

Họ, tên thí sinh:.....
 Số báo danh:.....

Mã đề thi: 101

Câu 1. Một lớp học có 25 học sinh nam và 20 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra một học sinh trong lớp học này đi dự trại hè của trường?

- A. 25. B. 20. C. 45. D. 500.

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) , biết: $u_1 = -9, u_2 = 3$. Công bội của cấp số nhân đã cho q là

- A. $q = -\frac{1}{3}$. B. $q = 3$. C. $q = -3$. D. $q = \frac{1}{3}$.

Câu 3. Cho hình nón tròn xoay có bán kính đường tròn đáy r , chiều cao h và đường sinh l . Kết luận nào sau đây **sai**?

- A. $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$. B. $S_{tp} = \pi r l + \pi r^2$. C. $h^2 = r^2 + l^2$. D. $S_{xq} = \pi r l$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(-\infty; +\infty)$, có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		2		-1		$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.
 C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

Câu 5. Cho khối hộp chữ nhật lần lượt có chiều rộng, chiều dài và chiều cao là 1, 2 và 3. Thể tích của khối hộp đó bằng

- A. 1. B. 6. C. 2. D. 3.

Câu 6. Nghiệm của phương trình $\log_4(x-1) = 2$ là

- A. $x = 3$. B. $x = 17$. C. $x = \frac{9}{2}$. D. $x = \frac{7}{2}$.

Câu 7. Nếu $\int_1^2 f(t) dt = -4$ và $\int_2^3 f(u) du = 5$ thì $\int_1^3 f(x) dx$ bằng:

A. -9.

B. -1.

C. 1.

D. 9.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên như hình dưới.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		-	0	+		-	0	+	
y	$+\infty$				-3				$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

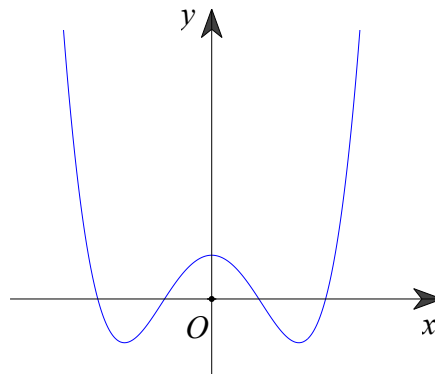
A. Hàm số có 3 điểm cực trị.

B. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng -3.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.

D. Hàm số có 2 điểm cực đại.

Câu 9. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên dưới?



A. $y = x^4 + 2x^2 + \frac{1}{2}$.

B. $y = -x^4 + 2x^2 + \frac{1}{2}$.

C. $y = x^3 - 3x + \frac{1}{2}$.

D. $y = -x^3 - 3x + \frac{1}{2}$.

Câu 10. Cho a là số thực dương tùy ý, $2 \log_3 a^4$ bằng

A. $2 \log_3 a$.

B. $2 + 4 \log_3 a$.

C. $-8 \log_3 a$.

D. $8 \log_3 a$.

Câu 11. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + \sin 2x$ là

A. $x^2 - \frac{1}{2} \cos 2x + C$.

B. $x^2 + \frac{1}{2} \cos 2x + C$.

C. $x^2 - 2 \cos 2x + C$.

D. $x^2 + 2 \cos 2x + C$.

Câu 12. Tính môđun của số phức $z = -1 + \sqrt{5}i$.

A. $|z| = \sqrt{6}$.

B. $|z| = 2$.

C. $|z| = \sqrt{26}$.

D. $|z| = 2\sqrt{6}$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(1; -3; 5)$ trên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là

A. $(0; 1; 5)$.

B. $(1; 0; 5)$.

C. $(0; -3; 5)$.

D. $(0; 0; 5)$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 6z + 4 = 0$ có bán kính R là

- A. $R = \sqrt{53}$. B. $R = 4\sqrt{2}$. C. $R = \sqrt{10}$. D. $R = 3\sqrt{7}$.

Câu 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x - y + 3z - 4 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là

- A. $\vec{n}_1 = (-1; 3; -4)$. B. $\vec{n}_2 = (1; -1; 3)$. C. $\vec{n}_3 = (1; 1; 3)$. D. $\vec{n}_4 = (-1; -1; 3)$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a} = (1; 3; 3)$ và $\vec{b} = (-2; 2; 1)$. Tích vô hướng $\vec{a} \cdot (\vec{a} - \vec{b})$ bằng

- A. 11. B. 12. C. 9. D. 8.

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với $(ABCD)$, $SA = a\sqrt{2}$. Góc giữa SC và mặt phẳng (SAB) là

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định $D = R \setminus \{0\}$ và bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'	+	0	-	+	0

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 1. B. 3. C. 4. D. 2.

Câu 19. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = \frac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0; 2]$.

- A. $M = 5$. B. $M = -5$. C. $M = \frac{1}{3}$. D. $M = -\frac{1}{3}$.

Câu 20. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $\log_4 a + \log_2 b = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $b = \left(\frac{4}{a}\right)^2$. B. $a = \left(\frac{4}{b}\right)^2$. C. $ab = 4$. D. $ab = \frac{1}{4}$.

Câu 21. Tập hợp nghiệm của bất phương trình $2^{x^2} < 2^{6-x}$ là

- A. $(-\infty; -3)$. B. $(-3; 2)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(-2; 3)$.

Câu 22. Cho hình trụ có đường kính đáy bằng 8. Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng qua trục, thiết diện thu được là một hình vuông. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A. 64π . B. 36π . C. 54π . D. 256π .

Câu 23. Hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	↗ 5 ↘	-2	↗ $+\infty$	

Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) - 5 = 0$ là

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

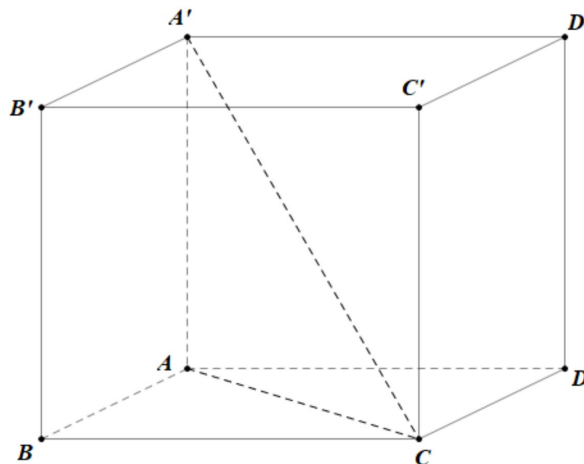
Câu 24. Một nguyên hàm của hàm số $y = \frac{2x+2}{(x+1)^2}$ là

- A. $\ln(x+1)^2$. B. $\ln^2(x+1)$. C. $\ln(x^2+2x)$. D. $\ln^2(x^2+2x)$

Câu 25. Sự tăng trưởng của một loại vi khuẩn tuân theo công thức $S = A.e^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng ($r > 0$), t là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu là 100 con và sau 5 giờ có 300 con. Số vi khuẩn sau 10 giờ là:

- A. 800 con. B. 900 con. C. 1000 con. D. 600 con.

Câu 26. Cho khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình chữ nhật biết $AB = a$; $AC = a\sqrt{5}$, $A'C = 3a$ (Tham khảo hình vẽ bên dưới).



Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $2\sqrt{5}a^3$. B. $4a^3$. C. $\frac{4a^3}{3}$. D. $\frac{4\sqrt{5}a^3}{3}$.

