BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ THI THAM KHẢO

(Đề thi có 05 trang)

KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM 2024

Bài thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ, tên thí sinh: ....

Số báo danh: ....

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 3. **B.** -2. **C.** 2. **D.** -1.

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = 5 - 6x^2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = 5 - 2x^3 + C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x = 5x - 2x^3 + C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = 5x - 6x^3 + C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = 5 - 3x^3 + C$.

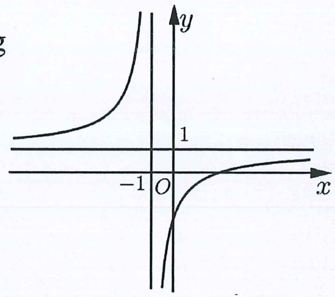
Câu 3: Tập nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 - 7) = 2$ là

A. $\{-4\,;\,4\}$. **B.** $\{4\}$. **C.** $\{2\}$. **D.** $\{16\}$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-2)$ và $B(3;-1;2)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$ là

A. $(2;-2;4)$. **B.** $(2;0;0)$. **C.** $(1;-1;2)$. **D.** $(-2;2;-4)$.

Câu 5: Cho hàm số $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ $(a, b, c, d \in \mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là



A. $y = 0$. **B.** $y = 2$.

C. $y = -1$. **D.** $y = 1$.

Câu 6: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	2	↗	3	↘	2	↗	$+\infty$

A. $y = -2x^4 + 4x^2 + 1$. **B.** $y = x^3 - 4x^2 - 2$.

C. $y = x^4 - 2x^2 + 3$. **D.** $y = \dfrac{2x-1}{x-1}$.

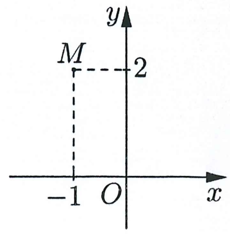
Câu 7: Tập xác định của hàm số $y = (x+1)^{\sqrt{2}}$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+2}{-3}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_2} = (1;0;-2)$. **B.** $\overrightarrow{u_1} = (2;1;-3)$. **C.** $\overrightarrow{u_3} = (2;1;3)$. **D.** $\overrightarrow{u_4} = (1;0;2)$.

Câu 9: Điểm M trong hình bên là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?



A. $2+i$. B. $-1+2i$.

C. $2-i$. D. $-1-2i$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;1)$ và bán kính $R=5$. Phương trình của (S) là

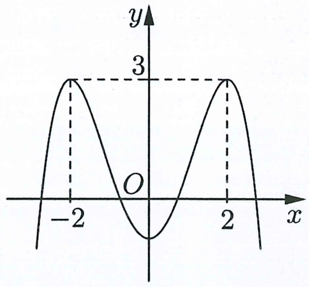
A. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=25$. B. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=25$.

C. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=5$. D. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=5$.

Câu 11: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2 a^{\frac{1}{3}}$ bằng

A. $\frac{3}{2}\log_2 a$. B. $3\log_2 a$. C. $\frac{1}{3}\log_2 a$. D. $\frac{2}{3}\log_2 a$.

Câu 12: Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-2;2)$. B. $(-\infty;2)$.

C. $(-2;0)$. D. $(0;2)$.

Câu 13: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $5a^2$ và chiều cao bằng $6a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $15a^3$. B. $5a^3$. C. $10a^3$. D. $30a^3$.

Câu 14: Tập nghiệm của bất phương trình $2^x<5$ là

A. $(-\infty;\log_2 5]$. B. $(-\infty;\log_2 5)$. C. $(-\infty;\log_5 2]$. D. $(-\infty;\log_5 2)$.

Câu 15: Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$?

A. $y=\ln x$. B. $y=\log_3 x$. C. $y=\log x$. D. $y=\log_{\frac{1}{3}} x$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxy)?

A. $\vec{n}=(1;1;0)$. B. $\vec{j}=(0;1;0)$. C. $\vec{i}=(1;0;0)$. D. $\vec{k}=(0;0;1)$.

Câu 17: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)(x-1)$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1. B. 4. C. 3. D. 2.

Câu 18: Nếu $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=3$ và $\int_1^2 g(x)\mathrm{d}x=5$ thì $\int_1^2\big(f(x)-g(x)\big)\mathrm{d}x$ bằng

A. 2. B. -2. C. 8. D. $\frac{3}{5}$.

Câu 19: Nếu $\int_{-1}^2 f(x)\mathrm{d}x=3$ thì $\int_2^{-1} f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 3. B. -3. C. 1. D. -1.

Câu 20: Cho khối chóp có diện tích đáy bằng $7a^2$ và chiều cao bằng $9a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $9a^3$. B. $21a^3$. C. $84a^3$. D. $63a^3$.

Câu 21: Cho hai số phức $z_1=1-3i$ và $z_2=-4+i$. Số phức z_1+z_2 bằng

A. $-3-3i$. B. $3-4i$. C. $3-2i$. D. $-3-2i$.

Câu 22: Cho hình nón có bán kính đáy r, chiều cao h và độ dài đường sinh l. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $l = \sqrt{h + r}$. B. $l = \sqrt{h^2 + r^2}$. C. $l = hr$. D. $l = h^2 + r^2$.

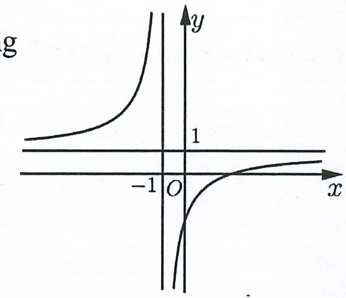
Câu 23: Có bao nhiêu cách xếp 5 học sinh ngồi vào một dãy gồm 5 chiếc ghế sao cho mỗi chiếc ghế có đúng một học sinh ngồi?

A. 600. B. 120. C. 3125. D. 25.

Câu 24: Hàm số $F(x) = \mathrm{e}^{2x}$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

A. $f_4(x) = \frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x}$. B. $f_1(x) = \mathrm{e}^{2x}$. C. $f_2(x) = \mathrm{e}^{x^2}$. D. $f_3(x) = 2\mathrm{e}^{2x}$.

Câu 25: Cho hàm số $y = \dfrac{ax + b}{cx + d}$ $(a, b, c, d \in \mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là



A. 2. B. 0.

C. 1. D. 3.

Câu 26: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng r và diện tích xung quanh bằng S. Chiều cao của hình trụ đã cho bằng

A. $\dfrac{S}{2\pi r}$. B. $\dfrac{S}{\pi r}$. C. $\dfrac{2S}{\pi r}$. D. $\dfrac{S}{2r}$.

Câu 27: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_2 = 7$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. $\dfrac{7}{3}$. B. $\dfrac{3}{7}$. C. -4. D. 4.

