^3. **C.** 15. **D.** C_5^3.

Câu 3. Diện tích của mặt cầu có bán kính $r = 5$ bằng

A. 25π. **B.** $\dfrac{100\pi}{3}$. **C.** $\dfrac{500\pi}{3}$. **D.** 100π.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;1)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Câu 5. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 1$ là

A. $x^3 + C$. **B.** $x^3 + x + C$. **C.** $3x^2 + 2x + C$. **D.** $6x + C$.

Câu 6. Đạo hàm của hàm số $y = 3^x$ tại $x = 2$ bằng

A. 6. **B.** $9\ln 3$. **C.** 9. **D.** $\dfrac{9}{\ln 3}$.

Câu 7. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = -x^4 + 12x^2 + 1$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng

A. 1. **B.** 37. **C.** 33. **D.** 12.

Câu 8. Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{-3}$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $[1;+\infty)$.

Câu 9. Khối lăng trụ có diện tích đáy bằng 6 và chiều cao bằng 4 có thể tích bằng

A. 8. **B.** 4. **C.** 24. **D.** 12.

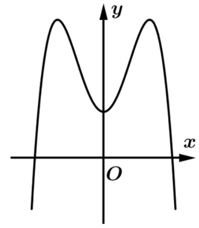
Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

A. $x = 4$. **B.** $x = -2$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = 1$.

Câu 11. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



A. $y=-x^3+3x+1$. **B.** $y=x^3-3x+1$. **C.** $y=2x^4-4x^2+1$. **D.** $y=-2x^4+4x^2+1$.

Câu 12. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(2x-1)\le 2$ là

A. $\left(\frac{1}{2};5\right]$. **B.** $(-\infty;5]$. **C.** $\left(\frac{1}{2};5\right)$. **D.** $[5;+\infty)$.

Câu 13. Phần ảo của số phức $z=5-3i$ bằng

A. 2. **B.** $-3i$. **C.** -3. **D.** 3.

Câu 14. Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a\ne 1$, $\log_{a^2} b$ bằng

A. $2\log_a b$. **B.** $\frac{1}{2}+\log_a b$. **C.** $\frac{1}{2}\log_a b$. **D.** $2+\log_a b$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-3}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $Q(2;-1;2)$. **B.** $M(-1;-2;-3)$. **C.** $P(1;2;3)$. **D.** $N(-2;1;-2)$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha):3x+2y-4z+1=0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\overrightarrow{n_3}=(2;-4;1)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(3;2;4)$. **C.** $\overrightarrow{n_1}=(3;-4;1)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(3;2;-4)$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ tâm I của mặt cầu (S): $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=9$ là

A. $(-1;-2;3)$. **B.** $(1;2;-3)$. **C.** $(1;-2;3)$. **D.** $(1;-2;-3)$.

Câu 18. Nghiệm của phương trình $3^{2x-1}=27$ là

A. $x=3$. **B.** $x=4$. **C.** $x=1$. **D.** $x=2$.

Câu 19. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-2 ‖		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	
$f(x)$	4 ↘		$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	4

Phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. $y=-2$. **B.** $x=4$. **C.** $y=4$. **D.** $x=-2$.

Câu 20. Thể tích V của khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là

A. $V=\pi rh$. **B.** $V=\frac{1}{3}\pi rh$. **C.** $V=\frac{1}{3}\pi r^2h$. **D.** $V=\pi r^2h$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $A(5;-2;0)$, $B(-2;3;0)$, $C(0;2;3)$. Trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ là

A. $(1;1;-2)$. **B.** $(1;1;1)$. **C.** $(1;2;1)$. **D.** $(2;0;-1)$.

Câu 22. Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng $2a$ và bán kính đáy bằng a. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\dfrac{\pi a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{2\pi a^3}{3}$. **C.** $\sqrt{3}\pi a^3$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$.

Câu 23. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy, góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng 60°. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{2a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

Câu 24. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_4 = 1$, công bội $q = 3$. Khi đó u_1 bằng

A. 27. **B.** $\dfrac{1}{27}$. **C.** 9. **D.** $\dfrac{1}{9}$.

Câu 25. Cho số phức $z = 2 - 3i$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức $\overline{z}$ là

A. $P(2;-3)$. **B.** $M(-3;2)$. **C.** $N(2;3)$. **D.** $Q(-2;3)$.

Câu 26. Nếu $\int_0^1 f(x)dx = 2$ thì $\int_0^1 [1 - f(x)]dx$ bằng

A. -1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 27. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 2x + 1$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 3$ bằng

A. 11. **B.** 9. **C.** 10. **D.** 12.

Câu 28. Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $x^4 - 4x^2 = m - 1$ có bốn nghiệm thực phân biệt là

A. -5. **B.** -6. **C.** -3. **D.** 3.

Câu 29. Số nghiệm thực của phương trình $\log_3(3x-2)^2 = 2\log_3(x-2)$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 30. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(1+i)\overline{z} - 1 - 3i = 0$. Phần thực của số phức $w = 1 - iz + \overline{z}$ bằng

A. $-i$. **B.** -2. **C.** 2. **D.** -1.

Câu 31. Cho hai số phức $z_1 = 1 - 2i$ và $z_2 = -3 + i$. Số phức $z_2 - z_1$ bằng

A. $2 + i$. **B.** $-2 - i$. **C.** $4 - 3i$. **D.** $-4 + 3i$.

Câu 32. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-13} < 27$ là

A. $(0;4)$. **B.** $(-\infty;4)$. **C.** $(-4;4)$. **D.** $(4;+\infty)$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(5;-4;2)$ và $B(1;2;4)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB có phương trình là

A. $2x-3y-z-20=0$.
B. $3x-y+3z-25=0$.
C. $2x-3y-z+8=0$.
D. $3x-y+3z-13=0$.

Câu 34. Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=1$ và $AD=2$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của AD và BC, quay hình chữ nhật $ABCD$ xung quanh trục MN ta được một hình trụ. Diện tích toàn phần của hình trụ tạo thành bằng

A. 10π.
B. 2π.
C. 4π.
D. 6π.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;0;1)$, $B(1;1;0)$ và $C(3;4;-1)$. Đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng BC có phương trình là

A. $\frac{x-1}{4}=\frac{y}{5}=\frac{z-1}{-1}$.
B. $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z-1}{-1}$.
C. $\frac{x+1}{4}=\frac{y}{5}=\frac{z+1}{-1}$.
D. $\frac{x+1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z+1}{-1}$.

Câu 36. Đường thẳng $y=-x+4$ cắt đồ thị hàm số $y=\frac{2x-3}{x+1}$ tại hai điểm A và B phân biệt. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB. Tung độ của điểm I thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$.
B. $(3;4)$.
C. $\left(4;\frac{9}{2}\right)$.
D. $\left(-1;-\frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Hoành độ hai điểm A và B là nghiệm của phương trình

$\frac{2x-3}{x+1}=-x+4 \Leftrightarrow x^2-x-7=0$

Khi đó $x_A+x_B=1$ nên hoành độ của trung điểm I của đoạn thẳng AB bằng $x_I=\frac{1}{2}$. Do I nằm trên đường thẳng $y=-x+4$ nên tung độ I bằng $\frac{7}{2}$.

Câu 37. Trong một hộp có 50 viên bi được đánh số từ 1 đến 50. Chọn ngẫu nhiên 3 viên bi trong hộp. Xác suất để tổng ba số trên 3 viên bi được chọn là một số chia hết cho 3 bằng

A. $\frac{936}{1225}$.
B. $\frac{409}{1225}$.
C. $\frac{816}{1225}$.
D. $\frac{289}{1225}$.

Lời giải

Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp chứa 50 viên bi. Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{50}^3=19600$.

Gọi A là biến cố "3 viên bi được chọn là một số chia hết cho 3". Trong 50 viên bi được chia thành ba loại gồm: 16 viên bi có số chia hết cho 3; 17 viên bi có số chia cho 3 dư 1 và 17 viên bi còn lại có số chia cho 3 dư 2. Để tìm số kết quả thuận lợi cho biến cố A, ta xét các trường hợp

- **TH1:** 3 viên bi được chọn cùng một loại, có $\left(C_{16}^3+C_{17}^3+C_{17}^3\right)$ cách.
- **TH2:** 3 viên bi được chọn có mỗi viên mỗi loại, có $C_{16}^1.C_{17}^1.C_{17}^1$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A)=\left(C_{16}^3+C_{17}^3+C_{17}^3\right)+C_{16}^1.C_{17}^1.C_{17}^1=6544$.

Vậy xác suất cần tính $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{6544}{19600}=\frac{409}{1225}$.

Câu 38. Gọi S là tập hợp các số thực m sao cho phương trình $z^2+2mz+m+1=0$ có hai nghiệm phức z_1, z_2 và các điểm biểu diễn của z_1, z_2 cùng với gốc tọa độ O tạo thành một tam giác vuông. Tích các phần tử của S bằng

A. $\frac{1}{2}$. **B.** -2. **C.** $-\frac{1}{2}$. **D.** 2.

Lời giải

Xét phương trình $z^2+2mz+m+1=0$ (1). Phương trình có hai nghiệm phức khi $\Delta'<0 \Leftrightarrow m^2-m-1<0 \Leftrightarrow \frac{1-\sqrt{5}}{2}<m<\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ $(*)$

Ta có các nghiệm $z_1=-m+i\sqrt{-m^2+m+1}$; $z_2=-m-i\sqrt{-m^2+m+1}$. Gọi A, B lần lượt là điểm biểu diễn của hai nghiệm phức z_1, z_2 thì $A\left(-m\,;\sqrt{-m^2+m+1}\right)$; $B\left(-m\,;-\sqrt{-m^2+m+1}\right)$. Ta có ΔOAB cân tại O do đó ΔOAB vuông khi và chỉ khi $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}=0 \Leftrightarrow m^2-\left(-m^2+m+1\right)=0 \Leftrightarrow 2m^2-m-1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-\frac{1}{2} \end{array}\right.$ (thỏa mãn $(*)$).

Suy ra $S=\left\{-\frac{1}{2};1\right\}$. Vậy tích các phần tử của tập S bằng $-\frac{1}{2}$.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-y+z-10=0$, điểm $A(1;3;2)$ và đường thẳng $d:\begin{cases} x=-2+2t \\ y=1+t \\ z=1-t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$. Phương trình đường thẳng Δ cắt (P) và d lần lượt tại hai điểm M và N sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng MN là

A. $\frac{x+6}{7}=\frac{y+1}{4}=\frac{z-1}{1}$. **B.** $\frac{x+6}{7}=\frac{y+1}{-4}=\frac{z-3}{-1}$.

C. $\frac{x-1}{-7}=\frac{y-3}{4}=\frac{z-2}{1}$. **D.** $\frac{x+6}{7}=\frac{y+1}{4}=\frac{z-3}{-1}$.

Lời giải

Ta có $M=(d)\cap(\Delta)\Rightarrow M\in(d)$. Giả sử $M(-2+2t,1+t,1-t)$, $t\in\mathbb{R}$

Do A là trung điểm MN nên $N(4-2t;\,5-t;\,t+3)$.

Mà $N\in(P)$ nên ta có phương trình $2(4-2t)-(5-t)+(3+t)-10=0$ $\Leftrightarrow t=-2$.

Do đó, $M(-6;-1;3)$.

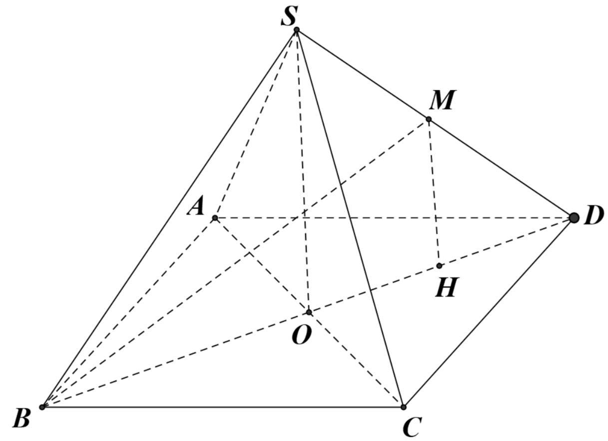
$\overrightarrow{AM}=(-7;-4;1)$ là vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ.

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là $\frac{x+6}{7}=\frac{y+1}{4}=\frac{z-3}{-1}$.

Câu 40. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a. Gọi M là trung điểm của SD. Tang của góc giữa đường thẳng BM và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải



Gọi O là tâm của hình vuông. Ta có $SO \perp (ABCD)$ và $SO = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Gọi M là trung điểm của OD ta có $MH // SO$ nên H là hình chiếu của M lên mặt phẳng $(ABCD)$ và $MH = \frac{1}{2}SO = \frac{a\sqrt{2}}{4}$.

Do đó góc giữa đường thẳng BM và mặt phẳng $(ABCD)$ là $\widehat{MBH}$.

Khi đó ta có $\tan \widehat{MBH} = \frac{MH}{BH} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{4}}{\frac{3a\sqrt{2}}{4}} = \frac{1}{3}$.