Câu 27. Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1}$ là

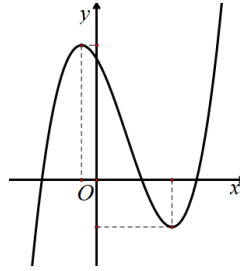
A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 28. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



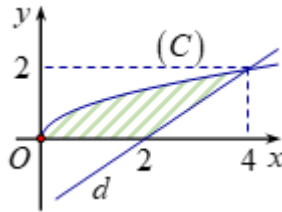
A. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

B. $a < 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

C. $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$.

D. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

Câu 29. Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi $(C): y = \sqrt{x}$, $y = x - 2$ và trục hoành (hình vẽ). Diện tích của (H) bằng



A. $\frac{10}{3}$.

B. $\frac{16}{3}$.

C. $\frac{7}{3}$.

D. $\frac{8}{3}$.

Câu 30. Cho các số phức $z_1 = 2 - 3i$, $z_2 = 1 + 4i$. Phần ảo của số phức $z_1 z_2$ là

A. $-5i$.

B. -5 .

C. $5i$.

D. 5 .

Câu 31. Điểm biểu diễn của số phức $z = i(3 + 4i)$ là

A. $M(4; -3)$.

B. $P(4; 3)$.

C. $N(-4; 3)$.

D. $Q(-4; -3)$.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc tơ $\vec{a} = (2; 1; -2)$, $\vec{b} = (0; -\sqrt{2}; \sqrt{2})$. Tất cả giá trị của m để hai véc tơ $\vec{u} = 2\vec{a} + 3m\vec{b}$ và $\vec{v} = m\vec{a} - \vec{b}$ vuông góc với nhau:

A. $\frac{\pm\sqrt{26} + \sqrt{2}}{6}$.

B. $\frac{11\sqrt{2} \pm \sqrt{26}}{18}$.

C. $\frac{26 \pm \sqrt{2}}{6}$.

D. $\frac{\pm 26 + \sqrt{2}}{6}$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 2; 3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z + 1 = 0$. Phương trình của (S) là

A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 3$.

B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 9$.

C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$.

D. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 3$.

Câu 34. Trong không gian Oxy , cho mặt phẳng $(\alpha): 3x - 4z + 2 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (α) ?

A. $\vec{n}_2 = (3; -4; 2)$. B. $\vec{n}_3 = (3; 0; -4)$. C. $\vec{n}_1 = (0; 3; -4)$. D. $\vec{n}_4 = (3; -4; 0)$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(1; 1; 0)$ trên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

A. $(1; 1; 0)$. B. $(1; 0; 0)$. C. $(1; 0; 1)$. D. $(0; 1; 1)$.

Câu 36. Gọi S là tập các số tự nhiên có 6 chữ số được lập từ tập $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S . Tính xác suất để chọn được số tự nhiên có tích các chữ số bằng 1400.

A. $\frac{1}{1500}$. B. $\frac{18}{5^{10}}$. C. $\frac{4}{3 \cdot 10^3}$. D. $\frac{1}{500}$.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SD = \frac{a\sqrt{17}}{2}$. Hình chiếu vuông góc H của S lên mặt $(ABCD)$ là trung điểm của đoạn AB . Gọi K là trung điểm của AD . Khoảng cách giữa hai đường SD và HK bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{5}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{7}$. C. $\frac{3a}{5}$. D. $\frac{a\sqrt{21}}{5}$.

Câu 38. Cho hàm số $F(x)$, biết $F(1) = 4$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm $f(x) = \frac{(x+1)\ln x + 2}{1+x\ln x}$.

Tính giá trị $F(e)$.

A. $\ln(1+e) + 2 + e$. B. $\ln(1+e) + 3 + e$.
C. $2\ln(1+e) + 1$. D. $\ln(2+e) + 3 + e$.

Câu 39. Tìm tập hợp các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{x-1}{x-m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.

A. $(1; +\infty)$. B. $[1; +\infty)$. C. $(2; +\infty)$. D. $[2; +\infty)$.

Câu 40. Cho hình nón đỉnh S có chiều cao bằng 6. Trên đường tròn đáy lấy hai điểm A, B sao cho khoảng cách từ tâm đường tròn đáy đến dây AB bằng 3, biết diện tích tam giác SAB bằng $9\sqrt{10}$. Tính thể tích khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho.

A. $\frac{189}{8}\pi$. B. 54π . C. 27π . D. 162π .

Câu 41. Cho p, q là các số thực dương thỏa mãn $\log_9 p = \log_{12} q = \log_{16}(p+q)$. Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{p}{q}$.

A. $A = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$. B. $A = \frac{-1-\sqrt{5}}{2}$. C. $A = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$. D. $A = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

Câu 42. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho

$f(x) = |x^3 - 3x + m| \leq 16, \forall x \in [0; 3]$. Tổng tất cả các phần tử của S bằng

- A. -104. B. 104. C. -96. D. 96.

Câu 43. Cho phương trình $\log_3^2(3x) - 2(m+1)\log_3 x + 4m - 4 = 0$ (m là tham số thực). Tập hợp tất cả các giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(1; 9)$ là

- A. $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$. B. $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$. C. $\left(\frac{3}{4}; 1\right)$. D. $\left(\frac{2}{3}; 1\right]$.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(x) + f'(x) = e^{-x}, \forall x \in R$ và $f(0) = 2$. Tất cả các nguyên hàm của $f(x)e^{2x}$ là

- A. $(x-2)e^x + e^x + C$. B. $(x+2)e^{2x} + e^x + C$.
C. $(x-1)e^x + C$. D. $(x+1)e^x + C$.

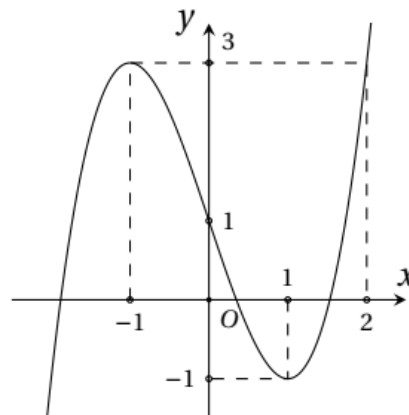
Câu 45. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	+
$f(x)$	$+\infty$	-2	-1	-2	$+\infty$

Số nghiệm thuộc đoạn $[0; 2\pi]$ của phương trình $f(\cos x) = -2$ là:

- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm số bậc ba xác định, liên tục trên R và có đồ thị như hình vẽ sau:



Hỏi hàm số $y = 2023f(x^2 - 2x) + 2024$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 4. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 47. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $0 < y < 2020$ và $3^x + 3x - 6 = 9y + \log_3 y^3$?

- A. 9. B. 7. C. 8. D. 2019.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên R , $f(0) = 0, f'(0) \neq 0$ và thỏa mãn hệ

thức $f(x).f'(x)+18x^2=(3x^2+x)f'(x)+(6x+1)f(x), \forall x \in R$.

Biết $\int_0^1 (x+1)e^{f(x)} dx = a.e^2 + b$, với $a; b \in R$. Giá trị của $a - b$ bằng.

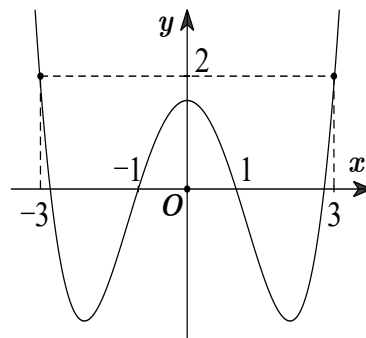
- A. 1. B. 2. C. 0. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$, $SB > 2a$ và $\angle ABC = \angle BAS = \angle BCS = 90^\circ$.

Biết sin của góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC) bằng $\frac{\sqrt{11}}{11}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{9}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 50. Cho hàm số $y = ax^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + ex + f$ với a, b, c, d, e, f là các số thực, đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ dưới đây. Hàm số $y = f(1-2x) - 2x^2 + 1$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?



- A. $\left(-\frac{3}{2}; -1\right)$. B. $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$. C. $(-1; 0)$. D. $(1; 3)$.

..... HẾT

Câu 1. Một lớp học có 25 học sinh nam và 20 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra một học sinh trong lớp học này đi dự trại hè của trường?

