SỞ GIÁO DỤC ĐÀO TẠO BẮC GIANG
TRƯỜNG THPT BỐ HẠ

MA TRẬN ĐỀ THI THỬ ONLINE LẦN 2 NĂM HỌC 2023-2024
MÔN: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút

1) Giới hạn nội dung kiến thức.

- Lớp 11: Cấp số cộng, cấp số nhân; Tổ hợp - Xác suất; Quan hệ vuông góc trong không gian.
- Lớp 12: Kiến thức hết tuần 11
  + Giải tích: Hết bài nguyên hàm của chương 3.
  + Hình: Hết bài khái niệm về mặt tròn xoay của chương 2.

2) Ma trận chi tiết.

Chủ đề	Nhận biết	Thông hiểu	VD thấp	VD cao	Tổng	Ghi chú
Cấp số cộng, cấp số nhân	1				**1**	
Tổ hợp, xác suất	1	1			**2**	
Góc và khoảng cách	1	1			**2**	
Ứng dụng đạo hàm	9	3	2	2	**16**	
Hàm số lũy thừa, hàm số mũ, hàm số logarit	6	2	2	2	**12**	
Nguyên hàm	3	1	1		**5**	
Thể tích khối đa diện	4	1	1	1	**7**	
Mặt nón, mặt trụ	3	1	1		**5**	
Tọa độ trong không gian					**0**	
Tổng	**28**	**10**	**7**	**5**	**50**	
	40%	**30%**	**20%**	**10%**		

SỞ GD&ĐT BẮC GIANG	**ĐỀ THI THỬ ONLINE LẦN 2 NĂM HỌC 2023 - 2024**
TRƯỜNG THPT BỐ HẠ	**Môn thi: Toán 12**
	Thời gian làm bài: 90 phút
	(không kể thời gian phát đề)

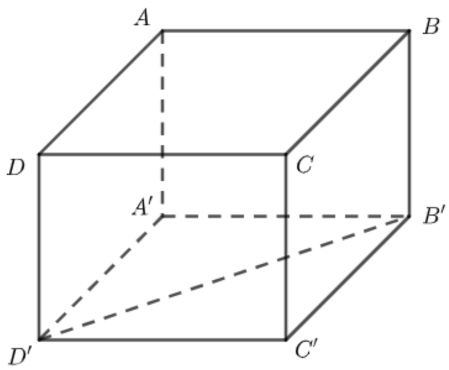
Câu 1: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 4; u_2 = 7$. Giá trị của u_3 bằng

A. 4. **B.** 3. **C.** 10. **D.** 7.

Câu 2: Trong hộp có 4 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ, 6 viên bi vàng. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi. Số cách chọn là

A. A_{15}^3. **B.** $C_4^3 + C_5^3 + C_6^3$. **C.** C_{15}^3. **D.** 9.

Câu 3: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình vẽ bên dưới).



Góc giữa đường thẳng BC và $B'D'$ bằng

A. 30^o. **B.** 135^o. **C.** 45^o. **D.** 90^o.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	1	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;0)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 6: Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ đạt cực tiểu tại điểm

A. $x = 0$. **B.** $x = 2$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = -3$.

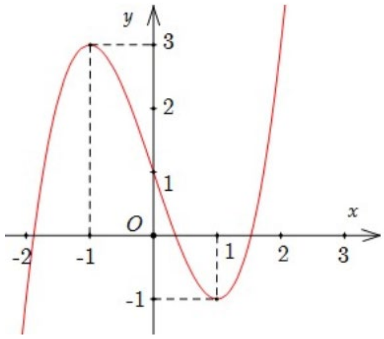
Câu 7: Đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+4}{x-1}$ có đường tiệm cận ngang là

A. $y = -2$. **B.** $y = 1$. **C.** $y = -1$. **D.** $y = 2$.

Câu 8: Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+3}{x^3 - 3x}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

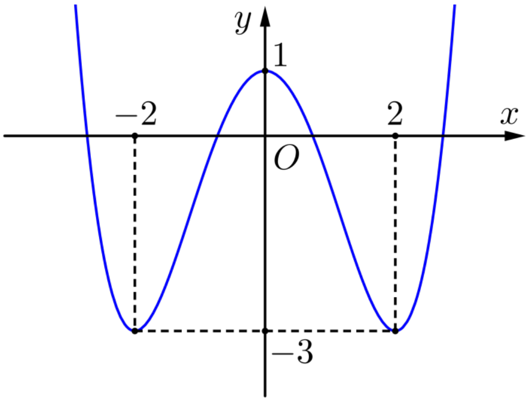
A. 4 . **B.** 1 . **C.** 3 . **D.** 2 .

Câu 9: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y=-x^3+3x+1$. **B.** $y=x^4-2x+1$. **C.** $y=x^3-3x+1$. **D.** $y=x^3-3x^2+1$.

Câu 10: Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên



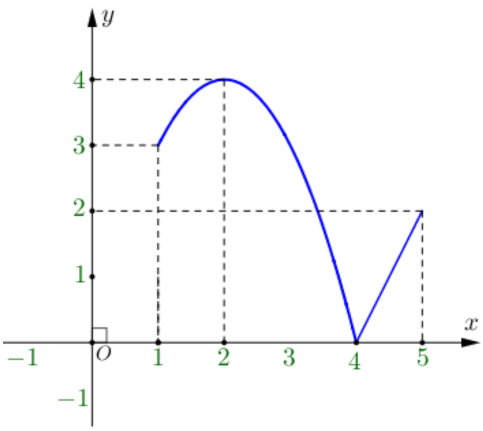
Số nghiệm của phương trình $f(x)+1=0$ là

A. 4 . **B.** 3 . **C.** 2 . **D.** 1 .

Câu 11: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^4-3x^2+2$ và đồ thị $y=x^2-1$ là

A. 2 . **B.** 3 . **C.** 1 . **D.** 4 .

Câu 12: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[1;5]$ và có đồ thị như hình vẽ. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[1;5]$. Giá trị $M-m$ bằng



A. 2 . **B.** 1 . **C.** 4 . **D.** 5 .

Câu 13: Hàm số $y=(x-1)^{-4}$ có tập xác định là

A. $(1;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Câu 14: Tập xác định của hàm số $y=\log_2(3-2x)$ là

A. $D=(0;+\infty)$. **B.** $D=\left(\frac{3}{2};+\infty\right)$. **C.** $D=(-\infty;0)$. **D.** $D=\left(-\infty;\frac{3}{2}\right)$.

Câu 15: Nghiệm của phương trình $\log_2(3x-1)=3$ là

A. $x=\frac{7}{3}$. **B.** $x=2$. **C.** $x=3$. **D.** $x=\frac{10}{3}$.

Câu 16: Nghiệm của bất phương trình $3^{x-2}\le 243$ là

A. $x<7$. **B.** $x\le 7$. **C.** $x\ge 7$. **D.** $2\le x\le 7$.

Câu 17: Cho a là số thực dương. Giá trị rút gọn của biểu thức $P=a^{\frac{1}{3}}.\sqrt{a}$ bằng

A. $a^{\frac{5}{6}}$. **B.** $a^{\frac{2}{3}}$. **C.** $a^{\frac{1}{6}}$. **D.** a^5.

Câu 18: Tính đạo hàm của hàm số $y=3^x$.

A. $y'=\frac{3^x}{\ln 3}$. **B.** $y'=3^x\ln 3$. **C.** $y'=x.3^{x-1}$. **D.** $y'=\frac{\ln 3}{3^x}$.

Câu 19: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên K và $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

A. $f'(x)=F(x),\forall x\in K$. **B.** $F'(x)=f(x),\forall x\in K$.

C. $F(x)=f(x),\forall x\in K$. **D.** $F'(x)=f'(x),\forall x\in K$.

Câu 20: Cho $f(x),g(x)$ là các hàm số xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. $\int[f(x)-g(x)]\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x-\int g(x)\mathrm{d}x$.