Vậy tang của góc giữa đường thẳng BM và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $\frac{1}{3}$

Câu 41. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 8$ và $g(x) = mx^2 + nx$ có đồ thị cắt nhau tại các điểm có hoành độ là $-1;\ 1;\ 2$. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số đã cho bằng

A. $\frac{37}{4}$. **B.** $\frac{37}{3}$. **C.** $\frac{19}{2}$. **D.** $\frac{9}{4}$.

Lời giải

Do hàm số $f(x)$ và $g(x)$ có đồ thị cắt nhau các điểm có hoành độ là $-1;\ 1;\ 2$, nên $f(x)-g(x)$ là hàm số bậc ba.

Suy ra ta có: $f(x)-g(x) = k.(x+1)(x-1)(x-2)$

Mặt khác ta có: $f(0) - g(0) = 8 \Rightarrow k = 4$.

$\Rightarrow f(x) - g(x) = 4(x+1)(x-1)(x-2)$

Vậy ta có diện tích là:

$$S = \int_{-1}^{2} |f(x) - g(x)|\,dx = \int_{-1}^{2} |4(x+1)(x-1)(x-2)|\,dx$$

$$= \int_{-1}^{1} |4(x+1)(x-1)(x-2)|\,dx + \int_{1}^{2} |4(x+1)(x-1)(x-2)|\,dx = \frac{37}{3}.$$

Câu 42. Cho hàm số $f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên khoảng $(0;+\infty)$ thỏa mãn $x^2 f'(x) - xf(x) = 2x^4 - 2$, với mọi $x \in (0;+\infty)$ và $f(1) = 2$. Giá trị $f(3)$ bằng

A. 27. **B.** $\frac{80}{3}$. **C.** $\frac{83}{3}$. **D.** $\frac{82}{3}$.

Lời giải

Ta có: $x^2f'(x)-xf(x)=2x^4-2\Rightarrow \dfrac{x^2f'(x)-xf(x)}{x^3}=\dfrac{2x^4-2}{x^3}$

$\Rightarrow \dfrac{xf'(x)-f(x)}{x^2}=2x-\dfrac{2}{x^3}\Rightarrow \left(\dfrac{f(x)}{x}\right)'=2x-\dfrac{2}{x^3}$

$\Rightarrow \int\left(\dfrac{f(x)}{x}\right)'\mathrm{d}x=\int\left(2x-\dfrac{2}{x^3}\right)\mathrm{d}x\Rightarrow \dfrac{f(x)}{x}=x^2+\dfrac{1}{x^2}+C$

$\Rightarrow f(x)=x^3+\dfrac{1}{x}+Cx$ .Do $f(1)=2\Leftrightarrow 2=1^3+\dfrac{1}{1}+C.1\Leftrightarrow C=0$, nên $f(x)=x^3+\dfrac{1}{x}$.

Khi đó $f(3)=3^3+\dfrac{1}{3}=\dfrac{82}{3}$.

Câu 43. Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\left(m-m^2\right)\dfrac{x^3}{3}-2mx^2-3x+2024$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$ bằng

A. -6. **B.** -5. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải

$y'=\left(m-m^2\right)x^2-4mx-3$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)\Leftrightarrow y'\le 0,\forall x\in\mathbb{R}$.

+ Với $m=0$ ta có $y'=-3$, $\forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

+ Với $m=1$ ta có $y'=-4x-3$ $\Rightarrow m=1$ không thỏa mãn.

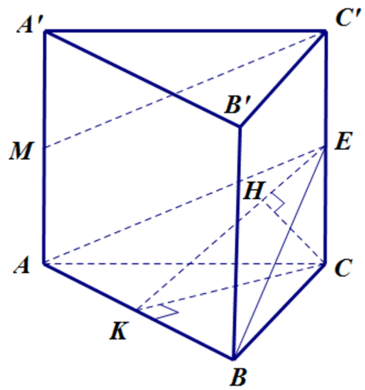
+ Với $\begin{cases}m\ne 1\\ m\ne 0\end{cases}$ ta có $y'\le 0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}m-m^2<0\\ \Delta'=m^2+3m\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m>1\\ m<0\end{array}\right.\\ -3\le m\le 0\end{cases}\Leftrightarrow -3\le m<0$.

Vậy $-3\le m\le 0$. Do $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{-3;-2;-1;0\}$. Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m bằng -6.

Câu 44. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh bên bằng $2a$, đáy là tam giác ABC vuông cân tại C và $CA=a$. Gọi M là trung điểm của cạnh AA'. Khoảng cách giữa đường thẳng AB và đường thẳng MC' bằng

A. $\dfrac{2a}{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}a}{2}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}a}{3}$. **D.** $\dfrac{a}{3}$.

Lời giải



Gọi E là trung điểm của cạnh $CC' \Rightarrow AE//MC',(E \in CC')$.

$d\left(AB, MC'\right) = d\left(MC',(EAB)\right) = d\left(C,(EAB)\right) = d\left(C',(EAB)\right)$.

Gọi K là trung điểm của cạnh $AB \Rightarrow AB \perp (EKC)$,

Dựng $CH \perp EK,(H \in EK) \Rightarrow CH \perp (EAB)$. Khi đó $d\left(C,(ABE)\right) = CH$.

Xét tam giác ECK vuông tại C có $CK = \dfrac{AB}{2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}; CE = \dfrac{CC'}{2} = a$.

$$CH = \frac{CK.CE}{\sqrt{CK^2 + CE^2}} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}.a}{\sqrt{\frac{a^2}{2} + a^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Vậy khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và MC' là $\dfrac{\sqrt{3}a}{3}$.

Câu 45. Xét tất cả các số phức z thay đổi nhưng luôn thoả mãn $|z+4| + |z-4| = 10$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |(1+i)z - 7 - 7i|$ bằng

A. $2\sqrt{3}$. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** 3. **D.** 2.

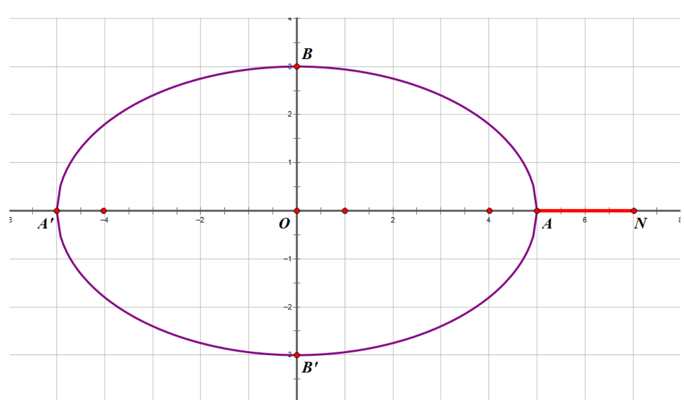
Lời giải

Gọi M là điểm biểu diễn cho số phức z, và $F_1(-4;0)$, $F_2(4;0)$.

Khi đó, tập hợp tất cả các điểm M thoả mãn là: $MF_1 + MF_2 = 10$ là đường Elip có các tiêu điểm là F_1, F_2 và độ dài trục lớn bằng 10.

Ta có: $2c = F_1F_2 = 2.4 = 8 \Rightarrow c = 4$. và $2a = 10 \Rightarrow a = 5$. Mặt khác: $b^2 = a^2 - c^2 = 9$.

Do đó: $(E): \dfrac{x^2}{25} + \dfrac{y^2}{9} = 1$. Giao điểm của (E) với các trục tọa độ là $A'(-5;0)$, $A(5;0)$, $B'(0;-3)$, $B(0;3)$.



Ta có: $P=\left|(1+i)z-7-7i\right|=\left|(1+i)z-7(1+i)\right|=\left|(1+i)(z-7)\right|=\left|1+i\right|.\left|z-7\right|=\sqrt{2}\left|z-7\right|$. Gọi $N(7;0)$.Suy ra: $P=\sqrt{2}MN$. Khi đó, $P\min \Leftrightarrow MN\min = ON-a=2$, xảy ra khi và chỉ khi $M(5;0)$. Vậy giá trị nhỏ nhất của P bằng $2\sqrt{2}$.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;-1;2)$, $B(2;-1;1)$, $C(1;-1;2)$, $D(3;5;-6)$. Điểm $M(a;b;c)$ di động trên mặt phẳng (Oxy). Khi biểu thức $P=6MA^2+4MB^2-8MC^2+MD^2$ đạt giá trị nhỏ nhất thì tổng $a+b$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** -3. **D.** 4.

Lời giải

Xét điểm $I: 6\overrightarrow{IA}+4\overrightarrow{IB}-8\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{ID}=\vec{0}\Rightarrow I(3;1;-2)$.

Khi đó

$P=6MA^2+4MB^2-8MC^2+MD^2=6\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)^2+4\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)^2-8\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IC}\right)^2+\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{ID}\right)^2$.

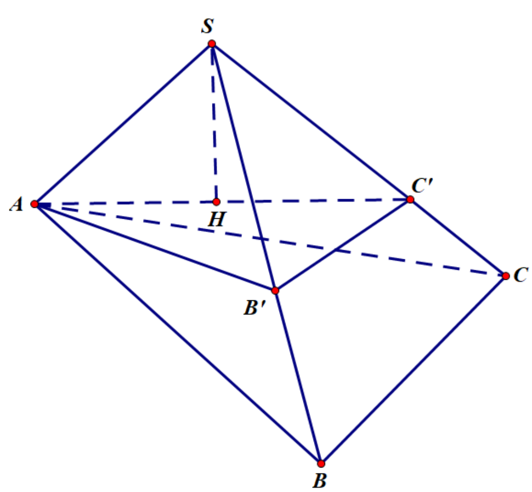
$=3MI^2+6IA^2+4IB^2-8IC^2+ID^2$

Khi $P_{\min}\Leftrightarrow MI_{\min}$. Khi đó M là hình chiếu của I trên $Oxy: M(3;5;0)$. Do đó $a+b=4$.

Câu 47. Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA=a,\ SB=2a,\ SC=\dfrac{3a}{2}$ và $\widehat{ASB}=60^0,\ \widehat{BSC}=90^0,\ \widehat{CSA}=120^0$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{4}$. **B.** $\sqrt{3}a^3$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{4}$.

Lời giải



Lấy $B'\in SB,\ C'\in SC$ sao cho $SA=SB'=SC'=a$. Khi đó: $AB'=a,\ BC'=a\sqrt{2},\ AC'=a\sqrt{3}$. Tam giác $AB'C'$ vuông tại B'. Gọi H là trung điểm AC' thì H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $AB'C'$. Tam giác SHA vuông tại H nên $SH=\sqrt{SA^2-AH^2}=\sqrt{a^2-\dfrac{3a^2}{4}}=\dfrac{a}{2}$. Do đó

$V_{SAB'C'}=\dfrac{1}{3}SH.S_{\Delta AB'C'}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a}{2}.\dfrac{1}{2}a.a\sqrt{2}=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{12}$.

Mà $\dfrac{V_{S.AB'C'}}{V_{S.ABC}}=\dfrac{SA}{SA}.\dfrac{SB'}{SB}.\dfrac{SC'}{SC}=\dfrac{1}{3}\Rightarrow V_{S.ABC}=3.V_{S.AB'C'}=3.\dfrac{\sqrt{2}a^3}{12}=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{4}$.

Câu 48. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi x có không quá 728 số nguyên y thỏa mãn $\log_4\left(x^2+y\right) \ge \log_3(x+y)$?

A. 116. **B.** 115. **C.** 59. **D.** 58.

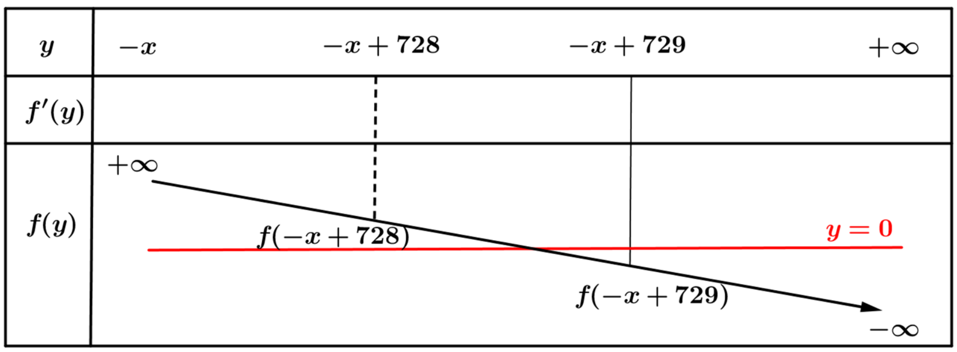
Lời giải

Điều kiện: $\begin{cases} x^2+y>0 \\ x+y>0 \end{cases} \Leftrightarrow y>-x, \forall x \in \mathbb{Z}$

Ta có: $\log_4\left(x^2+y\right) \ge \log_3(x+y) \Leftrightarrow \log_4\left(x^2+y\right) - \log_3(x+y) \ge 0 \Leftrightarrow f\left(y\right) \ge 0$

Xét hàm số $f(y) = \log_4\left(x^2+y\right) - \log_3(x+y)$ trên khoảng $\left(-x;+\infty\right)$

$$f'(y) = \frac{1}{\left(x^2+y\right)\ln 4} - \frac{1}{(x+y)\ln 3} < 0, \forall y > -x$$



Có không quá 728 số nguyên y thỏa mãn $f\left(y\right) \le 0$

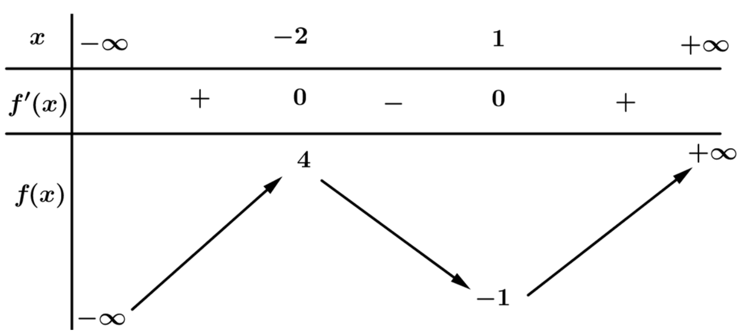
$\Leftrightarrow f(-x+729) < 0 \Leftrightarrow \log_4\left(x^2-x+729\right) - \log_3 729 < 0$

$\Leftrightarrow x^2-x+729-4^6 < 0 \Leftrightarrow x^2-x-3367 < 0$

$\Leftrightarrow -57,5 \le x \le 58,5$

Vậy có 116 số nguyên x thỏa mãn.

