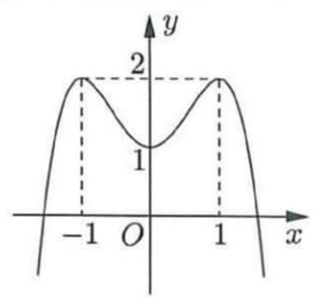
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TỈNH NINH BÌNH **ĐỀ CHÍNH THỨC** *(Đề thi có 07 trang)*	**ĐỀ KHẢO SÁT, ĐÁNH GIÁ** **CHẤT LƯỢNG GIÁO DỤC LỚP 12 THPT, GDTX** **LẦN THỨ HAI - NĂM HỌC 2023-2024** **Môn: Toán** *Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)*

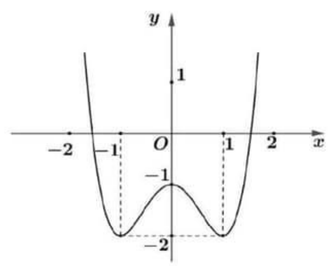
Họ và tên thí sinh:... SBD:........................... **Mã đề thi 001**

Câu 1. Đường cong trong hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=x^4-2x^2+1$. **B.** $y=-x^4+2x^2+1$. **C.** $y=x^4-2x^2-1$. **D.** $y=-x^4+x^2+1$.

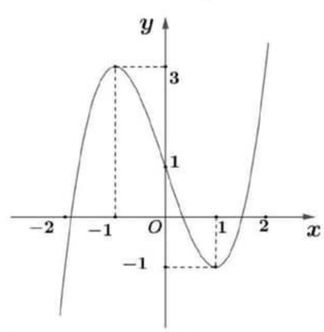
Câu 2. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây



Số nghiệm của phương trình $2f(x)+1=0$ là

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây



Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;3)$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1;-2;3)$. Mặt cầu tâm I, bán kính bằng 3 có phương trình là

A. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=3$. **B.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=9$.

C. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=9$. **D.** $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=3$.

Câu 5. Cho a,b là các số thực dương. Biểu thức $P=\log_2 4^{2a+b}$ có giá trị bằng

A. $4a+2b$. **B.** $\dfrac{2a+b}{2}$. **C.** $2a+b$. **D.** 4^{2a+b}.

Câu 6. Công thức tính diện tích xung quanh của hình nón có bán kính đáy r, độ dài đường cao h, độ dài đường sinh l là

A. $S_{xq} = \pi rh$. **B.** $S_{xq} = \dfrac{1}{3}\pi rl$. **C.** $S_{xq} = \pi rl$. **D.** $S_{xq} = 2\pi rl$.

Câu 7. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int \cos 2x\mathrm{d}x = \dfrac{1}{2}\sin 2x + C$. **B.** $\int \cos 2x\mathrm{d}x = \sin 2x + C$.

C. $\int \cos 2x\mathrm{d}x = -\sin 2x + C$. **D.** $\int \cos 2x\mathrm{d}x = \dfrac{-1}{2}\sin 2x + C$.

Câu 8. Cho a,b,m,n là những số thực dương. Khẳng định nào dưới đây là **sai**?

A. $\left(a^m\right)^n = a^{mn}$. **B.** $a^m.b^m = \left(ab\right)^m$. **C.** $a^m.a^n = a^{m+n}$. **D.** $a^m.b^n = \left(ab\right)^{m+n}$.

Câu 9. Cho tập hợp $X = \{1;2;3;4;5;6;7\}$. Số tập con của tập hợp X chỉ chứa các phần tử là các số lẻ là

A. 7. **B.** 16. **C.** 8. **D.** 15.

Câu 10. Bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây là của hàm số nào?

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	6	↘	2	↗	$+\infty$

A. $y = x^3 - 3x + 4$. **B.** $y = x^3 - 3x^2 + 4$. **C.** $y = -x^3 + 3x$. **D.** $y = -x^3 + 3x - 4$.

Câu 11. Thể tích khối trụ có đáy là hình tròn với chu vi $C = 8\pi$ và đường cao $h = 6$ là

A. $V = 16\pi$. **B.** $V = 48\pi$. **C.** $V = 96\pi$. **D.** $V = 32\pi$.

Câu 12. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int \tan^2 x\mathrm{d}x = \tan x + x + C$. **B.** $\int \tan^2 x\mathrm{d}x = \dfrac{1}{3}\tan^3 x + C$.

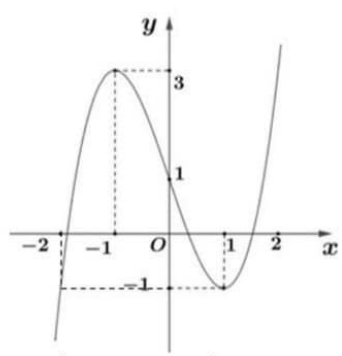
C. $\int \tan^2 x\mathrm{d}x = \tan x - x + C$. **D.** $\int \tan^2 x\mathrm{d}x = 2\tan x + C$.

Câu 13. Hàm số $y = \log_{2024}(x-1)$

A. đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$. **B.** nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

C. đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$. **D.** nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ dưới đây



Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2;0]$ bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** -1.

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\int\limits_1^2 f(x)\mathrm{d}x = 1$, tính $I = \int\limits_1^2 f(x)\mathrm{d}(4x)$.

A. 1. **B.** 4. **C.** $\dfrac{1}{4}$. **D.** 16.

Câu 16. Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = -3u_n, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Số hạng thứ 5 của dãy số là

A. $u_5 = 162$. **B.** $u_5 = -162$. **C.** $u_5 = 486$. **D.** $u_5 = -486$.

Câu 17. Thể tích khối chóp có đáy là hình vuông cạnh bằng 2, chiều cao bằng 9 là

A. 12. **B.** 36. **C.** 18. **D.** 6.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-1;2;3)$. Điểm M' đối xứng với điểm M qua trục Ox có toạ độ là

A. $(-1;-2;-3)$. **B.** $(1;2;3)$. **C.** $(0;-2;-3)$. **D.** $(1;0;0)$.

Câu 19. Cho hàm số $y = \dfrac{2x+3}{1-x}$. Đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho có phương trình lần lượt là

A. $x = 1; y = 3$. **B.** $x = 1; y = 2$. **C.** $x = -2; y = 1$. **D.** $x = 1; y = -2$.

Câu 20. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và các số thực tùy ý a, b, c. Xét các khẳng định sau:

(1) $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$; (2) $\int_a^b f(x)dx + \int_b^c f(x)dx = \int_a^c f(x)dx$;

(3) $\int_a^a f(x)dx = 0$; (4) $\int_a^b cf(x)dx = c\int_a^b f(x)dx$.

Số khẳng định đúng là

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 21. Thể tích khối lăng trụ tam giác đều cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $3a$ là

A. $\dfrac{3\sqrt{3}a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{3a^3}{4}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{4}$. **D.** $\dfrac{a^3}{4}$.

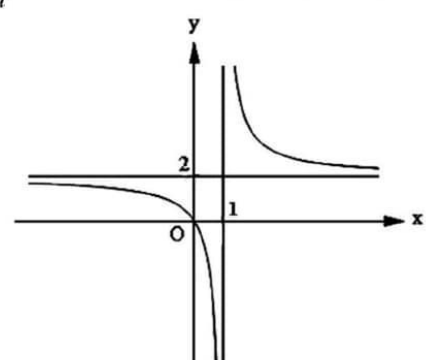
Câu 22. Tập hợp $S = (5; +\infty)$ là tập nghiệm của bất phương trình nào dưới đây?

A. $\log_{\sqrt[3]{2}} x < \log_{\sqrt[3]{2}} 5$. **B.** $\log_2 x < \log_2 5$. **C.** $\log_{\sqrt{2}} x < \log_{\sqrt{2}} 5$. **D.** $\log_{0,2} x < \log_{0,2} 5$.

Câu 23. Thể tích khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $3a$ và độ dài đường chéo $AC' = \sqrt{22}a$ là

A. $9\sqrt{13}a^3$. **B.** $2\sqrt{5}a^3$. **C.** $18a^3$. **D.** $9a^3$.

Câu 24. Cho hàm số $y = f(x) = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ dưới đây



Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $f'(x) > 0, \forall x \neq 1$. **B.** $f'(x) < 0, \forall x \neq 1$. **C.** $f'(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. **D.** $f'(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 25. Bất phương trình $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x+2} \geq \left(\dfrac{1}{2}\right)^5$ có tập nghiệm là

A. $S = [3; +\infty)$. **B.** $S = (-\infty; 3)$. **C.** $S = (3; +\infty)$. **D.** $S = (-\infty; 3]$.

Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Đường thẳng đi qua các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ có hệ số góc là

A. 1. **B.** 2. **C.** $-\dfrac{1}{2}$. **D.** -2.

Câu 27. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên bằng $2a$. Biết tam giác ABC vuông cân tại C và $AB=a\sqrt{2}$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của AB và BB'. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau $A'M$ và CN.

A. $d\left(A'M;CN\right)=\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$. **B.** $d\left(A'M;CN\right)=\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$.

C. $d\left(A'M;CN\right)=\dfrac{2a\sqrt{10}}{5}$. **D.** $d\left(A'M;CN\right)=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Biết tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm của SD. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng $\left(MBC\right)$ và $\left(ABCD\right)$. Tính $\cos\alpha$.