B. $\int f(x)g(x)\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x.\int g(x)\mathrm{d}x$.

C. $\int 2f(x)\mathrm{d}x=2\int f(x)\mathrm{d}x$.

D. $\int[f(x)+g(x)]\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x+\int g(x)\mathrm{d}x$.

Câu 21: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^{2x}$ là

A. $\frac{1}{2}e^x+C$. **B.** $\frac{1}{2}e^{2x}+C$. **C.** $2e^{2x}+C$. **D.** $2e^x+C$.

Câu 22: Khối chóp tam giác có chiều cao bằng 5 và diện tích đáy bằng 6. Thể tích khối chóp đó bằng

A. 11. **B.** 30. **C.** 10. **D.** 15.

Câu 23: Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B và có chiều cao h là

A. $3Bh$. **B.** Bh. **C.** $\frac{4}{3}Bh$. **D.** $\frac{1}{3}Bh$.

Câu 24: Thể tích khối lập phương có cạnh $2a$ bằng

A. $8a^3$. **B.** $2a^3$. **C.** a^3. **D.** $6a^3$.

Câu 25: Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích V. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $V=AB.BC.AA'$. **B.** $V=\frac{1}{3}AB.BC.AA'$.

C. $V=AB.AC.AA'$. **D.** $V=AB.AC.AD$.

Câu 26: Thể tích của khối nón có chiều cao h, bán kính đáy r và đường sinh l là

A. πlr. **B.** πr^2h. **C.** $2\pi lr$. **D.** $\frac{1}{3}\pi r^2h$.

Câu 27: Cho hình trụ có bán kính đáy $r=\sqrt{3}$ và độ dài đường sinh $l=4$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho là

A. $S_{xq}=12\pi$. **B.** $S_{xq}=4\sqrt{3}\pi$. **C.** $S_{xq}=\sqrt{39}\pi$. **D.** $S_{xq}=8\sqrt{3}\pi$.

Câu 28: Cho tam giác ABC vuông tại A. Khi quay tam giác ABC quanh cạnh AB thì đường gấp khúc BCA tạo thành một hình được gọi là

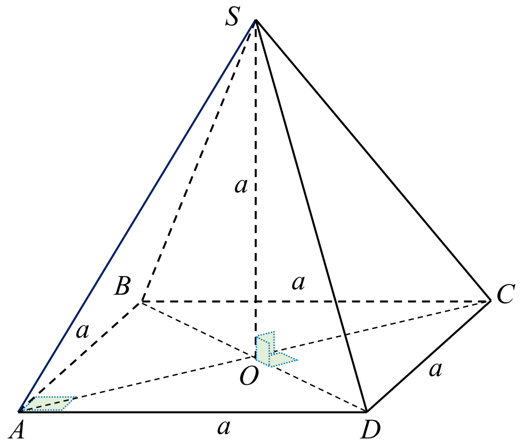
A. hình cầu. **B.** hình trụ tròn xoay.

C. khối trụ tròn xoay. **D.** hình nón tròn xoay.

Câu 29: Chi đoàn lớp 12A có 20 đoàn viên trong đó có 12 đoàn viên nam và 8 đoàn viên nữ. Tính xác suất khi chọn 3 đoàn viên có ít nhất 1 đoàn viên nữ.

A. $\dfrac{46}{57}$. **B.** $\dfrac{251}{285}$. **C.** $\dfrac{11}{57}$. **D.** $\dfrac{110}{570}$.

Câu 30: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh a và $SO=a$ (tham khảo hình vẽ bên dưới).



Khoảng cách giữa SC và AB bằng

A. $\dfrac{2a\sqrt{3}}{15}$. **B.** $\dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{15}$.

Câu 31: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=x^3-3x-1$. **B.** $y=x^4-2x^2+2$. **C.** $y=x^3+3x-1$. **D.** $y=x^2+2x-2$.

Câu 32: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x^2+2$ trên đoạn $[0;3]$ bằng

A. 0. **B.** -4. **C.** -2. **D.** 2.

Câu 33: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để đồ thị hàm số $y=x^3-12x+1-m$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt?

A. 3. **B.** 32. **C.** 31. **D.** 33.

Câu 34: Cho $\log_5\dfrac{2}{x}=8\log_{25}a-9\log_{125}b$, $(a,b,x>0)$. Khi đó giá trị của x là

A. $x=\dfrac{2b^3}{a^4}$. **B.** $x=2a^4-b^3$. **C.** $x=2a^4b^3$. **D.** $x=\dfrac{b^3}{2a^4}$.

Câu 35: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2\left(x^2+3x\right)\le 2$ là

A. $(-4;1)$. **B.** $(-4;-3)\cup(0;1)$. **C.** $[-4;-3)\cup(0;1]$. **D.** $[-4;1]$.

Câu 36: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm $f(x)=\sin 2x$ và $F\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=1$. Tính $F\left(\dfrac{\pi}{6}\right)$.

A. $F\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{5}{4}$. **B.** $F\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{3}{4}$. **C.** $F\left(\frac{\pi}{6}\right)=0$. **D.** $F\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{2}$.

Câu 37: Một khối nón có thiết diện qua trục là tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng $a\sqrt{2}$. Thể tích khối nón bằng

A. $\frac{\pi a^3}{3}$. **B.** $\frac{\pi a^3}{2}$. **C.** πa^3. **D.** $\frac{\pi a^3}{6}$.

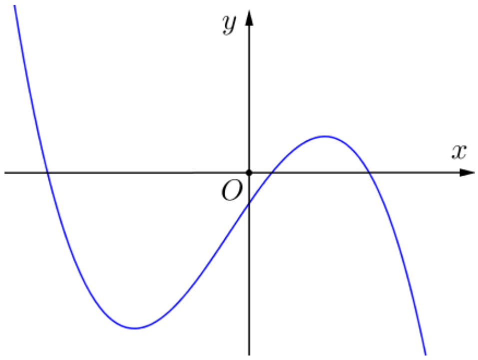
Câu 38: Nếu khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích là 36 thì khối chóp $A'.ABC$ có thể tích là

A. 18. **B.** 36. **C.** 12. **D.** 108.

Câu 39: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc $[-10;10]$ để hàm số $y=mx+(m+1)\sqrt{x-2}$ nghịch biến trên $D=(2;+\infty)$?

A. 20. **B.** 10. **C.** 9. **D.** 12.

Câu 40: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\ (a\neq 0)$ có đồ thị như hình bên.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a<0,b<0,c<0,d<0$. **B.** $a<0,b>0,c>0,d<0$.

C. $a>0,b>0,c<0,d>0$. **D.** $a<0,b<0,c>0,d<0$.

Câu 41: Cho hình hộp chữ nhật *ABCD. A'B'C'D'* có AD = 8, CD = 6, AC' = 12. Tính thể tích của khối trụ có hai đường tròn đáy là hai đường tròn ngoại tiếp hai hình chữ nhật *ABCD* và *A'B'C'D'*.

A. $\frac{50\pi\sqrt{11}}{3}$. **B.** $50\pi\sqrt{11}$. **C.** 26π. **D.** $100\pi\sqrt{11}$.

Câu 42: Cho tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc và $AB=6a, AC=9a, AD=3a$. Gọi M, N, P lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, ACD, ADB. Tính thể tích V của khối tứ diện $AMNP$.

A. $V=8a^3$. **B.** $V=4a^3$. **C.** $V=6a^3$. **D.** $V=2a^3$.

Câu 43: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để hàm số $y=x^2+8\ln 2x-mx$ đồng biến trên $(0;+\infty)$?

A. 8. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 7.

Câu 44: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-2023;2023]$ để bất phương trình $\left(5+\sqrt{21}\right)^x+(6-m)\left(5-\sqrt{21}\right)^x-(m+2)2^x\geq 0$ nghiệm đúng với $\forall x\in\mathbb{R}$?