Câu 49. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.



Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $h\left(x\right) = \left|f^2\left(x\right) - 6f\left(x\right) - m - \frac{1}{2}\right|$ có đúng 11 điểm cực trị?

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Xét hàm số $g\left(x\right) = f^2\left(x\right) - 6f\left(x\right)$.

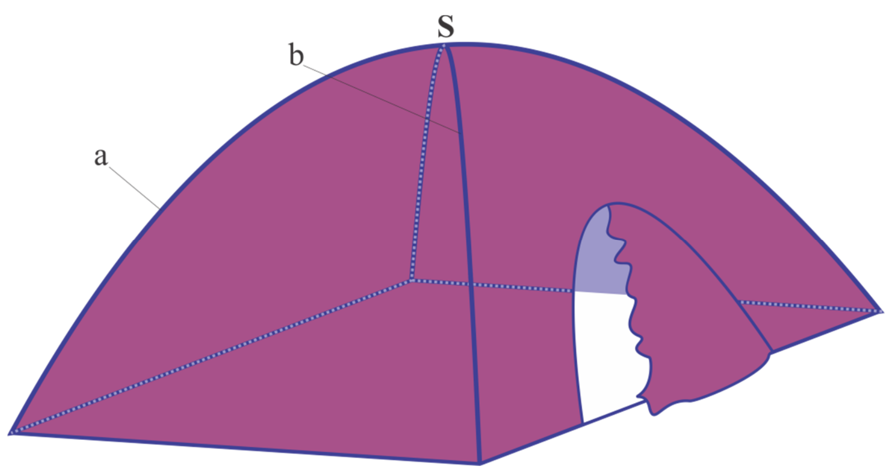
Ta có $g'(x)=2f'(x)(f(x)-3) => g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f'(x)=0 \\ f(x)=3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\in\{-2;1\} \\ x\in\{a;b;c\} \end{array}\right.$. Trong đó $a;b;c$ là các nghiệm của phương trình $f(x)=3$, $(a<-2; b\in(-2;1), c>1)$.

Bảng biến thiên của hàm số $g(x)=f^2(x)-6f(x)$

x	$-\infty$		a		-2		b		1		c		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-9	$\nearrow$	-8	$\searrow$	-9	$\nearrow$	7	$\searrow$	-9	$\nearrow$	$+\infty$

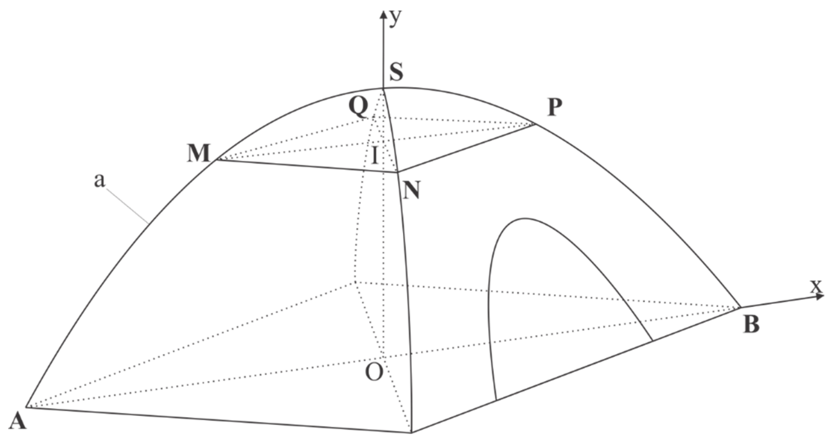
Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số $h(x)=\left|f^2(x)-6f(x)-m-\frac{1}{2}\right|$ có đúng 11 điểm cực trị khi và chỉ khi $-9<m+\frac{1}{2}<-8 \Leftrightarrow -\frac{19}{2}<m<-\frac{17}{2}$. Do $m\in\mathbb{Z}$ nên $m=-9$.

Câu 50. Một chiếc lều vải du lịch có dạng như hình vẽ. Khung chính của lều bao gồm đáy là hình vuông cạnh $3m$ và hai xương dây a, b nằm trên các đường parabol đỉnh S. Biết chiều cao của lều là $SO=150cm$, O là tâm của đáy. Nếu coi như độ dày của vải phủ và khung chính không đáng kể thì thể tích phần không gian bên trong lều bằng



A. $8(m^3)$. **B.** $\frac{13}{2}(m^3)$. **C.** $7(m^3)$. **D.** $\frac{27}{4}(m^3)$.

Lời giải



Gắn hệ trục như hình vẽ. Ta tính được $OA = OB = \dfrac{3\sqrt{2}}{2}$.

Gọi phương trình của đường a là $y = ax^2 + bx + c, (a < 0)$.

Ta có a đi qua các điểm $A\left(-\dfrac{3\sqrt{2}}{2}; 0\right), B\left(\dfrac{3\sqrt{2}}{2}; 0\right), S\left(0; \dfrac{3}{2}\right)$.

Suy ra ta có hệ $\begin{cases} \dfrac{9a}{2} - \dfrac{3\sqrt{2}}{2}b + c = 0 \\ \dfrac{9a}{2} + \dfrac{3\sqrt{2}}{2}b + c = 0 \\ c = \dfrac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\dfrac{1}{3} \\ b = 0 \\ c = \dfrac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow y = -\dfrac{1}{3}x^2 + \dfrac{3}{2}$.

Gọi $I(0; y); y \in \left[0; \dfrac{3}{2}\right)$.

Mặt phẳng vuông góc Oy tại I cắt hình đã cho theo 1 thiết diện là hình vuông $MNPQ$ có diện tích $S(y)$.

Theo giả thiết trên các điểm M, N, P, Q cùng có tung độ bằng y. Mà hai điểm M, P thuộc đường a có phương trình $y = -\dfrac{1}{3}x^2 + \dfrac{3}{2}$.

Suy ra $2x^2 = 9 - 6y \Leftrightarrow x^2 = \dfrac{9-6y}{2} \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{\dfrac{9-6y}{2}} \Rightarrow M\left(-\sqrt{\dfrac{9-6y}{2}}; y\right), P\left(\sqrt{\dfrac{9-6y}{2}}; y\right)$.

$\Rightarrow MP = 2\sqrt{\dfrac{9-6y}{2}} = \sqrt{18-12y} \Rightarrow MN = \sqrt{9-6y}$.

$\Rightarrow S(y) = MN^2 = 9 - 6y$.

Suy ra thể tích chiếc lều là $V = \int_0^{\frac{3}{2}} S(y)\,\mathrm{d}y = \int_0^{\frac{3}{2}} (9-6y).\mathrm{d}y = \dfrac{27}{4}\left(m^3\right)$.

-------------- HẾT --------------

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH THÁI NGUYÊN

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

(Đề thi có 06 trang)

THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2024 (Đợt 2)
Bài thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ và tên thí sinh: ....
Số báo danh: ....

ĐỀ SỐ 03

Câu 1. Khối chóp có diện tích đáy bằng 6 và chiều cao bằng 5 có thể tích bằng

A. 15. **B.** 30. **C.** 10. **D.** 5.

Câu 2. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có tập xác định là $\mathbb{R}\setminus\left\{1\right\}$ và bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	$\|\|$	$+$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(1;+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;-1\right)$. **C.** $\left(-\infty;1\right)$. **D.** $\left(-1;+\infty\right)$.

Câu 3. Tập xác định của hàm số $y=\left(x-2\right)^{\pi}$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\left\{2\right\}$. **B.** $\left[2;+\infty\right)$. **C.** $\left(2;+\infty\right)$. **D.** $\left(0;+\infty\right)$.

Câu 4. Thể tích của khối nón có chiều cao $h=3$ và bán kính đáy $r=4$ bằng

A. 48π. **B.** 4π. **C.** 16π. **D.** 36π.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $\left(\alpha\right): 2x+4y-z+3=0$ có một véc tơ pháp tuyến là

A. $\overrightarrow{n_3}=\left(-2;4;1\right)$. **B.** $\overrightarrow{n_4}=\left(2;4;1\right)$. **C.** $\overrightarrow{n_1}=\left(2;4;-1\right)$. **D.** $\overrightarrow{n_2}=\left(2;-4;1\right)$.

Câu 6. Họ nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\cos x$ là

A. $2x+C$. **B.** $\cos x+C$. **C.** $2\sin x+C$. **D.** $\sin x+C$.

Câu 7. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f\left(x\right)=x^4-10x^2+2$ trên đoạn $\left[-1;2\right]$ bằng

A. 2. **B.** -7. **C.** -23. **D.** -22.

Câu 8. Có bao nhiêu cách xếp 4 người ngồi vào 6 chiếc ghế kê thành hàng ngang, sao cho mỗi ghế có đúng một người ngồi?

A. $4!$. **B.** A_6^4. **C.** $6!$. **D.** C_6^4.

Câu 9. Nếu $\int\limits_1^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x=5$ và $\int\limits_1^2 g\left(x\right)\mathrm{d}x=-3$ thì $\int\limits_1^2 \left[f\left(x\right)+g\left(x\right)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. -2. **B.** 2. **C.** -3. **D.** 4.

Câu 10. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3\left(2x-1\right)<1$ là

A. $\left(0;3\right)$. **B.** $\left(-\infty;2\right)$. **C.** $\left(\dfrac{1}{2};2\right)$. **D.** $\left(2;+\infty\right)$.

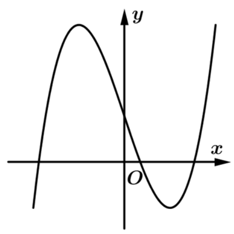
Câu 11. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 4. **B.** 1. **C.** -2. **D.** 3.

Câu 12. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



A. $y=x^3-3x+1$. **B.** $y=2x^4-4x^2+1$. **C.** $y=-x^3+3x+1$. **D.** $y=-2x^4+4x^2+1$.

Câu 13. Nghiệm của phương trình $3^{3x-1}=9$ là

A. $x=-2$. **B.** $x=1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=-3$.

Câu 14. Diện tích mặt cầu bán kính R bằng

A. $2\pi R^2$. **B.** $\frac{4}{3}\pi R^2$. **C.** $4\pi R^2$. **D.** πR^2.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{3}=\frac{z+1}{-1}$. Điểm nào sau đây thuộc d?

A. $N\left(2;3;-1\right)$. **B.** $Q\left(-2;-3;1\right)$. **C.** $P\left(1;2;-1\right)$. **D.** $M\left(-1;-2;1\right)$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, bán kính của mặt cầu $\left(S\right):x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z-2=0$ là

A. $R=16$. **B.** $R=9$. **C.** $R=3$. **D.** $R=4$.

Câu 17. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$\|\|$	$+$	
$f(x)$	2	$\nearrow$	$+\infty$ $\|\|$ $-\infty$	$\nearrow$	2

Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. $y=2$. **B.** $y=1$. **C.** $x=1$. **D.** $x=2$.

Câu 18. Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a\neq 1$, $\log_{a^3}b$ bằng

A. $3\log_a b$. **B.** $\frac{1}{3}\log_a b$. **C.** $3+\log_a b$. **D.** $\frac{1}{3}+\log_a b$.

Câu 19. Đạo hàm của hàm số $y=\log_3 x$ tại $x=5$ bằng

A. $\dfrac{1}{5\ln 3}$. **B.** $\dfrac{1}{15}$. **C.** $\dfrac{\ln 3}{5}$. **D.** $\dfrac{1}{5}$.

Câu 20. Môđun của số phức $z=3-4i$ bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 21. Số nghiệm thực của phương trình $2\log_3(3x+2)=\log_3(x-2)^2$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 22. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2+2x}\le 8$ là

A. $(-\infty;-3]$. **B.** $[-3;1]$. **C.** $(-3;1]$. **D.** $(-3;1)$.

Câu 23. Nếu $\int\limits_0^1 f(x)dx=3$ thì $\int\limits_0^1 [1+f(x)]dx$ bằng

A. 2. **B.** 4. **C.** -2. **D.** 3.

Câu 24. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 3. Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng qua trục, thiết diện thu được là một hình vuông. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 54π. **B.** 27π. **C.** 36π. **D.** 18π.