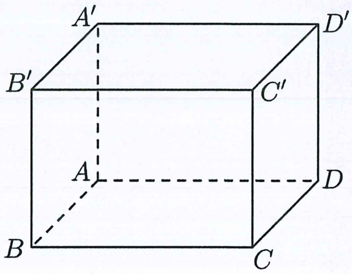
Câu 28: Số phức $z = 4 - 5i$ có phần ảo bằng

A. -5. B. -4. C. $-5i$. D. 4.

Câu 29: Cho số phức $z = 3 - i$, phần thực của số phức $(1 - i)\overline{z}$ bằng

A. 4. B. 2. C. -4. D. -2.

Câu 30: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình bên). Góc giữa hai đường thẳng CD và AB' bằng



A. 90°. B. 60°.

C. 30°. D. 45°.

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng a, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = \dfrac{\sqrt{3}a}{3}$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) bằng

A. $\dfrac{a}{2}$. B. a. C. $\dfrac{\sqrt{3}a}{3}$. D. $\dfrac{\sqrt{14}a}{7}$.

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x - 1)(x - 3)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0; 3)$. B. $(3; +\infty)$. C. $(-\infty; 2)$. D. $(1; 3)$.

Câu 33: Từ một hộp chứa 12 viên bi gồm 3 viên bi đỏ, 4 viên bi xanh và 5 viên bi vàng, lấy ngẫu nhiên đồng thời 4 viên bi. Xác suất để trong bốn viên bi được lấy có ít nhất một viên bi đỏ bằng

A. $\dfrac{13}{55}$. B. $\dfrac{41}{55}$. C. $\dfrac{14}{55}$. D. $\dfrac{42}{55}$.

Câu 34: Nếu $\int\limits_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x = 4$ thì $\int\limits_{-1}^{2} \big(3 - f(x)\big)\mathrm{d}x$ bằng

A. 7. **B.** 13. **C.** 5. **D.** -1.

Câu 35: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = -x^4 + 6x^2 - 4$ bằng

A. $-\sqrt{3}$. **B.** -4. **C.** 5. **D.** $\sqrt{3}$.

Câu 36: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2(32a^4)$ bằng

A. $5 - 4\log_2 a$. **B.** $5 + 4a$. **C.** $5 - 4a$. **D.** $5 + 4\log_2 a$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm $I(4;0;0)$ và đi qua điểm $M(0;-3;0)$ có phương trình là

A. $(x-4)^2 + y^2 + z^2 = 5$. **B.** $(x+4)^2 + y^2 + z^2 = 5$.

C. $(x+4)^2 + y^2 + z^2 = 25$. **D.** $(x-4)^2 + y^2 + z^2 = 25$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;0;1)$, $B(1;0;2)$ và $C(3;2;3)$. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 2 \\ z = 1 + t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = -1 + 4t \\ y = 2t \\ z = 1 + 5t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 2 + 2t. \\ z = 5 + t \end{cases}$

Câu 39: Cho a và b là hai số thực dương phân biệt, khác 1 và thỏa mãn $\log_a^2(a^2b).\log_a \dfrac{b}{a} + 4 = 0$. Giá trị của $\log_b a$ bằng

A. -3. **B.** 3. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $-\dfrac{1}{3}$.

Câu 40: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[1;20]$ sao cho ứng với mỗi m, hàm số $y = \dfrac{-x^2 + 3x - m - 1}{3x - m}$ đồng biến trên khoảng $(2;3)$?

A. 17. **B.** 14. **C.** 15. **D.** 13.

Câu 41: Xét $f(x) = ax^4 + bx^2 + c\,(a, b, c \in \mathbb{R}, a > 0)$ sao cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ có ba điểm cực trị là A, B và $C\left(1; -\dfrac{3}{5}\right)$. Gọi $y = g(x)$ là hàm số bậc hai có đồ thị đi qua ba điểm A, B và C. Khi hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $y = f(x), y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = 0, x = 1$ có diện tích bằng $\dfrac{2}{5}$, tích phân $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 1. **B.** -1. **C.** $-\dfrac{17}{15}$. **D.** $\dfrac{17}{15}$.

Câu 42: Xét các số phức $z, w\,(w \neq 2)$ thỏa mãn $|z| = 1$ và $\dfrac{w+2}{w-2}$ là số thuần ảo. Khi $|z - w| = \sqrt{3}$, giá trị của $|2z + w|$ bằng

A. $\dfrac{9\sqrt{7}}{2}$. **B.** $\dfrac{3\sqrt{7}}{2}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. **D.** $2\sqrt{3}$.

Câu 43: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $A'A = A'B = A'C = a$. Biết góc giữa hai mặt phẳng $(BCC'B')$ và (ABC) bằng 30°, thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{24}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{8}$. **C.** $\dfrac{3a^3}{8}$. **D.** $\dfrac{a^3}{8}$.

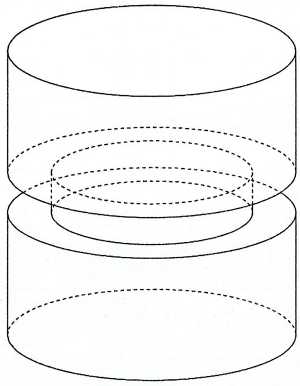
Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;2)$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2=1$. Biết B,C,D là ba điểm phân biệt trên (S) sao cho các tiếp diện của (S) tại mỗi điểm đó đều đi qua A. Hỏi mặt phẳng (BCD) đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M(1;1;1)$. **B.** $P(-3;1;1)$. **C.** $N(-1;1;1)$. **D.** $Q(1;1;-1)$.

Câu 45: Để chế tạo một chi tiết máy, từ một khối thép hình trụ có bán kính 10 cm và chiều cao 30 cm, người ta khoét bỏ một rãnh xung quanh rộng 1 cm và sâu 1 cm (tham khảo hình vẽ bên). Tính thể tích của chi tiết máy đó, làm tròn kết quả đến hàng phần nghìn.

A. $9110{,}619\ \text{cm}^3$. **B.** $9170{,}309\ \text{cm}^3$.

C. $9365{,}088\ \text{cm}^3$. **D.** $8997{,}521\ \text{cm}^3$.



Câu 46: Xét các số thực không âm x,y thỏa mãn $y\log_3(3x+y+9)=(x^2+3x+y)\log_3(x+3)$. Khi biểu thức $y-5x$ đạt giá trị nhỏ nhất, giá trị của biểu thức $x-2y$ bằng

A. -1. **B.** 2. **C.** -7. **D.** -31.

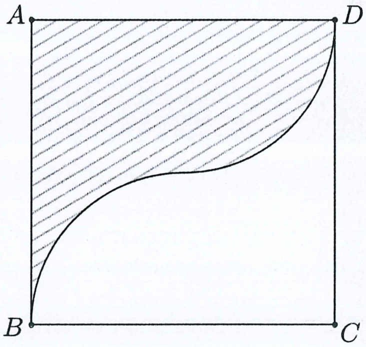
Câu 47: Xét các số phức z,w thỏa mãn $|z-w|=2|z|=2$ và số phức $\overline{z}.w$ có phần thực bằng 1. Giá trị lớn nhất của $P=|z+w-1+2i|$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(4;5)$. **B.** $(3;4)$. **C.** $(5;6)$. **D.** $(6;7)$.