A. 2020. **B.** 2023. **C.** 2022. **D.** 2026.

Câu 45: Cho số hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\left(x^2+5\right)^2 f'(x)=2x.f^2(x)$. Biết $f(1)=6$ và $f(x)\neq 0$ với $\forall x\in\mathbb{R}$. Giá trị của $f(4)$ là

A. 9. **B.** 22. **C.** 12. **D.** 21.

Câu 46: Cho hàm số $f'(2-3x)=9(1-x)^2(9x^2-4)$. Tính tổng tất cả các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x)=f(4x^2-24x+m)$ có đúng 5 điểm cực trị.

A. 666. **B.** 630. **C.** 153. **D.** 171.

Câu 47: Cho hai số thực x,y thỏa mãn: $9x^3+\left(2-y\sqrt{3xy-8}\right)x+2\sqrt{3xy-8}=0$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x^3+y^3+9xy+(9x^2+5)(x+y-3)$ có dạng $\dfrac{a\sqrt{6}+b}{9}$. Tính $T=a+b$.

A. 961. **B.** 1033. **C.** 365. **D.** 1030.

Câu 48: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng $2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC và E là điểm đối xứng với B qua D. Mặt phẳng (MNE) chia khối tứ diện $ABCD$ thành hai khối đa diện, trong đó khối đa diện chứa đỉnh A có thể tích V. Tính V.

A. $V=\dfrac{11\sqrt{2}a^3}{216}$. **B.** $V=\dfrac{11\sqrt{2}a^3}{27}$. **C.** $V=\dfrac{13\sqrt{2}a^3}{216}$. **D.** $V=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{18}$.

Câu 49: Cho $\log_7 12=a$; $\log_{12} 24=b$. và $\log_{54} 168=\dfrac{mab+1}{nab+pa}$, trong đó m, n, p là các số nguyên. Tính giá trị biểu thức $S=m+n+p$.

A. $S=6$. **B.** $S=4$. **C.** $S=14$. **D.** $S=8$.

Câu 50: Cho a,b là số thực dương thỏa mãn $2^{a+b+2ab-3}=\dfrac{1-ab}{a+b}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=a^2+b^2+3(a+b)+1$ có dạng $m+\sqrt{n}$. Tính $S=m^2+n$.

A. $S=22$. **B.** $S=19$. **C.** $S=20$. **D.** $S=21$.

-------Hết------

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.C	3.C	4.C	5.D	6.B	7.D	8.A	9.C	10.A
11.D	12.C	13.D	14.D	15.C	16.B	17.A	18.B	19.B	20.B
21.B	22.C	23.B	24.A	25.A	26.D	27.D	28.D	29.A	30.B
31.C	32.C	33.C	34.A	35.C	36.B	37.A	38.C	39.B	40.D
41.B	42.D	43.A	44.D	45.D	46.B	47.B	48.B	49.B	50.D

SỞ GD&ĐT BẮC GIANG
TRƯỜNG THPT BỐ HẠ

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT ĐỀ THI THỬ ONLINE
LẦN 2 NĂM HỌC 2023 - 2024
Môn thi: Toán 12
Thời gian làm bài: 90 phút
(không kể thời gian phát đề)

Câu 1: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 4; u_2 = 7$. Giá trị của u_3 bằng

A. 4. **B.** 3. **C.** 10. **D.** 7.

Lời giải

Chọn C

Vì $u_1 = 4; u_2 = 7 \Rightarrow d = u_2 - u_1 = 3 \Rightarrow u_3 = u_2 + d = 7 + 3 = 10$.

Câu 2: Trong hộp có 4 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ, 6 viên bi vàng. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi. Số cách chọn là

A. A_{15}^3. **B.** $C_4^3 + C_5^3 + C_6^3$. **C.** C_{15}^3. **D.** 9.

Lời giải

Chọn C

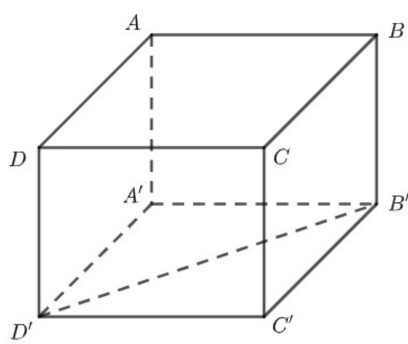
Trong hộp có 4 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ, 6 viên bi vàng. Như vậy trong hộp có tất cả 15 viên bi.
Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi thì mỗi lần lấy là một tổ hợp chập 3 của 15 phần tử.
Vậy số cách chọn là C_{15}^3.

Câu 3: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa đường thẳng BC và $B'D'$ bằng

A. 30^o. **B.** 135^o. **C.** 45^o. **D.** 90^o.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương $\Rightarrow BCC'B'$ là hình vuông $\Rightarrow BC // B'C'$
Do đó góc giữa hai đường thẳng BC và $B'D'$ bằng góc giữa hai đường thẳng $B'C'$ và $B'D'$
Mặt khác, do $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương nên $A'B'C'D'$ là hình vuông nên

$\widehat{C'B'D'} = 45^o$ do đó góc giữa 2 đường thẳng $B'C'$ và $B'D'$ bằng 45^o

Nên góc giữa đường thẳng BC và $B'D'$ bằng 45^o.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	1	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;0)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

Câu 5: Cho hàm số $y=f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ là

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng xét dấu suy ra hàm số $f'(x)$ đổi dấu 3 lần khi x qua các điểm $-1;0;1$ suy ra hàm số $y=f(x)$ có 3 điểm cực trị.

Câu 6: Hàm số $y=x^3-3x^2+2$ đạt cực tiểu tại điểm

A. $x=0$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-3$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=3x^2-6x$ suy ra $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Ta có $y''=6x-6; y''(2)=6>0$ suy ra hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$.

Câu 7: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+4}{x-1}$ có đường tiệm cận ngang là

A. $y=-2$. **B.** $y=1$. **C.** $y=-1$. **D.** $y=2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=2$ suy ra đường $y=2$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 8: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+3}{x^3-3x}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

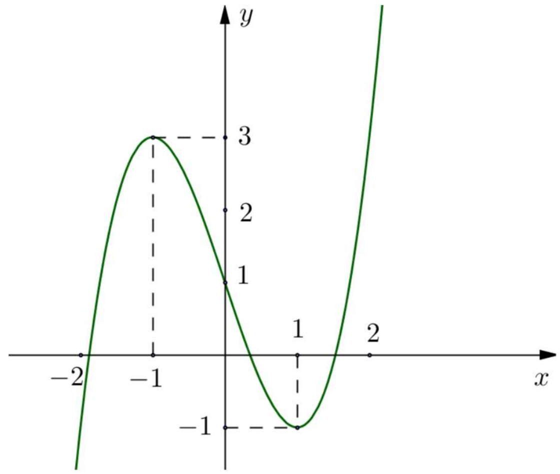
Chọn A

Hàm số $y=\dfrac{x+3}{x^3-3x}$ có TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{0;\pm\sqrt{3}\}$

- $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x+3}{x^3-3x}=0 \Rightarrow$ đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=0$
- $\lim\limits_{x\to 0^+} y=\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{x+3}{x^3-3x}=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to 0^-} y=\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{x+3}{x^3-3x}=+\infty \Rightarrow$ đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=0$
- $\lim\limits_{x\to(-\sqrt{3})^+} y=\lim\limits_{x\to(-\sqrt{3})^+}\dfrac{x+3}{x^3-3x}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to(-\sqrt{3})^-} y=\lim\limits_{x\to(-\sqrt{3})^-}\dfrac{x+3}{x^3-3x}=-\infty \Rightarrow$ đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=-\sqrt{3}$
- $\lim\limits_{x\to(\sqrt{3})^+} y=\lim\limits_{x\to(\sqrt{3})^+}\dfrac{x+3}{x^3-3x}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to(\sqrt{3})^-} y=\lim\limits_{x\to(\sqrt{3})^-}\dfrac{x+3}{x^3-3x}=-\infty \Rightarrow$ đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=\sqrt{3}$

Vậy đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+3}{x^3-3x}$ có 4 đường tiệm cận.

