

PHẦN III. TOÁN HỌC

Câu 61: Số nghiệm của phương trình $x^2 - 4\sqrt{x^2 + 1} - 4 = 0$ trong khoảng $(0; 24)$ là:

- A. 3 B. 2 C. 0 **D. 1**

$$\begin{aligned} (1) &\Leftrightarrow x^2 + 1 - 4\sqrt{x^2 + 1} - 5 = 0 \\ \xrightarrow[t > 0]{t = \sqrt{x^2 + 1}} & t^2 - 4t - 5 = 0 \Rightarrow \sqrt{x^2 + 1} = 5 \Leftrightarrow x = \pm 2\sqrt{6} \Rightarrow x = 2\sqrt{6} \end{aligned}$$

Câu 62: Một cửa hàng bán táo, cam và chuối. Trong một ngày, cửa hàng ghi nhận tổng số tiền bán táo, cam và chuối là 1.200.000 đồng. Trong đó, tổng số tiền bán táo và cam là 850.000 đồng, tổng số tiền bán táo và chuối là 900.000 đồng. Số tiền bán táo là:

- A. 550.000 đồng** B. 350.000 đồng C. 700.000 đồng D. 300.000 đồng

$$\begin{cases} a + b + c = 1200 \\ a + b = 850 \\ a + c = 900 \end{cases}$$

Câu 63: Có bao nhiêu số nguyên m nhỏ hơn 2025 để phương trình $x - 3\sqrt{x - 3} = m - 1$ có nghiệm

- A. 2025 **B. 2023** C. 2024 D. 2022

ĐKXĐ: $x \geq 3$

$$x - 3 - 3\sqrt{x - 3} + 4 - m = 0$$

$$\rightarrow m \geq 3$$

$$\Rightarrow t^2 - 3t + 4 - m = 0 \Leftrightarrow \Delta = 3^2 - 4(4 - m) \geq 0 \Leftrightarrow m \geq \frac{7}{4}$$

Câu 64: Tìm m để phương trình $\log_2 x - \log_x - 2025m = 0$ có hai nghiệm phân (ĐỀ HSG)

biệt x_1, x_2 và phương trình $9^y - m \cdot 3^y + (\sqrt{3})^y = 0$ có hai nghiệm phân biệt y_1, y_2 và điểm $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ trên hệ trục tọa độ Oxy thỏa mãn $OA \perp OB$.

- A. $81 + \frac{1}{\sqrt{3}}$** B. $\frac{82}{3}$ C. 1 D. $9 + \sqrt{3}$

$$(1) \Leftrightarrow t^2 - t - 2025m = 0 \text{ với } \Delta > 0 \Leftrightarrow 1 + 8100m > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{1}{8100}$$

$$(2) \quad a^y - m \cdot a + (\sqrt{3})^y = 0 \text{ với } \Delta > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4 \cdot 27 \cdot 3 > 0 \\ m > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m > 108\sqrt{3}$$

$$\begin{cases} \vec{OA}(x_1, y_1); \vec{OB}(x_2, y_2) \\ \vec{OA} \perp \vec{OB} \end{cases} \Leftrightarrow x_1 x_2 + y_1 y_2 = 0 \Rightarrow y_1 y_2 = -2 \quad (1)$$

$$\text{Vậy có: } 1 = t_1 + t_2 = \log_2 x_1 + \log_2 x_2 = \log_2 x_1 x_2 \Rightarrow x_1 x_2 = 2$$

Mã: $a_1 a_2 = 27\sqrt{3} \Rightarrow 3^{y_1} \cdot 3^{y_2} = 27\sqrt{3} \Rightarrow 3^{y_1+y_2} = 27\sqrt{3}$

$\Rightarrow y_1 + y_2 = \frac{7}{2}$ ① $\Rightarrow y_1, y_2$ là n° của pt $y^2 - \frac{7}{2}y - 2 = 0$
 $\Leftrightarrow y_1 = 4; y_2 = -\frac{1}{2}$

ta có: $a_1 + a_2 = m \Rightarrow 3^4 + 3^{-\frac{1}{2}} = m = 81 + \frac{1}{\sqrt{3}}$

Câu 65: Cho $(\sqrt{x^2+1} + x)^{2025} = 2025$, giá trị của biểu thức $\log_{2025}(\sqrt{x^2+1} - x)$ là:

- A. -1 B. $\frac{1}{2025}$ C. $\frac{1}{2025}$ D. -2025

$\Rightarrow \sqrt{x^2+1} + x = \sqrt[2025]{2025} \rightarrow A$

mã: $(\sqrt{x^2+1} + x)(\sqrt{x^2+1} - x) = 1 \rightarrow \sqrt{x^2+1} - x = \frac{1}{\sqrt{x^2+1} + x} = \frac{1}{A}$