Câu 48: Một vật trang trí có dạng một khối tròn xoay được tạo thành khi quay miền (R) (phần gạch chéo trong hình vẽ bên) quanh trục AB. Miền (R) được giới hạn bởi các cạnh AB, AD của hình vuông $ABCD$ và các cung phần tư của các đường tròn bán kính bằng 1 cm với tâm lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, AD. Tính thể tích của vật trang trí đó, làm tròn kết quả đến hàng phần mười.

A. $20{,}3\ \text{cm}^3$. **B.** $10{,}5\ \text{cm}^3$.

C. $12{,}6\ \text{cm}^3$. **D.** $8{,}4\ \text{cm}^3$.



Câu 49: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2-3x-4, \forall x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m, hàm số $g(x)=f(-x^3+3x^2+m)$ có đúng hai điểm cực trị thuộc khoảng $(1;4)$?

A. 9. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 10.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho hình nón $(\mathcal{N})$ có đỉnh $A(2;3;0)$, độ dài đường sinh bằng 5 và đường tròn đáy nằm trên mặt phẳng $(P): 2x+y+2z-1=0$. Gọi (C) là giao tuyến của mặt xung quanh của $(\mathcal{N})$ với mặt phẳng $(Q): x-4y+z+4=0$ và M là một điểm di động trên (C). Hỏi giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn thẳng AM thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(\frac{3}{2};2\right)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $\left(1;\frac{3}{2}\right)$. **D.** $(2;3)$.

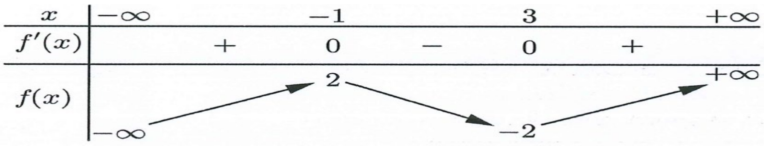
------------------------ **HẾT** ------------------------

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	B	A	A	D	C	C	B	B	A	C	C	D	B	D	D	D	B	B	B	D	B	B	D	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	D	A	A	D	A	D	B	C	C	D	D	C	D	C	A	D	C	A	C	C	C	B	A	A

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 3. **B.** -2. **C.** 2. **D.** -1.

Lời giải

Chọn B

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng -2.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)=5-6x^2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=5-2x^3+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=5x-2x^3+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=5x-6x^3+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=5-3x^3+C$.

Lời giải

Chọn B

$\int\left(5-6x^2\right)\mathrm{d}x=5x-2x^3+C$.

Câu 3. Tập nghiệm của phương trình $\log_3\left(x^2-7\right)=2$ là

A. $\{-4;4\}$. **B.** $\{4\}$. **C.** $\{2\}$. **D.** $\{16\}$.

Lời giải

Chọn A

ĐKXĐ: $\left[\begin{array}{l} x>\sqrt{7} \\ x<-\sqrt{7} \end{array}\right.$.

Với điều kiện trên ta có $\log_3\left(x^2-7\right)=2 \Leftrightarrow x^2-7=9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=4 \\ x=-4 \end{array}\right.$.

Kết hợp điều kiện ta có nghiệm của phương trình là $S=\{-4;4\}$..

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-2)$ và $B(3;-1;2)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$ là

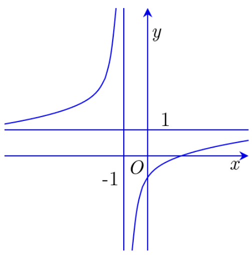
A. $A(2;-2;4)$. **B.** $A(2;0;0)$. **C.** $A(1;-1;2)$. **D.** $A(-2;2;-4)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;-2;4)$.

Câu 5. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ $(a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

A. $y=0$. **B.** $y=2$. **C.** $y=-1$. **D.** $y=1$.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị hàm số ta có tiệm cận ngang có phương trình $y=1$ và tiệm cận đứng có phương trình $x=-1$.

Câu 6. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	3	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

A. $y=-2x^4+4x^2+1$ **B.** $y=x^3-4x^2-2$. **C.** $y=x^4-2x^2+3$ **D.** $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số đã cho là hàm số trùng phương dạng $y=ax^4+bx^2+c\ (a\neq 0)$, loại B, D

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ nên $a>0$, loại **A.**

Vậy hàm số đã cho là $y=x^4-2x^2+3$.

Câu 7. Tập xác định của hàm số $y=(x+1)^{\sqrt{2}}$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số lũy thừa $y=(x+1)^{\sqrt{2}}$ có mũ $\alpha=\sqrt{2}$ là số không nguyên nên hàm số xác định khi

$x+1>0 \Leftrightarrow x>-1$.

Vậy hàm số có tập xác định là $D=(-1;+\infty)$.

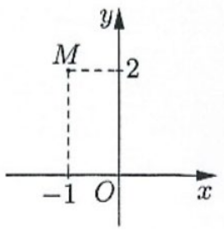
Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-3}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_2}=(1;0;-2)$. **B.** $\overrightarrow{u_1}=(2;1;-3)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(2;1;3)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(1;0;2)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 9. Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?



A. $2+i$. **B.** $-1+2i$. **C.** $2-i$. **D.** $-1-2i$.

Lời giải

Chọn B

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;1)$ và bán kính $R=5$. Phương trình của (S) là

A. $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=25$. **B.** $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=25$.
C. $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=5$. **D.** $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=5$.

Lời giải

Chọn A

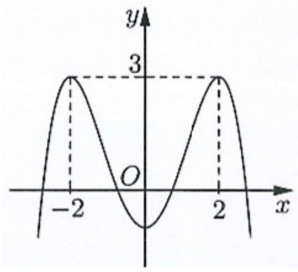
Câu 11. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2 a^{\frac{1}{3}}$ bằng

A. $\frac{3}{2}\log_2 a$. **B.** $3\log_2 a$. **C.** $\frac{1}{3}\log_2 a$. **D.** $\frac{2}{3}\log_2 a$.

Lời giải

Chọn C

Câu 12. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;2)$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(0;2)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 13. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $5a^2$ và chiều cao bằng $6a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $15a^3$. **B.** $5a^3$. **C.** $10a^3$. **D.** $30a^3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $V=B.h=5a^2.6a=30a^3$.

Câu 14. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x<5$ là

A. $(-\infty;\log_2 5]$. **B.** $(-\infty;\log_2 5)$. **C.** $(-\infty;\log_5 2]$. **D.** $(-\infty;\log_5 2)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 15. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$?

A. $y=\ln x$. **B.** $y=\log_3 x$. **C.** $y=\log x$. **D.** $y=\log_{\frac{1}{3}} x$.

Lời giải

Chọn D

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, vecto nào dưới đây là một vecto pháp tuyến của mặt phẳng (Oxy)

A. $\vec{n}=(1;1;0)$. **B.** $\vec{j}=(0;1;0)$. **C.** $\vec{i}=(1;0;0)$. **D.** $\vec{k}=(0;0;1)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 17. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)(x-1), \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow (x+1)(x-1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1 \end{array}\right.$.

