Mã đề: 101

KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỌC SINH
LỚP 12 THPT NĂM HỌC 2023 - 2024
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề
Đề khảo sát có: 05 trang

Câu 1: Cho hàm số $f(x)=4^x+\sin 2x$. Khẳng định nào dưới đây đúng ?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{4^x}{\ln 4}-\dfrac{1}{2}\cos 2x+C.$ **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=4^x.\ln 4-\dfrac{1}{2}\cos 2x+C.$

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{4^x}{\ln 4}+\dfrac{1}{2}\cos 2x+C.$ **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=4^x.\ln 4+\dfrac{1}{2}\cos 2x+C.$

Câu 2: Số tập con có 3 phần tử của một tập hợp có 8 phần tử khác nhau là

A. C_8^3. **B.** A_8^3. **C.** $\dfrac{8!}{3!}$. **D.** $8!$.

Câu 3: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_3=3$, công sai $d=-2$. Số hạng thứ hai của cấp số cộng đó là

A. $u_2=-1$. **B.** $u_2=-5$. **C.** $u_2=5$. **D.** $u_2=1$.

Câu 4: Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục của nó ta được thiết diện là một hình vuông có cạnh bằng $2a$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. πa^3. **B.** $2\pi a^3$. **C.** $\dfrac{\pi a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{2\pi a^3}{3}$.

Câu 5: Biết $F(x)=x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_1^3[1+f(x)]\mathrm{d}x$ bằng

A. 10. **B.** 16. **C.** 6. **D.** 14.

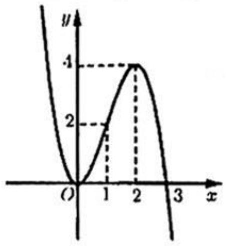
Câu 6: Nghiệm của phương trình $2^x=8$ là

A. $x=\dfrac{1}{3}$. **B.** $x=\dfrac{1}{4}$. **C.** $x=4$. **D.** $x=3$.

Câu 7: Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA=1, OB=2, OC=3$. Thể tích của khối tứ diện $OABC$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 6. **D.** 4.

Câu 8: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ.



Số nghiệm thực của phương trình $2f(x)=3$ là

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 9: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{5x+1}{2x-3}$ là

A. $y=\dfrac{2}{5}$. **B.** $y=\dfrac{5}{2}$. **C.** $y=-\dfrac{1}{5}$. **D.** $y=\dfrac{3}{2}$.

Câu 10: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau.

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

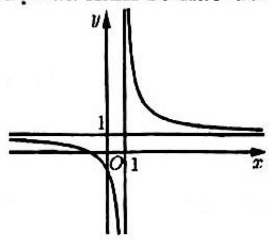
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

A. $(-1;2)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(1;5)$. **D.** $(0;2)$.

Câu 11: Hình nón có bán kính đáy $r=2$ và diện tích xung quanh bằng 16π thì có độ dài đường sinh bằng

A. 5. **B.** 8π. **C.** 8. **D.** 4.

Câu 12: Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây ?



A. $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **C.** $y=x^4+x^2+1$. **D.** $y=x^3-3x-1$.

Câu 13: Đạo hàm của hàm số $y=3^x$ là

A. $y'=3^x$. **B.** $y'=x.3^{x-1}$. **C.** $y'=3^x\ln 3$. **D.** $y'=\dfrac{3^x}{\ln 3}$.

Câu 14: Trong không gian *Oxyz*, phương trình nào dưới đây **không** phải là phương trình của một mặt cầu ?

A. $x^2+y^2+z^2-2x=0$. **B.** $x^2+y^2+z^2-8x+2y+1=0$.

C. $x^2+y^2-z^2+2x-4y+6z+7=0$. **D.** $x^2+y^2+z^2-2x+y-z-1=0$.

Câu 15: Cho a là số thực dương. Biểu thức $a.\sqrt[3]{a^2}$ được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

A. $a^{\frac{3}{2}}$. **B.** $a^{\frac{5}{2}}$. **C.** $a^{\frac{2}{3}}$. **D.** $a^{\frac{5}{3}}$.

Câu 16: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	$\Vert$	$-$	0	$-$	

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 17: Cho khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh $2a$ và chiều cao $3a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $6a^3$. **B.** $4a^3$. **C.** $12a^2$. **D.** $12a^3$.

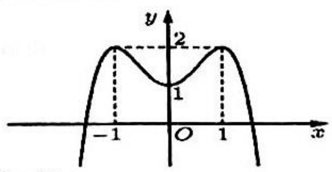
Câu 18: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[a;b]$ và $f(a)=-2; f(b)=2$. Khi đó $\int_a^b f'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 2. **B.** 0. **C.** 4. **D.** -4.

Câu 19: Cho phương trình $\log_3^2 x-6\log_3 x+8=0$. Nếu đặt $\log_3 x=t$ thì phương trình trở thành

A. $t^2+6t-8=0$. **B.** $t^2-6t+8=0$. **C.** $t^2-6t-8=0$. **D.** $t^2+6t+8=0$.

Câu 20: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Tọa độ điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho là

A. $(1;0)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-1;2)$.

Câu 21: Hàm số $F(x)=e^{x^4}$ là nguyên hàm của hàm số nào dưới đây ?

A. $f(x)=4x^3e^{x^4}$. **B.** $f(x)=x^4e^{x^4-1}$. **C.** $f(x)=e^{4x^3}$. **D.** $f(x)=\dfrac{e^{x^4}}{4x^3}$.

Câu 22: Trong không gian *Oxyz*, tọa độ điểm đối xứng với điểm $A(2;2;4)$ qua mặt phẳng (Oxz) là

A. $Q(2;0;4)$. **B.** $N(2;-2;4)$. **C.** $P(-2;2;-4)$. **D.** $M(0;-2;0)$.

Câu 23: Trong không gian *Oxyz*, một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxy) là

A. $\vec{n}=(1;1;0)$. **B.** $\vec{i}=(1;0;0)$. **C.** $\vec{j}=(0;1;0)$. **D.** $\vec{k}=(0;0;1)$.

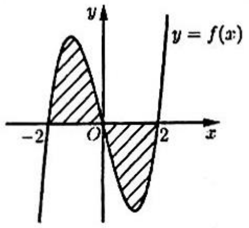
Câu 24: Nếu tăng bán kính của một khối cầu (S) lên gấp 2 lần thì thể tích của khối cầu mới tăng lên so với khối cầu (S) số lần là

A. 2. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 25: Tập nghiệm của bất phương trình $5^x \geq \dfrac{1}{25}$ là

A. $[-2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-2]$. **C.** $(-2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-2)$.

