

MA TRẬN ĐỀ THI HỌC KỲ 2 - THEO SÁCH CTST 11

Nội dung chương trình	Nhóm câu hỏi		
	TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (mức 1-2)	CÂU HỎI ĐÚNG SAI (Mức 1-2-3)	TRẢ LỜI NGẮN (mức 3-4)
Phép tính lũy thừa	1	1	1
Phép tính logarit			
Hàm số mũ và hàm số logarit	1	1	1
Phương trình mũ - logarit	1		
Đạo hàm	1	1	1
Các quy tắc tính đạo hàm	1		
Hai đường thẳng vuông góc	1	1	2
Đường thẳng vuông góc mặt phẳng	1		
Hai mặt phẳng vuông góc	1		
Khoảng cách - thể tích	1		
Góc giữa hai đường thẳng – Góc nhị diện	1		
Biến cố giao và quy tắc nhân xác suất	1	1	2
Biến cố hợp và quy tắc cộng xác suất	1		
TỔNG SỐ CÂU	12	4	6

CÂU HỎI

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

Câu 1. Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x}$ với $x > 0$.

- A. $P = \sqrt{x}$. B. $P = x^{\frac{1}{8}}$. C. $P = x^{\frac{2}{9}}$. D. $P = x^2$.

Câu 2. Hàm số $y = \log_5(4x - x^2)$ có tập xác định là

- A. $D = (0; 4)$. B. $D = \mathbb{R}$.
C. $D = (-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$. D. $D = (0; +\infty)$.

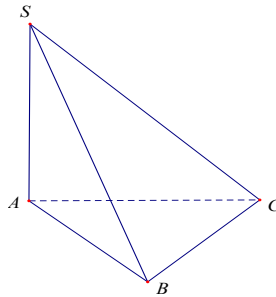
Câu 3. Giải phương trình $4^{x-1} = 8^{3-2x}$.

- A. $x = \frac{11}{8}$. B. $x = \frac{4}{3}$. C. $x = \frac{1}{8}$. D. $x = \frac{8}{11}$.

Câu 4. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng BA' và CD bằng:

- A. 45° . B. 60° . C. 30° . D. 90° .

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$; tam giác ABC đều cạnh a và $SA = a$ (tham khảo hình vẽ bên). Tìm góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) .



- A. 60° . B. 45° . C. 135° . D. 90° .

Câu 6. Cho hình lập phương $ABCD.A'BC'D'$. Tính góc giữa mặt phẳng $(ABCD)$ và $(ACC'A')$.

- A. 45° . B. 60° . C. 30° . D. 90° .

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Biết khoảng cách từ A đến (SBD) bằng $\frac{6a}{7}$. Tính khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SBD) ?

- A. $\frac{12a}{7}$. B. $\frac{3a}{7}$. C. $\frac{4a}{7}$. D. $\frac{6a}{7}$.

Câu 8. Cho khối tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc và $AB = AC = 2a, AD = 3a$. Thể tích V của khối tứ diện đó là:

- A. $V = a^3$. B. $V = 3a^3$. C. $V = 2a^3$. D. $V = 4a^3$.

Câu 9. Một hộp đựng 4 viên bi xanh, 3 viên bi đỏ, 2 viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên 2 viên bi. Tính xác suất 2 viên bi được chọn cùng màu là:

- A. $P(X) = \frac{5}{18}$. B. $P(X) = \frac{5}{8}$. C. $P(X) = \frac{7}{18}$. D. $P(X) = \frac{7}{8}$.

Câu 10. Có hai hộp đựng bi. Hộp I có 9 viên bi được đánh số $1, 2, 3, \dots, 9$. Lấy ngẫu nhiên mỗi hộp một viên bi. Biết rằng xác suất để lấy được viên bi mang số chẵn ở hộp II là $3/10$. Xác suất để lấy được cả hai viên bi mang số chẵn là:

- A. $P = \frac{2}{18}$ B. $P = \frac{2}{19}$. C. $P = \frac{5}{18}$. D. $P = \frac{2}{15}$.

Câu 11. Đạo hàm của hàm số $y = \ln(1 - x^2)$ là

- A. $\frac{2x}{x^2 - 1}$. B. $\frac{-2x}{x^2 - 1}$. C. $\frac{1}{x^2 - 1}$. D. $\frac{x}{1 - x^2}$.

Câu 12. Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $S = -t^3 + 3t^2 + 9t$, trong đó t tính bằng giây và S tính bằng mét. Tính vận tốc của chuyển động tại thời điểm gia tốc triệt tiêu.

- A. 12 m/s. B. 0 m/s. C. 11 m/s. D. 6 m/s.

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

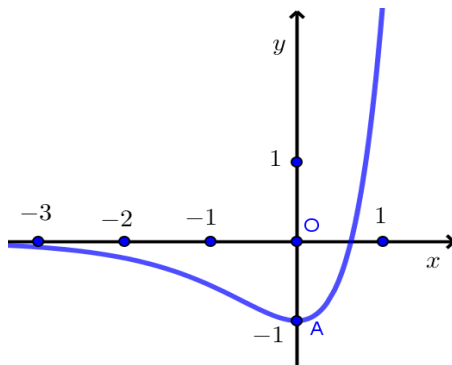
Câu 1. Một trường học có tỉ lệ học sinh nam và nữ là $5 : 3$. Trong đó, tỉ lệ số học sinh nam thuận tay trái là 11% , tỉ lệ số học sinh nữ thuận tay trái là 9% . Khi đó:

- a) Xác suất để chọn được 1 học sinh nam ở trường không thuận tay trái là: $\frac{273}{800}$.
- b) Xác suất để chọn được 1 học sinh nữ ở trường không thuận tay trái là: $\frac{89}{160}$.
- c) Xác suất để chọn được 1 học sinh nam, 1 học sinh nữ ở trường thuận tay trái lần lượt là: $\frac{11}{160}$ và $\frac{27}{800}$.
- d) Xác suất để chọn ngẫu nhiên 5 học sinh ở trường trong đó có đúng 1 học sinh nam và 1 học sinh nữ thuận tay trái là: $\frac{297}{128000}$

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , cạnh a , $\widehat{ABC} = 60^\circ$, $SO \perp (ABCD)$ và $SO = \frac{3a}{4}$, đặt $x = d(O, (SAB))$, $y = d(D, (SAB))$, $z = d(CD, SA)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $x = \frac{3a}{4}$.
- b) $y = 2x$.
- c) $y = z + x$.
- d) $x + y + z = \frac{15a}{8}$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = 3^{2x} - 2 \cdot 3^x$ có đồ thị như hình vẽ sau



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Đường thẳng $y = 0$ cắt đồ thị hàm số (C) tại điểm có hoành độ là $x = \log_3 2$.
- b) Bất phương trình $f(x) \geq -1$ có nghiệm duy nhất.
- c) Bất phương trình $f(x) \geq 0$ có tập nghiệm là: $(-\infty; \log_3 2)$.
- d) Đường thẳng $y = 0$ cắt đồ thị hàm số (C) tại 2 điểm phân biệt.

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ a & \text{khi } x = 1 \end{cases}$

- a) Ta có $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = 2$
- b) Với $a = -2$ thì hàm số có đạo hàm tại $x = 1$
- c) Với $a = 2$ thì hàm số có đạo hàm tại $x = 1$
- d) Với $a = m_0$ thì hàm số có đạo hàm tại $x = 1$, khi đó : $\lim_{x \rightarrow m_0} (x^2 + 2x - 3) = 5$

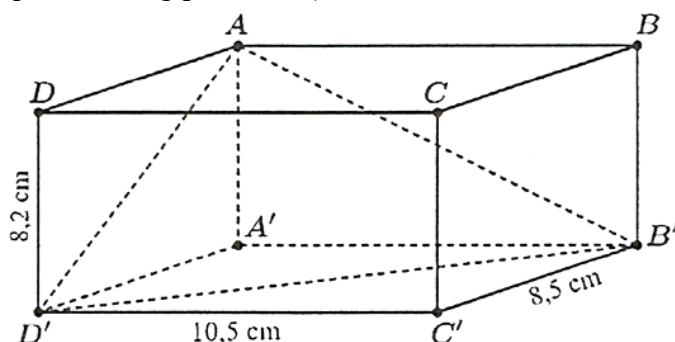
Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

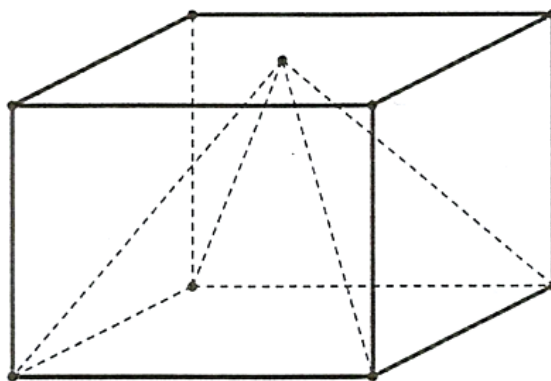
Câu 1. Một trường học có tỉ lệ học sinh thích bóng đá là 45%, thích bóng rổ là 60% và thích cả hai môn này là 30%. Tính xác suất để gặp một học sinh trong trường mà học sinh đó không thích bóng đá hoặc bóng rổ.

Câu 2. Một chiếc túi chứa 5 quả bóng màu đỏ và 6 quả bóng màu xanh có cùng kích thước và khối lượng. Lần lượt lấy ngẫu nhiên một quả bóng rồi trả lại vào túi. Tính xác suất lấy được ít nhất một quả bóng màu xanh sau 3 lượt lấy.

Câu 3. Một hộp phân không bụi có dạng hình hộp chữ nhật, chiều cao hộp phân bằng 8,2 cm và đáy của nó có hai kích thước là 8,5 cm; 10,5 cm (xem hình vẽ sau). Tìm góc phẳng nhị diện $[A, B'D', A']$ (tính theo độ, làm tròn kết quả đến hàng phần chục).



Câu 4. Một cái hộp hình lập phương, bên trong nó đựng một mô hình đồ chơi có dạng hình chóp tứ giác đều mà đỉnh của hình chóp đó trùng với tâm của một mặt chiếc hộp, giả sử hình vuông đáy của hình chóp trùng với một mặt của chiếc hộp (mặt này cùng với mặt chứa đỉnh hình chóp là hai mặt đối nhau). Biết cạnh của chiếc hộp bằng 30 cm , hãy tính thể tích phần không gian bên trong chiếc hộp không bị chiếm bởi mô hình đồ chơi dạng hình chóp (mô hình đồ chơi được làm bởi chất liệu nhựa đặc bên trong).



Câu 5. Theo số liệu của tổng cục thống kê, dân số Việt Nam năm 2015 là 91,7 triệu người. Giả sử tỉ lệ tăng dân số hàng năm của Việt Nam trong giai đoạn 2015-2040 ở mức không đổi 1,1%. Hỏi đến năm bao nhiêu dân số Việt Nam đạt mức 113 triệu người?

Câu 6. Gọi $M(x_0; y_0)$ là điểm trên đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 1$ mà tiếp tuyến tại đó có hệ số góc bé nhất trong các tiếp tuyến của đồ thị hàm số. Khi đó $x_0^2 + y_0^2$ bằng bao nhiêu?

PHIẾU TRẢ LỜI

PHẦN 1.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn												

PHẦN 2.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm.

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,50 điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1 điểm.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a)	a)	a)	a)
b)	b)	b)	b)
c)	c)	c)	c)
d)	d)	d)	d)

PHẦN 3.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm)

Câu	Đáp án
1	

2	
3	
4	
5	
6	

LỜI GIẢI THAM KHẢO

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

1A	2A	3A	4A	5B	6D	7D	8C	9A	10D	11A	12A
----	----	----	----	----	----	----	----	----	-----	-----	-----

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

Câu 1. Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x}$ với $x > 0$.

- A.** $P = \sqrt{x}$. **B.** $P = x^{\frac{1}{8}}$. **C.** $P = x^{\frac{2}{9}}$. **D.** $P = x^2$.

Lời giải

Với $x > 0$, ta có $P = x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{1}{6}} = x^{\frac{1}{3} + \frac{1}{6}} = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$.

Câu 2. Hàm số $y = \log_5(4x - x^2)$ có tập xác định là

- A.** $D = (0; 4)$. **B.** $D = \mathbb{R}$.
C. $D = (-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$. **D.** $D = (0; +\infty)$.

Lời giải

Điều kiện: $4x - x^2 > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 4$.

Vậy: Tập xác định là $D = (0; 4)$.

Câu 3. Giải phương trình $4^{x-1} = 8^{3-2x}$.

- A.** $x = \frac{11}{8}$. **B.** $x = \frac{4}{3}$. **C.** $x = \frac{1}{8}$. **D.** $x = \frac{8}{11}$.

Lời giải

Ta có: $4^{x-1} = 8^{3-2x} \Leftrightarrow \frac{2^{2x}}{4} = \frac{512}{2^{6x}} \Leftrightarrow 2^{8x} = 2048 \Leftrightarrow 2^{8x} = 2^{11} \Leftrightarrow 8x = 11 \Leftrightarrow x = \frac{11}{8}$.

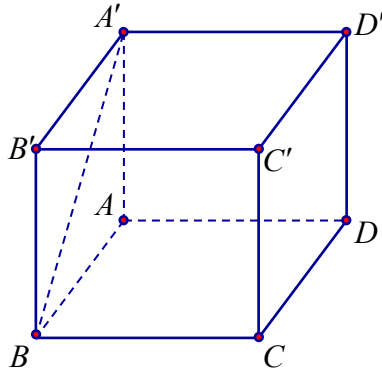
Cách khác:

Ta có: $4^{x-1} = 8^{3-2x} \Leftrightarrow (x-1)\log_2 4 = (3-2x)\log_2 8 \Leftrightarrow 2x-2 = 9-6x \Leftrightarrow 8x = 11 \Leftrightarrow x = \frac{11}{8}$.

Câu 4. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng BA' và CD bằng:

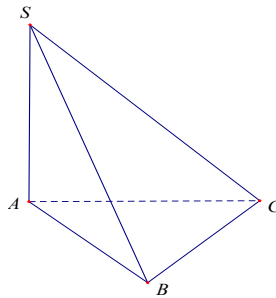
- A.** 45° . **B.** 60° . **C.** 30° . **D.** 90° .

Lời giải



Có $CD \parallel AB \Rightarrow (BA', CD) = (BA', BA) = \widehat{ABA'} = 45^\circ$ (do $ABB'A'$ là hình vuông).

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$; tam giác ABC đều cạnh a và $SA = a$ (tham khảo hình vẽ bên). Tìm góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) .



- A. 60° . **B.** 45° . C. 135° . **D.** 90° .

Lời giải

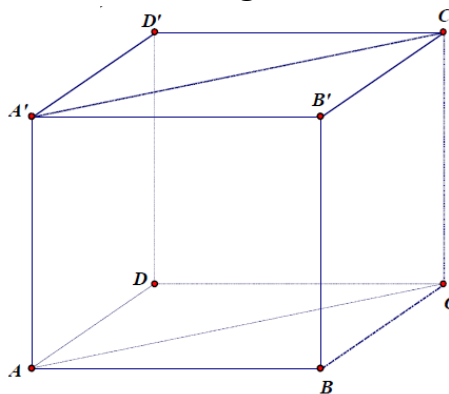
Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) là góc \widehat{SCA} .

Tam giác SAC vuông cân tại A nên góc $\widehat{SCA} = 45^\circ$.

Câu 6. Cho hình lập phương $ABCD.A'BC'D'$. Tính góc giữa mặt phẳng $(ABCD)$ và $(ACC'A')$.

- A. 45° . **B.** 60° . C. 30° . **D.** 90° .

Lời giải



Do $AA' \perp (ABCD) \Rightarrow (ACC'A') \perp (ABCD)$.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Biết khoảng cách từ A đến (SBD) bằng $\frac{6a}{7}$. Tính khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SBD) ?

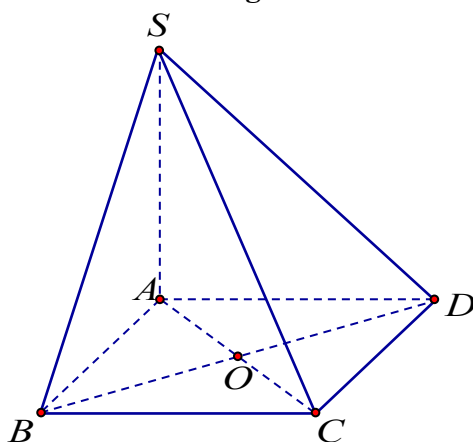
A. $\frac{12a}{7}$.

B. $\frac{3a}{7}$.

C. $\frac{4a}{7}$.

D. $\frac{6a}{7}$.

Lời giải



Do $ABCD$ là hình bình hành $\Rightarrow AC \cap BD = O$ là trung điểm của AC và BD
 $\Rightarrow d(C, (SBD)) = d(A, (SBD)) = \frac{6a}{7}$.

Câu 8. Cho khối tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc và $AB = AC = 2a, AD = 3a$. Thể tích V của khối tứ diện đó là:

A. $V = a^3$.

B. $V = 3a^3$.

C. $V = 2a^3$.

D. $V = 4a^3$.

Lời giải

Áp dụng công thức thể tích của tam diện vuông ta có: $V = \frac{1}{6} AB \cdot AC \cdot AD = \frac{1}{6} \cdot 2a \cdot 2a \cdot 3a = 2a^3$.

Câu 9. Một hộp đựng 4 viên bi xanh, 3 viên bi đỏ, 2 viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên 2 viên bi. Tính xác suất 2 viên bi được chọn cùng màu là:

A. $P(X) = \frac{5}{18}$.

B. $P(X) = \frac{5}{8}$.

C. $P(X) = \frac{7}{18}$.

D. $P(X) = \frac{7}{8}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố "Chọn được 2 viên bi xanh"; B là biến cố "Chọn được 2 viên bi đỏ", C là biến cố "Chọn được 2 viên bi vàng" và X là biến cố "Chọn được 2 viên bi cùng màu".

Ta có: $X = A \cup B \cup C$ và các biến cố A, B, C đôi một xung khắc.

$$\text{Do đó, ta có: } P(X) = P(A) + P(B) + P(C) = \frac{C_4^2}{C_9^2} + \frac{C_3^2}{C_9^2} + \frac{C_2^2}{C_9^2} = \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{36} = \frac{5}{18}.$$

Chọn A.

Câu 10. Có hai hộp đựng bi. Hộp I có 9 viên bi được đánh số $1, 2, 3, \dots, 9$. Lấy ngẫu nhiên mỗi hộp một viên bi. Biết rằng xác suất để lấy được viên bi mang số chẵn ở hộp II là $\frac{3}{10}$. Xác suất để lấy được cả hai viên bi mang số chẵn là:

A. $P = \frac{2}{18}$

B. $P = \frac{2}{19}$.

C. $P = \frac{5}{18}$.

D. $P = \frac{2}{15}$.

Lời giải

Gọi X là biến cố "Lấy được hai viên bi là số chẵn"

Gọi A là biến cố "Lấy được viên bi là số chẵn ở hộp I"

Gọi B là biến cố "Lấy được viên bi là số chẵn ở hộp II"

Vì hộp thứ I có 4 viên bi số chẵn nên $P(A) = \frac{4}{9}$.

Vì A và B là hai biến cố độc lập và $X = A \cap B$ nên $P(X) = P(A) \cdot P(B) = \frac{4}{9} \cdot \frac{3}{10} = \frac{2}{15}$.

Chọn D.

Câu 11. Đạo hàm của hàm số $y = \ln(1-x^2)$ là

A. $\frac{2x}{x^2-1}$. **B.** $\frac{-2x}{x^2-1}$. **C.** $\frac{1}{x^2-1}$. **D.** $\frac{x}{1-x^2}$.

Lời giải

$$y' = \frac{(1-x^2)'}{1-x^2} = \frac{-2x}{1-x^2} = \frac{2x}{x^2-1}.$$

Câu 12. Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $S = -t^3 + 3t^2 + 9t$, trong đó t tính bằng giây và S tính bằng mét. Tính vận tốc của chuyển động tại thời điểm gia tốc triệt tiêu.

A. 12 m/s. **B.** 0 m/s. **C.** 11 m/s. **D.** 6 m/s.

Lời giải

Vận tốc của chuyển động chính là đạo hàm cấp một của quãng đường: $v = S' = -3t^2 + 6t + 9$

Gia tốc của chuyển động chính là đạo hàm cấp hai của quãng đường: $a = S'' = -6t + 6$

Gia tốc triệt tiêu khi $S'' = 0 \Leftrightarrow t = 1$.

Khi đó vận tốc của chuyển động là $S'(1) = 12$ m/s.

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Một trường học có tỉ lệ học sinh nam và nữ là 5 : 3. Trong đó, tỉ lệ số học sinh nam thuận tay trái là 11%, tỉ lệ số học sinh nữ thuận tay trái là 9%. Khi đó:

a) Xác suất để chọn được 1 học sinh nam ở trường không thuận tay trái là: $\frac{273}{800}$.

b) Xác suất để chọn được 1 học sinh nữ ở trường không thuận tay trái là: $\frac{89}{160}$.

c) Xác suất để chọn được 1 học sinh nam, 1 học sinh nữ ở trường thuận tay trái lần lượt là:

$$\frac{11}{160} \text{ và } \frac{27}{800}.$$

d) Xác suất để chọn ngẫu nhiên 5 học sinh ở trường trong đó có đúng 1 học sinh nam và 1 học sinh nữ thuận tay trái là: $\frac{297}{128000}$

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
--------	--------	---------	--------

a) Xác suất để chọn được 1 học sinh nam ở trường không thuận tay trái là:

$$\frac{5}{8} \cdot 0,89 = \frac{89}{160}.$$

b) Xác suất để chọn được 1 học sinh nữ ở trường không thuận tay trái là:

$$\frac{3}{8} \cdot 0,91 = \frac{273}{800}.$$

-Xác suất để chọn được 1 học sinh ở trường không thuận tay trái là:

$$\frac{89}{160} + \frac{273}{800} = \frac{359}{400}.$$

c) Xác suất để chọn được 1 học sinh nam, 1 học sinh nữ ở trường không thuận tay trái lần lượt là:

$$\frac{5}{8} \cdot 0,11 = \frac{11}{160} \text{ và } \frac{3}{8} \cdot 0,09 = \frac{27}{800}.$$

d) Xác suất để chọn ngẫu nhiên 5 học sinh ở trường trong đó có đúng 1 học sinh nam và 1 học sinh nữ thuận tay trái là:

$$\frac{11}{160} \cdot \frac{27}{800} \cdot \left(\frac{359}{400}\right)^3 \approx 1,68 \cdot 10^{-3}.$$

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , cạnh a , $\widehat{ABC} = 60^\circ$, $SO \perp (ABCD)$ và $SO = \frac{3a}{4}$, đặt $x = d(O, (SAB))$, $y = d(D, (SAB))$, $z = d(CD, SA)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $x = \frac{3a}{4}$.

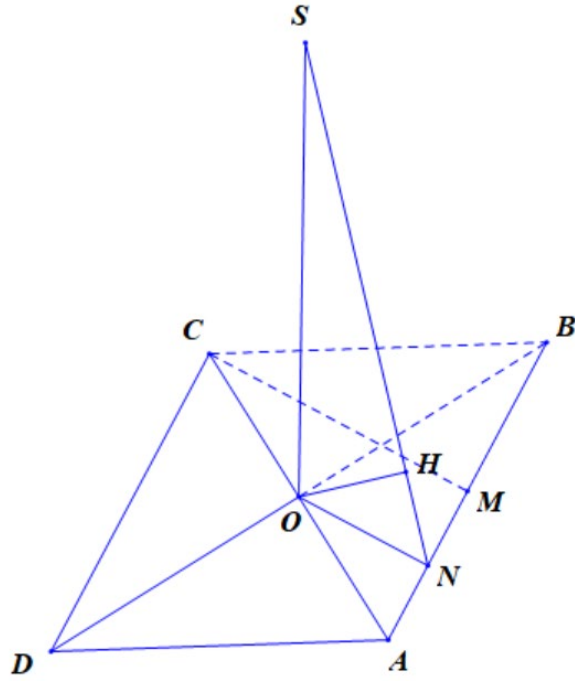
b) $y = 2x$.

c) $y = z + x$.

d) $x + y + z = \frac{15a}{8}$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------



Tam giác ABC đều cạnh a nên đường cao $CM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Gọi N là trung điểm của AM

$$\Rightarrow ON \perp AB; ON = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

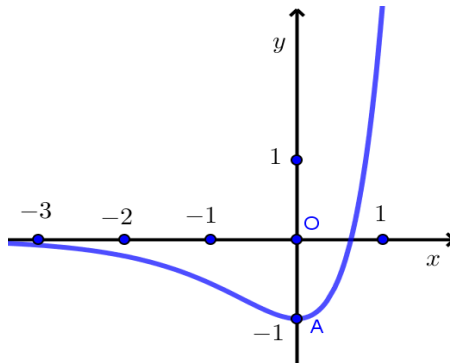
Kẻ $OH \perp SN \Rightarrow d(O, (SAB)) = OH$.

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{ON^2}; ON = \frac{1}{2}CM = \frac{a\sqrt{3}}{4}; SO = \frac{3a}{4} \Rightarrow OH = \frac{3a}{8}.$$

$$x = d(O, (SAB)) = \frac{3a}{8}, y = d(D, (SAB)) = 2.d(O, (SAB)) = 2x, z = d(CD, SA) = d(D, (SAB)) = 2x.$$

$$\text{Vậy } x + y + z = 5x = \frac{15a}{8}.$$

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = 3^{2x} - 2 \cdot 3^x$ có đồ thị như hình vẽ sau



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Đường thẳng $y = 0$ cắt đồ thị hàm số (C) tại điểm có hoành độ là $x = \log_3 2$.

- b) Bất phương trình $f(x) \geq -1$ có nghiệm duy nhất.
- c) Bất phương trình $f(x) \geq 0$ có tập nghiệm là: $(-\infty; \log_3 2)$.
- d) Đường thẳng $y = 0$ cắt đồ thị hàm số (C) tại 2 điểm phân biệt.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
----------------	---------------	---------------	---------------

a: $3^{2x} - 2.3^x = 0 \Leftrightarrow 3^x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = \log_3 2$ nên a đúng.

b Bất phương trình $f(x) \geq -1$ có nghiệm duy nhất: b sai.

c Bất phương trình $f(x) \geq 0$ có tập nghiệm là: $(\log_3 2; +\infty)$ nên c sai.

d Đường thẳng $y = 0$ cắt đồ thị hàm số (C) tại 2 điểm phân biệt: d sai.

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ a & \text{khi } x = 1 \end{cases}$

a) Ta có $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = 2$

b) Với $a = -2$ thì hàm số có đạo hàm tại $x = 1$

c) Với $a = 2$ thì hàm số có đạo hàm tại $x = 1$

d) Với $a = m_0$ thì hàm số có đạo hàm tại $x = 1$, khi đó: $\lim_{x \rightarrow m_0} (x^2 + 2x - 3) = 5$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
----------------	---------------	----------------	----------------

Để hàm số có đạo hàm tại $x = 1$ thì trước hết $f(x)$ phải liên tục tại $x = 1$

Hay $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = 2 = f(1) = a$.

Khi đó, ta có: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{x^2 - 1}{x - 1} - 2}{x - 1} = 1$.

Vậy $a = 2$ là giá trị cần tìm.

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một trường học có tỉ lệ học sinh thích bóng đá là 45%, thích bóng rổ là 60% và thích cả hai môn này là 30%. Tính xác suất để gặp một học sinh trong trường mà học sinh đó không thích bóng đá hoặc bóng rổ.

Lời giải

Gọi A là biến cố "Học sinh thích bóng đá", B là biến cố "Học sinh thích bóng rổ" và AB là biến cố "Học sinh thích bóng đá và bóng rổ".

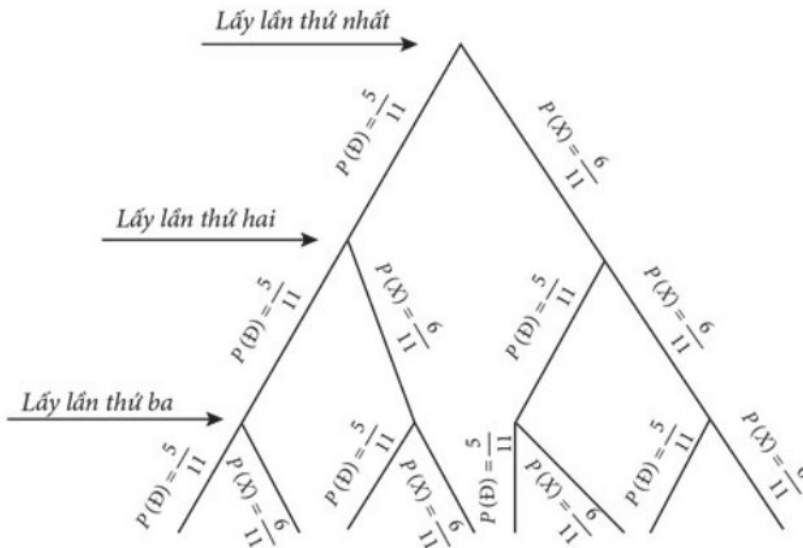
Khi đó biến cố $\bar{A} \cup \bar{B}$ là "Học sinh không thích cả bóng đá và bóng rổ".

Ta có $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A}) + P(\overline{B}) - P(\overline{AB}) = 1 - 0,45 + 1 - 0,6 - (1 - 0,3) = 0,25$.

Câu 2. Một chiếc túi chứa 5 quả bóng màu đỏ và 6 quả bóng màu xanh có cùng kích thước và khối lượng. Lần lượt lấy ngẫu nhiên một quả bóng rồi trả lại vào túi. Tính xác suất lấy được ít nhất một quả bóng màu xanh sau 3 lượt lấy.

Lời giải

Ta có sơ đồ cây như sau:

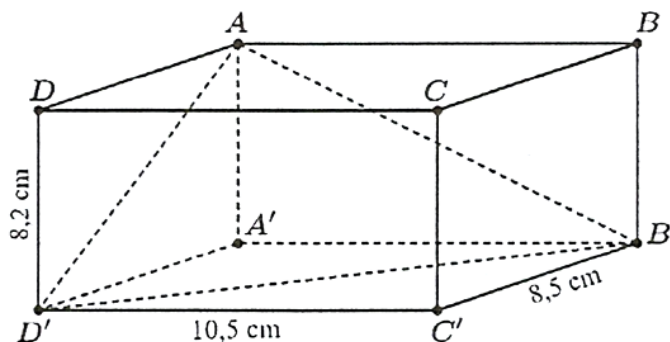


Trong đó: Đ là biến cố "Lấy được quả bóng màu đỏ", X là biến cố "Lấy được quả bóng màu xanh".

Dựa vào sơ đồ cây, xác suất lấy được ít nhất 1 bóng xanh sau 3 lượt là:

$$\frac{6}{11} + \frac{5}{11} \cdot \frac{6}{11} + \left(\frac{5}{11}\right)^2 \cdot \frac{6}{11} = \frac{1206}{1331}$$

Câu 3. Một hộp phân không bụi có dạng hình hộp chữ nhật, chiều cao hộp phân bằng 8,2 cm và đáy của nó có hai kích thước là 8,5 cm; 10,5 cm (xem hình vẽ sau). Tìm góc phẳng nhị diện $[A, B'D', A']$ (tính theo độ, làm tròn kết quả đến hàng phần chục).



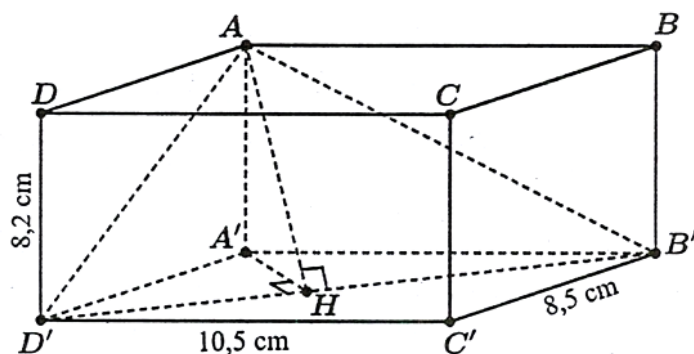
Trả lời: $\approx 51,14^\circ$

Lời giải

Trong mặt phẳng $(A'B'C'D')$, kẻ $A'H \perp B'D'$ tại H .