A. $\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\cos\alpha=\dfrac{1}{2}$.

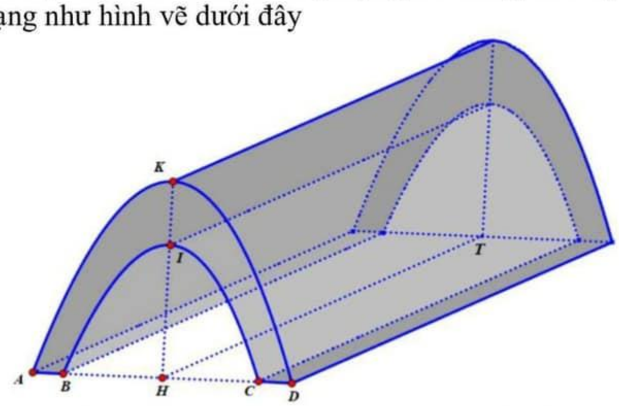
Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A\left(2;-1;-3\right)$. Mặt cầu có tâm thuộc trục Oy, đi qua A đồng thời tiếp xúc với mặt phẳng $\left(Oxz\right)$ có bán kính là

A. $R=\sqrt{7}$. **B.** $R=7$. **C.** $R=\sqrt{5}$. **D.** $R=5$.

Câu 30. Cho đa giác đều có 30 cạnh. Gọi S là tập hợp các tam giác có 3 đỉnh là đỉnh của đa giác đã cho. Chọn ngẫu nhiên một tam giác trong tập hợp S. Tính xác suất để tam giác được chọn là tam giác vuông.

A. $\dfrac{45}{406}$. **B.** $\dfrac{3}{58}$. **C.** $\dfrac{3}{29}$. **D.** $\dfrac{6}{29}$.

Câu 31. Trên một tuyến đường thẳng có một đoạn phải đi xuyên qua một quả núi nhỏ, do đó người ta đã tạo một hầm chui để thuận tiện cho các phương tiện giao thông di chuyển, vòm của hầm chui được đổ bê tông có dạng như hình vẽ dưới đây



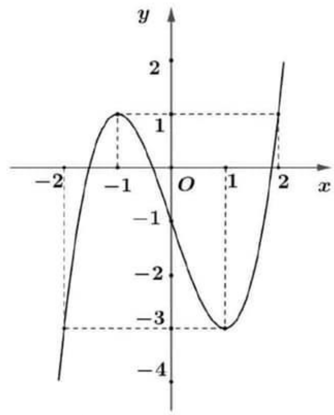
với $BC=8\left(m\right)$; $IH=5\left(m\right)$; $IK=0,6\left(m\right)$; $AB=CD=0,5\left(m\right)$; $HT=10\left(m\right)$. Biết khi cắt vòm của hầm chui bằng mặt phẳng vuông góc với trục của tuyến đường ta luôn có thiết diện là một hình phẳng giới hạn bởi hai parabol và giao tuyến của mặt cắt với mặt đường. Tính thể tích vòm của hầm chui được đổ bê tông.

A. $208\left(m^3\right)$. **B.** $\dfrac{208}{3}\left(m^3\right)$. **C.** $416\left(m^3\right)$. **D.** $\dfrac{416}{3}\left(m^3\right)$.

Câu 32. Cho khối trụ có bán kính đáy bằng a, chiều cao bằng $2a$. Một mặt phẳng (P) vuông góc với mặt đáy của khối trụ và cắt khối trụ theo một thiết diện có diện tích bằng $\frac{8\sqrt{2}a^2}{3}$. Tính khoảng cách từ tâm đường tròn đáy đến mặt phẳng (P).

A. $d=\frac{2a}{3}$. **B.** $d=\frac{\sqrt{3}a}{3}$. **C.** $d=\frac{2\sqrt{3}a}{3}$. **D.** $d=\frac{a}{3}$.

Câu 33. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây



Số nghiệm nguyên của phương trình $f\left(x^2-3x\right)-x^2+3x+1=0$ là

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 6.

Câu 34. Cho $a=\log_3 15$. Tính $\log_{25} 243$ theo a.

A. $\log_{25} 243=\frac{5}{2(a+1)}$. **B.** $\log_{25} 243=\frac{5(a-1)}{2}$.

C. $\log_{25} 243=\frac{5(a+1)}{2}$. **D.** $\log_{25} 243=\frac{5}{2(a-1)}$.

Câu 35. Cho mặt cầu $S(O;4a)$. Biết rằng tồn tại hai mặt phẳng $(P),(Q)$ vuông góc với nhau đồng thời khoảng cách từ tâm O của mặt cầu đến các mặt phẳng $(P),(Q)$ lần lượt là $2a;3a$. Hai mặt phẳng $(P),(Q)$ cắt mặt cầu lần lượt theo hai đường tròn $(C_1),(C_2)$ thoả mãn $(C_1)\cap(C_2)=\{A;B\}$. Tính độ dài đoạn thẳng AB.

A. $AB=\sqrt{3}a$. **B.** $AB=\sqrt{5}a$. **C.** $AB=2\sqrt{5}a$. **D.** $AB=2\sqrt{3}a$.

Câu 36. Số nghiệm của phương trình $\ln\left(x^2-6x+5\right)=\ln(x-5)$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

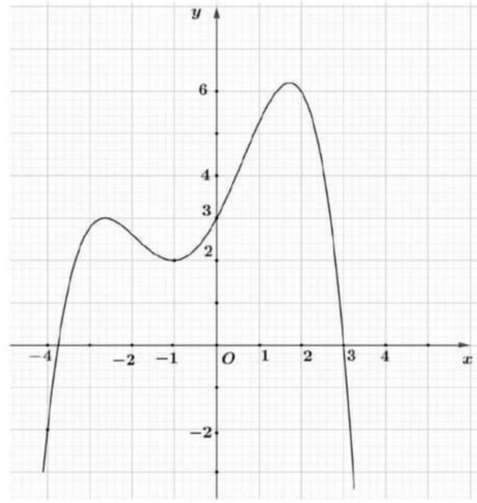
Câu 37. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi B',C' lần lượt là trung điểm của AB và CD. Khi đó tỷ số thể tích của khối đa diện $AB'C'D$ và khối tứ diện $ABCD$ bằng

A. $\frac{1}{8}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

Câu 38. Trong các hàm số $y=\sqrt{x^2+1}; y=x^3-3x^2+2; y=-x^4-x^2$ có bao nhiêu hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$?

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

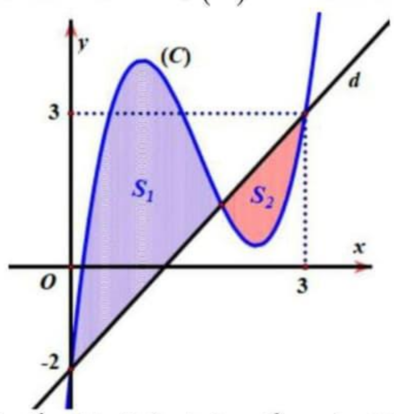
Câu 39. Cho hàm số bậc năm $y=f(x)$ và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ là đường cong trong hình vẽ dưới đây



Xét hàm số $g(x)=3f\left(-x^3-x+m+3\right)+\left(x^3+x-m-3\right)\left(x^3+x-m\right)^2$, m là tham số. Số giá trị nguyên của m thuộc nửa khoảng $(-100;100]$ để hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;3)$ là

A. 167 . **B.** 168. **C.** 169. **D.** 166.

Câu 40. Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm đa thức có đồ thị (C) như hình vẽ dưới đây



Biết đường thẳng d tạo với đồ thị (C) hai miền có diện tích lần lượt là $S_1;S_2$ với $S_1=\frac{17}{3};S_2=\frac{5}{3}$. Tính giá trị của $I=\int_0^1(2x-1)f'(3x)\,dx$.

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $-\frac{4}{9}$. **C.** $-\frac{8}{9}$. **D.** $-\frac{2}{3}$.

Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}f\left(\sin^2 x\right)\cot x\,dx=\frac{1}{8}$ và $\int_0^{\ln 2}f\left(e^x\right)dx=\frac{3}{2}$. Giá trị $\int_{\frac{1}{2}}^{2}\frac{f(x)}{x}dx$ bằng

A. $\frac{7}{4}$. **B.** $\frac{11}{2}$. **C.** 1. **D.** $\frac{3}{4}$.

Câu 42. Cho hàm số $y=2x^3-6mx^2+6(m+12)x+1$, m là tham số. Tổng các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị mà hoành độ của chúng là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông có độ dài cạnh huyền bằng $4\sqrt{3}$ là

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{9}{2}$. **C.** −4. **D.** 4.

Câu 43. Cho biểu thức $P=\log_{\frac{b}{a}}^2 a+32\log_a\left(a+\frac{b}{4}\right)$ với $b>a>1$. Giá trị nhỏ nhất của P là

A. 43. **B.** 44. **C.** 45. **D.** 46.

Câu 44. Cho hình nón đỉnh S có đáy là hình tròn tâm O; SA, SB là hai đường sinh. Biết $SO = 3$, khoảng cách từ O đến (SAB) là 1 và diện tích ΔSAB là 18. Bán kính đáy của hình nón đã cho là

A. $\dfrac{\sqrt{674}}{4}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{530}}{4}$. **C.** $\dfrac{9\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\dfrac{23}{4}$.

Câu 45. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Giả sử d là một đường thẳng thay đổi luôn đi qua C và d không nằm trong các mặt phẳng (ABC) và $(ACC'A')$. Gọi MN là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng AA' và d, M thuộc đường thẳng d và N thuộc đường thẳng AA'. Giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn thẳng $B'M$ là

A. $\dfrac{a}{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{a\left(\sqrt{3}-1\right)}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$.

Câu 46. Cho phương trình $\left(x^2+x-2\right)2024^{x^2+m}+\left(x^2+m\right)2024^{x^2+x-2}=2x^2+x+m-2$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để tập nghiệm của phương trình có đúng 3 phần tử?

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 47. Cho phương trình $5^{x-1+\sqrt[3]{m-3x}}+\left(x^3-3x^2+m+24\right)5^{x-1}=5^{x+1}+1$, m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình có 3 nghiệm phân biệt?

A. 5. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

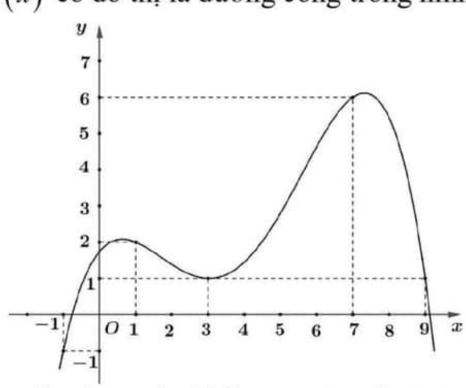
Câu 48. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều, SC vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết cosin của góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) bằng $\dfrac{1}{2\sqrt{3}}$, khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SAB) bằng a. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

A. $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{6}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{4}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{8}$.