Hai nghiệm $x=1;\ x=-1$ đều là các nghiệm đơn.

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là 2.

Câu 18. Nếu $\int_1^2 f(x)dx=3$ và $\int_1^2 g(x)dx=5$ thì $\int_1^2 \left[f(x)-g(x)\right]dx$ bằng

A. 2. **B.** -2. **C.** 8. **D.** $\frac{3}{5}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int_1^2 \left[f(x)-g(x)\right]dx=\int_1^2 f(x)dx-\int_1^2 g(x)dx=3-5=-2$.

Câu 19. Nếu $\int_{-1}^2 f(x)dx=3$ thì $\int_2^{-1} f(x)dx$ bằng

A. 3. **B.** -3. **C.** 1. **D.** -1.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int_2^{-1} f(x)dx=-\int_{-1}^2 f(x)dx=-3$.

Câu 20. Cho khối chóp có diện tích đáy bằng $7a^2$ và chiều cao bằng $9a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $9a^3$. **B.** $21a^3$. **C.** $84a^3$. **D.** $63a^3$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $V=\frac{1}{3}.B.h=\frac{1}{3}.7a^2.9a=21a^3$.

Câu 21. Cho hai số phức $z_1=1-3i$ và $z_2=-4+i$. Số phức z_1+z_2 bằng

A. $-3-3i$. **B.** $3-4i$. **C.** $3-2i$. **D.** $-3-2i$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $z_1+z_2=(1-3i)+(-4+i)=-3-2i$.

Câu 22. Cho hình nón có bán kính đáy r, chiều cao h và độ dài đường sinh l. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $l=\sqrt{h+r}$. **B.** $l=\sqrt{h^2+r^2}$. **C.** $l=hr$. **D.** $l=h^2+r^2$.

Lời giải

Chọn B

Câu 23. Có bao nhiêu cách xếp 5 học sinh ngồi vào một dãy gồm 5 chiếc ghế sao cho mỗi chiếc ghế có đúng một học sinh ngồi?

A. 600. **B.** 120. **C.** 3125. **D.** 25.

Lời giải

Chọn B

Mỗi cách xếp 5 học sinh ngồi vào dãy gồm 5 chiếc ghế là một hoán vị của 5 phần tử.

Số cách xếp là $P_5=5!=120$.

Câu 24. Hàm số $F(x)=e^{2x}$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

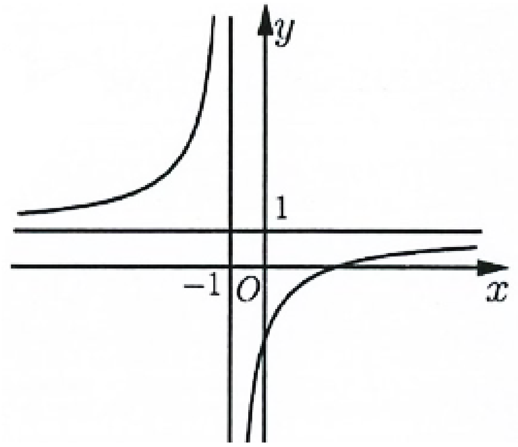
A. $f_4(x)=\frac{1}{2}e^{2x}$. **B.** $f_1(x)=e^{2x}$. **C.** $f_2(x)=e^{x^2}$. **D.** $f_3(x)=2e^{2x}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $F'(x)=f(x)$ nên $f(x)=\left(e^{2x}\right)'=2e^{2x}$.

Câu 25. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}(a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là



A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị hàm số, ta thấy số giao điểm của đồ thị với trục tung bằng 1.

Câu 26. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng r và diện tích xung quanh bằng S. Chiều cao của hình trụ đã cho bằng

A. $\dfrac{S}{2\pi r}$. **B.** $\dfrac{S}{\pi r}$. **C.** $\dfrac{2S}{\pi r}$. **D.** $\dfrac{S}{2r}$.

Lời giải

Chọn A

$S=2\pi rl\Rightarrow l=\dfrac{S}{2\pi r}\Rightarrow h=\dfrac{S}{2\pi r}$.

Câu 27. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=3$ và $u_2=7$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. $\dfrac{7}{3}$. **B.** $\dfrac{3}{7}$. **C.** -4. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Công sai của cấp số cộng: $d=u_2-u_1=7-3=4$ $d=u_2-u_1=7-3=4$.

Câu 28. Số phức $z=4-5i$ có phần ảo bằng

A. -5. **B.** -4. **C.** $-5i$. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Số phức $z=4-5i$ có phần ảo là -5.

Câu 29. Cho số phức $z=3-i$, phần thực của số phức $(1-i)\overline{z}$ bằng

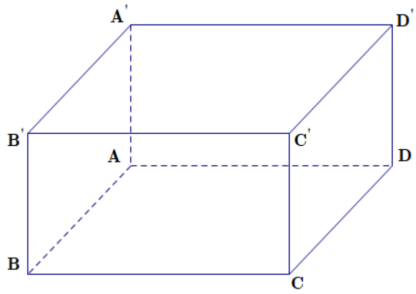
A. 4. **B.** 2. **C.** -4. **D.** -2.

Lời giải

Chọn A

Ta có $(1-i)\overline{z}=(1-i)(3+i)=4-2i$. Suy ra phần thực của số phức $(1-i)\overline{z}$ bằng 4.

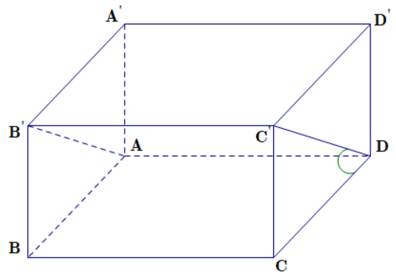
Câu 30. Cho hình lập phương $ABCD\cdot A'B'C'D'$ (tham khảo hình bên). Góc giữa hai đường thẳng CD và AB' bằng



A. 90°. **B.** 60°. **C.** 30°. **D.** 45°.

Lời giải

Chọn D



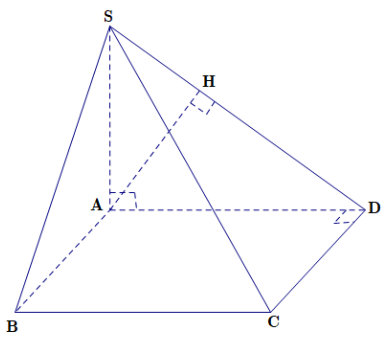
Ta có $AB' \parallel DC' \Rightarrow (AB', DC) = (DC', DC) = \angle CDC' = 45^\circ$.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng a, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = \dfrac{\sqrt{3}a}{3}$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) bằng

A. $\dfrac{a}{2}$. **B.** a. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{14}}{7}$.

Lời giải

Chọn A



Trong (SAD), gọi H là hình chiếu của A đến đường thẳng SD. Khi đó $AH \perp SD (1)$.