Ta có:
$$\begin{cases} B'D' \perp A'H \\ B'D' \perp AA' \text{ (do } AA' \perp (A'B'C'D')) \end{cases} \Rightarrow B'D' \perp (AA'H) \Rightarrow B'D' \perp AH.$$

Do đó $\widehat{AHA'}$ là góc phẳng nhị diện $[A, B'D', A']$.



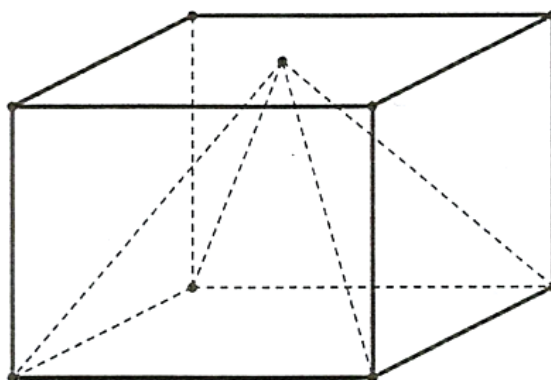
Tam giác $A'B'D'$ vuông tại A' có đường cao $A'H$ nên

$$\frac{1}{A'H^2} = \frac{1}{A'B'^2} + \frac{1}{A'D'^2} \Rightarrow A'H = \frac{A'B' \cdot A'D'}{\sqrt{A'B'^2 + A'D'^2}} = \frac{357}{2\sqrt{730}}.$$

Tam giác AHA' vuông tại A' có:

$$\tan \widehat{AHA'} = \frac{AA'}{A'H} = \frac{8,2}{\frac{357}{2\sqrt{730}}} \Rightarrow \widehat{AHA'} \approx 51,14^\circ$$

Câu 4. Một cái hộp hình lập phương, bên trong nó đựng một mô hình đồ chơi có dạng hình chóp tứ giác đều mà đỉnh của hình chóp đó trùng với tâm của một mặt chiếc hộp, giả sử hình vuông đáy của hình chóp trùng với một mặt của chiếc hộp (mặt này cùng với mặt chứa đỉnh hình chóp là hai mặt đối nhau). Biết cạnh của chiếc hộp bằng 30 cm , hãy tính thể tích phần không gian bên trong chiếc hộp không bị chiếm bởi mô hình đồ chơi dạng hình chóp (mô hình đồ chơi được làm bởi chất liệu nhựa đặc bên trong).



Trả lời: $18000(\text{cm}^3)$

Lời giải

Thể tích cái hộp (khối lập phương) là: $V_1 = 30^3 = 27000(\text{cm}^3)$.

Xét đồ chơi có dạng hình chóp tứ giác đều, chiều cao của hình chóp bằng với một cạnh của hình lập phương, hay $h = 30\text{ cm}$, đáy của hình chóp có diện tích $S = 30^2 = 900\text{ cm}^2$.

Thể tích khối đồ chơi (khối chóp tứ giác đều) là:

$$V_2 = \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3} \cdot 900 \cdot 30 = 9000 \text{ (cm}^3\text{)}.$$

Thể tích phần không gian bên trong chiếc hộp không bị chiếm bởi mô hình đồ chơi dạng hình chóp:

$$V = V_1 - V_2 = 27000 - 9000 = 18000 \text{ (cm}^3\text{)}.$$

Câu 5. Theo số liệu của tổng cục thống kê, dân số Việt Nam năm 2015 là 91,7 triệu người. Giả sử tỉ lệ tăng dân số hàng năm của Việt Nam trong giai đoạn 2015-2040 ở mức không đổi 1,1%. Hỏi đến năm bao nhiêu dân số Việt Nam đạt mức 113 triệu người?

Trả lời: 2034

Lời giải

Giả sử sau n năm dân số Việt Nam là $113 \cdot 10^6$ (người).

$$\Rightarrow 113 \cdot 10^6 = 91,7 \cdot 10^6 \cdot (1 + 1,1\%)^n \Leftrightarrow (1,011)^n = \frac{1130}{917} \Leftrightarrow n = \log_{1,011} \frac{1130}{917} = 19$$

Vậy đến năm 2034 thì dân số Việt Nam là 113 triệu người.

Câu 6. Gọi $M(x_0; y_0)$ là điểm trên đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 1$ mà tiếp tuyến tại đó có hệ số góc bé nhất trong các tiếp tuyến của đồ thị hàm số. Khi đó $x_0^2 + y_0^2$ bằng bao nhiêu?

Trả lời: 10

Lời giải

Ta có $y' = 3x^2 - 6x$

Suy ra hệ số góc $k = 3x_0^2 - 6x_0$

Ta có $3x_0^2 - 6x_0 \geq -3$ suy ra $k_{\min} = -3$ khi $x_0 = 1$.

Từ đó suy ra $y_0 = -3$

Vậy $x_0^2 + y_0^2 = 1^2 + (-3)^2 = 10$.

Câu hỏi

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

Câu 1. Cho a là một số dương, biểu thức $a^{\frac{2}{3}}\sqrt{a}$ viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là ?

- A. $a^{\frac{5}{6}}$. B. $a^{\frac{7}{6}}$. C. $a^{\frac{4}{3}}$. D. $a^{\frac{6}{7}}$.

Câu 2. Tìm tập xác định D của hàm số $y = e^{x^2+2x}$.

- A. $D = \mathbb{R}$. B. $D = [0; 2]$. C. $D = \mathbb{R} \setminus \{0; 2\}$. D. $D = \emptyset$.

Câu 3. Tập nghiệm S của bất phương trình $5^{x+2} < \left(\frac{1}{25}\right)^{-x}$ là

- A. $S = (-\infty; 2)$. B. $S = (-\infty; 1)$. C. $S = (1; +\infty)$. D. $S = (2; +\infty)$.

Câu 4. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC$ và $DB = DC$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $CD \perp AB$. B. $AC \perp BD$. C. $BC \perp AD$. D. $BC \perp CD$.

Câu 5. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Gọi E, M lần lượt là trung điểm của các cạnh BC và SA , α là góc tạo bởi đường thẳng EM và mặt phẳng (SBD) . Giá trị của $\tan \alpha$ bằng

- A. 2. B. $\sqrt{3}$. C. 1. D. $\sqrt{2}$.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, hai mặt bên (SAB) và (SAD) vuông góc với mặt đáy. AH, AK lần lượt là đường cao của tam giác SAB, SAD . Mệnh đề nào sau đây là sai?

- A. $BC \perp AH$. B. $SA \perp AC$. C. $HK \perp SC$. D. $AK \perp BD$.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm $O, SA \perp (ABCD)$. Gọi I là trung điểm của SC . Khoảng cách từ I đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng độ dài đoạn thẳng nào?

- A. IO . B. IA . C. IC . D. IB .

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a, SD = \frac{3a}{2}$, hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của cạnh AB . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- A. $\frac{a^3}{2}$. B. $\frac{a^3}{3}$. C. $\frac{a^3}{4}$. D. $\frac{2a^3}{3}$.

Câu 9. Hai cầu thủ sút phạt đền. Mỗi người đá 1 lần với xác suất ghi bàn tương ứng là 0,8 và 0,7. Tính xác suất để có ít nhất 1 cầu thủ ghi bàn.

- A. $P(X) = 0,42$. B. $P(X) = 0,94$. C. $P(X) = 0,234$. D. $P(X) = 0,9$.

Câu 10. Các chữ số 1,6,9 được sắp theo thứ tự ngẫu nhiên để tạo ra một số có 3 chữ số. Tìm xác suất để số này là số chính phương.

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 11. Tính đạo hàm của hàm số $y = 17^{-x}$

- A. $y' = 17^{-x} \ln 17$. B. $y' = -x \cdot 17^{-x-1}$. C. $y' = -17^{-x}$. D. $y' = -17^{-x} \ln 17$.

Câu 12. Cho chuyển động xác định bởi phương trình $S = t^3 - 3t^2 - 9t$, trong đó t được tính bằng giây và S được tính bằng mét. Gia tốc tại thời điểm vận tốc triệt tiêu là

- A. 12m/s^2 . B. -6m/s^2 . C. -12m/s^2 . D. 6m/s^2

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Theo kết quả khảo sát ở một trường học về số học sinh yêu thích một loại nước giải khát A được cho bởi bảng sau:

Lớp	Thích		Không thích	
	Số học sinh nam	Số học sinh nữ	Số học sinh nam	Số học sinh nữ
11A	23	12	5	10
11B	25	15	6	12
11C	20	15	8	15

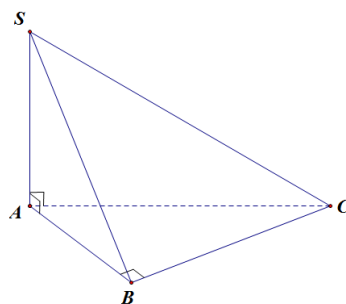
a) Xác suất để chọn được một học sinh nam và một học sinh nữ ở khối lớp 11 mà thích uống nước giải khát A là $\frac{952}{4565}$.

b) Xác suất để chọn được một học sinh nam ở lớp 11A và một học sinh nam ở lớp 11B không thích nước giải khát A là $\frac{1}{2739}$.

c) Gọi A là biến cố: "Học sinh nam thích nước giải khát A ". Tính được $P(A) = \frac{42}{79}$.

d) Việc thích uống nước giải khát A có phụ thuộc vào giới tính.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông tại B (tham khảo hình vẽ).



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) là đoạn BC .

b) $BC \perp (SAB)$.

c) Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) là đoạn AB .

d) $SB \perp BC$.

Câu 3. Cho hai hàm số $f(x) = \log_{0,5} x$ và $g(x) = 2^{-x}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Đồ thị hai hàm số đối xứng nhau qua đường thẳng $y = -x$.
- b) Tập xác định của hai hàm số trên là \mathbb{R} .
- c) Đồ thị của hai hàm số cắt nhau tại đúng một điểm.
- d) Hai hàm số trên đều nghịch biến trên tập xác định của nó.

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = |x+1|$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- a) $f(x)$ liên tục tại $x = -1$.
- b) $f(x)$ có đạo hàm tại $x = -1$.
- c) $f(-1) = 0$.
- d) $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = -1$.

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Gọi S là tập hợp các số có bốn chữ số khác nhau được lập từ các chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc tập hợp S , tính xác suất để số chọn được chia hết cho 15.

Câu 2. Một chiếc túi chứa 5 quả bóng màu đỏ và 6 quả bóng màu xanh có cùng kích thước và khối lượng. Lần lượt lấy ngẫu nhiên một quả bóng rồi trả lại vào túi. Tính xác suất lấy được hai quả bóng màu xanh sau 2 lượt lấy

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $SB \perp (ABC)$ và $SB = 4a$. Tính góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) ?

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tìm thể tích khối chóp $S.ABCD$.

Câu 5. Trong tin học, độ hiệu quả của một thuật toán tỉ lệ với tốc độ thực thi chương trình và được tính bởi $E(n) = \frac{n}{P(n)}$, trong đó n là số lượng dữ liệu đầu vào và $P(n)$ là độ phức tạp của thuật toán. Biết

rằng một thuật toán có $P(n) = \log_2 n$ và khi $n = 300$ thì để chạy nó, máy tính mất 0,02 giây. Hỏi khi $n = 90000$ thì phải mất bao lâu để chạy chương trình tương ứng?

Câu 6. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc khoảng $(-30; 30)$ của tham số m để mọi tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - mx^2 + (2m - 3)x - 1$ đều có hệ số góc dương?

PHIẾU TRẢ LỜI

PHẦN 1.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn												

PHẦN 2.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm.

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,50 điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1 điểm.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a)	a)	a)	a)
b)	b)	b)	b)
c)	c)	c)	c)
d)	d)	d)	d)

PHẦN 3.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm)

Câu	Đáp án
1	
2	
3	
4	
5	
6	

Lời giải tham khảo

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

1B	2A	3D	4C	5D	6D	7A	8B	9B	10D	11D	12A
----	----	----	----	----	----	----	----	----	-----	-----	-----

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

Câu 1. Cho a là một số dương, biểu thức $a^{\frac{2}{3}}\sqrt{a}$ viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là ?
A. $a^{\frac{5}{6}}$. **B.** $a^{\frac{7}{6}}$. **C.** $a^{\frac{4}{3}}$. **D.** $a^{\frac{6}{7}}$.

Lời giải

Với $a > 0$, ta có $a^{\frac{2}{3}}\sqrt{a} = a^{\frac{2}{3}} \cdot a^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{2+1}{3 \cdot 2}} = a^{\frac{7}{6}}$.

Câu 2. Tìm tập xác định D của hàm số $y = e^{x^2+2x}$.
A. $D = \mathbb{R}$. **B.** $D = [0; 2]$. **C.** $D = \mathbb{R} \setminus \{0; 2\}$. **D.** $D = \emptyset$.

Lời giải

Hàm số $y = e^{x^2+2x}$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

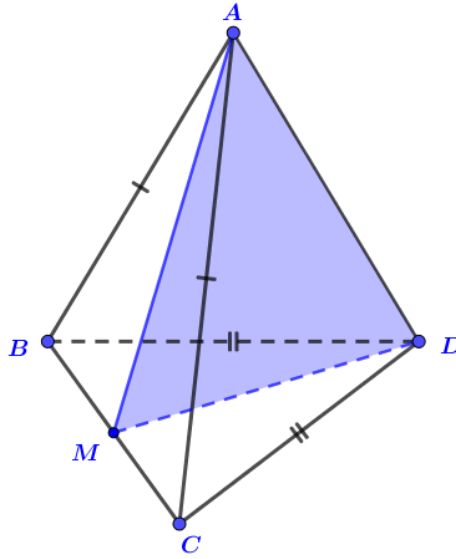
Câu 3. Tập nghiệm S của bất phương trình $5^{x+2} < \left(\frac{1}{25}\right)^{-x}$ là
A. $S = (-\infty; 2)$. **B.** $S = (-\infty; 1)$. **C.** $S = (1; +\infty)$. **D.** $S = (2; +\infty)$.

Lời giải

$$5^{x+2} < \left(\frac{1}{25}\right)^{-x} \Leftrightarrow 5^{x+2} < (5)^{2x} \Leftrightarrow 2 < x.$$

- Câu 4.** Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC$ và $DB = DC$. Khẳng định nào sau đây đúng?
A. $CD \perp AB$. **B.** $AC \perp BD$. **C.** $BC \perp AD$. **D.** $BC \perp CD$.

Lời giải

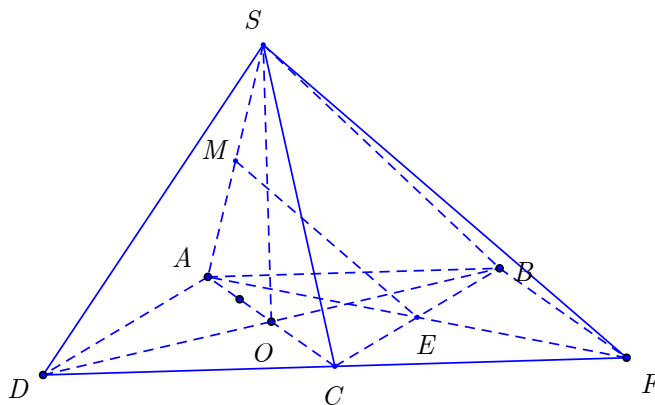


Gọi M là trung điểm BC . Do tam giác ABC cân tại A và tam giác DBC cân tại D nên, có:

$$\begin{cases} BC \perp DM \\ BC \perp AM \end{cases} \Rightarrow BC \perp AD.$$

- Câu 5.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Gọi E, M lần lượt là trung điểm của các cạnh BC và SA , α là góc tạo bởi đường thẳng EM và mặt phẳng (SBD) . Giá trị của $\tan \alpha$ bằng
A. 2. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** 1. **D.** $\sqrt{2}$.

Lời giải



Dựng hình bình hành $ABFC$.

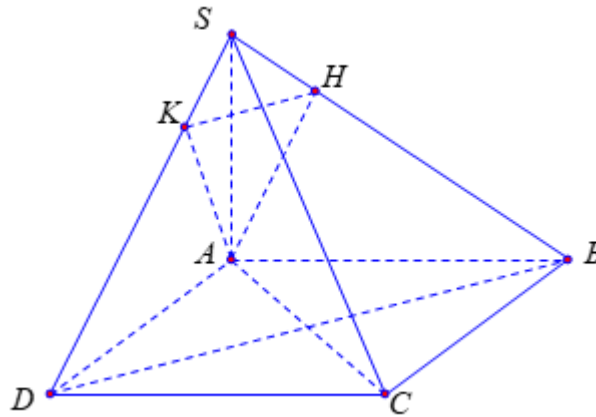
Ta có $EM \parallel SF$ nên góc giữa EM và (SBD) bằng góc giữa SF và (SBD) .

$FB \parallel AC \Rightarrow FB \perp (SBD)$ do đó góc giữa SF và (SBD) bằng góc \widehat{FSB} .

Ta có $\tan \widehat{FSB} = \frac{BF}{SB} = \frac{AC}{SB} = \sqrt{2}$. Vậy chọn D.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, hai mặt bên (SAB) và (SAD) vuông góc với mặt đáy. AH , AK lần lượt là đường cao của tam giác SAB , SAD . Mệnh đề nào sau đây là sai?
A. $BC \perp AH$. **B.** $SA \perp AC$. **C.** $HK \perp SC$. **D.** $AK \perp BD$.

Lời giải



Ta có $\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAD) \perp (ABCD) \end{cases}$ nên $SA \perp (ABCD)$

Suy ra $SA \perp AC$ (B đúng); $SA \perp BC$; $SA \perp BD$.

Mặt khác $BC \perp AB$ nên $BC \perp (SAB)$ suy ra $BC \perp AH$ (A đúng).

và $BD \perp AC$ nên $BD \perp (SAC)$ suy ra $BD \perp SC$;

Đồng thời $HK \parallel BD$ nên $HK \perp SC$ (C đúng).

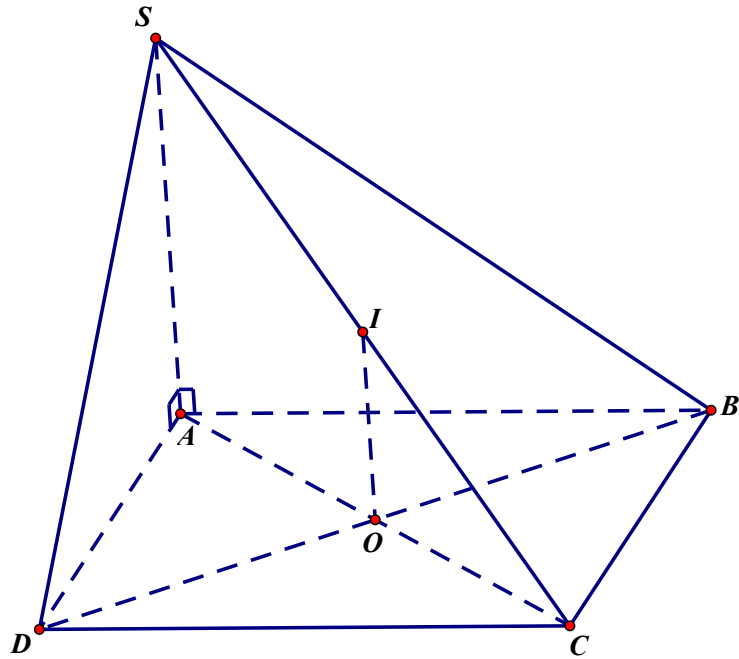
Vậy mệnh đề sai là $AK \perp BD$ (vì không đủ điều kiện chứng minh).

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , $SA \perp (ABCD)$. Gọi I là trung điểm của SC . Khoảng cách từ I đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng độ dài đoạn thẳng nào?

A. IO . **B.** IA . **C.** IC . **D.** IB .

Lời giải

Do I là trung điểm của SC và O là trung điểm AC nên $IO \parallel SA$. Do $SA \perp (ABCD)$ nên $IO \perp (ABCD)$, hay khoảng cách từ I đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng độ dài đoạn thẳng IO .



Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SD = \frac{3a}{2}$, hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của cạnh AB . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

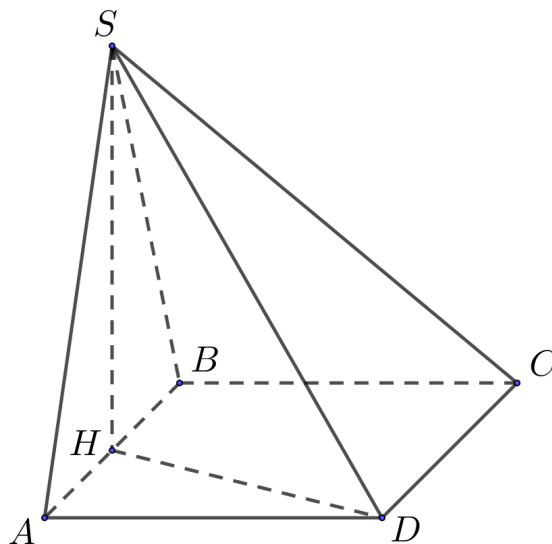
A. $\frac{a^3}{2}$.

B. $\frac{a^3}{3}$.

C. $\frac{a^3}{4}$.

D. $\frac{2a^3}{3}$.

Lời giải



Gọi H là trung điểm $AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Ta có: $SH = \sqrt{SD^2 - HD^2} = \sqrt{SD^2 - (AH^2 + AD^2)} = \sqrt{\frac{9a^2}{4} - \left(\frac{a^2}{4} + a^2\right)} = a$.

Vậy: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SH = \frac{a^3}{3}$.

Câu 9. Hai cầu thủ sút phạt đền. Mỗi người đá 1 lần với xác suất ghi bàn tương ứng là 0,8 và 0,7. Tính xác suất để có ít nhất 1 cầu thủ ghi bàn.

A. $P(X) = 0,42$.

B. $P(X) = 0,94$.

C. $P(X) = 0,234$.

D. $P(X) = 0,9$.

Lời giải

Gọi A là biến cố "Cầu thủ thứ nhất ghi bàn"; B là biến cố "Cầu thủ thứ hai ghi bàn"; X là biến cố "Ít nhất một trong hai cầu thủ ghi bàn".

- Cầu thủ thứ nhất ghi bàn và cầu thủ hai không ghi bàn là $A\bar{B}$, ta có:

$$P(A\bar{B}) = P(A) \cdot P(\bar{B}) = 0,8 \cdot 0,3 = 0,24.$$

- Cầu thủ thứ nhất không ghi bàn và cầu thủ hai ghi bàn là $\bar{A}B$, ta có:

$$P(\bar{A}B) = P(\bar{A}) \cdot P(B) = 0,2 \cdot 0,7 = 0,14.$$

- Cả hai cầu thủ ghi bàn là AB , ta có: $P(AB) = P(A) \cdot P(B) = 0,8 \cdot 0,7 = 0,56$.

Biến cố để có ít nhất một cầu thủ ghi bàn là $X = A\bar{B} \cup \bar{A}B \cup AB$.

Xác suất để có ít nhất một cầu thủ ghi bàn là:

$$P(X) = P(A\bar{B}) + P(\bar{A}B) + P(AB) = 0,24 + 0,14 + 0,56 = 0,94.$$

Chọn B.

Câu 10. Các chữ số 1,6,9 được sắp theo thứ tự ngẫu nhiên để tạo ra một số có 3 chữ số. Tìm xác suất để số này là số chính phương.

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{1}{6}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Ta có thể tạo được 6 số từ ba chữ số 1,6,9. Các số đó là: 169,196,619,691,916,961.

Các số chính phương là 169,196,961. Vậy xác suất để số này là số chính phương là $\frac{1}{2}$.

Chọn D.

Câu 11. Tính đạo hàm của hàm số $y = 17^{-x}$

- A. $y' = 17^{-x} \ln 17$. B. $y' = -x.17^{-x-1}$. C. $y' = -17^{-x}$. D. $y' = -17^{-x} \ln 17$.

Lời giải

Áp dụng công thức: $(a^u)' = u'.a^u \ln a$ ta có: $y' = (17^{-x})' = -17^{-x} \ln 17$.

Câu 12. Cho chuyển động xác định bởi phương trình $S = t^3 - 3t^2 - 9t$, trong đó t được tính bằng giây và S được tính bằng mét. Gia tốc tại thời điểm vận tốc triệt tiêu là

- A. 12m/s^2 . B. -6m/s^2 . C. -12m/s^2 . D. 6m/s^2

Lời giải

Ta có

$$v(t) = S'(t) = 3t^2 - 6t - 9$$

$$a(t) = v'(t) = 6t - 6$$

Khi vận tốc triệt tiêu ta có $v(t) = 0 \Leftrightarrow 3t^2 - 6t - 9 = 0 \Leftrightarrow t = 3$ (vì $t > 0$)

Khi đó gia tốc là $a(3) = 6.3 - 6 = 12\text{m/s}^2$.

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Theo kết quả khảo sát ở một trường học về số học sinh yêu thích một loại nước giải khát A được cho bởi bảng sau:

Lớp	Thích		Không thích	
	Số học sinh nam	Số học sinh nữ	Số học sinh nam	Số học sinh nữ
11A	23	12	5	10
11B	25	15	6	12
11C	20	15	8	15

a) Xác suất để chọn được một học sinh nam và một học sinh nữ ở khối lớp 11 mà thích uống nước giải khát A là $\frac{952}{4565}$.

b) Xác suất để chọn được một học sinh nam ở lớp 11A và một học sinh nam ở lớp 11B không thích nước giải khát A là $\frac{1}{2739}$.

c) Gọi A là biến cố: "Học sinh nam thích nước giải khát A ". Tính được $P(A) = \frac{42}{79}$.

d) Việc thích uống nước giải khát A có phụ thuộc vào giới tính.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Xác suất để chọn được một học sinh nam và một học sinh nữ ở khối lớp 11 mà thích uống nước giải khát A là $\frac{C_{68}^1 C_{42}^1}{C_{166}^2} = \frac{952}{4565}$.

b) Xác suất để chọn được một học sinh nam ở lớp 11A và một học sinh nam ở lớp 11B không thích nước giải khát A là $\frac{C_5^1 C_6^1}{C_{166}^2} = \frac{2}{913}$.

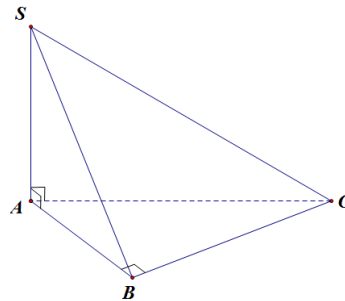
c) Gọi A là biến cố: "Học sinh nam thích nước giải khát A". Tính được $P(A) = \frac{68}{87}$.

Gọi B là biến cố: "Học sinh nữ thích nước giải khát A". Tính được $P(B) = \frac{42}{79}$.

Ta có $P(A \cup B) = \frac{110}{166} = P(A) + P(B) - P(AB)$, từ đó tính được $P(AB) \approx 0,6506$.

Trong khi đó $P(A) \cdot P(B) \approx 0,4155$ nên hai biến cố A và B không độc lập hay việc thích uống nước giải khát A có phụ thuộc vào giới tính.

Câu 2. Cho hình chóp S.ABC có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông tại B (tham khảo hình vẽ).



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) là đoạn BC.
- b) $BC \perp (SAB)$.
- c) Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) là đoạn AB.
- d) $SB \perp BC$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
----------------	----------------	---------------	----------------

$$SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$$

$$\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB \Rightarrow \text{Đáp án B, D đúng.}$$

Suy ra khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) là đoạn BC. Đáp án A đúng.

$\triangle ABC$ vuông tại B nên AB không vuông góc với (SAC). Vậy đáp án sai là C.

Câu 3. Cho hai hàm số $f(x) = \log_{0,5} x$ và $g(x) = 2^{-x}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

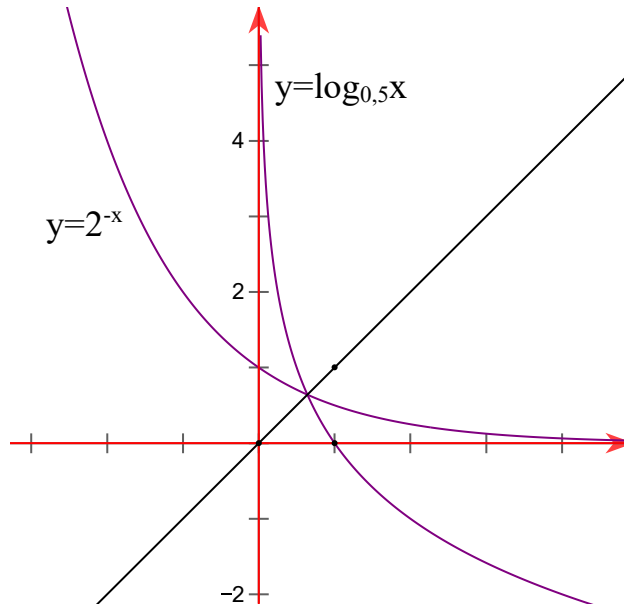
- a) Đồ thị hai hàm số đối xứng nhau qua đường thẳng $y = -x$.
- b) Tập xác định của hai hàm số trên là \mathbb{R} .

c) Đồ thị của hai hàm số cắt nhau tại đúng một điểm.

d) Hai hàm số trên đều nghịch biến trên tập xác định của nó.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------------	---------------	----------------	----------------



Đồ thị hai hàm số như hình vẽ suy ra a sai, b sai, c đúng, d đúng.

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = |x + 1|$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- a) $f(x)$ liên tục tại $x = -1$.
- b) $f(x)$ có đạo hàm tại $x = -1$.
- c) $f(-1) = 0$.
- d) $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = -1$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
----------------	---------------	----------------	----------------

$$f(x) = |x + 1| = \begin{cases} (x + 1), & \text{nếu } x \geq -1 \\ -(x + 1), & \text{nếu } x < -1 \end{cases}$$

$$f(-1) = 0 \Rightarrow \text{Phương án C đúng.}$$

$$f(x) \geq 0, \forall x. \quad f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1 \Rightarrow \text{Phương án D đúng.}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} (x + 1) = 0.$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} (-x - 1) = 0. \Rightarrow \text{Phương án A đúng.}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{f(x) - f(-1)}{x - (-1)} = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{-x - 1}{x + 1} = -1,$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{f(x) - f(-1)}{x - (-1)} = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x + 1}{x + 1} = 1.$$

Suy ra không tồn tại giới hạn của tỷ số $\frac{f(x) - f(-1)}{x - (-1)}$ khi $x \rightarrow -1$.

Do đó hàm số đã cho không có đạo hàm tại $x = -1$.

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Gọi S là tập hợp các số có bốn chữ số khác nhau được lập từ các chữ số $0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7$. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc tập hợp S , tính xác suất để số chọn được chia hết cho 15.

Trả lời: $\frac{83}{735}$

Lời giải

Số phần tử của tập hợp S là $A_8^4 - A_7^3 = 1470$ (phần tử).

Số có 4 chữ số có dạng \overline{abcd} .

Gọi A là biến cố "Số chọn được có dạng $\overline{abc0}$ có tổng các chữ số chia hết cho 3", B là biến cố "Số chọn được có dạng $\overline{abc5}$ có tổng các chữ số chia hết cho 3".

Khi đó biến cố "Số chọn được chia hết cho 15" là $A \cup B$.

Nếu $d = 0$, bộ 3 số $(a; b; c)$ có tổng $a + b + c$ chia hết cho 3. Ta có các bộ số thoả mãn là:
(1; 2; 3), (1; 2; 6), (1; 3; 5), (1; 4; 7), (1; 5; 6), (2; 3; 4), (2; 3; 7), (2; 4; 6), (2; 6; 7),
(3; 4; 5), (3; 5; 7), (4; 5; 6), (5; 6; 7).