Câu 49. Cho hàm số $f(x)$ nhận giá trị dương trên khoảng $(0;+\infty)$ và có đạo hàm trên khoảng đó. Biết $x\left(6x\sqrt{f(x)}-f'(x)\right)=2f(x)$, $\forall x\in(0;+\infty)$ và $f(2)=16f(1)$, tính $I=\int\limits_1^2 f(x)\,dx$.

A. $I=\dfrac{31}{5}$. **B.** $I=\dfrac{31}{10}$. **C.** $I=\dfrac{31}{15}$. **D.** $I=\dfrac{31}{20}$.

Câu 50. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ dưới đây



Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên không vượt quá 2024 của tham số m để bất phương trình $x^3-18x^2+81x+6\le mf(x)$ nghiệm đúng với mọi giá trị x thuộc đoạn $[1;9]$. Tổng các phần tử của S bằng

A. 2040835. **B.** 2042859. **C.** 2049300. **D.** 2046885.

-------- **HẾT**--------

[illegible]	001	002	003	004	005	006	007	008	009	010	011	012	013	014	015	016	017	018	019	020	021	022	023	024
1	B	D	A	C	D	A	C	B	B	B	C	B	C	D	A	A	B	A	A	C	C	D	B	C
2	D	B	A	B	C	A	C	C	A	A	B	D	D	D	A	B	A	D	D	D	D	B	B	B
3	A	B	B	D	C	A	B	C	B	A	B	C	D	D	B	D	A	C	A	C	B	C	C	C
4	B	D	A	D	B	D	D	B	B	C	A	A	A	A	D	C	D	A	C	C	B	D	C	B
5	A	C	B	B	C	A	B	C	C	A	C	B	A	B	A	A	B	A	B	D	B	D	A	D
6	C	D	C	A	B	C	D	C	C	D	C	B	C	B	D	B	A	D	A	B	C	B	D	A
7	A	A	C	A	A	A	C	A	C	B	C	B	C	B	D	C	B	C	D	D	A	C	B	B
8	D	C	D	B	A	B	B	D	A	A	D	C	B	C	B	A	B	D	B	A	A	C	C	A
9	D	B	B	A	D	B	B	A	C	D	D	D	B	D	D	A	B	C	A	C	C	A	B	C
10	A	B	D	B	B	C	B	D	B	A	D	D	D	B	B	A	B	C	A	C	C	C	C	D
11	C	D	A	D	B	B	C	C	B	C	B	A	B	A	C	A	A	B	C	A	A	A	D	B
12	C	A	D	B	A	A	A	B	A	D	B	C	B	D	B	B	D	A	D	D	A	A	A	C
13	C	C	B	C	C	C	A	C	C	B	D	C	D	A	A	B	A	D	B	C	B	A	A	B
14	A	D	B	B	B	B	B	D	B	C	B	D	C	A	D	C	C	D	B	D	C	A	C	B
15	B	D	B	B	A	C	C	D	D	B	A	A	A	C	B	C	D	D	C	A	C	C	B	C
16	A	C	D	A	A	B	C	D	B	C	B	A	C	C	A	C	A	D	A	C	A	B	B	B
17	A	D	C	C	D	D	A	C	B	B	D	C	D	A	C	B	B	B	D	A	A	C	B	A
18	A	D	C	D	A	A	A	B	D	B	A	C	D	C	A	C	A	C	B	D	B	C	C	D
19	D	A	D	A	B	C	B	A	A	D	A	B	B	B	A	D	B	A	D	C	A	D	B	C
20	A	B	A	A	D	C	D	D	C	D	D	C	B	D	A	D	D	B	D	B	B	C	D	A
21	A	C	A	B	A	B	C	C	C	D	C	A	C	B	B	B	C	B	D	B	A	B	A	D
22	D	A	D	A	B	D	A	A	D	D	A	A	A	C	D	C	C	B	A	D	D	C	A	D
23	C	A	A	D	C	A	A	A	A	C	B	B	B	A	D	C	C	D	C	D	B	A	A	C
24	B	A	B	C	B	A	A	D	A	A	C	B	B	C	B	D	C	A	D	A	D	D	C	A
25	D	B	B	B	B	D	B	B	C	D	D	A	B	D	C	B	C	B	B	A	B	B	A	A
26	B	D	B	D	B	C	A	A	D	B	D	C	D	A	C	D	D	C	C	B	C	A	A	C
27	D	B	B	D	D	A	A	B	D	B	A	B	C	B	C	C	A	D	A	A	D	D	A	D

28	C	D	A	C	D	A	C	B	B	A	C	D	A	A	D	D	D	B	D	B	D	B	D	B
29	B	A	A	D	D	B	C	A	A	C	B	A	C	A	B	B	B	A	C	D	B	A	C	B
30	C	D	D	B	D	B	D	D	B	C	A	D	A	D	C	A	D	A	C	A	C	A	D	A
31	B	B	D	D	A	B	C	C	B	B	C	C	B	B	C	C	C	B	B	A	B	D	D	B
32	D	C	D	C	B	A	A	B	A	D	D	B	A	D	D	A	C	A	B	B	D	B	C	D
33	B	C	A	A	A	C	B	B	A	C	B	B	B	B	A	B	C	D	D	C	B	B	D	D
34	D	C	C	D	A	A	C	C	D	B	A	B	C	B	A	B	A	A	B	C	A	B	A	A
35	D	C	B	D	D	B	D	D	D	C	A	D	D	A	B	B	B	A	C	B	A	D	D	D
36	D	C	A	C	C	D	D	A	B	B	D	C	D	B	D	B	D	B	A	D	A	D	C	D
37	C	A	C	A	D	B	D	C	D	C	A	A	A	A	A	A	D	B	A	A	D	D	A	B
38	D	B	A	D	A	D	D	A	A	D	D	B	C	A	C	A	A	D	A	B	D	D	B	D
39	B	C	C	C	A	C	B	A	D	B	B	A	A	B	B	A	A	C	B	A	A	C	C	A
40	C	A	D	A	C	B	C	A	A	A	C	A	A	D	B	A	C	C	C	C	C	D	B	B
41	A	A	B	C	D	C	D	A	B	C	C	D	C	C	C	D	B	C	A	D	B	A	D	C
42	B	A	B	C	B	D	B	B	A	B	A	D	A	D	C	D	D	B	B	B	D	C	A	A
43	B	B	C	A	C	D	A	B	D	C	A	A	C	A	B	A	B	B	C	B	C	B	A	A
44	B	D	C	A	B	B	A	C	A	D	B	D	D	C	C	D	A	D	C	A	D	B	C	B
45	C	B	D	C	A	D	D	D	C	A	C	A	D	C	C	D	A	C	D	A	B	B	D	C
46	A	A	D	A	D	D	A	B	C	A	B	C	B	C	D	C	D	A	C	C	A	A	B	A
47	C	B	A	B	C	D	B	B	D	A	D	C	A	C	D	D	C	C	A	D	C	A	D	C
48	C	C	C	B	C	C	D	A	C	A	B	D	B	B	A	D	C	A	B	B	D	B	B	A
49	A	A	C	B	C	C	D	D	C	D	C	B	A	C	B	B	B	B	D	B	D	A	D	D
50	B	B	C	C	C	D	B	D	D	A	A	D	D	D	A	C	D	C	B	B	C	C	B	C

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH NINH BÌNH

ĐỀ CHÍNH THỨC

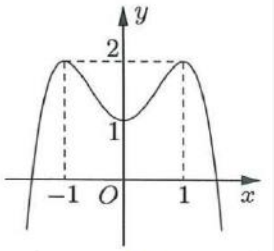
(Đề thi có 07 trang)

ĐÁP ÁN ĐỀ KHẢO SÁT, ĐÁNH GIÁ CHẤT LƯỢNG GIÁO DỤC LỚP 12 THPT, GDTX LẦN THỨ HAI - NĂM HỌC 2023-2024
Môn: Toán
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Mã đề thi 001

Họ và tên thí sinh:.. SBD:..........................

Câu 1. Đường cong trong hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



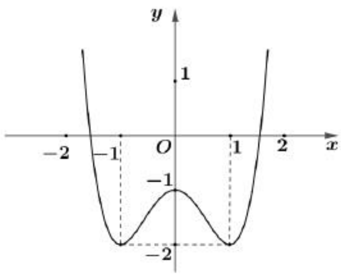
A. $y = x^4 - 2x^2 + 1$. **B.** $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. **C.** $y = x^4 - 2x^2 - 1$. **D.** $y = -x^4 + x^2 + 1$.

Lời giải

Từ đồ thị, ta có $\lim\limits_{x \to \pm\infty} y = -\infty \Rightarrow a < 0$

Đồ thị hàm số trong hình vẽ đi qua điểm $(1;2)$ nên chọn $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

Câu 2. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây



Số nghiệm của phương trình $2f(x) + 1 = 0$ là

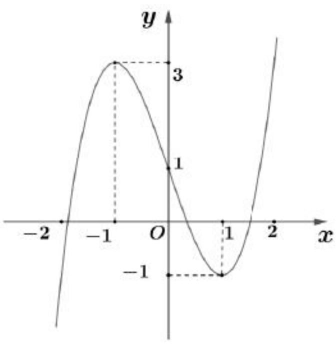
A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

$2f(x) + 1 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\dfrac{1}{2}$.

Đường thẳng $y = -\dfrac{1}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại hai điểm phân biệt nên phương trình $f(x) = -\dfrac{1}{2}$ có hai nghiệm phân biệt.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây



Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;3)$.

Lời giải

Từ đồ thị ta thấy, hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1;-2;3)$. Mặt cầu tâm I, bán kính bằng 3 có phương trình là

A. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=3$. **B.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=9$.

C. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=9$. **D.** $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=3$.

Lời giải

Mặt cầu tâm $I(1;-2;3)$, bán kính bằng 3 có phương trình là $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=9$.