Câu 9: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y=-x^3+3x+1$. **B.** $y=x^4-2x+1$. **C.** $y=x^3-3x+1$. **D.** $y=x^3-3x^2+1$.

Lời giải

Chọn C

Nhận xét: Hình dáng đồ thị của hàm số bậc ba nên loại phương án **B.**

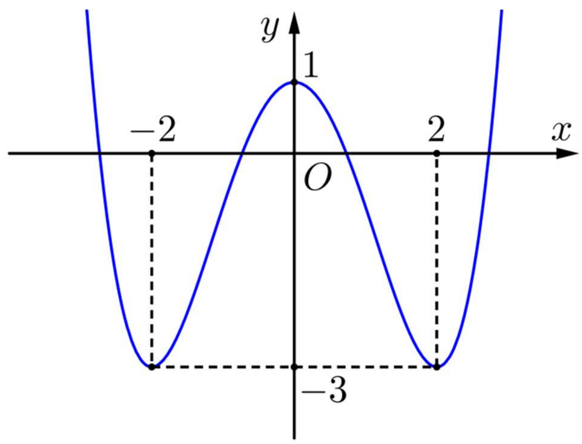
Giả sử hàm số có dạng: $y=ax^3+bx^2+cx+d$.

Từ đồ thị ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$ nên $a>0$ suy ra loại phương án **A.**

Do hàm số đạt cực trị tại 2 điểm ±1 nên ±1 phải là nghiệm của phương trình $y'=0$.

Xét hàm số $y=x^3-3x+1$. có: $y'=3x^2-3; y'=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1\Rightarrow y=3 \\ x=1\Rightarrow y=-1 \end{array}\right.$ nên đồ thị có hai điểm cực trị $A(-1;3), B(1;-1)$. Căn cứ vào đồ thị ta chọn **C.**

Câu 10: Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên



Số nghiệm của phương trình $f(x)+1=0$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Chọn A

Ta có $f(x)+1=0\Leftrightarrow f(x)=-1$ (*).

Vẽ đường thẳng $y=-1$ vào hệ toạ độ trên.

Dựa vào đồ thị, ta thấy đường thẳng $y=-1$ cắt đồ thị hàm số $f(x)$ tại 4 điểm phân biệt nên số nghiệm của phương trình (*) là 4.

Câu 11: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^4-3x^2+2$ và đồ thị $y=x^2-1$ là

A. 2 **B.** 3 **C.** 1 **D.** 4

Lời giải

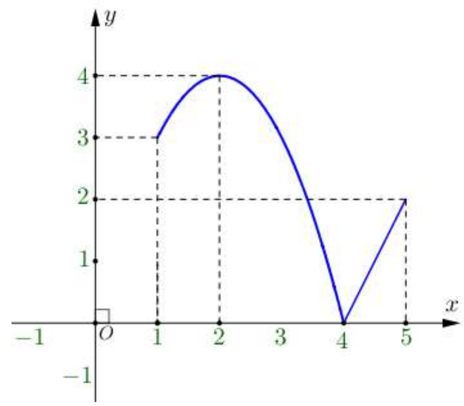
Chọn D.

Phương trình hoành độ giao điểm giữa đồ thị hàm số $y=x^4-3x^2+2$ và đồ thị $y=x^2-1$ là:

$$x^4-3x^2+2=x^2-1 \Leftrightarrow x^4-4x^2+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2=3 \\ x^2=1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\pm 3 \\ x=\pm 1 \end{array}\right..$$

Vậy số giao điểm giữa 2 đồ thị hàm số là 4.

Câu 12: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[1;5]$ và có đồ thị như hình vẽ. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[1;5]$. Giá trị $M-m$ bằng



A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị suy ra $M=4; m=0$ do đó $M-m=4$.

Câu 13: Hàm số $y=(x-1)^{-4}$ có tập xác là

A. $(1;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Lời giải

+ Do $\alpha=-4$ là số nguyên âm nên ĐKXĐ là $x-1\neq 0 \Leftrightarrow x\neq 1$

Vậy TXĐ là $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$

Câu 14: Tập xác định của hàm số $y=\log_2(3-2x)$ là

A. $D=(0;+\infty)$. **B.** $D=\left(\frac{3}{2};+\infty\right)$. **C.** $D=(-\infty;0)$. **D.** $D=\left(-\infty;\frac{3}{2}\right)$.

Lời giải

ĐK $3-2x>0 \Leftrightarrow x<\frac{3}{2}$. Vậy tập xác định $D=\left(-\infty;\frac{3}{2}\right)$

Câu 15: Nghiệm của phương trình $\log_2(3x-1)=3$ là

A. $x=\frac{7}{3}$. **B.** $x=2$. **C.** $x=3$. **D.** $x=\frac{10}{3}$.

Lời giải

$\log_2(3x-1)=3 \Leftrightarrow 3x-1=2^3 \Leftrightarrow x=3$

Câu 16: Nghiệm của bất phương trình $3^{x-2}\leq 243$ là

A. $x<7$. **B.** $x\leq 7$. **C.** $x\geq 7$. **D.** $2\leq x\leq 7$.

Lời giải

$3^{x-2}\leq 243 \Leftrightarrow 3^{x-2}\leq 3^5 \Leftrightarrow x-2\leq 5 \Leftrightarrow x\leq 7$

Câu 17: Cho a là số thực dương. Giá trị rút gọn của biểu thức $P=a^{\frac{1}{3}}.\sqrt{a}$ bằng

A. $a^{\frac{5}{6}}$. **B.** $a^{\frac{2}{3}}$. **C.** $a^{\frac{1}{6}}$. **D.** a^5.

Lời giải

$P=a^{\frac{1}{3}}.\sqrt{a}=a^{\frac{1}{3}}.a^{\frac{1}{2}}=a^{\frac{1}{3}+\frac{1}{2}}=a^{\frac{5}{6}}$

Câu 18: Tính đạo hàm của hàm số $y=3^x$.

A. $y'=\dfrac{3^x}{\ln 3}$. **B.** $y'=3^x\ln 3$. **C.** $y'=x.3^{x-1}$. **D.** $y'=\dfrac{\ln 3}{3^x}$.

Lời giải

$y'=3^x\ln 3$

Câu 19: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên K và $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

A. $f'(x)=F(x),\forall x\in K$.

B. $F'(x)=f(x),\forall x\in K$.

C. $F(x)=f(x),\forall x\in K$.

D. $F'(x)=f'(x),\forall x\in K$.

Lời giải

Chọn B

Vì $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ xác định trên K nên theo định nghĩa nguyên hàm của hàm số ta có: $F'(x)=f(x),\forall x\in K$.

Câu 20: Cho $f(x),g(x)$ là các hàm số xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. $\int[f(x)-g(x)]\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x-\int g(x)\mathrm{d}x$.

B. $\int f(x)g(x)\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x.\int g(x)\mathrm{d}x$.

C. $\int 2f(x)\mathrm{d}x=2\int f(x)\mathrm{d}x$.

D. $\int[f(x)+g(x)]\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x+\int g(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn B

A, C, D đúng do đó là các tính chất cơ bản của nguyên hàm.

B là mệnh đề sai vì nguyên hàm của tích không bằng tích các nguyên hàm.

Câu 21: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^{2x}$ là

A. $\dfrac{1}{2}e^x+C$. **B.** $\dfrac{1}{2}e^{2x}+C$. **C.** $2e^{2x}+C$. **D.** $2e^x+C$.

Lời giải

$\int f(x)dx=\int e^{2x}dx=\dfrac{1}{2}e^{2x}+C$

Câu 22: Khối chóp tam giác có chiều cao bằng 5 và diện tích đáy bằng 6. Thể tích khối chóp đó bằng

A. 11. **B.** 30. **C.** 10. **D.** 15.

Lời giải

Chọn C

Thể tích khối chóp là $V=\dfrac{1}{3}.6.5=10$.