Từ các bộ số này có thể lập được $13 \cdot 3! = 78$ (số). Suy ra $P(A) = \frac{78}{1470} = \frac{13}{245}$.

Nếu $d = 5$, bộ 3 số $(a; b; c)$ có tổng $a + b + c + 5$ chia hết cho 3, ta có các bộ thoả mãn là:
(0; 1; 3), (0; 1; 6), (0; 2; 5), (0; 3; 4), (0; 3; 7), (0; 4; 6), (1; 2; 7), (1; 3; 6), (1; 4; 5),
(2; 3; 5), (0; 6; 7), (1; 5; 7), (2; 4; 7), (2; 5; 6), (3; 4; 6), (3; 6; 7), (4; 5; 7).

Từ các bộ số này có thể lập được $7 \cdot 4 + 10 \cdot 3! = 88$ (số). Suy ra $P(B) = \frac{88}{1470} = \frac{44}{735}$.

Ta có: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{13}{245} + \frac{44}{735} = \frac{83}{735}$.

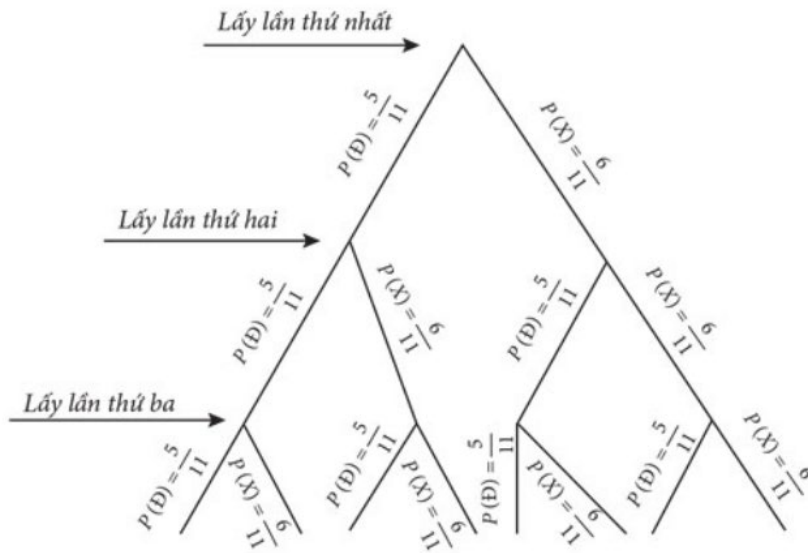
Vậy xác suất để chọn được số chia hết cho 15 từ tập hợp S là $\frac{83}{735}$.

Câu 2. Một chiếc túi chứa 5 quả bóng màu đỏ và 6 quả bóng màu xanh có cùng kích thước và khối lượng. Lần lượt lấy ngẫu nhiên một quả bóng rồi trả lại vào túi. Tính xác suất lấy được hai quả bóng màu xanh sau 2 lượt lấy

Trả lời: $\frac{36}{121}$

Lời giải

Ta có sơ đồ cây như sau:



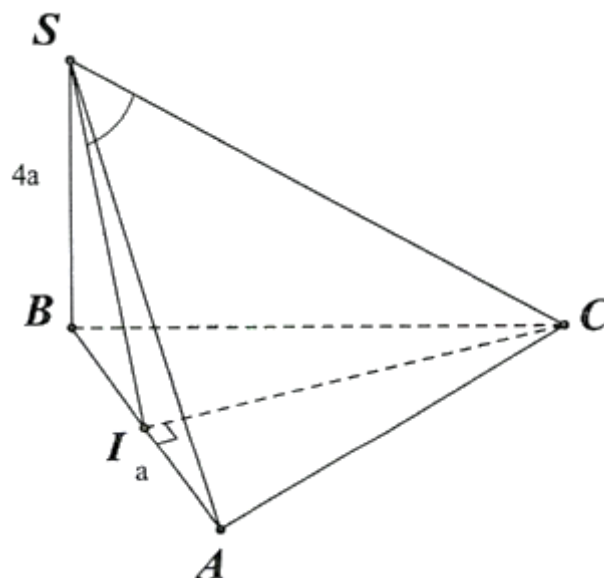
Trong đó: Đ là biến cố "Lấy được quả bóng màu đỏ", X là biến cố "Lấy được quả bóng màu xanh".

Dựa vào sơ đồ cây, xác suất lấy 2 bóng xanh sau 2 lượt là $\left(\frac{6}{11}\right)^2 = \frac{36}{121}$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $SB \perp (ABC)$ và $SB = 4a$. Tính góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) ?

Trả lời: $(SC, (SAB)) \approx 12,1^\circ$

Lời giải



Kẻ $CI \perp AB \Rightarrow I$ là trung điểm AB

Ta có: $\begin{cases} CI \perp AB \\ CI \perp SB \end{cases} \Rightarrow CI \perp (SAB)$ tại I và SC cắt mp (SAB) tại S

$\Rightarrow SI$ là hình chiếu của SC trên mp (SAB)

$\Rightarrow (SC, (SAB)) = (SC, SI) = \widehat{CSI}$

Ta có: $IC = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Ta có: $SC = \sqrt{SB^2 + BC^2} = \sqrt{(4a)^2 + a^2} = \sqrt{17}a$

Xét ΔSCI vuông tại I : $\sin \widehat{CSI} = \frac{CI}{SC} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{17}a} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{17}} = \frac{\sqrt{51}}{34} \Rightarrow \widehat{CSI} \approx 12,1^\circ$

Vậy $(SC, (SAB)) \approx 12,1^\circ$.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tìm thể tích khối chóp $S.ABCD$.

Trả lời: $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

Lời giải

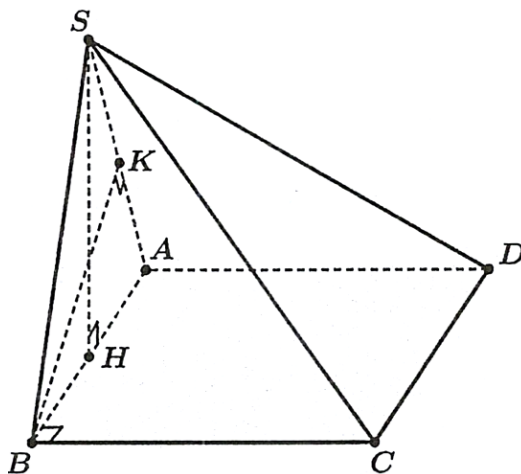
Gọi H là trung điểm AB , suy ra $SH \perp AB$ (do tam giác SAB đều).

Mặt khác $(SAB) \perp (ABCD)$ nên $SH \perp (ABCD)$.

Đường cao hình chóp là $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$; diện tích đáy hình chóp $S_{ABCD} = a^2$.

Thể tích khối chóp là:

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{6} \text{ (đơn vị thể tích).}$$



Câu 5. Trong tin học, độ hiệu quả của một thuật toán tỉ lệ với tốc độ thực thi chương trình và được tính bởi $E(n) = \frac{n}{P(n)}$, trong đó n là số lượng dữ liệu đầu vào và $P(n)$ là độ phức tạp của thuật toán. Biết

rằng một thuật toán có $P(n) = \log_2 n$ và khi $n = 300$ thì để chạy nó, máy tính mất 0,02 giây. Hỏi khi $n = 90000$ thì phải mất bao lâu để chạy chương trình tương ứng?

Trả lời: 3 giây

Lời giải

Ta có $E(300) = \frac{300}{\log_2 300}$ máy tính phải chạy mất 0,02 giây.

Suy ra $E(90000) = \frac{90000}{\log_2 90000}$ máy tính phải mất thời gian để chạy là:

$$\frac{E(90000) \cdot 0,02}{E(300)} = 3 \text{ giây.}$$

Câu 6. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc khoảng $(-30; 30)$ của tham số m để mọi tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - mx^2 + (2m - 3)x - 1$ đều có hệ số góc dương?

Trả lời: Không có giá trị m

Lời giải

- ♦ $y = x^3 - mx^2 + (2m - 3)x - 1 \Rightarrow y' = 3x^2 - 2mx + 2m - 3$.
- ♦ Mọi tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - mx^2 + (2m - 3)x - 1$ đều có hệ số góc dương
 $\Leftrightarrow y' = 3x^2 - 2mx + 2m - 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' = m^2 - 3(2m - 3) < 0 \Leftrightarrow m^2 - 6m + 9 < 0 \text{ (VN)}$.
- ♦ Vậy không có giá trị của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

CÂU HỎI

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

- Câu 1.** Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[4]{x}$, với x là số thực dương.
A. $P = x^{\frac{1}{12}}$. B. $P = x^{\frac{7}{12}}$. C. $P = x^{\frac{2}{3}}$. D. $P = x^{\frac{2}{7}}$.
- Câu 2.** Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_2(-2x^2 + x + 1)$.
A. $D = \left[-\frac{1}{2}; 2\right]$. B. $D = \left(-\frac{1}{2}; 1\right)$.
C. $D = (1; +\infty)$. D. $D = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup (1; +\infty)$.
- Câu 3.** Phương trình $2^{x-1} = 8$ có nghiệm là
A. $x = 4$. B. $x = 1$. C. $x = 3$. D. $x = 2$.
- Câu 4.** Trong không gian, cho các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề đúng?
A. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.
B. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng còn lại.
C. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì vuông góc với nhau.
D. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng vuông góc thì song song với đường thẳng còn lại.
- Câu 5.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Tìm số đo của góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) .
A. 45° . B. 30° . C. 90° . D. 60° .
- Câu 6.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, $SA = SC$. Khẳng định nào sau đây đúng?
A. Mặt phẳng (SBD) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$.
B. Mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$.
C. Mặt phẳng (SAD) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$.
D. Mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$.
- Câu 7.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài cạnh bằng 10. Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(ADD'A')$ và $(BCC'B')$.
A. $\sqrt{10}$. B. 100. C. 10. D. 5.
- Câu 8.** Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$, $AC = 2a$, SA vuông góc với đáy và $SA = 3a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng
A. $6a^3$. B. a^3 . C. $3a^3$. D. $2a^3$.

Câu 9. Minh và Hùng cùng thực hiện hai thí nghiệm độc lập với nhau, xác suất thành công của Minh là 0,45, xác suất thành công của Hùng là 0,68. Đề được tham gia cuộc thi nghiên cứu khoa học toàn quốc, học sinh đó phải thành công tạo ra sản phẩm hoàn chỉnh. Vậy khả năng cả hai bạn được tham gia cuộc thi là bao nhiêu?

- A. $P(X) = 0,306$. B. $P(X) = 0,176$. C. $P(X) = 0,144$. D. $P(X) = 0,374$.

Câu 10. Gieo hai con súc xắc cân đối và đồng chất. Xác suất để tổng số chấm trên mặt xuất hiện của hai con súc xắc bằng 7 là:

- A. $P = \frac{7}{36}$. B. $P = \frac{7}{23}$. C. $P = \frac{1}{6}$. D. $P = \frac{5}{36}$.

Câu 11. Cho hàm số $y = 3^{x+1}$. Đẳng thức nào sau đây **đúng**?

- A. $y'(1) = \frac{9}{\ln 3}$. B. $y'(1) = 3 \cdot \ln 3$. C. $y'(1) = 9 \cdot \ln 3$. D. $y'(1) = \frac{3}{\ln 3}$.

Câu 12. Một chất điểm chuyển động thẳng quãng đường được xác định bởi phương trình $s = t^3 - 3t^2 - 5$ trong đó quãng đường s tính bằng mét (m), thời gian t tính bằng giây (s). Khi đó gia tốc tức thời của chuyển động tại giây thứ 10 là:

- A. $6(m/s^2)$. B. $54(m/s^2)$. C. $240(m/s^2)$. D. $60(m/s^2)$.

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. An và Bình cùng thi ném bóng vào rổ, việc ném trước hay sau là ngẫu nhiên. Kết quả của các lần ném được cho bởi bảng sau:

	Ném trước		Ném sau	
	Vào	Không vào	Vào	Không vào
An	25	5	22	8
Bình	23	7	28	2

Gọi A là biến cố "An ném vào rổ" và B là biến cố "Bình ném vào rổ". Khi đó:

a) Xác suất để An ném trước mà vào rổ là $\frac{25}{30}$.

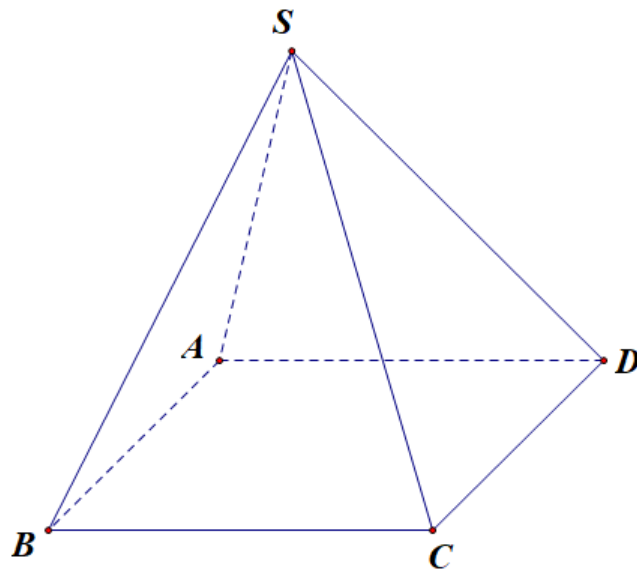
b) Xác suất để An ném sau mà vào rổ là $\frac{22}{30}$.

c) Xác suất để An ném vào rổ là $\frac{47}{120}$.

d) Việc ném bóng vào rổ của An và Bình sẽ không phụ thuộc vào việc được ném trước hay ném sau.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SC = x$ ($0 < x < \sqrt{3}$), các cạnh còn lại đều bằng 1 (tham khảo

hình vẽ). Biết rằng thể tích khối chóp $S.ABCD$ lớn nhất khi và chỉ khi $x = \frac{\sqrt{a}}{b}$ ($a, b \in \mathbb{Z}^+$). Các mệnh đề sau đúng hay sai?



- a) $a^2 - 2b < 30$. b) $a^2 - 8b = 20$. c) $b^2 - a < -2$. d) $2a - 3b^2 = -1$.

Câu 3. Cho bất phương trình $\left(\frac{1}{6}\right)^{x+2} \leq \left(\frac{1}{36}\right)^{-x}$, có tập nghiệm là $S = [a; b]$. Khi đó:

- a) Bất phương trình có chung tập nghiệm với $6^{-x-2} \leq 6^{-2x}$
 b) $\lim_{x \rightarrow b} (3x^2 + 2) = b$
 c) $[a; b] \setminus (3; +\infty) = \left[-\frac{2}{3}; 3\right]$
 d) $\lim_{x \rightarrow a} (3x^2 + 2) = \frac{10}{3}$

Câu 4. Cho hàm số $y = x[\cos(\ln x) + \sin(\ln x)]$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $x^2 y'' + xy' - 2y = 0$.
 b) $x^2 y'' - xy' - 2y = 0$.
 c) $x^2 y'' - xy' + 2y = 0$.
 d) $x^2 y' - xy'' + 2y = 0$.

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Hùng và Dũng cùng học lớp 11A. Xác suất để Hùng và Dũng thi qua môn Toán Xác suất để ít nhất một bạn thi qua môn Toán là 0,85; xác suất để một bạn không thi qua môn Ngữ văn là 0,4. Nếu xem như việc thi qua môn Ngữ văn và môn Toán độc lập với nhau. Tính xác suất để hai bạn Hùng và Dũng cùng trượt 1 môn.

Câu 2. Bình và Minh cùng thi bắn đĩa bay. Xác suất bắn trúng đĩa của mỗi người lần lượt là 0,7 và 0,8. Nếu một người bắn trước và trượt thì tỉ lệ bắn trúng của người sau sẽ tăng thêm 0,1 và ngược lại nếu người đó bắn trúng thì tỉ lệ bắn trúng của người sau sẽ giảm đi 0,1. Thứ tự bắn giữa hai người là ngẫu nhiên và cuộc thi dừng lại khi người này trúng, người kia trượt. Tính xác suất để không có ai thắng sau 1 lượt bắn.

Câu 3. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có $AB = a, AD = 2a, AA' = 3a$. Tính góc phẳng nhị diện $[A', BD, A]$?

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $SA \perp (ABC)$ và $SB = 2a$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Tính khoảng cách từ G đến mặt phẳng (SBC) .

Câu 5. Các khí thải ra gây hiệu ứng nhà kính là nguyên nhân chủ yếu làm trái đất nóng lên. Theo OECD (Tổ chức Hợp tác và Phát triển kinh tế thế giới), khi nhiệt độ trái đất tăng thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm. Người ta ước tính được rằng, khi nhiệt độ trái đất tăng $2^\circ C$ thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm 3%; còn nhiệt độ trái đất tăng thêm $5^\circ C$ thì tổng kinh tế toàn cầu giảm 10%. Biết rằng, nếu nhiệt độ trái đất tăng thêm $t^\circ C$, tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm $f(t)\%$ thì $f(t) = ka^t$, trong đó k, a là hằng số dương. Khi nhiệt độ trái đất tăng thêm bao nhiêu $^\circ C$ thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm đến 20%?

Câu 6. Cho một vật chuyển động theo phương trình $s(t) = -t^2 + 40t + 10$ trong đó s là quãng đường vật đi được (đơn vị m), t là thời gian chuyển động (đơn vị s). Tại thời điểm vật dừng lại thì vật đi được quãng đường bao nhiêu?

PHIẾU TRẢ LỜI

PHẦN 1.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn												

PHẦN 2.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm.

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,50 điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1 điểm.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a)	a)	a)	a)
b)	b)	b)	b)
c)	c)	c)	c)
d)	d)	d)	d)

PHẦN 3.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm)

Câu	Đáp án
1	
2	
3	
4	
5	
6	

LỜI GIẢI THAM KHẢO

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

1B	2B	3A	4B	5B	6A	7C	8B	9A	10C	11C	12B
----	----	----	----	----	----	----	----	----	-----	-----	-----

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

- Câu 1.** Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[4]{x}$, với x là số thực dương.
- A. $P = x^{\frac{1}{12}}$. **B.** $P = x^{\frac{7}{12}}$. C. $P = x^{\frac{2}{3}}$. D. $P = x^{\frac{2}{7}}$.

Lời giải

$$P = x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[4]{x} = x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{1}{4}} = x^{\frac{7}{12}}.$$

- Câu 2.** Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_2(-2x^2 + x + 1)$.

- A. $D = \left[-\frac{1}{2}; 2\right]$. **B.** $D = \left(-\frac{1}{2}; 1\right)$.
- C. $D = (1; +\infty)$. D. $D = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup (1; +\infty)$.

Lời giải

$$\text{Đkxđ: } -2x^2 + x + 1 > 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < x < 1. \text{ Vậy } D = \left(-\frac{1}{2}; 1\right).$$

- Câu 3.** Phương trình $2^{x-1} = 8$ có nghiệm là
- A.** $x = 4$. B. $x = 1$. C. $x = 3$. D. $x = 2$.

Lời giải

$$\text{Ta có } 2^{x-1} = 8 \Leftrightarrow x-1 = 3 \Leftrightarrow x = 4.$$

- Câu 4.** Trong không gian, cho các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề đúng?
- A. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.
- B.** Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng còn lại.
- C. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì vuông góc với nhau.
- D. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng vuông góc thì song song với đường thẳng còn lại.

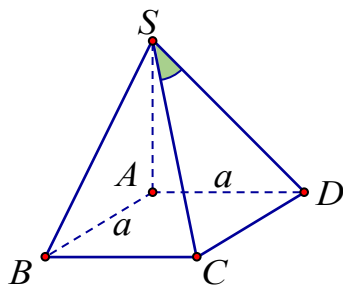
Lời giải

Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng còn lại.

- Câu 5.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Tìm số đo của góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) .

- A. 45° . **B.** 30° . C. 90° . D. 60° .

Lời giải



Để thấy $CB \perp (SAB) \Rightarrow SB$ là hình chiếu vuông góc của SC lên (SAB) .

Vậy góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) là \widehat{CSB} .

Tam giác CSB có $\widehat{B} = 90^\circ; CB = a; SB = a\sqrt{3} \Rightarrow \tan \widehat{CSB} = \frac{CB}{SB} = \frac{a}{a\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Vậy $\widehat{CSB} = 30^\circ$.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, $SA = SC$. Khẳng định nào sau đây đúng?

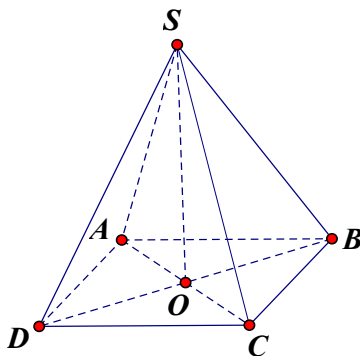
A. Mặt phẳng (SBD) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$.

B. Mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$.

C. Mặt phẳng (SAD) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$.

D. Mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$.

Lời giải



Gọi $O = AC \cap BD$.

Tứ giác $ABCD$ là hình thoi nên $AC \perp BD$ (1).

Mặt khác tam giác SAC cân tại S nên $SO \perp AC$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $AC \perp (SBD)$ nên $(SBD) \perp (ABCD)$.

Câu 7. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài cạnh bằng 10. Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(ADD'A')$ và $(BCC'B')$.

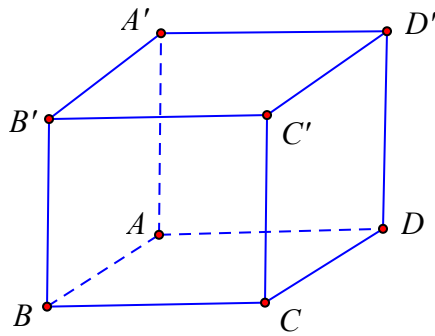
A. $\sqrt{10}$.

B. 100.

C. 10.

D. 5.

Lời giải



Ta có $(ADD'A') \parallel (BCC'B') \Rightarrow d((ADD'A'); (BCC'B')) = d(A; ((BCC'B'))) = AB = 10$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$, $AC = 2a$, SA vuông góc với đáy và $SA = 3a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

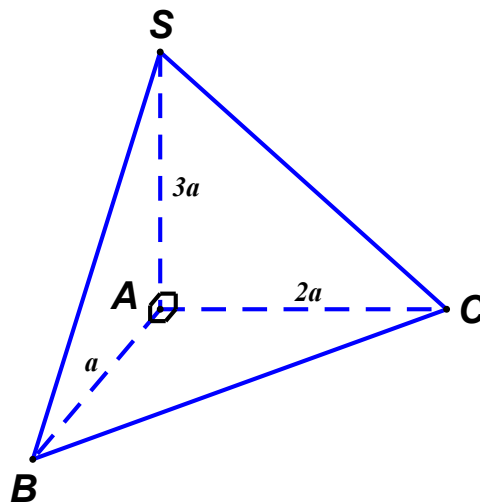
A. $6a^3$.

B. a^3 .

C. $3a^3$.

D. $2a^3$.

Lời giải



Ta có: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot SA = \frac{1}{6} a \cdot 2a \cdot 3a = a^3$.

Câu 9. Minh và Hùng cùng thực hiện hai thí nghiệm độc lập với nhau, xác suất thành công của Minh là 0,45, xác suất thành công của Hùng là 0,68. Để được tham gia cuộc thi nghiên cứu khoa học toàn quốc, học sinh đó phải thành công tạo ra sản phẩm hoàn chỉnh. Vậy khả năng cả hai bạn được tham gia cuộc thi là bao nhiêu?

A. $P(X) = 0,306$.

B. $P(X) = 0,176$.

C. $P(X) = 0,144$.

D. $P(X) = 0,374$.

Lời giải

Gọi A là biến cố "Minh được tham gia"; B là biến cố "Hùng được tham gia cuộc thi"; X là biến cố "Cả hai bạn được tham gia cuộc thi".

Vì A và B là hai biến cố độc lập và $P(X) = P(A) \cdot P(B) = 0,45 \cdot 0,68 = 0,306$.

Chọn A.

Câu 10. Gieo hai con súc xắc cân đối và đồng chất. Xác suất để tổng số chấm trên mặt xuất hiện của hai con súc xắc bằng 7 là:

A. $P = \frac{7}{36}$.

B. $P = \frac{7}{23}$.

C. $P = \frac{1}{6}$.

D. $P = \frac{5}{36}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là: $|\Omega| = 6.6 = 36$.

Gọi biến cố A : "Tổng số chấm trên mặt xuất hiện của hai con súc xắc bằng 7".

Các kết quả thuận lợi cho A là: $A = \{(1;6); (2;5); (3;4); (4;3); (5;2); (6;1)\}$.

Do đó, $n_A = 6$. Vậy $P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

Chọn C.

Câu 11. Cho hàm số $y = 3^{x+1}$. Đẳng thức nào sau đây **đúng**?

A. $y'(1) = \frac{9}{\ln 3}$. B. $y'(1) = 3 \cdot \ln 3$. C. $y'(1) = 9 \cdot \ln 3$. D. $y'(1) = \frac{3}{\ln 3}$.

Lời giải

Ta có $y' = 3^{x+1} \cdot \ln 3 \Rightarrow y'(1) = 9 \ln 3$.

Câu 12. Một chất điểm chuyển động thẳng quãng đường được xác định bởi phương trình $s = t^3 - 3t^2 - 5$ trong đó quãng đường s tính bằng mét (m), thời gian t tính bằng giây (s). Khi đó gia tốc tức thời của chuyển động tại giây thứ 10 là:

A. $6(m/s^2)$. B. $54(m/s^2)$. C. $240(m/s^2)$. D. $60(m/s^2)$.

Lời giải

Ta có: $s = t^3 - 3t^2 - 5 \Rightarrow s' = 3t^2 - 6t \Rightarrow s'' = 6t - 6$.

Gia tốc tức thời của chuyển động tại giây thứ 10 là: $a = 6.10 - 6 = 54(m/s^2)$

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. An và Bình cùng thi ném bóng vào rổ, việc ném trước hay sau là ngẫu nhiên. Kết quả của các lần ném được cho bởi bảng sau:

	Ném trước		Ném sau	
	Vào	Không vào	Vào	Không vào
An	25	5	22	8
Bình	23	7	28	2

Gọi A là biến cố "An ném vào rổ" và B là biến cố "Bình ném vào rổ". Khi đó:

a) Xác suất để An ném trước mà vào rổ là $\frac{25}{30}$.

b) Xác suất để An ném sau mà vào rổ là $\frac{22}{30}$.

c) Xác suất để An ném vào rổ là $\frac{47}{60}$.

d) Việc ném bóng vào rổ của An và Bình sẽ không phụ thuộc vào việc được ném trước hay ném sau.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

Xác suất để An ném trước mà vào rổ là $\frac{25}{30}$.

Xác suất để An ném sau mà vào rổ là $\frac{22}{30}$.

Do việc ném trước hay sau đều là ngẫu nhiên nên xác suất ném trước và ném sau đều bằng $\frac{1}{2}$.

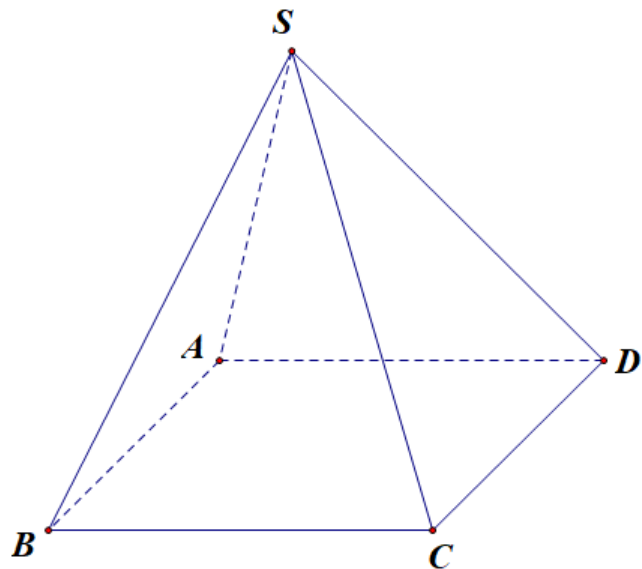
Xác suất để An ném vào rổ là $\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{25}{30} + \frac{22}{30} \right) = \frac{47}{60}$.

Tương tự tính được xác suất để Bình ném vào rổ là $\frac{5}{6}$.

Ta thấy xác suất An ném trước mà vào rổ là $\frac{25}{30}$, ném sau mà vào rổ là $\frac{22}{30}$. Bình cũng có sự khác nhau như vậy nên việc ném bóng vào rổ của An và Bình sẽ phụ thuộc vào việc được ném trước hay ném sau. Hay biến cố ném bóng vào rổ của An và Bình không độc lập với việc chọn thứ tự ném.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SC = x$ ($0 < x < \sqrt{3}$), các cạnh còn lại đều bằng 1 (tham khảo

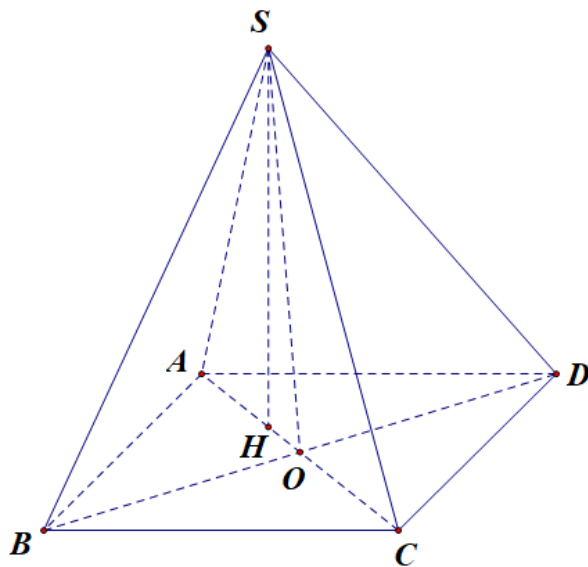
hình vẽ). Biết rằng thể tích khối chóp $S.ABCD$ lớn nhất khi và chỉ khi $x = \frac{\sqrt{a}}{b}$ ($a, b \in \mathbb{Z}^+$). Các mệnh đề sau đúng hay sai?



- a) $a^2 - 2b < 30$. b) $a^2 - 8b = 20$. c) $b^2 - a < -2$. d) $2a - 3b^2 = -1$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
--------	---------	--------	--------



Gọi H là hình chiếu của S lên mặt phẳng $(ABCD)$, vì $SA = SB = SD$ nên $H \in AO$ với O là trung điểm của BD

Ta xét hai tam giác SBD và ABD có cạnh BD chung, $SB = AB$, $SD = AD$ nên $\triangle SBD = \triangle ABD$ suy ra $AO = SO = OC$ do đó $\triangle SAC$ vuông tại S .

$$\text{Ta có } AO = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}\sqrt{1+x^2} \Rightarrow BO = \frac{\sqrt{3-x^2}}{2} \Rightarrow S_{ABCD} = \frac{\sqrt{(1+x^2)(3-x^2)}}{2} \quad (0 < x < \sqrt{3})$$

$$\text{Mặt khác } SH = \frac{SA \cdot SC}{\sqrt{SA^2 + SC^2}} = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \frac{\sqrt{x^2(3-x^2)}}{6} \leq \frac{1}{4}.$$

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ lớn nhất khi và chỉ khi $x^2 = 3 - x^2 \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{6}}{2}$.

$$\text{Vậy } \begin{cases} a = 6 \\ b = 2 \end{cases}. \text{ Suy ra } a^2 - 8b = 20.$$

Câu 3. Cho bất phương trình $\left(\frac{1}{6}\right)^{x+2} \leq \left(\frac{1}{36}\right)^{-x}$, có tập nghiệm là $S = [a; b)$. Khi đó:

a) Bất phương trình có chung tập nghiệm với $6^{-x-2} \leq 6^{-2x}$

b) $\lim_{x \rightarrow b} (3x^2 + 2) = b$

c) $[a; b) \setminus (3; +\infty) = \left[-\frac{2}{3}; 3\right)$

d) $\lim_{x \rightarrow a} (3x^2 + 2) = \frac{10}{3}$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------------	----------------	----------------	----------------

$$\left(\frac{1}{6}\right)^{x+2} \leq \left(\frac{1}{36}\right)^{-x} \Leftrightarrow 6^{-x-2} \leq 6^{2x} \Leftrightarrow -x-2 \leq 2x \Leftrightarrow x \geq -\frac{2}{3} \text{ (do } 6 > 1).$$

Một cách giải khác:

$$\left(\frac{1}{6}\right)^{x+2} \leq \left(\frac{1}{36}\right)^{-x} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{6}\right)^{x+2} \leq \left(\frac{1}{6}\right)^{-2x} \Leftrightarrow x+2 \geq -2x \Leftrightarrow x \geq -\frac{2}{3} \text{ (do } 0 < \frac{1}{6} < 1)$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x \geq -\frac{2}{3}$.

