TÓM TẮT CÔNG THỨC TOÁN CẤP 3

A. ĐẠI SỐ.

1. Tam thức bậc hai.

Giả sử $f(x)=ax^2+bx+c\left(a\neq 0;\ \alpha,\beta\in\mathbb{R};\ \alpha<\beta;\ S=-\dfrac{b}{a}\right)$

$f(x)\geq 0\ \forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}a>0\\ \Delta\leq 0\end{cases}$	$\left[\begin{array}{l}x_1<x_2<\alpha\\ \alpha<x_1<x_2\end{array}\right.\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta>0\\ af(\alpha)>0\end{cases}$
$f(x)\leq 0\ \forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}a<0\\ \Delta\leq 0\end{cases}$	$x_1<\alpha<\beta<x_2\Leftrightarrow\begin{cases}af(\alpha)<0\\ af(\beta)<0\end{cases}$
α là nghiệm của $f(x)\Leftrightarrow f(\alpha)=0$	$x_1<\alpha<x_2<\beta\Leftrightarrow\begin{cases}af(\alpha)<0\\ af(\beta)>0\end{cases}$
$x_1<\alpha<x_2\Leftrightarrow af(\alpha)<0$	$\alpha<x_1<\beta<x_2\Leftrightarrow\begin{cases}af(\alpha)>0\\ af(\beta)<0\end{cases}$
$\alpha<x_1<x_2\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta>0\\ af(\alpha)>0\\ \dfrac{S}{2}-\alpha>0\end{cases}$	$\left[\begin{array}{l}\alpha<x_1<\beta<x_2\\ x_1<\alpha<x_2<\beta\end{array}\right.\Leftrightarrow f(\alpha).f(\beta)<0$
$x_1<x_2<\alpha\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta>0\\ af(\alpha)>0\\ \dfrac{S}{2}-\alpha<0\end{cases}$	$\alpha<x_1<x_2<\beta\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta>0\\ af(\alpha)>0\\ af(\beta)>0\\ \dfrac{S}{2}-\alpha>0\\ \dfrac{S}{2}-\beta<0\end{cases}$

2. Bất đẳng thức Cô si:

Với hai số $a\geq 0,\ b\geq 0$ thì $\dfrac{a+b}{2}\geq\sqrt{ab}$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow a=b$

3. Phương trình – bất phương trình chứa trị tuyệt đối

$\left\|A\right\| = \left\|B\right\| \Leftrightarrow A = \pm B$	$\left\|A\right\| < \left\|B\right\| \Leftrightarrow A^2 < B^2$
$\left\|A\right\| = B \Leftrightarrow \begin{cases} B \geq 0 \\ A = B^2 \end{cases}$	$\left\|A\right\| > B \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} A > B \\ A < -B \end{array}\right.$
$\left\|A\right\| < B \Leftrightarrow -B < A < B$	

4. Phương trình – bất phương trình chứa căn

$\sqrt{A} = \sqrt{B} \Leftrightarrow \begin{cases} A \geq 0 \; (B \geq 0) \\ A = B \end{cases}$	$\sqrt{A} < B \Leftrightarrow \begin{cases} A \geq 0 \\ B > 0 \\ A < B^2 \end{cases}$
$\sqrt{A} = B \Leftrightarrow \begin{cases} B \geq 0 \\ A = B^2 \end{cases}$	$\sqrt{A} > B \Leftrightarrow \begin{cases} B < 0 \\ A \geq 0 \end{cases} \vee \begin{cases} B \geq 0 \\ A > B^2 \end{cases}$
$\sqrt{A} < \sqrt{B} \Leftrightarrow \begin{cases} A \geq 0 \\ A < B \end{cases}$	

B. HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC THƯỜNG.

1. Định lý hàm số Cosin:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$$

2. Định lý hàm số Sin:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

3. Công thức tính diện tích tam giac:

$S=\frac{1}{2}ah_a=\frac{1}{2}bh_b=\frac{1}{2}ch_c$	$S=\frac{abc}{4R}$
$S=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{1}{2}bc\sin A$	$S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$
$S=p.r$	

C. HỆ PHƯƠNG TRÌNH ĐẠI SỐ.

I. PHƯƠNG PHÁP CHUNG

Để giải một hệ phương trình đại số ta thường dùng phương pháp cộng hay phương pháp thế. Bên cạnh đó ta còn có một số loại hệ phương trình đặc biệt.

II. MỘT SỐ HỆ PHƯƠNG TRÌNH ĐẶC BIỆT.

1. HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

➢ **Dạng:** $\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1 \\ a_2x+b_2y=c_2 \end{cases}$ (*)

➢ **Cách giải:** Công thức Crammer

Đặt $D=\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$; $D_x=\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}$; $D_y=\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}$

- Nếu $D\neq 0$: hệ (*) có nghiệm duy nhất $\begin{cases} x=\frac{D_x}{D} \\ y=\frac{D_y}{D} \end{cases}$

- Nếu $D=0$ và $D_x\neq 0$ hay $D_y\neq 0$: hệ (*) vô nghiệm.

- Nếu $D=D_x=D_y=0$: hệ (*) có hai trường hợp xảy ra: hoặc vô nghiệm hoặc vô số nghiệm.

2. HỆ PHƯƠNG TRÌNH ĐỐI XỨNG LOẠI MỘT.

➢ **Dạng:** $\begin{cases} f(x,y)=0 \\ g(x,y)=0 \end{cases}$ (*) trong đó khi hoán vị vai trò của x và y cho nhau, từng phương trình của hệ không thay đổi.

➢ **Cách giải:**

Đặt $S=x+y;P=xy$

Giải tìm S, P. Suy ra x, y là nghiệm của phương trình $X^2-SX+P=0$

Điều kiện để phương trình trên có nghiệm là $\Delta=S^2-4P\geq 0$

3. HỆ PHƯƠNG TRÌNH ĐỐI XỨNG LOẠI HAI.

- **Dạng:** $\begin{cases} f(x,y)=0 & (1) \\ f(y,x)=0 & (2) \end{cases}$ (*) trong đó khi hoán vị vai trò của x và y cho nhau,thì phương trình (1) trở thành phương trình (2) và ngược lại.
- **Cách giải:** Có 2 cách

  Cách 1: $\begin{cases} f(x,y)-f(y,x)=0 \\ f(y,x)=0 \end{cases}$

  Cách 2: $\begin{cases} f(x,y)-f(y,x)=0 \\ f(x,y)+f(y,x)=0 \end{cases}$

4. HỆ PHƯƠNG TRÌNH ĐẲNG CẤP .

- **Dạng:** Hệ phương trình đẳng cấp là hệ phương trình mà cấp của tất cả đơn thức trong hệ đều bằng nhau.
- **Cách giải:**

  - Xét $x=0$, thế vào hệ tìm y.