Câu 23: Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B và có chiều cao h là

A. $3Bh$. **B.** Bh. **C.** $\dfrac{4}{3}Bh$. **D.** $\dfrac{1}{3}Bh$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối lăng trụ là $V=B.h$.

Câu 24: Thể tích khối lập phương có cạnh $2a$ bằng

A. $8a^3$. **B.** $2a^3$. **C.** a^3. **D.** $6a^3$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích của khối lập phương là $V=(2a)^3=8a^3$.

Câu 25: Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích V. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $V=AB.BC.AA'$. **B.** $V=\frac{1}{3}AB.BC.AA'$.

C. $V=AB.AC.AA'$. **D.** $V=AB.AC.AD$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích của khối hộp chữ nhật là $V=a.b.c=AB.BC.AA'$.

Câu 26: Thể tích của khối nón có chiều cao h bán kính đáy r và đường sinh l là

A. πlr. **B.** πr^2h. **C.** $2\pi lr$. **D.** $\frac{1}{3}\pi r^2h$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích của khối nón là $V=\frac{1}{3}\pi^2h$.

Câu 27: Cho hình trụ có bán kính đáy $r=\sqrt{3}$ và độ dài đường sinh $l=4$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho là

A. $S_{xq}=12\pi$. **B.** $S_{xq}=4\sqrt{3}\pi$. **C.** $S_{xq}=\sqrt{39}\pi$. **D.** $S_{xq}=8\sqrt{3}\pi$.

Lời giải

Chọn D

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq}=2\pi lr=2\pi.4.\sqrt{3}=8\sqrt{3}\pi$.

Câu 28: Cho tam giác ABC vuông tại A. Khi quay tam giác ABC quanh cạnh AB thì đường gấp khúc BCA tạo ra một hình được tạo thành là

A. hình cầu. **B.** hình trụ tròn xoay.

C. khối trụ tròn xoay. **D.** hình nón tròn xoay.

Lời giải

Chọn D

Câu 29: Chi đoàn lớp 12A có 20 đoàn viên trong đó có 12 đoàn viên nam và 8 đoàn viên nữ. Tính xác suất khi chọn 3 đoàn viên có ít nhất 1 đoàn viên nữ.

A. $\frac{46}{57}$. **B.** $\frac{251}{285}$. **C.** $\frac{11}{7}$. **D.** $\frac{110}{570}$.

Lời giải

Chọn A

Số phần tử của không gian mẫu: $C_{20}^3=1140$

Gọi A là biến cố chọn được ít nhất 1 đoàn viên nữ

Gọi $\overline{A}$ là biến cố chọn được 3 đoàn viên là nam: $C_{12}^3=220$

$\Rightarrow P(\overline{A})=\frac{220}{1140}=\frac{11}{57}$

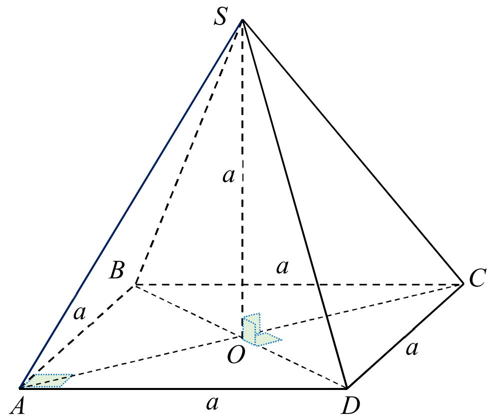
$\Rightarrow P(A)=1-\frac{11}{57}=\frac{46}{57}$.

Câu 30: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh a và $SO=a$. Khoảng cách giữa SC và AB bằng

A. $\frac{2a\sqrt{3}}{15}$. **B.** $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\frac{a\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{15}$.

Lời giải

Chọn B



- $AB//CD \Rightarrow \mathrm{d}\left(AB;SC\right)=\mathrm{d}\left(AB;\left(SCD\right)\right)=\mathrm{d}\left(A;\left(SCD\right)\right)=2.\mathrm{d}\left(O;\left(SCD\right)\right)$ (*)
- Hình chóp $O.SCD$ là tam diện vuông tại O:

$$\frac{1}{\mathrm{d}^2\left(O;\left(SCD\right)\right)}=\frac{1}{OS^2}+\frac{1}{OC^2}+\frac{1}{OD^2}=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2}+\frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\frac{5}{a^2}\Leftrightarrow \mathrm{d}\left(O;\left(SCD\right)\right)=\frac{a\sqrt{5}}{5}$$

(*) $\Leftrightarrow \mathrm{d}\left(AB;SC\right)=2.\mathrm{d}\left(O;\left(SCD\right)\right)=\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

Câu 31: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=x^3-3x-1$. **B.** $y=x^4-2x^2+2$. **C.** $y=x^3+3x-1$. **D.** $y=x^2+2x-2$.

Lời giải

Chọn C

Trên $(-\infty;+\infty)$, hàm số trùng phương và hàm số bậc hai vừa đồng biến vừa nghịch biến.

Với hàm số $y=x^3+3x-1$ có $y'=3x^2+3>0,\ \forall x\in R$ nên đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$.

Câu 32: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x^2+2$ trên đoạn $\left[0;3\right]$ bằng

A. 0. **B.** -4. **C.** -2. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

- $y'=3x^2-6x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$

Ta có: $y\left(0\right)=2;y\left(2\right)=-2;y\left(3\right)=2$

Vậy $\underset{[0;3]}{Min}\,y=y\left(2\right)=-2$

Câu 33: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để đồ thị hàm số $y=x^3-12x+1-m$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt?

A. 3. **B.** 32. **C.** 31. **D.** 33.

Lời giải

Chọn C

- Đồ thị hàm số $y=x^3-12x+1-m$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow x^3-12x+1=m\ \ (1)$ có 3 nghiệm phân biệt.
- Gọi $g\left(x\right)=x^3-12x+1$
- Ta có: $g'=3x^2-12=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=2\\x=-2\end{array}\right.$.
- Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
g'		$+$	0	$-$	0	$+$	
g	$-\infty$	$\nearrow$	17	$\searrow$	-15	$\nearrow$	$+\infty$

◆ Dựa vào bảng biến thiên, để phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt thì $-15 < m < 17$.

Vậy m có 31 giá trị nguyên.

Câu 34: Cho $\log_5 \frac{2}{x} = 8\log_{25} a - 9\log_{125} b$, $(a,b,x>0)$. Khi đó giá trị của x là

A. $x = \frac{2b^3}{a^4}$. **B.** $x = 2a^4 - b^3$. **C.** $x = 2a^4b^3$. **D.** $x = \frac{b^3}{2a^4}$.

Lời giải

$$\log_5 \frac{2}{x} = 8\log_{25} a - 9\log_{125} b \Leftrightarrow \log_5 \frac{2}{x} = \log_5 \frac{a^4}{b^3} \Leftrightarrow \frac{2}{x} = \frac{a^4}{b^3} \Leftrightarrow x = \frac{2b^3}{a^4}$$

Câu 35: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2\left(x^2+3x\right) \le 2$ là

A. $(-4;1)$. **B.** $(-4;-3)\cup(0;1)$. **C.** $[-4;-3)\cup(0;1]$. **D.** $[-4;1]$.

Lời giải

+ĐK: $x^2+3x>0 \Leftrightarrow x \in (-\infty;-3)\cup(0;+\infty)$

$+\log_2\left(x^2+3x\right) \le 2 \Rightarrow x^2+3x \le 4 \Leftrightarrow x \in [-4;1]$

Kết hợp điều kiện ta được tập nghiệm $S = [-4;-3)\cup(0;1]$

Câu 36: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm $f(x) = \sin 2x$ và $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$. Tính $F\left(\frac{\pi}{6}\right)$.