Câu 25. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=2x+1$, trục hoành và hai đường thẳng $x=0,\ x=2$ bằng

A. 9. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 4.

Câu 26. Cho số phức $z=4+3i$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức $\overline{z}$ là

A. $P(4;-3)$. **B.** $N(4;3)$. **C.** $M(3;4)$. **D.** $Q(-4;-3)$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(0;1;1)$ và $B(1;2;3)$. Phương trình của mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB là

A. $x+y+2z-6=0$. **B.** $x+3y+4z-7=0$.

C. $x+3y+4z-26=0$. **D.** $x+y+2z-3=0$.

Câu 28. Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $2\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a. Độ dài đường sinh l của hình nón đã cho bằng

A. a. **B.** $6a$. **C.** $2a$. **D.** $\dfrac{2a}{3}$.

Câu 29. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_5=-32$ và công bội $q=2$. Khi đó u_1 bằng

A. -1. **B.** 2. **C.** 1. **D.** -2.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua $A(1;2;-1)$ và $B(2;-1;1)$ có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-3t \\ z=-1-2t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$. **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-3t \\ z=-1+2t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$. **C.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=1+2t \\ z=-t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$. **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-3t \\ z=1+2t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(-1;5;2)$ và $B(3;-3;2)$. Tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB là

A. $(2;2;4)$. **B.** $(4;-8;0)$. **C.** $(1;1;2)$. **D.** $(2;-4;0)$.

Câu 32. Cho hai số phức $z_1=1-2i$ và $z_2=-3+i$. Số phức z_1-z_2 bằng

A. $2+i$. **B.** $4-3i$. **C.** $-2-i$. **D.** $4-2i$.

Câu 33. Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $x^4-4x^2=m+1$ có bốn nghiệm thực phân biệt là

A. 3. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 34. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(1+i)\overline{z}-1-3i=0$. Môđun của số phức $w=1-iz+\overline{z}$ bằng

A. $\sqrt{5}$. **B.** 2. **C.** 5. **D.** $\sqrt{3}$.

Câu 35. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Đường thẳng SC tạo với mặt phẳng đáy một góc bằng $60°$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{3a^3}{4}$. **B.** $\frac{a^3}{12}$. **C.** $\frac{a^3}{8}$. **D.** $\frac{a^3}{4}$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y-z+9=0$, đường thẳng $d:\frac{x-3}{1}=\frac{y-3}{3}=\frac{z}{2}$ và điểm $A(1;2;-1)$. Phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm A cắt d và song song với mặt phẳng (P) là

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+1}{-1}$. **B.** $\frac{x-1}{-1}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z+1}{-2}$.

C. $\frac{x-1}{-1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+1}{1}$. **D.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+1}{2}$.

Lời giải

Ta có một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}=(1;1;-1)$.

Gọi $B=\Delta\cap d$ thì $B(3+t;3+3t;2t)\Rightarrow\overrightarrow{AB}=(2+t;3t+1;2t+1)$.

Do đường thẳng Δ song song với mặt phẳng (P) nên ta có $\overrightarrow{AB}.\vec{n}=0\Leftrightarrow 2+t+3t+1-2t-1=0\Leftrightarrow t=-1$.

Với $t=-1$ thì $\overrightarrow{AB}=(1;-2;-1)\Rightarrow$ một véc tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u}=(-1;2;1)$.

Vậy phương trình đường thẳng Δ là $\frac{x-1}{-1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+1}{1}$.

Câu 37. Xét tất cả các số phức z thay đổi nhưng luôn thoả mãn $|z+4|+|z-4|=10$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|(1+i)z-5+5i|$ bằng

A. $2\sqrt{3}$. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $3\sqrt{2}$. **D.** 4.

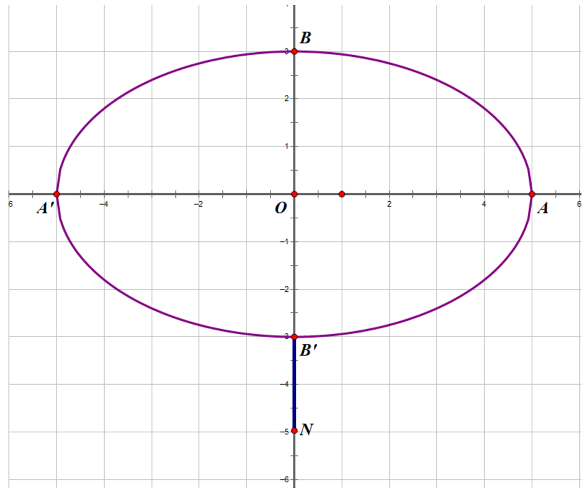
Lời giải

Gọi M là điểm biểu diễn cho số phức z, và $F_1(-4;0)$, $F_2(4;0)$.

Khi đó, tập hợp tất cả các điểm M thoả mãn là: $MF_1+MF_2=10$ là đường Elip có các tiêu điểm là F_1, F_2 và độ dài trục lớn bằng 10.

Ta có: $2c=F_1F_2=2.4=8\Rightarrow c=4.$ và $2a=10\Rightarrow a=5$. Mặt khác: $b^2=a^2-c^2=9$.

Do đó: $(E): \dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$. Giao điểm của (E) với các trục tọa độ là $A'(-5;0)$, $A(5;0)$, $B'(0;-3)$, $B(0;3)$.

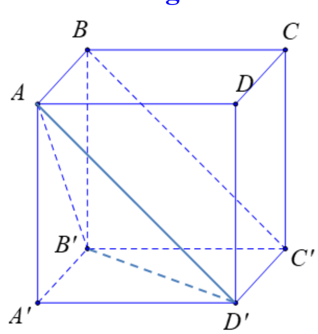


Ta có: $P=|(1+i)z-5+5i|=|(1+i)z+5i(1+i)|=|(1+i)(z+5i)|=|1+i|.|z+5i|=\sqrt{2}|z-(-5i)|$. Gọi $N(0;-5)$.Suy ra: $P=\sqrt{2}MN$. Khi đó, $P\min \Leftrightarrow MN\min = ON-b=2$, xảy ra khi và chỉ khi $M(0;-3)$. Vậy giá trị nhỏ nhất của P bằng $2\sqrt{2}$.

Câu 38. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Khoảng cách giữa đường thẳng AB' và đường thẳng BC' bằng

A. $\sqrt{3}a$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}a}{2}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}a}{3}$. **D.** $\sqrt{2}a$.

Lời giải



Ta có

$BC'//AD' \subset (AB'D')$

$\Rightarrow d(BC',AB')=d(BC',(AB'D'))=d(C',(AB'D'))=d(A',(AB'D'))=d$

Hình chóp $A'.AB'D'$ có ba cạnh $A'A, A'B', A'D'$ đôi một vuông góc nên

$\dfrac{1}{d^2}=\dfrac{1}{A'A^2}+\dfrac{1}{A'B'^2}+\dfrac{1}{A'D'^2}=\dfrac{3}{a^2}$.

Vậy $d=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 39. Gọi S là tập hợp các số thực m sao cho phương trình $z^2+2mz+m+1=0$ có hai nghiệm phức z_1, z_2 và các điểm biểu diễn của z_1, z_2 cùng với gốc tọa độ O tạo thành một tam giác đều. Tổng tất cả các phần tử của S bằng

A. $-\dfrac{3}{4}$. **B.** -2. **C.** $\dfrac{3}{4}$. **D.** 2.

Lời giải

Xét phương trình $z^2+2mz+m+1=0\ (1)$. Phương trình có hai nghiệm phức khi $\Delta'<0 \Leftrightarrow m^2-m-1<0 \Leftrightarrow \frac{1-\sqrt{5}}{2}<m<\frac{1+\sqrt{5}}{2}\ (*)$

Ta có các nghiệm $z_1=-m+i\sqrt{-m^2+m+1};\ z_2=-m-i\sqrt{-m^2+m+1}$. Gọi A, B lần lượt là điểm biểu diễn của hai nghiệm phức z_1, z_2 thì $A\left(-m\,;\sqrt{-m^2+m+1}\right);B\left(-m\,;-\sqrt{-m^2+m+1}\right)$. Ta có ΔOAB cân tại O do đó ΔOAB đều khi và chỉ khi $OA=AB \Leftrightarrow OA^2=AB^2 \Leftrightarrow (-m)^2+\left(-m^2+m+1\right)=4\left(-m^2+m+1\right)$

$$\Leftrightarrow 4m^2-3m-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=\frac{3-\sqrt{57}}{8} \\ m=\frac{3+\sqrt{57}}{8} \end{array}\right. \quad \text{(thỏa mãn } (*)\text{)}.$$

Suy ra $S=\left\{\frac{3-\sqrt{57}}{8};\frac{3+\sqrt{57}}{8}\right\}$. Vậy tổng các phần tử của tập S bằng $\frac{3}{4}$

Câu 40. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $(0;+\infty)$ thỏa mãn $2xf'(x)+f(x)=6x^2\sqrt{x}$ và $f(1)=1$. Giá trị $f(4)$ bằng

A. 33. **B.** 34. **C.** 30. **D.** 32.

Lời giải

Trên khoảng $(0;+\infty)$ ta có: $2xf'(x)+f(x)=6x^2\sqrt{x} \Leftrightarrow \sqrt{x}f'(x)+\frac{1}{2\sqrt{x}}f(x)=3x^2$.

$\Rightarrow \left(\sqrt{x}.f(x)\right)'=3x^2 \Rightarrow \int\left(\sqrt{x}.f(x)\right)'\mathrm{d}x=\int 3x^2\mathrm{d}x \Rightarrow \sqrt{x}.f(x)=x^3+C$. $(*)$

Mà $f(1)=1$ nên từ $(*)$ ta có: $\sqrt{1}.f(1)=1^3+C \Leftrightarrow 1=1+C \Leftrightarrow C=0$.

Suy ra $f(x)=x^2\sqrt{x}$. Vậy $f(4)=4^2\sqrt{4}=32$.

Câu 41. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=-\left(m^2+m\right)x^3+6(m+1)x^2-9x-2024$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. 4. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 6.

Lời giải

$y'=-3\left(m^2+m\right)x^2+12(m+1)x-9=-3\left[\left(m^2+m\right)x^2-4(m+1)x+3\right]$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty) \Leftrightarrow y'\le 0$ với $\forall x\in\mathbb{R}$.

+ Với $m=0$ ta có $y'=12x-9, \forall x\in\mathbb{R} \Rightarrow m=0$ không thỏa mãn.

+ Với $m=-1$ ta có $y'=-9 \Rightarrow m=-1$ thỏa mãn.

+ Với $\begin{cases} m\ne -1 \\ m\ne 0 \end{cases}$ ta có $y'\le 0, \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2+m>0 \\ \Delta'=m^2+5m+4\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m>0 \\ m<-1 \end{array}\right. \\ -4\le m\le -1 \end{cases} \Leftrightarrow -4\le m<-1$.

Vậy $-4\le m\le -1$. Do $m\in\mathbb{Z} \Rightarrow m\in\{-4;-3;-2;-1\}$.

Vậy có 4 giá trị nguyên của m thỏa mãn bài ra.

Câu 42. Đường thẳng $y=-2x+4$ cắt đồ thị hàm số $y=\frac{x-3}{x+1}$ tại hai điểm A và B phân biệt. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB. Tung độ của điểm I thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-1;-\frac{1}{2}\right)$. **B.** $(3;4)$. **C.** $\left(\frac{3}{2};\frac{7}{2}\right)$. **D.** $\left(1;\frac{3}{2}\right)$.

Lời giải

Hoành độ hai điểm A và B là nghiệm của phương trình

$\frac{x-3}{x+1}=-2x+4 \Leftrightarrow 2x^2-x-7=0$

Khi đó $x_A+x_B=\frac{1}{2}$ nên hoành độ của trung điểm I của đoạn thẳng AB bằng $x_I=\frac{1}{4}$. Do I nằm trên đường thẳng $y=-2x+4$ nên tung độ I bằng $\frac{7}{2}$.

Câu 43. Một hộp chứa 2 viên bi xanh, 4 viên bi đỏ và 5 viên bi vàng. Lấy ngẫu nhiên 5 viên bi từ hộp. Xác suất để 5 viên bi được lấy ra có đủ cả ba màu bằng

A. $\frac{151}{462}$. **B.** $\frac{155}{231}$. **C.** $\frac{311}{462}$. **D.** $\frac{151}{462}$.

Lời giải

Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 5 viên bi từ hộp chứa 11 viên bi. Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{11}^5=462$.

Gọi A là biến cố " 5 viên bi được lấy ra có đủ cả ba màu". Để tìm số phần tử của biến cố A ta đi tìm số phần tử của biến cố $\overline{A}$ tức là 5 viên bi lấy ra không có đủ ba màu như sau:

● **TH1:** Chọn 5 viên bi chỉ có một màu.

Do đó trường hợp này có $C_5^5=1$ cách.