  - Xét $x \neq 0$, đặt $y = tx$, thế vào hệ tìm t, sau đó suy ra x và y.

D. LƯỢNG GIÁC.

I. CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC.

1. Các cung liên quan đặc biệt

1.1 Hai cung đối nhau: (α và - α) $\cos(-\alpha)=\cos\alpha$ $\sin(-\alpha)=-\sin\alpha$ $\tan(-\alpha)=-\tan\alpha$ $\cot(-\alpha)=-\cot\alpha$	*1.3 Hai cung phụ nhau: (α và $\frac{\pi}{2}-\alpha$)* $\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\cos\alpha$ $\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\sin\alpha$ $\tan\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\cot\alpha$ $\cot\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\tan\alpha$
1.2 Hai cung bù nhau: (α và π − α) $\sin(\pi-\alpha)=\sin\alpha$ $\cos(\pi-\alpha)=-\cos\alpha$ $\tan(\pi-\alpha)=-\tan\alpha$ $\cot(\pi-\alpha)=-\cot\alpha$	*1.4 Hai cung hơn, kém π : (α và π + α)* $\sin(\pi+\alpha)=-\sin\alpha$ $\cos(\pi+\alpha)=-\cos\alpha$ $\tan(\pi+\alpha)=\tan\alpha$ $\cot(\pi+\alpha)=\cot\alpha$ **1.5** *Cung hơn kém $\frac{\pi}{2}$:* $\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)=-\sin x;\ \sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right)=\cos x;$

Ghi nhớ: *' cos đối; sin bù; phụ chéo; hơn, kém π tan, cot '.*

2. Các công thức lượng giác cơ bản

- $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$
- $\dfrac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$
- $\dfrac{1}{\sin^2 x} = 1 + \cot^2 x$
- $\tan x.\cot x = 1$
- $\tan x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$
- $\cot x = \dfrac{\cos x}{\sin x}$

3. Công thức cộng

$$\sin(a \pm b) = \sin a.\cos b \pm \cos a.\sin b$$
$$\cos(a \pm b) = \cos a.\cos b \mp \sin a.\sin b$$
$$\tan(a \pm b) = \frac{\tan a \pm \tan b}{1 \mp \tan a.\tan b}$$

4. Công thức nhân

4.1 Công thức nhân đôi

$$\sin 2a = 2\sin a \cos a$$
$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a = 2\cos^2 a - 1 = 1 - 2\sin^2 a$$
$$\tan 2a = \frac{2\tan a}{1 - \tan^2 a}$$

4.2 Công thức nhân ba

$$\sin 3a = 3\sin a - 4\sin^3 a$$
$$\cos 3a = 4\cos^3 a - 3\cos a$$
$$\tan 3a = \frac{3\tan a - \tan^3 a}{1 - 3\tan^2 a}$$

5. Công thức hạ bậc

$$\sin^2 a = \frac{1 - \cos 2a}{2} \qquad \cos^2 a = \frac{1 + \cos 2a}{2}$$
$$\sin^3 a = \frac{3\sin a - \sin 3a}{4} \qquad \cos^3 a = \frac{3\cos a + \cos 3a}{4}$$

6. Công thức biến đổi tổng thành tích

$$\cos a + \cos b = 2\cos\frac{a+b}{2}\cos\frac{a-b}{2}$$
$$\cos a - \cos b = -2\sin\frac{a+b}{2}\sin\frac{a-b}{2}$$
$$\sin a + \sin b = 2\sin\frac{a+b}{2}\cos\frac{a-b}{2}$$
$$\sin a - \sin b = 2\cos\frac{a+b}{2}\sin\frac{a-b}{2}$$

7. Công thức biến đổi tích thành tổng

$$\cos a.\cos b = \frac{1}{2}\left[\cos(a+b)+\cos(a-b)\right]$$

$$\sin a.\sin b = -\frac{1}{2}\left[\cos(a+b)-\cos(a-b)\right]$$

$$\sin a.\cos b = \frac{1}{2}\left[\sin(a+b)+\sin(a-b)\right]$$

II. PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

DẠNG 1. PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC CƠ BẢN

Kiến thức cơ bản

$$\sin u = \sin v \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} u = v + k2\pi \\ u = \pi - v + k2\pi \end{array}\right.$$

$$\cos u = \cos v \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} u = v + k2\pi \\ u = -v + k2\pi \end{array}\right.$$

$$\tan u = \tan v \Leftrightarrow u = v + k2\pi$$

$$\cot u = \cot v \Leftrightarrow u = v + k2\pi$$

Trường hợp đặc biệt:

$$\sin u = 0 \Leftrightarrow u = k\pi$$

$$\sin u = 1 \Leftrightarrow u = \frac{\pi}{2} + k2\pi$$

$$\sin u = -1 \Leftrightarrow u = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$$

$$\cos u = 0 \Leftrightarrow u = \frac{\pi}{2} + k\pi$$

$$\cos u = 1 \Leftrightarrow u = k2\pi$$

$$\cos u = -1 \Leftrightarrow u = \pi + k2\pi$$

DẠNG 2. PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI ĐỐI VỚI MỘT HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

Kiến thức cơ bản

- Phương trình bậc hai theo một hàm số lượng giác là phương trình có dạng:
  $at^2 + bt + c = 0$ **(1)** trong đó **t** là một trong các hàm số: **sinu; cosu; tanu; cotu.**
- Cách giải: Đặt **t = sinu; cosu; tanu; cotu.**
  Chú ý: $|\sin u|;|\cos u| \le 1$

DẠNG 3. PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT THEO SIN u VÀ COSu

Kiến thức cơ bản

Dạng : $a\sin u + b\cos u = c$ (1) trong đó $a^2 + b^2 \ne 0$

Điều kiện có nghiệm: $a^2 + b^2 \ge c^2$

Cách giải:

Chia hai vế của PT cho $\sqrt{a^2+b^2}$,

$$(1) \quad \Leftrightarrow \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\sin u+\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}\cos u=\frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

$$\Leftrightarrow \sin u.\cos\alpha+\cos u.\sin\alpha=\sin\beta$$

$$\Leftrightarrow \sin(u+\alpha)=\sin\beta$$

DẠNG 4. PHƯƠNG TRÌNH THUẦN NHẤT BẬC HAI THEO SINU VÀ COSU

Kiến thức cơ bản

Dạng tổng quát:

$$\boxed{a\sin^2 u+b\sin u\cos u+c\cos^2 u=d \quad \textbf{(2)}}$$

Cách giải:

B_1: Xét $\cos u=0$. Kiểm tra $u=\frac{\pi}{2}+k\pi$ có thỏa phương trình (2) không ?