A. $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{5}{4}$. **B.** $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{3}{4}$. **C.** $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0$. **D.** $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $F(x) = \int f(x)\mathrm{d}x = \int \sin 2x \mathrm{d}x = -\frac{1}{2}\cos 2x + C$.

Mà $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1 \Rightarrow -\frac{1}{2}\cos\left(2.\frac{\pi}{4}\right) + C = 1 \Leftrightarrow C = 1$. Suy ra $F(x) = -\frac{1}{2}\cos 2x + 1$.

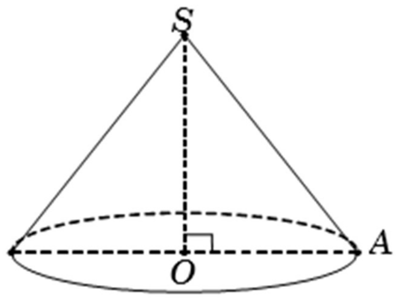
Vậy $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}\cos\left(2.\frac{\pi}{6}\right) + 1 = -\frac{1}{4} + 1 = \frac{3}{4}$.

Câu 37: Một khối nón có thiết diện qua trục là tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng $a\sqrt{2}$. Thể tích khối nón bằng

A. $\frac{\pi a^3}{3}$. **B.** $\frac{\pi a^3}{2}$. **C.** πa^3. **D.** $\frac{\pi a^3}{6}$.

Lời giải

Chọn A



+ Độ dài đường sinh $l = a\sqrt{2}$

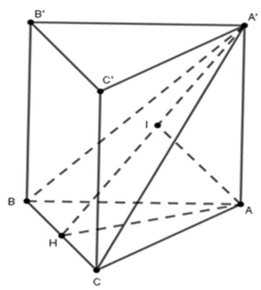
+ Đường kính đáy $2r = 2a$ suy ra $h = r = a$

+ Thể tích khối nón là $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h = \dfrac{1}{3}\pi a^2.a = \dfrac{\pi a^3}{3}$

Câu 38: Nếu khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích là 36 thì khối chóp $A'.ABC$ có thể tích là

A. 18. **B.** 36. **C.** 12. **D.** 108.

Lời giải:



Thể tích khối lăng trụ $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle ABC}.AA' = 36$

Thể tích khối $A'.ABC$ là $V = \dfrac{1}{3}.s_{\triangle ABC}.AA' = \dfrac{1}{3}.36 = 12$. **Chọn C**

Câu 39: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc $[-10;10]$ để hàm số $y = mx + (m+1)\sqrt{x-2}$ nghịch biến trên $D = (2;+\infty)$?

A. 20. **B.** 10. **C.** 9. **D.** 12.

Lời giải

Chọn B

Hàm số xác định trên $D = (2;+\infty)$.

Ta có $y' = m + \dfrac{m+1}{2\sqrt{x-2}}$

YCBT

$\Leftrightarrow y' \le 0,\ \forall x \in (2;+\infty)$

$\Leftrightarrow m + \dfrac{m+1}{2\sqrt{x-2}} \le 0,\ \forall x \in (2;+\infty)$

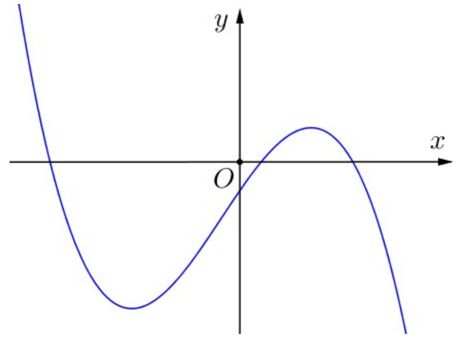
$\Leftrightarrow m\left(1 + \dfrac{1}{2\sqrt{x-2}}\right) \le -\dfrac{1}{2\sqrt{x-2}},\ \forall x \in (2;+\infty)$

$\Leftrightarrow m \le -\dfrac{1}{2\sqrt{x-2}+1},\ \forall x \in (2;+\infty)$

Ta có $2\sqrt{x-2}+1 > 1,\ \forall x \in (2;+\infty) \Rightarrow -\dfrac{1}{2\sqrt{x-2}+1} > -1,\ \forall x \in (2;+\infty)$

Do đó, $m \le -1$ là giá trị thảo mãn, mà m nguyên thuộc $[-10;10]$ nên $m \in \{-10;-9;...;-1\}$. Vậy có 10 giá trin nguyên.

Câu 40: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d\ (a \ne 0)$ có đồ thị như hình bên.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a < 0, b < 0, c < 0, d < 0$.

B. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$.

C. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

D. $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào hình dáng đồ thị suy ra $a < 0$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $d < 0$.

Đạo hàm $y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

Đồ thị có hai điểm cực trị nằm về hai phía trục tung nên $\frac{c}{3a} < 0 \Rightarrow c > 0$.

Mặt khác, dựa vào đồ thị, suy ra tổng hai điểm cực trị của hàm số âm, do đó $-\frac{2b}{3a} < 0 \Rightarrow b < 0$.

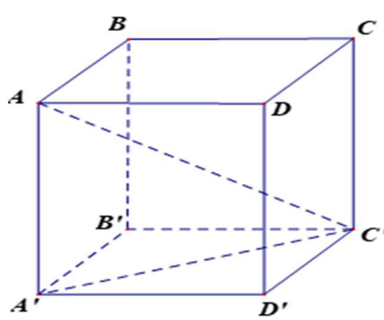
Câu 41: Cho hình hộp chữ nhật *ABCD. A'B'C'D'* có AD = 8, CD = 6, AC' = 12. Tính thể tích của khối trụ có hai đường tròn đáy là hai đường tròn ngoại tiếp hai hình chữ nhật *ABCD* và *A'B'C'D'*.

A. $\frac{50\pi\sqrt{11}}{3}$.

B. $50\pi\sqrt{11}$.

C. 26π.

D. $100\pi\sqrt{11}$.



Lời giải: $AC = BD = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 = A'C' = B'D'$

Bán kính đáy của hình trụ là $r = \frac{1}{2}BD = 5$.

Đường cao của hình trụ là $h = AA' = \sqrt{AC'^2 - A'C'^2} = \sqrt{12^2 - 10^2} = 2\sqrt{11}$

Thể tích của khối trụ là $V = \pi r^2 h = \pi.5^2.2\sqrt{11} = 50\pi\sqrt{11}$.

Câu 42: Cho tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc và $AB = 6a, AC = 9a, AD = 3a$. Gọi M, N, P lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, ACD, ADB. Tính thể tích V của khối tứ diện $AMNP$.

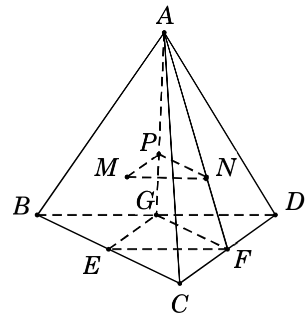
A. $V = 8a^3$.

B. $V = 4a^3$.

C. $V = 6a^3$.

D. $V = 2a^3$.

Lời giải:



Gọi E, F, G lần lượt là trung điểm của BC, CD, DB.

Suy ra $V_{AEFG} = \frac{1}{4}V_{ABCD} = \frac{27}{4}a^3$.

Do M, N, P là trọng tâm của các tam giác $ABC,\ ACD, ADB$ nên ta có $\frac{AM}{AE} = \frac{AN}{AF} = \frac{AP}{AG} = \frac{2}{3}$.

Ta có $\frac{V_{A.MNP}}{V_{A.EFG}} = \frac{AM}{AE}.\frac{AN}{AF}.\frac{AP}{AG} = \frac{8}{27}$

$\longrightarrow V_{A.MNP} = \frac{8}{27}V_{A.EFG} = 2a^3$. **Chọn D.**

Câu 43: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để hàm số $y = x^2 + 8\ln 2x - mx$ đồng biến trên $(0;+\infty)$?