Câu 5. Cho a,b là các số thực dương. Biểu thức $P=\log_2 4^{2a+b}$ có giá trị bằng

A. $4a+2b$. **B.** $\frac{2a+b}{2}$. **C.** $2a+b$. **D.** 4^{2a+b}.

Lời giải

$P=\log_2 4^{2a+b}=\log_2\left(2^2\right)^{2a+b}=\log_2 2^{4a+2b}=4a+2b$.

Câu 6. Công thức tính diện tích xung quanh của hình nón có bán kính đáy r, độ dài đường cao h, độ dài đường sinh l là

A. $S_{xq}=\pi rh$. **B.** $S_{xq}=\frac{1}{3}\pi rl$. **C.** $S_{xq}=\pi rl$. **D.** $S_{xq}=2\pi rl$.

Lời giải

Ta có công thức diện tích xung quanh hình nón là $S_{xq}=\pi rl$.

Câu 7. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int\cos 2x\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\sin 2x+C$. **B.** $\int\cos 2x\mathrm{d}x=\sin 2x+C$.

C. $\int\cos 2x\mathrm{d}x=-\sin 2x+C$. **D.** $\int\cos 2x\mathrm{d}x=\frac{-1}{2}\sin 2x+C$.

Lời giải

$\int\cos 2x\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int\cos 2x\mathrm{d}2x=\frac{1}{2}\sin 2x+C$.

Câu 8. Cho a,b,m,n là những số thực dương. Khẳng định nào dưới đây là **sai**?

A. $\left(a^m\right)^n=a^{mn}$. **B.** $a^m b^m=(ab)^m$. **C.** $a^m.a^n=a^{m+n}$. **D.** $a^m.b^n=(ab)^{m+n}$.

Lời giải

$a^m.b^n=(ab)^{m+n}$ là khẳng định **sai**.

Câu 9. Cho tập hợp $X=\{1;2;3;4;5;6;7\}$. Số tập con của tập hợp X chỉ chứa các phần tử là các số lẻ là

A. 7. **B.** 16. **C.** 8. **D.** 15.

Lời giải

Số tập con thỏa mãn yêu cầu bài toán chính là số tập con khác rỗng của tập hợp $A=\{1;3;5;7\}$.

Tập hợp A có 4 phần tử nên số tập con khác rỗng của A là $2^4-1=15$.

Câu 10. Bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây là của hàm số nào?

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	6	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

A. $y = x^3 - 3x + 4$. **B.** $y = x^3 - 3x^2 + 4$. **C.** $y = -x^3 + 3x$. **D.** $y = -x^3 + 3x - 4$.

Lời giải

Từ bảng biến thiên, ta có $\lim\limits_{x \to \pm\infty} y = \pm\infty \Rightarrow a > 0$.

Đồ thị hàm số có bảng biến thiên đã cho đi qua điểm $(-1;6)$ nên chọn $y = x^3 - 3x + 4$.

Câu 11. Thể tích khối trụ có đáy là hình tròn với chu vi $C = 8\pi$ và đường cao $h = 6$ là

A. $V = 16\pi$. **B.** $V = 48\pi$. **C.** $V = 96\pi$. **D.** $V = 32\pi$.

Lời giải

Ta có bán kính hình tròn đáy $r = 4$.

Thể tích khối trụ đã cho bằng $V = \pi r^2 h = 96\pi$.

Câu 12. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int \tan^2 x\mathrm{d}x = \tan x + x + C$. **B.** $\int \tan^2 x\mathrm{d}x = \frac{1}{3}\tan^3 x + C$.

C. $\int \tan^2 x\mathrm{d}x = \tan x - x + C$. **D.** $\int \tan^2 x\mathrm{d}x = 2\tan x + C$.

Lời giải

$\int \tan^2 x\mathrm{d}x = \int \left[\left(\tan^2 x + 1\right) - 1\right]\mathrm{d}x = \tan x - x + C$.

Câu 13. Hàm số $y = \log_{2024}(x-1)$

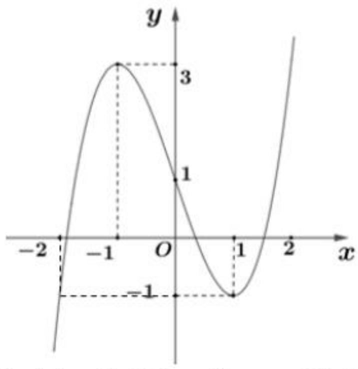
A. đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$. **B.** nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

C. đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$. **D.** nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Lời giải

Hàm số $y = \log_{2024}(x-1)$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ dưới đây



Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2;0]$ bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** -1.

Lời giải

Quan sát đồ thị, ta thấy $\min\limits_{[-2;0]} f(x) = f(-2) = -1$; $\max\limits_{[-2;0]} f(x) = f(-1) = 3$

Vậy tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2;0]$ bằng 2.

Câu 15. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\int\limits_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x=1$, tính $I=\int\limits_1^2 f(x)\,\mathrm{d}(4x)$.

A. 1. **B.** 4. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** 16.

Lời giải

$I=\int\limits_1^2 f(x)\,\mathrm{d}(4x)=4\int\limits_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x=4.1=4$.

Câu 16. Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases}u_1=2\\u_{n+1}=-3u_n,\forall n\in\mathbb{N}^*\end{cases}$. Số hạng thứ 5 của dãy số là

A. $u_5=162$. **B.** $u_5=-162$. **C.** $u_5=486$. **D.** $u_5=-486$.

Lời giải

$\begin{cases}u_1=2\\u_{n+1}=-3u_n,\forall n\in\mathbb{N}^*\end{cases}\Rightarrow(u_n)$ là cấp số nhân với công bội $q=-3$. Do đó $u_5=2.(-3)^4=162$.

Câu 17. Thể tích khối chóp có đáy là hình vuông cạnh bằng 2, chiều cao bằng 9 là

A. 12. **B.** 36. **C.** 18. **D.** 6.

Lời giải

Ta có $V=\frac{1}{3}Bh=\frac{1}{3}.2^2.9=12$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-1;2;3)$. Điểm M' đối xứng với điểm M qua trục Ox có toạ độ là

A. $(-1;-2;-3)$. **B.** $(1;2;3)$. **C.** $(0;-2;-3)$. **D.** $(1;0;0)$.

Lời giải

Điểm đối xứng của điểm $M(-1;2;3)$ qua trục Ox là $M'(-1;-2;-3)$.

Câu 19. Cho hàm số $y=\frac{2x+3}{1-x}$. Đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho có phương trình lần lượt là

A. $x=1;y=3$. **B.** $x=1;y=2$. **C.** $x=-2;y=1$. **D.** $x=1;y=-2$.

Lời giải

Hàm số $y=\frac{2x+3}{1-x}$ có tập xác định là $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to1^{\pm}}\frac{2x+3}{1-x}=\mp\infty$ nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x=1$.

$\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{2x+3}{1-x}=-2$ nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang $y=-2$.

Câu 20. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và các số thực tùy ý a,b,c. Xét các khẳng định sau:

(1) $\int\limits_a^b f(x)\,\mathrm{d}x=-\int\limits_b^a f(x)\,\mathrm{d}x$; (2) $\int\limits_a^b f(x)\,\mathrm{d}x+\int\limits_b^c f(x)\,\mathrm{d}x=\int\limits_a^c f(x)\,\mathrm{d}x$;

(3) $\int\limits_a^a f(x)\,\mathrm{d}x=0$; (4) $\int\limits_a^b cf(x)\,\mathrm{d}x=c\int\limits_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$.

Số khẳng định đúng là

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Cả 4 khẳng định đều đúng.

Câu 21. Thể tích khối lăng trụ tam giác đều cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $3a$ là

A. $\dfrac{3\sqrt{3}a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{3a^3}{4}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{4}$. **D.** $\dfrac{a^3}{4}$.

Lời giải

Ta có $V = Bh = 3a.\dfrac{\sqrt{3}a^2}{4} = \dfrac{3\sqrt{3}a^3}{4}$.

Câu 22. Tập hợp $S = (5;+\infty)$ là tập nghiệm của bất phương trình nào dưới đây?

A. $\log_{\sqrt[3]{2}} x < \log_{\sqrt[3]{2}} 5$. **B.** $\log_2 x < \log_2 5$. **C.** $\log_{\sqrt{2}} x < \log_{\sqrt{2}} 5$. **D.** $\log_{0,2} x < \log_{0,2} 5$.

Lời giải

$\log_{0,2} x < \log_{0,2} 5 \Leftrightarrow x > 5$.

Câu 23. Thể tích khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $3a$ và độ dài đường chéo $AC' = \sqrt{22}a$ là

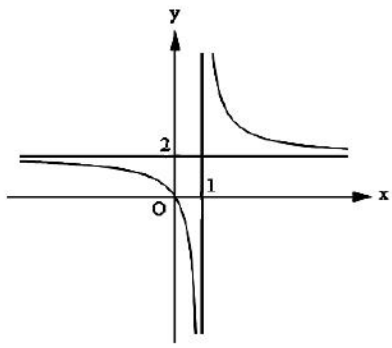
A. $9\sqrt{13}a^3$. **B.** $2\sqrt{5}a^3$. **C.** $18a^3$. **D.** $9a^3$.

Lời giải

Gọi độ dài cạnh còn lại của hình hộp là x thì có $x^2 + 9a^2 + 9a^2 = 22a^2 \Rightarrow x = 2a$.

Do đó thể tích khối hộp chữ nhật là $V = 3a.3a.2a = 18a^3$.

Câu 24. Cho hàm số $y = f(x) = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ dưới đây



Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $f'(x) > 0, \forall x \neq 1$. **B.** $f'(x) < 0, \forall x \neq 1$. **C.** $f'(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. **D.** $f'(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Lời giải

Từ đồ thị, ta thấy hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;1),(1;+\infty)$ nên $f'(x) < 0, \forall x \neq 1$.

Câu 25. Bất phương trình $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x+2} \geq \left(\dfrac{1}{2}\right)^5$ có tập nghiệm là

A. $S = [3;+\infty)$. **B.** $S = (-\infty;3)$. **C.** $S = (3;+\infty)$. **D.** $S = (-\infty;3]$.

Lời giải

$\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x+2} \geq \left(\dfrac{1}{2}\right)^5 \Leftrightarrow x + 2 \leq 5 \Leftrightarrow x \leq 3$.

Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Đường thẳng đi qua các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ có hệ số góc là

A. 1. **B.** 2. **C.** $-\frac{1}{2}$. **D.** -2.

Lời giải

Đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị là $A\left(0;-1\right),B\left(2;3\right)\Rightarrow\overrightarrow{AB}\left(2;4\right)$.

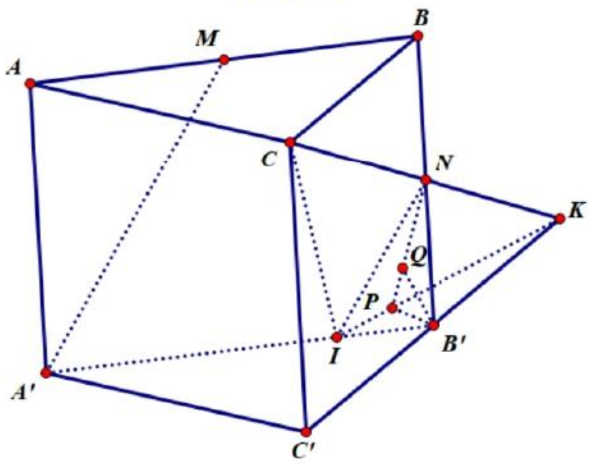
Vậy hệ số góc của đường thẳng AB là $k=\frac{4}{2}=2$.

Câu 27. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên bằng $2a$. Biết tam giác ABC vuông cân tại C và $AB=a\sqrt{2}$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của AB và BB'. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau $A'M$ và CN.

A. $d\left(A'M;CN\right)=\frac{a\sqrt{6}}{3}$. **B.** $d\left(A'M;CN\right)=\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

C. $d\left(A'M;CN\right)=\frac{2a\sqrt{10}}{5}$. **D.** $d\left(A'M;CN\right)=\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải



Từ N kẻ đường thẳng song song với $A'M$ cắt $A'B'$ tại I. Các đường thẳng CN và $C'B'$ cắt nhau tại K.

Khi đó $d\left(A'M;CN\right)=d\left(A'M;\left(NIK\right)\right)=d\left(A';\left(NIK\right)\right)$.

Lại có $\frac{IA'}{IB'}=3$ nên có $d\left(A';\left(NIK\right)\right)=3d\left(B';\left(NIK\right)\right)$

Từ B' kẻ $B'P\perp IK,(P\in IK)$ và $B'Q\perp NP,(Q\in NP)$, khi đó $d\left(B';\left(NIK\right)\right)=B'Q$

Ta có tam giác $A'B'C'$ vuông cân tại C' nên $B'C'=B'K=a$ và $B'I=\frac{1}{4}B'A'=\frac{a\sqrt{2}}{4}$.

Do $S_{B'IK}=\frac{a^2}{8};IK=\frac{a\sqrt{26}}{4}\Rightarrow B'P=\frac{a\sqrt{26}}{26}$

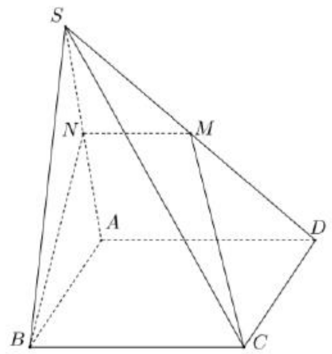
Lại có $\frac{1}{B'Q^2}=\frac{1}{B'P^2}+\frac{1}{B'N^2}=\frac{26}{a^2}+\frac{1}{a^2}\Rightarrow B'Q=\frac{a\sqrt{3}}{9}$

Vậy $d\left(A';\left(NIK\right)\right)=3d\left(B';\left(NIK\right)\right)=3B'Q=\frac{a\sqrt{3}}{3}$ nên $d\left(A'M;CN\right)=\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Biết tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm của SD. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng $\left(MBC\right)$ và $\left(ABCD\right)$. Tính $\cos\alpha$.

A. $\cos\alpha=\frac{\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\cos\alpha=\frac{\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\cos\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\cos\alpha=\frac{1}{2}$.

Lời giải



Gọi N là trung điểm của SA thì góc giữa hai mặt phẳng (MBC) và $(ABCD)$ là NBA (Hình vẽ).

Do tam giác SAB đều nên $\cos\alpha = \cos 30° = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-1;-3)$. Mặt cầu có tâm thuộc trục Oy, đi qua A đồng thời tiếp xúc với mặt phẳng (Oxz) có bán kính là

A. $R=\sqrt{7}$. **B.** $R=7$. **C.** $R=\sqrt{5}$. **D.** $R=5$.

Lời giải

Vì tâm I của mặt cầu thuộc trục Oy nên có $I(0;b;0), b\in\mathbb{R}$.

Vì mặt cầu đi qua $A(2;-1;-3)$ nên có $R = IA = \sqrt{(b+1)^2+13}$

Mặt khác mặt cầu tiếp xúc với trục (Oxz) nên có $R = d(I;(Oxz)) = |b|$

Do đó có phương trình: $\sqrt{(b+1)^2+13} = |b| \Leftrightarrow b=-7$ nên $I(0;-7;0), R=7$.

Câu 30. Cho đa giác đều có 30 cạnh. Gọi S là tập hợp các tam giác có 3 đỉnh là đỉnh của đa giác đã cho. Chọn ngẫu nhiên một tam giác trong tập hợp S. Tính xác suất để tam giác được chọn là tam giác vuông.

A. $\dfrac{45}{406}$. **B.** $\dfrac{3}{58}$. **C.** $\dfrac{3}{29}$. **D.** $\dfrac{6}{29}$.

Lời giải

Phép thử T: "Chọn ngẫu nhiên một tam giác trong tập hợp S".

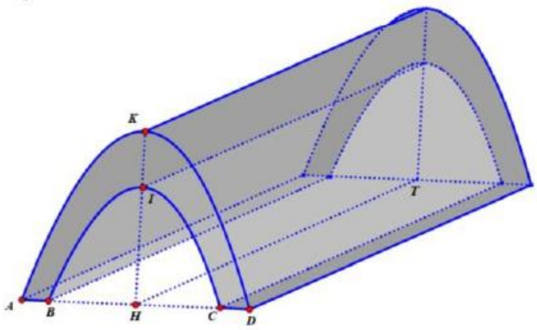
Biến cố A: "Tam giác được chọn là tam giác vuông"

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{30}^3$.

Số tam giác vuông là $15.28 = 420 \Rightarrow n(A) = 420$.

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{3}{29}$.

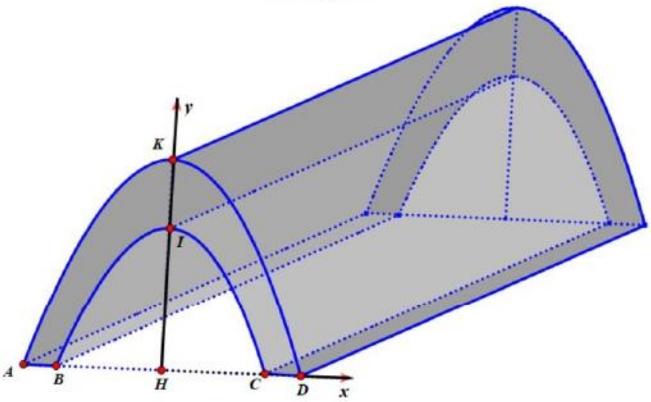
Câu 31. Trên một tuyến đường thẳng có một đoạn phải đi xuyên qua một quả núi nhỏ, do đó người ta đã tạo một hầm chui để thuận tiện cho các phương tiện giao thông di chuyển, vòm của hầm chui được đổ bê tông có dạng như hình vẽ dưới đây



với $BC = 8\,(m)$; $IH = 5\,(m)$; $IK = 0{,}6\,(m)$; $AB = CD = 0{,}5\,(m)$; $HT = 10\,(m)$. Biết khi cắt vòm của hầm chui bằng mặt phẳng vuông góc với trục của tuyến đường ta luôn có thiết diện là một hình phẳng giới hạn bởi hai parabol và giao tuyến của mặt cắt với mặt đường. Tính thể tích vòm của hầm chui được đổ bê tông.

A. $208\,(m^3)$. **B.** $\dfrac{208}{3}(m^3)$. **C.** $416\,(m^3)$. **D.** $\dfrac{416}{3}(m^3)$.

Lời giải



Đặt hệ trục Oxy như hình khi đó có: $H(0;0); C(4;0); D(4,5;0); I(0;5); K(0;5,6)$.

Do đó $(P_1): y = -\dfrac{5}{16}x^2 + 5; (P_2): y = -\dfrac{112}{405}x^2 + 5{,}6$.

Diện tích mặt cắt của lớp bê tông bằng: $S = \displaystyle\int_{-4,5}^{4,5}\left(-\frac{112}{405}x^2 + 5{,}6\right)dx - \int_{-4}^{4}\left(-\frac{5}{16}x^2 + 5\right)dx = \frac{104}{15}$.

Do đó thể tích bê tông cần dùng là $V = \displaystyle\int_0^{10} S.dx = 10.S = \frac{208}{3}(m^3)$.

Câu 32. Cho khối trụ có bán kính đáy bằng a, chiều cao bằng $2a$. Một mặt phẳng (P) vuông góc với mặt đáy của khối trụ và cắt khối trụ theo một thiết diện có diện tích bằng $\dfrac{8\sqrt{2}a^2}{3}$. Tính khoảng cách từ tâm đường tròn đáy đến mặt phẳng (P).

A. $d = \dfrac{2a}{3}$. **B.** $d = \dfrac{\sqrt{3}a}{3}$. **C.** $d = \dfrac{2\sqrt{3}a}{3}$. **D.** $d = \dfrac{a}{3}$.