B_2: Xét $\cos u\neq 0$. Chia 2 vế phương trình (2) cho $\cos^2 u$. Ta được phương trình mới dạng: $a\tan^2 u+b\tan u+c=0$.

***Chú ý:** Nếu phương trình lượng giác có bậc cùng chẳn hoặc cùng lẻ theo sinu và cosu thì ta cũng giải bằng phương pháp trên.

DẠNG 5. PHƯƠNG TRÌNH ĐỐI XỨNG – PHẢN XỨNG

Dạng tổng quát:

$$\boxed{a(\sin u\pm\cos u)+b\sin u\cos u+c=0 \quad \textbf{(3)}}$$

Cách giải:

Đặt $t=\sin x\pm\cos x=\sqrt{2}\sin(x\pm\frac{\pi}{4})$ (*) (Điều kiện: $|t|\leq\sqrt{2}$)

$$\Rightarrow \sin x\cos x=\pm\frac{t^2-1}{2}.$$

Thế vào **(3)** ta được phương trình bậc hai theo t.

Một số công thức quan trọng

- $\sin u+\cos u=\sqrt{2}\sin\left(u+\frac{\pi}{4}\right)=\sqrt{2}\cos\left(u-\frac{\pi}{4}\right)$
- $\sin u-\cos u=\sqrt{2}\sin\left(u-\frac{\pi}{4}\right)=-\sqrt{2}\cos\left(u+\frac{\pi}{4}\right)$
- $1\pm\sin 2x=(\sin x\pm\cos x)^2$

E. CÔNG THỨC ĐẠO HÀM.

1. Quy tắc cơ bản.

$(c)' = 0$ $\qquad$ $(u \pm v)' = u' \pm v'$

$(u.v)' = u'v + v'u$ $\qquad$ $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v - v'u}{v^2}$

2. Bảng công thức tính đạo hàm.

$(k.x)' = k$	$(k.u)' = k.u'$
$(x^n)' = n.x^{n-1}$	$(u^n)' = n.u^{n-1}.(u)'$
$(\frac{1}{x})' = -\frac{1}{x^2}$	$(\frac{1}{u})' = -\frac{(u)'}{u^2}$
$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$
$(\sin x)' = \cos x$	$(\sin u)' = \cos u.(u)'$
$(\cos x)' = -\sin x$	$(\cos u)' = -\sin u.(u)'$
$(\tan x)' = 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$	$(\tan u)' = (1 + \tan^2 u).u' = \frac{u'}{\cos^2 u}$
$(\cot x)' = -(1 + \cot^2 x) = -\frac{1}{\sin^2 x}$	$(\cot u)' = -(1 + \cot^2 u).u' = -\frac{u'}{\sin^2 u}$
$(e^x)' = e^x$	$(e^u)' = e^u.u'$
$(a^x)' = a^x.\ln a$	$(a^u)' = a^u.\ln a.u'$
$(\ln x)' = \frac{1}{x}$	$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$
$(\log_a x)' = \frac{1}{x.\ln a}$	$(\log_a u)' = \frac{u'}{u.\ln a}$

*__Đặc biệt :__

- $y = \dfrac{ax+b}{cx+d} \Rightarrow y' = \dfrac{\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}}{(cx+d)^2}$

- $y = \dfrac{a_1x^2 + b_1x + c_1}{a_2x^2 + b_2x + c_2} \Rightarrow y' = \dfrac{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} x^2 + 2\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} x + \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix}}{(a_2x^2 + b_2x + c_2)^2}$

F. CÔNG THỨC MŨ – LOGARIT.

STT	CÔNG THỨC MŨ
1.	$a^n = \underbrace{a.a...a}_{n \text{ thua so}}$
2.	$a^1 = a \quad \forall a$
3.	$a^0 = 1 \quad \forall a \neq 0$
4.	$a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$
5.	$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$
6.	$a^{-\frac{m}{n}} = \dfrac{1}{a^{\frac{m}{n}}} = \dfrac{1}{\sqrt[n]{a^m}}$
7.	$a^m.a^n = a^{m+n}$
8.	$\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
9.	$(a^m)^n = (a^n)^m = a^{m.n}$
10.	$(a.b)^n = a^n.b^n$
11.	$(\dfrac{a}{b})^n = \dfrac{a^n}{b^n}$
12.	$a^M = N \Leftrightarrow M = \log_a N$

STT	CÔNG THỨC LOGARIT
1	$\log_a 1 = 0$
2	$\log_a a = 1$
3	$\log_a a^M = M$
4	$a^{\log_a N} = N$
5	$\log_a (N_1.N_2) = \log_a N_1 + \log_a N_2$
6	$\log_a (\dfrac{N_1}{N_2}) = \log_a N_1 - \log_a N_2$
7	$\log_a N^\alpha = \alpha.\log_a N$
8	$\log_a N^2 = 2.\log_a \lvert N \rvert$
9	$\log_a N = \log_a b.\log_b N$
10	$\log_b N = \dfrac{\log_a N}{\log_a b}$
11	$\log_a b = \dfrac{1}{\log_b a}$
12	$\log_{a^\alpha} N = \dfrac{1}{\alpha}\log_a N$
13	$a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$