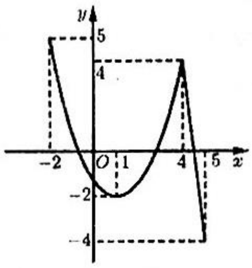
Câu 26: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, $y=0$, $x=-2$, $x=2$.



Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. $S=-\int_{-2}^{0} f(x)\,dx-\int_{0}^{2} f(x)\,dx$. **B.** $S=\int_{-2}^{0} f(x)\,dx+\int_{0}^{2} f(x)\,dx$. **C.** $S=-\int_{-2}^{0} f(x)\,dx+\int_{0}^{2} f(x)\,dx$. **D.** $S=\int_{-2}^{0} f(x)\,dx-\int_{0}^{2} f(x)\,dx$.

Câu 27: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và có đồ thị trên đoạn $[-2;5]$ như hình vẽ. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-2;5]$. Giá trị $M-m$ bằng



A. 2. **B.** 9. **C.** 5. **D.** -1.

Câu 28: Cho a,b là các số thực dương. Khẳng định nào dưới đây đúng ?

A. $\log(ab)=\log a+\log b$. **B.** $\log(a+b)=\log a.\log b$.

C. $\log(ab)=\log a.\log b$. **D.** $\log(a+b)=\log a+\log b$.

Câu 29: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên khoảng $(0;+\infty)$ thỏa mãn $f(x)+2xf'(x)=6x^2\sqrt{x}, \forall x\in(0;+\infty)$ và $f(1)=1$. Giá trị $f(4)$ bằng

A. 69. **B.** 16. **C.** 96. **D.** 32.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt cầu tâm $I(-1;2;3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 4x+y+z+1=0$ là

A. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$. **B.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$.

C. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=\dfrac{2}{9}$. **D.** $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=\dfrac{2}{9}$.

Câu 31: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(2x-1)<2$ là

A. $\left(\dfrac{1}{2};5\right)$. **B.** $(-\infty;5)$. **C.** $\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{7}{2}\right)$. **D.** $\left(-\infty;\dfrac{7}{2}\right)$.

Câu 32: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=(1-x)^2(x+1)^3(3-x)$. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $(1;3)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Câu 33: Cho tập hợp $A=\{1;2;3;...;11\}$. Chọn ngẫu nhiên 4 số từ A. Xác suất để tổng 4 số được chọn là một số lẻ bằng

A. $\dfrac{16}{33}$. B. $\dfrac{2}{11}$. C. $\dfrac{10}{33}$. D. $\dfrac{5}{11}$.

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau và $SA=SB=SC=3$. Khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. B. $\sqrt{3}$. C. $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$. D. $\sqrt{2}$.

Câu 35: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $3^x=9-m^2$ có nghiệm thực ?

A. 4. B. 5. C. 7. D. 6.

Câu 36: Cho khối lập phương có tổng diện tích tất cả các mặt bằng $12a^2$. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng

A. $\dfrac{2\sqrt{2}a^3}{3}$. B. $3\sqrt{3}a^3$. C. $2\sqrt{2}a^3$. D. $8a^3$.

Câu 37: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng $A'B$ và AD' bằng

A. $60°$. B. $30°$. C. $45°$. D. $90°$.

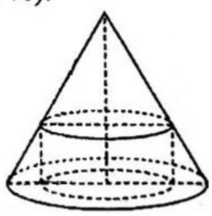
Câu 38: Số giá trị nguyên của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{x-m^2-2}{x-m}$ trên đoạn $[0;4]$ bằng -1 là

A. 1. B. 0. C. 4. D. 2.

Câu 39: Cho khối trụ có hai đáy lần lượt là hình tròn tâm O,O' và chiều cao bằng $\sqrt{2}a$. Một mặt phẳng đi qua tâm O, tạo với OO' một góc $30°$ đồng thời cắt hai đường tròn tâm O,O' tại bốn điểm tạo thành bốn đỉnh của một hình thang có đáy lớn gấp đôi đáy nhỏ và diện tích bằng $2a^2$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. $\dfrac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$. B. $\dfrac{2\sqrt{2}\pi a^3}{3}$. C. $\dfrac{\sqrt{2}\pi a^3}{9}$. D. $\dfrac{2\sqrt{2}\pi a^3}{9}$.

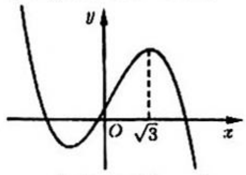
Câu 40: Cho hình nón có bán kính đáy bằng 4, chiều cao bằng 8. Một khối trụ có bán kính đáy thay đổi và nội tiếp hình nón đã cho (tham khảo hình vẽ).



Thể tích của khối trụ đạt giá trị lớn nhất bằng

A. 16π. B. $\dfrac{512\pi}{27}$. C. $\dfrac{512\pi}{81}$. D. $\dfrac{16\pi}{3}$.

Câu 41: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $xf\left(\sqrt{x^2+3}-x\right)=1$ là

A. 1. B. 4. C. 2. D. 3.

Câu 42: Để bất phương trình $\log_{m^2+1}\left[x^3+(m-3)x^2-mx-m^2+2m+1\right]>\log_{m^2+1}\left(1-x^2\right)$ có nghiệm thì tập hợp tất cả các giá trị của tham số m là khoảng $(a;b)$. Khi đó a^3+b^3 bằng

A. 9. B. 10. C. 28. D. 27.

Câu 43: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng $2a$, khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng $\frac{3a}{2}$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $4\sqrt{3}a^3$. **B.** $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. **D.** $2\sqrt{3}a^3$.