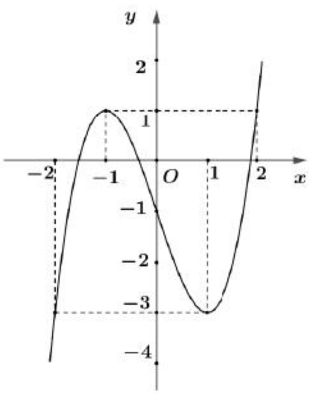
Lời giải

Thiết diện tạo bởi (P) là hình chữ nhật có các độ dài là $2a$ và $x > 0$.

Vì diện tích thiết diện bằng $\dfrac{8\sqrt{2}a^2}{3}$ nên có $\dfrac{8\sqrt{2}a^2}{3} = 2ax \Rightarrow x = \dfrac{4\sqrt{2}a}{3}$.

Khoảng cách từ tâm đường tròn đáy đến mặt phẳng (P) là $d = \sqrt{r^2 - \dfrac{x^2}{4}} = \sqrt{a^2 - \dfrac{8a^2}{9}} = \dfrac{a}{3}$.

Câu 33. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây



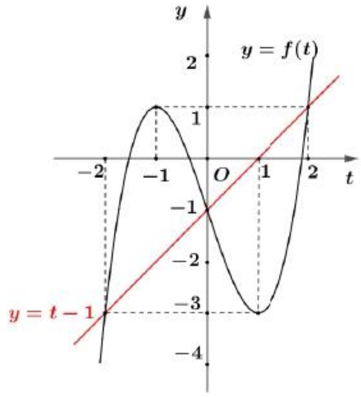
Số nghiệm nguyên của phương trình $f\left(x^2-3x\right)-x^2+3x+1=0$ là

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 6.

Lời giải

Đặt $t=x^2-3x\left(t\ge -\frac{9}{4}\right)$, phương trình đã cho trở thành $f(t)-t+1=0 \Leftrightarrow f(t)=t-1$.

Vẽ đường thẳng $d: y=t-1$ và đồ thị hàm số $y=f(t)$ trên cùng hệ trục tọa độ



Ta thấy đường thẳng d cắt đồ thị hàm số $y=f(t)$ tại 3 điểm phân biệt có hoành độ là $-2;0;2$ nên

ta có: $f(t)=t-1 \Leftrightarrow t\in\{-2;0;2\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-3x=-2 \\ x^2-3x=0 \\ x^2-3x=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow x\in\left\{1;2;0;3;\frac{3-\sqrt{17}}{2};\frac{3+\sqrt{17}}{2}\right\}$.

Vậy phương trình đã cho có 4 nghiệm nguyên.

Câu 34. Cho $a=\log_3 15$. Tính $\log_{25} 243$ theo a.

A. $\log_{25} 243=\frac{5}{2(a+1)}$. **B.** $\log_{25} 243=\frac{5(a-1)}{2}$.

C. $\log_{25} 243=\frac{5(a+1)}{2}$. **D.** $\log_{25} 243=\frac{5}{2(a-1)}$.

Lời giải

$a=\log_3 15=1+\log_3 5 \Rightarrow \log_3 5=a-1$.

$\log_{25} 243=\log_{5^2} 3^5=\frac{5}{2}\log_5 3=\frac{5}{2\log_3 5}=\frac{5}{2(a-1)}$.

Câu 35. Cho mặt cầu $S(O;4a)$. Biết rằng tồn tại hai mặt phẳng $(P),(Q)$ vuông góc với nhau đồng thời khoảng cách từ tâm O của mặt cầu đến các mặt phẳng $(P),(Q)$ lần lượt là $2a;3a$. Hai mặt phẳng $(P),(Q)$ cắt mặt cầu lần lượt theo hai đường tròn $(C_1),(C_2)$ thoả mãn $(C_1)\cap(C_2)=\{A;B\}$. Tính độ dài đoạn thẳng AB.

A. $AB=\sqrt{3}a$. **B.** $AB=\sqrt{5}a$. **C.** $AB=2\sqrt{5}a$. **D.** $AB=2\sqrt{3}a$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $I;J$ là tâm các đường tròn $(C_1);(C_2)$ và H là trung điểm của AB. Do $(P)\perp(Q)$ nên $OIHJ$ là hình chữ nhật nên có $OH=\sqrt{4a^2+9a^2}=\sqrt{13}a$

Vậy $AB=2\sqrt{R^2-OH^2}=2\sqrt{16a^2-13a^2}=2\sqrt{3}a$.

Câu 36. Số nghiệm của phương trình $\ln\left(x^2-6x+5\right)=\ln(x-5)$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

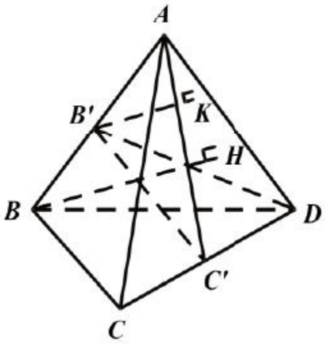
Lời giải

$$\ln\left(x^2-6x+5\right)=\ln\left(x-5\right)\Leftrightarrow\begin{cases}x-5>0\\x^2-6x+5=x-5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>5\\x^2-7x+10=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>5\\\left[\begin{array}{l}x=2\\x=5\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow x\in\varnothing.$$

Câu 37. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi B',C' lần lượt là trung điểm của AB và CD. Khi đó tỷ số thể tích của khối đa diện $AB'C'D$ và khối tứ diện $ABCD$ bằng

A. $\frac{1}{8}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

Lời giải



Ta có: $\dfrac{V_{AB'C'D}}{V_{ABCD}}=\dfrac{V_{B'AC'D}}{V_{BACD}}=\dfrac{\frac{1}{3}S_{\Delta DC'A}.d\left(B',\left(DC'A\right)\right)}{\frac{1}{3}S_{\Delta DCA}.d\left(B,\left(DCA\right)\right)}=\dfrac{\frac{1}{2}DC'.DA.\sin ADC'}{\frac{1}{2}DC.DA.\sin ADC}.\dfrac{d\left(B',\left(DC'A\right)\right)}{d\left(B,\left(DCA\right)\right)}=\dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{4}$.

Câu 38. Trong các hàm số $y=\sqrt{x^2+1};y=x^3-3x^2+2;y=-x^4-x^2$ có bao nhiêu hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$?

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

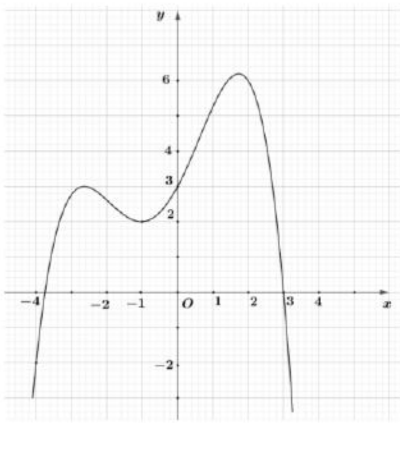
$y=\sqrt{x^2+1}\Rightarrow y'=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}<0\Leftrightarrow x<0\Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

$y=x^3-3x^2+2\Rightarrow y'=3x^2-6x<0\Leftrightarrow x\in(0;2)\Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

$y=-x^4-x^2\Rightarrow y'=-4x^3-2x<0\Leftrightarrow x>0\Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Vậy trong 3 hàm số đã cho chỉ có 1 hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Câu 39. Cho hàm số bậc năm $y=f(x)$ và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ là đường cong trong hình vẽ dưới đây



Xét hàm số $g(x)=3f(-x^3-x+m+3)+(x^3+x-m-3)(x^3+x-m)^2$, m là tham số. Số giá trị nguyên của m thuộc nửa khoảng $(-100;100]$ để hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;3)$ là

A. 167. **B.** 168. **C.** 169. **D.** 166.

Lời giải

Đặt $t=-x^3-x+m+3$. Ta có $t'=-3x^2-1<0,\forall x\in(0;3)$

Suy ra t nghịch biến trên khoảng $(0;3)$.

Với $x\in(0;3)\Rightarrow t\in(m-27;m+3)$.

Hàm số $g(x)$ trở thành $h(t)=3f(t)-t(3-t)^2 \Leftrightarrow h(t)=3f(t)-t^3+6t^2-9t$

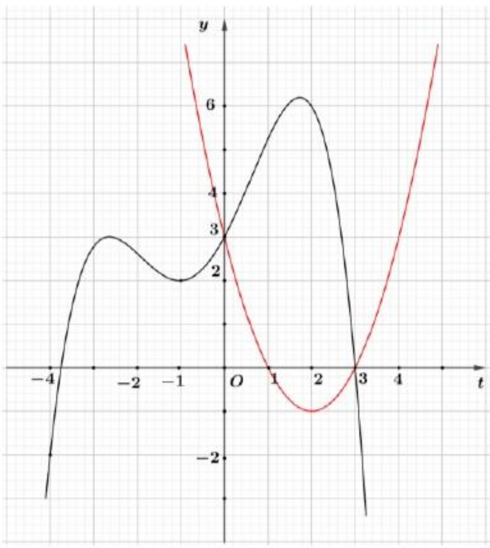
Ta có $h'(t)=3f'(t)-3t^2+12t-9$

Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(0;3)\Leftrightarrow h(t)$ nghịch biến trên khoảng $(m-27;m+3)$

$\Leftrightarrow h'(t)\le 0,\forall t\in(m-27;m+3)\Leftrightarrow 3f'(t)-3t^2+12t-9\le 0,\forall t\in(m-27;m+3)$.

$\Leftrightarrow f'(t)\le t^2-4t+3,\forall t\in(m-27;m+3)$

Vẽ đồ thị hàm số $y=f'(t)$ và đồ thị hàm số $y=t^2-4t+3$ trên cùng hệ trục tọa độ ta được:



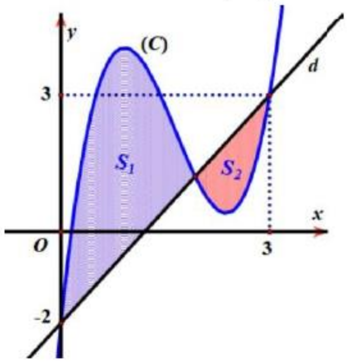
$f'(t)\le t^2-4t+3,\forall t\in(m-27;m+3)$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t\le 0 \\ t\ge 3\end{array}\right.,\forall t\in(m-27;m+3)\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m+3\le 0 \\ m-27\ge 3\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\le -3 \\ m\ge 30\end{array}\right.$.