Mặt khác $DC \perp (SAD) \Rightarrow DC \perp AH (2)$.

Từ $(1)(2) \Rightarrow AH \perp (SCD) \Rightarrow d(A,(SCD)) = AH = \dfrac{SA.AD}{\sqrt{SA^2 + SD^2}} = \dfrac{a}{2}$.

Câu 32. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)(x-3), \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;3)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $(1;3)$.

Lời giải

Chọn D

Ta xét: $f'(x)=0 \Leftrightarrow (x-1)(x-3)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=3 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu $f'(x)$:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;3)$.

Câu 33. Từ một hộp chứa 12 viên bi gồm 3 viên bi đỏ, 4 viên bi xanh và 5 viên bi vàng, lấy ngẫu nhiên đồng thời 4 viên bi. Xác suất để trong bốn viên bi được lấy có ít nhất một viên bi đỏ bằng

A. $\frac{13}{55}$. **B.** $\frac{41}{55}$. **C.** $\frac{14}{55}$. **D.** $\frac{42}{55}$.

Lời giải

Chọn B

Không gian mẫu là Ω, ta có: $n(\Omega)=C_{12}^4=495$.

Biến cố A:" trong bốn viên bi được lấy có ít nhất một viên bi đỏ "

Khi đó: $\overline{A}$:" trong bốn viên bi được lấy không có viên bi đỏ "

Ta có: $n(\overline{A})=C_9^4=126$, suy ra $n(A)=495-126=369$.

Vậy xác suất của biến cố A là $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{369}{495}=\frac{41}{55}$.

Câu 34. Nếu $\int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x=4$ thì $\int_{-1}^{2}(3-f(x))\mathrm{d}x$ bằng

A. 7. **B.** 13. **C.** 5. **D.** -1.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int_{-1}^{2}(3-f(x))\mathrm{d}x=\int_{-1}^{2}3\mathrm{d}x-\int_{-1}^{2}f(x)\mathrm{d}x=9-4=5$.

Câu 35. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=-x^4+6x^2-4$ bằng

A. $-\sqrt{3}$. **B.** -4. **C.** 5. **D.** $\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C

$f(x)=-x^4+6x^2-4$ TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

$f'(x)=-4x^3+12x^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\pm\sqrt{3} \\ x=0 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$-\sqrt{3}$		0		$\sqrt{3}$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	-4	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ bằng 5.

Câu 36. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2(32a^4)$ bằng

A. $5-4\log_2 a$. **B.** $5+4a$. **C.** $5-4a$. **D.** $5+4\log_2 a$.

Lời giải

Chọn D

$\log_2\left(32a^4\right)=\log_2 32+\log_2 a^4=5+4\log_2 a$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm $I\left(4;0;0\right)$ và đi qua điểm $M\left(0;-3;0\right)$ có phương trình là

A. $\left(x-4\right)^2+y^2+z^2=5$. **B.** $\left(x+4\right)^2+y^2+z^2=5$.

C. $\left(x+4\right)^2+y^2+z^2=25$. **D.** $\left(x-4\right)^2+y^2+z^2=25$.

Lời giải

Chọn D

Bán kính mặt cầu $R=IM=\sqrt{\left(0-4\right)^2+\left(-3-0\right)^2+0^2}=5$.

Phương trình mặt cầu có tâm $I\left(4;0;0\right)$ và bán kính $R=5$ là: $\left(x-4\right)^2+y^2+z^2=25$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A\left(-1;0;1\right)$, $B\left(1;0;2\right)$, $C\left(3;2;3\right)$. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là

A. $\begin{cases}x=2-t\\y=2\\z=1+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-1+4t\\y=2t\\z=1+5t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-1+2t\\y=2t\\z=1+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=4+2t\\y=2+2t\\z=5+t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có vec tơ chỉ phương là $\overrightarrow{BC}=\left(2;2;1\right)$.

Phương trình đường thẳng đi qua $A\left(-1;0;1\right)$ và nhận $\overrightarrow{BC}=\left(2;2;1\right)$ là vec tơ chỉ phương là

$$\begin{cases}x=-1+2t\\y=2t\\z=1+t\end{cases}.$$

Câu 39. Cho a và b là hai số thực dương phân biệt, khác 1 và thỏa mãn $\log_a^2\left(a^2b\right).\log_a\frac{b}{a}+4=0$. Giá trị của $\log_b a$ bằng

A. -3. **B.** 3. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $-\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_a^2\left(a^2b\right).\log_a\frac{b}{a}+4=0\Leftrightarrow\left(\log_a b+2\right)^2\left(\log_a b-1\right)+4=0$.

Đặt $t=\log_a b;\ t\neq 0$. Ta có phương trình

$\left(t+2\right)^2\left(t-1\right)+4=0\Leftrightarrow\left(t^2+4t+4\right)\left(t-1\right)+4=0$

$\Leftrightarrow t^3-t^2+4t^2-4t+4t-4+4=0\Leftrightarrow t^3+3t^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=0\ (L)\\t=-3\end{array}\right.$.

Vậy $\log_a b=-3\Leftrightarrow\log_b a=-\frac{1}{3}$.

Câu 40. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $\left[1;20\right]$ để ứng với mỗi, hàm số $y=\frac{-x^2+3x-m-1}{3x-m}$ đồng biến trên khoảng $\left(2;3\right)$?

A. 17. **B.** 14. **C.** 15. **D.** 13.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x \neq \frac{m}{3}$.

Ta có $y' = \frac{-3x^2 + 2mx + 3}{(3x - m)^2}$.

Hàm số $y = \frac{-x^2 + 3x - m - 1}{3x - m}$ đồng biến trên khoảng $(2;3)$

$\Leftrightarrow \frac{-3x^2 + 2mx + 3}{(3x-m)^2} \geq 0;\ \forall x \in (2;3) \Leftrightarrow \begin{cases} -3x^2 + 2mx + 3 \geq 0;\ \forall x \in (2;3) & (1) \\ \frac{m}{3} \notin (2;3) & (2) \end{cases}$.

Ta có $(2) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \frac{m}{3} \geq 3 \\ \frac{m}{3} \leq 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \geq 9 \\ m \leq 6 \end{array}\right.$.

$(1) \Leftrightarrow 2m \geq 3x - \frac{3}{x} = g(x),\ \forall x \in (2;3)$.

Mà $g'(x) = 3 + \frac{3}{x^2} > 0,\ \forall x \in (2;3) \Rightarrow g(x)$ luôn đồng biến trên $(2;3)$.

Do đó $2m \geq 3x - \frac{3}{x} = g(x),\ \forall x \in (2;3) \Leftrightarrow 2m \geq g(3) \Leftrightarrow 2m \geq 8 \Leftrightarrow m \geq 4$.

Kết hợp hai điều kiện ta được $\left[\begin{array}{l} m \geq 9 \\ 4 \leq m \leq 6 \end{array}\right.$. Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{4;5;6;9;10;...;20\}$.