Câu 44: Cho hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$, có đạo hàm $f'(x) \neq 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Số giá trị nguyên của tham số $m \in [-2024; 2024]$ để hàm số $g(x) = f\left(\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}mx^2 + 9x + 2024\right)$ nghịch biến trên khoảng $(2;4)$ là

A. 2029. **B.** 2031. **C.** 2030. **D.** 2032.

Câu 45: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x) = 3f(2x), \forall x \in \mathbb{R}$. Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(4) = 3$ và $F(2) + 4F(8) = 0$. Khi đó $\int\limits_e^{e^7} \frac{f(1+\ln x)}{-3x}dx$ bằng

A. 5. **B.** -45. **C.** -5. **D.** 45.

Câu 46: Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $\log_3\left[(x+1)(y+1)\right]^{y+1} = 9 - (x-1)(y+1)$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x + 2y$ bằng

A. $-5 + 6\sqrt{3}$. **B.** $\frac{11}{2}$. **C.** $-3 + 6\sqrt{2}$. **D.** $\frac{27}{5}$.

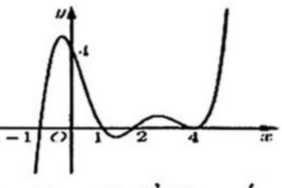
Câu 47: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh a, $\widehat{BAD} = 60°, AA' = 2a$, mặt bên $ABB'A'$ là hình chữ nhật và tạo với mặt đáy góc $60°$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh $AB, A'D', CC', BB'$. Thể tích khối $MNPQA'$ bằng

A. $\frac{3a^3}{16}$. **B.** $\frac{9a^3}{32}$. **C.** $\frac{9a^3}{16}$. **D.** $\frac{3a^3}{32}$.

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;0;0)$ và $B(4;3;4)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường tròn giao tuyến của hai mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 4$ và $(S'): x^2 + y^2 + z^2 + 2y - 2 = 0$. Gọi M, N là hai điểm bất kì thuộc (P) sao cho $MN = 1$. Giá trị nhỏ nhất của tổng $AM + BN$ bằng

A. $2\sqrt{13}$. **B.** $\sqrt{61}$. **C.** $6\sqrt{2}$. **D.** $2\sqrt{10}$.

Câu 49: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị của tham số m sao cho $2m \in \mathbb{Z}$ để hàm số $g(x) = f\left(|x-2|^3 - 3|x-2| + m + 2023\right) + 2024m^2$ có đúng 11 điểm cực trị ?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 50: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x) = 2x^2 - 9 + \int\limits_0^1 xf\left(\sqrt{1+8x^2}\right)dx$. Đồ thị hàm số $g(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 9$ cắt đồ thị hàm số $f(x)$ tại 3 điểm có hoành độ là $1;2;3$. Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ có diện tích bằng

A. $\frac{1}{24}$. **B.** 3. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{12}$.

----------- HẾT ----------

(Thí sinh không được sử dụng tài liệu)

Họ, tên thí sinh:.. Số báo danh: ....

Mã đề 101		Mã đề 102		Mã đề 103		Mã đề 104		Mã đề 105		Mã đề 106	
Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án
1	A	1	A	1	C	1	D	1	B	1	B
2	A	2	C	2	A	2	A	2	A	2	D
3	C	3	C	3	D	3	D	3	A	3	B
4	B	4	C	4	B	4	B	4	D	4	D
5	A	5	A	5	D	5	C	5	D	5	D
6	D	6	D	6	A	6	D	6	C	6	C
7	A	7	C	7	C	7	B	7	D	7	D
8	D	8	A	8	A	8	C	8	B	8	D
9	B	9	B	9	B	9	B	9	A	9	A
10	D	10	C	10	B	10	B	10	D	10	B
11	C	11	B	11	C	11	A	11	B	11	C
12	B	12	B	12	A	12	A	12	D	12	C
13	C	13	A	13	D	13	C	13	B	13	D
14	C	14	D	14	B	14	D	14	C	14	B
15	D	15	A	15	B	15	C	15	B	15	C
16	C	16	A	16	D	16	B	16	B	16	C
17	D	17	B	17	B	17	A	17	C	17	C
18	C	18	D	18	C	18	C	18	A	18	A
19	B	19	D	19	C	19	C	19	C	19	A
20	C	20	C	20	A	20	A	20	C	20	B
21	A	21	C	21	C	21	B	21	A	21	C
22	B	22	A	22	D	22	A	22	D	22	B
23	D	23	B	23	B	23	D	23	C	23	A
24	B	24	D	24	A	24	C	24	B	24	B
25	A	25	D	25	D	25	B	25	A	25	D
26	D	26	B	26	A	26	D	26	C	26	A
27	B	27	B	27	D	27	D	27	A	27	A
28	A	28	D	28	C	28	A	28	D	28	A
29	D	29	D	29	A	29	A	29	A	29	A
30	D	30	D	30	A	30	A	30	C	30	D
31	A	31	A	31	B	31	C	31	D	31	A
32	C	32	D	32	B	32	B	32	D	32	C
33	A	33	B	33	C	33	D	33	D	33	D
34	B	34	A	34	D	34	A	34	B	34	B
35	B	35	B	35	B	35	B	35	C	35	C
36	C	36	C	36	D	36	D	36	D	36	A
37	A	37	C	37	C	37	B	37	B	37	B
38	A	38	A	38	A	38	C	38	A	38	C
39	B	39	D	39	B	39	C	39	B	39	B
40	B	40	D	40	C	40	B	40	C	40	D
41	C	41	C	41	A	41	A	41	A	41	A
42	D	42	D	42	A	42	A	42	D	42	C
43	C	43	D	43	D	43	D	43	B	43	B
44	B	44	B	44	C	44	C	44	B	44	B
45	A	45	A	45	B	45	B	45	B	45	B
46	C	46	C	46	B	46	B	46	C	46	C
47	B	47	A	47	A	47	C	47	D	47	D
48	A	48	C	48	C	48	C	48	A	48	A
49	B	49	B	49	A	49	A	49	B	49	A
50	D	50	D	50	D	50	D	50	A	50	B

KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG MÔN TOÁN – MÃ 101 – SỞ PHÚ THỌ

Câu 1: Cho hàm số $f(x)=4^x+\sin 2x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{4^x}{\ln 4}-\dfrac{1}{2}\cos 2x+C$.
B. $\int f(x)\mathrm{d}x=4^x\cdot\ln 4-\dfrac{1}{2}\cos 2x+C$.
C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{4^x}{\ln 4}+\dfrac{1}{2}\cos 2x+C$.
D. $\int f(x)\mathrm{d}x=4^x\cdot\ln 4+\dfrac{1}{2}\cos 2x+C$.