- A. 25. B. 20. **C. 45.** D. 500.

Lời giải

Chọn C.

Áp dụng quy tắc cộng:

Số cách chọn ra một học sinh trong lớp học này đi dự trại hè của trường là $25 + 20 = 45$.

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) , biết: $u_1 = -9, u_2 = 3$. Công bội của cấp số nhân đã cho q là

- A. $q = -\frac{1}{3}$.** B. $q = 3$. C. $q = -3$. D. $q = \frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn A.

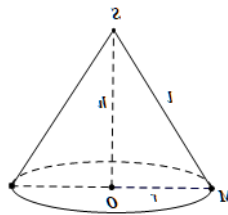
$$\text{Ta có } u_2 = u_1 \cdot q \Rightarrow q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{3}{-9} = -\frac{1}{3}.$$

Câu 3. Cho hình nón tròn xoay có bán kính đường tròn đáy r , chiều cao h và đường sinh l . Kết luận nào sau đây **sai**?

- A. $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$. B. $S_p = \pi r l + \pi r^2$. **C. $h^2 = r^2 + l^2$.** D. $S_{xq} = \pi r l$.

Lời giải

Chọn C.



Ta có $l^2 = h^2 + r^2 \Rightarrow h^2 = l^2 - r^2$, suy ra đáp án **C sai**.

A, B, D đúng theo lý thuyết.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(-\infty; +\infty)$, có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗ 2		↘ -1		↗ $+\infty$	

Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$. **B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.**
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B.

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$, suy ra hàm số cũng đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

Câu 5. Cho khối hộp chữ nhật lần lượt có chiều rộng, chiều dài và chiều cao là 1, 2 và 3. Thể tích của khối hộp đó bằng

- A. 1. **B. 6.** C. 2. D. 3.

Lời giải

Chọn B.

$$V = 1.2.3 = 6$$

Câu 6. Nghiệm của phương trình $\log_4(x-1) = 2$ là

- A. $x = 3$. **B. $x = 17$.** C. $x = \frac{9}{2}$. D. $x = \frac{7}{2}$.

Chọn B.

Điều kiện $x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

Phương trình $\log_4(x-1) = 2 \Leftrightarrow x - 1 = 16 \Leftrightarrow x = 17$ (nhận)

Vậy nghiệm của phương trình $x = 17$

Câu 7. Nếu $\int_1^2 f(t) dt = -4$ và $\int_2^3 f(u) du = 5$ thì $\int_1^3 f(x) dx$ bằng:

- A. -9. **B. -1.** **C. 1.** D. 9.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } \int_1^3 f(x) dx = \int_1^2 f(x) dx + \int_2^3 f(x) dx = \int_1^2 f(t) dt + \int_2^3 f(u) du = -4 + 5 = 1.$$

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên như hình dưới.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		-	0	+		-	0	+
y	$+\infty$			-3				$+\infty$
			-4		-4			

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Hàm số có 3 điểm cực trị.** B. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng -3.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.

D. Hàm số có 2 điểm cực đại.

Lời giải

Chọn A.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy

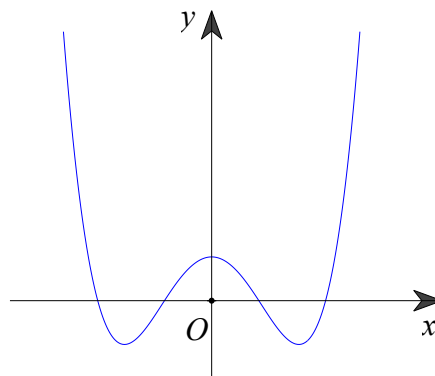
Hàm số có ba điểm cực trị.

Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng -4 , hàm số không có giá trị lớn nhất.

Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.

Hàm số có hai điểm cực tiểu.

Câu 9. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên dưới?



A. $y = x^4 + 2x^2 + \frac{1}{2}$.

B. $y = -x^4 + 2x^2 + \frac{1}{2}$.

C. $y = x^3 - 3x + \frac{1}{2}$.

D. $y = -x^3 - 3x + \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A.

Dựa vào đồ thị ta nhận thấy đó là đồ thị của hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ và có hệ số $a > 0$. Nên chọn hàm số $y = x^4 + 2x^2 + \frac{1}{2}$.

Câu 10. Cho a là số thực dương tùy ý, $2\log_3 a^4$ bằng

A. $2\log_3 a$.

B. $2 + 4\log_3 a$.

C. $-8\log_3 a$.

D. $8\log_3 a$.

Lời giải

Chọn D.

Với a là số thực dương khi đó $2 \cdot \log_3 a^4 = 8\log_3 a$.

Câu 11. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + \sin 2x$ là

A. $x^2 - \frac{1}{2}\cos 2x + C$.

B. $x^2 + \frac{1}{2}\cos 2x + C$.

C. $x^2 - 2\cos 2x + C$.

D. $x^2 + 2\cos 2x + C$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } \int f(x) dx = \int (2x + \sin 2x) dx = x^2 - \frac{1}{2} \cos 2x + C.$$

Câu 12. Tính môđun của số phức $z = -1 + \sqrt{5}i$.

A. $|z| = \sqrt{6}$.

B. $|z| = 2$.

C. $|z| = \sqrt{26}$.

D. $|z| = 2\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } |z| = \sqrt{(-1)^2 + (\sqrt{5})^2} = \sqrt{6}.$$

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(1; -3; 5)$ trên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là

A. $(0; 1; 5)$.

B. $(1; 0; 5)$.

C. $(0; -3; 5)$.

D. $(0; 0; 5)$.

Lời giải

Chọn B.

Khi chiếu điểm $M(1; -3; 5)$ lên mặt phẳng (Oxz) thì hoành độ và cao độ giữ nguyên, tung độ bằng 0.

Vậy hình chiếu của điểm M trên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là $(1; 0; 5)$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 6z + 4 = 0$ có bán kính R là

A. $R = \sqrt{53}$.

B. $R = 4\sqrt{2}$.

C. $R = \sqrt{10}$.

D. $R = 3\sqrt{7}$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } (S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 6z + 4 = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 10.$$

Vậy bán kính mặt cầu (S) là $R = \sqrt{10}$.

Câu 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x - y + 3z - 4 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}_1 = (-1; 3; -4)$.

B. $\vec{n}_2 = (1; -1; 3)$.

C. $\vec{n}_3 = (1; 1; 3)$.

D. $\vec{n}_4 = (-1; -1; 3)$.

Lời giải

Chọn B.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a} = (1; 3; 3)$ và $\vec{b} = (-2; 2; 1)$. Tích vô hướng $\vec{a} \cdot (\vec{a} - \vec{b})$ bằng

A. 11.

B. 12.

C. 9.

D. 8.

Lời giải

Chọn B.

Từ bài toán ta có $\vec{a}-\vec{b}=(1-(-2); 3-2; 3-1)$ hay $\vec{a}-\vec{b}=(3;1;2)$.

Do đó $\vec{a} \cdot (\vec{a}-\vec{b})=1.3+3.1+3.2=12$.

Vậy $\vec{a} \cdot (\vec{a}-\vec{b})=12$.

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với $(ABCD)$, $SA=a\sqrt{2}$. Góc giữa SC và mặt phẳng (SAB) là

A. 30° .

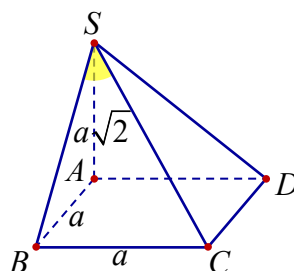
B. 45° .

C. 60° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn A.



(+) Ta có $\left. \begin{array}{l} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow$ hình chiếu vuông góc của SC lên (SAB) là SB .

(+) Góc giữa SC và (SAB) là góc \widehat{CSB} .