Câu 4. Cho hàm số $y = x[\cos(\ln x) + \sin(\ln x)]$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $x^2 y'' + xy' - 2y = 0$.

b) $x^2 y'' - xy' - 2y = 0$.

c) $x^2 y'' - xy' + 2y = 0$.

d) $x^2 y' - xy'' + 2y = 0$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------------	---------------	----------------	---------------

$$\text{Ta có: } y' = \cos(\ln x) + \sin(\ln x) + x \left[-\frac{\sin(\ln x)}{x} + \frac{\cos(\ln x)}{x} \right]$$

$$= \cos(\ln x) + \sin(\ln x) - \sin(\ln x) + \cos(\ln x) = 2\cos(\ln x).$$

$$\text{Suy ra: } y'' = -\frac{2\sin(\ln x)}{x}.$$

Ta có:

$$\triangleright x^2 y'' + xy' - 2y = -2x \sin(\ln x) + 2x \cos(\ln x) - 2x [\cos(\ln x) + \sin(\ln x)] = -4x \sin(\ln x).$$

Vậy a sai.

$$\begin{aligned} \triangleright x^2 y'' - xy' - 2y &= -2x \sin(\ln x) - 2x \cos(\ln x) - 2x [\cos(\ln x) + \sin(\ln x)] \\ &= -4x [\cos(\ln x) + \sin(\ln x)]. \end{aligned}$$

Vậy b sai.

$$\triangleright x^2 y'' - xy' + 2y = -2x \sin(\ln x) - 2x \cos(\ln x) + 2x [\cos(\ln x) + \sin(\ln x)] = 0.$$

Vậy c đúng.

$$\triangleright x^2 y' - xy'' + 2y = 2x^2 \cos(\ln x) + 2 \sin(\ln x) + 2x [\cos(\ln x) + \sin(\ln x)] \neq 0.$$

Vậy d sai.

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Hùng và Dũng cùng học lớp 11A. Xác suất để Hùng và Dũng thi qua môn Toán Xác suất để ít nhất một bạn thi qua môn Toán là 0,85; xác suất để một bạn không thi qua môn Ngữ văn là 0,4. Nếu xem như việc thi qua môn Ngữ văn và môn Toán độc lập với nhau. Tính xác suất để hai bạn Hùng và Dũng cùng trượt 1 môn.

Trả lời: 0,65

Lời giải

Xác suất để hai bạn cùng trượt môn Toán là 0,15;

Xác suất hai bạn cùng trượt môn Ngữ văn là 0,5;

Xác suất để hai bạn cùng trượt 1 môn là: $0,15 + 0,5 = 0,65$.

Câu 2. Bình và Minh cùng thi bắn đĩa bay. Xác suất bắn trúng đĩa của mỗi người lần lượt là 0,7 và 0,8. Nếu một người bắn trước và trượt thì tỉ lệ bắn trúng của người sau sẽ tăng thêm 0,1 và ngược lại nếu người đó bắn trúng thì tỉ lệ bắn trúng của người sau sẽ giảm đi 0,1. Thứ tự bắn giữa hai người là ngẫu nhiên và cuộc thi dừng lại khi người này trúng, người kia trượt. Tính xác suất để không có ai thắng sau 1 lượt bắn.

Trả lời: 0,52

Lời giải

Xác suất để hai người cùng trúng sau 1 lượt bắn là: $\frac{1}{2} \cdot 0,7 \cdot 0,7 + \frac{1}{2} \cdot 0,8 \cdot 0,6 = 0,485$.

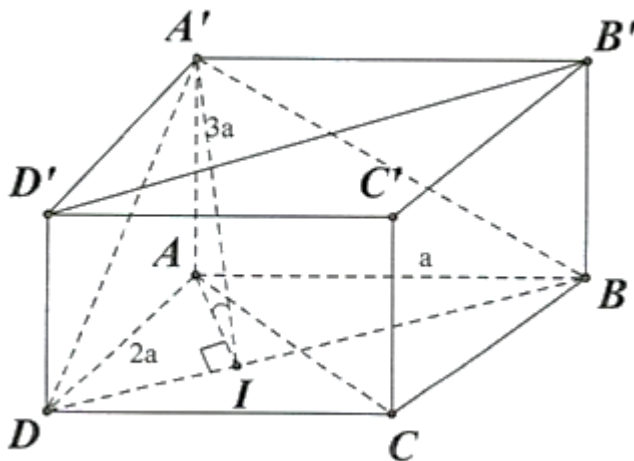
Xác suất để hai người cùng trượt sau 1 lượt bắn là: $\frac{1}{2} \cdot 0,3 \cdot 0,1 + \frac{1}{2} \cdot 0,2 \cdot 0,2 = 0,035$.

Xác suất để không có ai thắng sau 1 lượt bắn là: 0,52.

Câu 3. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có $AB = a, AD = 2a, AA' = 3a$. Tính góc phẳng nhị diện $[A', BD, A]$?

Trả lời: $\approx 73,4^\circ$

Lời giải



Kẻ $AI \perp BD$. Mà $BD \perp AA' \Rightarrow BD \perp (AA'I)$

Ta có: $\begin{cases} (A'BD) \cap (ABD) = BD \\ \text{Trong } (ABD), AI \perp BD \\ \text{Trong } (A'BD), A'I \perp BD \end{cases}$

$\Rightarrow [A', BD, A] = \widehat{A'IA}$

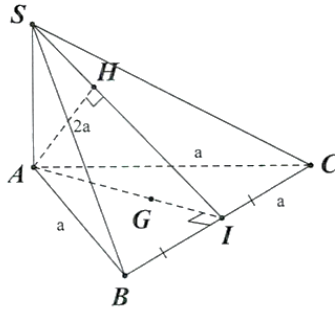
Ta có: $AI = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{(2a)^2}}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}a$

Xét $\triangle AA'I$ vuông tại A : $\tan \widehat{A'IA} = \frac{AA'}{AI} = \frac{a\sqrt{3}}{\frac{2\sqrt{5}}{5}a} = \frac{3\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \widehat{A'IA} \approx 73,4^\circ$

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $SA \perp (ABC)$ và $SB = 2a$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Tính khoảng cách từ G đến mặt phẳng (SBC) .

Trả lời: $\frac{\sqrt{15}}{15}a$

Lời giải



Kẻ $AI \perp BC$, kẻ $AH \perp SI$ tại H

Ta có: $\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AI \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAI) \Rightarrow BC \perp AH$.

Ta lại có: $AH \perp SI \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow d(A, (SBC)) = AH$

Ta có: $SA = \sqrt{SB^2 - BA^2} = \sqrt{(2a)^2 - a^2} = \sqrt{3}a$

Ta có: $AH = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AI^2}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{(\sqrt{3}a)^2} + \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}}} = \frac{\sqrt{15}}{5}a$

Vậy $d(A, (SBC)) = \frac{\sqrt{15}}{5}a$.

Ta có: GA cắt (SBC) tại I

$\Rightarrow \frac{d(G, (SBC))}{d(A, (SBC))} = \frac{GI}{AI} = \frac{1}{3} \Rightarrow d(G, (SBC)) = \frac{1}{3}d(A, (SBC)) = \frac{\sqrt{15}}{15}a$.

Câu 5. Các khí thải ra gây hiệu ứng nhà kính là nguyên nhân chủ yếu làm trái đất nóng lên. Theo OECD (Tổ chức Hợp tác và Phát triển kinh tế thế giới), khi nhiệt độ trái đất tăng thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm. Người ta ước tính được rằng, khi nhiệt độ trái đất tăng $2^\circ C$ thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm 3%; còn nhiệt độ trái đất tăng thêm $5^\circ C$ thì tổng kinh tế toàn cầu giảm 10%. Biết rằng, nếu nhiệt độ trái đất tăng thêm $t^\circ C$, tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm $f(t)\%$ thì $f(t) = ka^t$, trong đó k, a là hằng số dương. Khi nhiệt độ trái đất tăng thêm bao nhiêu $^\circ C$ thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm đến 20%?

Trả lời: 6,7

Lời giải

$$\text{Theo bài ra ta có } \begin{cases} k.a^2 = 3 \\ k.a^5 = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \sqrt[3]{\frac{10}{3}} \\ k = 3 \cdot \sqrt[3]{\frac{9}{100}} \end{cases}.$$

$$\text{Do đó } f(t) = 3 \cdot \sqrt[3]{\frac{9}{100}} \cdot \left(\sqrt[3]{\frac{10}{3}} \right)^t.$$

Khi kinh tế toàn cầu giảm đến 20% thì nhiệt độ trái đất tăng lên số nhiệt độ t thỏa mãn

$$20 = 3 \cdot \sqrt[3]{\frac{9}{100}} \cdot \left(\sqrt[3]{\frac{10}{3}} \right)^t \Leftrightarrow t = \log_{\sqrt[3]{\frac{10}{3}}} \left(\frac{20}{3 \cdot \sqrt[3]{\frac{9}{100}}} \right) \approx 6,7.$$

Câu 6. Cho một vật chuyển động theo phương trình $s(t) = -t^2 + 40t + 10$ trong đó s là quãng đường vật đi được (**đơn vị m**), t là thời gian chuyển động (**đơn vị s**). Tại thời điểm vật dừng lại thì vật đi được quãng đường bao nhiêu?

Trả lời: 410m

Lời giải

- ♦ Ta có phương trình vận tốc của vật: $v(t) = s'(t) = -2t + 40$.
- ♦ Thời gian vật chuyển động cho đến khi dừng lại: $v(t) = 0 \Leftrightarrow -2t + 40 = 0 \Leftrightarrow t = 20(s)$.
- ♦ Quãng đường vật đi được là: $s = s(20) = 410(m)$.

CÂU HỎI

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

Câu 1. Biểu thức $T = \sqrt[5]{a^3\sqrt{a}}$. Viết T dưới dạng lũy thừa của số mũ hữu tỷ.

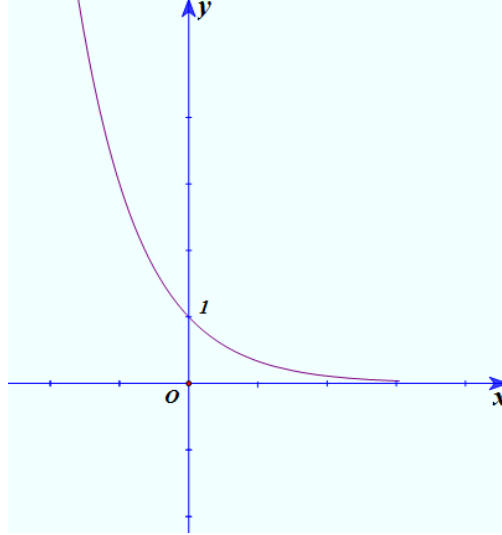
A. $a^{\frac{1}{3}}$.

B. $a^{\frac{1}{5}}$.

C. $a^{\frac{1}{15}}$.

D. $a^{\frac{4}{15}}$.

Câu 2. Hàm số nào có đồ thị như hình vẽ ở dưới đây ?



A. $y = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$.

B. $y = (\sqrt{2})^x$.

C. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.

D. $y = 3^x$.

Câu 3. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{\pi}{4}}(x+1) > \log_{\frac{\pi}{4}}(2x-5)$ là

A. $(-1; 6)$.

B. $\left(\frac{5}{2}; 6\right)$.

C. $(-\infty; 6)$.

D. $(6; +\infty)$.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của AB và SB . Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề **sai**?

A. $AN \perp BC$.

B. $CM \perp SB$.

C. $CM \perp AN$.

D. $MN \perp MC$.

Câu 5. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = \sqrt{3}$ và $AA' = 1$. Góc tạo bởi giữa đường thẳng AC' và (ABC) bằng

A. 45° .

B. 60° .

C. 30° .

D. 75° .

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại B , cạnh bên SA vuông góc với đáy, I là trung điểm AC , H là hình chiếu của I lên SC . Khẳng định nào sau đây đúng?

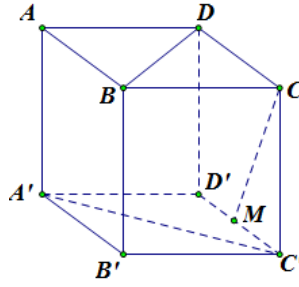
A. $(BIH) \perp (SBC)$.

B. $(SAC) \perp (SAB)$.

C. $(SBC) \perp (ABC)$.

D. $(SAC) \perp (SBC)$.

Câu 7. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi M là trung điểm cạnh $C'D'$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và CM bằng



A. $a\sqrt{2}$.

B. a .

C. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

D. $a\sqrt{3}$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Biết $SA = 2a$ và tam giác ABC vuông tại A có $AB = 3a$, $AC = 4a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a .

A. $12a^3$.

B. $6a^3$.

C. $8a^3$.

D. $4a^3$.

Câu 9. Dự báo thời tiết dự đoán rằng có 70% là trời sẽ mưa vào thứ Bảy. Tuy nhiên, ngày thứ Bảy Trang hẹn Nhi đi xem phim, xác suất Nhi đồng ý đi là 80%. Tính xác suất hai bạn đi xem phim không bị dính mưa.

A. 0,56.

B. 0,24.

C. 0,14.

D. 0,06.

Câu 10. Một nhóm có 30 thành viên, số thành viên thích kim chi là 16 người, số người thích cơm trộn là 20, có 5 người là không thích cả hai. Hỏi có bao nhiêu người vừa thích kim chi vừa thích cơm trộn?

A. 9 người

B. 10 người

C. 11 người

D. 12 người

Câu 11. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_3(3x+2)$.

A. $y' = \frac{3}{(3x+2)\ln 3}$.

B. $y' = \frac{1}{(3x+2)\ln 3}$.

C. $y' = \frac{1}{(3x+2)}$.

D. $y' = \frac{3}{(3x+2)}$.

Câu 12. Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} + 3x^2 - 2$ có đồ thị là (C) . Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) biết tiếp tuyến có hệ số góc $k = -9$.

A. $y+16 = -9(x+3)$.

B. $y-16 = -9(x-3)$.

C. $y = -9(x+3)$.

D. $y-16 = -9(x+3)$.

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Gieo một con xúc xắc, cân đối và đồng chất 2 lần liên tiếp. Gọi biến cố A là "Tổng số chấm xuất hiện trên xúc xắc sau hai lần gieo lớn hơn 7", biến cố B là "Số chấm xuất hiện trên xúc xắc sau hai lần gieo khác nhau".

a) $P(AB) = \frac{1}{3}$

b) $P(A \cup B) = \frac{1}{12}$

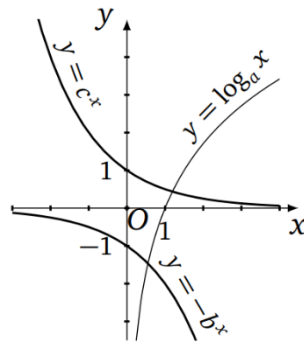
c) $P(A\bar{B}) = \frac{11}{12}$

d) Hai biến cố A và B không độc lập với nhau

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABC$ có hai mặt bên (SAB) và (SAC) vuông góc với đáy (ABC) , tam giác ABC vuông cân ở A và có đường cao AH , $(H \in BC)$. Gọi O là hình chiếu vuông góc của A lên (SBC) . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $SC \perp (ABC)$.
- b) $(SAH) \perp (SBC)$.
- c) $O \in SC$.
- d) Góc giữa (SBC) và (ABC) là góc \widehat{SBA} .

Câu 3. Xét các hàm số $y = \log_a x, y = -b^x, y = c^x$ có đồ thị như hình vẽ bên, trong đó a, b, c là các số thực dương khác 1.



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $\log_c (a + b) > 1 + \log_c 2$.
- b) $\log_{ab} c > 0$.
- c) $\log_a \frac{b}{c} > 0$.
- d) $\log_b \frac{a}{c} < 0$.

Câu 4. Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 + 1$ có đồ thị là (C) . Khi đó :

a) Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(-1;3)$ là: $y = -3x + 6$

b) Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ bằng 2 là $y = 24x - 27$

c) Có 2 phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có tung độ bằng 1

d) Có 2 phương trình tiếp tuyến của (C) tại giao điểm (C) với trục tung

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. An gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất 4 lần. Tính xác suất để có 3 lần gieo mà số chấm xuất hiện trên xúc xắc là ba số liên tiếp.

Câu 2. Bình và Minh cùng thi bắn đĩa bay. Xác suất bắn trúng đĩa của mỗi người lần lượt là 0,7 và 0,8. Nếu một người bắn trước và trượt thì tỉ lệ bắn trúng của người sau sẽ tăng thêm 0,1 và ngược lại nếu người đó bắn trúng thì tỉ lệ bắn trúng của người sau sẽ giảm đi 0,1. Thứ tự bắn giữa hai người là ngẫu nhiên và cuộc thi dừng lại khi người này trúng, người kia trượt. Tính xác suất để Bình bắn trúng sau lượt bắn đầu tiên nếu biết Minh bắn trúng bia;

Câu 3. Cho hình lăng trụ đều $ABC \cdot A'B'C'$ có đáy cạnh a , góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng (ABC) là 60° . Tính góc giữa đường thẳng $C'A$ và mặt phẳng $(AA'B'B)$?

Câu 4. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy cạnh a và chiều cao $SO = 2a$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC, SD . Tính thể tích khối chóp cắt đều $ABCD.MNPQ$.

Câu 5. Số lượng của loại vi khuẩn A trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $S(t) = s(0) \cdot 2^t$, trong đó $s(0)$ là số lượng vi khuẩn A lúc ban đầu, $s(t)$ là số lượng vi khuẩn A có sau t phút. Biết sau 3 phút thì số lượng vi khuẩn A là 625 nghìn con. Hỏi sau bao lâu, kể từ lúc ban đầu, số lượng vi khuẩn A là 10 triệu con?

Câu 6. Một chất điểm chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $S = f(t) = t^3 - 3t^2 + 4t$, trong đó t được tính bằng giây (**s**) và S được tính bằng mét (**m**). Gia tốc của chất điểm tại thời điểm $t = 2$ (**s**) có giá trị là bao nhiêu?

PHIẾU TRẢ LỜI

PHẦN 1.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn												

PHẦN 2.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm.

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,50 điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1 điểm.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a)	a)	a)	a)
b)	b)	b)	b)
c)	c)	c)	c)
d)	d)	d)	d)

PHẦN 3.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm)

Câu	Đáp án
1	
2	
3	
4	
5	
6	

LỜI GIẢI THAM KHẢO

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

1D	2C	3D	4A	5C	6A	7B	8D	9B	10C	11A	12D
----	----	----	----	----	----	----	----	----	-----	-----	-----

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

Câu 1. Biểu thức $T = \sqrt[5]{a^3 \sqrt{a}}$. Viết T dưới dạng lũy thừa của số mũ hữu tỷ.

A. $a^{\frac{1}{3}}$.

B. $a^{\frac{1}{5}}$.

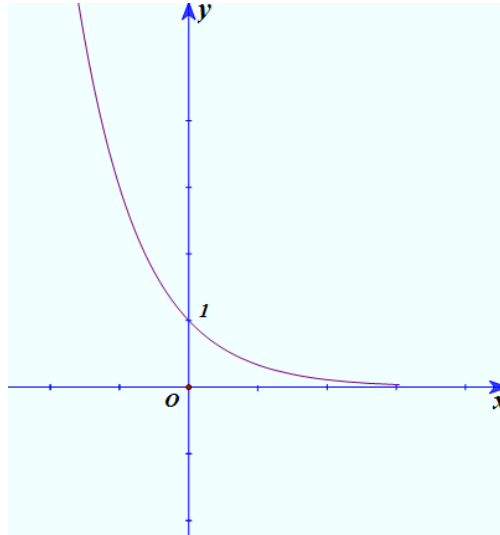
C. $a^{\frac{1}{15}}$.

D. $a^{\frac{4}{15}}$.

Lời giải

$$T = \sqrt[5]{a^3 \sqrt{a}} = \sqrt[5]{a \cdot a^{\frac{1}{3}}} = \sqrt[5]{a^{\frac{4}{3}}} = a^{\frac{4}{15}}.$$

Câu 2. Hàm số nào có đồ thị như hình vẽ ở dưới đây ?



A. $y = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$.

B. $y = (\sqrt{2})^x$.

C. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.

D. $y = 3^x$.

Lời giải

Đồ thị hàm số ở hình vẽ là đồ thị của hàm số mũ có dạng $y = a^x$. Loại đáp án A

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số nghịch biến trên \mathbb{R} nên $0 < a < 1$. Loại đáp án B, D

Vậy đồ thị trong hình vẽ là đồ thị hàm số $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.

Câu 3. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{\pi}{4}}(x+1) > \log_{\frac{\pi}{4}}(2x-5)$ là

A. $(-1; 6)$.

B. $\left(\frac{5}{2}; 6\right)$.

C. $(-\infty; 6)$.

D. $(6; +\infty)$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \log_{\frac{\pi}{4}}(x+1) > \log_{\frac{\pi}{4}}(2x-5) \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 > 0 \\ 2x-5 > 0 \\ x+1 < 2x-5 \end{cases} \Leftrightarrow x > 6.$$

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của AB và SB . Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề **sai**?

A. $AN \perp BC$.

B. $CM \perp SB$.

C. $CM \perp AN$.

D. $MN \perp MC$.

Lời giải

Do tam giác ABC đều nên $CM \perp AB$, vì $SA \perp (ABC)$ nên $SA \perp CM \Rightarrow CM \perp (SAB)$
 $\Rightarrow CM \perp SB$, $CM \perp AN$ nên B, C đúng.

Do $MN \parallel SA$ nên $MN \perp (ABC) \Rightarrow MN \perp MC$ nên D đúng.

Vậy A sai.

Câu 5. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = \sqrt{3}$ và $AA' = 1$. Góc tạo bởi đường thẳng AC' và (ABC) bằng

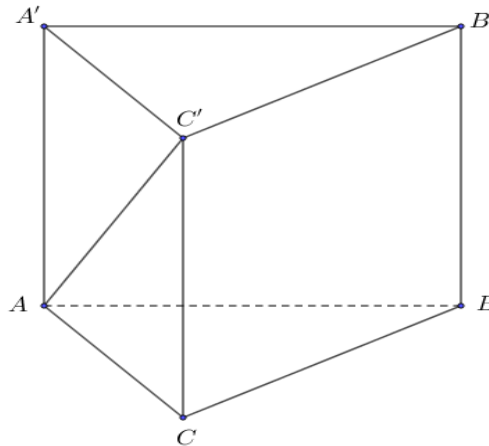
A. 45° .

B. 60° .

C. 30° .

D. 75° .

Lời giải



Ta có $\widehat{(AC', (ABC))} = \widehat{(AC', AC)} = \widehat{CAC'}$, $\tan \widehat{CAC'} = \frac{CC'}{AC} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{CAC'} = 30^\circ$.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại B , cạnh bên SA vuông góc với đáy, I là trung điểm AC , H là hình chiếu của I lên SC . Khẳng định nào sau đây đúng?

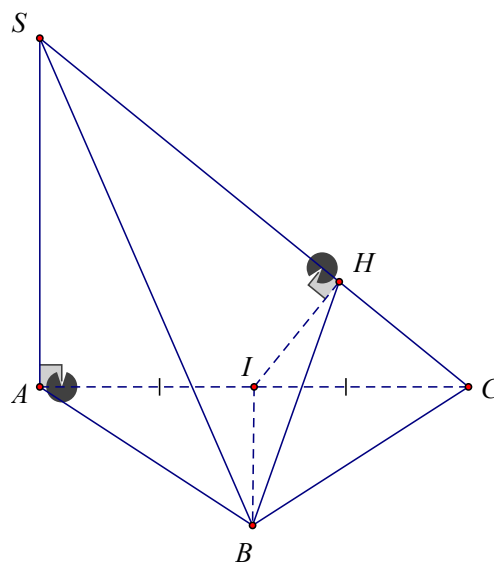
A. $(BIH) \perp (SBC)$.

B. $(SAC) \perp (SAB)$.

C. $(SBC) \perp (ABC)$.

D. $(SAC) \perp (SBC)$.

Lời giải

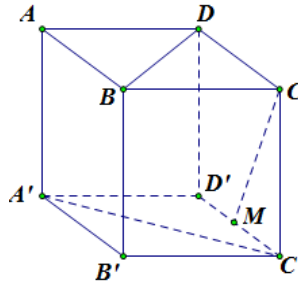


Ta có: $\begin{cases} BI \perp AC \text{ (gt)} \\ BI \perp SA \text{ (} SA \perp (ABC) \text{)} \end{cases} \Rightarrow BI \perp (SAC) \supset SC \Rightarrow SC \perp BI \text{ (1)}.$

Theo giả thiết: $SC \perp IH$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra: $SC \perp (BIH)$. Mà $SC \subset (SBC)$ nên $(BIH) \perp (SBC)$.

Câu 7. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi M là trung điểm cạnh $C'D'$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và CM bằng



A. $a\sqrt{2}$.

B. a .

C. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

D. $a\sqrt{3}$.

Lời giải

Ta có $AA' \parallel (DD'C'C) \supset CM \Rightarrow d(AA', CM) = d(AA', (DD'C'C)) = AD = a$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Biết $SA = 2a$ và tam giác ABC vuông tại A có $AB = 3a$, $AC = 4a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a .

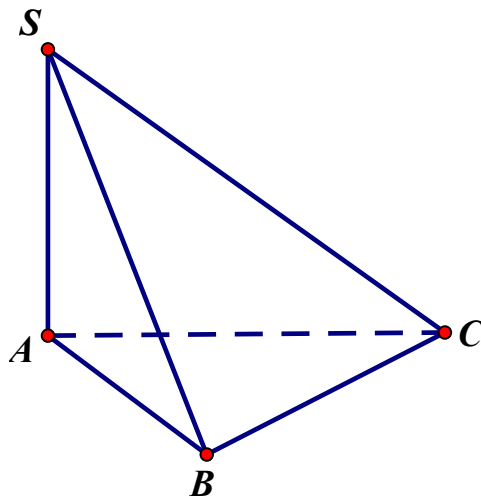
A. $12a^3$.

B. $6a^3$.

C. $8a^3$.

D. $4a^3$.

Lời giải



Ta có $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 3a \cdot 4a = 6a^2$; $V_{SABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot 6a^2 = 4a^3$.

Câu 9. Dự báo thời tiết dự đoán rằng có 70% là trời sẽ mưa vào thứ Bảy. Tuy nhiên, ngày thứ Bảy Trang hẹn Nhi đi xem phim, xác suất Nhi đồng ý đi là 80%. Tính xác suất hai bạn đi xem phim không bị dính mưa.

A. 0,56.

B. 0,24.

C. 0,14.

D. 0,06.

Lời giải

Xác suất trời không mưa là 0,3 .

Xác suất hai bạn đi xem phim là 0,8 .

Xác suất hai bạn đi xem phim không bị dính mưa là $0,3 \cdot 0,8 = 0,24$.

Chọn B.

Câu 10. Một nhóm có 30 thành viên, số thành viên thích kim chi là 16 người, số người thích cơm trộn là 20 , có 5 người là không thích cả hai. Hỏi có bao nhiêu người vừa thích kim chi vừa thích cơm trộn?

A. 9 người

B. 10 người

C. 11 người

D. 12 người

Lời giải

A: Số người thích kim chi, $n(A) = 16$.

B: Số người thích cơm trộn, $n(B) = 20$.

Số người thích cơm trộn hoặc kim chi là: $n(A \cup B) = 30 - 5 = 25$.

Ta có: $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(AB) \Rightarrow n(AB) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 20 + 16 - 25 = 11$.

Vậy có 11 người thích kim chi và cơm trộn.

Chọn C.

Câu 11. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_3(3x+2)$.

A. $y' = \frac{3}{(3x+2)\ln 3}$.

B. $y' = \frac{1}{(3x+2)\ln 3}$.

C. $y' = \frac{1}{(3x+2)}$.

D. $y' = \frac{3}{(3x+2)}$.

Lời giải

Ta có $y' = \frac{3}{(3x+2)\ln 3}$.

Câu 12. Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} + 3x^2 - 2$ có đồ thị là (C). Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) biết tiếp tuyến có hệ số góc $k = -9$.

A. $y+16 = -9(x+3)$.

B. $y-16 = -9(x-3)$.

C. $y = -9(x+3)$.

D. $y-16 = -9(x+3)$.

Lời giải

Gọi $M\left(x_0; \frac{x_0^3}{3} + 3x_0^2 - 2\right)$ là tiếp điểm .

Ta có: $k = f'(x_0) \Leftrightarrow x_0^2 + 6x_0 = -9 \Leftrightarrow x_0 = -3 \Rightarrow y_0 = f(x_0) = 16$

Phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) thỏa mãn đầu bài là: $y-16 = -9(x+3)$.

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Gieo một con xúc xắc, cân đối và đồng chất 2 lần liên tiếp. Gọi biến cố A là "Tổng số chấm xuất hiện trên xúc xắc sau hai lần gieo lớn hơn 7", biến cố B là "Số chấm xuất hiện trên xúc xắc sau hai lần gieo khác nhau".

a) $P(AB) = \frac{1}{3}$

b) $P(A \cup B) = \frac{1}{12}$

c) $P(\overline{AB}) = \frac{11}{12}$

d) Hai biến cố A và B không độc lập với nhau

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

Biến cố $A \cup B$ là "Số chấm xuất hiện trên xúc xắc sau hai lần gieo khác nhau hoặc tổng lớn hơn 7".

Biến cố AB là: "Số chấm xuất hiện trên xúc xắc sau hai lần gieo khác nhau và có tổng lớn hơn 7".

Biến cố \overline{AB} là: "Số chấm xuất hiện trên xúc xắc sau hai lần gieo giống nhau và có tổng nhỏ hơn hoặc bằng 7".

a) b) c) $P(AB) = \frac{1}{3}, P(A \cup B) = \frac{11}{12}, P(\overline{AB}) = \frac{1}{12}$.

d) Do $P(A) = \frac{15}{36}, P(B) = \frac{30}{36}$ và $P(A)P(B) \neq P(AB)$ nên hai biến cố này không độc lập.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABC$ có hai mặt bên (SAB) và (SAC) vuông góc với đáy (ABC) , tam giác ABC vuông cân ở A và có đường cao AH , ($H \in BC$). Gọi O là hình chiếu vuông góc của A lên (SBC) . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $SC \perp (ABC)$.

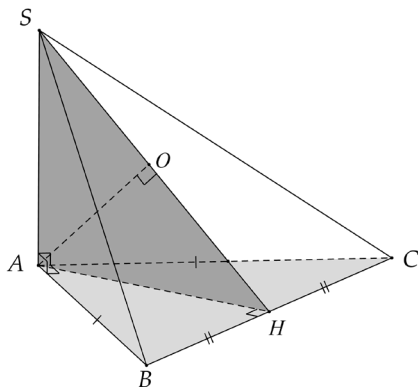
b) $(SAH) \perp (SBC)$.

c) $O \in SC$.

d) Góc giữa (SBC) và (ABC) là góc \widehat{SBA} .