● **TH2:** Chọn 5 viên bi có đúng hai màu xanh và đỏ, có C_6^5 cách.

Chọn 5 viên bi có đúng hai màu đỏ và vàng, có $C_9^5-C_5^5$ cách.

Chọn 5 viên bi có đúng hai màu xanh và vàng, có $C_7^5-C_5^5$ cách.

Do đó trường hợp này có $C_6^5+\left(C_9^5-C_5^5\right)+\left(C_7^5-C_5^5\right)=151$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố $\overline{A}$ là $n\left(\overline{A}\right)=1+151=152$.

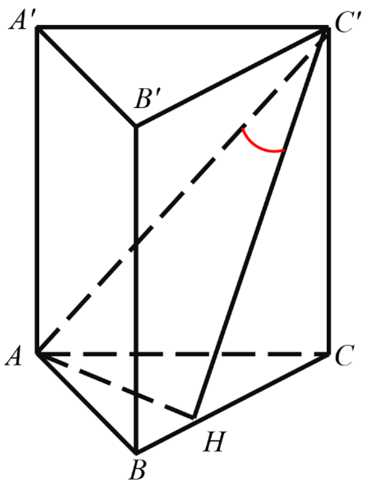
Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A)=n(\Omega)-n\left(\overline{A}\right)=462-152=310$.

Vậy xác suất cần tính $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{310}{462}=\frac{155}{231}$.

Câu 44. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC vuông tại A, $AB=\sqrt{3}a$, $AC=AA'=a$. Giá trị sin của góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{6}}{4}$. **D.** $\frac{\sqrt{10}}{4}$.

Lời giải



Kẻ $AH \perp BC \Rightarrow AH \perp (BCC'B')$, từ đó $(AC';(BCC'B')) = \widehat{AC'H}$.

Xét ΔABC vuông tại A: $\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{AB^2} + \dfrac{1}{AC^2} \Leftrightarrow AH = \dfrac{\sqrt{3}}{2}a$.

Xét $\Delta AA'C'$ vuông tại C': $AC' = \sqrt{AA'^2 + AC'^2} = a\sqrt{2}$.

Xét $\Delta AHC'$ vuông tại C': $\sin \widehat{AC'H} = \dfrac{AH}{AC'} = \dfrac{\sqrt{6}}{4}$.

Câu 45. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 6$ và $g(x) = mx^2 + nx$ có đồ thị cắt nhau tại các điểm có hoành độ là $-1;\ 1;\ 2$. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số đã cho bằng

A. $\dfrac{9}{4}$. **B.** $\dfrac{37}{4}$. **C.** $\dfrac{9}{2}$. **D.** $\dfrac{37}{12}$.

Lời giải

Do hàm số $f(x)$ và $g(x)$ có đồ thị cắt nhau các điểm có hoành độ là $-1;\ 1;\ 2$, nên $f(x) - g(x)$ là hàm số bậc ba.

Suy ra ta có: $f(x) - g(x) = k.(x+1)(x-1)(x-2)$

Mặt khác ta có: $f(0) - g(0) = 6 \Rightarrow k = 3$.

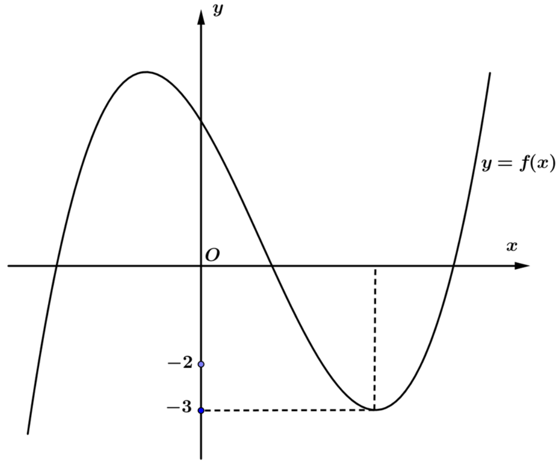
$\Rightarrow f(x) - g(x) = 3(x+1)(x-1)(x-2)$

Vậy ta có diện tích là:

$$S = \int_{-1}^{2} |f(x) - g(x)|\,dx = \int_{-1}^{2} |3(x+1)(x-1)(x-2)|\,\mathrm{d}x$$

$$= \int_{-1}^{1} |3(x+1)(x-1)(x-2)|\,\mathrm{d}x + \int_{1}^{2} |3(x+1)(x-1)(x-2)|\,\mathrm{d}x = \frac{37}{4}.$$

Câu 46. Cho hàm số đa thức bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ.



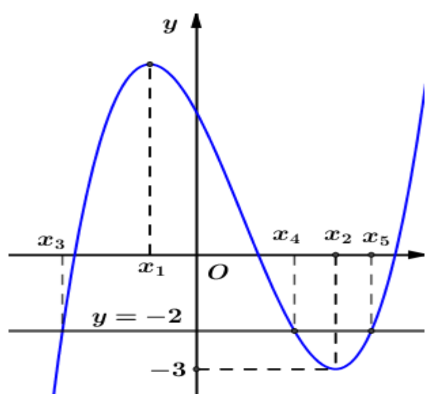
Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số $m \in [-50;50]$ để hàm số $h(x) = \left|f^2(x) + 4f(x) + 2m\right|$ có đúng 5 điểm cực trị. Số phần tử của S bằng

A. 49. **B.** 43. **C.** 47. **D.** 50.

Lời giải

Xét hàm số $g(x) = f^2(x) + 4f(x)$.

Ta có $g'(x) = 2.f'(x).\left[f(x)+2\right] \Rightarrow g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f'(x) = 0 \\ f(x) = -2 \end{array}\right. \Leftrightarrow x \in \{x_1; x_2; x_3; x_4; x_5\}$ (tham khảo hình vẽ).



Bảng biến thiên của hàm số $g(x) = f^2(x) + 4f(x)$

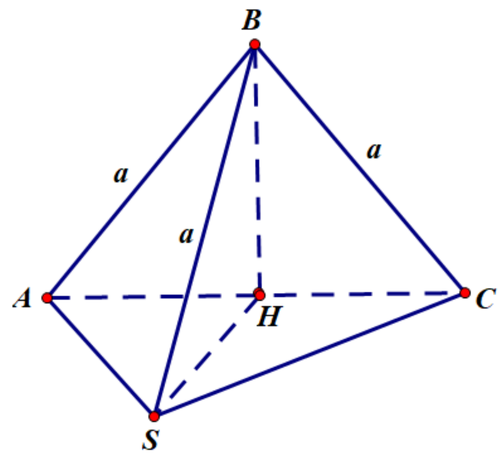
x	$-\infty$		x_3		x_1		x_4		x_2		x_5		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$g(x_1)$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	-3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số $h(x) = \left|f^2(x) + 4f(x) + 2m\right|$ có đúng 5 điểm cực trị khi và chỉ khi $-2m \le -4 \Leftrightarrow m \ge 2$. Do $m \in \mathbb{Z}$ và $m \in [-50;50]$ nên $m \in \{2;3;4;5;...;50\}$. Vậy có 49 giá trị của m.

Câu 47. Cho khối chóp $S.ABC$ có mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt phẳng (ABC), tam giác SAB là tam giác đều cạnh a, $BC = a$. Đường thẳng SC tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 60^o. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{9}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{12}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{18}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{18}$.

Lời giải



Gọi H là trung điểm của AC. Vì ΔABC cân tại B nên $BH \perp AC$.
Mặt khác $(SAC) \perp (ABC) \Rightarrow BH \perp (SAC)$.
Ta thấy $\Delta BHA = \Delta BHS = \Delta BHC \Rightarrow HA = HC = HS \Rightarrow \Delta SAC$ vuông tại S.
Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) là góc $\widehat{SCA} = 60°$.

Ta có $SC = SA.\cot 60^o = \frac{\sqrt{3}a}{3}$, $AC = \sqrt{SA^2 + SC^2} = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{3}} = \frac{2\sqrt{3}a}{3} \Rightarrow AH = HC = \frac{\sqrt{3}a}{3}$.

$BH = \sqrt{BC^2 - HC^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{3}} = \frac{\sqrt{6}a}{3}$. Thể tích khối chóp $B.SAC$ là

$V = \frac{1}{3}.S_{\Delta ASC}.BH = \frac{1}{3}.\frac{1}{2}.SA.SC.BH = \frac{1}{6}.a.\frac{\sqrt{3}a}{3}.\frac{\sqrt{6}a}{3} = \frac{\sqrt{2}a^3}{18}$.

Câu 48. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi x có không quá 127 số nguyên y thỏa mãn $\log_3(x^2 + y) \geq \log_2(x + y)$?

A. 46. **B.** 89. **C.** 90. **D.** 45.

Lời giải

Điều kiện: $\begin{cases} x^2 + y > 0 \\ x + y > 0 \end{cases} \Leftrightarrow y > -x, \forall x \in \mathbb{Z}$

Ta có: $\log_3(x^2 + y) \geq \log_2(x + y) \Leftrightarrow \log_3(x^2 + y) - \log_2(x + y) \geq 0 \Leftrightarrow f(y) \geq 0$

Xét hàm số $f(y) = \log_3(x^2 + y) - \log_2(x + y)$ trên khoảng $(-x; +\infty)$

$f'(y) = \frac{1}{(x^2 + y)\ln 3} - \frac{1}{(x + y)\ln 2} < 0, \forall y > -x$

Do đó ta có bảng biến thiên của hàm số $f(y)$

y	$-x$	$-x+127$	$-x+128$	$+\infty$
$f'(y)$				
$f(y)$	$+\infty$	$f(-x+127)$	$f(-x+128)$	$-\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy $f(y) \geq 0$ có không quá 127 số nguyên khi $f(-x+128) < 0$

$\Leftrightarrow \log_3(x^2 - x + 128) - \log_2(128) < 0$

$\Leftrightarrow \quad x^2 - x + 128 < 3^7 \Leftrightarrow -44,8 \leq x \leq 45,8$

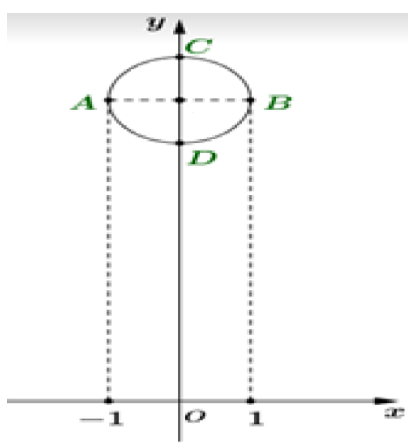
Như vậy có 90 giá trị thỏa yêu cầu bài toán

Câu 49. Trong lễ bàn giao công trình của một công ty xây dựng cầu đường, công ty thiết kế một cổng chào bằng phao chứa không khí ở bên trong, có hình dạng như một nửa cái săm ô tô khi bơm căng. Cổng chào có chiều cao so với mặt đường là $7m$ (tham khảo hình vẽ), phần chân của cổng chào tiếp xúc với mặt đường theo một hình tròn có đường kính là $2m$. Nếu bỏ qua độ dày của lớp vỏ cổng chào, mặt đường coi là bằng phẳng thì thể tích không khí chứa bên trong cổng chào bằng

A. $10\pi^2(m^3)$. **B.** $8\pi^2(m^3)$. **C.** $6\pi^2(m^3)$. **D.** $7\pi^2(m^3)$.

Lời giải

Chọn hệ tọa độ Oxy.



+ Xét đường tròn $(C): x^2 + (y-6)^2 = 1$.

+ Khi đó cung $\overset{\frown}{ACB}$ có phương trình $y=6+\sqrt{1-x^2}$ và cung cung $\overset{\frown}{ADB}$ có phương trình $y=6-\sqrt{1-x^2}$.

+ Ta có thể tích V của không khí chứa trong cổng chào chính bằng một nửa thể tích của vật thể tròn xoay khi cho đường tròn (C) quay quanh trục Ox sinh ra.

+ Ta có $V=\frac{1}{2}\left(\pi\int_{-1}^{1}\left(6+\sqrt{1-x^2}\right)^2dx-\pi\int_{-1}^{1}\left(6-\sqrt{1-x^2}\right)^2dx\right)$

$=\frac{1}{2}\pi\int_{-1}^{1}24\sqrt{1-x^2}dx=24\pi\int_{0}^{1}\sqrt{1-x^2}dx$.

+ Đặt $x=\sin t$, ta có $dx=\cos t.dt$ và $x=0\to t=0;\ x=1\to t=\frac{\pi}{2}$.

Khi đó $V=28\pi\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{1-\sin^2 t}\cos t.dt=24\pi\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}|\cos t|\cos t.dt=24\pi\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}\cos^2 t.dt=12\pi\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}(1+\cos 2t).dt$

$=12\pi\left(t+\frac{1}{2}\sin 2t\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=12\pi\left(\frac{\pi}{2}-0\right)=6\pi^2\left(m^3\right)$.