(+) Xét $\triangle SAB$ có $SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = a\sqrt{3}$.

(+) $\tan \widehat{CSB} = \frac{BC}{SB} \Rightarrow \widehat{CSB} = 30^\circ$.

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ và bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$+$	0	$-$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1.

B. 3.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

Chọn D.

Ta thấy $f'(x)$ đổi dấu ba lần nhưng tại $x = 0$ hàm số không xác định. Do đó hàm số chỉ có hai điểm cực trị.

Câu 19. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = \frac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0;2]$.

A. $M = 5$.

B. $M = -5$.

C. $M = \frac{1}{3}$.

D. $M = -\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn C.

Hàm số đã cho xác định và liên tục trên đoạn $[0;2]$.

Ta có: $y' = \frac{-8}{(x-3)^2} < 0, \forall x \in [0;2]$.

$y(0) = \frac{1}{3}, y(2) = -5 \Rightarrow$ Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho là $M = \frac{1}{3}$.

Câu 20. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $\log_4 a + \log_2 b = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $b = \left(\frac{4}{a}\right)^2$.

B. $a = \left(\frac{4}{b}\right)^2$.

C. $ab = 4$.

D. $ab = \frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn B.

$\log_4 a + \log_2 b = 2 \Leftrightarrow \frac{1}{2}\log_2 a + \log_2 b = 2$

$\Leftrightarrow \log_2 a + 2\log_2 b = 4 \Leftrightarrow \log_2 (a.b^2) = 4 \Leftrightarrow ab^2 = 16 \Leftrightarrow a = \left(\frac{4}{b}\right)^2$.

Câu 21. Tập hợp nghiệm của bất phương trình $2^{x^2} < 2^{6-x}$ là

A. $(-\infty; -3)$.

B. $(-3; 2)$.

C. $(2; +\infty)$.

D. $(-2; 3)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có .

$2^{x^2} < 2^{6-x} \Leftrightarrow x^2 < 6-x \Leftrightarrow x^2 + x - 6 < 0 \Leftrightarrow -3 < x < 2$.

Vậy tập nghiệm bất phương trình là $(-3; 2)$.

Câu 22. Cho hình trụ có đường kính đáy bằng 8. Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng qua trục, thiết diện thu được là một hình vuông. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 64π .

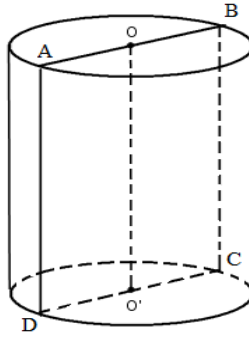
B. 36π .

C. 54π .

D. 256π .

Lời giải

Chọn A



Giả sử thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông $ABCD$.

Từ giả thiết ta có bán kính đáy của hình trụ $r = 4 \Rightarrow h = AD = DC = 2r = 8 = l$.

Vậy diện tích xung quanh của hình trụ là: $S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi \cdot 4 \cdot 8 = 64\pi$.

Câu 23. Hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	5		-2	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) - 5 = 0$ là

A. 0.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn D

$$3f(x) - 5 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{5}{3}.$$

Ta có phương trình $f(x) = \frac{5}{3}$ là phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị

$y = f(x), y = \frac{5}{3}$. Do vậy số nghiệm thực của phương trình $3f(x) - 5 = 0$ bằng số giao điểm

của 2 đồ thị $y = f(x), y = \frac{5}{3}$.

Dựa vào bảng biến thiên ta có phương trình $3f(x) - 5 = 0$ có 3 nghiệm thực.

Câu 24. Một nguyên hàm của hàm số $y = \frac{2x+2}{(x+1)^2}$ là

A. $\ln(x+1)^2$.

B. $\ln^2(x+1)$.

C. $\ln(x^2 + 2x)$.

D. $\ln^2(x^2 + 2x)$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int \frac{2x+2}{(x+1)^2} dx = \int \frac{2}{x+1} dx = 2 \ln|x+1| + C = \ln(x+1)^2 + C.$

Câu 25. Sự tăng trưởng của một loại vi khuẩn tuân theo công thức $S = A.e^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng ($r > 0$), t là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu là 100 con và sau 5 giờ có 300 con. Số vi khuẩn sau 10 giờ là:

- A. 800 con. **B. 900 con.** C. 1000 con. D. 600 con.

Lời giải

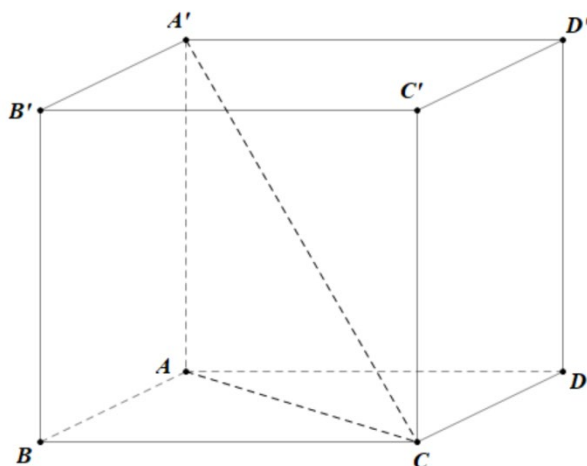
Chọn B

Ta có: $A = 100.$

Sau 5 giờ có 300 con $\Rightarrow 300 = 100.e^{r.5} \Leftrightarrow e^{r.5} = 3 \Leftrightarrow r = \frac{\ln 3}{5}.$

Số vi khuẩn sau 10 giờ là: $S = 100.e^{10 \cdot \frac{\ln 3}{5}} = 900$ con.

Câu 26. Cho khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình chữ nhật biết $AB = a$; $AC = a\sqrt{5}$, $A'C = 3a$ (Tham khảo hình vẽ bên dưới).

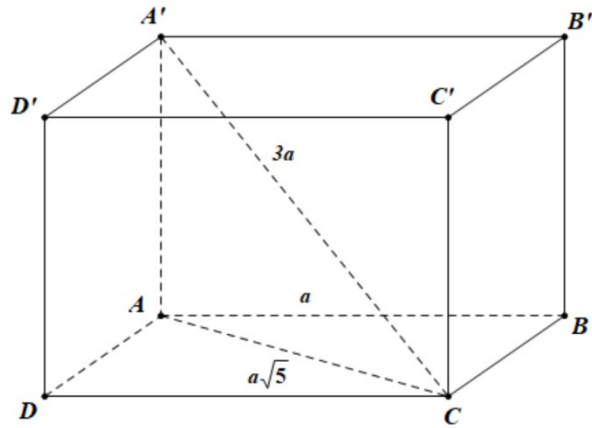


Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $2\sqrt{5}a^3.$ **B. $4a^3.$** C. $\frac{4a^3}{3}.$ D. $\frac{4\sqrt{5}a^3}{3}.$

Lời giải

Chọn B



Ta có $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = 2a$, $AA' = \sqrt{A'C^2 - AC^2} = 2a$.

Vậy thể tích khối lăng trụ đã cho bằng $V_{ABCD.A'B'C'D'} = 2a \cdot 2a \cdot a = 4a^3$.

Câu 27. Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1}$ là

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \frac{4}{x} + \frac{3}{x^2}}{\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}} = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 - \frac{4}{x} + \frac{3}{x^2}}{\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}} = -\infty$ nên đồ

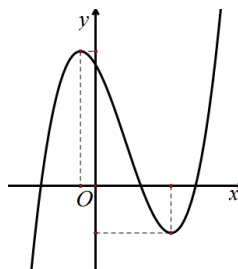
thị hàm số đã cho không có đường tiệm cận ngang.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)(x-3)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x-3) = -2$ và

$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x-1)(x-3)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x-3) = -2$ nên đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1}$ cũng

không có đường tiệm cận đứng.