Câu 2: Số tập con có 3 phần tử của một tập hợp có 8 phần tử khác nhau là

A. C_8^3. **B.** A_8^3. **C.** $\dfrac{8!}{3!}$. **D.** $8\,!$.

Câu 3: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_3=3$, công sai $d=-2$. Số hạng thứ hai của cấp số cộng đó là

A. $u_2=-1$. **B.** $u_2=-5$. **C.** $u_2=5$. **D.** $u_2=1$.

Câu 4: Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục của nó ta được thiết diện là một hình vuông có cạnh bằng $2a$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. πa^3. **B.** $2\pi a^3$. **C.** $\dfrac{\pi a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{2\pi a^3}{3}$.

Câu 5: Biết $F(x)=x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_1^3\left[1+f(x)\right]dx$ bằng

A. 10. **B.** 16. **C.** 6. **D.** 14.

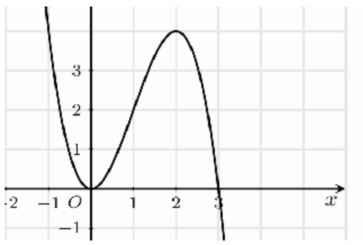
Câu 6: Nghiệm của phương trình $2^x=8$ là

A. $x=\dfrac{1}{3}$. **B.** $x=\dfrac{1}{4}$. **C.** $x=4$. **D.** $x=3$.

Câu 7: Cho tứ diện $OABC$ có OA,OB,OC đôi một vuông góc với nhau và $OA=1,OB=2,OC=3$. Thể tích của khối tứ diện $OABC$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 6. **D.** 4.

Câu 8: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ.



Số nghiệm thực của phương trình $2f(x)=3$ là

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 9: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{5x+1}{2x-3}$ là

A. $y=\dfrac{2}{5}$. **B.** $y=\dfrac{5}{2}$. **C.** $y=-\dfrac{1}{5}$. **D.** $y=\dfrac{3}{2}$.

Câu 10: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau.

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

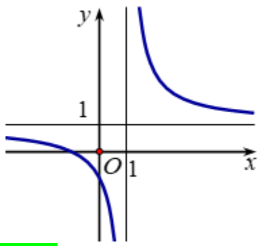
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;2)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(1;5)$. **D.** $(0;2)$.

Câu 11: Hình nón có bán kính đáy $r=2$ và diện tích xung quanh bằng 16π thì có độ dài đường sinh bằng

A. 5. **B.** 8π. **C.** 8. **D.** 4.

Câu 12: Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **C.** $y=x^4+x^2+1$. **D.** $y=x^3-3x-1$.

Câu 13: Đạo hàm của hàm số $y=3^x$ là

A. $y'=3^x$. **B.** $y'=x\cdot 3^{x-1}$. **C.** $y'=3^x\ln 3$. **D.** $y'=\dfrac{3^x}{\ln 3}$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây không phải là phương trình của một mặt cầu?

A. $x^2+y^2+z^2-2x=0$. **B.** $x^2+y^2+z^2-8x+2y+1=0$.

C. $x^2+y^2-z^2+2x-4y+6z+7=0$. **D.** $x^2+y^2+z^2-2x+y-z-1=0$.

Câu 15: Cho a là số thực dương. Biểu thức $a\cdot\sqrt[3]{a^2}$ được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

A. $a^{\frac{3}{2}}$. **B.** $a^{\frac{5}{2}}$. **C.** $a^{\frac{2}{3}}$. **D.** $a^{\frac{5}{3}}$.

Câu 16: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	0	$-$	

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 17: Cho khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh $2a$ và chiều cao $3a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $6a^3$. **B.** $4a^3$. **C.** $12a^2$. **D.** $12a^3$.

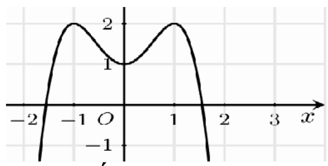
Câu 18: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[a;b]$ và $f(a)=-2; f(b)=2$. Khi đó $\int\limits_a^b f'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 2. **B.** 0. **C.** 4. **D.** -4.

Câu 19: Cho phương trình $\log_3^2 x-6\log_3 x+8=0$. Nếu đặt $\log_3 x=t$ thì phương trình trở thành

A. $t^2+6t-8=0$. **B.** $t^2-6t+8=0$. **C.** $t^2-6t-8=0$. **D.** $t^2+6t+8=0$

Câu 20: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Tọa độ điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho là

A. $(1;0)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-1;2)$.

Câu 21: Hàm số $F(x)=e^{x^4}$ là nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

A. $f(x)=4x^3e^{x^4}$. **B.** $f(x)=x^4e^{x^4-1}$. **C.** $f(x)=e^{4x^3}$. **D.** $f(x)=\dfrac{e^{x^4}}{4x^3}$.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, tọa độ điểm đối xứng với điểm $A(2;2;4)$ qua mặt phẳng (Oxy) là:

A. $Q(2;0;4)$. **B.** $N(2;-2;4)$. **C.** $P(-2;2;-4)$. **D.** $M(0;-2;0)$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxy) là

A. $\vec{n}=(1;1;0)$. **B.** $\vec{i}=(1;0;0)$. **C.** $\vec{j}=(0;1;0)$. **D.** $\vec{k}=(0;0;1)$.

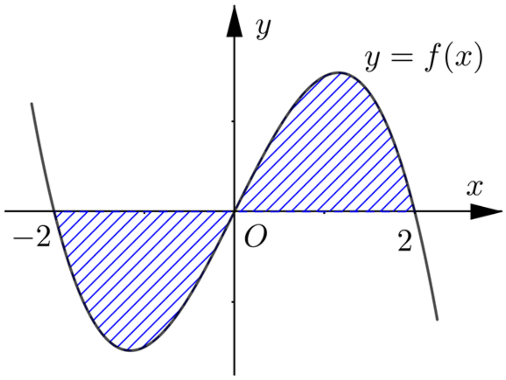
Câu 24: Nếu tăng bán kính của một khối cầu (S) lên gấp 2 lần thì thể tích của khối cầu mới tăng lên so với khối cầu (S) số lần là

A. 2. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 25: Tập nghiệm của bất phương trình $5^x \geq \frac{1}{25}$ là

A. $[-2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-2]$. **C.** $(-2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-2)$.