+ Vậy $V=6\pi^2\left(m^3\right)$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y-z+2=0$ và $A(3;4;1)$, $B(7;-4;-3)$. Điểm $M(a;b;c)$ nằm trên (P) với $a>2$ sao cho tam giác ABM vuông tại M và có diện tích nhỏ nhất. Biểu thức $T=a+b+c$ có giá trị bằng

A. 0. **B.** -2. **C.** 3. **D.** -1.

Lời giải

+) Ta có $S_{\Delta MAB}=\frac{1}{2}d(M;AB).AB$. ($AB$ không đổi)

$S_{\Delta MAB}$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow d(M;AB)$ là nhỏ nhất $\Rightarrow M\in\Delta=(P)\cap(Q)$ với (Q) là mặt phẳng chứa đường thẳng AB và vuông góc với (P).

+) $\overrightarrow{AB}=(4;-8;-4)=4(1;-2;-1)=4\vec{u}$; mp$(P)$ có vtpt $\overrightarrow{n_P}=(1;1;-1)$.

+) mp(Q) đi qua điểm $A(3;4;1)$, có VTPT $\vec{n}=\left[\vec{u};\overrightarrow{n_P}\right]=(3;0;3)=3(1;0;1)$ có phương trình là $x+z-4=0$.

+) $\Delta:\begin{cases}x+z-4=0\\x+y-z+2=0\end{cases}\Rightarrow\Delta:\begin{cases}x=t\\y=2-2t\\z=4-t\end{cases}\Rightarrow M(t;2-2t;4-t)$ (với $t>2$)

+) $\overrightarrow{AM}=(t-3;-2t-2;-t+3)$, $\overrightarrow{BM}=(t-7;-2t+6;-t+7)$

ΔABM vuông tại M $\Rightarrow\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BM}=0\Leftrightarrow 6t^2-28t+30=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=\frac{5}{3}\ (l)\\t=3\ (tm)\end{array}\right.$

Với $t=3\Rightarrow M(3;-4;1)$. Vậy $T=a+b+c=0$.

-------------- HẾT --------------

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH THÁI NGUYÊN

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

(Đề thi có 06 trang)

THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2024 (Đợt 2)
Bài thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ và tên thí sinh: ....
Số báo danh: ....

ĐỀ SỐ 04

Câu 1. Có bao nhiêu cách chọn ra 4 viên bi bất kì từ một hộp có 8 viên bi khác nhau?

A. $8!$. **B.** A_8^4. **C.** $4!$. **D.** C_8^4.

Câu 2. Đạo hàm của hàm số $y=5^x$ tại $x=2$ bằng

A. $\dfrac{25}{\ln 5}$. **B.** $25\ln 5$. **C.** 25. **D.** 10.

Câu 3. Giá trị lớn nhất của hàm số $f\left(x\right)=x^4-10x^2+2$ trên đoạn $\left[-1;2\right]$ bằng

A. 2. **B.** -23. **C.** -7. **D.** -22.

Câu 4. Nghiệm của phương trình $7^{2x-4}=49$ là

A. $x=-1$. **B.** $x=2$. **C.** $x=3$. **D.** $x=1$.

Câu 5. Thể tích của khối cầu có bán kính R bằng

A. $4\pi R^3$. **B.** $\dfrac{3}{4}\pi R^3$. **C.** $\dfrac{4}{3}\pi R^3$. **D.** $2\pi R^3$.

Câu 6. Họ nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\sin x$ là

A. $2\cos x+C$. **B.** $-\cos x+C$. **C.** $2x+C$. **D.** $\cos x+C$.

Câu 7. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-1;0\right)$. **B.** $\left(-\infty;0\right)$. **C.** $\left(1;+\infty\right)$. **D.** $\left(0;1\right)$.

Câu 8. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3\left(3a\right)$ bằng

A. $1-\log_3 a$. **B.** $1+\log_3 a$. **C.** $3+\log_3 a$. **D.** $3-\log_3 a$.

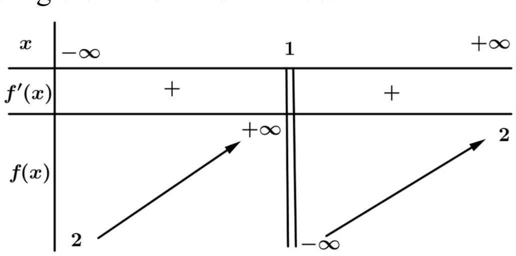
Câu 9. Diện tích xung quanh của hình nón có bán kính đáy $r=2$ và độ dài đường sinh $l=5$ bằng

A. 20π. **B.** $\dfrac{20}{3}\pi$. **C.** 10π. **D.** $\dfrac{10}{3}\pi$.

Câu 10. Nếu $\int\limits_1^2 f\left(x\right)dx=4$ và $\int\limits_1^2 g\left(x\right)dx=-2$ thì $\int\limits_1^2\left[f\left(x\right)+g\left(x\right)\right]dx$ bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** 6. **D.** -2.

Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.



Phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. $y=1$. **B.** $y=2$. **C.** $x=2$. **D.** $x=1$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d:\begin{cases} x=1-t \\ y=5+t \\ z=2+3t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$?

A. $N(1;5;2)$. **B.** $P(1;2;5)$. **C.** $M(1;1;3)$. **D.** $Q(-1;1;3)$.

Câu 13. Môđun của số phức $z=6-8i$ bằng

A. 9. **B.** 14. **C.** 10. **D.** 12.

Câu 14. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3x-1)\le 3$ là

A. $\left(\frac{1}{3};3\right]$. **B.** $[3;+\infty)$. **C.** $(-\infty;3]$. **D.** $\left(\frac{1}{3};3\right)$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt cầu (S) có tâm $I(1;3;-2)$ và bán kính $R=4$ là

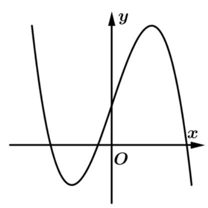
A. $(x-1)^2+(y-3)^2+(z+2)^2=16$. **B.** $(x+1)^2+(y-3)^2+(z-2)^2=4$.

C. $(x-1)^2+(y-3)^2+(z+2)^2=4$. **D.** $(x+1)^2+(y+3)^2+(z-2)^2=16$.

Câu 16. Tập xác định của hàm số $y=(x+1)^{-3}$ là

A. $[-1;+\infty)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Câu 17. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



A. $y=x^3-3x+1$. **B.** $y=-2x^4+4x^2+1$. **C.** $y=2x^4-4x^2+1$. **D.** $y=-x^3+3x+1$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(\alpha):3x-y+2z-1=0$ là

A. $\overrightarrow{n_1}=(3;-1;-1)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(3;-1;2)$. **C.** $\overrightarrow{n_4}=(3;-2;1)$. **D.** $\overrightarrow{n_3}=(3;2;-1)$.

Câu 19. Khối lăng trụ có diện tích đáy bằng 6 và chiều cao bằng 5 có thể tích bằng

A. 15. **B.** 5. **C.** 30. **D.** 10.

Câu 20. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	1	↗	4	↘	$-\infty$

Hàm số đã cho đạt cực đại tại

A. $x=4$. **B.** $x=3$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=1$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (Q) đi qua điểm $M(2;-1;3)$ và song song với mặt phẳng $(P): 3x-2y+z+1=0$ là

A. $2x-y+3z-14=0$. **B.** $3x-2y+z+11=0$. **C.** $3x-2y+z-11=0$. **D.** $2x-y+3z+14=0$.

Câu 22. Cho hai số phức $z_1=1-2i$ và $z_2=-3+i$. Số phức z_1+z_2 bằng

A. $4-2i$. **B.** $4-3i$. **C.** $2+i$. **D.** $-2-i$.

Câu 23. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Đường thẳng SB tạo với mặt phẳng đáy góc bằng $30°$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3}{12}$. **B.** $\frac{3a^3}{4}$. **C.** $\frac{a^3}{4}$. **D.** $\frac{a^3}{8}$.

Câu 24. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(1+i)\overline{z}-1-3i=0$. Môđun của số phức $w=1-z+i\overline{z}$ bằng

A. $2\sqrt{3}$. **B.** 3. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** $\sqrt{13}$.

Câu 25. Số nghiệm thực của phương trình $2\log_2(2x+1)=\log_2(x-2)^2$ là

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 26. Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng $\sqrt{5}a$ và bán kính đáy bằng a. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{5}\pi a^3}{3}$. **B.** $\frac{2\pi a^3}{2}$. **C.** $\frac{\pi a^3}{3}$. **D.** $\frac{2\pi a^3}{3}$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;-2;3)$, $B(-1;2;5)$, $C(0;0;1)$. Toạ độ trọng tâm G của tam giác ABC là

A. $(0;0;3)$. **B.** $(-1;0;3)$. **C.** $(0;0;1)$. **D.** $(0;0;9)$.

Câu 28. Cắt hình trụ (T) bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông cạnh bằng 7. Diện tích xung quanh của hình trụ (T) bằng

A. $\frac{49\pi}{4}$. **B.** 98π. **C.** $\frac{49\pi}{2}$. **D.** 49π.

Câu 29. Tập nghiệm bất phương trình $2^{x^2-3x}<16$ là

A. $(-1;4)$. **B.** $(-\infty;4)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(4;+\infty)$.

Câu 30. Cho số phức $z=2+3i$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức $\overline{z}$ là

A. $P(2;-3)$. **B.** $M(3;2)$. **C.** $Q(-2;3)$. **D.** $N(2;3)$.

Câu 31. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_{10}=25$ và công sai $d=3$. Khi đó u_1 bằng

A. -2. **B.** 2. **C.** -3. **D.** 3.

Câu 32. Nếu $\int_0^1 f(x)dx=3$ thì $\int_0^1 [1-f(x)]dx$ bằng

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** -2.

Câu 33. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=2x+1$, trục hoành và hai đường thẳng $x=0,\ x=4$ bằng

A. 19. **B.** 16. **C.** 20. **D.** 18.

Câu 34. Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $-x^3+3x^2=m-1$ có ba nghiệm thực phân biệt bằng

A. 6. **B.** 15. **C.** 5. **D.** 9.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của đường thẳng đi qua $M(1;-2;1)$ và $N(0;1;3)$ là

A. $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-3}{1}$. **B.** $\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-3}{2}$.

C. $\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z+1}{2}$. **D.** $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z-2}{1}$.

Câu 36. Đường thẳng $y=-2x+3$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-3}{2x+1}$ tại hai điểm A và B phân biệt. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB. Tung độ của điểm I thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(2;\dfrac{5}{2}\right)$. **B.** $\left(\dfrac{5}{2};3\right)$. **C.** $\left(-\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right)$. **D.** $\left(1;\dfrac{3}{2}\right)$.

Lời giải

Hoành độ hai điểm A và B là nghiệm của phương trình

$\dfrac{x-3}{2x+1}=-2x+3 \Leftrightarrow 4x^2-3x-6=0$

Khi đó $x_A+x_B=\dfrac{3}{4}$ nên hoành độ của trung điểm I của đoạn thẳng AB bằng $x_I=\dfrac{3}{8}$. Do I nằm trên đường thẳng $y=-2x+3$ nên tung độ I bằng $\dfrac{9}{4}$.

Câu 37. Gọi S là tập hợp các số thực m sao cho phương trình $z^2+2mz+m+1=0$ có hai nghiệm phức z_1, z_2 và các điểm biểu diễn của z_1, z_2 cùng với gốc tọa độ O tạo thành một tam giác đều. Tích các phần tử của S bằng

A. $\dfrac{3}{4}$. **B.** $-\dfrac{3}{4}$. **C.** 2. **D.** -2.

Lời giải

Xét phương trình $z^2+2mz+m+1=0\ (1)$. Phương trình có hai nghiệm phức khi $\Delta'<0 \Leftrightarrow m^2-m-1<0 \Leftrightarrow \dfrac{1-\sqrt{5}}{2}<m<\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\ (*)$

Ta có các nghiệm $z_1=-m+i\sqrt{-m^2+m+1};\ z_2=-m-i\sqrt{-m^2+m+1}$. Gọi A, B lần lượt là điểm biểu diễn của hai nghiệm phức z_1, z_2 thì $A\left(-m\,;\sqrt{-m^2+m+1}\right); B\left(-m\,;-\sqrt{-m^2+m+1}\right)$. Ta có ΔOAB cân tại O do đó ΔOAB đều khi và chỉ khi $OA=AB \Leftrightarrow OA^2=AB^2 \Leftrightarrow (-m)^2+\left(-m^2+m+1\right)=4\left(-m^2+m+1\right)$

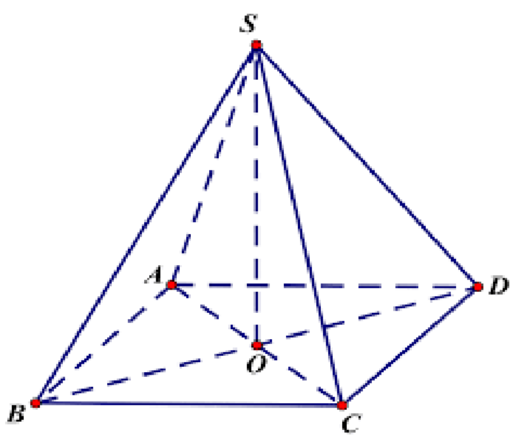
$\Leftrightarrow 4m^2-3m-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=\dfrac{3-\sqrt{57}}{8} \\ m=\dfrac{3+\sqrt{57}}{8} \end{array}\right.$ (thỏa mãn $(*)$).