Câu 28. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

B. $a < 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

C. $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$.

D. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

Lời giải

Chọn A

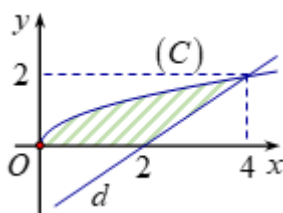
Do nhánh tiến đến $+\infty$ của đồ thị đi lên nên $a > 0$

Do đồ thị cắt trục tung tạo điểm có tung độ lớn hơn 0 nên $d > 0$

$$y' = 3ax^2 + 2bx + c$$

Đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị x_1, x_2 thỏa:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{2b}{3a} > 0 \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{3a} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b < 0 \\ c < 0 \end{cases}$$

Câu 29. Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi $(C): y = \sqrt{x}$, $y = x - 2$ và trục hoành (hình vẽ). Diện tích của (H) bằng



A. $\frac{10}{3}$.

B. $\frac{16}{3}$.

C. $\frac{7}{3}$.

D. $\frac{8}{3}$.

Lời giải:

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$ và $y = x - 2$:

$$\sqrt{x} = x - 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x = (x - 2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x^2 - 5x + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 4.$$

Diện tích hình phẳng (H) là

$$S = \int_0^2 \sqrt{x} dx + \int_2^4 |\sqrt{x} - (x - 2)| dx = \int_0^2 \sqrt{x} dx + \int_2^4 (\sqrt{x} - x + 2) dx = \frac{2x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} \Big|_0^2 + \left(\frac{2x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} - \frac{x^2}{2} + 2x \right) \Big|_2^4 = \frac{10}{3}.$$

Câu 30. Cho các số phức $z_1 = 2 - 3i$, $z_2 = 1 + 4i$. Phần ảo của số phức $z_1 z_2$ là

A. $-5i$.

B. -5 .

C. $5i$.

D. 5 .

Lời giải

Chọn D

Ta có: $z_1 z_2 = (2 - 3i)(1 + 4i) = 14 + 5i$

Câu 31. Điểm biểu diễn của số phức $z = i(3 + 4i)$ là

A. $M(4; -3)$.

B. $P(4; 3)$.

C. $N(-4; 3)$.

D. $Q(-4; -3)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $z = i(3 + 4i) = -4 + 3i$. Do đó điểm biểu diễn cho z là $N(-4; 3)$.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc tơ $\vec{a} = (2; 1; -2)$, $\vec{b} = (0; -\sqrt{2}; \sqrt{2})$. Tất cả giá trị của m để hai véc tơ $\vec{u} = 2\vec{a} + 3m\vec{b}$ và $\vec{v} = m\vec{a} - \vec{b}$ vuông là:

A. $\frac{\pm\sqrt{26} + \sqrt{2}}{6}$.

B. $\frac{11\sqrt{2} \pm \sqrt{26}}{18}$.

C. $\frac{26 \pm \sqrt{2}}{6}$.

D. $\frac{\pm 26 + \sqrt{2}}{6}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\vec{u} = 2\vec{a} + 3m\vec{b} = (4; 2 - 3m\sqrt{2}; -4 + 3m\sqrt{2})$ và $\vec{v} = m\vec{a} - \vec{b} = (2m; m + \sqrt{2}; -2m - \sqrt{2})$.

Khi đó: $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Leftrightarrow 8m + (2 - 3m\sqrt{2})(m + \sqrt{2}) + (-4 + 3m\sqrt{2})(-2m - \sqrt{2}) = 0$

$$\Leftrightarrow 9m^2\sqrt{2} - 6m - 6\sqrt{2} = 0 \Leftrightarrow m = \frac{\pm\sqrt{26} + \sqrt{2}}{6}.$$

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 2; 3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z + 1 = 0$. Phương trình của (S) là

A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 3$.

B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 9$.

C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$.

D. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 3$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Bán kính mặt cầu } r = d(I, (P)) = \frac{|2(-1) - 2 - 2 \cdot 3 + 1|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + (-2)^2}} = 3.$$

Phương trình mặt cầu là $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$.

Câu 34. Trong không gian Oxy , cho mặt phẳng $(\alpha): 3x - 4z + 2 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (α) ?

A. $\vec{n}_2 = (3; -4; 2)$.

B. $\vec{n}_3 = (3; 0; -4)$.

C. $\vec{n}_1 = (0; 3; -4)$.

D. $\vec{n}_4 = (3; -4; 0)$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (α) có phương trình tổng quát dạng $Ax + By + Cz + D = 0$ với $A^2 + B^2 + C^2 > 0$ thì có một vectơ pháp tuyến dạng $\vec{n} = (A; B; C)$.

Do đó mặt phẳng $(\alpha): 3x - 4z + 2 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_3 = (3; 0; -4)$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(1;1;0)$ trên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

A. $(1;1;0)$.

B. $(1;0;0)$.

C. $(1;0;1)$.

D. $(0;1;1)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 36. Gọi S là tập các số tự nhiên có 6 chữ số được lập từ tập $A = \{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S . Tính xác suất để chọn được số tự nhiên có tích các chữ số bằng 1400.

A. $\frac{1}{1500}$.

B. $\frac{18}{5^{10}}$.

C. $\frac{4}{3 \cdot 10^3}$.

D. $\frac{1}{500}$.

Lời giải

Chọn A

- Số các số tự nhiên có 6 chữ số là $9 \cdot 10^5 \Rightarrow n(\Omega) = 9 \cdot 10^5$.

- Số các số tự nhiên có 6 chữ số mà tích các chữ số bằng 1400:

Do $1400 = 2^3 \cdot 5^2 \cdot 7$ nên có 3 trường hợp sau:

TH1: Số có 6 chữ số gồm các chữ số 2; 2; 2; 5; 5; 7 \Rightarrow Có $\frac{6!}{2!3!} = 60$ số.

TH2: Số có 6 chữ số gồm các chữ số 1; 2; 4; 5; 5; 7 \Rightarrow Có $\frac{6!}{2!} = 360$ số.

TH3: Số có 6 chữ số gồm các chữ số 1; 1; 8; 5; 5; 7 \Rightarrow Có $\frac{6!}{2!2!} = 180$ số.

Vậy có $60 + 360 + 180 = 600$ số tự nhiên có 6 chữ số được lập từ tập A có tích các chữ số bằng 1400.

Gọi B là biến cố: “Chọn được số tự nhiên có 6 chữ số mà tích các chữ số bằng 1400”.

$$\Rightarrow n(B) = 600 \Rightarrow P(B) = \frac{600}{9 \cdot 10^5} = \frac{1}{1500}.$$

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SD = \frac{a\sqrt{17}}{2}$. Hình chiếu vuông góc H

của S lên mặt $(ABCD)$ là trung điểm của đoạn AB . Gọi K là trung điểm của AD . Khoảng cách giữa hai đường SD và HK bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{5}$.

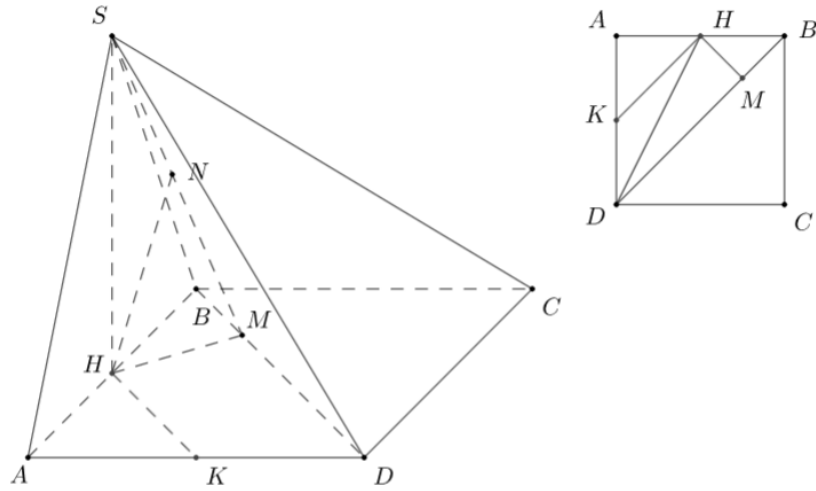
B. $\frac{a\sqrt{3}}{7}$.