G. CÔNG THỨC NGUYÊN HÀM.

Nguyên hàm của những hàm số thường gặp	**Nguyên hàm của những hàm số thường gặp**
1. $\int dx = x + C$	13. $\int \frac{1}{x^n} dx = -\frac{1}{n-1} \times \frac{1}{x^{n-1}} + c$
2. $\int k dx = kx + C$	14. $\int \frac{1}{2\sqrt{x}} dx = \sqrt{x} + c$
3. $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \quad (n \neq -1)$	15. $\int \mathbf{f(ax+b)dx} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{a}}\mathbf{F(ax+b)+C}$
4. $\int \frac{1}{x} dx = \ln\lvert x\rvert + C \quad (x \neq 0)$	16. $\int (ax+b)^{\alpha} dx = \frac{1}{a}\frac{(ax+b)^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C \quad (\alpha \neq 1)$
5. $\int \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x} + C$	17. $\int \frac{1}{ax+b} dx = \frac{1}{a}\ln\lvert ax+b\rvert + C \quad (x \neq 0)$
6. $\int \frac{1}{x^n} dx = -\frac{1}{(n-1)x^{n-1}} + C$	18. $\int e^{ax+b} dx = \frac{1}{a} e^{ax+b} + C$
7. $\int e^x dx = e^x + C$	19. $\int \cos(ax+b) dx = \frac{1}{a}\sin(ax+b) + C$
8. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \quad (0 < a \neq 1)$	20. $\int \sin(ax+b) dx = -\frac{1}{a}\cos(ax+b) + C$
9. $\int \cos x dx = \sin x + C$	21. $\int \frac{1}{\cos^2(ax+b)} dx = \frac{1}{a}\tan(ax+b) + C$
10. $\int \sin x dx = -\cos x + C$	22. $\int \frac{1}{\sin^2(ax+b)} dx = -\frac{1}{a}\cot(ax+b) + C$
11. $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \int (1+\tan^2 x) dx = \tan x + C$	
12. $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = \int (1+\cot^2 x) dx = -\cot x + C$	

H. PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN.

Cho vectơ $\vec{u} = (x; y; z)$; $\vec{v} = (x'; y'; z')$

và hai điểm $A(x_A; y_A; z_A)$; $B(x_B; y_B; z_B)$.

1. $\vec{u} \pm \vec{v} = (x \pm x'; y \pm y'; z \pm z')$

2. $k.\vec{u} = (kx; ky; kz)$

3. Điều kiện bằng nhau của hai vectơ:

$$\vec{u} = \vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' \\ y = y' \\ z = z' \end{cases}$$

4. $\vec{u}$ **cùng phương** $\vec{v} \Leftrightarrow \dfrac{x}{x'} = \dfrac{y}{y'} = \dfrac{z}{z'}$

5. $\vec{u}$ **cùng phương** $\vec{v} \Leftrightarrow \left[\vec{u}, \vec{v}\right] = \vec{0}$

6. Tích vô hướng của hai vectơ: $\vec{u}.\vec{v} = xx' + yy' + zz'$

7. Độ dài của một vectơ :

$$|\vec{u}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

8. Vectơ tạo bởi 2 điểm A, B:

$$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$$

9. Độ dài đoạn thẳng AB:

$$AB = \left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$$

10. Góc giữa hai vectơ :

$$\cos\varphi = \frac{\vec{u}.\vec{v}}{|\vec{u}|.|\vec{v}|} = \frac{xx' + yy' + zz'}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.\sqrt{x'^2 + y'^2 + z'^2}} \quad (0 \le \varphi \le 180^0)$$

11. Điều kiện vuông góc của hai vactơ:

$$\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u}.\vec{v} = 0 \Leftrightarrow xx' + yy' + zz' = 0$$

12. M là **trung điểm** của đoạn AB $\Leftrightarrow \begin{cases} x_M = \dfrac{x_A + x_B}{2} \\ y_M = \dfrac{y_A + y_B}{2} \\ z_M = \dfrac{z_A + z_B}{2} \end{cases}$

13. G là **trọng tâm tam giác** ABC $\Leftrightarrow \begin{cases} x_G = \dfrac{1}{3}(x_A + x_B + x_C) \\ y_G = \dfrac{1}{3}(y_A + y_B + y_C) \\ z_G = \dfrac{1}{3}(z_A + z_B + z_C) \end{cases}$

14. G là **trọng tâm tứ diện** ABCD $\Leftrightarrow \begin{cases} x_G = \dfrac{1}{4}(x_A + x_B + x_C + x_D) \\ y_G = \dfrac{1}{4}(y_A + y_B + y_C + y_D) \\ z_G = \dfrac{1}{4}(z_A + z_B + z_C + z_D) \end{cases}$

15. Tích **CÓ HƯỚNG** của hai vectơ:

$$[\vec{u},\vec{v}] = \left(\begin{vmatrix} y & z \\ y' & z' \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} z & x \\ z' & x' \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} x & y \\ x' & y' \end{vmatrix} \right)$$

16. Tính chất quan trọng :

$[\vec{u},\vec{v}] \perp \vec{u}$ và $[\vec{u},\vec{v}] \perp \vec{v}$

17. Diện tích tam giác ABC : $S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right|$

18. Diện tích hình bình hành ABCD: $S_{hbh\,ABCD} = 2S_{\Delta ABC} = \left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right|$

19. Thể tích tứ diện ABCD : $V_{ABCD} = \dfrac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}\right|$

20. Chiều cao AH của tứ diện ABCD: $AH = \dfrac{3.V_{ABCD}}{S_{\Delta BCD}}$

21. Thể tích khối hộp ABCD.A’B’C’D’ : $V = \left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right].\overrightarrow{AA'}\right|$

22. Ba điểm A,B,C **tạo thành tam giác** $\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}$ không cùng phương

23. Bốn điểm A,B,C,D không đồng phẳng $\Leftrightarrow$ ABCD là tứ diện $\Leftrightarrow$ $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD} \neq 0$

24. Điều kiện để ABCD là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

25. Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng: $d\left(M,(\alpha)\right) = \dfrac{|Ax_o + By_o + Cz_o + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$

26. Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng: $d(M,\Delta) = \dfrac{\left|\left[\overrightarrow{M_0M},\vec{a}\right]\right|}{|\vec{a}|}$

27. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau: $d(d,d') = \dfrac{\left|\left[\vec{a},\vec{b}\right].\overrightarrow{MN}\right|}{\left|\left[\vec{a},\vec{b}\right]\right|}$

28. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng: $\sin\varphi = \dfrac{|\vec{n}.\vec{a}|}{|\vec{n}|.|\vec{a}|}$

I. PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG MẶT PHẲNG OXY.

- Diện tích tam giác trong mặt phẳng Oxy:

$$\overrightarrow{AB}=(a_1;a_2),\overrightarrow{AC}=(b_1;b_2)\Rightarrow S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}|a_1b_2-a_2b_1|$$

1. ***Đường thẳng.***

a. Các dạng phương trình đường thẳng:

- Phương trình tổng quát: $Ax+By+Cz=0\quad (A^2+B^2>0)$

(Vec tơ pháp tuyến $\vec{n}=(A;\ B)$, Vec tơ chỉ phương $\vec{a}=(B;-A)$ hay $\vec{a}=(-B;A)$)

- Phương trình tham số: $\begin{cases} x=x_0+a_1t \\ y=y_0+a_2t \end{cases}\quad (t\in\mathbb{R})$

(Vec tơ chỉ phương $\vec{a}=(a_1;a_2)$ và đi qua điểm $M(x_0,\ y_0)$)

- Phương trình chính tắc: $\dfrac{x-x_0}{a_1}=\dfrac{y-y_0}{a_2}$

- Phương trình đoạn chắn: $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$

(Đi qua hai điểm $A(a;\ 0),\ B(0;\ b)$)

b. Góc giữa hai đường thẳng.