Câu 26: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x), y=0, x=-2, x=2$.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

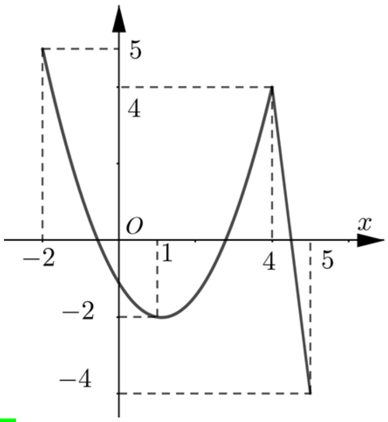
A. $S=-\int_{-2}^{0} f(x)dx-\int_{0}^{2} f(x)\mathrm{d}x$.

B. $S=\int_{-2}^{0} f(x)dx+\int_{0}^{2} f(x)\mathrm{d}x$.

C. $S=-\int_{-2}^{0} f(x)dx+\int_{0}^{2} f(x)\mathrm{d}x$.

D. $S=\int_{-2}^{0} f(x)dx-\int_{0}^{2} f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 27: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và có đồ thị trên đoạn $[-2;5]$ như hình vẽ. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-2;5]$. Giá trị $M-m$ bằng



A. 2. **B.** 9. **C.** 5. **D.** -1.

Câu 28: Cho a,b là các số thực dương. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\log(ab)=\log a+\log b$.

B. $\log(a+b)=\log a\cdot\log b$.

C. $\log(ab)=\log a\cdot\log b$.

D. $\log(a+b)=\log a+\log b$.

Câu 29: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên khoảng $(0;+\infty)$ thỏa mãn $f(x)+2xf'(x)=6x^2\sqrt{x}, \forall x\in(0;+\infty)$ và $f(1)=1$. Giá trị $f(4)$ bằng

A. 69. **B.** 16. **C.** 96. **D.** 32.

Lời giải

$$f(x)+2xf'(x)=6x^2\sqrt{x} \Leftrightarrow \frac{1}{2x}f(x)+f'(x)=3x\sqrt{x} \Leftrightarrow \frac{1}{2\sqrt{x}}f(x)+\sqrt{x}f'(x)=3x^2$$

$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{x}f(x)\right)'=3x^2 \Leftrightarrow \sqrt{x}f(x)=x^3+C$$

$f(1)=1 \Leftrightarrow 1=1+C \Leftrightarrow C=0 \Rightarrow f(4)=\dfrac{4^3}{2}=32$

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt cầu tâm $I(-1;2;3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 4x+y+z+1=0$ là

A. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$.
B. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$.
C. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=\dfrac{2}{9}$.
D. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=\dfrac{2}{9}$.

Câu 31: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(2x-1)<2$ là

A. $\left(\dfrac{1}{2};5\right)$.
B. $(-\infty;5)$.
C. $\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{7}{2}\right)$.
D. $\left(-\infty;\dfrac{7}{2}\right)$.

Câu 32: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=(1-x)^2(x+1)^3(3-x)$. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;1)$.
B. $(3;+\infty)$.
C. $(1;3)$.
D. $(-\infty;-1)$.

Câu 33: Cho tập hợp $A=\{1;2;3;\ldots;11\}$. Chọn ngẫu nhiên 4 số từ A. Xác suất để tổng 4 số được chọn là một số lẻ bằng

A. $\dfrac{16}{33}$.
B. $\dfrac{2}{11}$.
C. $\dfrac{10}{33}$.
D. $\dfrac{5}{11}$.

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau và $SA=SB=SC=3$. Khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.
B. $\sqrt{3}$.
C. $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$.
D. $\sqrt{2}$.

Câu 35: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $3^x=9-m^2$ có nghiệm thực?

A. 4.
B. 5.
C. 7.
D. 6.

Câu 36: Cho khối lập phương có tổng diện tích tất cả các mặt bằng $12a^2$. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng

A. $\dfrac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.
B. $3\sqrt{3}a^3$.
C. $2\sqrt{2}a^3$.
D. $8a^3$.

Câu 37: Cho hình lập phương $ABCD\cdot A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng $A'B$ và AD' bằng

A. 60°.
B. 30°.
C. 45°.
D. 90°.

Câu 38: Số giá trị nguyên của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{x-m^2-2}{x-m}$ trên đoạn $[0;4]$ bằng -1 là

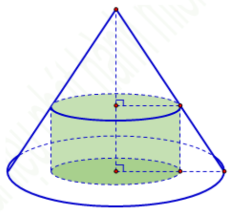
A. 1.
B. 0.
C. 4.
D. 2.

Câu 39: Cho khối trụ có hai đáy lần lượt là hình tròn tâm O, O' và chiều cao bằng $\sqrt{2}a$. Một mặt phẳng đi qua tâm O, tạo với OO' một góc 30° đồng thời cắt hai đường tròn tâm O, O' tại bốn điểm tạo thành bốn đỉnh của một hình thang có đáy lớn gấp đôi đáy nhỏ và diện tích bằng $2a^2$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. $\dfrac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$.
B. $\dfrac{2\sqrt{2}\pi a^3}{3}$.
C. $\dfrac{\sqrt{2}\pi a^3}{9}$.
D. $\dfrac{2\sqrt{2}\pi a^3}{9}$.

Lời giải

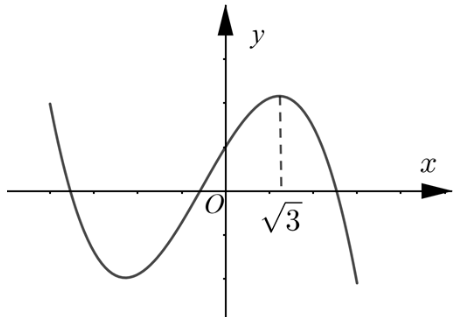
Câu 40: Cho hình nón có bán kính đáy bằng 4, chiều cao bằng 8. Một khối trụ có bán kính đáy thay đổi và nội tiếp hình nón đã cho (tham khảo hình vẽ). Thể tích của khối trụ đạt giá trị lớn nhất bằng



A. 16π. **B.** $\dfrac{512\pi}{27}$. **C.** $\dfrac{512\pi}{81}$. **D.** $\dfrac{16\pi}{3}$.

Lời giải

Câu 41: Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ.