C. $\frac{3a}{5}$.

D. $\frac{a\sqrt{21}}{5}$.

Lời giải

Chọn A



Trong $(ABCD)$ có HK là đường trung bình của ΔABD nên $HK \parallel BD$.

Vẽ $HM \perp BD (M \in BD)$:

Vì $\begin{cases} HK \parallel BD \\ BD \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow HK \parallel (SBD)$, mà $SD \subset (SBD) \Rightarrow d(HK, SD) = d(HK, (SBD))$.

Ta có $\begin{cases} HM \perp BD \\ SH \perp BD \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SHM)$, mà $BD \subset (SBD) \Rightarrow (SBD) \perp (SHM)$.

Trong mặt (SHM) vẽ $HN \perp SM$ tại $N \in SM$.

Ta có $\begin{cases} (SBD) \perp (SHM) \\ (SBD) \cap (SHM) = SM \Rightarrow HN \perp (SBD) \\ HN \perp SM \end{cases}$.

Vậy khoảng cách từ $d(HK, (SBD)) = d(H, (SBD)) = HN$.

Gọi O là giao điểm của AC và BD .

Ta thấy $HM = \frac{AO}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{4}$; $MD = \frac{3}{4}BD = \frac{3a\sqrt{2}}{4}$ nên $HD = \sqrt{HM^2 + MD^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Do ΔSHD vuông tại H nên $SH = \sqrt{SD^2 - HD^2} = a\sqrt{3}$.

ΔSHM vuông tại H , đường cao HN : $\frac{1}{HN^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HM^2} \Rightarrow HN = \frac{SH \cdot HM}{\sqrt{SH^2 + HM^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{5}$.

Câu 38. Cho hàm số $F(x)$, biết $F(1) = 4$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm $f(x) = \frac{(x+1)\ln x + 2}{1+x\ln x}$.

Tính giá trị $F(e)$.

A. $\ln(1+e) + 2 + e$.

B. $\ln(1+e) + 3 + e$.

C. $2\ln(1+e)+1$.

D. $\ln(2+e)+3+e$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có: } \int \frac{(x+1)\ln x + 2}{1+x\ln x} dx = \int \frac{x\ln x + 1 + \ln x + 1}{1+x\ln x} dx$$

$$= \int \left[1 + \frac{1+\ln x}{1+x\ln x} \right] dx = \int dx + \int \frac{d(1+x\ln x)}{1+x\ln x}$$

$$\Rightarrow F(x) = x + \ln|1+x\ln x| + C$$

$$F(1) = 4 \Leftrightarrow 1 + C = 4 \Rightarrow C = 3 \Rightarrow F(x) = x + \ln|1+x\ln x| + 3.$$

$$\Rightarrow F(e) = \ln(1+e) + 3 + e.$$

Câu 39. Tìm tập hợp các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{x-1}{x-m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.

A. $(1; +\infty)$.

B. $[1; +\infty)$.

C. $(2; +\infty)$.

D. $[2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \{m\}. \text{ Ta có: } y' = \frac{-m+1}{(x-m)^2}$$

$$\text{Để hàm số nghịch biến trên } (-\infty; 2) \text{ thì } \begin{cases} -m+1 < 0 \\ m \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 2.$$

Câu 40. Cho hình nón đỉnh S có chiều cao bằng 6. Trên đường tròn đáy lấy hai điểm A, B sao cho khoảng cách từ tâm đường tròn đáy đến dây AB bằng 3, biết diện tích tam giác SAB bằng $9\sqrt{10}$. Tính thể tích khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho.

A. $\frac{189}{8}\pi$.

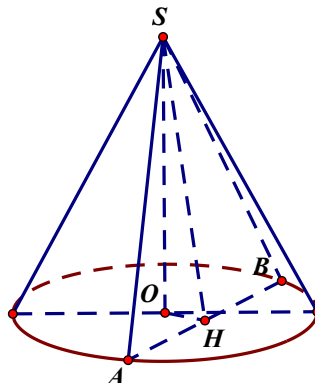
B. 54π .

C. 27π .

D. 162π .

Lời giải

Chọn B



Gọi H là hình chiếu vuông góc của O lên AB , khi đó:

$$OH = 3 \Rightarrow SH = \sqrt{SO^2 + OH^2} = \sqrt{36 + 9} = 3\sqrt{5}.$$

$$S_{\Delta SAB} = 9\sqrt{10} \Rightarrow AB = \frac{2 \cdot S_{\Delta SAB}}{SH} = \frac{18\sqrt{10}}{3\sqrt{5}} = 6\sqrt{2}.$$

$$AH = \frac{1}{2} AB = 3\sqrt{2}.$$

$$\Rightarrow r = OA = \sqrt{OH^2 + AH^2} = \sqrt{9 + 18} = 3\sqrt{3}.$$

$$\text{Vậy: } V_{chop} = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 27 \cdot 6 = 54\pi.$$

Câu 41. Cho p, q là các số thực dương thỏa mãn $\log_9 p = \log_{12} q = \log_{16} (p + q)$. Tính giá trị của biểu

thức $A = \frac{p}{q}$.

A. $A = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$.

B. $A = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2}$.

C. $A = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$.

D. $A = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Đặt } t = \log_9 p = \log_{12} q = \log_{16} (p + q) \Rightarrow \begin{cases} p = 9^t \\ q = 12^t \\ p + q = 16^t \end{cases}$$

$$\Rightarrow 9^t + 12^t = p + q = 16^t \quad (1).$$

Chia hai vế của (1) cho 16^t , ta được: $\left(\frac{9}{16}\right)^t + \left(\frac{12}{16}\right)^t = 1 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^{2t} + \left(\frac{3}{4}\right)^t = 1$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^{2t} + \left(\frac{3}{4}\right)^t - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{3}{4}\right)^t = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} & (l) \\ \left(\frac{3}{4}\right)^t = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} & (n) \end{cases}$$

Giá trị cần tính $A = \frac{p}{q} = \left(\frac{3}{4}\right)^t = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$.

Câu 42. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho $f(x) = |x^3 - 3x + m| \leq 16, \forall x \in [0; 3]$

. Tổng tất cả các phần tử của S bằng

A. -104.

B. 104.

C. -96.

D. 96.

Lời giải

Chọn A

$$f(x) = |x^3 - 3x + m| \leq 16, \forall x \in [0; 3]$$

$$\Leftrightarrow -16 \leq x^3 - 3x + m \leq 16, \forall x \in [0; 3]$$

$$\Leftrightarrow -16 - m \leq x^3 - 3x \leq 16 - m, \forall x \in [0; 3]$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -16 - m \leq \min_{[0;3]}(x^3 - 3x) \\ 16 - m \geq \max_{[0;3]}(x^3 - 3x) \end{cases}$$

Xét hàm $y = x^3 - 3x$ với $x \in [0; 3]$

$$y' = 3x^2 - 3; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in [0; 3] \\ x = -1 \notin [0; 3] \end{cases}$$

Mà $y(0) = 0; y(1) = -2; y(3) = 18 \Rightarrow \min_{[0;3]}(x^3 - 3x) = -2; \max_{[0;3]}(x^3 - 3x) = 18$

$$\text{Vậy có } \begin{cases} -16 - m \leq -2 \\ 16 - m \geq 18 \end{cases} \Leftrightarrow -14 \leq m \leq -2.$$

Tổng các giá trị của m là -104 .

Câu 43. Cho phương trình $\log_3^2(3x) - 2(m+1)\log_3 x + 4m - 4 = 0$ (m là tham số thực). Tập hợp tất cả các giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(1; 9)$ là

A. $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$. B. $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$. **C. $\left(\frac{3}{4}; 1\right)$.** D. $\left(\frac{2}{3}; 1\right]$.