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------------	----------------	---------------	---------------



Ta có:
$$\begin{cases} (SAB) \cap (SAC) = SA \\ (SAC) \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp (ABC). \\ (SAB) \perp (ABC) \end{cases}$$

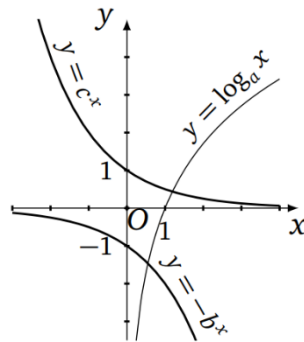
Gọi H là trung điểm của $BC \Rightarrow AH \perp BC$
 mà $BC \perp SA \Rightarrow BC \perp (SAH) \Rightarrow (SBC) \perp (SAH)$.

Khi đó O là hình chiếu vuông góc
 của A lên (SBC)

Thì suy ra $O \in SI$ và $\widehat{((SBC), (ABC))} = \widehat{SHA}$.

Vậy đáp án **b** đúng.

Câu 3. Xét các hàm số $y = \log_a x, y = -b^x, y = c^x$ có đồ thị như hình vẽ bên, trong đó a, b, c là các số thực dương khác 1.



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\log_c (a+b) > 1 + \log_c 2$.

b) $\log_{ab} c > 0$.

c) $\log_a \frac{b}{c} > 0$.

d) $\log_b \frac{a}{c} < 0$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
--------	--------	---------	--------

Từ hình vẽ ta có: *) $a > 1$. Vì hàm $y = \log_a x$ đồng biến: Tính từ trái qua phải đồ thị có dạng đi lên.

*) Lấy đối xứng đồ thị hàm số $y = -b^x$ qua trục Ox ta được đồ thị hàm số $y = b^x$

là hàm đồng biến, nên $b > 1$.

*) $0 < c < 1$. Vì hàm $y = c^x$ nghịch biến: Tính từ trái qua phải đồ thị có dạng đi xuống.

Do đó:

$$\left. \begin{array}{l} a+b > 2 \\ 0 < c < 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \log_c (a+b) < \log_c 2 \Rightarrow \text{Đáp án a sai.}$$

$$\left. \begin{array}{l} 0 < c < 1 \\ ab > 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \log_{ab} c < \log_{ab} 1 = 0 \Rightarrow \text{Đáp án b sai.}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{b}{c} > 1 \\ a > 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \log_a \frac{b}{c} > \log_a 1 = 0 \Rightarrow \text{Đáp án c đúng.}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{a}{c} > 1 \\ b > 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \log_b \frac{a}{c} > \log_b 1 = 0 \Rightarrow \text{Đáp án d sai.}$$

Câu 4. Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 + 1$ có đồ thị là (C). Khi đó :

a) Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(-1;3)$ là: $y = -3x + 6$

b) Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ bằng 2 là $y = 24x - 27$

c) Có 2 phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có tung độ bằng 1

d) Có 2 phương trình tiếp tuyến của (C) tại giao điểm (C) với trục tung

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
----------------	----------------	----------------	---------------

Hàm số đã cho xác định $D = \mathbb{R}$

Ta có: $y' = 3x^2 + 6x$

a) Phương trình tiếp tuyến (t) tại $M(-1;3)$ có phương trình : $y = y'(-1)(x+1) + 3$

Ta có: $y'(-1) = -3$, khi đó phương trình (t) là: $y = -3x + 6$

b) Thay $x = 2$ vào đồ thị của (C) ta được $y = 21$.

phương trình (t) là: $y = 24x - 27$

c) Thay $y = 1$ vào đồ thị của (C) ta được $x^2(x+3) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = -3$.

phương trình (t) là: $y = 1, y = 9x + 28$

d) Trục tung Oy : $x = 0 \Rightarrow y = 1$. phương trình (t) là: $y = 1$

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. An gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất 4 lần. Tính xác suất để có 3 lần gieo mà số chấm xuất hiện trên xúc xắc là ba số liên tiếp.

Trả lời: $\frac{4.3!}{6^4}$

Lời giải

Xác suất để có 3 lần gieo mà số chấm xuất hiện trên xúc xắc là ba số liên tiếp là: $\frac{4.3!}{6^4}$.

Câu 2. Bình và Minh cùng thi bắn đĩa bay. Xác suất bắn trúng đĩa của mỗi người lần lượt là 0,7 và 0,8. Nếu một người bắn trước và trượt thì tỉ lệ bắn trúng của người sau sẽ tăng thêm 0,1 và ngược lại nếu người đó bắn trúng thì tỉ lệ bắn trúng của người sau sẽ giảm đi 0,1. Thứ tự bắn giữa hai người là ngẫu nhiên và cuộc thi dừng lại khi người này trúng, người kia trượt. Tính xác suất để Bình bắn trúng sau lượt bắn đầu tiên nếu biết Minh bắn trúng bia;

Trả lời: 0,65

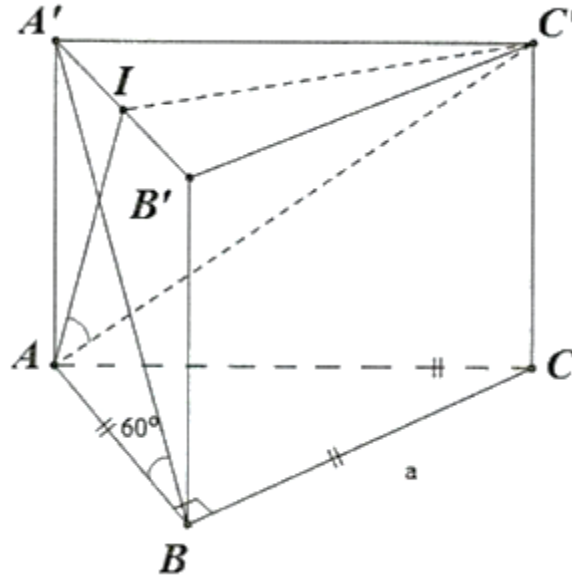
Lời giải

Xác suất để Bình bắn trúng sau lần bắn đầu tiên là: $\frac{1}{2} \cdot 0,7 + \frac{1}{2} \cdot 0,6 = 0,65$.

Câu 3. Cho hình lăng trụ đều $ABC \cdot A'B'C'$ có đáy cạnh a , góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng (ABC) là 60° . Tính góc giữa đường thẳng $C'A$ và mặt phẳng $(AA'B'B)$?

Trả lời: $\approx 25,7^\circ$

Lời giải



Kẻ $C'I \perp A'B'$

Ta có: $C'I \perp AA' \Rightarrow C'I \perp (AA'B'B)$ tại I và $C'A$ cắt mp $(AA'B'B)$ tại A .

$\Rightarrow AI$ là hình chiếu của $C'A$ trên mp $(AA'B'B)$

$\Rightarrow \widehat{(C'A, (AA'B'B))} = \widehat{(C'A, AI)} = \widehat{C'AI}$

Ta có: $AA' = AB \cdot \tan 60^\circ = \sqrt{3}a$

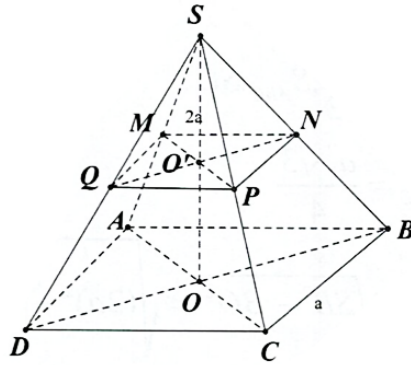
$$AI = \sqrt{AA'^2 + A'I^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{13}}{2}a$$

$$\text{Xét } \Delta C'AI \text{ vuông tại } I: \tan \widehat{C'AI} = \frac{C'I}{AI} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{13}a}{2}} = \frac{\sqrt{39}}{13} \Rightarrow \widehat{C'AI} \approx 25,7^\circ$$

Câu 4. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy cạnh a và chiều cao $SO = 2a$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC, SD . Tính thể tích khối chóp cụt đều $ABCD.MNPQ$.

Trả lời: $\frac{7}{12}a^3$

Lời giải



$$V = \frac{1}{3} \left(S_{ABCD} + S_{MNPQ} + \sqrt{S_{ABCD} \cdot S_{MNPQ}} \right) \cdot OO'$$

$$S_{ABCD} = a^2$$

$$S_{MNPQ} = \left(\frac{1}{2}a \right)^2 = \frac{1}{4}a^2$$

$$\Rightarrow V = \frac{1}{3} \left(a^2 + \frac{1}{4}a^2 + \sqrt{a^2 \cdot \frac{1}{4}a^2} \right) \cdot a = \frac{7}{12}a^3$$

Câu 5. Số lượng của loại vi khuẩn A trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $S(t) = s(0) \cdot 2^t$, trong đó $s(0)$ là số lượng vi khuẩn A lúc ban đầu, $s(t)$ là số lượng vi khuẩn A có sau t phút. Biết sau 3 phút thì số lượng vi khuẩn A là 625 nghìn con. Hỏi sau bao lâu, kể từ lúc ban đầu, số lượng vi khuẩn A là 10 triệu con?

Trả lời: 7 phút

Lời giải

$$\text{Theo giả thiết: } S(3) = 625 \text{ (nghìn con)} \Rightarrow s(0) \cdot 2^3 = 625 \Rightarrow S(0) = \frac{625}{8}.$$

$$\text{Thời điểm số lượng vi khuẩn } A \text{ là 10 triệu con thì } S(t) = 10000 \Leftrightarrow \frac{625}{8} \cdot 2^t = 10000$$

$$\Leftrightarrow t = 7 \text{ phút.}$$

Câu 6. Một chất điểm chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $S = f(t) = t^3 - 3t^2 + 4t$, trong đó t được tính bằng giây (**s**) và S được tính bằng mét (**m**). Gia tốc của chất điểm tại thời điểm $t = 2$ (**s**) có giá trị là bao nhiêu?

Trả lời: 6 m/s^2

Lời giải

$$\text{Ta có } v = f'(t) = 3t^2 - 6t + 4 \text{ và } a = f''(t) = 6t - 6.$$

$$\text{Gia tốc của chất điểm tại thời điểm } t = 2 \text{ (s) có giá trị là } f''(2) = 6 \cdot 2 - 6 = 6 \text{ m/s}^2.$$

CÂU HỎI

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

Câu 1. Trong các khẳng định sau khẳng định nào sai?

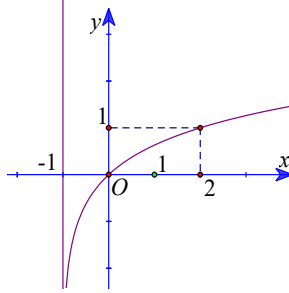
A. $2^{30} < 3^{20}$.

B. $0,99^\pi > 0,99^e$.

C. $\log_{a^2+2}(a^2+1) \geq 0$.

D. $4^{-\sqrt{3}} < 4^{-\sqrt{2}}$.

Câu 2. Đồ thị (hình bên) là đồ thị của hàm số nào ?



A. $y = \log_2 x + 1$.

B. $y = \log_2(x+1)$.

C. $y = \log_3 x$.

D. $y = \log_3(x+1)$.

Câu 3. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - x + 7) > 0$ là

A. $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$.

B. $(-\infty; 2)$.

C. $(2; 3)$.

D. $(3; +\infty)$.

Câu 4. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng $A'C'$ và BD bằng.

A. 60° .

B. 30° .

C. 45° .

D. 90° .

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Gọi α là góc tạo bởi giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC) , khi đó α thỏa mãn hệ thức nào sau đây:

A. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{8}$.

B. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{8}$.

C. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

D. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

Câu 6. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $mp(AA'C'C) \perp mp(ABCD)$.

B. $mp(ABB'A') \perp mp(BDD'B')$.

C. $mp(ABB'A') \perp mp(A'B'C'D')$.

D. $mp(ACC'A') \perp mp(BB'D'D)$.

Câu 7. Cho tứ diện $OABC$ có OA , OB , OC đôi một vuông góc nhau và $OA = OB = OC = 3a$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và OB .

A. $\frac{3a}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{3a}{4}$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc mặt đáy, tam giác ABC vuông tại A , $SA = 2\text{cm}$, $AB = 4\text{cm}$, $AC = 3\text{cm}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{12}{3}\text{cm}^3$.

B. $\frac{24}{5}\text{cm}^3$.

C. $\frac{24}{3}\text{cm}^3$.

D. 24cm^3 .

Câu 9. Nhi và Nhung thường xuyên đến cùng một quán cà phê cùng khung giờ, tuy nhiên hai bạn không đi cùng nhau. Nhi thường đến vào 2 ngày bất kỳ trong tuần, Nhung thì thường đến 3 ngày bất kỳ. Tính xác suất hai bạn gặp được nhau.

A. $P = \frac{6}{49}$.

B. $P = \frac{8}{49}$.

C. $P = \frac{15}{49}$.

D. $P = \frac{20}{49}$.

Câu 10. Tung một đồng xu 3 lần. Xác suất đồng xu xuất hiện 2 lần mặt ngửa và một lần mặt sấp là:

A. $\frac{1}{4}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{3}{8}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Câu 11. Tìm đạo hàm của hàm số $y = xe^x$

A. $1 + e^x$.

B. $(1+x)e^x$.

C. $(1-x)e^x$.

D. e^x .

Câu 12. Cho hàm số $y = -2x^3 + 6x^2 - 5$ có đồ thị (C) . Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm M thuộc (C) và có hoành độ bằng 3 là

A. $y = 18x - 49$.

B. $y = -18x - 49$.

C. $y = -18x + 49$.

D. $y = 18x + 49$.

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Một hộp chứa 15 viên bi xanh và 20 viên bi đỏ, có cùng kích thước và khối lượng. Lần lượt lấy ngẫu nhiên ra 2 viên bi, mỗi lần một viên. Gọi A là biến cố "Lấy được viên bi màu xanh ở lần thứ nhất" và B là biến cố "Lấy được viên bi màu xanh ở lần thứ hai". Khi đó:

a) Hai biến cố A và B không độc lập

b) $P(AB) = \frac{3}{17}$

c) $P(A\bar{B}) = \frac{60}{119}$

d) Xác suất để hai viên bi lấy ra khác màu là: $\frac{30}{119}$

Câu 2. Xét khối tứ diện $ABCD$ có cạnh $AB = x$, các cạnh còn lại đều bằng $2\sqrt{3}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Diện tích tam giác BCD bằng $S_{BCD} = 3\sqrt{3}$

b) $V_{ABCD} = \frac{\sqrt{3}}{3} x \sqrt{36 - x^2}$

c) Khi $x = 3$ thì $V = \frac{9}{4}$

d) Khi $x = 3\sqrt{2}$ thì thể tích khối tứ diện $ABCD$ đạt giá trị lớn nhất.

Câu 3. Lạm phát là sự tăng mức giá chung một cách liên tục của hàng hoá và dịch vụ theo thời gian, tức là sự mất giá trị của một loại tiền tệ nào đó. Chẳng hạn, nếu lạm phát là 5% một năm thì sức mua của 1 triệu đồng sau một năm chỉ còn là 950 nghìn đồng (vì đã giảm mất 5% của 1 triệu đồng, tức là 50000 đồng). Nói chung, nếu tỉ lệ lạm phát trung bình là $r\%$ một năm thì tổng số tiền P ban đầu, sau n năm số

tiền đó chỉ còn giá trị là: $A = P \left(1 - \frac{r}{100}\right)^n$

a) Nếu tỉ lệ lạm phát là 7% một năm thì sức mua của 100 triệu đồng sau hai năm sẽ còn lại 86490000 đồng.

B) Nếu tỉ lệ lạm phát là 7% một năm thì sức mua của 100 triệu đồng sau hai năm sẽ còn lại 96490000 đồng.

c) Nếu sức mua của 100 triệu đồng sau ba năm chỉ còn lại 80 triệu đồng thì tỉ lệ lạm phát trung bình của ba năm đó là 9,17% (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

d) Nếu tỉ lệ lạm phát trung bình là 6% một năm thì sau 15 năm sức mua của số tiền ban đầu chỉ còn lại một nửa

Câu 4. Cho hàm số $y = \sin^2 x$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $2y' + y'' = \sqrt{2} \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$.

b) $2y + y' \cdot \tan x = 0$.

c) $4y - y'' = 2$.

d) $4y' + y''' = 0$.

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Khi tung một đồng xu không cân đối thì người ta thấy rằng xác suất để đồng xu xuất hiện mặt sấp bằng $\frac{2}{3}$. Tung đồng xu này ba lần liên tiếp. Tính xác suất để xuất hiện 2 lần mặt sấp, 1 lần mặt ngửa;

Câu 2. Một lớp học có 40 học sinh trong đó có 25 học sinh thích môn Toán, 20 học sinh thích môn Ngữ văn và 12 học sinh thích cả hai môn Ngữ văn và Toán. Tính xác suất để chọn được một học sinh thích môn Ngữ văn mà không thích môn Toán.

Câu 3. Cho hình lăng trụ đứng $ABC \cdot A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , $AC = 2a$ và $A'B = 3a$. Tính góc phẳng nhị diện $[B', AC, B]$?

Câu 4. Cho khối lăng trụ đứng $ABC \cdot A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại A , $BC = 2a$ và $A'C = a\sqrt{7}$. Tính thể tích khối lăng trụ đã cho.

Câu 5. Một quần thể của loài ong mật lớn lên tại một nhà nuôi ong bắt đầu với 50 con ong, tại thời điểm t số lượng ong của quần thể này được mô hình hóa bởi công thức: $P(t) = \frac{7520}{1 + 1503e^{-0,5932t}}$. trong đó t là thời gian được tính bằng tuần. Hỏi sau bao lâu thì quần thể ong có tốc độ phát triển nhanh nhất.

Câu 6. Một chất điểm chuyển động theo phương trình $S = -t^3 + 3t^2 - 2$, trong đó t tính bằng giây và S tính theo mét. Vận tốc lớn nhất của chuyển động chất điểm đó là bao nhiêu?

PHIẾU TRẢ LỜI

PHẦN 1.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn												

PHẦN 2.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm.

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,50 điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1 điểm.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a)	a)	a)	a)
b)	b)	b)	b)
c)	c)	c)	c)
d)	d)	d)	d)

PHẦN 3.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm)

Câu	Đáp án
1	
2	
3	
4	
5	
6	

LỜI GIẢI THAM KHẢO

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

1B	2D	3C	4D	5C	6B	7C	8A	9A	10C	11B	12C
----	----	----	----	----	----	----	----	----	-----	-----	-----

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

Câu 1. Trong các khẳng định sau khẳng định nào **sai**?

A. $2^{30} < 3^{20}$.

B. $0,99^\pi > 0,99^e$.

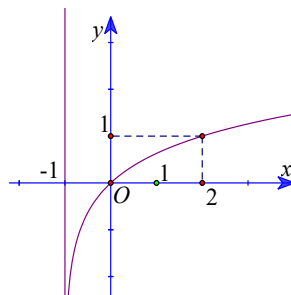
C. $\log_{a^2+2}(a^2+1) \geq 0$.

D. $4^{-\sqrt{3}} < 4^{-\sqrt{2}}$.

Lời giải

Ta có: $\pi > e$ và $0,999 < 1$ nên $0,99^\pi < 0,99^e$, do đó đáp án B sai.

Câu 2. Đồ thị (hình bên) là đồ thị của hàm số nào ?



A. $y = \log_2 x + 1$.

B. $y = \log_2(x+1)$.

C. $y = \log_3 x$.

D. $y = \log_3(x+1)$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x = -1$ làm tiệm cận đứng nên loại đáp án A và C.

Lại có $A(2;1)$ thuộc đồ thị hàm số nên loại phương án B.

Câu 3. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - x + 7) > 0$ là

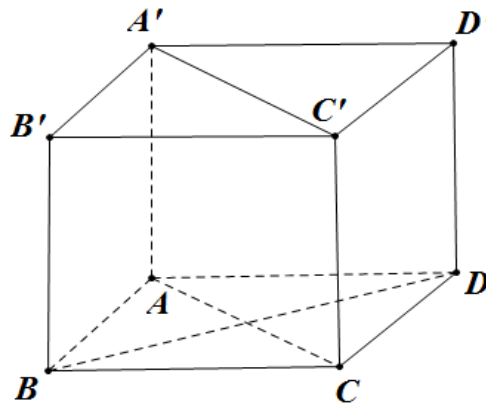
- A. $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$. B. $(-\infty; 2)$. C. $(2; 3)$. D. $(3; +\infty)$.

Lời giải

$$\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - x + 7) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 5x + 7 > 0 \\ x^2 - 5x + 7 < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0, \forall x \in \mathbb{R} \\ x^2 - 5x + 6 < 0 \end{cases} \Rightarrow x \in (2; 3).$$

- Câu 4.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng $A'C'$ và BD bằng.
A. 60° . B. 30° . C. 45° . D. 90° .

Lời giải



Ta có: $(\widehat{A'C'; BD}) = (\widehat{AC; BD}) = 90^\circ$

- Câu 5.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Gọi α là góc tạo bởi giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC) , khi đó α thỏa mãn hệ thức nào sau đây:

- A. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{8}$. B. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{8}$. C. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$. D. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải

Gọi O là tâm của đáy $ABCD$.

Ta có $BO \perp AC$ và $BO \perp SA$ nên SO là hình chiếu của SB trên (SAC) .

Suy ra $\alpha = \widehat{BSO}$.

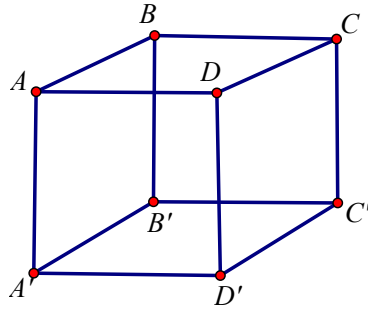
Lại có $BO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, $SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = 2a$. Suy ra $\sin \alpha = \frac{BO}{SB} = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

- Câu 6.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $mp(AA'C'C) \perp mp(ABCD)$. B. $mp(ABB'A') \perp mp(BDD'B')$.
C. $mp(ABB'A') \perp mp(A'B'C'D')$. D. $mp(ACC'A') \perp mp(BB'D'D)$.

Lời giải

Chọn B



$$\begin{cases} mp(ABB'A') \cap mp(BDD'B') = BB' \\ AB \perp BB' \\ DB \perp BB' \end{cases} \Rightarrow \overbrace{(mp(ABB'A'), mp(BDD'B'))} = \overbrace{(AB, DB)} = 45^\circ.$$

Câu 7. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc nhau và $OA = OB = OC = 3a$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và OB .

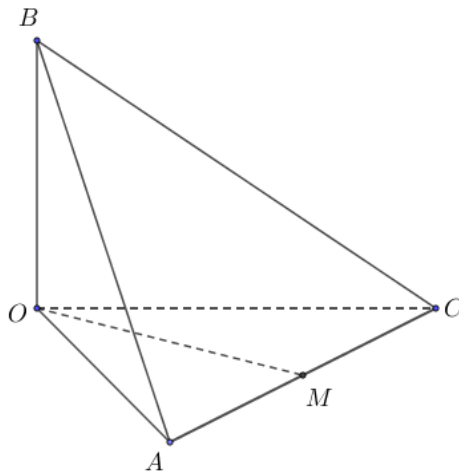
A. $\frac{3a}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{3a}{4}$.

Lời giải



Gọi M là trung điểm của $AC \Rightarrow AC \perp OM \Rightarrow OM$ là đường vuông góc chung của AC và $OB, AC = 3a\sqrt{2} \Rightarrow OM = \frac{3a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc mặt đáy, tam giác ABC vuông tại $A, SA = 2\text{cm}, AB = 4\text{cm}, AC = 3\text{cm}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

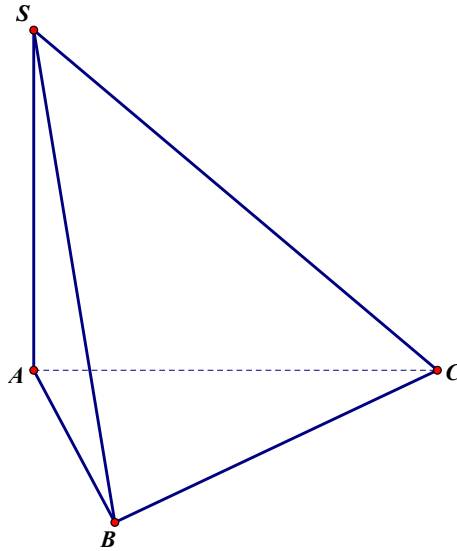
A. $\frac{12}{3}\text{cm}^3$.

B. $\frac{24}{5}\text{cm}^3$.

C. $\frac{24}{3}\text{cm}^3$.

D. 24cm^3 .

Lời giải



$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 = 4 (\text{cm}^3).$$

Câu 9. Nhi và Nhung thường xuyên đến cùng một quán cà phê cùng khung giờ, tuy nhiên hai bạn không đi cùng nhau. Nhi thường đến vào 2 ngày bất kỳ trong tuần, Nhung thì thường đến 3 ngày bất kỳ. Tính xác suất hai bạn gặp được nhau.

- A. $P = \frac{6}{49}$. B. $P = \frac{8}{49}$. C. $P = \frac{15}{49}$. D. $P = \frac{20}{49}$.

Lời giải

Xác suất Nhi đến quán cà phê là $\frac{2}{7}$.

Xác suất Nhung đến quán cà phê là $\frac{3}{7}$.

Xác suất để hai bạn gặp nhau là $\frac{2}{7} \cdot \frac{3}{7} = \frac{6}{49}$.

Chọn A.

Câu 10. Tung một đồng xu 3 lần. Xác suất đồng xu xuất hiện 2 lần mặt ngửa và một lần mặt sấp là:

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{3}{8}$. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Các trường hợp có thể xảy ra là: $SSS, SSN, SNS, SNN, NSS, NSN, NNS, NNN$.

Xác suất đồng xu xuất hiện 2 lần mặt ngửa và một lần mặt sấp là $\frac{3}{8}$.

Chọn C.

Câu 11. Tìm đạo hàm của hàm số $y = xe^x$

- A. $1 + e^x$. B. $(1+x)e^x$. C. $(1-x)e^x$. D. e^x .

Lời giải

Ta có $(xe^x)' = (x)' \cdot e^x + x \cdot (e^x)' = e^x + x \cdot e^x = (1+x)e^x$.

Câu 12. Cho hàm số $y = -2x^3 + 6x^2 - 5$ có đồ thị (C) . Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm M thuộc (C) và có hoành độ bằng 3 là

- A. $y = 18x - 49$. B. $y = -18x - 49$. C. $y = -18x + 49$. D. $y = 18x + 49$.

Lời giải

$$y' = f'(x) = -6x^2 + 12x, \text{ giả sử điểm } M(x_0; y_0) \text{ thì } x_0 = 3 \Rightarrow y_0 = -5, f'(3) = -18$$

$$\text{Vậy phương trình tiếp tuyến } y = f'(x_0)(x - x_0) + y_0 = -18(x - 3) - 5 = -18x + 49.$$

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Một hộp chứa 15 viên bi xanh và 20 viên bi đỏ, có cùng kích thước và khối lượng. Lần lượt lấy ngẫu nhiên ra 2 viên bi, mỗi lần một viên. Gọi A là biến cố "Lấy được viên bi màu xanh ở lần thứ nhất" và B là biến cố "Lấy được viên bi màu xanh ở lần thứ hai". Khi đó:

a) Hai biến cố A và B không độc lập

b) $P(AB) = \frac{3}{17}$

c) $P(A\bar{B}) = \frac{60}{119}$

d) Xác suất để hai viên bi lấy ra khác màu là: $\frac{30}{119}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Hai biến cố A và B không độc lập vì việc lần đầu lấy được bi xanh hay không sẽ ảnh hưởng đến việc lần sau lấy bi.

b) Ta có $P(AB) = \frac{15}{35} \cdot \frac{14}{34} = \frac{3}{17}$.

d) Xác suất để hai viên bi lấy ra khác màu là:

$$P(A\bar{B}) + P(\bar{A}B) = \frac{15}{35} \cdot \frac{20}{34} + \frac{20}{35} \cdot \frac{15}{34} = \frac{60}{119}.$$

Câu 2. Xét khối tứ diện $ABCD$ có cạnh $AB = x$, các cạnh còn lại đều bằng $2\sqrt{3}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Diện tích tam giác BCD bằng $S_{BCD} = 3\sqrt{3}$

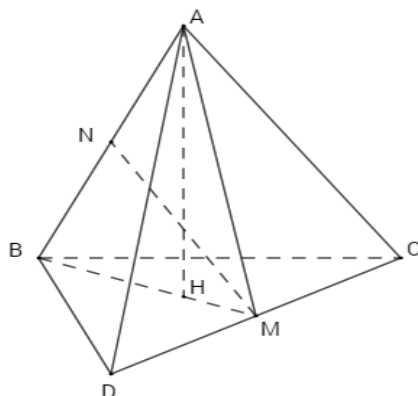
b) $V_{ABCD} = \frac{\sqrt{3}}{3} x \sqrt{36 - x^2}$

c) Khi $x = 3$ thì $V = \frac{9}{4}$

d) Khi $x = 3\sqrt{2}$ thì thể tích khối tứ diện $ABCD$ đạt giá trị lớn nhất.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------



Gọi M, N lần lượt là trung điểm CD và AB ; H là hình chiếu vuông góc của A lên BM .

$$\text{Ta có: } \left. \begin{array}{l} CD \perp BM \\ CD \perp AM \end{array} \right\} \Rightarrow CD \perp (ABM) \Rightarrow (ABM) \perp (ABC).$$

$$\text{Mà } AH \perp BM; BM = (ABM) \cap (ABC) \Rightarrow AH \perp (ABC).$$

$$\text{Do } ACD \text{ và } BCD \text{ là hai tam giác đều cạnh } 2\sqrt{3} \Rightarrow AM = BM = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2\sqrt{3} = 3.$$

$$\text{Tam giác } AMN \text{ vuông tại } N, \text{ có: } MN = \sqrt{AM^2 - AN^2} = \sqrt{9 - \frac{x^2}{4}}.$$

$$\text{Lại có: } S_{BCD} = \frac{\sqrt{3}}{4} (2\sqrt{3})^2 = 3\sqrt{3}.$$

$$V_{ABCD} = \frac{1}{3} AH \cdot S_{BCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{x\sqrt{36-x^2}}{6} \cdot 3\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{6} x\sqrt{36-x^2}.$$

$$\text{Ta có: } V_{ABCD} = \frac{\sqrt{3}}{6} x\sqrt{36-x^2} \leq \frac{\sqrt{3}}{6} \cdot \frac{x^2 + 36 - x^2}{2} = 3\sqrt{3}.$$

$$\text{Suy ra } V_{ABCD} \text{ lớn nhất bằng } 3\sqrt{3} \text{ khi } x^2 = 36 - x^2 \Rightarrow x = 3\sqrt{2}.$$

Câu 3. Lạm phát là sự tăng mức giá chung một cách liên tục của hàng hoá và dịch vụ theo thời gian, tức là sự mất giá trị của một loại tiền tệ nào đó. Chẳng hạn, nếu lạm phát là 5% một năm thì sức mua của 1 triệu đồng sau một năm chỉ còn là 950 nghìn đồng (vì đã giảm mất 5% của 1 triệu đồng, tức là 50000 đồng). Nói chung, nếu tỉ lệ lạm phát trung bình là $r\%$ một năm thì tổng số tiền P ban đầu, sau n năm số

$$\text{tiền đó chỉ còn giá trị là: } A = P \left(1 - \frac{r}{100} \right)^n$$

a) Nếu tỉ lệ lạm phát là 7% một năm thì sức mua của 100 triệu đồng sau hai năm sẽ còn lại 86490000 đồng.