Vậy có 15 số nguyên m thỏa mãn.

Câu 41. Xét $f(x) = ax^4 + bx^2 + c(a,b,c \in \mathbb{R}, a > 0)$ sao cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ có ba điểm cực trị là A,B và $C\left(1;-\frac{3}{5}\right)$. Gọi $y = g(x)$ là hàm số bậc hai có đồ thị đi qua ba điểm A,B và C. Khi hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $y = f(x), y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = 0, x = 1$ có diện tích bằng $\frac{2}{5}$, tích phân $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 1. **B.** -1. **C.** $-\frac{17}{15}$. **D.** $\frac{17}{15}$.

Lời giải

Chọn A

Dễ thấy $f'(x)$ có ba nghiệm $x = 0, x = 1, x = -1$ suy ra $f'(x) = 4ax(x^2 - 1)$.

Từ đó ta có $f(x) = ax^4 - 2ax^2 + c$.

Mặt khác, từ giả thiết đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại hai điểm có hoành độ $x = \pm 1$ và tiếp xúc tại điểm có hoành độ $x = 0$ nên $f(x) - g(x) = ax^2(x^2 - 1)$.

Từ hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $y = f(x), y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = 0, x = 1$ có diện tích bằng $\frac{2}{5}$ ta có phương trình $\int_0^1 \left|ax^2(x^2 - 1)\right| dx = \frac{2}{5}$

$\Leftrightarrow a\int_0^1 \left(x^2-x^4\right)dx=\frac{2}{5}\Leftrightarrow a=3\Rightarrow f\left(x\right)=3x^4-6x^2+\frac{12}{5}$

$\Rightarrow \int_0^1 f\left(x\right)dx=\int_0^1\left(3x^4-6x^2+\frac{12}{5}\right)dx=1$

Câu 42. Xét các số phức $z,w\left(w\neq 2\right)$ thỏa mãn $|z|=1$ và $\frac{w+2}{w-2}$ là số thuần ảo. Khi $|z-w|=\sqrt{3}$, giá trị của $|2z+w|$ bằng

A. $\frac{9\sqrt{7}}{2}$. **B.** $\frac{3\sqrt{7}}{2}$. **C.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. **D.** $2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D

• Đặt $w=a+bi,\left(a,b\in\mathbb{R}\right)$, $P=|2z+w|$

• Ta có:

$\frac{w+2}{w-2}=\frac{(a+2)+bi}{(a-2)+bi}=\frac{\left[(a+2)+bi\right]\left[(a-2)-bi\right]}{(a-2)^2+b^2}=\frac{\left(a^2-4+b^2\right)}{(a-2)^2+b^2}+\frac{\left((a-2)b-(a+2)b\right)i}{(a-2)^2+b^2}$

$\frac{w+2}{w-2}$ là số thuần ảo $\Rightarrow a^2+b^2=4\Rightarrow |w|^2=4.$

(Ta có thể làm gọn như sau:

$\frac{w+2}{w-2}$ là số thuần ảo suy ra $\frac{w+2}{w-2}+\frac{\overline{w}+2}{\overline{w}-2}=0$. Biến đổi ta được $|w|^2=4.$)

• $|z-w|=\sqrt{3}\Rightarrow 3=|z-w|^2=\left(z-w\right)\left(\overline{z}-\overline{w}\right)\ \Rightarrow 3=|z|^2-\left(z\overline{w}+\overline{z}w\right)+|w|^2$

$\Leftrightarrow 3=1-\left(z\overline{w}+\overline{z}w\right)+4\ \Rightarrow z\overline{w}+\overline{z}w=2$

• $P^2=|2z+w|^2=\left(2z+w\right)\left(2\overline{z}+\overline{w}\right)=4|z|^2+2\left(z\overline{w}+\overline{z}w\right)+|w|^2=4.1+2.2+4=12$

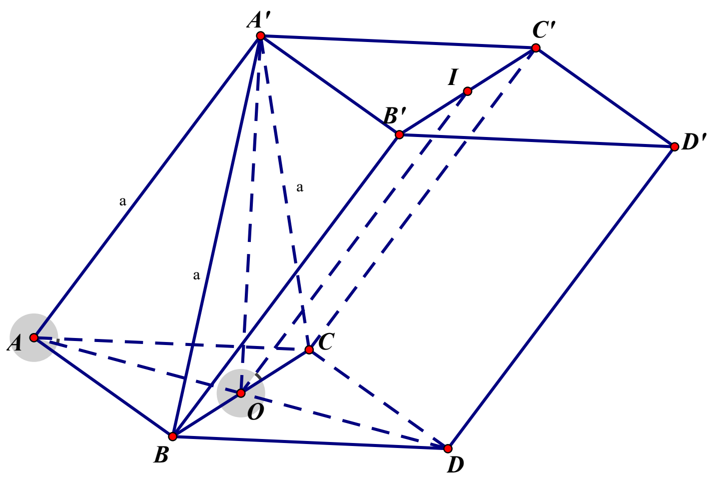
$\Rightarrow\ P=2\sqrt{3}$.

Câu 43. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $A'A=A'B=A'C=a$ Biết góc giữa $\left(BCC'B'\right)$ và $\left(ABC\right)$ bằng $30°$, thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$. **C.** $\frac{3a^3}{8}$. **D.** $\frac{a^3}{8}$.

Lời giải

Chọn C



Do ABC là tam giác vuông cân tại A, cạnh $A'A = A'B = A'C = a$

Gọi O là trung điểm của BC $\Rightarrow$ O là tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Khi đó hình chiếu vuông góc của A' lên mặt đáy là điểm O

Gọi D sao cho $ABCD$ là hình vuông và I là trung điểm của $B'C'$.

$(BCC'B') \cap (ABC) = BC$

$(ABC): OD \perp BC$

$(BCC'B'): IO \perp BC$

$\Rightarrow \widehat{IOD} = 30^0$

Do $\widehat{A'OD} = 90^0 \Rightarrow \widehat{A'OI} = 90^0 - 30^0 = 60^0$

$OI // A'A \Rightarrow \widehat{AA'O} = \widehat{A'OI} = 60^0$ (so le trong)

Ta có $\Delta AA'O$ vuông tại O: $\sin 60^0 = \dfrac{AO}{A'A} \Rightarrow AO = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

$A'O = \sqrt{a^2 - \dfrac{3}{4}a^2} = \dfrac{1}{2}a$

Ta có ΔABC: vuông cân tại A: $AB = AO\sqrt{2} = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$

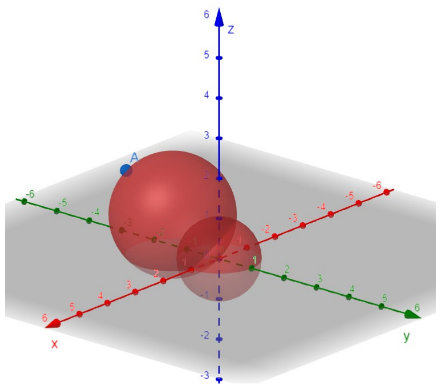
Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC}.A'O = \dfrac{1}{2}AB.AC.A'O = \dfrac{1}{2}.\left(\dfrac{a\sqrt{6}}{2}\right)^2.\dfrac{1}{2}a = \dfrac{3}{8}a^3$.