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $xf\left(\sqrt{x^2+3}-x\right)=1$

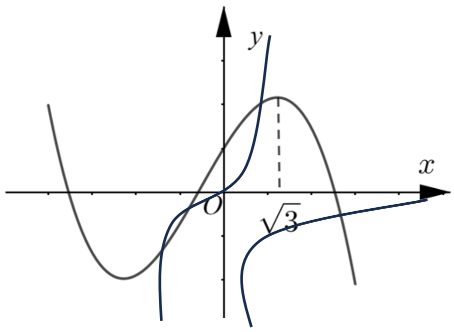
A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Đặt $u=\sqrt{x^2+3}-x$. Khi đó $u>0$ và $\dfrac{3}{u}=\sqrt{x^2+3}+x \Rightarrow x=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{3}{u}-u\right)$

Khi đó: $xf\left(\sqrt{x^2+3}-x\right)=1 \Rightarrow f\left(u\right)=\dfrac{2u}{3-u^2}$

Dựa vào đồ thị ta có



Ta thấy có 2 nghiệm.

Câu 42: Để bất phương trình $\log_{m^2+1}\left(x^3+\left(m-3\right)x^2-mx-m^2+2m+1\right)>\log_{m^2+1}\left(1-x^2\right)$ có nghiệm thì tập hợp các giá trị của tham số m là khoảng $\left(a;b\right)$. Khi đó a^2+b^2 bằng:

A. 9. **B.** 10. **C.** 28. **D.** 27.

Lời giải

$\log_{m^2+1}\left(x^3+(m-3)x^2-mx-m^2+2m+1\right)>\log_{m^2+1}\left(1-x^2\right)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x^3+(m-3)x^2-mx-m^2+2m+1>1-x^2 \\ -1<x<1 \end{cases}$

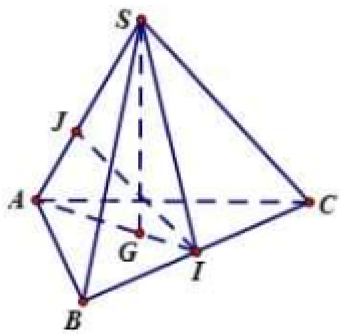
$\Leftrightarrow \begin{cases} x^3+(m-2)x^2-mx-m^2+2m>0 \\ -1<x<1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} (x^2-m)(x+m-2)>0 \\ -1<x<1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x^2-m>0 \\ x+m-2>0 \end{cases} \\ \begin{cases} x^2-m<0 \\ x+m-2<0 \end{cases} \end{array}\right. \\ -1<x<1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x^2>m \\ x>2-m \end{cases} \\ \begin{cases} x^2<m \\ x<2-m \end{cases} \end{array}\right. \\ -1<x<1 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} m<1 \\ m>1 \end{cases} \\ \begin{cases} m>1 \\ m<3 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow 1<m<3$

Câu 43: Cho hình chóp tam giác đều $S \cdot ABC$ có cạnh đáy bằng $2a$, khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng $\frac{3a}{2}$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $4\sqrt{3}a^3$. **B.** $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. **D.** $2\sqrt{3}a^3$.

Lời giải



Gọi I lần lượt là trung điểm của \$B C\$, kè $U \perp SA$.
G lả trọng tâm tam giác \$A B C\$.

Ta có $\begin{cases} BC \perp SI \\ BC \perp AI \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAI)$.

Mà $U \subset (SAI)$ nên $U \perp BC$.

Do đó, $d(BC,SA)=IJ=\frac{3a}{2}; AI=a\sqrt{3}, GI=\frac{a\sqrt{3}}{3}, AG=\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Đặt $SG=x$. Ta có:

$SA.IJ=SG.AI \Leftrightarrow SA\frac{3a}{2}=xa\sqrt{3} \Leftrightarrow SA^2=\frac{4}{3}x^2$

$SA^2=SG^2+AG^2 \Leftrightarrow \frac{4}{3}x^2=x^2+\frac{4a^2}{3} \Leftrightarrow \frac{1}{3}x^2=\frac{4a^2}{3} \Leftrightarrow x=2a$

Vậy $V_{\text{StaC}}=\frac{1}{3}S_{\text{LaC}}SG=\frac{1}{3}\cdot\frac{(2a)^2\sqrt{3}}{4}\cdot 2a=\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 44: Cho hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$, có đạo hàm $f'(x)\neq 0, \forall x\in\mathbb{R}$. Số giá trị nguyên của tham số $m\in[-2024;2024]$ để hàm số $g(x)=f\left(\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}mx^2+9x+2024\right)$ nghịch biến trên khoảng $(2;4)$ là

A. 2029. **B.** 2031. **C.** 2030. **D.** 2032.

Lời giải

Do $y=f(x)$ nghịch biến trênn $\mathbb{R}$ nên $f'(x)<0, \forall x\in\mathbb{R}$

Ta có

$g(x)=f\left(\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}mx^2+9x+2024\right)\Rightarrow g'(x)=\left(x^2-mx+9\right)\cdot f'\left(\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}mx^2+9x+2024\right)$.

$g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(2;4)\Rightarrow g'(x)\le 0,\forall x\in(2;4)$.

$\Rightarrow x^2-mx+9\ge 0,\forall x\in(2;4)\Leftrightarrow m\le\frac{x^2+9}{x},\forall x\in(2;4)\Leftrightarrow m\le\min_{(2;4)}\left(\frac{x^2+9}{x}\right)\Leftrightarrow m\le 6.$

Mà $m\in[-2024;2024], m$ là số nguyên nên $m\in[-2024;6]$.

Vậy có 2031 số nguyên m.