B) Nếu tỉ lệ lạm phát là 7% một năm thì sức mua của 100 triệu đồng sau hai năm sẽ còn lại 96490000 đồng.

c) Nếu sức mua của 100 triệu đồng sau ba năm chỉ còn lại 80 triệu đồng thì tỉ lệ lạm phát trung bình của ba năm đó là 9,17% (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

d) Nếu tỉ lệ lạm phát trung bình là 6% một năm thì sau 15 năm sức mua của số tiền ban đầu chỉ còn lại một nửa

Hướng dẫn giải

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
----------------	---------------	---------------	---------------

a) b) Giả thiết cho $P = 100$ triệu đồng, $r\% = 7\%$, $n = 2$ năm.

$$\text{Ta có: } A = 100 \cdot 10^6 \left(1 - \frac{7}{100}\right)^2 = 86490000 \text{ đồng.}$$

Vậy sau hai năm sức mua còn lại của 100000000 là 86490000 đồng.

c) Giả thiết cho $P = 100$ triệu đồng, $A = 80$ triệu đồng, $n = 3$ năm.

$$\text{Ta có: } 80 = 100 \left(1 - \frac{r}{100}\right)^3 \Leftrightarrow 1 - \frac{r}{100} = \sqrt[3]{\frac{4}{5}} \Leftrightarrow r \approx 7,17.$$

Vậy tỉ lệ lạm phát trung bình của ba năm là $r\% \approx 7,17\%$.

d) Giả thiết cho $P = X$ triệu đồng, $A = \frac{X}{2}$ triệu đồng, $r\% = 6\%$.

$$\text{Ta có: } \frac{X}{2} = X \left(1 - \frac{6}{100}\right)^n \Leftrightarrow (0,94)^n = \frac{1}{2} \Leftrightarrow n \approx 11,2 \text{ (năm).}$$

Vậy sau khoảng 12 năm sức mua của số tiền còn lại là một nửa.

Câu 4. Cho hàm số $y = \sin^2 x$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $2y' + y'' = \sqrt{2} \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$.

b) $2y + y' \cdot \tan x = 0$.

c) $4y - y'' = 2$.

d) $4y' + y''' = 0$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------------	---------------	---------------	----------------

$$\text{Ta có } y' = \sin 2x, y'' = 2\cos 2x, y''' = -4\sin 2x.$$

$$2y' + y'' = 2(\sin 2x + \cos 2x) = 2\sqrt{2} \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right),$$

$$2y + y' \cdot \tan x = 2\sin^2 x + 2\sin x \cdot \cos x \cdot \tan x = 4\sin^2 x,$$

$$4y - y'' = 4\sin^2 x - 2\cos 2x = 2 - 4\cos 2x,$$

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Khi tung một đồng xu không cân đối thì người ta thấy rằng xác suất để đồng xu xuất hiện mặt sấp bằng $\frac{2}{3}$. Tung đồng xu này ba lần liên tiếp. Tính xác suất để xuất hiện 2 lần mặt sấp, 1 lần mặt ngửa;

Trả lời: $\frac{4}{9}$

Lời giải

Xác suất chỉ xuất hiện 2 lần mặt sấp, 1 lần mặt ngửa là: $C_3^2 \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \frac{1}{3} = \frac{4}{9}$.

Câu 2. Một lớp học có 40 học sinh trong đó có 25 học sinh thích môn Toán, 20 học sinh thích môn Ngữ văn và 12 học sinh thích cả hai môn Ngữ văn và Toán. Tính xác suất để chọn được một học sinh thích môn Ngữ văn mà không thích môn Toán.

Trả lời: $\frac{8}{40}$

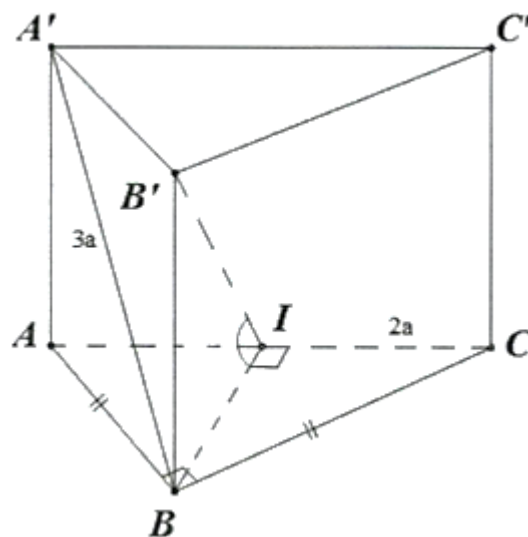
Lời giải

Xác suất để chọn được một học sinh thích môn Ngữ văn mà không thích môn Toán: $\frac{8}{40}$.

Câu 3. Cho hình lăng trụ đứng $ABC \cdot A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , $AC = 2a$ và $A'B = 3a$. Tính góc phẳng nhị diện $[B', AC, B]$?

Trả lời: $69,3^\circ$

Lời giải



Ta có:
$$\begin{cases} (B'AC) \cap (ABC) = AC \\ \text{Trong } (ABC), BI \perp AC \Rightarrow [A, SC, B] = \widehat{B'IB} \\ \text{Trong } (B'AC), B'I \perp AC \end{cases}$$

Ta có: $BI = \frac{AC}{2} = a$

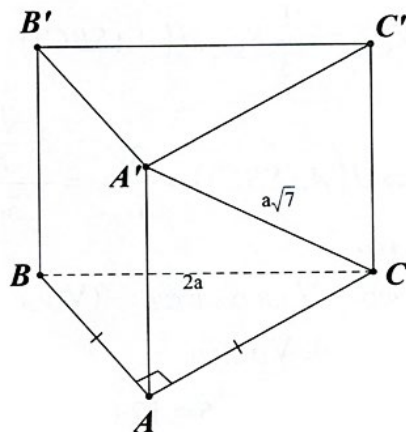
$$B'B = \sqrt{(3a)^2 - (a\sqrt{2})^2} = \sqrt{7}a$$

Xét $\triangle BB'I$ vuông tại B : $\tan \widehat{B'IB} = \frac{B'B}{BI} = \frac{\sqrt{7}a}{a} = \sqrt{7} \Rightarrow \widehat{B'IB} \approx 69,3^\circ$

Câu 4. Cho khối lăng trụ đứng $ABC \cdot A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại A , $BC = 2a$ và $A'C = a\sqrt{7}$. Tính thể tích khối lăng trụ đã cho.

Trả lời: $\sqrt{5}a^3$

Lời giải



$$V = S_{ABC} \cdot A'A$$

$$AB = AC = \frac{2a}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}a$$

$$S_{ABC} = \frac{(\sqrt{2}a)^2}{2} = a^2$$

$$A'A = \sqrt{A'C^2 - AC^2} = \sqrt{(a\sqrt{7})^2 - (\sqrt{2}a)^2} = \sqrt{5}a$$

$$\Rightarrow V_{S.ABC} = a^2 \cdot \sqrt{5}a = \sqrt{5}a^3$$

Câu 5. Một quần thể của loài ong mật lớn lên tại một nhà nuôi ong bắt đầu với 50 con ong, tại thời điểm t số lượng ong của quần thể này được mô hình hóa bởi công thức: $P(t) = \frac{7520}{1 + 1503e^{-0,5932t}}$. trong đó t là thời gian được tính bằng tuần. Hỏi sau bao lâu thì quần thể ong có tốc độ phát triển nhanh nhất.

Trả lời: 12,332 tuần

Lời giải

$$\text{Ta có: } P'(t) = \frac{7520 \cdot 1503 \cdot 0,5932 \cdot e^{-0,5932t}}{(1 + 1503e^{-0,5932t})^2}$$

$$P''(t) = \frac{7520 \cdot 1503 \cdot (0,5932)^2 \cdot e^{-0,5932t} (-1 + 1503e^{-0,5932t})}{(1 + 1503e^{-0,5932t})^3}$$

$$\Rightarrow P''(t) = 0 \Leftrightarrow 1503e^{-0,5932t} = 1 \Leftrightarrow e^{-0,5932t} = \frac{1}{1503} \Leftrightarrow t = \frac{\ln 1503}{0,5932} \approx 12,332$$

Câu 6. Một chất điểm chuyển động theo phương trình $S = -t^3 + 3t^2 - 2$, trong đó t tính bằng giây và S tính theo mét. Vận tốc lớn nhất của chuyển động chất điểm đó là bao nhiêu?

Trả lời: $3m/s$

Lời giải

Ta có: $v = S' = -3t^2 + 6t$.

$$v_{\max} \Leftrightarrow t = \frac{-b}{2a} = 1(s)$$

$$\Rightarrow v_{\max} = v(1) = 3m/s.$$

CÂU HỎI

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

Câu 1. Với mọi số thực dương a, b, x, y và a, b khác 1, mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\log_b a \cdot \log_a x = \log_b x$.

B. $\log_a (xy) = \log_a x + \log_b x$.

C. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$.

D. $\log_a \frac{1}{x} = \frac{1}{\log_a x}$.

Câu 2. Hàm số nào sau đây đồng biến trên \mathbb{R} ?

A. $y = \left(\frac{e}{\pi}\right)^x$.

B. $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$.

C. $y = (\sqrt{2})^x$.

D. $y = (0,5)^x$.

Câu 3. Giải phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) = -2$.

A. $x = 2$.

B. $x = \frac{5}{2}$.

C. $x = \frac{3}{2}$.

D. $x = 5$.

Câu 4. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, góc giữa hai đường thẳng $A'B$ và $B'C$ là

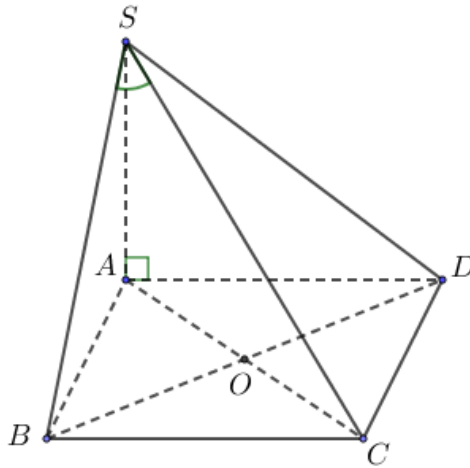
A. 90° .

B. 60° .

C. 30° .

D. 45° .

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = a\sqrt{6}$ (hình vẽ). Gọi α là góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC) . Tính $\sin \alpha$ ta được kết quả là:



A. $\frac{1}{\sqrt{14}}$.

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{1}{5}$.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , $SA \perp (ABCD)$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $(SBC) \perp (SAB)$.

B. $(SAB) \perp (ABCD)$.

C. $(SAC) \perp (ABCD)$.

D. $(SAC) \perp (SAD)$.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh a . Tính khoảng cách giữa SC và AB biết rằng $SO = a$ và vuông góc với mặt đáy của hình chóp.

- A. a . B. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{2a}{5}$. D. $\frac{2a}{\sqrt{5}}$.

Câu 8. Cho một hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy, $SA = 2a$, thể tích của khối chóp là V . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $V = \frac{2}{3}a^3$. B. $V = 2a^3$. C. $V = \frac{1}{3}a^3$. D. $V = a^3$.

Câu 9. Cho hai biến cố A và B độc lập. Khi đó $P(AB)$ bằng:

- A. $P(A) - P(B)$. B. $P(A) + P(B)$. C. $P(A) \cdot P(B)$. D. $[1 - P(A)][1 - P(B)]$.

Câu 10. Một hộp có 5 viên bi màu đen, 4 viên bi màu trắng. Chọn ngẫu nhiên 2 viên bi từ chiếc hộp đó. Tìm xác suất để chọn được 2 viên bi cùng màu.

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{4}{9}$. C. $\frac{1}{9}$. D. $\frac{5}{4}$.

Câu 11. Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = e^{2x-3}$.

- A. $f'(x) = 2 \cdot e^{2x-3}$. B. $f'(x) = -2 \cdot e^{2x-3}$. C. $f'(x) = 2 \cdot e^{x-3}$. D. $f'(x) = e^{2x-3}$.

Câu 12. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^2 - x - 2$ tại điểm có hoành độ $x = 1$ là

- A. $2x - y = 0$ B. $2x - y - 4 = 0$. C. $x - y - 1 = 0$. D. $x - y - 3 = 0$.

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. An và Huy lần lượt lấy ngẫu nhiên các mảnh giấy có kích thước giống nhau được đánh số từ 1 đến 9 trong một hộp kín. Gọi biến cố A : "An lấy được mảnh giấy đánh số chẵn". Biến cố B : "Huy lấy được mảnh giấy đánh số chẵn". Biến cố C : "An lấy được mảnh giấy đánh số 8". Khi đó:

a) $P(A) = \frac{4}{9}$

b) $P(C) = \frac{1}{9}$

c) $P(B) = \frac{4}{9}$

d) Hai biến cố A và C không độc lập.

Câu 2. Cho ba tia Ox , Oy , Oz vuông góc nhau từng đôi một. Trên Ox , Oy , Oz lần lượt lấy các điểm A , B , C sao cho $OA = OB = OC = a$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $O.ABC$ là hình chóp đều.

b) Tam giác ABC có diện tích $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

c) Tam giác ABC có chu vi $2p = \frac{3a\sqrt{2}}{2}$.

d) Ba mặt phẳng (OAB) , (OBC) , (OCA) vuông góc với nhau từng đôi một.

Câu 3. Cho phương trình $3^x = m + 1$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Phương trình có nghiệm dương nếu $m > 0$.

b) Phương trình luôn có nghiệm với mọi m .

c) Phương trình luôn có nghiệm duy nhất $x = \log_3(m+1)$.

d) Phương trình có nghiệm với $m \geq -1$.

Câu 4. Một chuyển động xác định bởi phương trình $S(t) = t^3 - 3t^2 - 9t + 2$. Trong đó t được tính bằng giây, S được tính bằng mét. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Vận tốc của chuyển động bằng 0 khi $t = 0$ s hoặc $t = 2$ s.

b) Gia tốc của chuyển động tại thời điểm $t = 3$ s là 12 m/s^2 .

c) Gia tốc của chuyển động bằng 0 m/s^2 khi $t = 0$ s.

d) Vận tốc của chuyển động tại thời điểm $t = 2$ s là $v = 18 \text{ m/s}$.

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một chiếc hộp chứa 8 viên bi màu xanh, 5 viên bi màu đỏ có cùng kích thước và khối lượng. Lấy lần lượt một viên bi từ hộp và không trả lại, thực hiện hai lần liên tiếp. Tính xác suất để lấy được ít nhất 1 viên bi màu đỏ.

Câu 2. Khi tung một đồng xu không cân đối thì người ta thấy rằng xác suất để đồng xu xuất hiện mặt sấp bằng $\frac{2}{3}$. Tung đồng xu này ba lần liên tiếp. Tính xác suất để chỉ xuất hiện mặt sấp;

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $SA \perp (ABC)$ và $SB = a\sqrt{5}$. Gọi M là trung điểm BC . Tính góc giữa đường thẳng SM và mặt phẳng (SAC) ?

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, $SA = 3a$, $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB .

Câu 5. Số lượng tế bào còn sống trong khoảng thời gian t (phút) kể từ lúc tiến hành thí nghiệm được xác định bởi $f(t) = a.e^{bt}$ trong đó a, b là các hằng số cho trước. Nếu bắt đầu một thí nghiệm sinh học với 5.000.000 tế bào thì có 45% các tế bào sẽ chết sau mỗi phút, hỏi sau ít nhất bao lâu nó sẽ còn ít hơn 1.000 tế bào?

Câu 6. Một vật rơi tự do theo phương thẳng đứng có quãng đường dịch chuyển $S(t) = \frac{1}{2}gt^2$ với t là thời gian tính bằng giây (s) kể từ lúc vật bắt đầu rơi, S là quãng đường tính bằng mét (m), $g = 9,8 \text{ m/s}^2$. Vận tốc tức thời của vật tại thời điểm $t = 4$ s?

PHIẾU TRẢ LỜI

PHẦN 1.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn												

PHẦN 2.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm.

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,50 điểm.

- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1 điểm.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a)	a)	a)	a)
b)	b)	b)	b)
c)	c)	c)	c)
d)	d)	d)	d)

PHẦN 3.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm)

Câu	Đáp án
1	
2	
3	
4	
5	
6	

LỜI GIẢI THAM KHẢO

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

1D	2C	3D	4B	5A	6D	7D	8A	9C	10B	11A	12D
----	----	----	----	----	----	----	----	----	-----	-----	-----

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

Câu 1. Với mọi số thực dương a, b, x, y và a, b khác 1, mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\log_b a \cdot \log_a x = \log_b x$.

B. $\log_a (xy) = \log_a x + \log_b x$.

C. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$.

D. $\log_a \frac{1}{x} = \frac{1}{\log_a x}$.

Lời giải

$$\log_a \frac{1}{x} = \frac{1}{\log_a x}$$

Câu 2. Hàm số nào sau đây đồng biến trên \mathbb{R} ?

A. $y = \left(\frac{e}{\pi}\right)^x$.

B. $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$.

C. $y = (\sqrt{2})^x$.

D. $y = (0,5)^x$.

Lời giải

Hàm số $y = a^x$ đồng biến khi $a > 1$ và nghịch biến khi $0 < a < 1$.

Suy ra hàm số $y = (\sqrt{2})^x$ đồng biến trên \mathbb{R} .

Câu 3. Giải phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) = -2$.

A. $x = 2$.

B. $x = \frac{5}{2}$.

C. $x = \frac{3}{2}$.

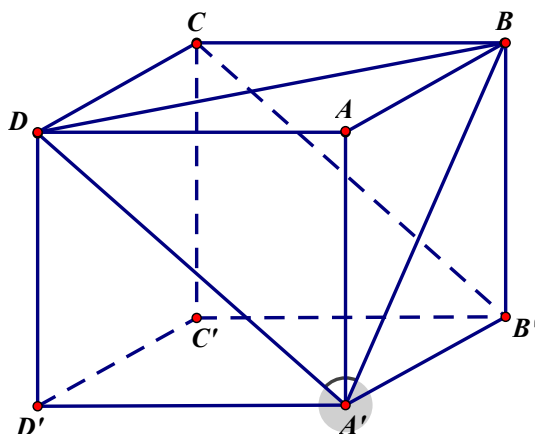
D. $x = 5$.

Lời giải

Ta có $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) = -2 \Leftrightarrow x-1 = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \Leftrightarrow x = 5$.

- Câu 4.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, góc giữa hai đường thẳng $A'B$ và $B'C$ là
A. 90° . B. 60° . C. 30° . D. 45° .

Lời giải

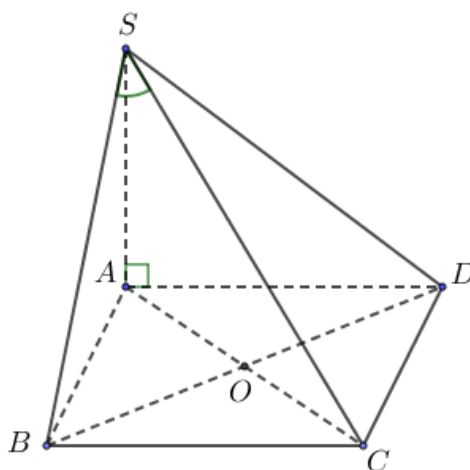


Ta có $B'C \parallel A'D \Rightarrow \widehat{(A'B; B'C)} = \widehat{(A'B; A'D)} = \widehat{DA'B}$.

Xét $\triangle DA'B$ có $A'D = A'B = BD$ nên $\triangle DA'B$ là tam giác đều.

Vậy $\widehat{DA'B} = 60^\circ$.

- Câu 5.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = a\sqrt{6}$ (hình vẽ). Gọi α là góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC) . Tính $\sin \alpha$ ta được kết quả là:



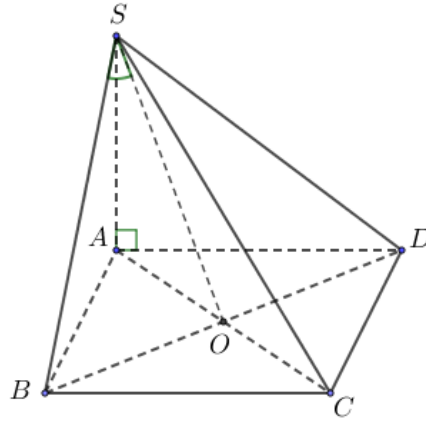
A. $\frac{1}{\sqrt{14}}$.

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{1}{5}$.

Lời giải



Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$ thì $BO \perp (SAC) \Rightarrow \alpha = \widehat{(SB, (SAC))} = \widehat{BSO}$.

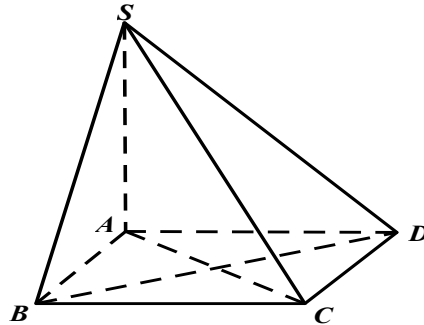
Ta có $SB = a\sqrt{7}$, $\sin \alpha = \frac{BO}{SB} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{a\sqrt{7}} = \frac{1}{\sqrt{14}}$.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , $SA \perp (ABCD)$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $(SBC) \perp (SAB)$. B. $(SAB) \perp (ABCD)$. C. $(SAC) \perp (ABCD)$. **D.** $(SAC) \perp (SAD)$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow (SBC) \perp (SAB)$.

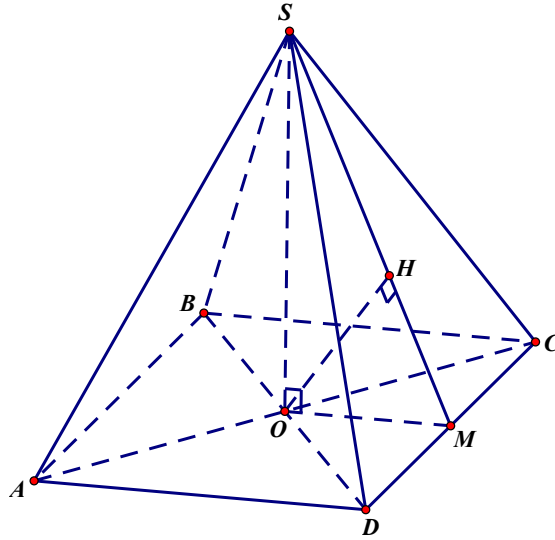
Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow (SAB) \perp (ABCD)$ và $(SAC) \perp (ABCD)$.

Vậy đáp án **D** sai.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh a . Tính khoảng cách giữa SC và AB biết rằng $SO = a$ và vuông góc với mặt đáy của hình chóp.

- A. a . B. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{2a}{5}$. **D.** $\frac{2a}{\sqrt{5}}$.

Lời giải



Từ giả thiết suy ra hình chóp $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều.

Ta có $AB \parallel CD \Rightarrow AB \parallel (SCD)$ nên $d(SC; AB) = d(AB; mp(SCD)) = d(A; mp(SCD))$.

Mặt khác O là trung điểm AC nên $d(A; mp(SCD)) = 2d(O; mp(SCD))$.

Như vậy $d(SC; AB) = 2d(O; mp(SCD))$.

Gọi M là trung điểm CD , ta có $OM \perp CD$ và $OM = \frac{a}{2}$. Kẻ $OH \perp SM$, với $H \in SM$, thì $OH \perp mp(SCD)$.

Xét tam giác SOM vuông tại O , ta có $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OM^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{5}{a^2}$.

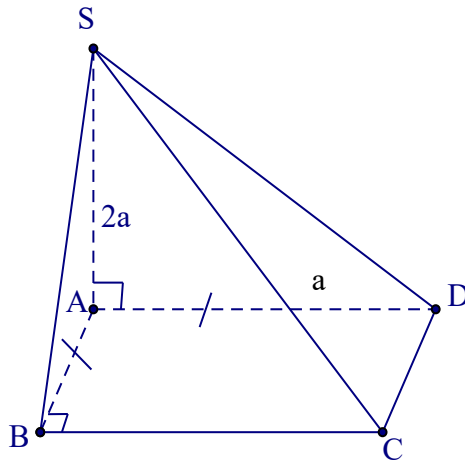
Từ đó $OH = \frac{a}{\sqrt{5}}$.

Vậy $d(SC; AB) = 2d(O; mp(SCD)) = 2.OH = \frac{2a}{\sqrt{5}}$.

Câu 8. Cho một hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy, $SA = 2a$, thể tích của khối chóp là V . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $V = \frac{2}{3}a^3$. **B.** $V = 2a^3$. **C.** $V = \frac{1}{3}a^3$. **D.** $V = a^3$.

Lời giải



Ta có: $V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SA = \frac{2}{3} a^3$.

- Câu 9.** Cho hai biến cố A và B độc lập. Khi đó $P(AB)$ bằng:
- A. $P(A) - P(B)$. B. $P(A) + P(B)$. C. $P(A) \cdot P(B)$. D. $[1 - P(A)][1 - P(B)]$

Lời giải

Chọn C

- Câu 10.** Một hộp có 5 viên bi màu đen, 4 viên bi màu trắng. Chọn ngẫu nhiên 2 viên bi từ chiếc hộp đó. Tìm xác suất để chọn được 2 viên bi cùng màu.

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{4}{9}$. C. $\frac{1}{9}$. D. $\frac{5}{4}$.

Lời giải

Chọn B.

Gọi A là biến cố: "Lấy được 2 viên bi màu trắng", suy ra $P(A) = \frac{C_4^2}{C_9^2} = \frac{1}{6}$.

Gọi B là biến cố: "Lấy được 2 viên bi màu đen", suy ra $P(B) = \frac{C_5^2}{C_9^2} = \frac{5}{18}$.

Gọi C là biến cố: "Lấy được 2 viên bi cùng màu".

Ta có $C = A \cup B$ và A, B là hai biến cố xung khắc.

Vì vậy: $P(C) = P(A) + P(B) = \frac{4}{9}$.

- Câu 11.** Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = e^{2x-3}$.

- A. $f'(x) = 2 \cdot e^{2x-3}$. B. $f'(x) = -2 \cdot e^{2x-3}$. C. $f'(x) = 2 \cdot e^{x-3}$. D. $f'(x) = e^{2x-3}$.

Lời giải

Ta có $f'(x) = (2x-3)' \cdot e^{2x-3} = 2 \cdot e^{2x-3}$.

- Câu 12.** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^2 - x - 2$ tại điểm có hoành độ $x = 1$ là
A. $2x - y = 0$ **B.** $2x - y - 4 = 0$. **C.** $x - y - 1 = 0$. **D.** $x - y - 3 = 0$.

Lời giải

Gọi M là tiếp điểm của tiếp tuyến và đồ thị hàm số. Theo giả thiết: $M(1; -2)$

Gọi k là hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số tại M .

Ta có $y' = 2x - 1$, $k = y'(1) = 1$

Phương trình tiếp tuyến cần tìm là $y = 1(x - 1) - 2 \Leftrightarrow x - y - 3 = 0$

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. An và Huy lần lượt lấy ngẫu nhiên các mảnh giấy có kích thước giống nhau được đánh số từ 1 đến 9 trong một hộp kín. Gọi biến cố A : "An lấy được mảnh giấy đánh số chẵn". Biến cố B : "Huy lấy được mảnh giấy đánh số chẵn". Biến cố C : "An lấy được mảnh giấy đánh số 8". Khi đó:

- a) $P(A) = \frac{4}{9}$
 b) $P(C) = \frac{1}{9}$
 c) $P(B) = \frac{4}{9}$
 d) Hai biến cố A và C không độc lập.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
----------------	----------------	----------------	---------------

Ta có $P(A) = \frac{4}{9}, P(C) = \frac{1}{9}$.

Nếu A xảy ra thì xác suất để Huy lấy được mảnh giấy đánh số chẵn là $\frac{3}{8}$, nếu A không xảy ra thì xác suất để Huy lấy ra được mảnh giấy đánh số chẵn là $\frac{4}{9}$. Do đó $P(B) = \frac{4}{9} \cdot \frac{3}{8} + \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{8} = \frac{4}{9}$.

Rõ ràng hai biến cố A và B không độc lập, hai biến cố C và B không độc lập, hai biến cố A và C độc lập.

Câu 2. Cho ba tia Ox, Oy, Oz vuông góc nhau từng đôi một. Trên Ox, Oy, Oz lần lượt lấy các điểm A, B, C sao cho $OA = OB = OC = a$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $O.ABC$ là hình chóp đều.
 b) Tam giác ABC có diện tích $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.
 c) Tam giác ABC có chu vi $2p = \frac{3a\sqrt{2}}{2}$.
 d) Ba mặt phẳng $(OAB), (OBC), (OCA)$ vuông góc với nhau từng đôi một.

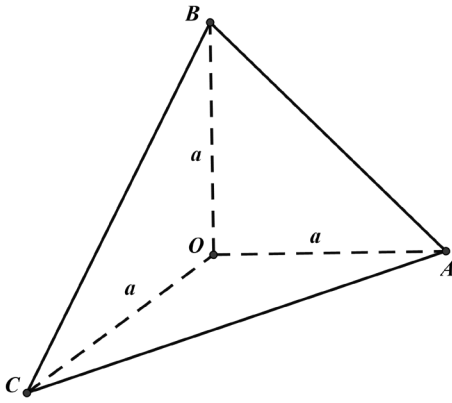
Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
----------------	----------------	---------------	----------------

+ Áp dụng định lý Pytago trong tam giác OAB vuông tại O ta có:

$$AB^2 = OA^2 + OB^2 = a^2 + a^2 = 2a^2 \Rightarrow AB = a\sqrt{2}.$$

Hoàn toàn tương tự ta tính được $BC = AC = a\sqrt{2}$.



$\Rightarrow \Delta ABC$ là tam giác đều. Mặt khác theo giả thiết $OA = OB = OC = a \Rightarrow$ các mặt bên của hình chóp $O.ABC$ là các tam giác cân tại $O \Rightarrow O.ABC$ là hình chóp đều \Rightarrow **đáp án a đúng**.

+ Chu vi ΔABC là: $2p = AB + AC + BC = a\sqrt{2} + a\sqrt{2} + a\sqrt{2} = 3a\sqrt{2} \Rightarrow$ **đáp án c sai**.

+ Nửa chu vi Diện tích ΔABC là: $p = \frac{3a\sqrt{2}}{2}$. Diện tích ΔABC là:

$$S = \sqrt{\frac{3a\sqrt{2}}{2} \left(\frac{3a\sqrt{2}}{2} - a\sqrt{2} \right)^3} = \sqrt{\frac{3a\sqrt{2}}{2} \left(\frac{a\sqrt{2}}{2} \right)^3} = \sqrt{\frac{3a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{2a^3\sqrt{2}}{8}} = \sqrt{\frac{3a^4}{4}} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \text{ (đvdt)}.$$

\Rightarrow **đáp án b đúng**.

+ Dễ chứng minh được $\begin{cases} OA \perp (OBC) \\ OA \subset (OAB) \\ OA \subset (OAC) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (OAB) \perp (OBC) \\ (OAC) \perp (OBC) \end{cases}, \begin{cases} OB \perp (OAC) \\ OB \subset (OAB) \end{cases} \Rightarrow (OAB) \perp (OAC).$

\Rightarrow **đáp án d đúng**.

Câu 3. Cho phương trình $3^x = m + 1$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- Phương trình có nghiệm dương nếu $m > 0$.
- Phương trình luôn có nghiệm với mọi m .
- Phương trình luôn có nghiệm duy nhất $x = \log_3(m + 1)$.
- Phương trình có nghiệm với $m \geq -1$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
---------	--------	--------	--------

Ta có $3^x > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên $3^x = m + 1$ có nghiệm $\Leftrightarrow m + 1 > 0 \Leftrightarrow m > -1$.

Từ đó ta loại được đáp án **b và d**

Xét đáp án a, phương trình có nghiệm dương thì $3^x > 3^0 = 1$ nên $m + 1 > 1 \Leftrightarrow m > 0$.

Từ đó đáp án a đúng.

Xét đáp án c, ta thấy sai vì ở đây thiếu điều kiện $m > -1$.