Suy ra $S=\left\{\dfrac{3-\sqrt{57}}{8};\dfrac{3+\sqrt{57}}{8}\right\}$. Vậy tích các phần tử của tập S bằng $-\dfrac{3}{4}$

Câu 38. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, cạnh bên bằng $\sqrt{3}a$. Khoảng cách giữa đường thẳng BC và đường thẳng SA bằng

A. $\sqrt{3}a$. **B.** $\sqrt{2}a$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}a}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}a}{2}$.

Lời giải



Ta có $BC//(SAD) \Rightarrow d(BC,SA)=d(BC,(SAD))=d(B,(SAD))=2d(O,(SAD))=2h$.

Do chóp $SABCD$ là chóp tứ giác đều nên $SO\perp(ABCD)$ nên tứ diện $OSAD$ là khối tứ diện vuông tại $O \Rightarrow \dfrac{1}{h^2}=\dfrac{1}{SO^2}+\dfrac{1}{AO^2}+\dfrac{1}{OD^2}=\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{2a^2}+\dfrac{1}{2a^2}=\dfrac{2}{a^2} \Rightarrow h=\dfrac{a}{\sqrt{2}}$

Ta có $AC=2a\sqrt{2} \Rightarrow OA=OC=OD=a\sqrt{2}$.

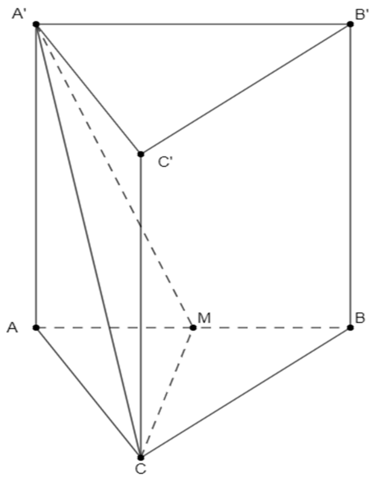
$SO=\sqrt{SC^2-OC^2}=a$.

Vậy $d(BC,SA)=a\sqrt{2}$.

Câu 39. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=a$, $AA'=\sqrt{2}a$. Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABB'A')$ bằng

A. 45°. **B.** 60°. **C.** 75°. **D.** 30°.

Lời giải



Gọi M là trung điểm AB. Do tam giác ABC đều nên $CM \perp AB$.

Lại có $CM \perp A'A$ nên suy ra $CM \perp \left(ABB'A'\right) \Rightarrow \widehat{\left(A'C,\left(ABB'A'\right)\right)} = \widehat{\left(A'C, A'M\right)} = \widehat{MA'C}$.

Ta có $A'C = \sqrt{A'A^2 + AC^2} = \sqrt{2a^2 + a^2} = a\sqrt{3}$ và $CM = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Trong tam giác vuông CMA', ta có $\sin\widehat{MA'C} = \dfrac{MC}{A'C} = \dfrac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{a\sqrt{3}} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \widehat{MA'C} = 30^{\circ}$.

Vậy góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $\left(ABB'A'\right)$ bằng 30°.

Câu 40. Xét tất cả các số phức z thay đổi nhưng luôn thoả mãn $|z+4|+|z-4|=10$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |(1+i)z - 7 - 7i|$ bằng

A. $12\sqrt{2}$. **B.** $12\sqrt{3}$. **C.** $10\sqrt{3}$. **D.** 13.

Lời giải

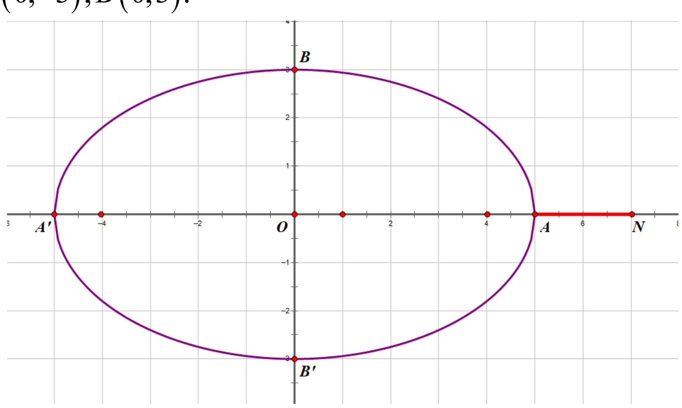
Gọi M là điểm biểu diễn cho số phức z, và $F_1(-4;0)$, $F_2(4;0)$.

Khi đó, tập hợp tất cả các điểm M thoả mãn là: $MF_1 + MF_2 = 10$ là đường Elip có các tiêu điểm là F_1, F_2 và độ dài trục lớn bằng 10.

Ta có: $2c = F_1F_2 = 2.4 = 8 \Rightarrow c = 4$. và $2a = 10 \Rightarrow a = 5$. Mặt khác: $b^2 = a^2 - c^2 = 9$.

Do đó: $(E): \dfrac{x^2}{25} + \dfrac{y^2}{9} = 1$. Giao điểm của (E) với các trục tọa độ là

$A'(-5;0)$, $A(5;0)$, $B'(0;-3)$, $B(0;3)$.



Ta có: $P=\left|(1+i)z-7-7i\right|=\left|(1+i)z-7(1+i)\right|=\left|(1+i)(z-7)\right|=\left|1+i\right|.\left|z-7\right|=\sqrt{2}\left|z-7\right|$. Gọi $N(7;0)$.Suy ra: $P=\sqrt{2}MN$. Khi đó, $P\max \Leftrightarrow MN\max =2a+AN=12$, xảy ra khi và chỉ khi $M(5;0)$. Vậy giá trị nhỏ nhất của P bằng $12\sqrt{2}$.

Câu 41. Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}\left(m^2+m\right)x^3+2(m+1)x^2+3x+2023$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$ bằng

A. 4. **B.** -10. **C.** -6. **D.** -9.

Lời giải

$y'=\left(m^2+m\right)x^2+4(m+1)x+3$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty) \Leftrightarrow y'\geq 0,\forall x\in\mathbb{R}$.

+ Với $m=0$ ta có $y'=4x+3,\forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow m=0$ không thỏa mãn.

+ Với $m=-1$ ta có $y'=3\Rightarrow m=-1$ thỏa mãn.

+ Với $\begin{cases} m\neq -1 \\ m\neq 0 \end{cases}$ ta có $y'\geq 0,\forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2+m>0 \\ \Delta'=m^2+5m+4\leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m>0 \\ m<-1 \end{array}\right. \\ -4\leq m\leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow -4\leq m<-1$.

Vậy $-4\leq m\leq -1$. Do $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{-4;-3;-2;-1\}$. Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m bằng -10.

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-3}{-1}$, $d_2:\frac{x}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-6}{3}$ chéo nhau. Đường vuông góc chung của hai đường thẳng d_1, d_2 có phương trình là

A. $\frac{x+1}{3}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z-3}{1}$. **B.** $\frac{x-1}{5}=\frac{y+2}{-4}=\frac{z-3}{1}$.

C. $\frac{x+1}{5}=\frac{y+1}{-4}=\frac{z-3}{1}$. **D.** $\frac{x-1}{5}=\frac{y+1}{-4}=\frac{z-1}{1}$.

Lời giải

$\overrightarrow{u_1}=(1;1;-1)$, $\overrightarrow{u_2}=(1;2;3)$ lần lượt là các véc-tơ chỉ phương của d_1,d_2.

Gọi $A(1+t;-2+t;3-t)\in d_1$ và $B(t';1+2t';6+3t')\in d_2$.

$\overrightarrow{AB}=(t'-t-1;2t'-t+3;3t'+t+3)$.

AB là đường vuông góc chung khi và chỉ khi

$\begin{cases} \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{u_1}=0 \\ \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{u_2}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=-\frac{1}{3} \\ t'=-1 \end{cases}$.

Khi đó $A\left(\frac{2}{3};-\frac{7}{3};\frac{10}{3}\right)$ và $B(-1;-1;3)$.

Phương trình đường vuông góc chung là phương trình đường thẳng AB

$\overrightarrow{AB}=\left(-\frac{5}{3};\frac{4}{3};-\frac{1}{3}\right)\Rightarrow AB:\frac{x+1}{5}=\frac{y+1}{-4}=\frac{z-3}{1}$.

Câu 43. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $(0;+\infty)$ thỏa mãn $2xf'(x)+f(x)=6x^2\sqrt{x}$ và $f(1)=1$. Giá trị $f(9)$ bằng

A. 243. **B.** 234. **C.** 332. **D.** 324.

Lời giải

Trên khoảng $(0;+\infty)$ ta có: $2xf'(x)+f(x)=6x^2\sqrt{x} \Leftrightarrow \sqrt{x}f'(x)+\frac{1}{2\sqrt{x}}f(x)=3x^2$.

$\Rightarrow \left(\sqrt{x}.f(x)\right)'=3x^2 \Rightarrow \int\left(\sqrt{x}.f(x)\right)'\mathrm{d}x=\int 3x^2\mathrm{d}x \Rightarrow \sqrt{x}.f(x)=x^3+C$. $(*)$

Mà $f(1)=1$ nên từ $(*)$ ta có: $\sqrt{1}.f(1)=1^3+C \Leftrightarrow 1=1+C \Leftrightarrow C=0$.

Suy ra $f(x)=x^2\sqrt{x}$. Vậy $f(9)=9^2\sqrt{9}=243$.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+4$ và $g(x)=mx^2+nx$ có đồ thị cắt nhau tại các điểm có hoành độ là $-1;\ 1;\ 2$. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số đã cho bằng

A. $\frac{9}{2}$. **B.** $\frac{9}{4}$. **C.** $\frac{37}{6}$. **D.** $\frac{37}{12}$.

Lời giải

Do hàm số $f(x)$ và $g(x)$ có đồ thị cắt nhau các điểm có hoành độ là $-1;\ 1;\ 2$, nên $f(x)-g(x)$ là hàm số bậc ba.

Suy ra ta có: $f(x)-g(x)=k.(x+1)(x-1)(x-2)$

Mặt khác ta có: $f(0)-g(0)=4 \Rightarrow k=2$.

$\Rightarrow f(x)-g(x)=2(x+1)(x-1)(x-2)=2x^3-4x^2-2x+4$

Vậy ta có diện tích là:

$$S=\int_{-1}^{2}\left|f(x)-g(x)\right|dx=\int_{-1}^{2}\left|2x^3-4x^2-2x+4\right|\mathrm{d}x$$

$$=\int_{-1}^{1}(2x^3-4x^2-2x+4)\mathrm{d}x-\int_{1}^{2}(2x^3-4x^2-2x+4)\mathrm{d}x=\frac{16}{3}+\frac{5}{6}=\frac{37}{6}.$$

Câu 45. Một hộp chứa 5 viên bi màu xanh được đánh số từ 1 đến 5, 4 viên bi màu đỏ được đánh số từ 1 đến 4 và 3 viên bi màu vàng được đánh số từ 1 đến 3. Lấy ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp. Xác suất để 2 viên bi được lấy vừa khác màu vừa khác số bằng

A. $\frac{8}{33}$. **B.** $\frac{37}{66}$. **C.** $\frac{29}{66}$. **D.** $\frac{14}{33}$.

Lời giải

Không gian mẫu là số sách lấy tùy ý 2 viên từ hộp chứa 12 viên bi.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{12}^2=66$.

Gọi A là biến cố " 2 viên bi được lấy vừa khác màu vừa khác số".

- Số cách lấy 2 viên bi gồm: 1 bi xanh và 1 bi đỏ là $4.4=16$ cách.
- Số cách lấy 2 viên bi gồm: 1 bi xanh và 1 bi vàng là $3.4=12$ cách.
- Số cách lấy 2 viên bi gồm: 1 bi đỏ và 1 bi vàng là $3.3=9$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A)=16+12+9=37$.

Vậy xác suất cần tính $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{37}{66}$.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2;1;4)$, $B(2;5;4)$, $C\left(-\frac{5}{2};5;-1\right)$, $D(-3;1;-4)$. Các điểm M, N thỏa mãn $MA^2+3MB^2=48$ và $ND^2=\left(\overrightarrow{NC}+\overrightarrow{BC}\right).\overrightarrow{ND}$. Gọi d_1, d_2 lần lượt là độ dài lớn nhất, nhỏ nhất của đoạn thẳng MN. Khi đó d_1+d_2 thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(\frac{7}{2};\frac{9}{2}\right)$. **B.** $\left(\frac{15}{2};\frac{17}{2}\right)$. **C.** $\left(\frac{13}{2};\frac{15}{2}\right)$. **D.** $(0;2)$.

Lời giải

+ Gọi $M(x;y;z)$

Ta có: $MA^2=(x-2)^2+(y-1)^2+(z-4)^2$ và $3MB^2=3\left[(x-2)^2+(y-5)^2+(z-4)^2\right]$.