Lời giải

Chọn C

$$\log_3^2(3x) - 2(m+1)\log_3 x + 4m - 4 = 0 \Leftrightarrow (\log_3 x + 1)^2 - 2(m+1)\log_3 x + 4m - 4 = 0 (*)$$

Đặt $t = \log_3 x$, vì $x \in (1; 9)$ nên $t \in (0; 2)$.

Phương trình (*) trở thành $(t+1)^2 - 2(m+1)t + 4m - 4 = 0$

$$\Leftrightarrow t^2 + 2t + 1 - 2mt - 2t + 4m - 4 = 0 \Leftrightarrow t^2 - 2mt + 4m - 3 = 0 \Leftrightarrow 2m = \frac{3-t^2}{2-t} (**). \text{ (vì } t \in (0; 2)).$$

Để phương trình ban đầu có 2 nghiệm phân biệt $x \in (1; 9)$ thì phương trình (**) có hai nghiệm phân biệt $t \in (0; 2)$.

$$\text{Ta đặt } f(t) = \frac{3-t^2}{2-t} \Rightarrow f'(t) = \frac{t^2 - 4t + 3}{(t-2)^2} \Rightarrow f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \in (0; 2) \\ t = 3 \notin (0; 2) \end{cases}$$

Bảng biến thiên

t	0	1	2	
y'		+	0	-
y			↗ 2	↘
		$\frac{3}{2}$		$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên suy ra: $\frac{3}{2} < 2m < 2 \Leftrightarrow \frac{3}{4} < m < 1$.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(x) + f'(x) = e^{-x}, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = 2$. Tất cả các nguyên hàm của $f(x)e^{2x}$ là

A. $(x-2)e^x + e^x + C$.

B. $(x+2)e^{2x} + e^x + C$.

C. $(x-1)e^x + C$.

D. $(x+1)e^x + C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có

$$f(x) + f'(x) = e^{-x} \Leftrightarrow f(x)e^x + f'(x)e^x = 1 \Leftrightarrow (f(x)e^x)' = 1 \Leftrightarrow f(x)e^x = x + C$$

$$\text{Vì } f(0) = 2 \Leftrightarrow 2 \cdot e^0 = C \Leftrightarrow C = 2 \Rightarrow f(x)e^{2x} = (x+2)e^x.$$

$$\text{Vậy } \int f(x)e^{2x} dx = \int (x+2)e^x dx = \int (x+2)d(e^x) = (x+2)e^x - \int e^x d(x+2)$$

$$= (x+2)e^x - \int e^x dx = (x+2)e^x - e^x + C = (x+1)e^x + C.$$

Phân tích: Bài toán cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn điều kiện chứa tổng của $f(x)$ và $f'(x)$ đưa ta tới công thức đạo hàm của tích $(u.v)' = u' \cdot v + u \cdot v'$ với $u = f(x)$. Từ đó ta cần chọn hàm D cho phù hợp

Tổng quát: Cho hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên K , thỏa mãn $f'(x) + g(x)f(x) = k(x)$ (Chọn $v = e^{G(x)}$).

$$\text{Ta có } f'(x) + g(x)f(x) = k(x) \Leftrightarrow e^{G(x)} f'(x) + g(x)e^{G(x)} f(x) = k(x)e^{G(x)}.$$

$$\Leftrightarrow (e^{G(x)} f(x))' = k(x)e^{G(x)} \Rightarrow e^{G(x)} f(x) = \int k(x)e^{G(x)} dx \Leftrightarrow f(x) = e^{-G(x)} \int k(x)e^{G(x)} dx.$$

Với $G(x)$ là một nguyên hàm của $g(x)$.

Bản chất của bài toán là cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn điều kiện chứa tổng của $f(x)$ và $f'(x)$ liên quan tới công thức đạo hàm của tích $(u.v)' = u'v + u.v'$ với $u = f(x)$. Khi đó ta cần chọn hàm D thích hợp. Cụ thể, với bài toán tổng quát:

Cho hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$, $y = h(x)$, $y = k(x)$ liên tục trên K , $g(x) \neq 0$ với $\forall x \in K$ và thỏa mãn $g(x).f'(x) + h(x).f(x) = k(x)$

$$\text{Ta sẽ đi tìm } v \text{ như sau: } \frac{v'}{v} = \frac{h(x)}{g(x)} \Rightarrow \int \frac{v'}{v} dx = \int \frac{h(x)}{g(x)} dx$$

$$\text{Khi đó: } \ln|v| = \int \frac{h(x)}{g(x)} dx \Leftrightarrow |v| = e^{\int \frac{h(x)}{g(x)} dx}$$

Câu 45. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$		-2		-1		-2		$+\infty$

Số nghiệm thuộc đoạn $[0; 2\pi]$ của phương trình $f(\cos x) = -2$ là:

A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn A

Nhìn vào đồ thị ta xét phương trình $f(x) = -2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$

Nên từ đó ta có :

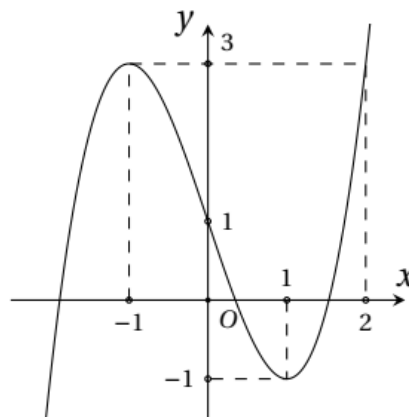
$$f(\cos x) = -2 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 1 \\ \cos x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow x = k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Để phương trình có nghiệm thuộc đoạn $[0; 2\pi] \Rightarrow 0 \leq k\pi \leq 2\pi \Leftrightarrow 0 \leq k \leq 2$

mà $k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k \in \{0; 1; 2\}$

Vậy phương trình đã cho có 3 nghiệm thuộc khoảng $[0; 2\pi]$.

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm số bậc ba xác định, liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị như hình vẽ sau:



Hỏi hàm số $y = 2023f(x^2 - 2x) + 2024$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

Do hàm số $y = f(x)$ có đúng hai điểm cực trị $x = -1, x = 1$ nên phương trình $f'(x) = 0$ có hai nghiệm bội lẻ phân biệt $x = -1, x = 1$.

Ta có $y' = 2023(2x - 2)f'(x^2 - 2x)$.

Khi đó $\frac{1}{2}f^2(x) + 6x^3 = (3x^2 + x)f(x)(1), \forall x \in \mathbb{R}$.

$$(1) \Leftrightarrow f^2(x) + 12x^3 = (6x^2 + 2x)f(x) \Leftrightarrow [f(x) - 2x][f(x) - 6x^2] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 2x \\ f(x) = 6x^2 \end{cases}$$

Trường hợp 1: Với $f(x) = 6x^2, \forall x \in \mathbb{R}$, ta có $f'(0) = 0$ (loại).

Trường hợp 2: Với $f(x) = 2x, \forall x \in \mathbb{R}$, ta có :

$$\int_0^1 (x+1)e^{f(x)} dx = \int_0^1 (x+1)e^{2x} dx = \left[\frac{(x+1)e^{2x}}{2} \right]_0^1 - \int_0^1 \frac{e^{2x}}{2} dx = \frac{3}{4}e^2 - \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{4} \\ b = -\frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow a - b = 1.$$

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$, $SB > 2a$ và $\widehat{ABC} = \widehat{BAS} = \widehat{BCS} = 90^\circ$. Biết sin của góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC) bằng $\frac{\sqrt{11}}{11}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{9}$.