Câu 4. Một chuyển động xác định bởi phương trình $S(t) = t^3 - 3t^2 - 9t + 2$. Trong đó t được tính bằng giây, S được tính bằng mét. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- Vận tốc của chuyển động bằng 0 khi $t = 0$ s hoặc $t = 2$ s.
- Gia tốc của chuyển động tại thời điểm $t = 3$ s là 12 m/s^2 .
- Gia tốc của chuyển động bằng 0 m/s^2 khi $t = 0$ s.

d) Vận tốc của chuyển động tại thời điểm $t = 2\text{ s}$ là $v = 18\text{ m/s}$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
--------	---------	--------	--------

Vận tốc của chuyển động tại thời điểm t có phương trình là $v(t) = S'(t) = 3t^2 - 6t - 9$.

Gia tốc của chuyển động tại thời điểm t có phương trình là $a(t) = v'(t) = 6t - 6$.

Tại thời điểm $t = 3\text{ s}$ ta có $a(3) = 6.3 - 6 = 12\text{ m/s}^2$.

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

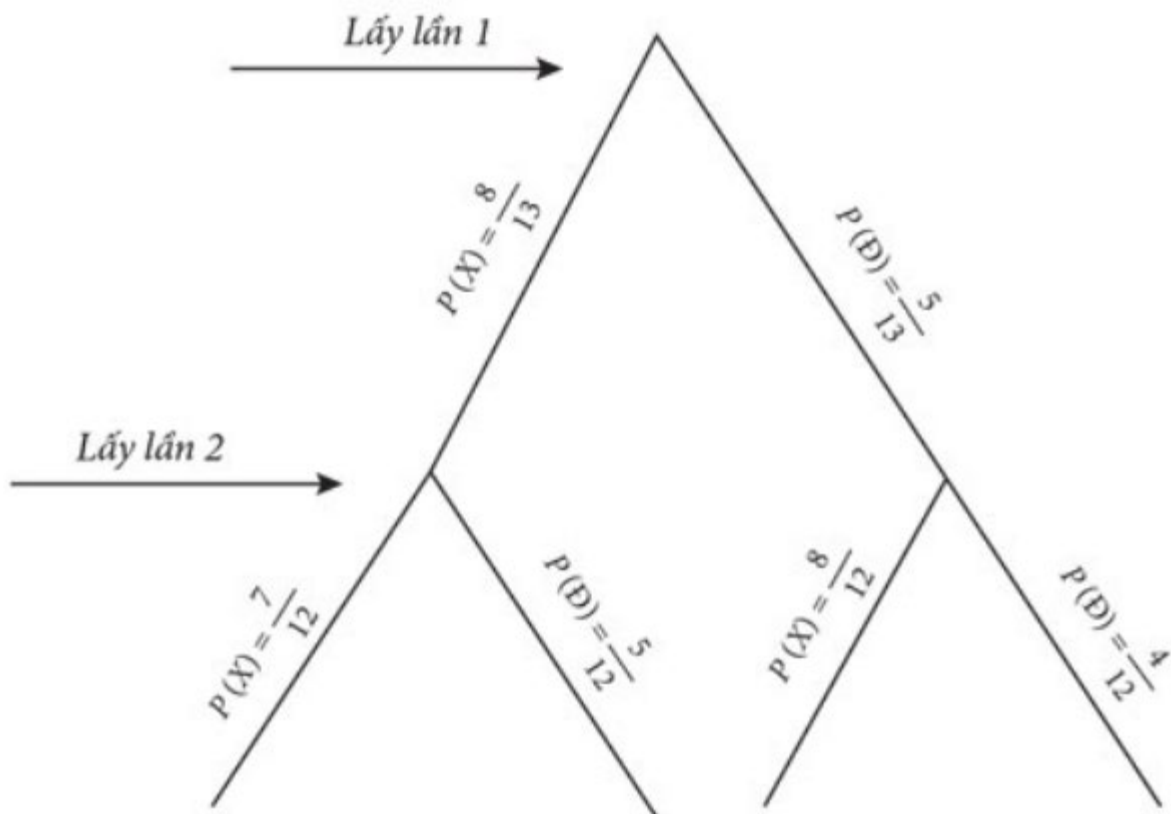
Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một chiếc hộp chứa 8 viên bi màu xanh, 5 viên bi màu đỏ có cùng kích thước và khối lượng. Lấy lần lượt một viên bi từ hộp và không trả lại, thực hiện hai lần liên tiếp. Tính xác suất để lấy được ít nhất 1 viên bi màu đỏ.

Trả lời: $\frac{25}{39}$

Lời giải

Ta có sơ đồ cây như sau:



Trong đó: X là biến cố "Lấy được 1 viên bi màu xanh", $Đ$ là biến cố "Lấy được 1 viên bi màu đỏ".

Xác suất lấy được ít nhất một viên bi đỏ: $\frac{25}{39}$.

Câu 2. Khi tung một đồng xu không cân đối thì người ta thấy rằng xác suất để đồng xu xuất hiện mặt sấp bằng $\frac{2}{3}$. Tung đồng xu này ba lần liên tiếp. Tính xác suất để chỉ xuất hiện mặt sấp;

Trả lời: $\frac{8}{27}$

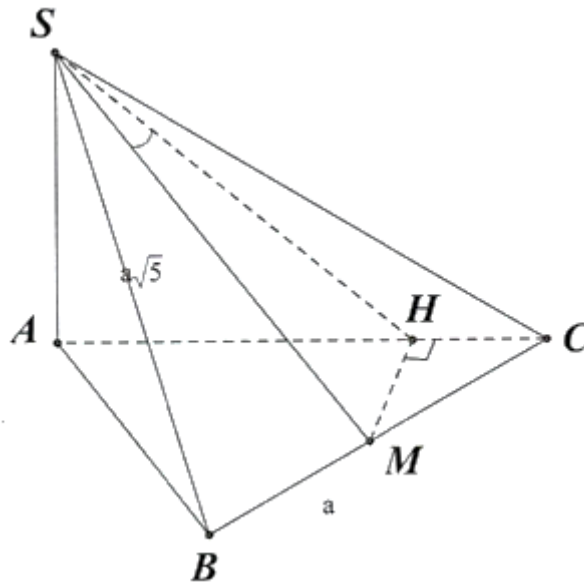
Lời giải

Xác suất chỉ xuất hiện mặt sấp là: $\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $SA \perp (ABC)$ và $SB = a\sqrt{5}$. Gọi M là trung điểm BC . Tính góc giữa đường thẳng SM và mặt phẳng (SAC) ?

Trả lời: $\approx 11,5^\circ$

Lời giải



Kẻ $MH \perp AC$

Ta có: $MH \perp SA \Rightarrow MH \perp (SAC)$ tại H và SM cắt mp (SAC) tại S

$\Rightarrow SH$ là hình chiếu của SM trên mp (SAC)

$\Rightarrow (SM, (SAC)) = (SM, SH) = \widehat{MSH}$

Ta có: $HM = MC \cdot \sin 60^\circ = \frac{a}{2} \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{4}$;

$HC = MC \cdot \cos 60^\circ = \frac{a}{4} \Rightarrow AH = AC - HC = a - \frac{a}{4} = \frac{3a}{4}$

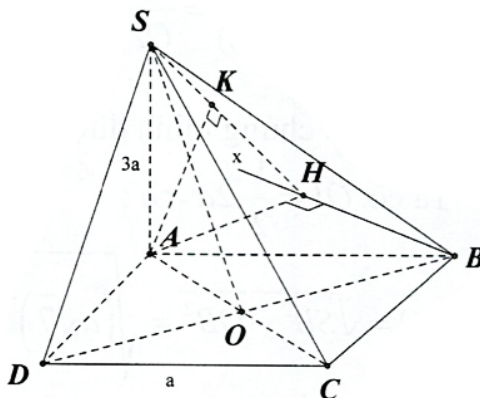
Ta có: $SH = \sqrt{SA^2 + AH^2} = \sqrt{(a\sqrt{5})^2 - a^2 + \left(\frac{3a}{4}\right)^2} = \frac{\sqrt{73}}{4} a$

Xét $\triangle SHM$ vuông tại H : $\tan \widehat{MSH} = \frac{HM}{SH} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{4}}{\frac{\sqrt{73}a}{4}} = \frac{\sqrt{219}}{73} \Rightarrow \widehat{MSH} \approx 11,5^\circ$

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, $SA = 3a$, $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB .

Trả lời: $d(AC, SB) = \frac{3\sqrt{19}}{19}a$

Lời giải



Dựng $Bx \parallel AC \Rightarrow AC \parallel (SBx)$

Suy ra $d(AC, SB) = d(AC, (SBx)) = d(A, (SBx))$

Dựng và chứng minh được $d(A, (SBx)) = AK$

Ta có: $\triangle AHB$ vuông cân tại H nên $AH = \frac{AB}{\sqrt{2}} = \frac{a}{\sqrt{2}}$

Ta có:

$$AK = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AH^2}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{(3a)^2} + \frac{1}{\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2}}} = \frac{3\sqrt{19}}{19}a$$

Vậy $d(AC, SB) = \frac{3\sqrt{19}}{19}a$.

Câu 5. Số lượng tế bào còn sống trong khoảng thời gian t (phút) kể từ lúc tiến hành thí nghiệm được xác định bởi $f(t) = a.e^{bt}$ trong đó a, b là các hằng số cho trước. Nếu bắt đầu một thí nghiệm sinh học với 5.000.000 tế bào thì có 45% các tế bào sẽ chết sau mỗi phút, hỏi sau ít nhất bao lâu nó sẽ còn ít hơn 1.000 tế bào?

Trả lời: 14,245 phút

Lời giải

Ta có $f(t) = a.e^{bt}$

$$\text{Khi } t = 0 \Rightarrow f(0) = 5.000.000 \Leftrightarrow a.e^0 = 5.000.000 \Leftrightarrow a = 5.000.000$$

$$\text{Khi } t = 1 \Rightarrow f(1) = \frac{100 - 45}{100}a = \frac{55}{100}a \Leftrightarrow a.e^b = \frac{55}{100}a \Leftrightarrow b = \ln\left(\frac{55}{100}\right).$$

$$\text{Theo đề ta có bất phương trình } f(t) = a.e^{bt} < 1000 \Leftrightarrow t > \frac{\ln\left(\frac{1000}{a}\right)}{b} \approx 14,245$$

Câu 6. Một vật rơi tự do theo phương thẳng đứng có quãng đường dịch chuyển $S(t) = \frac{1}{2}gt^2$ với t là thời gian tính bằng giây (s) kể từ lúc vật bắt đầu rơi, S là quãng đường tính bằng mét (m), $g = 9,8 \text{ m/s}^2$. Vận tốc tức thời của vật tại thời điểm $t = 4s$?

Trả lời: 19,6 (m/s)

Lời giải

$$\text{Quãng đường vật dịch chuyển trong 4 giây là: } S(4) = \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot 4^2 = 78,4 \text{ (m)}.$$

$$\text{Vận tốc tức thời tại thời điểm } t = 4s \text{ là: } v = \frac{78,4}{4} = 19,6 \text{ (m/s)}$$

CÂU HỎI

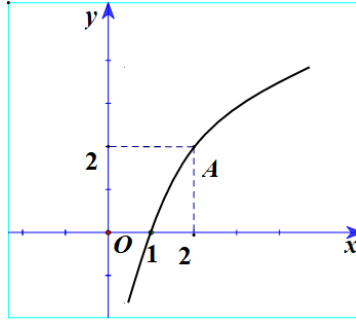
Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

Câu 1. Đặt $a = \log_5 3$. Tính theo a giá trị của biểu thức $\log_9 1125$.

- A. $\log_9 1125 = 1 + \frac{3}{2a}$. B. $\log_9 1125 = 2 + \frac{3}{a}$. C. $\log_9 1125 = 2 + \frac{2}{3a}$. D. $\log_9 1125 = 1 + \frac{3}{a}$.

Câu 2. Giá trị thực của a để hàm số $y = \log_a x$ ($0 < a \neq 1$) có đồ thị là hình bên dưới?



- A. $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$. B. $a = \sqrt{2}$. C. $a = \frac{1}{2}$. D. $a = 2$.

Câu 3. Tìm tập nghiệm S của phương trình $4^{x+\frac{1}{2}} - 5 \cdot 2^x + 2 = 0$.

- A. $S = \{-1; 1\}$. B. $S = \{-1\}$. C. $S = \{1\}$. D. $S = (-1; 1)$.

Câu 4. Trong tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = OB = 2OC$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Góc giữa OG và AB bằng:

- A. 75° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh $AB = a$, $AD = \sqrt{3}a$. Cạnh bên $SA = a\sqrt{2}$ và vuông góc mặt phẳng đáy. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC) bằng:

- A. 75° . B. 60° . C. 45° . D. 30° .

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm I , cạnh bên SA vuông góc với đáy. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $(SCD) \perp (SAD)$. B. $(SBC) \perp (SIA)$.
C. $(SDC) \perp (SAI)$. D. $(SBD) \perp (SAC)$.

Câu 7. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $AA' = 2a$. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(A'BC)$

- A. $2\sqrt{5}a$. B. $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$. C. $\frac{\sqrt{5}a}{5}$. D. $\frac{3\sqrt{5}a}{5}$.

Câu 8. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = a$, $OB = 2a$, $OC = 3a$. Thể tích của khối tứ diện $OABC$ bằng

- A. $V = \frac{2a^3}{3}$. B. $V = \frac{a^3}{3}$. C. $V = 2a^3$. D. $V = a^3$.

Câu 9. Cho hai biến cố A và B với $P(A) = 0,3$; $P(B) = 0,4$ và $P(AB) = 0,2$. Xác suất để A hoặc B xảy ra bằng:

- A. 0,3 . B. 0,4 . C. 0,6 . D. 0,5 .

Câu 10. Gieo hai con xúc xắc sáu mặt cân đối và đồng chất. Gọi X là biến cố: " Tích số chấm xuất hiện trên hai mặt con xúc xắc là một số lẻ". Xác suất của X bằng:

- A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 11. Tính đạo hàm của hàm số $y = (x^2 - x + 1)^3$ tại điểm $x = -1$.

- A. 27 . B. -27 . C. 81 . D. -81 .

Câu 12. Phương trình tiếp tuyến của đường cong $y = x^3 + 3x^2 - 2$ tại điểm có hoành độ $x_0 = 1$ là:

- A. $y = 9x - 7$. B. $y = 9x + 7$. C. $y = -9x - 7$. D. $y = -9x + 7$.

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Lớp 11A có 50 học sinh, trong đó có 20 học sinh thích học môn Toán; 30 học sinh thích học môn Ngữ văn; 10 học sinh thích học môn Toán và Ngữ văn. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong lớp 11A. Gọi A là biến cố "Học sinh thích học môn Toán", B là biến cố "Học sinh thích học môn Ngữ văn".

a) Khi đó $A \cup B$ là biến cố "Một học sinh của lớp 11A thích học ít nhất một trong hai môn Toán và Ngữ văn".

b) $P(A) = \frac{20}{50}$

c) $P(AB) = \frac{6}{25}$

d) Xác suất để chọn được một học sinh thích học ít nhất một trong hai môn Toán và Ngữ văn là $\frac{4}{5}$

Câu 2. Cho hình chóp $SABCD$ có $SA = x$ và tất cả các cạnh đều bằng nhau và bằng a . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $(SAC) \perp (ABCD)$.

b) Tam giác SAC là tam giác vuông.

c) $(SAC) \perp (SBD)$.

d) Chiều cao của hình chóp $S.ABCD$ là $h = \frac{\sqrt{a^2 + x^2}}{2}$.

Câu 3. Cho phương trình $2^{\left| \frac{28}{3}x + 4 \right|} = 16^{x^2 - 1}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Nghiệm của phương trình là các số vô tỷ.

b) Tổng các nghiệm của một phương trình là một số nguyên.

c) Tích các nghiệm của phương trình là một số âm.

d) Phương trình vô nghiệm.

Câu 4. Xét hàm số $f(x) = \sqrt[3]{\cos 2x}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1.$

b) $f'(x) = \frac{-2 \sin 2x}{3 \sqrt[3]{\cos^2 2x}}.$

c) $f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1.$

d) $3.y^2.y' + 2 \sin 2x = 0.$

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Khi tung một đồng xu không cân đối thì người ta thấy rằng xác suất để đồng xu xuất hiện mặt sấp bằng $\frac{2}{3}$. Tung đồng xu này ba lần liên tiếp. Tính xác suất để xuất hiện ít nhất 1 lần mặt ngửa.

Câu 2. Một lớp học có 40 học sinh trong đó có 25 học sinh thích môn Toán, 20 học sinh thích môn Ngữ văn và 12 học sinh thích cả hai môn Ngữ văn và Toán. Tính xác suất để chọn được một học sinh thích môn Ngữ văn hoặc môn Toán.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a , $\widehat{BAD} = 120^\circ$, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = \sqrt{3}a$. Tính góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAD) ?

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $SA \perp (ABC)$ và $SC = 2a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

Câu 5. Mức cường độ âm P của một nguồn âm cho trước xác định bởi $P = 10 \log \frac{I}{I_0}$ được đo bằng Decibel (db), trong đó I là cường độ âm có đơn vị là W và $I_0 = 10^{-12} W / m^2$ là cường độ âm chuẩn mà tai người có thể nghe thấy được. Giả sử một nguồn âm phát ra cường độ âm $I = t^2 + t + 1 (W)$ với t là thời gian được tính bằng giây. Xác định tốc độ thay đổi mức cường độ âm tại thời điểm $t = 3$ giây.

Câu 6. Vận tốc của một chất điểm chuyển động được biểu thị bởi công thức $v(t) = 2t + t^2$, trong đó t tính bằng giây (s) và $t > 0$, $v(t)$ tính bằng mét/giây. Tại thời điểm nào sau đây chất điểm có gia tốc là $6m / s^2$?

PHIẾU TRẢ LỜI

PHẦN 1.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn												

PHẦN 2.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm.

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,50 điểm.

- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1 điểm.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a)	a)	a)	a)
b)	b)	b)	b)
c)	c)	c)	c)
d)	d)	d)	d)

PHẦN 3.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm)

Câu	Đáp án
1	
2	
3	
4	
5	
6	

LỜI GIẢI THAM KHẢO

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

1A	2B	3A	4D	5D	6A	7B	8D	9D	10B	11D	12A
----	----	----	----	----	----	----	----	----	-----	-----	-----

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

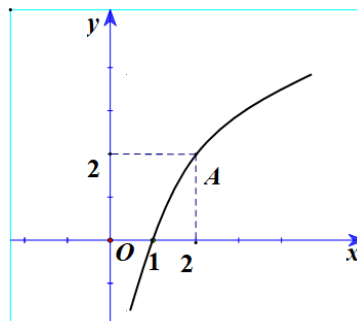
Câu 1. Đặt $a = \log_5 3$. Tính theo a giá trị của biểu thức $\log_9 1125$.

A. $\log_9 1125 = 1 + \frac{3}{2a}$. **B.** $\log_9 1125 = 2 + \frac{3}{a}$. **C.** $\log_9 1125 = 2 + \frac{2}{3a}$. **D.** $\log_9 1125 = 1 + \frac{3}{a}$.

Lời giải

Ta có: $\log_9 1125 = \log_{3^2} (5^3 \cdot 3^2) = \log_{3^2} 5^3 + \log_{3^2} 3^2 = \frac{3}{2} \log_3 5 + 1 = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{\log_5 3} + 1 = 1 + \frac{3}{2a}$.

Câu 2. Giá trị thực của a để hàm số $y = \log_a x$ ($0 < a \neq 1$) có đồ thị là hình bên dưới?



A. $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

B. $a = \sqrt{2}$.

C. $a = \frac{1}{2}$.

D. $a = 2$.

Lời giải

Do đồ thị hàm số đi qua điểm $(2; 2)$ nên $\log_a 2 = 2 \Leftrightarrow a^2 = 2 \Leftrightarrow a = \sqrt{2}$.

Câu 3. Tìm tập nghiệm S của phương trình $4^{x+\frac{1}{2}} - 5 \cdot 2^x + 2 = 0$.

A. $S = \{-1; 1\}$.

B. $S = \{-1\}$.

C. $S = \{1\}$.

D. $S = (-1; 1)$.

Lời giải

$$\text{Ta có } 4^{x+\frac{1}{2}} - 5 \cdot 2^x + 2 = 0 \Leftrightarrow 2 \cdot 2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 2 \\ 2^x = \frac{1}{2} = 2^{-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1. \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình $S = \{-1; 1\}$.

Câu 4. Trong tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = OB = 2OC$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Góc giữa OG và AB bằng:

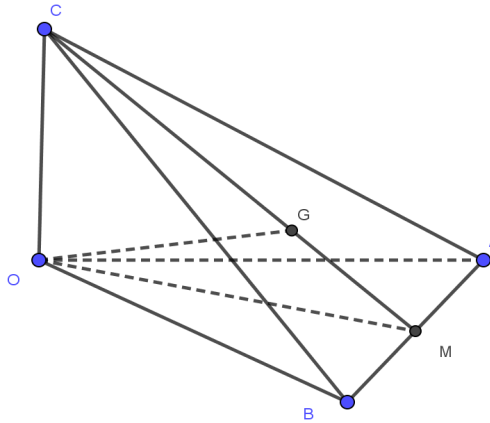
A. 75° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 90° .

Lời giải



Gọi M là trung điểm AB , ta có $OM \perp AB$. Mặt khác dễ thấy $OC \perp (OAB) \Rightarrow OC \perp AB$

$$\Rightarrow AB \perp (OCM) \Rightarrow AB \perp OG \Rightarrow (\widehat{OG, AB}) = 90^\circ$$

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh $AB = a$, $AD = \sqrt{3}a$. Cạnh bên $SA = a\sqrt{2}$ và vuông góc mặt phẳng đáy. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC) bằng:

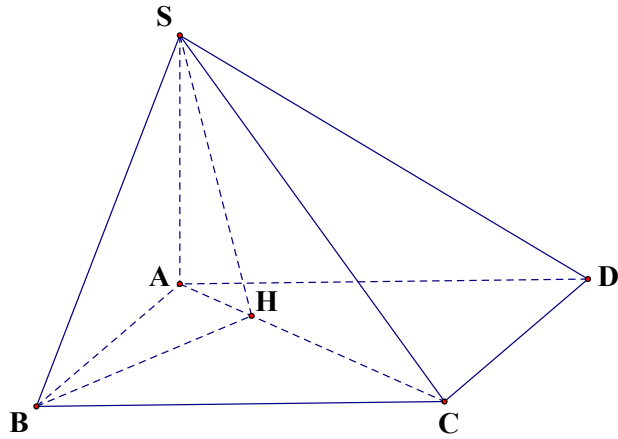
A. 75° .

B. 60° .

C. 45° .

D. 30° .

Lời giải



Kẻ $BH \perp AC$ và $H \in AC \Rightarrow BH \perp (SAC)$.

SH là hình chiếu của BH trên mặt phẳng (SAC) .

Góc giữa SB và mặt phẳng (SAC) là \widehat{BSH} .

Ta có $BH = \frac{AB \cdot BC}{\sqrt{AB^2 + BC^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = a\sqrt{3}$.

Trong tam giác vuông SBH ta có $\sin \widehat{BSH} = \frac{BH}{SB} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{BSH} = 30^\circ$.

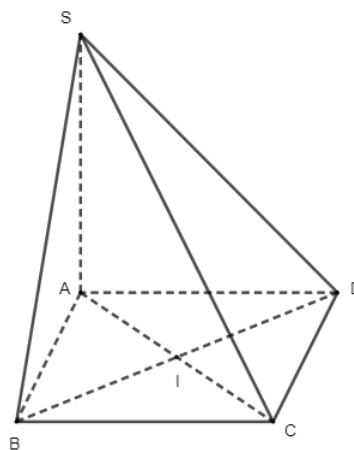
Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm I , cạnh bên SA vuông góc với đáy. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $(SCD) \perp (SAD)$. **B.** $(SBC) \perp (SIA)$.

C. $(SDC) \perp (SAI)$. **D.** $(SBD) \perp (SAC)$.

Lời giải

Chọn A



Ta có:

$CD \perp AD$ (vì $ABCD$ là hình chữ nhật)

$SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp CD$

$SA \cap AD = A$

$$SA, AD \subset (SAD)$$

$$\Rightarrow CD \perp (SAD)$$

Mà $CD \subset (SCD)$ nên $(SCD) \perp (SAD)$.

Câu 7. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $AA' = 2a$. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(A'BC)$

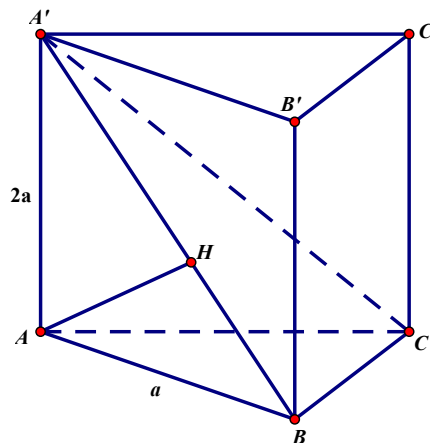
A. $2\sqrt{5}a$.

B. $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$.

C. $\frac{\sqrt{5}a}{5}$.

D. $\frac{3\sqrt{5}a}{5}$.

Lời giải



Dựng $AH \perp A'B$.

$$\text{Ta có } \left. \begin{array}{l} BC \perp AB \\ BC \perp AA' \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp (A'AB) \Rightarrow BC \perp AH$$

Vậy $AH \perp (A'BC) \Rightarrow d(A, (A'BC)) = AH$.

$$\text{Xét tam giác vuông } A'AB \text{ có } \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AA'^2} + \frac{1}{AB^2} \Leftrightarrow AH = \frac{2\sqrt{5}a}{5}$$

Câu 8. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = a, OB = 2a, OC = 3a$. Thể tích của khối tứ diện $OABC$ bằng

A. $V = \frac{2a^3}{3}$.

B. $V = \frac{a^3}{3}$.

C. $V = 2a^3$.

D. $V = a^3$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } V_{O.ABC} = \frac{1}{3} OA \cdot S_{OBC} = \frac{1}{3} OA \cdot \frac{1}{2} OB \cdot OC = a^3$$

Câu 9. Cho hai biến cố A và B với $P(A) = 0,3; P(B) = 0,4$ và $P(AB) = 0,2$. Xác suất để A hoặc B xảy ra bằng:

A. $0,3$.

B. $0,4$.

C. $0,6$.

D. $0,5$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0,3 + 0,4 - 0,2 = 0,5$

Câu 10. Gieo hai con xúc xắc sáu mặt cân đối và đồng chất. Gọi X là biến cố: "Tích số chấm xuất hiện trên hai mặt con xúc xắc là một số lẻ". Xác suất của X bằng:

- A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B.

Gọi A là biến cố: "Con xúc xắc thứ nhất xuất hiện mặt lẻ", $P(A) = \frac{1}{2}$.

Gọi B là biến cố: "Con xúc xắc thứ hai xuất hiện mặt lẻ", $P(B) = \frac{1}{2}$.

Gọi C là biến cố: "Tích số chấm xuất hiện trên hai mặt con xúc xắc là một số lẻ".

Vì A, B là hai biến cố độc lập nên ta có: $P(C) = P(AB) = P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{4}$

Câu 11. Tính đạo hàm của hàm số $y = (x^2 - x + 1)^3$ tại điểm $x = -1$.

- A. 27. B. -27. C. 81. D. -81.

Lời giải

Ta có $y' = 3(x^2 - x + 1)^2 (x^2 - x + 1)' = 3(2x - 1)(x^2 - x + 1)^2$.

Suy ra $y'(-1) = -81$.

Câu 12. Phương trình tiếp tuyến của đường cong $y = x^3 + 3x^2 - 2$ tại điểm có hoành độ $x_0 = 1$ là:

- A. $y = 9x - 7$. B. $y = 9x + 7$. C. $y = -9x - 7$. D. $y = -9x + 7$.

Lời giải

$$y' = 3x^2 + 6x$$

Có $x_0 = 1 \Rightarrow y(1) = 2$ và $y'(1) = 9$

Khi đó phương trình tiếp tuyến tại điểm $(1; 2)$ có dạng $y = y'(x_0)(x - x_0) + y_0 \Leftrightarrow y = 9x - 7$.

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Lớp 11A có 50 học sinh, trong đó có 20 học sinh thích học môn Toán; 30 học sinh thích học môn Ngữ văn; 10 học sinh thích học môn Toán và Ngữ văn. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong lớp 11A. Gọi A là biến cố "Học sinh thích học môn Toán", B là biến cố "Học sinh thích học môn Ngữ văn".
a) Khi đó $A \cup B$ là biến cố "Một học sinh của lớp 11A thích học ít nhất một trong hai môn Toán và Ngữ văn".

$$b) P(A) = \frac{20}{50}$$

$$c) P(AB) = \frac{6}{25}$$

d) Xác suất để chọn được một học sinh thích học ít nhất một trong hai môn Toán và Ngữ văn là $\frac{4}{5}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
----------------	----------------	---------------	----------------

Khi đó $A \cup B$ là biến cố "Một học sinh của lớp 11A thích học ít nhất một trong hai môn Toán và Ngữ văn".

$$\text{Ta có } P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{20}{50} + \frac{30}{50} - \frac{10}{50} = \frac{40}{50} = \frac{4}{5}.$$

Câu 2. Cho hình chóp $SABCD$ có $SA = x$ và tất cả các cạnh đều bằng nhau và bằng a . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $(SAC) \perp (ABCD)$.

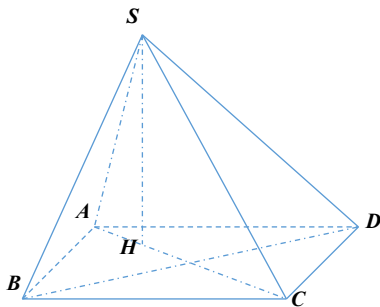
b) Tam giác SAC là tam giác vuông.

c) $(SAC) \perp (SBD)$.

d) Chiều cao của hình chóp $S.ABCD$ là $h = \frac{\sqrt{a^2 + x^2}}{2}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
----------------	----------------	----------------	---------------



Tứ giác $ABCD$ có 4 cạnh bằng nhau $\Rightarrow ABCD$ là hình thoi.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của S lên $(ABCD)$

Vì $SB = SC = SD \Rightarrow H$ là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle BCD$

Vì $\triangle BCD$ cân nên H thuộc trung tuyến kẻ từ C .

$$\Rightarrow H \in AC.$$

Nên đáp án A, C đúng.

Mà ta có: $\Rightarrow H \in AC$.

Mà ta có: $\triangle ABD = \triangle CBD = \triangle SBD$ ($c-c-c$) $\Rightarrow AD = CO = SO \Rightarrow SO = \frac{1}{2} AC$

$\Rightarrow \triangle SAC$ vuông tại S . Do đó đáp án b đúng.

Trong tam giác SAC , kẻ $SH \perp AC$.

Khi đó ta có: $\begin{cases} BD \perp SO \\ BD \perp AC \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp SH \Rightarrow SH \perp (ABCD)$

Suy ra: $\frac{1}{SH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{SC^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{x^2} \Rightarrow SH = h = \frac{ax}{\sqrt{a^2 + b^2}}$.

Do đó đáp án d sai.

Câu 3. Cho phương trình $2^{\left|\frac{28}{3}x+4\right|} = 16^{x^2-1}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- Nghiệm của phương trình là các số vô tỷ.
- Tổng các nghiệm của một phương trình là một số nguyên.
- Tích các nghiệm của phương trình là một số âm.
- Phương trình vô nghiệm.

Lời giải.

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
--------	--------	---------	--------

$$2^{\left|\frac{28}{3}x+4\right|} = 16^{x^2-1} \Leftrightarrow 2^{\left|\frac{28}{3}x+4\right|} = 2^{4x^2-4} \Leftrightarrow \left|\frac{28}{3}x+4\right| = 4x^2 - 4 \quad (1).$$

$$\text{TH1: Nếu } x > -\frac{3}{7}. \text{ PT (1): } \frac{28}{3}x + 4 = 4x^2 - 4 \Leftrightarrow 4x^2 - \frac{28}{3}x - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \quad (TM) \\ x = -\frac{2}{3} \quad (L) \end{cases}$$

$$\text{TH1: Nếu } x \leq -\frac{3}{7}. \text{ PT (1): } -\frac{28}{3}x - 4 = 4x^2 - 4 \Leftrightarrow 4x^2 + \frac{28}{3}x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \quad (L) \\ x = -\frac{7}{3} \quad (TM) \end{cases}$$

Phương trình có tập nghiệm $S = \left\{-\frac{7}{3}; 3\right\}$.