Kết hợp điều kiện $m\in(-100;100]\Rightarrow \left[\begin{array}{l} -100<m\le -3 \\ 30\le m\le 100\end{array}\right.$

Vậy có 168 giá trị nguyên của $m\in(-100;100]$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 40. Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm đa thức có đồ thị (C) như hình vẽ dưới đây



Biết đường thẳng d tạo với đồ thị (C) hai miền có diện tích lần lượt là $S_1;S_2$ với $S_1=\frac{17}{3};S_2=\frac{5}{3}$. Tính giá trị của $I=\int_0^1(2x-1)f'(3x)\mathrm{d}x$.

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $-\frac{4}{9}$. **C.** $-\frac{8}{9}$. **D.** $-\frac{2}{3}$.

Lời giải

Xét $I=\int_0^1(2x-1)f'(3x)\mathrm{d}x$. Đặt $t=3x$ ta có $I=\frac{1}{9}\int_0^3(2t-3)f'(t)\mathrm{d}t$.

Đặt $\begin{cases}u=2t-3\\dv=f'(t)\mathrm{d}t\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=2\mathrm{d}t\\v=f(t)\end{cases}$. Khi đó có:

$$I=\left[\frac{1}{9}(2t-3)f(t)\right]\Bigg|_0^3-\frac{2}{9}\int_0^3 f(t)\mathrm{d}t=\frac{1}{9}\left[3f(3)+3f(0)\right]-\frac{2}{9}I_1.$$

Theo đồ thị $f(0)=-2;f(3)=3$.

Xét đường thẳng d qua hai điểm $A(0;-2);B(3;3)$ có phương trình $y=\frac{5}{3}x-2$.

Do đó: $S_1=\int_0^a\left[f(u)-\frac{5}{3}u+2\right]\mathrm{d}u$ và $S_2=-\int_a^3\left[f(u)-\frac{5}{3}u+2\right]\mathrm{d}u$.

Ta có $S_1-S_2=\int_0^3 f(u)\mathrm{d}u-\int_0^3\left(\frac{5}{3}u-2\right)\mathrm{d}u$ hay $4=\int_0^3 f(u)\mathrm{d}u-\frac{3}{2}\Rightarrow\int_0^3 f(u)\mathrm{d}u=\frac{11}{2}$.

Do đó có $I=\frac{1}{9}\left[3.3+3.(-2)\right]-\frac{2}{9}.\frac{11}{2}=-\frac{8}{9}$.

Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}f\left(\sin^2x\right)\cot x\mathrm{d}x=\frac{1}{8}$ và $\int_0^{\ln 2}f\left(e^x\right)\mathrm{d}x=\frac{3}{2}$. Giá trị $\int_{\frac{1}{2}}^2\frac{f(x)}{x}\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{7}{4}$. **B.** $\frac{11}{2}$. **C.** 1. **D.** $\frac{3}{4}$.

Lời giải

Ta có $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}f\left(\sin^2x\right)\cot x\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{f\left(\sin^2x\right)}{\sin^2x}2\sin x\cos x\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{f\left(\sin^2x\right)}{\sin^2x}\mathrm{d}\left(\sin^2x\right)=\frac{1}{2}\int_{\frac{1}{2}}^1\frac{f(x)}{x}\mathrm{d}x$

$\Rightarrow\int_{\frac{1}{2}}^1\frac{f(x)}{x}\mathrm{d}x=\frac{1}{4}$.

Lại có $\int_0^{\ln 2}f\left(e^x\right)\mathrm{d}x=\int_0^{\ln 2}\frac{f\left(e^x\right)}{e^x}\mathrm{d}e^x=\int_1^2\frac{f(x)}{x}\mathrm{d}x\Rightarrow\int_1^2\frac{f(x)}{x}\mathrm{d}x=\frac{3}{2}$.

Vậy $\int_{\frac{1}{2}}^2\frac{f(x)}{x}\mathrm{d}x=\int_{\frac{1}{2}}^1\frac{f(x)}{x}\mathrm{d}x+\int_1^2\frac{f(x)}{x}\mathrm{d}x=\frac{1}{4}+\frac{3}{2}=\frac{7}{4}$.

Câu 42. Cho hàm số $y=2x^3-6mx^2+6(m+12)x+1$, m là tham số. Tổng các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị mà hoành độ của chúng là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông có độ dài cạnh huyền bằng $4\sqrt{3}$ là

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{9}{2}$. **C.** -4. **D.** 4.

Lời giải

Hàm số $y=2x^3-6mx^2+6(m+12)x+1$ có TXĐ: $\mathbb{R}$.

$y'=6x^2-12mx+6(m+12)$.

Đồ thị hàm số hàm số có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow y'=0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m^2-m-12>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>4 \\ m<-3 \end{array}\right.$

.

Ycbt $\Leftrightarrow y'=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $\begin{cases} x_1>0 \\ x_2>0 \\ x_1^2+x_2^2=48 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m>4 \\ m<-3 \end{array}\right. \\ m>0 \\ m>-12 \\ 4m^2-2m-24=48 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>4 \\ \left[\begin{array}{l} m=\frac{9}{2} \\ m=-4 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow m=\frac{9}{2}.$$

Câu 43. Cho biểu thức $P=\log^2_{\frac{b}{a}} a+32\log_a\left(a+\frac{b}{4}\right)$ với $b>a>1$. Giá trị nhỏ nhất của P là

A. 43. **B.** 44. **C.** 45. **D.** 46.

Lời giải

Theo AM-GM ta có $a+\frac{b}{4}\geq\sqrt{ab}$ mà $a>1$ nên

$$P\geq\log^2_{\frac{b}{a}} a+32\log_a\sqrt{ab}=\frac{1}{(\log_a b-1)^2}+16(\log_a b+1)=\frac{1}{(\log_a b-1)^2}+16(\log_a b-1)+32.$$

Vì $b>a>1$ nên ta có $\log_a b>1 \Leftrightarrow \log_a b-1>0$.

Theo AM-GM ta có

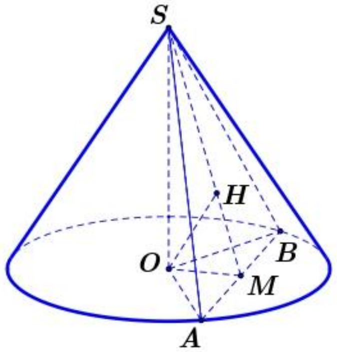
$$\frac{1}{(\log_a b-1)^2}+16(\log_a b-1)=\frac{1}{(\log_a b-1)^2}+8(\log_a b-1)+8(\log_a b-1)\geq 12.$$

Vậy $P\geq 44$. Dấu bằng xảy ra khi $\begin{cases} a=\frac{b}{4} \\ \log_a b-1=\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=16 \\ b=64 \end{cases}$.

Câu 44. Cho hình nón đỉnh S có đáy là hình tròn tâm O; SA, SB là hai đường sinh. Biết $SO=3$, khoảng cách từ O đến (SAB) là 1 và diện tích ΔSAB là 18. Bán kính đáy của hình nón đã cho là

A. $\frac{\sqrt{674}}{4}$. **B.** $\frac{\sqrt{530}}{4}$. **C.** $\frac{9\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\frac{23}{4}$.

Lời giải



Gọi M là trung điểm AB, kẻ $OH \perp SM$ tại H, suy ra $OH \perp (SAB)$, nên $OH = d(O;(SAB)) = 1$.

Đặt $a = OM$ và gọi r là bán kính hình tròn đáy của hình nón đã cho.

Ta có:

$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OM^2} \Rightarrow \frac{1}{OM^2} = \frac{1}{OH^2} - \frac{1}{SO^2} = \frac{1}{1^2} - \frac{1}{3^2} = \frac{8}{9}$. Suy ra $OM = \frac{3}{\sqrt{8}}$.

Từ đó: $SM = \sqrt{SO^2 + OM^2} = \sqrt{3^2 + \left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right)^2} = \frac{9}{\sqrt{8}}$.

$AB = 2MA = 2\sqrt{r^2 - OM^2} = 2\sqrt{r^2 - \frac{9}{8}}$.

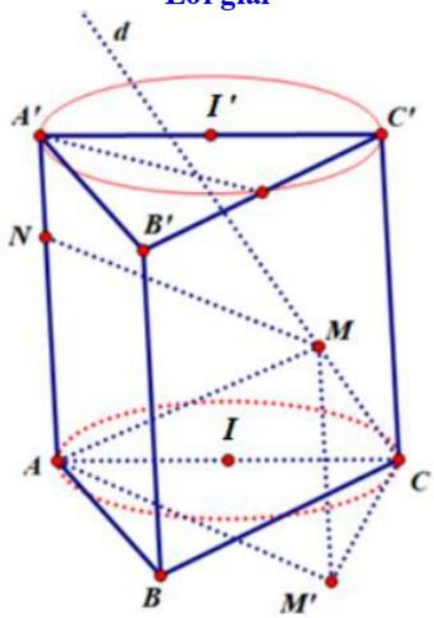
Bởi vậy: $S_{\Delta SAB} = 18 \Leftrightarrow \frac{1}{2}.AB.SM = 18 \Leftrightarrow \frac{1}{2}.2\sqrt{r^2 - \frac{9}{8}}.\frac{9}{\sqrt{8}} = 18$

$\Leftrightarrow \sqrt{r^2 - \frac{9}{8}} = 4\sqrt{2} \Leftrightarrow r^2 = \frac{265}{8} \Leftrightarrow r = \frac{\sqrt{530}}{4}$.