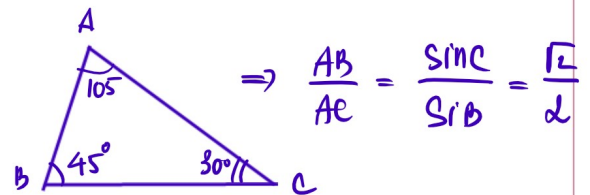
Câu 66: Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 1)^{-3}$ là:

- A. $(1; +\infty)$ B. $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$ C. $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$ D. $(-\infty; 1)$

$x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x^2 \neq 1$

Câu 67: Cho ΔABC có góc A bằng 105° , góc B bằng 45° . Tính $\frac{AB}{AC}$.

- A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$ B. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ C. $\sqrt{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$



Câu 68: Cho ΔABC có $AB = 2, AC = 2\sqrt{2}, \cos(B+C) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$. Tính BC

- A. 2 B. 8 C. 4 D. 20

$\cos(B+C) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow B+C = 135^\circ$
 $\Rightarrow \hat{A} = 45^\circ$

Câu 69: Phương trình $\sin 2x = \cos x$ có bao nhiêu nghiệm thuộc $[0; 2\pi]$

- A. 4 B. 2 C. 6 D. 3

Case

Câu 70: Đồ thị hàm số nào không có đường tiệm cận ngang?

- A. $\frac{2x}{\sqrt{x^2-1}}$ B. $\frac{1}{x^2+1}$ C. $\frac{\sqrt{2025-x^2}}{x}$ D. $\frac{x+2025}{x-2024}$

$D = [-\sqrt{2025}, \sqrt{2025}]$

ĐKTCN: $\lim_{y \rightarrow \pm \infty} y$

Câu 71: Đồ thị hàm số $f(x)$ có 3 đường tiệm cận đứng và 1 đường tiệm cận

ngang. Hỏi đồ thị hàm số $g(x) = f(x) \cdot \frac{\sqrt{x^6-1}}{x^2-4}$ có tối đa bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 4 B. 6 C. 7 D. 5

$$f(x) \text{ có } 3 \text{ TCĐ} + 1 \text{ TCN: } f(x) = \frac{(x-a)}{(x-b)(x-c)(x-d)}$$

$$\Rightarrow g(x) = \frac{(x-a) \cdot \sqrt{x^6-1}}{(x-b)(x-c)(x-d)(x-2)(x+2)} \xrightarrow{\text{bậc tử} < \text{bậc mẫu: } 1 \text{ TCN}} 5 \text{ TCĐ}$$

Câu 72: Cho $M = \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 2x)$ và $N = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{1 - x}$. Kết luận nào đúng?

- A. $M = -N$ **B. $M = N$** C. $M > N$ D. $M < N$

$$M = \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 2x) = -1; \quad N = \lim_{x \rightarrow 1} (-x) = -1.$$

Dựa vào thông tin sau, trả lời các câu hỏi 73, 74.

Trong hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P): $x - 2y - z - 12 = 0$ và điểm $A(a; -4; -4)$.

Câu 73: Khi $a = 1$ thì phương trình mặt phẳng Q đi qua A, song song với (P) có phương trình là:

- A. $x - 2y - z - 13 = 0$** $x - 2y - z - 10 = 0$ $x - 2y - z + 13 = 0$ $x - 2y - z + 10 = 0$

Câu 74: Biết khoảng cách từ A đến mặt phẳng (P) bằng 1. Khi đó, giá trị của a^2 là

- A. 6** B. 5 C. 8 D. 7

$$d(A, P) = 1 \Leftrightarrow \frac{|a + 8 + 4 - 12|}{\sqrt{1 + 4 + 1}} = 1$$

Dựa vào thông tin sau, trả lời các câu hỏi 75, 76.

Cho u_n là một cấp số nhân vô hạn với công bội dương có $u_6 = \frac{1}{8}$, $\frac{u_5 - u_1}{u_3 - u_1} = \frac{5}{4}$.