Câu 45: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x)=3f(2x),\forall x\in\mathbb{R}$. Gọi $F(x)$ lả nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(4)=3$ và $F(2)+4F(8)=0$. Khi đó $\int_e^{e^7}\frac{f(1+\ln x)}{-3x}\mathrm{d}x$ bằng

A. 5. **B.** -45. **C.** -5. **D.** 45.

Lời giải

$$\int_e^{e^7}\frac{f(1+\ln x)}{-3x}\mathrm{d}x=-\frac{1}{3}\int_e^{e^7}\frac{f(1+\ln x)}{x}\mathrm{d}x$$

Đặt $u=1+\ln x\Rightarrow du=\frac{1}{x}dx$

Đổi cận $\begin{matrix} x=e\Rightarrow u=2 \\ x=e^7\Rightarrow u=8\end{matrix}$

Khi đó $-\frac{1}{3}\int_e^{e^7}\frac{f(1+\ln x)}{x}\mathrm{d}x=-\frac{1}{3}\int_2^8 f(u)\mathrm{du}=-\frac{1}{3}\left(F(8)-F(2)\right)$.

Theo đề ta có

$f(x)=3f(2x)\Leftrightarrow\int f(x)dx=3\int f(2x)$

$\Rightarrow\int f(x)dx=\frac{3}{2}\int f(2x)d(2x)\Rightarrow F(x)=\frac{3}{2}F(2x)+C$

$F(2)=\frac{3}{2}F(4)+C=\frac{9}{2}+C$

Ta có $F(4)=\frac{3}{2}F(8)+C\Rightarrow 3=\frac{3}{2}F(8)+C$

$\Rightarrow F(2)-3=\frac{9}{2}-\frac{3}{2}F(8)$

Mặc khác $F(2)+4F(8)=0\Rightarrow F(2)=-4F(8)$

Suy ra: $\begin{cases}F(2)=12\\F(8)=-3\end{cases}$

Vậy $\int_e^{e^7}\frac{f(1+\ln x)}{-3x}\mathrm{d}x=5$

Câu 46: Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $\log_3[(x+1)(y+1)]^{y+1}=9-(x-1)(y+1)$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x+2y$ bằng

A. $-5+6\sqrt{3}$. **B.** $\frac{11}{2}$. **C.** $-3+6\sqrt{2}$. **D.** $\frac{27}{5}$.

Lời giải

$\log_3[(x+1)(y+1)]^{y+1}=9-(x-1)(y+1)\Leftrightarrow(y-1)(\log_3(x+1)+\log_3(y+1)+(x-1))=9$

$\Leftrightarrow(\log_3(x+1)+\log_3(y+1)+(x-1))=\dfrac{9}{y-1}\Leftrightarrow(\log_3(x+1)+(x-1))=\dfrac{9}{y-1}-\log_3(y+1)$

$\Leftrightarrow\log_3(x+1)+(x+1)-2=\dfrac{9}{y-1}+\log_3\left(\dfrac{1}{y+1}\right)+2-2$

$\Leftrightarrow\log_3(x+1)+(x+1)-2=\dfrac{9}{y-1}+\log_3\left(\dfrac{9}{y+1}\right)-2$

Khi đó: $x+1=\dfrac{9}{y+1}\Rightarrow x=\dfrac{9}{y+1}-1$. Vì $x>0$ nên $\dfrac{9}{y+1}-1>0\Rightarrow 9-y-1>0\Rightarrow y<8$

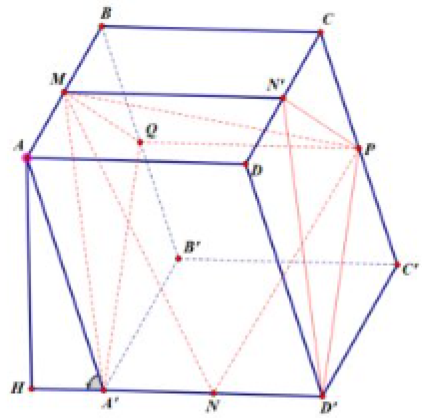
Vậy $0<y<8$

Theo đề ta có: $P=x+2y=\dfrac{9}{y+1}-1+2y$. $P_{\min}=\underset{y\in(0;8)}{P_{\min}}=-\sqrt{3}+6\sqrt{2}$

Câu 47: Cho hình hộp $ABCD\cdot A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh $a,\widehat{BAD}=60^\circ, AA'=2a$, mặt bên $ABB'A'$ là hình chữ nhật và tạo với mặt đáy góc 60°. Gọi M,N,P,Q lần lượt là trung điểm các cạnh $AB,A'D',CC',BB'$. Thể tích khối $MNPQA'$ bằng

A. $\dfrac{3a^3}{16}$. **B.** $\dfrac{9a^3}{32}$. **C.** $\dfrac{9a^3}{16}$. **D.** $\dfrac{3a^3}{32}$.

Lời giải



Kẻ $AH\perp(A'B'C'D')\Rightarrow AH\perp A'B'$

Ta có: $A'B'\perp(AHA')\Rightarrow A'B'\perp A'H$.

Suy ra $((ABB'A');(A'B'C'D'))=(AA';A'H)=60^0$.

Suy ra $AH=a\sqrt{3}$.

$V_{hh}=AH.AB.AD.\sin 60^0=\dfrac{3}{2}a^3$.

$\dfrac{V_{MNPQA'}}{V_{MPQA'D'}}=\dfrac{S_{PQA'N}}{S_{PQA'D'}}=\dfrac{\frac{3}{2}a}{2a}=\dfrac{3}{4}\Rightarrow V_{MNPQA'}=\dfrac{3}{4}V_{MPQA'D'}$

Gọi N' là trung điểm của DC ta có $V_{MPQA'D'}=\dfrac{2}{3}V_{A'MQ.D'N'P}$

Suy ra: $V_{MNPQA'}=\dfrac{1}{2}V_{A'MQ.D'N'P}$

Ta có: $\begin{cases}S_{DPN'}=\dfrac{3a^2}{4}\\ S_{DCC'D'}=2a^2\end{cases}$

Ta có: $\dfrac{V_{A'MQ.D'N'P}}{V_{ABCD.A'B'C'D'}}=\dfrac{3}{8}$

Khi đó $V_{MNPQA'}=\dfrac{3}{16}V_{ABCD.A'B'C'D'}=\dfrac{9a^3}{32}$

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;0;0)$ và $B(4;3;4)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường tròn giao tuyến của hai mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+1)^2+z^2=4$ và $(S'):x^2+y^2+z^2+2y-2=0$. Gọi M,N là hai điểm bất kì thuộc (P) sao cho $MN=1$. Giá trị nhỏ nhất của tổng $AM+BN$ bằng

A. $2\sqrt{13}$. **B.** $\sqrt{61}$. **C.** $6\sqrt{2}$. **D.** $2\sqrt{10}$.

Lời giải

Xét hệ $\begin{cases}(S):(x-1)^2+(y+1)^2+z^2=4\\(S):x^2+y^2+z^2+2y-2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2+y^2+z^3-2x+2y-2=0\\x^2+y^2+z^2+2y-2-0\end{cases}\Rightarrow x=0$

Vậy $(P): x = 0$ chính là mặt phẳng (Oyz)

Gọi $C(0;0;0), D(0,3,4)$ lần lượt là hình chiếu của $A(-2;0;0)$ vh $B(4,3;4)$ trên (P).