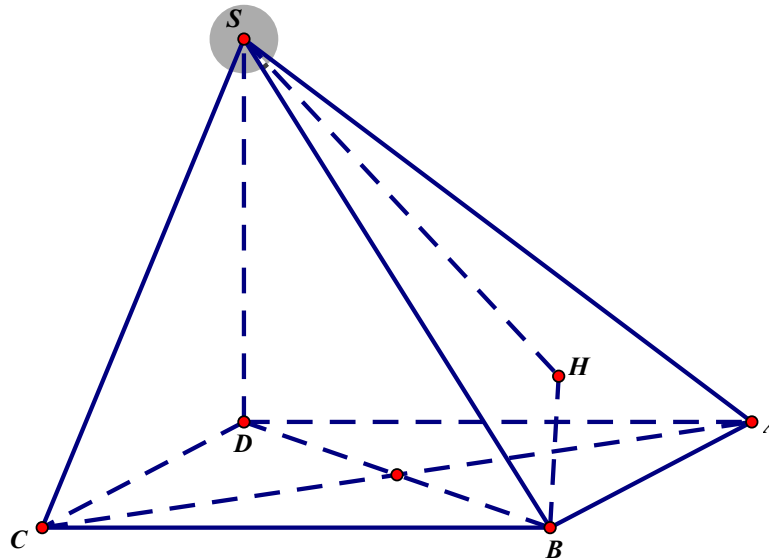
B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

Chọn C



- Dựng $SD \perp (ABC)$ tại D .

Ta có: $\begin{cases} BA \perp SA \\ BA \perp SD \end{cases} \Rightarrow BA \perp AD$.

Và: $\begin{cases} BC \perp SD \\ BC \perp SC \end{cases} \Rightarrow BC \perp CD$

$\Rightarrow ABCD$ là hình chữ nhật $\Rightarrow DA = BC = a\sqrt{2}$, $DC = AB = a$.

- Gọi H là hình chiếu vuông góc của B lên mặt phẳng $(SAC) \Rightarrow \widehat{BSH}$ là góc giữa SB và mặt phẳng (SAC)

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{11}}{11} = \sin \widehat{BSH} = \frac{BH}{SB} = \frac{d(B, (SAC))}{SB} = \frac{d(D, (SAC))}{SB} \Rightarrow \frac{1}{d^2(D, (SAC))} = \frac{11}{SB^2} \quad (1).$$

- Lại có :

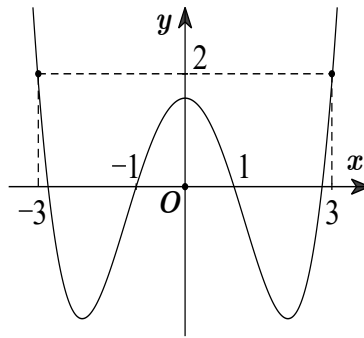
$$\frac{1}{d^2(D, (SAC))} = \frac{1}{DS^2} + \frac{1}{DA^2} + \frac{1}{DC^2} = \frac{1}{SB^2 - BD^2} + \frac{1}{DA^2} + \frac{1}{DC^2} = \frac{1}{SB^2 - 3a^2} + \frac{3}{2a^2} \quad (2).$$

$$\text{- Từ (1) và (2) suy ra: } \frac{11}{SB^2} = \frac{1}{SB^2 - 3a^2} + \frac{3}{2a^2} \Leftrightarrow \begin{cases} SB^2 = 6a^2 \\ SB^2 = \frac{11}{3}a^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} SB = a\sqrt{6} \\ SB = a\sqrt{\frac{11}{3}} \end{cases}$$

Theo giả thiết $SB > 2a \Rightarrow SB = a\sqrt{6} \Rightarrow SD = a\sqrt{3}$.

$$\text{Vậy } V_{SABC} = \frac{1}{3}SD \cdot \frac{1}{2}BA \cdot BC = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}.$$

Câu 50. Cho hàm số $y = ax^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + ex + f$ với a, b, c, d, e, f là các số thực, đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ dưới đây. Hàm số $y = f(1-2x) - 2x^2 + 1$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?



A. $\left(-\frac{3}{2}; -1\right)$.

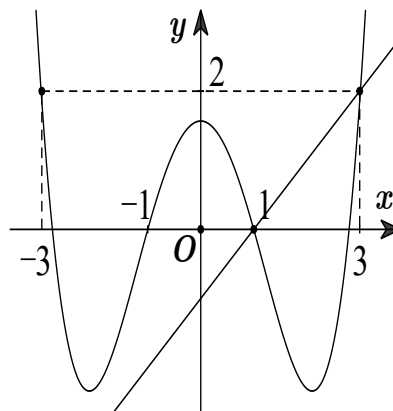
B. $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

C. $(-1; 0)$.

D. $(1; 3)$.

Lời giải

Chọn C



Cách 1: Ta có: $g(x) = f(1-2x) - 2x^2 + 1 \Rightarrow g'(x) = -2f'(1-2x) - 4x$.

Có: $g'(x) > 0 \Leftrightarrow -2f'(1-2x) - 4x > 0 \Leftrightarrow f'(1-2x) < -2x \quad (1)$.

Đặt $t = 1 - 2x$, bất phương trình (1) trở thành $f'(t) < t - 1$.

Vẽ đường thẳng $y = x - 1$. Trên cùng đồ thị, ta thấy đường thẳng $y = x - 1$ nằm trên đồ thị hàm số $f'(x)$ trên khoảng $(1;3) \Rightarrow f'(t) < t - 1 \Leftrightarrow 1 < t < 3 \Leftrightarrow 1 < 1 - 2x < 3 \Leftrightarrow -1 < x < 0$.

Vậy hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

Cách 2: Ta có: $g(x) = f(1 - 2x) - 2x^2 + 1 \Rightarrow g'(x) = -2f'(1 - 2x) - 4x$.

Có $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(1 - 2x) = -2x \Leftrightarrow f'(1 - 2x) = (1 - 2x) - 1$.

Xét sự tương giao của đồ thị hàm số $y = f'(t)$ và $y = t - 1, (t = 1 - 2x)$.

Từ đồ thị ta có $f'(t) = t - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 3 \end{cases}$. Khi đó $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 2x = 1 \\ 1 - 2x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases}$.

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$		
$g'(x)$		-	0	+	0	-

Dựa vào bảng xét dấu ta thấy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1;0)$.

Cách 3: Cách trắc nghiệm.

Ta có: $g(x) = f(1 - 2x) - 2x^2 + 1 \Rightarrow g'(x) = -2f'(1 - 2x) - 4x$.

Ta lần lượt thử các đáp án.

Thử đáp án A: Chọn $x = -1,25 \in \left(-\frac{3}{2}; -1\right) \Rightarrow g'(-1,25) = -2f'(3,5) - 5$.

Nhìn đồ thị $f'(x)$ ta thấy $f'(3,5) > 0 \Rightarrow g'(-1,25) < 0 \Rightarrow$ loại đáp án #A.

Thử đáp án B: Chọn $x = 0,25 \in \left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right) \Rightarrow g'(0,25) = -2f'(0,5) - 1$.

Nhìn đồ thị $f'(x)$ ta thấy $f'(0,5) > 0 \Rightarrow g'(0,25) < 0 \Rightarrow$ loại đáp án B

Thử đáp án C: Chọn $x = -0,5 \in (-1;0) \Rightarrow g'(-0,5) = -2f'(2) + 2$.

Nhìn đồ thị $f'(x)$ ta thấy $f'(2) < 0 \Rightarrow -2f'(2) > 0 \Rightarrow g'(-0,5) > 0 \Rightarrow$ Chọn đáp án C

Thử đáp án D: Chọn $x = 2 \in (1;3) \Rightarrow g'(2) = -2f'(-3) - 8$.

Nhìn đồ thị $f'(x)$ ta thấy $f'(-3) > 0 \Rightarrow -2f'(-3) < 0 \Rightarrow g'(2) < 0 \Rightarrow$ loại đáp án D