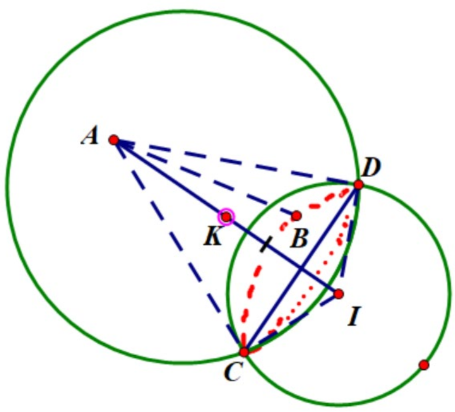
Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;-2;2)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 1$. Biết B, C, D là ba điểm phân biệt trên (S) sao cho các tiếp diện của (S) tại mỗi điểm đó đều đi qua A. Hỏi mặt phẳng (BCD) đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M(1;1;1)$ **B.** $P(-3;1;1)$ **C.** $N(-1;1;1)$. **D.** $Q(1;1;-1)$.

Lời giải

Chọn A





$(S): x^2 + y^2 + z^2 = 1$ có tâm $I(0;0;0)$ và bán kính $R = 1$

Ta có $AO = 3 > R$. Nên A nằm ngoài mặt cầu.

Do $\widehat{ACI} = \widehat{ABI} = \widehat{ADI} = 90^0$.

Nên B,C,D thuộc mặt cầu (S_2) tâm $K\left(\frac{1}{2};-1;1\right)$ và bán kính $\frac{AI}{2}=\frac{3}{2}$

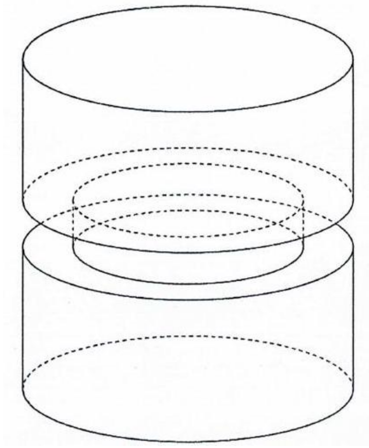
$(S_2):\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=\frac{9}{4} \Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-x+2y-2z=0$

Khi đó mặt phẳng (BCD) là giao của 2 mặt cầu $(S);(S_2)$

Giải hệ: $\begin{cases} x^2+y^2+z^2-x+2y-2z=0 \\ x^2+y^2+z^2=1 \end{cases} \Rightarrow x-2y+2z-1=0$

Ta có $M(1;1;1)$ thuộc (BCD) vì $1-2.1+2.1-1=0$.

Câu 45. Để chế tạo một chi tiết máy, từ một khối thép hình trụ có bán kính 10 cm và chiều cao 30 cm, người ta khoét bỏ một rãnh xung quanh rộng 1 cm và sâu 1 cm (tham khảo hình vẽ bên). Tính thể tích của chi tiết máy đó, làm tròn kết quả đến hàng phần nghìn.



A. $9110,619\ \text{cm}^3$. **B.** $9170,309\ \text{cm}^3$. **C.** $9365,088\ \text{cm}^3$. **D.** $8997,521\ \text{cm}^3$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích của cái rãnh bỏ bị khoét bỏ đi là: $\pi.10^2.1-\pi.9^2.1=19\pi\ \text{cm}^3$.

Thể tích của chi tiết máy đó là: $\pi.10^2.30-19\pi=2981\pi\approx 9365,088\ \text{cm}^3$.

Câu 46. Xét các số thực không âm x,y thỏa mãn $y\log_3(3x+y+9)=(x^2+3x+y)\log_3(x+3)$. Khi biểu thức $y-5x$ đạt giá trị nhỏ nhất, giá trị của biểu thức $x-2y$ bằng

A. -1. **B.** 2. **C.** -7. **D.** -31.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y\log_3(3x+y+9)=(x^2+3x+y)\log_3(x+3)$

$\Leftrightarrow y\log_3(3x+y+9)-y\log_3(x+3)=(x^2+3x)\log_3(x+3)$

$\Leftrightarrow y\left[\log_3(3x+y+9)-\log_3(x+3)\right]=(x^2+3x)\log_3(x+3)$

$\Leftrightarrow y\left[\log_3\left(\frac{3x+y+9}{x+3}\right)\right]=(x^2+3x)\log_3(x+3)$

$\Leftrightarrow y\left[\log_3\left(3+\frac{y}{x+3}\right)\right]=x(x+3)\log_3(x+3)$

$\Leftrightarrow \dfrac{y}{(x+3)}\left[\log_3\left(3+\dfrac{y}{x+3}\right)\right]=x\log_3(x+3)$ (1)

Xét hàm số $g(t)=t\log_3(3+t),\forall t\geq 0$. Ta có: $g'(t)=\log_3(3+t)+t.\dfrac{1}{(3+t)\ln 3}>0,\forall t>0$. Suy ra hàm số $g(t)=t\log_3(3+t),\forall t\geq 0$ luôn đồng biến. Do đó, từ (1) suy ra:

$x=\dfrac{y}{x+3}\Leftrightarrow y=x(x+3)$.

Biểu thức: $y-5x=x(x+3)-5x=x^2-2x$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $x=1$, suy ra $y=4$.

Vậy $x-2y=1-2.4=-7$.

Câu 47. Xét các số phức z,w thỏa mãn $|z-w|=2|z|=2$ và số phức $\overline{z}.w$ có phần thực bằng 1. Giá trị lớn nhất của $P=|z+w-1+2i|$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(4;5)$. **B.** $(3;4)$. **C.** $(5;6)$. **D.** $(6;7)$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $\overline{z}.w=1+bi$, suy ra $z.\overline{w}=\overline{\overline{z}.w}=\overline{1+bi}=1-bi$ nên $\overline{z}.w+z.\overline{w}=2$.

Ta có:

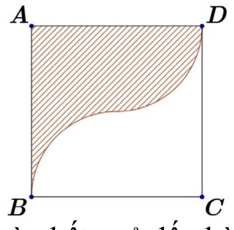
$|z-w|=2\Rightarrow 4=|z-w|^2=(z-w)(\overline{z-w})=(z-w)(\overline{z}-\overline{w})=z.\overline{z}+w.\overline{w}-(z.\overline{w}+\overline{z}.w)$

$=|z|^2+|w|^2-(z.\overline{w}+\overline{z}.w)=1+|w|^2-2=|w|^2-1\Rightarrow|w|=\sqrt{5}$

$|z+w|^2=(z+w).(\overline{z+w})=(z+w).(\overline{z}+\overline{w})=|z|^2+|w|^2+(z.\overline{w}+\overline{z}.w)=1+5+2=8\Rightarrow|z+w|=2\sqrt{2}$

Khi đó: $P=|z+w-1+2i|=|(z+w)+(-1+2i)|\leq|z+w|+|-1+2i|=2\sqrt{2}+\sqrt{5}$.