A. 8. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 7.

Lời giải

Chọn A

- Tập xác định $D = (0;+\infty)$

$y' = 2x + \frac{8}{x} - m$

Để hàm số đồng biến trên $(0;+\infty)$ khi $y' \geq 0, \forall x \in (0;+\infty)$

$\Leftrightarrow m \leq 2x + \frac{8}{x},\ \forall x \in (0;+\infty)$

Đặt $f(x) = 2x + \frac{8}{x}$, $f'(x) = 2 - \frac{8}{x^2} = \frac{2x^2 - 8}{x^2}$

x	0		2		$+\infty$
$f'(x)$	||	$-$	0	$+$	
$f(x)$	|| $+\infty$	$\searrow$	8	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đồng biến trên $(0;+\infty)$ khi $m \leq 8$

Vậy $m \in \{1;2;3;4;5;6;7;8\}$

Câu 44: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-2023;2023]$ để bất phương trình $\left(5+\sqrt{21}\right)^x + (6-m)\left(5-\sqrt{21}\right)^x - (m+2)2^x \geq 0$ nghiệm đúng với $\forall x \in \mathbb{R}$?

A. 2020. **B.** 2023. **C.** 2022. **D.** 2026.

Lời giải

Ta có:

$\left(5+\sqrt{21}\right)^x + (6-m)\left(5-\sqrt{21}\right)^x - (m+2)2^x \geq 0$

$\left(\frac{5+\sqrt{21}}{2}\right)^x + (6-m)\left(\frac{5-\sqrt{21}}{2}\right)^x \geq (m+2)$

Đặt $t=\left(\frac{5+\sqrt{21}}{2}\right)^x>0$, $\left(\frac{5-\sqrt{21}}{2}\right)^x=\frac{1}{t}$. Bất phương trình đã cho trở thành:

$t+(6-m).\frac{1}{t}\ge m+2 \Leftrightarrow \frac{t^2-2t+6}{t+1}\ge m$.

Xét hàm số $f(t)=\frac{t^2-2t+6}{t+1}$ trên khoảng $(0;+\infty)$, ta có $f'(t)=\frac{t^2+2t-8}{(t+1)^2}$

$f'(t)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-4 \\ t=2 \end{array}\right.$. Khi đó, ta có bảng biến thiên sau:

t	0		2		$+\infty$
$f'(t)$		$+$	0	$-$	
$f(t)$	6	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên trên ta suy ra để bất phương trình đã cho nghiệm đúng với $\forall x\in\mathbb{R}$ thì $m\le 2$.
Suy ra trong đoạn $[-2023;2023]$ có tất cả 2026 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 45: Cho số hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $(x^2+5)^2 f'(x)=2x.f^2(x)$. Biết $f(1)=6$ và $f(x)\ne 0$ với $\forall x\in\mathbb{R}$. Giá trị của $f(4)$ là

A. 9. **B.** 22. **C.** 12. **D.** 21.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $(x^2+5)^2 f'(x)=2x.f^2(x)\Leftrightarrow \frac{f'(x)}{f^2(x)}=\frac{2x}{(x^2+5)^2}$

Suy ra $\int\frac{f'(x)}{f^2(x)}dx=\int\frac{2x}{(x^2+5)^2}dx \Leftrightarrow \int\frac{\mathrm{d}(f(x))}{f^2(x)}=\int\frac{\mathrm{d}(x^2+5)}{(x^2+5)^2}\Leftrightarrow \frac{1}{f(x)}=\frac{1}{x^2+5}+C$

Ta có $f(1)=6\Rightarrow C=0\Rightarrow f(x)=x^2+5$. Từ đây có $f(4)=4^2+5=21$. Chọn D.

Câu 46: Cho hàm số $f'(2-3x)=9(1-x)^2(9x^2-4)$. Tính tổng tất cả các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x)=f(4x^2-24x+m)$ có đúng 5 điểm cực trị.

A. 666. **B.** 630. **C.** 153. **D.** 171.

Lời giải

Chọn B

Đặt $2-3x=u\Rightarrow x=\frac{2-u}{3}$. Khi đó ta có

$f'(u)=9\left(1-\frac{2-u}{3}\right)^2\left(9\left(\frac{2-u}{3}\right)^2-4\right)=(u+1)^2(u^2-4u)$ hay $f'(x)=(x+1)^2(x^2-4x)$.

Ta có: $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=0 \\ x=4 \end{array}\right.$, trong đó $x=-1$ là nghiệm bội 2, $x=0$ và $x=4$ là hai nghiệm đơn.

Xét đạo hàm $g'(x)=8(x-3)f'(4x^2-24x+m)$; $g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ f'(4x^2-24x+m)=0 \end{array}\right.$.

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ 4x^2-24x+m=-1 \\ 4x^2-24x+m=0 \\ 4x^2-24x+m=4 \end{array}\right. . \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x=3 & \\ 4x^2-24x+m=-1 & (1) \\ 4x^2-24x=-m & (2) \\ 4x^2-24x=4-m & (3) \end{array}\right. .$$

Do $x=-1$ là nghiệm bội 2 của phương trình $f'(x)=0$ nên phương trình nếu có nghiệm thì nghiệm của nó đều là nghiệm bội chẵn.

Xét hàm số $h(x)=4x^2-24x$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$h(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-36	$\nearrow$	$+\infty$

Để hàm số $g(x)=f(4x^2-24x+m)$ có đúng 5 điểm cực trị thì mỗi PT (2), (3) có 2 nghiệm phân biệt khác 3. Khi đó $\begin{cases} -m>-36 \\ 4-m>-36 \end{cases} \Leftrightarrow m<36$.

Vì m nguyên dương nên $m \in \{1;2;...;35\}$. Vậy tổng bằng 630

Câu 47: Cho hai số thực x,y thỏa mãn: $9x^3+\left(2-y\sqrt{3xy-8}\right)x+2\sqrt{3xy-8}=0$

Giá trị nhỏ nhất của $P=x^3+y^3+9xy+(9x^2+5)(x+y-3)$ có dạng $\dfrac{a\sqrt{6}+b}{9}$. Tính $T=a+b$.

A. 961. **B.** 1033. **C.** 365. **D.** 1030.

Lời giải

Chọn B

Ta có $9x^3+\left(2-y\sqrt{3xy-8}\right)x+2\sqrt{3xy-8}=0$

$\Leftrightarrow 27x^3+6x=(3xy-8)\sqrt{3xy-8}+2\sqrt{3xy-8}$.

Xét hàm $f(t)=t^3+2t$ với $t\in(0;+\infty)$

có $f'(t)=3t^2+2>0 \forall t\in(0;+\infty)$ nên hàm số liên tục và đồng biến trên $(0;+\infty)$.

Khi đó ta có $3x=\sqrt{3xy-8} \Rightarrow x\ge 0$ và $9x^2=3xy-8$.

Với $x=0$ thì $0=-8(l)$.

với $x>0$ thì $P=x^3+y^3+9xy+(9x^2+5)(x+y-3)$

$=x^3+y^3+9xy+(3xy-3)(x+y-3)$

$= x^3 + y^3 + 9xy + 3xy(x+y) - 9xy - 3(x+y) + 9$
$= x^3 + y^3 + 3x^2y + 3xy^2 - 3(x+y) + 9$
$= (x+y)^3 - 3(x+y) + 9$

Mà $x + y = x + \dfrac{9x^2+8}{3x} = 4x + \dfrac{8}{3x} \geq 2\sqrt{4x.\dfrac{8}{3x}} = \dfrac{8\sqrt{6}}{3}$. Đặt $t = x + y$ thì $t \geq \dfrac{8\sqrt{6}}{3}$.

Xét $f(t) = t^3 - 3t + 9$ với $t \geq \dfrac{8\sqrt{6}}{3}$. Khi đó $f'(t) = 3t^2 - 3 > 0$ với $\forall t \geq \dfrac{8\sqrt{6}}{3}$.