Câu 45. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Giả sử d là một đường thẳng thay đổi luôn đi qua C và d không nằm trong các mặt phẳng (ABC) và $(ACC'A')$. Gọi MN là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng AA' và d, M thuộc đường thẳng d và N thuộc đường thẳng AA'. Giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn thẳng $B'M$ là

A. $\frac{a}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a(\sqrt{3}-1)}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải



Giả sử MN là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng AA' và d. Từ M kẻ đường thẳng $MM' \parallel AA', M' \in (ABC)$. Khi đó ta có $\widehat{AM'C} = 90°$ nên luôn có M' thuộc đường tròn đường kính AC nằm trong mặt phẳng (ABC).

Gọi I, I' lần lượt là trung điểm của $AC, A'C'$, khi đó ta luôn có $MM' \parallel II'$ và $d(MM'; II') = \frac{a}{2}$ do đó quỹ tích điểm M là mặt trụ (T) có trục là đường thẳng II', bán kính đáy bằng $\frac{a}{2}$.

Khi đó mặt phẳng $(A'B'C')$ cắt mặt trụ theo đường tròn đường kính $A'C'$. Vậy giá trị nhỏ nhất của BM' là: $B'M_{\min} = B'I' - \frac{a}{2} = \frac{a\left(\sqrt{3}-1\right)}{2}$.

Câu 46. Cho phương trình $\left(x^2+x-2\right)2024^{x^2+m} + \left(x^2+m\right)2024^{x^2+x-2} = 2x^2+x+m-2$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để tập nghiệm của phương trình có đúng 3 phần tử?

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

* Dễ thấy nếu $x^2+x-2=0$ hoặc $x^2+m=0$ thì phương trình được thỏa mãn.

* Nếu $\left(x^2+x-2\right)\left(x^2+m\right) \neq 0$ thì phương trình tương đương với

$$\frac{2024^{x^2+m}-1}{x^2+m} + \frac{2024^{x^2+x-2}-1}{x^2+x-2} = 0 \ (*)$$

Vì $f(x) = 2024^x$ đồng biến nên dễ thấy $\frac{2024^{x^2+m}-1}{x^2+m} + \frac{2024^{x^2+x-2}-1}{x^2+x-2} > 0$, do đó (*) vô nghiệm.

* Ta có $\left[\begin{array}{l} x^2+x-2=0 \\ x^2+m=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-2 \\ x^2=-m \end{array}\right.$. Do đó để tập nghiệm của phương trình có đúng 3 phần tử thì $m \in \{0; -1; -4\}$.

Câu 47. Cho phương trình $5^{x-1+\sqrt[3]{m-3x}} + \left(x^3-3x^2+m+24\right)5^{x-1} = 5^{x+1}+1$, m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình có 3 nghiệm phân biệt?

A. 5. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

$$5^{x-1+\sqrt[3]{m-3x}} + \left(x^3-3x^2+m+24\right)5^{x-1} = 5^{x+1}+1 \Leftrightarrow 5^{\sqrt[3]{m-3x}} + x^3-3x^2+m+24 = 25+5^{1-x}$$

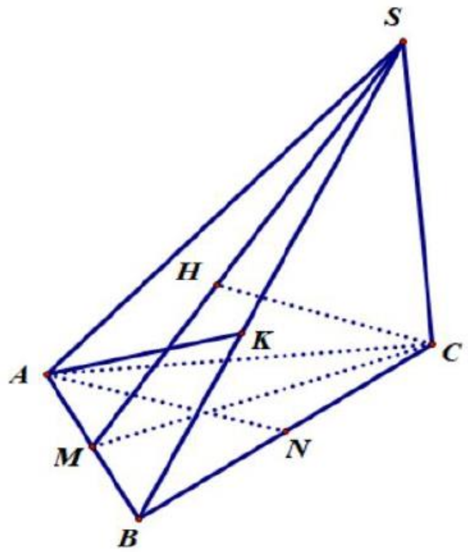
$$\Leftrightarrow 5^{\sqrt[3]{m-3x}} + m-3x = 5^{1-x} + (1-x)^3 \Leftrightarrow \sqrt[3]{m-3x} = 1-x \Leftrightarrow m = -x^3+3x^2+1.$$

Lập BBT của hàm số $y = -x^3+3x^2+1$, suy ra điều kiện để phương trình trên có 3 nghiệm phân biệt là $1 < m < 5$. Do đó có 3 giá trị nguyên của m thỏa mãn ycbt.

Câu 48. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều, SC vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết cosin của góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) bằng $\frac{1}{2\sqrt{3}}$, khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SAB) bằng a. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{8}$.

Lời giải



Đặt $AB = x,\ SC = y,\ x > 0, y > 0$.

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, BC. Kẻ $CH \perp SM$ tại H và $AK \perp SB$ tại K.

Ta có: $d\left(A,(SBC)\right) = AN = \dfrac{x\sqrt{3}}{2}$, $SM = \sqrt{SC^2 + CM^2} = \sqrt{\dfrac{3x^2}{4} + y^2} = \dfrac{1}{2}\sqrt{3x^2 + 4y^2}$.

$SB = \sqrt{SC^2 + CB^2} = \sqrt{x^2 + y^2}$.

ΔSAB cân tại S $\Rightarrow S_{SAB} = \dfrac{1}{2}.AK.SB = \dfrac{1}{2}.SM.AB \Rightarrow AK = \dfrac{SM.AB}{SB} = \dfrac{x\sqrt{3x^2+4y^2}}{2\sqrt{x^2+y^2}}$.

$\Rightarrow \sin\left((SAB),(SBC)\right) = \dfrac{d\left(A,(SBC)\right)}{d\left(A,SB\right)} = \dfrac{AN}{AK} = \dfrac{\sqrt{3}.\sqrt{x^2+y^2}}{\sqrt{3x^2+4y^2}}$.

$\Rightarrow \sqrt{1-\left(\dfrac{1}{2\sqrt{3}}\right)^2} = \dfrac{\sqrt{3}.\sqrt{x^2+y^2}}{\sqrt{3x^2+4y^2}} \Leftrightarrow 3x^2 = 8y^2 \Leftrightarrow y = \dfrac{\sqrt{6}x}{4}$ (1).

Mặt khác: $d\left(C,(SAB\right) = CH = \dfrac{CS.CM}{SM} = \dfrac{\sqrt{3}xy}{\sqrt{3x^2+4y^2}} = a \Leftrightarrow a^2\left(3x^2+4y^2\right) = 3x^2y^2$ (2).

Thay (1) và (2) ta tìm được $x = 2a \Rightarrow y = \dfrac{\sqrt{6}a}{2}$.

Vậy $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}SC.S_{ABC} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{(2a)^2\sqrt{3}}{4}.\dfrac{\sqrt{6}a}{2} = \dfrac{\sqrt{2}a^3}{2}$.

Câu 49. Cho hàm số $f(x)$ nhận giá trị dương trên khoảng $(0;+\infty)$ và có đạo hàm trên khoảng đó. Biết $x\left(6x\sqrt{f(x)} - f'(x)\right) = 2f(x)$, $\forall x \in (0;+\infty)$ và $f(2) = 16f(1)$, tính $I = \int\limits_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x$.

A. $I = \dfrac{31}{5}$. **B.** $I = \dfrac{31}{10}$. **C.** $I = \dfrac{31}{15}$. **D.** $I = \dfrac{31}{20}$.

Lời giải

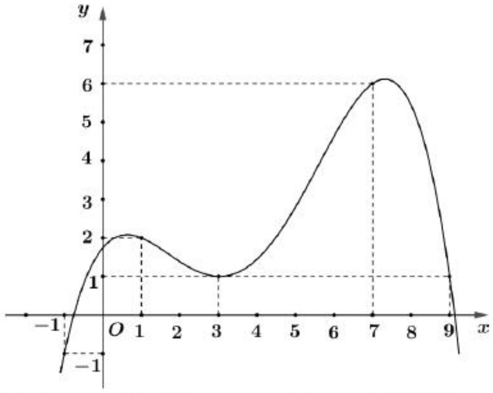
$x\left(6x\sqrt{f(x)} - f'(x)\right) = 2f(x) \Leftrightarrow \sqrt{f(x)} + x\dfrac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}} = 3x^2$

$\Leftrightarrow \left(x\sqrt{f(x)}\right)' = 3x^2 \Leftrightarrow x\sqrt{f(x)} = x^3 + C$.

Vì $f(2)=16f(1)$ nên suy ra $C=0$. Vậy $f(x)=x^4$, $\forall x\in(0;+\infty)$.

Do đó $I=\int\limits_1^2 f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_1^2 x^4\mathrm{d}x=\frac{31}{5}$.

Câu 50. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ dưới đây



Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên không vượt quá 2024 của tham số m để bất phương trình $x^3-18x^2+81x+6\le mf(x)$ nghiệm đúng với mọi giá trị x thuộc đoạn $[1;9]$. Tổng các phần tử của S bằng

A. 2040835. **B.** 2042859. **C.** 2049300. **D.** 2046885.

Lời giải

Từ đồ thị, ta có $f(x)>0,\forall x\in[1;9]$ nên

$$x^3-18x^2+81x+6\le mf(x),\forall x\in[1;9]\Leftrightarrow \frac{x^3-18x^2+81x+6}{f(x)}\le m,\forall x\in[1;9]$$

$$\Leftrightarrow \max_{[1;9]}\frac{x^3-18x^2+81x+6}{f(x)}\le m.$$

Xét hàm số $g(x)=\frac{x^3-18x^2+81x+6}{f(x)}$ trên đoạn $[1;9]$

Ta có $h(x)=x^3-18x^2+81x+6$ liên tục trên đoạn $[1;9]$,

$h'(x)=3x^2-36x+81$, $h'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\x=9\end{array}\right.$.

$h(1)=70;\ h(3)=114; h(9)=6\Rightarrow \max_{[1;9]}h(x)=h(3)=114$.

Từ đồ thị hàm số $f(x)$, ta có $\min_{[1;9]}f(x)=f(3)=f(9)=1$.

Vậy $\max_{[1;9]}g(x)=\frac{114}{1}=114$ đạt được tại $x=3$.

Do đó ycbt $\Leftrightarrow m\ge 114$, kết hợp với $m\le 2024\Rightarrow 114\le m\le 2024$.

Vậy tổng các giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán là $\frac{114+2024}{2}(2024-114+1)=2042859$

-------- HẾT--------