Câu 75: Tổng u_1 và công bội của cấp số nhân trên là:

- A. $\frac{9}{2}$** B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{7}{4}$ D. $\frac{5}{4}$

Câu 76: Đặt dãy số v_n thỏa mãn $v_n = (u_n)^2$. Tổng các số hạng của dãy số v_n bằng:

- A. $\frac{32}{2}$ **B. $\frac{64}{3}$** C. 32 D. 64

$$\Rightarrow u_n = u_1 \cdot q^{n-1} \Rightarrow (u_n)^2 = u_1^2 \cdot (q^{n-1})^2 = 16 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = 16 \cdot \frac{1}{2}^{n-1}$$

$$\Rightarrow u_1 = 16, \quad q = \frac{1}{4} \Rightarrow S_n = \frac{u_1}{1 - q} = \frac{16}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{64}{3}$$

$$Q \parallel P: x - 2y - z - c = 0$$

$$(c \neq -12)$$

$$A \in Q \Rightarrow \text{A}$$

$$\frac{u_1 \cdot q^4 - u_1}{u_1 \cdot q^2 - u_1} = \frac{5}{4}$$

$$q^2 + 1 = \frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow q_1 = \frac{1}{2} \Rightarrow u_1 = 4$$

Dựa vào thông tin sau, trả lời các câu hỏi 77, 78.

Một công ty cần thuê xe chở ít nhất 140 người và 9 tấn hàng. Tại bãi thuê có 2 loại xe A, B. Xe loại A có 10 chiếc, xe loại B có 9 chiếc. Giá thuê lần lượt xe loại A, B là 4 triệu đồng và 3 triệu đồng. Biết xe loại A chở tối đa 20 người và 0,6 tấn hàng, xe loại B chở tối đa 10 người và 1,5 tấn hàng. Gọi x, y lần lượt là số xe loại A, B mà công ty này cần thuê.

Câu 77: Tổng chi phí thuê xe được xác định bởi biểu thức:

- A. $x + 3y$ B. $3x + y$ C. $4x + 3y$ D. $2x + 3y$

Câu 78: Số xe cần phải thuê để chở ít nhất 140 người, 9 tấn hàng và có chi phí thuê ít nhất là:

- A. 4 xe loại A, 5 xe loại B B. 5 xe loại A, 4 xe loại B
C. 10 xe loại A, 2 xe loại B D. 10 xe loại A, 9 xe loại B

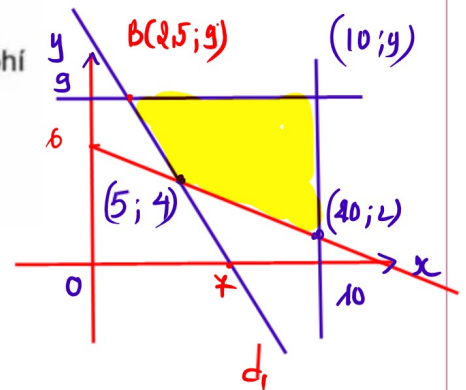
$$\begin{cases} 2x + y \geq 14 \\ 6x + 15y \geq 90 \end{cases}$$

$$0 \leq x \leq 10$$

$$0 \leq y \leq 9$$

$$20x + 10y \geq 140$$

$$0,6x + 1,5y \geq 9$$



Dựa vào thông tin sau, trả lời các câu hỏi 79, 80, 81.

Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho ΔABC có $A(0;5)$. Phương trình đường trung tuyến CM: $2x - y = 1$ và phương trình đường trung tuyến BN: $x + y = 2$.

Câu 79: Tọa độ trọng tâm G của ΔABC là:

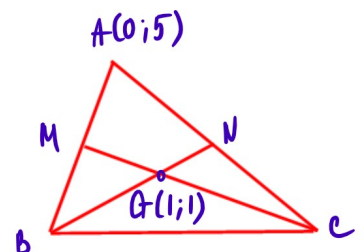
- A. $(0;2)$ B. $(0;0)$ C. $(1;1)$ D. $(2;3)$

Câu 80: Tổng khoảng cách từ A đến BN, CM xấp xỉ với:

- A. 4,8 B. 5,1 C. 3,7 D. 4,2

Câu 81. Gọi $B(x_B; y_B)$, tính $x_B + y_B$.

- A. 2 B. -3 C. 4 D. -1



$$B \in BN \Rightarrow x_B + y_B = 2$$

Dựa vào thông tin sau, trả lời các câu hỏi 82, 83, 84.

Các ghế trong phòng chiếu của rạp chiếu phim được kí hiệu bởi 1 trong 16 chữ cái đầu tiên (A, B, ..., O, P) kèm 1 trong 20 số nguyên dương đầu tiên (1, 2, ..., 20) để chỉ số thứ tự của ghế. Tất cả vé được phát ngẫu nhiên cho 320 học sinh trường X, mỗi em một vé.