Gọi $\vec{n}_1$ *và* $\vec{n}_2$ là hai VTPT của hai đường thẳng Δ_1 *và* Δ_2. Khi đó:

$$\cos(\Delta_1,\Delta_2)=\cos(\vec{n}_1,\vec{n}_2)=\frac{|\vec{n}_1.\vec{n}_2|}{|\vec{n}_1||\vec{n}_2|}=\frac{|a_1a_2+b_1b_2|}{\sqrt{a_1^2+a_2^2}.\sqrt{b_1^2+b_2^2}}$$

c. Khoảng cách từ một điểm $M(x_M;y_M)$ đến một đường thẳng Δ: $Ax+By+C=0$ là:

$$d(M,\Delta)=\frac{|Ax_M+By_M+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$$

2. ***Đường tròn.***

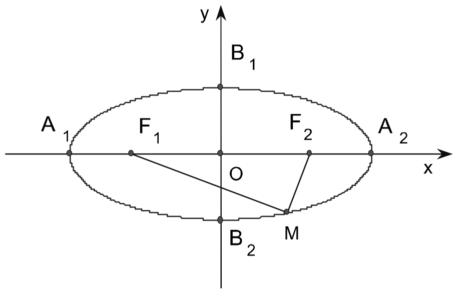
Các dạng phương trình đường tròn:

- **Dạng 1.** Phương trình đường tròn (C) có tâm $I(a;\ b)$ và bán kính R là:

$$(C):(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$$

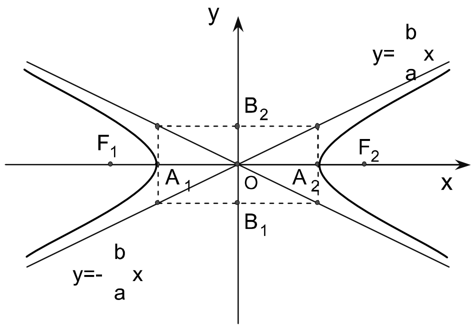
- **Dạng 2.** Phương trình dạng: $x^2+y^2-2ax-2by+c=0$ với điều kiện $a^2+b^2-c>0$ là phương trình đường tròn (C) có tâm $I(a;\ b)$ và bán kính $R=\sqrt{a^2+b^2-c}$.

3. ***Elip.***



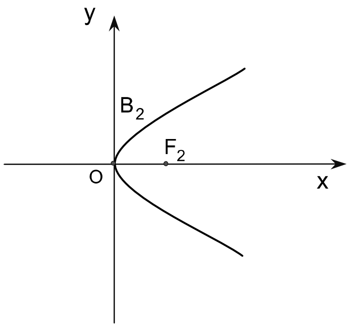
- Phương trình chính tắc của Elip (E): $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1 \quad (a>b);\ c^2=a^2-b^2$
- Tiêu điểm: $F_1(-c;0),\ F_2(c;0)$
- Đỉnh trục lớn : $A_1(-a;0),\ A_2(a;0)$
- Đỉnh trục bé: $B_1(0;-b),\ B_2(0;b)$
- Tâm sai: $e=\dfrac{c}{a}<1$
- Phương trình đường chuẩn: $x=\pm\dfrac{a}{e}$
- Điều kiện tiếp xúc của (E) và $\Delta: Ax+By+C=0$ là: $A^2a^2+B^2b^2=C^2$

4. ***Hypebol.***



- Phương trình chính tắc: $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1,\ \ c^2=a^2+b^2$
- Tiêu điểm $F_1(-c;0),\ F_2(c;0)$
- Đỉnh trên trục thực $A_1(-a;0),\ A_2(a;0)$.
- Tâm sai: $e=\dfrac{c}{a}$
- Phương trình đường chuẩn: $x=\pm\dfrac{a}{e}$
- Điều kiện tiếp xúc của (H) và $\Delta: Ax+By+C=0$ là: $A^2a^2-B^2b^2=C^2$

5. ***Parabol.***



- Phương trình chính tắc: $y^2 = 2px$

-Tiêu điểm $F\left(\dfrac{p}{2};0\right)$

- Phương trình đường chuẩn $x = -\dfrac{p}{2}$

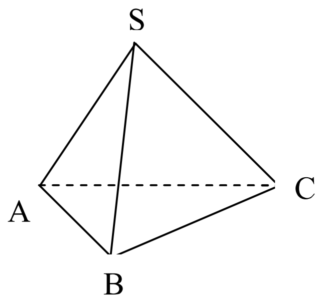
- Điều kiện tiếp xúc của (P) và $\Delta: Ax + By + C = 0$ là: $2AC = B^2p$

J. HÌNH HỌC KHÔNG GIAN.

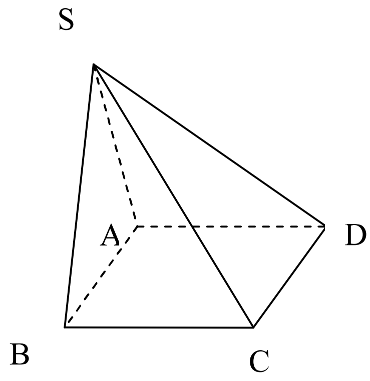
I . CÁC HÌNH CƠ BẢN

1/ Hình chóp

a/ *Hình chóp thường*:



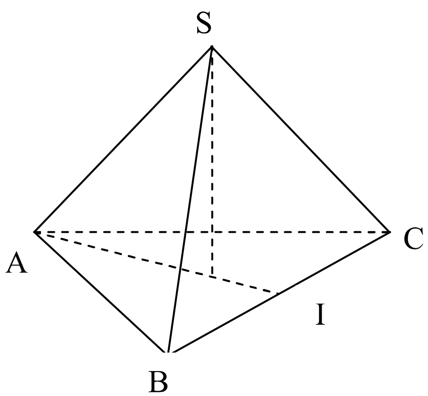
Hình chóp tam giác S.ABC
(Tứ diện S.ABC)