Câu 48. Một vật trang trí có dạng một khối tròn xoay được tạo thành khi quay miền (R) (phần gạch chéo trong hình vẽ bên) quanh trục AB. Miền (R) được giới hạn bởi các cạnh AB, AD của hình vuông $ABCD$ và các cung phần tư của các đường tròn bán kính bằng 1 cm với tâm lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, AD.

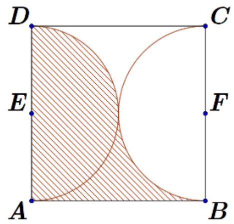


Tính thể tích của vật trang trí đó, làm tròn kết quả đến hàng phần mười

A. $20,3\ cm^3$. **B.** $10,5\ cm^3$. **C.** $12.6\ cm^3$. **D.** $8,4\ cm^3$.

Lời giải

Chọn B



Chọn AB chứa trong trục Ox và $A\equiv O(0;0)$.

Khi đó $E(0;1)$ và $F(2;1)$ với E, F lần lượt là trung điểm của AD, BC.

Khi đó đường tròn tâm E chứa cung tròn AD là $x^2+(y-1)^2=1$ và đường tròn tâm F chứa cung tròn BC là $(x-2)^2+(y-1)^2=1$.

Suy ra phương trình cung trên của đường tròn tâm E là $y=\sqrt{1-x^2}+1$ và phương trình cung dưới của của đường tròn tâm F là $y=-\sqrt{1-(x-2)^2}+1$.

Khi đó, thể tích vật thể trang trí là

$$V=\pi\int_0^1\left(\sqrt{1-x^2}+1\right)^2\mathrm{d}x+\pi\int_1^2\left(-\sqrt{1-(x-2)^2}+1\right)^2\mathrm{d}x\approx 10,5\ cm^3.$$

Câu 49. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2-3x-4, \forall x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m, hàm số $g(x)=f\left(-x^3+3x^2+m\right)$ có đúng hai điểm cực trị thuộc khoảng $(1;4)$?

A. 9. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 10.

Lời giải

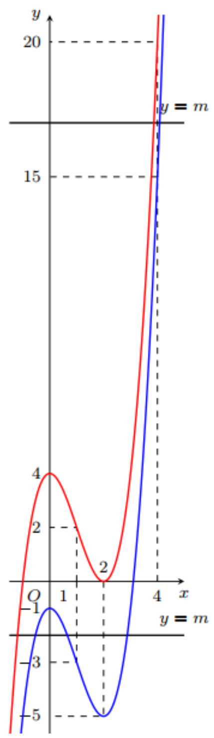
Chọn A

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow x^2-3x-4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=4\\x=-1.\end{array}\right.$

Mặt khác $g'(x)=\left(-3x^2+6x\right)f'\left(-x^3+3x^2+m\right)$ suy ra $g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\in(1;4)\\f'\left(-x^3+3x^2+m\right)=0.\end{array}\right.$

Lại có $f'\left(-x^3+3x^2+m\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-x^3+3x^2+m=4\\-x^3+3x^2+m=-1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=x^3-3x^2+4\\m=x^3-3x^2-1.\end{array}\right.$

Vẽ đồ thị hai hàm số $y=x^3-3x^2+4$ và $y=x^3-3x^2-1$ lên cùng một mặt phẳng tọa độ.



Yêu cầu bài toán tương đương $f'\left(-x^3+3x^2+m\right)=0$ có đúng một nghiệm đơn khác 2 trong khoảng $(1;4)$ suy ra $\left[\begin{array}{l}-3\le m\le 0\\15\le m<20\end{array}\right.$. Vậy có tất cả 9 giá trị.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho hình nón (N) có đỉnh $A(2;3;0)$, độ dài đường sinh bằng 5 và đường tròn đáy nằm trên mặt phẳng $(P):2x+y+2z-1=0$. Gọi (C) là giao tuyến của mặt xung quanh của (N) với mặt phẳng $(Q):x-4y+z+4=0$ và M là một điểm di động trên (C). Hỏi giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn thẳng AM thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(\frac{3}{2};2\right)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $\left(1;\frac{3}{2}\right)$. **D.** $(2;3)$.

Lời giải

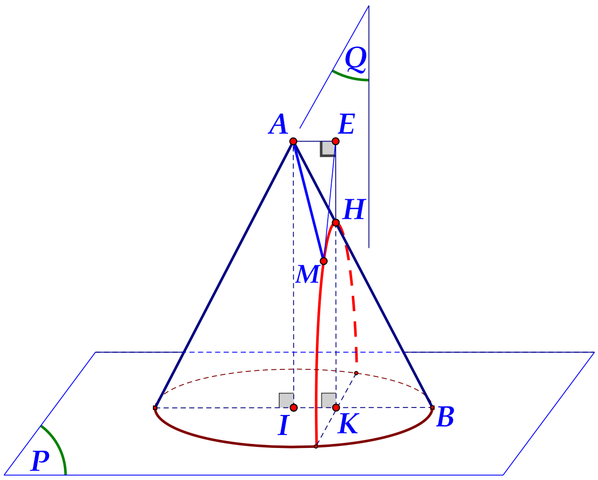
Chọn A

Gọi l,h,r lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính của hình nón.

Theo đề bài ta có $l=5$ và $h=d\left(A,(P)\right)=2$. Suy ra $r=\sqrt{l^2-h^2}=\sqrt{21}$.

Mặt khác $\begin{cases}\overrightarrow{n_P}=(2;1;2)\\\overrightarrow{n_Q}=(1;-4;1)\end{cases}\Rightarrow\overrightarrow{n_P}.\overrightarrow{n_Q}=0\Rightarrow(P)\perp(Q)$.

Khi đó giao tuyến (C) là một parabol có đỉnh H (như hình vẽ).



Gọi E là hình chiếu vuông góc của A lên (Q).

Và $d\left(A,(Q)\right)=AE=\sqrt{2}\,(=IK)$ do $IA\,//\,(Q)$. Ta có: $AM=\sqrt{AE^2+EM^2}=\sqrt{2+EM^2}$

Đồng thời $EM\ge EH$. Do đó $AM_{\min}\Leftrightarrow AM=AH$ hay $M\equiv H$.

Vì $IA\,//\,HK\Rightarrow\frac{AH}{AB}=\frac{IK}{IB}(Thales)\Rightarrow AH=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{21}}.5=\frac{5\sqrt{42}}{21}\approx 1,54\in\left(\frac{3}{2};2\right)$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn thẳng AM thuộc khoảng $\left(\frac{3}{2};2\right)$.

HẾT