Câu 82: Các vị trí tốt thuộc hàng G, H, I, J và có số thứ tự từ 13 đến 17. An là học sinh nhận vé. Xác suất để An ngồi vị trí tốt là:

- A. 0,0125 B. 0,0625 C. 0,015 D. 0,05

Câu 83: Bình cũng là học sinh nhận vé. Xác suất để ít nhất 1 trong 2 bạn nhận vé vị trí tốt là:

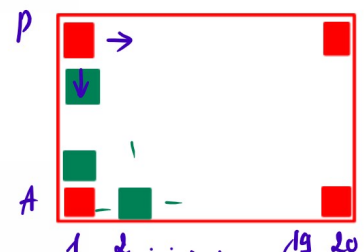
- A. 0,1289 B. 0,0039 C. 0,1211 D. 0,1213

$$\bar{A}: \text{không ngồi vị trí tốt} \Rightarrow 1 - \frac{A_{300}^2}{A_{320}^2} = 0,1213$$

$$|Z| = 16 \cdot 20 = 320$$

do ghi tốt

$$p = \frac{20}{320} = \frac{1}{16}$$



Câu 84: Xác suất Bình ngồi cạnh, sau, trước An là:

- A. 0,059 B. 0,0474 C. 0,0118 D. 0,0237

TH₁: An ngồi ở 4 ghế góc $\rightarrow$ Bính có 2 cách: $4.2 = 8$

TH₂: An ở vị trí $(A_2 \rightarrow A_{19})$
 $(P_2 \rightarrow P_{19})$
 $(b_1, c_1, \dots, c_{11})$
 $(b_{20}, c_{20}, \dots, c_{20})$
 $\rightarrow$ Bính có 3 cách: $(18.2 + 14.2).3 = 192$

TH₃: An ở 252 chỗ còn lại $\rightarrow$ Bính có 4 cách ngồi: $252.4 = 1008$

$$\Rightarrow p = \frac{8 + 192 + 1008}{A_{252}^4} \approx 0,0118.$$

Dựa vào thông tin sau, trả lời các câu hỏi 85, 86, 87.

Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật, $AB = a, AD = 2a$. SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \sqrt{2}a$.

Câu 85: Thể tích khối chóp S.ABCD là:

- A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}a^3$ B. $\frac{1}{3}a^3$ C. $\frac{\sqrt{2}}{3}a^3$ D. $\frac{\sqrt{6}}{3}a^3$

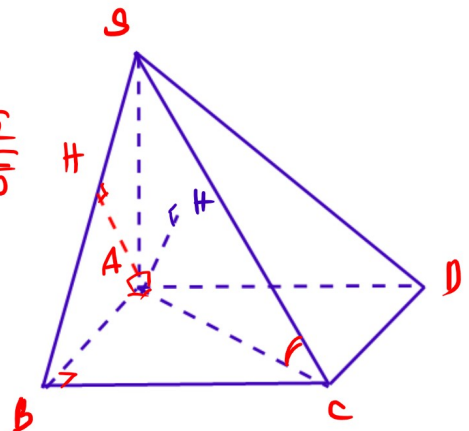
Câu 86: Góc hợp bởi giữa SC và mặt phẳng đáy là:

- A. $57,16^\circ$ B. $24,09^\circ$ C. $37,76^\circ$

Câu 87: Khoảng cách từ A đến mặt phẳng SBC là

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}a$ B. $\frac{\sqrt{10}}{5}a$ C. $\frac{\sqrt{6}}{3}a$ D. $\frac{\sqrt{15}}{5}a$

$\tan \alpha = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$



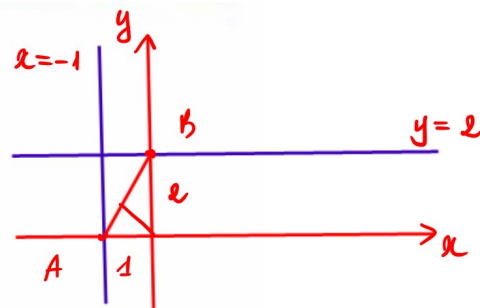
$$d(A, (SBC)) = AH \quad (AH \perp SB)$$

Dựa vào thông tin sau, trả lời các câu hỏi 88, 89, 90.

Cho hàm số $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị (C).

Câu 88: Mệnh đề nào đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$
 B. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$
 C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$
 D. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$



Tên: $x = -1$; TCN: $y = 2$

Câu 89: Gọi A, B lần lượt là hai giao điểm của tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số với hai trục tọa độ. Khoảng cách từ O đến AB là:

- A. $\frac{\sqrt{5}}{3}$ B. $\frac{2}{\sqrt{5}}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{3}{\sqrt{7}}$

Câu 90: Trên (C) có hai điểm phân biệt và tại đó, tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $y = x$. Gọi m là tổng hoành độ của hai điểm. Giá trị của m là:

- A. -1 B. -3 C. -2 D. 2

$$y'(x_0) = \frac{3}{(x+1)^2} = 1$$

$$\Rightarrow (x+1) = \pm \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \sqrt{3}-1 \\ x = -\sqrt{3}-1 \end{cases}$$