Hình chóp tứ giác S.ABCD

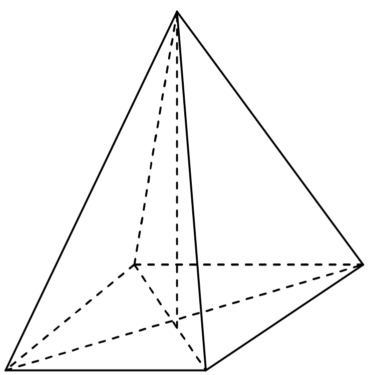
b/ *Hình chóp đều :*

*** Hình chóp tam giác đều (Tứ diện đều)**



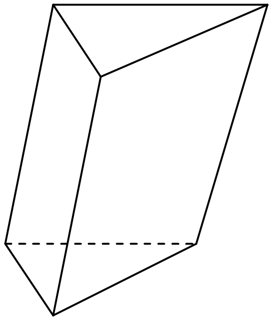
*__Tính chất__:
-Đáy là tam giác đều
-Tất cả các cạnh bên bằng nhau
-Tất cả các mặt bên là các tam giác cân bằng nhau
-Chân đường cao trùng với tâm mặt đáy (Tâm đáy là trọng tâm Δ ABC)
-Tất cả các góc tạo bởi cạnh bên và mặt đáy đều bằng nhau
-Tất cả các góc tạo bởi các mặt bên và mặt đáy đều bằng nhau
*Chú ý:
-Diện tích Δ đều : $\boldsymbol{S} = \dfrac{\boldsymbol{canh}^2 \times \sqrt{3}}{4}$
-Đường cao Δ đều: $\boldsymbol{h} = \dfrac{\boldsymbol{canh} \times \sqrt{3}}{2}$

*** Hình chóp tứ giác đều**

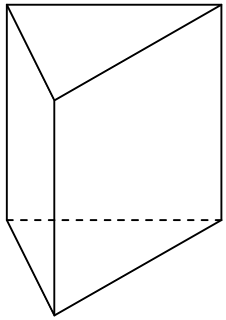


***__Tính chất:__**
-Đáy là hình vuông
-Tất cả các cạnh bên bằng nhau
-Tất cả các mặt bên là các tam giác cân bằng nhau
-Chân đường cao trùng với tâm mặt đáy (Tâm đáy là giao điểm 2 đường chéo)
-Tất cả các góc tạo bởi cạnh bên và mặt đáy đều bằng nhau
-Tất cả các góc tạo bởi các mặt bên và mặt đáy đều bằng nhau
*_Chú ý:_
-Diện tích hình vuông : S=Cạnh^2
-Đường chéo hình vuông: = cạnh$\times\sqrt{2}$

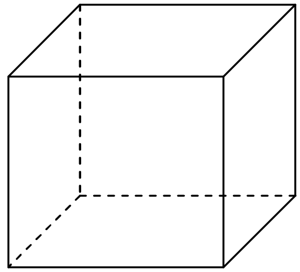
2/ Hình lăng trụ



Lăng trụ thường



Lăng trụ đứng



Hình lập phương

II. CÁC PHƯƠNG PHÁP CHỨNG MINH

1/ Phương pháp chứng minh đường thẳng vuông góc với mặt phẳng

Muốn chứng minh đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (α), ta làm như sau:

***CÁCH 1**: Chứng minh đường thẳng d vuông góc với **HAI** đường thẳng cắt nhau nằm trong mp(α)

$$\begin{cases} \boldsymbol{d} \perp \boldsymbol{a} \\ \boldsymbol{d} \perp \boldsymbol{b} \\ \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b} \subset (\alpha) \end{cases} \Rightarrow \boldsymbol{d} \perp (\alpha)$$

***CÁCH 2**: Sử dụng định lí:''Nếu hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì bất kì đường thẳng nào nằm trong mặt phẳng này và vuông góc với giao tuyến thì cũng vuông góc với mặt phẳng kia''

$$\begin{cases} (\alpha) \perp (\beta) \\ \boldsymbol{d} \subset (\alpha) \\ \boldsymbol{c} = (\alpha) \cap (\beta) \\ \boldsymbol{d} \perp \boldsymbol{c} \end{cases} \Rightarrow \boldsymbol{d} \perp (\beta)$$

***CÁCH 3**: Sử dụng định lí:''Nếu hai mp phân biệt cùng vuông góc với mp thứ 3 thì giao tuyến của chúng cũng sẽ vuông góc với mp đó''.

$$\begin{cases} (\alpha) \perp (\gamma) \\ (\beta) \perp (\gamma) \\ \boldsymbol{c} = (\alpha) \cap (\beta) \end{cases} \Rightarrow \boldsymbol{c} \perp (\gamma)$$

2/ Phương pháp chứng minh 2 đường thẳng vuông góc

Muốn chứng minh hai đường thẳng vuông góc ta chứng minh đường thẳng này vuông góc với một mặt phẳng chứa đường thẳng kia.

$$\begin{cases} \boldsymbol{d} \perp (\alpha) \\ \boldsymbol{a} \subset (\alpha) \end{cases} \Rightarrow \boldsymbol{d} \perp \boldsymbol{a}$$

3/ Phương pháp chứng minh 2 mặt phẳng vuông góc

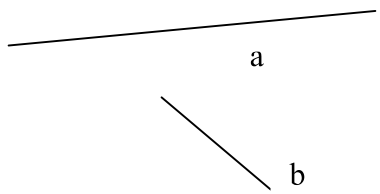
Muốn chứng minh hai mặt phẳng vuông góc ta chứng minh mặt phẳng này chứa một đường thẳng vuông góc với mặt phẳng kia.

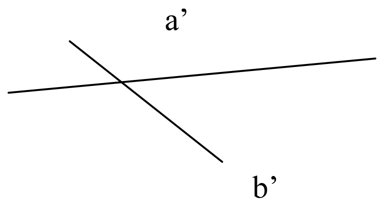
$$\begin{cases} d \subset (\alpha) \\ d \perp (\beta) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \perp (\beta)$$

III. CÁC VẤN ĐỀ VỀ GÓC

1/ Góc giữa hai đường thẳng

Định nghĩa: Góc giữa hai đường thẳng a, b trong không gian là góc giữa hai đường thẳng a', b' nào đó cùng đi qua một điểm và lần lượt song song với a, b.