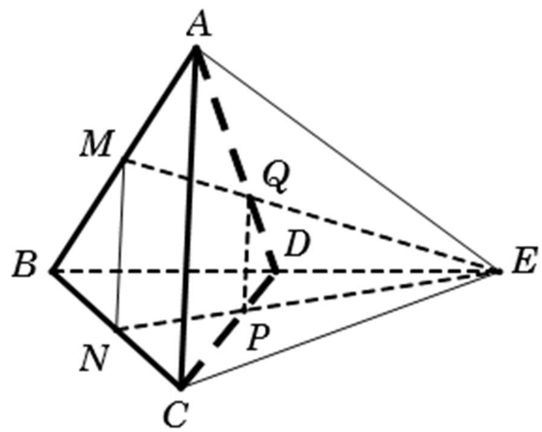
Do đó $f(t) \geq f\left(\dfrac{8\sqrt{6}}{3}\right) = \dfrac{952\sqrt{6}+81}{9}$, suy ra $a = 952, b = 81 \Rightarrow T = 1033$. **Chọn B.**

Câu 48: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng $2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC và E là điểm đối xứng với B qua D. Mặt phẳng (MNE) chia khối tứ diện $ABCD$ thành hai khối đa diện, trong đó khối đa diện chứa đỉnh A có thể tích V. Tính V.

A. $V = \dfrac{11\sqrt{2}a^3}{216}$. **<u>B</u>.** $V = \dfrac{11\sqrt{2}a^3}{27}$. **C.** $V = \dfrac{13\sqrt{2}a^3}{216}$. **D.** $V = \dfrac{\sqrt{2}a^3}{18}$.

Lời giải

Thể tích khối tứ diện đều $ABCD$ cạnh a là $V_{ABCD} = \dfrac{(2a)^3\sqrt{2}}{12}$.



Gọi $P = EN \cap CD$ và $Q = EM \cap AD$.
Suy ra P, Q lần lượt là trọng tâm của ΔBCE và ΔABE.
Gọi S là diện tích tam giác BCD, suy ra $S_{\Delta CDE} = S_{\Delta BNE} = S$.

Ta có $S_{\Delta PDE} = \dfrac{1}{3}.S_{\Delta CDE} = \dfrac{S}{3}$.

Gọi h là chiều cao của tứ diện $ABCD$, suy ra
$d[M,(BCD)] = \dfrac{h}{2};\ d[Q,(BCD)] = \dfrac{h}{3}$.

Khi đó $V_{M.BNE} = \dfrac{1}{3}S_{\Delta BNE}.d[M,(BCD)] = \dfrac{S.h}{6};\ V_{Q.PDE} = \dfrac{1}{3}S_{\Delta PDE}.d[Q,(BCD)] = \dfrac{S.h}{27}$.

Suy ra $V_{PQD.NMB} = V_{M.BNE} - V_{Q.PDE} = \dfrac{S.h}{6} - \dfrac{S.h}{27} = \dfrac{7S.h}{54} = \dfrac{7}{18}.\dfrac{S.h}{3} = \dfrac{7}{18}.V_{ABCD}$.

Vậy thể tích khối đa diện chứa đỉnh A là $V = V_{ABCD} - V_{PQD.NMB} = \dfrac{11}{18}.\dfrac{(2a)^3\sqrt{2}}{12} = \dfrac{11\sqrt{2}\,a^3}{27}$.

Chọn B.

Câu 49: Cho $\log_7 12 = a$; $\log_{12} 24 = b$. và $\log_{54} 168 = \dfrac{mab+1}{nab+pa}$, trong đó m, n, p là các số nguyên. Tính giá trị biểu thức $S = m+n+p$.

A. $S = 6$. **B.** $S = 4$. **C.** $S = 14$. **D.** $S = 8$.

Lời giải

Chọn B

Do $\log_7 12 = a$; $\log_{12} 24 = b \Rightarrow a; b > 0$

- $\log_7 12 = a \Leftrightarrow \log_7\left(2^2.3\right) = a \Leftrightarrow 2\log_7 2 + \log_7 3 = a \ (1)$
- $\log_{12} 24 = b \Leftrightarrow \dfrac{\log_7 24}{\log_7 12} = b \Leftrightarrow \dfrac{3\log_7 2 + \log_7 3}{a} = b \Leftrightarrow 3\log_7 2 + \log_7 3 = ab \ (2)$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} 2\log_7 2 + \log_7 3 = a \\ 3\log_7 2 + \log_7 3 = ab \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_7 2 = ab - a \\ \log_7 3 = 3a - 2ab \end{cases}$

Mặt khác: $\log_{54} 168 = \dfrac{\log_7 168}{\log_7 54} = \dfrac{\log_7\left(2^3.3.7\right)}{\log_7\left(2.3^3\right)} = \dfrac{3\log_7 2 + \log_7 3 + 1}{\log_7 2 + 3\log_7 3}$

$\Rightarrow \log_{54} 168 = \dfrac{3(ab-a)+3a-2ab+1}{ab-a+3(3a-2ab)} = \dfrac{3ab-3a+3a-2ab+1}{ab-a+9a-6ab} = \dfrac{ab+1}{8a-5ab} = \dfrac{ab+1}{a(8-5b)}$

Vậy $\log_{54} 168 = \dfrac{ab+1}{a(8-5b)} = \dfrac{ab+1}{-5ab+8a}$. Suy ra $m=1,\ n=-5,\ p=8 \Rightarrow S = m+n+p = 4$

Câu 50: Cho a,b là số thực dương thỏa mãn $2^{a+b+2ab-3} = \dfrac{1-ab}{a+b}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = a^2+b^2+3(a+b)+1$ có dạng $m+\sqrt{n}$. Tính $S = m^2+n$.

A. $S = 22$. **B.** $S = 19$. **C.** $S = 20$. **D.** $S = 21$.

Lời giải

Chọn D

- $2^{a+b+2ab-3} = \dfrac{1-ab}{a+b} (1)$ Điều kiện $ab < 1$.

$\Leftrightarrow \log_2\left(2^{a+b+2ab-3}\right) = \log_2\left(\dfrac{1-ab}{a+b}\right)$

$\Leftrightarrow a+b+2ab-3 = \log_2(1-ab) - \log_2(a+b)$

$\Leftrightarrow (a+b) + \log_2(a+b) = 1 + \log_2(1-ab) + (2-2ab)$

$\Leftrightarrow (a+b) + \log_2(a+b) = (2-2ab) + \log_2(2-2ab) \ (2)$

- Xét hàm số đặt trưng $f(t) = t + \log_2 t$ với $t > 0$, ta có:

$f'(t) = 1 + \dfrac{1}{t\ln 2}, \forall t > 0$ nên hàm số $f(t)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$.

$(2) \Leftrightarrow f(a+b) = f(2-2ab) \Leftrightarrow a+b = 2-2ab$.

- Để có a,b thỏa yêu cầu bài toán thì:

$\begin{cases} (a+b)^2 - 4ab \ge 0 \\ 0 < ab < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2-2ab)^2 - 4ab \ge 0 \\ 0 < ab < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2b^2 - 3ab + 1 \ge 0 \\ 0 < ab < 1 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < ab \le \dfrac{3-\sqrt{5}}{2}$

- Ta có:

$T = a^2+b^2+3(a+b)+1 = (a+b)^2 - 2ab + 3(2-2ab) + 1 = (2-2ab)^2 - 2ab + 3(2-2ab) + 1$

$= 4a^2b^2 - 16ab + 11$

- Lập bảng biến thiên tìm được $\min P = 1 + 2\sqrt{5} = 1 + \sqrt{20}$ khi $ab = \dfrac{3-\sqrt{5}}{2}$

Vậy $m = 1, n = 20 \Rightarrow m^2 + n = 21$. Chọn D.