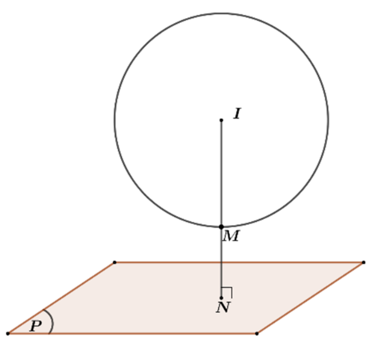
$MA^2+3MB^2=48 \Leftrightarrow (x-2)^2+(y-4)^2+(z-4)^2=9$. Suy ra tập hợp điểm M là mặt cầu (S) có tâm $I(2;4;4)$, bán kính $R=3$.

+ Gọi $N(a;b;c)$

$ND^2=\left(\overrightarrow{NC}+\overrightarrow{BC}\right).\overrightarrow{ND} \Leftrightarrow \overrightarrow{ND}^2=\left(\overrightarrow{NC}+\overrightarrow{BC}\right).\overrightarrow{ND} \Leftrightarrow \overrightarrow{ND}.\left(\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{BC}\right)=0$

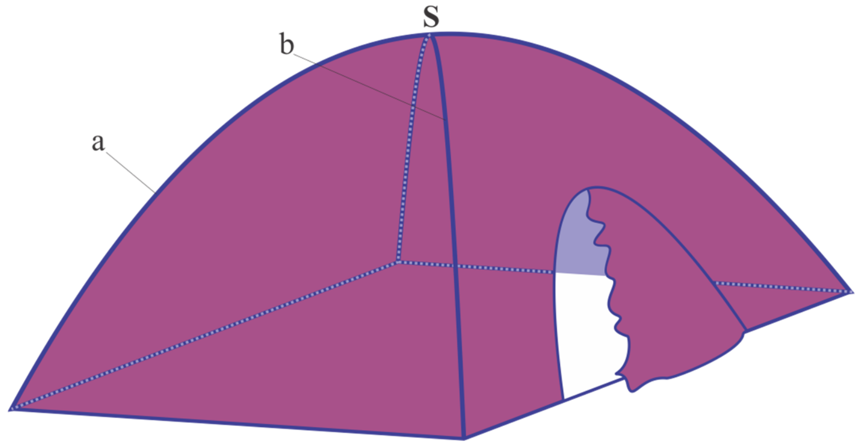
$\Leftrightarrow 4(a+3)-4(b-1)+2(c+4)=0 \Leftrightarrow 2a-2b+c+12=0$. Suy ra tập hợp điểm N là mặt phẳng $(P): 2x-2y+z+12=0$.

Suy ra $d\left(I,(P)\right)=4>R$.



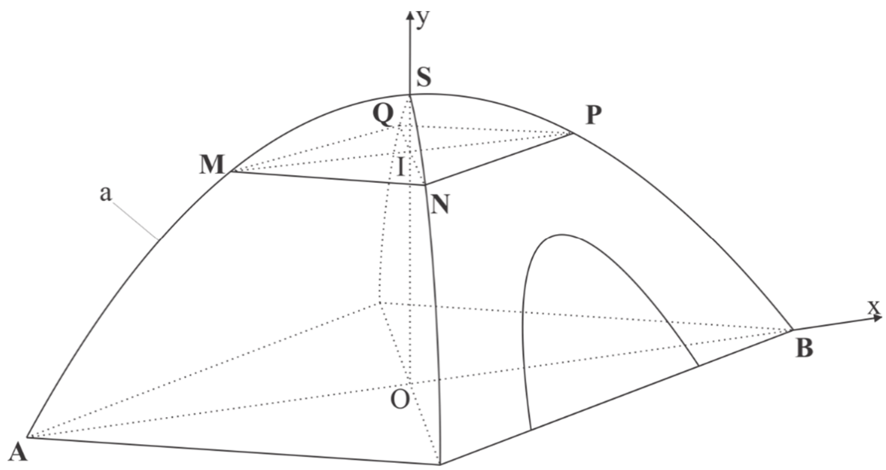
Vậy $d_1+d_2=\left(d_{(I;(P))}+R\right)+\left(d_{(I;(P))}-R\right)=(4+3)+(4-3)=8$ khi $IN\perp(P)$ và $M=IN\cap(S)$.

Câu 47. Một chiếc lều vải du lịch có dạng như hình vẽ. Khung chính của lều bao gồm đáy là hình vuông cạnh $2m$ và hai xương dây a, b nằm trên các đường parabol đỉnh S. Biết chiều cao của lều là $SO=150\,cm$, O là tâm của đáy. Nếu coi như độ dày của vải phủ và khung chính không đáng kể thì thể tích phần không gian bên trong lều bằng



A. $\frac{7}{2}\left(m^3\right)$. **B.** $4\left(m^3\right)$. **C.** $3\left(m^3\right)$. **D.** $\frac{13}{4}\left(m^3\right)$.

Lời giải



Gắn hệ trục như hình vẽ. Ta tính được $OA = OB = \sqrt{2}$.
Gọi phương trình của đường a là $y = ax^2 + bx + c, (a < 0)$.

Ta có a đi qua các điểm $A\left(-\sqrt{2};0\right), B\left(\sqrt{2};0\right), S\left(0;\frac{3}{2}\right)$.

Suy ra ta có hệ $\begin{cases} 2a - \sqrt{2}b + c = 0 \\ 2a + \sqrt{2}b + c = 0 \\ c = \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{3}{4} \\ b = 0 \\ c = \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow y = -\frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{2}$.

Gọi $I(0;y); y \in \left[0;\frac{3}{2}\right)$.

Mặt phẳng vuông góc Oy tại I cắt hình đã cho theo 1 thiết diện là hình vuông $MNPQ$ có diện tích $S(y)$.

Theo giả thiết trên các điểm M,N,P,Q cùng có tung độ bằng y. Mà hai điểm M,P thuộc đường a có phương trình $y = -\frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{2}$.

Suy ra $x^2 = \frac{6-4y}{3} \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{\frac{6-4y}{3}} \Rightarrow M\left(-\sqrt{\frac{6-4y}{3}};y\right), P\left(\sqrt{\frac{6-4y}{3}};y\right)$.

$\Rightarrow MP = 2\sqrt{\frac{6-4y}{3}} \Rightarrow MN = \sqrt{\frac{12-8y}{3}}$.

$\Rightarrow S(y) = MN^2 = \dfrac{12-8y}{3}$.

Suy ra thể tích chiếc lều là $V = \int\limits_0^{\frac{3}{2}} S(y)\,\mathrm{d}y = \int\limits_0^{\frac{3}{2}} \dfrac{12-8y}{3}.\mathrm{d}y = 3\ (m^3)$.

Câu 48. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi x có không quá 242 số nguyên y thỏa mãn $\log_4(x^2+y) \ge \log_3(x+y)$?

A. 29. **B.** 55. **C.** 28. **D.** 56.

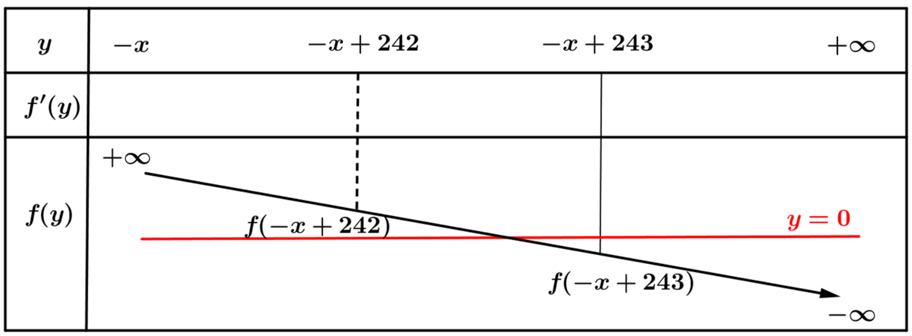
Lời giải

Điều kiện: $\begin{cases} x^2+y>0 \\ x+y>0 \end{cases} \Leftrightarrow y > -x, \forall x \in \mathbb{Z}$

Ta có: $\log_4(x^2+y) \ge \log_3(x+y) \Leftrightarrow \log_4(x^2+y) - \log_3(x+y) \ge 0 \Leftrightarrow f(y) \ge 0$

Xét hàm số $f(y) = \log_4(x^2+y) - \log_3(x+y)$ trên khoảng $(-x;+\infty)$

$f'(y) = \dfrac{1}{(x^2+y)\ln 4} - \dfrac{1}{(x+y)\ln 3} < 0, \forall y > -x$



Có không quá 242 số nguyên y thỏa mãn $f(y) \le 0$

$\Leftrightarrow f(-x+243) < 0 \Leftrightarrow \log_4(x^2-x+243) - \log_3 243 < 0$

$\Leftrightarrow x^2 - x + 243 - 4^5 < 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 781 < 0$

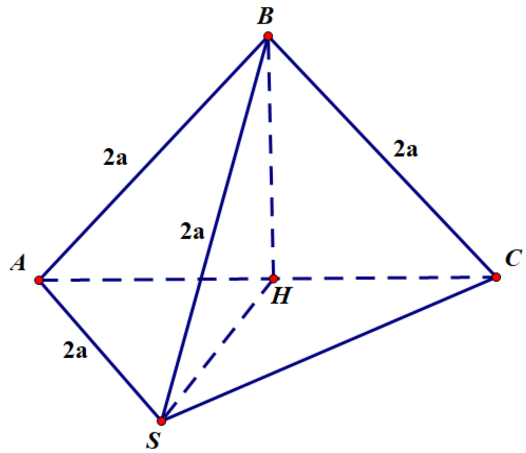
$\Leftrightarrow -27,4 \le x \le 28,4$

Vậy có tất cả 56 số nguyên x thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 49. Cho khối chóp $S.ABC$ có mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt phẳng (ABC), tam giác SAB là tam giác đều cạnh $2a$, $BC = 2a$. Đường thẳng SC tạo với mặt phẳng (ABC) một góc bằng 60°. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\dfrac{4\sqrt{2}a^3}{9}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{18}$. **C.** $\dfrac{4\sqrt{3}a^3}{9}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{9}$.

Lời giải



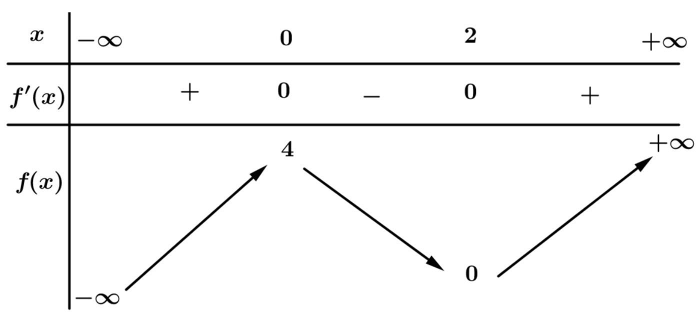
Gọi H là trung điểm của AC. Vì ΔABC cân tại B nên $BH \perp AC$.
Mặt khác $(SAC) \perp (ABC) \Rightarrow BH \perp (SAC)$.
Ta thấy $\Delta BHA = \Delta BHS = \Delta BHC \Rightarrow HA = HC = HS \Rightarrow \Delta SAC$ vuông tại S.
Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) là góc $\widehat{SCA} = 60°$.

Ta có $SC = SA.\cot 60^o = \dfrac{2\sqrt{3}a}{3}$, $AC = \sqrt{SA^2 + SC^2} = \sqrt{4a^2 + \dfrac{4}{3}a^2} = \dfrac{4\sqrt{3}a}{3} \Rightarrow AH = HC = \dfrac{2\sqrt{3}a}{3}$.

$BH = \sqrt{BC^2 - HC^2} = \sqrt{4a^2 - \dfrac{4a^2}{3}} = \dfrac{2\sqrt{6}a}{3}$.Thể tích khối chóp $B.SAC$ là

$V = \dfrac{1}{3}.S_{\Delta ASC}.BH = \dfrac{1}{3}.\dfrac{1}{2}.SA.SC.BH = \dfrac{1}{6}.2a.\dfrac{2\sqrt{3}a}{3}.\dfrac{2\sqrt{6}a}{3} = \dfrac{4\sqrt{2}a^3}{9}$.

Câu 50. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.



Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $h(x) = \left|f^2(x) - 2f(x) - m\right|$ có đúng 9 điểm cực trị?

A. 5. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 6.

Lời giải

Xét hàm số $g(x) = f^2(x) - 2f(x)$.

Ta có $g'(x) = 2f'(x)(f(x) - 1) \Rightarrow g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f'(x) = 0 \\ f(x) = 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \in \{0;2\} \\ x \in \{a;b;c\} \end{array}\right.$. Trong đó $a;b;c$ là các nghiệm của phương trình $f(x) = 1$, $(a < 0; b \in (0;2), c > 2)$.

Bảng biến thiên của hàm số $g(x) = f^2(x) - 2f(x)$

x	$-\infty$		a		0		b		2		c		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	↘	-1	↗	8	↘	-1	↗	0	↘	-1	↗	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số $h\left(x\right)=\left|f^2\left(x\right)-2f\left(x\right)-m\right|$ có đúng 9 điểm cực trị khi và chỉ khi $0\le m<8$. Do $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\left\{0;1;2;...;7\right\}$.

-------------- HẾT --------------