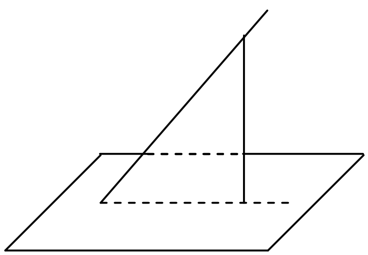


$$(\widehat{a,b}) = (\widehat{a',b'})$$

2/ Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng

a) *Định nghĩa*: Góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng (α) là góc giữa chính đường thẳng a và hình chiếu của nó lên mặt phẳng (α)

b) *Phương pháp thực hiện.*



PP: Gọi φ là góc cần tìm.

-B1: Tìm giao điểm O của a và (α)

-B2: Tìm đường vuông góc từ đường thẳng a xuống mặt phẳng (α)

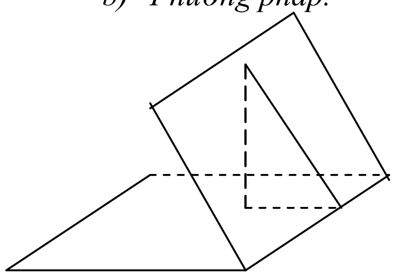
-B3: $\Rightarrow$ OH là hình chiếu của a lên (α)

Vậy $\varphi = (\widehat{a, OH})$

3/ Góc giữa 2 mặt phẳng

a) *Định nghĩa*: Góc giữa hai mặt phẳng là góc giữa hai đường thẳng lần lượt vuông góc với **GIAO TUYẾN** của hai mặt phẳng đó.

b) *Phương pháp.*



PP: Gọi φ là góc cần tìm

-B1: Xác định giao tuyến c của (α) và (β)

-B2: Tìm đường vuông góc với một trong hai mặt phẳng.

-B3: Từ chân đường vuông góc, hạ đt vuông góc với gt c tại H.

-B4: Chứng minh đt hạ từ đỉnh đường vuông góc xuống H vuông góc với gt c.

Suy ra góc φ.

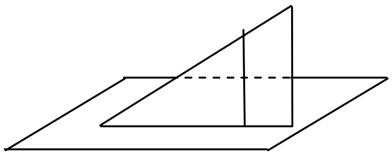
IV. CÁC VẤN ĐỀ VỀ KHOẢNG CÁCH

1. Khoảng cách từ một điểm đến một mp

Để xác định khoảng cách từ điểm A đến mp (α),ta tìm một đt thỏa: $\boldsymbol{a}:\begin{cases}+\boldsymbol{Qua}\ \ \boldsymbol{A}\\ +\perp\ (\alpha)\ \text{tại}\ \boldsymbol{H}\end{cases}$

Khi đó : AH là khoảng cách cần tìm

**Lưu ý:*



Nếu AB cắt (α) tại I thì

$$\frac{d(A,(\alpha))}{d(B,(\alpha))}=\frac{IA}{IB}$$

2. **Khoảng cách giữa đường thẳng và mp song song** là khoảng cách từ một điểm bất kì trên đt đến mp

$$\boldsymbol{AB}\parallel(\alpha)\Rightarrow \boldsymbol{d}(\boldsymbol{AB},(\alpha))=\boldsymbol{IH},\boldsymbol{I}\in\boldsymbol{AB}$$

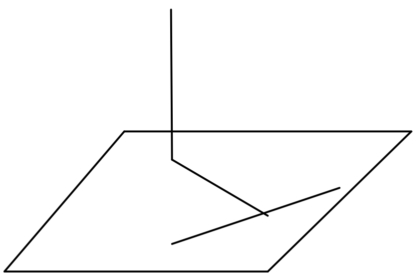
3. **Khoảng cách giữa hai mp song song** là khoảng cách từ một điểm bất kì trên mp này đến mp kia

$$(\alpha)\parallel(\beta)\Rightarrow \boldsymbol{d}((\alpha),(\beta))=\boldsymbol{d}(\boldsymbol{A},(\beta)),\boldsymbol{A}\in(\alpha)$$
$$=\boldsymbol{d}(\boldsymbol{B},(\alpha)),\boldsymbol{B}\in(\beta)$$

4. **Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau**

Nhắc lại: Đường vuông góc chung của 2 đt chéo nhau a, b là đt cắt a, b và đồng thời vuông góc với 2 đt đó.

***TH1: a, b chéo nhau và $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$.** Khi đó:



PP:

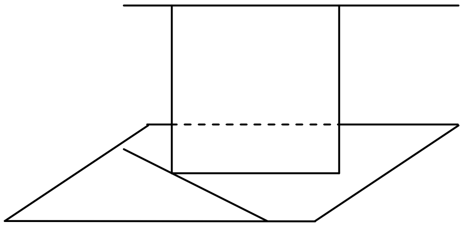
-B1: Tìm mp (α) $\begin{cases}+\text{Chứa}\ \ \boldsymbol{b}\\ +\perp\boldsymbol{a}\ \ \text{tại}\ \ \boldsymbol{A}\end{cases}$

-B2: Từ A kẻ AB $\perp\boldsymbol{b}$ tại B

$\Rightarrow$ AB là đoạn vuông góc chung của a và b

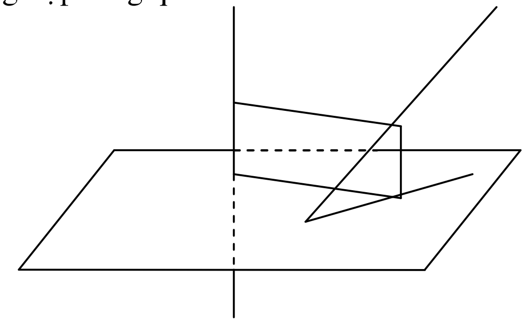
Vậy $\boldsymbol{d}(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})=\boldsymbol{AB}$

***TH2: a, b chéo nhau đồng thời có mp(α) chứa b và song song với a**



PP:
-B1: Lấy $M \in a$,kẻ $MH \perp (\alpha)$ tại H
-B2: Từ H dựng $a' \parallel a$, cắt b tại B
-B3: Từ B dựng đt || MH cắt a tại A
$\Rightarrow$ AB là đoạn vuông góc chung
Vậy $d(a,b) = AB = MH = d(M,(\alpha))$

***TH3**: Trường hợp tổng quát



PP
- Dựng mp (α) vuông góc với a tại O. Dựng hình chiếu vuông góc b' của b trên (α)
- Dựng hình chiếu vuông góc H của O trên b'. Từ H dựng đt song song với a cắt b tại B
- Từ B dựng đt song song với OH, cắt a tại A

Đoạn AB là đoạn vuông góc chung

d(a,b) = AB = OH

MỘT SỐ CÔNG THỨC ĐÁNG NHỚ:

$S_{\text{hình vuông}}$ = cạnh ^{2}	Diện tích hình chữ nhật = dài . rộng
Đường chéo hình vuông = cạnh . $\sqrt{2}$	$S_{\text{hìnhtròn}} = \pi R^2$
Diện tích tam giác thường $= \frac{1}{2}$ (cạnh ˝y. ường cao)	Thể tích khối chóp V = $\frac{1}{3}$ ($S_{\text{đáy}} \times$ cao)
Diện tích tam giác thường = $\frac{1}{2}$ a . b (a, b là 2 cạnh góc vuông)	Thể tích khối lăng trụ V = $S_{\text{đáy}} \times$ cao
Diện tích tam giác đều = $\frac{canh^2 \times \sqrt{3}}{4}$	Thể tích khối cầu V=$\frac{4}{3}\pi R^3$

Đường cao tam giác đều = $\dfrac{canh \times \sqrt{3}}{2}$	Diện tích mặt cầu S= $4\pi R^2$
$S_{\text{hình } \mathbf{thang}}$ **=** $\dfrac{1}{2}$ (đáy nhỏ **+** đáy lớn) × cao	Thể tích khối nón V= $\dfrac{1}{3}$ ($S_{\text{đáy}}$ × cao)= $\dfrac{1}{3}\pi R^2 h$
Tam giác ABC vuông tại A: $\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{AB^2} + \dfrac{1}{AC^2}$	Thể tích khối trụ V= $S_{\text{đáy}}$ × cao $= \pi R^2 h$

K. SỐ PHỨC

1. Định nghĩa số phức và các khái niệm liên quan

Định nghĩa :

Số phức là một biểu thức có dạng $a+bi$; trong đó $a,b\in\mathbb{R}$ và $i^2=-1$.

Tập hợp các số phức được kí hiệu là $\mathbb{C}$.

- Nếu $z=a+bi$ thì a gọi là ***phần thực*** và b là ***phần ảo*** của số phức z.
- z gọi là số thực khi $a=0$
- z gọi là số thuần ảo khi $b=0$

Các khái niệm liên quan :

Cho số phức $z=a+bi$. Khi đó :

- Mỗi số phức $z=a+bi$ được biểu diễn bởi một điểm $M(a;b)$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy.
- $|z|=\left|\overrightarrow{OM}\right|=\sqrt{a^2+b^2}$ gọi là ***mođun*** của số phức z.
- Số phức $\overline{z}=a-bi$ gọi là số phức ***liên hợp*** của số phức z.

Hai số phức bằng nhau :

Cho số phức $z=a+bi$ và $z'=a'+b'i$. Khi đó: $\boxed{z=z'\Leftrightarrow\begin{cases}a=a'\\b=b'\end{cases}}$

2. Các phép toán trên tập hợp số phức

Phép cộng, trừ, nhân hai số phức :

$$(a+bi)+(c+di)=(a+c)+(b+d)i$$
$$(a+bi)-(c+di)=(a-c)+(b-d)i$$
$$(a+bi)(c+di)=(ac-bd)+(ad+bc)i$$

Chú ý :

- Các phép toán : cộng, trừ, nhân hai số phức thực hiện như rút gọn biểu thức đại số thông thường với chú ý rằng $i^2=-1$.
- Các quy tắc đại số đã áp dụng trên tập số thực vẫn được áp dụng trên tập số phức.
- Cho $z=a+bi$. Khi đó : $z.\overline{z}=a^2+b^2$.

Phép chia hai số phức :

$$\frac{z'}{z}=\frac{z'.\overline{z}}{z.\overline{z}}\ (z\neq 0).$$

Số phức nghịch đảo của z $(z\neq 0)$: $z^{-1}=\dfrac{1}{z}$

3. Phương trình bậc hai

Căn bậc hai của số thực âm :

Cho a là số *thực âm*. Khi đó a có *hai căn bậc hai* là : $i\sqrt{|a|}$ và $-i\sqrt{|a|}$.

Cách giải phương trình bậc hai với hệ số thực :

$$\left(az^2+bz+c=0; a,b,c\in\mathbb{R}; a\neq 0\right).$$

Tính $\Delta = b^2-4ac$.
Kết luận :

- Nếu $\Delta>0$ thì phương trình có hai nghiệm thực phân biệt $z_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$.
- Nếu $\Delta=0$ thì phương trình có một nghiệm kép thực $z_1=z_2=\dfrac{-b}{2a}$.
- Nếu $\Delta<0$ thì Δ có hai căn bậc hai là $i\sqrt{|\Delta|}$ và $-i\sqrt{|\Delta|}$. Khi đó phương trình có hai nghiệm phức phân biệt là $z_1=\dfrac{-b+i\sqrt{|\Delta|}}{2a}$ và $z_2=\dfrac{-b-i\sqrt{|\Delta|}}{2a}$.

4 Dạng lượng giác của số phức

4.1 ***Dạng lương giác*** của z = a + bi (a, b $\in \boldsymbol{R}$, $z\neq 0$) là:

$$z = r(\cos\phi+i\sin\phi) \Leftrightarrow \begin{cases} r=\sqrt{a^2+b^2} \\ \cos\phi=\dfrac{a}{r} \\ \sin\phi=\dfrac{b}{r}\end{cases}$$

+ ϕ là một acgumen của z.

+ $\phi=(Ox,OM)$

4.2 ***Nhân chia số phức dưới dạng lượng giác.***

Nếu z = r($\cos\phi+i\sin\phi$), $z'=r'(\cos\phi'+i\sin\phi')$ thì :

a) $z.z'=r.r'[\cos(\phi+\phi')+i\sin(\phi+\phi')]$

b) $\dfrac{z}{z'}=\dfrac{r}{r'}[\cos(\phi-\phi')+i\sin(\phi-\phi')]$

4.3 ***Công thức Moa-vrơ :*** $n\in N^*$ **thì** $[r(\cos\phi+i\sin\phi)]^n=r^n(\cos n\phi+i\sin n\phi)$

4.4 ***Căn bậc hai của số phức dưới dạng lượng giác :***

Căn bậc hai của số phức z = r($\cos\phi+i\sin\phi$) (r > 0) là : $r(\cos\dfrac{\varphi}{2}+i\sin\dfrac{\varphi}{2})$

và $-r(\cos\dfrac{\varphi}{2}+i\sin\dfrac{\varphi}{2})=\sqrt{r}[\cos(\dfrac{\varphi}{2}+\pi)+i\sin(\dfrac{\varphi}{2}+\pi)]$