Suy ra $AC = 2, CD = 5, BD = 4$

Áp dụng bất đẳng thức $\sqrt{a^2+b^2}+\sqrt{c^2+d^2} \geq \sqrt{(a+c)^2+(c+d)^2}$ ta được

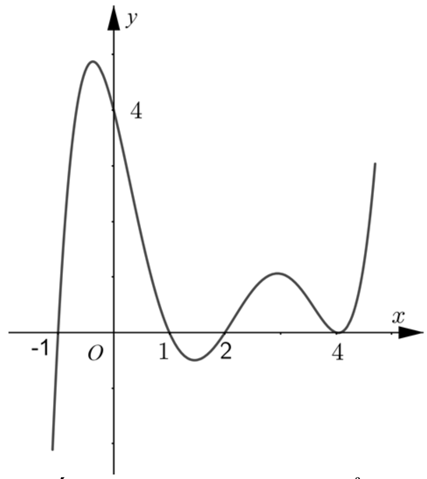
$$AM + BV = \sqrt{AC^2+CM^2}+\sqrt{BD^2+DN^2} \geq \sqrt{AC+BD)^2+(CM+DN)^2} \geq \sqrt{36+(CM+DN)^2}$$

Mặc khác $CM + MN + ND \geq CD$ nên $CM + 1 + ND \geq 5 \Rightarrow CM + ND \geq 4$

Do đó $AM + BN \geq \sqrt{36+(CM+DV)^2} \geq 2\sqrt{13}$

Đẳng thức xảy ra khi C, M, N, D thẳng hàng và $\dfrac{AC}{MC} = \dfrac{BD}{ND}$

Câu 49: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị của tham số m sao cho $2m \in \mathbb{Z}$ để hàm số $g(x) = f\left(|x-2|^3 - 3|x-2| + m + 2023\right) + 2024m^2$ có đúng 11 điểm cực trị?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Từ đồ thị hàm số $f'(x)$ ta suy ra hàm số $y = f(x)$ có đúng 3 điểm cực trị là $x = -1, x = 1, x = 2$.

Đặt các hàm số $g_2(x) = f\left(x^3 - 3x + m + 2023\right) + 2024m^2, g_1(x) = g_2(|x|)$ nên $g(x) = g_1(x-2)$

Ta có tịnh tiến đồ thị hàm số $g_1(x)$ sang phải 2 đơn vị ta thu được đồ thị hàm số $g(x)$

Để hàm số $g(x)$ có đúng 11 điểm cực trị thì hàm số $g_1(x)$ cũng có đúng 11 điểm cực trị suy ra hàm số

$g_2(x)$ có đúng 5 điểm cực trị dương.

Ta có $[g_2(x)]' = \left(3x^2 - 3\right) \cdot f'\left(x^3 - 3x + m + 2023\right) = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1; x = -1 \\ x^3 - 3x + m + 2023 = -1 \\ x^3 - 3x + m + 2023 = 1 \\ x^3 - 3x + m + 2023 = 2 \\ x^3 - 3x + m + 2023 = 4 \end{array}\right.$$

Xét hàm số $y = x^3 - 3x + m + 2023$ có BBT như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	||	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	$m+2025$	$\searrow$	$m+2023$	$\searrow$	$m+2021$	$\nearrow$	$+\infty$

Yêu cầu đề bài tương đương:

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}2<m+2023\\1>m+2021\end{cases}\\ \begin{cases}m+2023\le 1\\m+2021<-1<m+2023\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-2021<m<-2020\\-2024<m<-2022\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-4042<2m<-4040\\-4048<2m<-4044\end{array}\right.$$

Với điều kiện $2m\in\mathbb{Z}$, ta có 4 giá trị của m là : $-\dfrac{4041}{2};-\dfrac{4047}{2};-2023;-\dfrac{4045}{2}$

Câu 50: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x)=2x^2-9+\int\limits_0^1 xf\left(\sqrt{1+8x^2}\right)dx$. Đồ thị hàm số $g(x)=ax^3+bx^2+cx-9$ cắt đồ thị hàm số $f(x)$ tại 3 điểm có hoành độ là $1;2;3$. Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ có diện tích bằng

A. $\dfrac{1}{24}$. **B.** 3. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{12}$.

Lời giải

Đặt $a=\int_0^1 x\cdot f\left(\sqrt{1+8x^2}\right)dx$, Ta có $f(x)=2x^2-9+a$

Suy ra $a=\int_0^1 x\cdot f\left(\sqrt{1+8x^2}\right)dx=\int_0^1 x\cdot\left(2\left(1+8x^2\right)-9+a\right)dx=\int_0^1\left(16x^3+(a-7)x\right)dx=4+\dfrac{a-7}{2}$

$\Leftrightarrow a=1$. Vậy $f(x)=2x^2-8$

Phương trình hoành độ giao điểm của hàm số $f(x)$ và $g(x)$:

$2x^2-8=ax^3+bx^2+cx-9\Leftrightarrow ax^3+(b-2)x^2+cx-1=0$

Theo đề bài ta có $ax^3+(b-2)x^2+cx-1=a(x-1)(x-2)(x-3)\Rightarrow a=\dfrac{1}{6}$

Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ có diện tích bằng $\int_1^3\left|\dfrac{1}{6}(x-1)(x-2)(x-3)\right|dx=\dfrac{1}{12}$.

---------------------------- ***Hết***---------------------------