Câu 4. Xét hàm số $f(x) = \sqrt[3]{\cos 2x}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1$.

b) $f'(x) = \frac{-2 \sin 2x}{3 \sqrt[3]{\cos^2 2x}}$.

c) $f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$.

d) $3.y^2 \cdot y' + 2 \sin 2x = 0$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

$$\square f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \sqrt[3]{\cos 2 \cdot \frac{\pi}{2}} = -1.$$

$$\square y = \sqrt[3]{\cos 2x} \Rightarrow y^3 = \cos 2x \Rightarrow y' \cdot 3y^2 = -2 \sin 2x \Rightarrow y' = \frac{-2 \sin 2x}{3(\sqrt[3]{\cos 2x})^2}.$$

$$\square f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0.$$

$$\square 3 \cdot (\sqrt[3]{\cos 2x})^2 \cdot \frac{-2 \sin 2x}{3(\sqrt[3]{\cos 2x})^2} + 2 \sin 2x = -2 \sin 2x + 2 \sin 2x = 0.$$

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Khi tung một đồng xu không cân đối thì người ta thấy rằng xác suất để đồng xu xuất hiện mặt sấp bằng $\frac{2}{3}$. Tung đồng xu này ba lần liên tiếp. Tính xác suất để xuất hiện ít nhất 1 lần mặt ngửa.

Trả lời: $\frac{19}{27}$

Lời giải

$$\text{Xác suất xuất hiện ít nhất 1 lần mặt ngửa: } 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{19}{27}.$$

Câu 2. Một lớp học có 40 học sinh trong đó có 25 học sinh thích môn Toán, 20 học sinh thích môn Ngữ văn và 12 học sinh thích cả hai môn Ngữ văn và Toán. Tính xác suất để chọn được một học sinh thích môn Ngữ văn hoặc môn Toán.

Trả lời: $\frac{33}{40}$

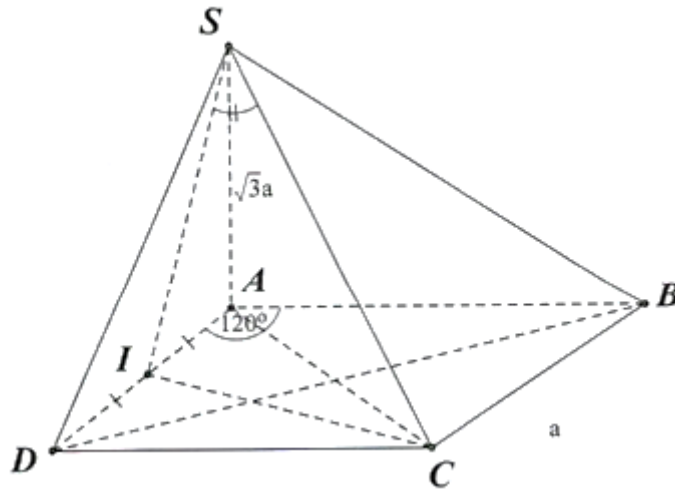
Lời giải

$$\text{Xác suất để chọn được một học sinh thích môn Ngữ văn hoặc môn Toán: } \frac{25 + 20 - 12}{40} = \frac{33}{40}.$$

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a , $\widehat{BAD} = 120^\circ$, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = \sqrt{3}a$. Tính góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAD) ?

Trả lời: $\approx 64,3^\circ$

Lời giải



Xét $\triangle ADC$ cân tại D , có $\widehat{D} = 60^\circ$ nên $\triangle ADC$ đều.

Kẻ $CI \perp AD$

Ta có: $CI \perp SA \Rightarrow CI \perp (SAD)$ tại I và SC cắt mp (SAD) tại $S \Rightarrow SI$ là hình chiếu của SC trên mp (SAD)

$$\Rightarrow (SC, (SAD)) = (SC, SI) = \widehat{CSI}$$

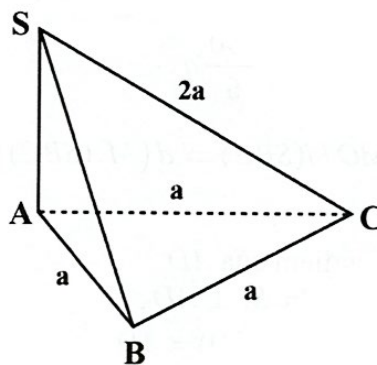
$$\text{Ta có: } SI = \sqrt{SA^2 + AI^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{13}}{2}a$$

$$\text{Xét } \triangle SCI \text{ vuông tại } I: \tan \widehat{CSI} = \frac{SI}{IC} = \frac{\frac{a\sqrt{13}}{2}}{\frac{\sqrt{3}a}{2}} = \frac{\sqrt{39}}{3} \Rightarrow \widehat{CSI} \approx 64,3^\circ$$

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $SA \perp (ABC)$ và $SC = 2a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

Trả lời: $\frac{1}{4}a^3$

Lời giải



$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SA$$

$$S_{ABC} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = \sqrt{(2a)^2 - a^2} = \sqrt{3}a$$

$$\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \sqrt{3}a = \frac{1}{4}a^3$$

Câu 5. Mức cường độ âm P của một nguồn âm cho trước xác định bởi $P = 10 \log \frac{I}{I_0}$ được đo bằng

Decibel (db), trong đó I là cường độ âm có đơn vị là W và $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$ là cường độ âm chuẩn mà tai người có thể nghe thấy được. Giả sử một nguồn âm phát ra cường độ âm $I = t^2 + t + 1$ (W) với t là thời gian được tính bằng giây. Xác định tốc độ thay đổi mức cường độ âm tại thời điểm $t = 3$ giây.

Trả lời: 2,3385 db/s.

Lời giải.

$$\text{Ta có } P = 10 \log \frac{I}{I_0} = 10 \log I - 10 \log I_0 = 10 \log(t^2 + t + 1) - 10 \log I_0$$

$$\text{Mức độ thay đổi cường độ âm được tính theo biểu thức : } P'(t) = 10 \cdot \frac{2t+1}{(t^2+t+1)\ln 10}$$

$$\text{Suy ra } P'(3) = 10 \cdot \frac{7}{13 \ln 10} \approx 2,3385 \text{ db/s.}$$

Câu 6. Vận tốc của một chất điểm chuyển động được biểu thị bởi công thức $v(t) = 2t + t^2$, trong đó t tính bằng giây (s) và $t > 0$, $v(t)$ tính bằng mét/giây. Tại thời điểm nào sau đây chất điểm có gia tốc là 6 m/s^2 ?

Trả lời: $t = 2$

Lời giải

$$\text{Gia tốc của chất điểm tại thời điểm } t \text{ là } a(t) = v'(t) = 2 + 2t.$$

$$\text{Theo giả thiết ta có } 2 + 2t = 6 \Leftrightarrow t = 2.$$

CÂU HỎI

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

Câu 1. Cho các số dương a, b, c , và $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $\log_a b + \log_a c = \log_a (b + c)$. B. $\log_a b + \log_a c = \log_a |b - c|$.
C. $\log_a b + \log_a c = \log_a (bc)$. D. $\log_a b + \log_a c = \log_a (b - c)$.

Câu 2. Cầu thủ Quang Hải của đội tuyển U23 Việt nam gửi vào ngân hàng với số tiền 200.000.000 VNĐ với lãi suất 0.5% tháng. Hỏi sau 6 năm, cầu thủ Quang Hải nhận được số tiền (cả gốc lẫn lãi) là bao nhiêu, biết rằng lãi suất không thay đổi.

- A. 286.408.856 VNĐ. B. 206.075.502 đồng.
C. 268.408.856 đồng. D. 260.075.502 đồng.

Câu 3. Phương trình $9^x - 3 \cdot 3^x + 2 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 ($x_1 < x_2$). Giá trị của biểu thức $A = 2x_1 + 3x_2$ bằng

- A. 0. B. 2. C. $4\log_2 3$. D. $3\log_3 2$.

Câu 4. Cho tứ diện đều $ABCD$, M là trung điểm của CD , N là điểm trên AD sao cho BN vuông góc với AM . Tính tỉ số $\frac{AN}{AD}$.

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 5. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = BC = a$, $BB' = a\sqrt{3}$. Tính góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $(BCC'B')$.

- A. 45° . B. 30° . C. 60° . D. 90° .

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình thoi, $SA = SC$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $(SBD) \perp (ABCD)$. B. $(SBC) \perp (ABCD)$.
C. $(SAD) \perp (ABCD)$. D. $(SBA) \perp (ABCD)$.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $ABCD$ là hình thang vuông có đáy lớn AD gấp đôi đáy nhỏ BC , đồng thời đường cao $AB = BC = a$. Biết $SA = a\sqrt{3}$, khi đó khoảng cách từ đỉnh B đến đường thẳng SC là.

- A. $a\sqrt{10}$. B. $2a$. C. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$. D. $\frac{a\sqrt{10}}{5}$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a , cạnh bên SB vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SB = 2a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{a^3}{4}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $\frac{3a^3}{4}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 9. Hai khẩu pháo cao xạ cùng bắn độc lập với nhau vào một mục tiêu. Xác suất bắn trúng mục tiêu của chúng lần lượt là $\frac{1}{4}$ và $\frac{1}{3}$. Xác suất để mục tiêu bị trúng đạn là:

A. $\frac{1}{4}$.

B. $\frac{5}{12}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{7}{12}$.

Câu 10. Một lớp học có 100 sinh viên, trong đó có 40 sinh viên giỏi môn Tiếng Anh; 30 sinh viên giỏi môn Tin học và 20 sinh viên giỏi cả môn Tiếng Anh và Tin học. Sinh viên nào giỏi ít nhất một trong hai môn sẽ được thêm điểm trong kết quả học tập của học kì. Chọn ngẫu nhiên một trong các sinh viên trong lớp, xác suất để sinh viên đó được tăng điểm là:

A. $\frac{3}{10}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{2}{5}$.

D. $\frac{3}{5}$.

Câu 11. Đạo hàm của hàm số $y = 2x^5 - 4x^3 - x^2$ là

A. $y' = 10x^4 - 3x^2 - 2x$.

B. $y' = 5x^4 - 12x^2 - 2x$.

C. $y' = 10x^4 + 12x^2 - 2x$.

D. $y' = 10x^4 - 12x^2 - 2x$.

Câu 12. Một vật chuyển động theo quy luật $s = \frac{-1}{2}t^2 + 20t$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong thời gian đó. Hỏi vận tốc tức thời của vật tại thời điểm $t = 8$ giây bằng bao nhiêu?

A. 40 m/s.

B. 152 m/s.

C. 22 m/s.

D. 12 m/s.

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Một chiếc hộp có chín thẻ giống nhau được đánh số từ 1 đến 20. Rút ngẫu nhiên hai thẻ rồi nhân hai số ghi trên hai thẻ với nhau. Gọi A là biến cố "Rút được một thẻ đánh số chẵn và một thẻ đánh số lẻ", B là biến cố "Rút được hai thẻ đều đánh số chẵn". Khi đó:

a) Biến cố "Tích hai số ghi trên hai thẻ là một số chẵn" là $A \cup B$.

b) $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

c) $P(A) < P(B)$

d) Xác suất để kết quả nhận được là một số chẵn là: $\frac{461}{722}$

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$ và đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $((SBC), (ABCD)) = \widehat{SBA}$.

b) $d(D, (SAC)) = DO$.

c) $(SC, (SAD)) = \widehat{CSD}$.

d) $d(CD, SB) = BD$.

Câu 3. Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,3}(4x^2) \geq \log_{0,3}(12x - 5)$. Kí hiệu m , M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của tập S . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $M - m = 3$.

b) $M - m = 1$.

c) $m + M = 3$.

d) $m + M = 2$.

Câu 4. Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ đều có đạo hàm trên \mathbb{R} và thỏa mãn

$$f^3(2-x) - 2.f^2(2+3x) + x^2.g(x) + 36x = 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $f'(2) = 2$

b) $f(2) = 2$

c) $f(2) + f'(2) = 4$

d) $3.f(2) + 4.f'(2) = 10.$

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. An và Bình, mỗi bạn cùng gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để: tổng số điểm của hai bạn lớn hơn 8.

Câu 2. Một bài thi trắc nghiệm có 10 câu hỏi, mỗi câu hỏi có 4 phương án trả lời trong đó có 1 phương án đúng. Biết rằng nếu trả lời đúng một câu hỏi thì thí sinh đó được 1 điểm, còn nếu trả lời sai thì thí sinh đó bị trừ 0,5 điểm. Giả sử rằng thí sinh phải bắt buộc trả lời đủ 10 câu hỏi, hãy tính xác suất để thí sinh đó được trên 5 điểm.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, $SC \perp (ABCD)$ và $SC = 3a$. Tính góc phẳng nhị diện $[B, SA, C]$?

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, $SA = 2a$, $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a . Gọi O là tâm của $ABCD$.

Tính khoảng cách từ S đến DM với M là trung điểm OC .

Câu 5. Nhà toán học người Pháp Pierre de Fermat là người đầu tiên đưa ra khái niệm số Fermat $F_n = 2^{2^n} + 1$ với n là một số nguyên dương không âm, Fermat dự đoán F_n là một số nguyên tố nhưng Euler đã chứng minh được F_5 là hợp số. Hãy tìm số chữ số của F_{13} .

Câu 6. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2$ có đồ thị (C) . Gọi d_1, d_2 là tiếp tuyến của đồ thị (C) vuông góc với đường thẳng $x - 9y + 2021 = 0$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng d_1, d_2

PHIẾU TRẢ LỜI

PHẦN 1.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn												

PHẦN 2.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm.

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,50 điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1 điểm.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a)	a)	a)	a)
b)	b)	b)	b)
c)	c)	c)	c)

Suy ra phương trình có hai nghiệm là $x_1 = 0$ và $x_2 = \log_3 2$

Vậy $A = 2x_1 + 3x_2 = 2 \cdot 0 + 3 \log_3 2 = 3 \log_3 2$.

Câu 4. Cho tứ diện đều $ABCD$, M là trung điểm của CD , N là điểm trên AD sao cho BN vuông góc với AM . Tính tỉ số $\frac{AN}{AD}$.

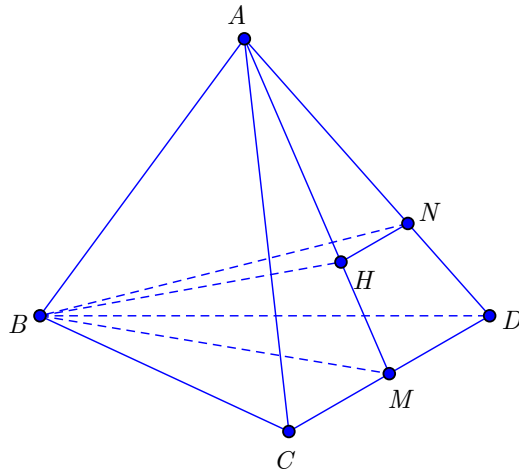
A. $\frac{1}{4}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải



Gọi H là hình chiếu của B trên (ACD) . Suy ra H là tâm tam giác ACD .

Ta có $\begin{cases} AM \perp BH \\ AM \perp BN \end{cases} \Rightarrow AM \perp HN$. Do đó $HN \parallel MD$, suy ra $\frac{AN}{AD} = \frac{2}{3}$.

Câu 5. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = BC = a$, $BB' = a\sqrt{3}$. Tính góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $(BCC'B')$.

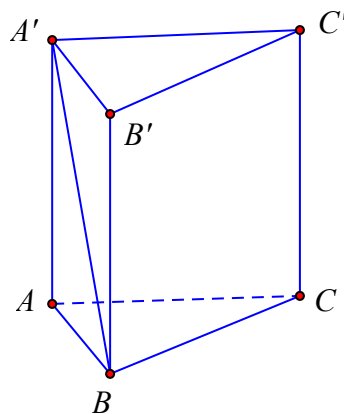
A. 45° .

B. 30° .

C. 60° .

D. 90° .

Lời giải



Hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ nên $BB' \perp (A'B'C') \Rightarrow BB' \perp A'B' \Rightarrow A'B' \perp BB'$ (1)

Bài ra có $AB \perp BC \Rightarrow A'B' \perp B'C'$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a , cạnh bên SB vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SB = 2a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

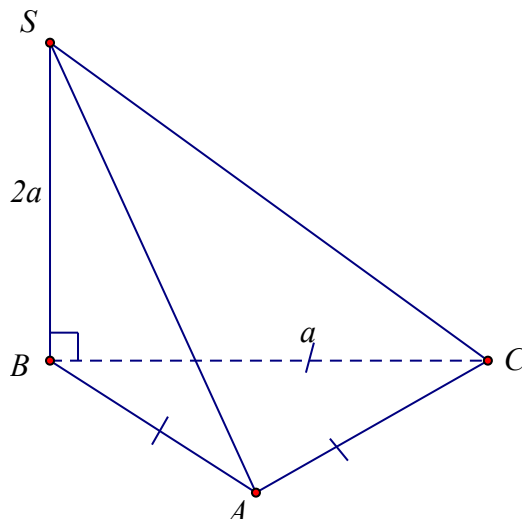
A. $\frac{a^3}{4}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

C. $\frac{3a^3}{4}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải



Thể tích khối chóp $S.ABC$ là: $V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SB = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot 2a = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 9. Hai khẩu pháo cao xạ cùng bắn độc lập với nhau vào một mục tiêu. Xác suất bắn trúng mục tiêu của chúng lần lượt là $\frac{1}{4}$ và $\frac{1}{3}$. Xác suất để mục tiêu bị trúng đạn là:

A. $\frac{1}{4}$.

B. $\frac{5}{12}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{7}{12}$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi A_1 là biến cố: "Khẩu pháo thứ nhất bắn trúng mục tiêu", A_2 là biến cố: "Khẩu pháo thứ hai bắn trúng mục tiêu".

Gọi A là biến cố: "Mục tiêu bị bắn trúng", suy ra \bar{A} là biến cố: "Mục tiêu không bị bắn trúng". Ta có:

$$P(\bar{A}) = P(\bar{A}_1) \cdot P(\bar{A}_2) = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{2} \Rightarrow P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}.$$

Câu 10. Một lớp học có 100 sinh viên, trong đó có 40 sinh viên giỏi môn Tiếng Anh; 30 sinh viên giỏi môn Tin học và 20 sinh viên giỏi cả môn Tiếng Anh và Tin học. Sinh viên nào giỏi ít nhất một trong hai môn sẽ được thêm điểm trong kết quả học tập của học kì. Chọn ngẫu nhiên một trong các sinh viên trong lớp, xác suất để sinh viên đó được tăng điểm là:

A. $\frac{3}{10}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{2}{5}$.

D. $\frac{3}{5}$.

Lời giải

Chọn B.

Gọi A là biến cố: "Sinh viên được chọn là người được tăng điểm".

Gọi B là biến cố: "Sinh viên được chọn học giỏi môn Tiếng Anh".

Gọi C là biến cố: "Sinh viên được chọn học giỏi môn Tin học".

Ta có $A = B \cup C$; BC là biến cố: "Học sinh chọn học giỏi cả môn Tiếng Anh và Tin học".

$$\text{Ta có: } P(A) = P(B) + P(C) - P(BC) = \frac{40}{100} + \frac{30}{100} - \frac{20}{100} = \frac{1}{2}.$$

Câu 11. Đạo hàm của hàm số $y = 2x^5 - 4x^3 - x^2$ là

A. $y' = 10x^4 - 3x^2 - 2x$.

B. $y' = 5x^4 - 12x^2 - 2x$.

C. $y' = 10x^4 + 12x^2 - 2x$.

D. $y' = 10x^4 - 12x^2 - 2x$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } y' = (2x^5 - 4x^3 - x^2)' = 10x^4 - 12x^2 - 2x.$$

Câu 12. Một vật chuyển động theo quy luật $s = \frac{-1}{2}t^2 + 20t$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong thời gian đó. Hỏi vận tốc tức thời của vật tại thời điểm $t = 8$ giây bằng bao nhiêu?

A. 40 m/s.

B. 152 m/s.

C. 22 m/s.

D. 12 m/s.

Lời giải

$$\text{Vận tốc của chuyển động: } v = s' = -t + 20$$

$$\text{Tại thời điểm } t = 8 \text{ thì } v = 12 \text{ m/s.}$$

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Một chiếc hộp có chín thẻ giống nhau được đánh số từ 1 đến 20. Rút ngẫu nhiên hai thẻ rồi nhân hai số ghi trên hai thẻ với nhau. Gọi A là biến cố "Rút được một thẻ đánh số chẵn và một thẻ đánh số lẻ", B là biến cố "Rút được hai thẻ đều đánh số chẵn". Khi đó:

- a) Biến cố "Tích hai số ghi trên hai thẻ là một số chẵn" là $A \cup B$.
 b) $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
 c) $P(A) < P(B)$
 d) Xác suất để kết quả nhận được là một số chẵn là: $\frac{461}{722}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

Gọi A là biến cố "Rút được một thẻ đánh số chẵn và một thẻ đánh số lẻ", B là biến cố "Rút được hai thẻ đều đánh số chẵn".

Khi đó biến cố "Tích hai số ghi trên hai thẻ là một số chẵn" là $A \cup B$.

Do hai biến cố xung khắc nên $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

Vì có 10 số chẵn và 10 số lẻ nên ta có:

$$P(A) = \frac{C_{10}^1 \cdot C_{10}^1}{C_{20}^2} = \frac{10}{19}, P(B) = \frac{C_{10}^2}{C_{20}^2} = \frac{9}{38}.$$

$$\text{Do đó, } P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{10}{19} + \frac{9}{38} = \frac{29}{38}.$$

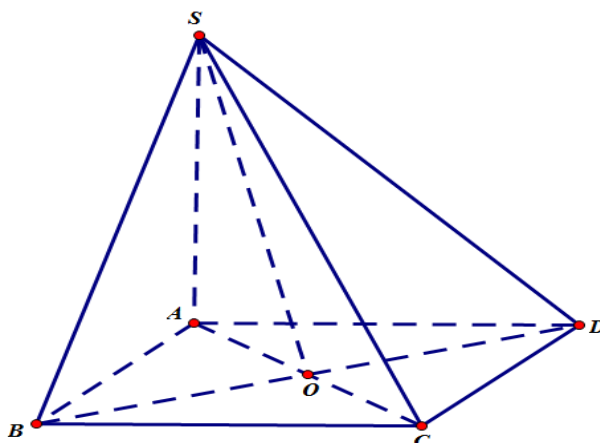
Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$ và đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $((SBC), (ABCD)) = \widehat{SBA}$.
 b) $d(D, (SAC)) = DO$.
 c) $(SC, (SAD)) = \widehat{CSD}$.
 d) $d(CD, SB) = BD$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
----------------	----------------	----------------	---------------

d: sai vì BD không vuông góc với CD .



Câu 3. Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,3}(4x^2) \geq \log_{0,3}(12x-5)$. Kí hiệu m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của tập S . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $M - m = 3$. b) $M - m = 1$. c) $m + M = 3$. d) $m + M = 2$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------------	---------------	----------------	---------------

$$\text{Ta có: } \log_{0,3}(4x^2) \geq \log_{0,3}(12x-5) \Leftrightarrow \begin{cases} 12x-5 > 0 \\ 4x^2 \leq 12x-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{5}{12} \\ 4x^2 - 12x + 5 \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{5}{12} \\ \frac{1}{2} \leq x \leq \frac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \leq x \leq \frac{5}{2}.$$

$$\text{Tập nghiệm của bất phương trình đã cho } S = \left[\frac{1}{2}; \frac{5}{2} \right].$$

$$\text{Khi đó: } M = \frac{5}{2}; m = \frac{1}{2} \text{ và } m + M = \frac{5}{2} + \frac{1}{2} = 3.$$

Câu 4. Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ đều có đạo hàm trên \mathbb{R} và thỏa mãn

$$f^3(2-x) - 2.f^2(2+3x) + x^2.g(x) + 36x = 0, \quad \forall x \in \mathbb{R}.$$
 Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $f'(2) = 2$
 b) $f(2) = 2$
 c) $f(2) + f'(2) = 4$
 d) $3.f(2) + 4.f'(2) = 10$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------------	----------------	---------------	----------------

$$f^3(2-x) - 2f^2(2+3x) + x^2.g(x) + 36x = 0, \quad \forall x \in \mathbb{R} \quad (1).$$

$$\text{Vì (1) đúng } \forall x \in \mathbb{R} \text{ nên cũng đúng với } x = 0 \Rightarrow f^3(2) - 2f^2(2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} f(2) = 0 \\ f(2) = 2 \end{cases}$$

Lấy đạo hàm hai vế của (1) ta có:

$$-3f^2(2-x).f'(2-x) - 12f(2+3x).f'(2+3x) + 2x.g(x) + x^2.g'(x) + 36 = 0, \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\text{Cho } x = 0 \Rightarrow -3f^2(2).f'(2) - 12f(2).f'(2) + 36 = 0 \quad (2).$$

Ta thấy $f(2) = 0$ không thỏa mãn (2) nên $f(2) = 2$, khi đó $f'(2) = 1 \Rightarrow 3f(2) + 4f'(2) = 10$.

$$\text{Vậy } A = 3.f(2) + 4.f'(2) = 10.$$

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. An và Bình, mỗi bạn cùng gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để: tổng số điểm của hai bạn lớn hơn 8.

Trả lời: $\frac{5}{18}$

Lời giải

Xác suất để tổng số điểm của hai bạn lớn hơn 8 là khi kết quả tung của hai bạn là các bộ (3;6), (4;6), (5;6), (6;6), (4;5), (5;5), (6;3), (6;4), (6;5), (5;4).

Do đó xác suất để tổng số điểm của hai bạn lớn hơn 8 là $10 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{5}{18}$.

Câu 2. Một bài thi trắc nghiệm có 10 câu hỏi, mỗi câu hỏi có 4 phương án trả lời trong đó có 1 phương án đúng. Biết rằng nếu trả lời đúng một câu hỏi thì thí sinh đó được 1 điểm, còn nếu trả lời sai thì thí sinh đó bị trừ 0,5 điểm. Giả sử rằng thí sinh phải bắt buộc trả lời đủ 10 câu hỏi, hãy tính xác suất để thí sinh đó được trên 5 điểm.

Trả lời: 0,0035.

Lời giải

Gọi $x \in \mathbb{N}, x \leq 10$ là số câu trả lời sai của thí sinh. Khi đó điểm số của thí sinh là $10 - x - 0,5x$.

Để thí sinh đạt trên 5 điểm thì $10 - x - 0,5x > 5 \Leftrightarrow \frac{10}{3} > x$. Tức là thí sinh đó trả lời sai không quá 3 câu.

Xác suất để thí sinh trả lời sai 1 câu là 0,75.

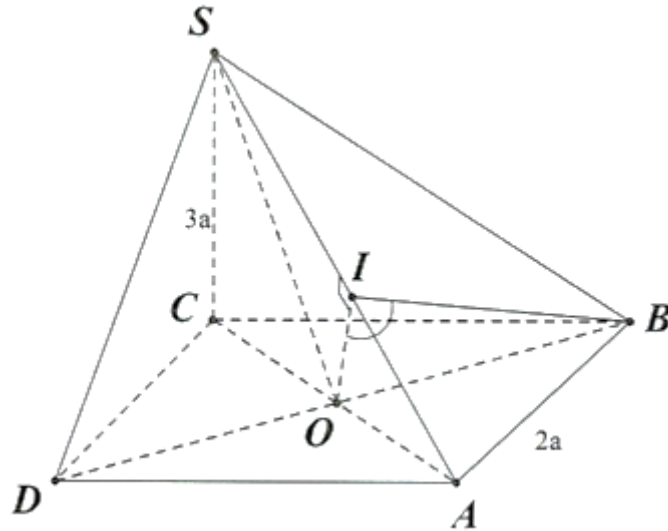
Xác suất để học sinh trả lời sai không quá 3 câu là

$$(0,25)^{10} + C_{10}^1 (0,25)^9 \cdot 0,75 + C_{10}^2 (0,25)^8 \cdot 0,75^2 + C_{10}^3 (0,25)^7 \cdot (0,75)^3 \approx 0,0035.$$

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, $SC \perp (ABCD)$ và $SC = 3a$. Tính góc phẳng nhị diện $[B, SA, C]$?

Trả lời: $\approx 54^\circ$

Lời giải



Ta có: $\begin{cases} BO \perp SA \\ BO \perp AC \end{cases} \Rightarrow BO \perp (SAC)$

Ta có: $\begin{cases} (SBA) \cap (SAC) = SA \\ \text{Trong } (SAC), OI \perp SA \Rightarrow [B, SA, C] = [B, SA, O] = \widehat{BIO} \\ \text{Trong } (SBA), BI \perp SA \end{cases}$

Ta có: $\Delta MAO \sim \Delta CAS \Rightarrow \frac{OI}{SC} = \frac{OA}{SA} \Rightarrow OI = \frac{OA \cdot SC}{SA} = \frac{\sqrt{2}a \cdot 3a}{\sqrt{(3a)^2 + (2\sqrt{2}a)^2}} = \frac{3\sqrt{34}}{17}a$

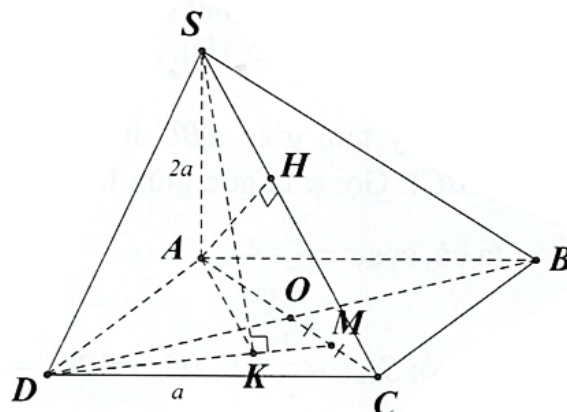
Xét ΔBOI vuông tại O : $\tan \widehat{BIO} = \frac{BO}{OI} = \frac{a\sqrt{2}}{\frac{3\sqrt{34}}{17}a} = \frac{\sqrt{17}}{3} \Rightarrow \widehat{BIO} \approx 54^\circ$

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, $SA = 2a$, $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a . Gọi O là tâm của $ABCD$.

Tính khoảng cách từ S đến DM với M là trung điểm OC .

Trả lời: $d(S, DM) = \frac{\sqrt{190}}{5}a$

Lời giải



Kẻ $SK \perp DM$ tại $K \Rightarrow d(S, DM) = SK$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} DM \perp SA \\ DM \perp SK \end{cases} \Rightarrow DM \perp (SAK) \Rightarrow DM \perp AK$$

Ta có: $\Delta KMA \sim \Delta OMD$

$$\Rightarrow \frac{KA}{OD} = \frac{AM}{DM} \Rightarrow KA = \frac{AM \cdot OD}{DM} = \frac{\frac{3}{4}a\sqrt{2} \cdot a\sqrt{2}}{\sqrt{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{4}\right)^2}} = \frac{3\sqrt{10}}{5}a$$

$$\text{Ta có: } SK = \sqrt{SA^2 + AK^2} = \sqrt{(2a)^2 + \left(\frac{3\sqrt{10}}{5}a\right)^2} = \frac{\sqrt{190}}{5}a$$

$$\text{Vậy } d(S, DM) = \frac{\sqrt{190}}{5}a.$$

Câu 5. Nhà toán học người Pháp Pierre de Fermat là người đầu tiên đưa ra khái niệm số Fermat $F_n = 2^{2^n} + 1$ với n là một số nguyên dương không âm, Fermat dự đoán F_n là một số nguyên tố nhưng Euler đã chứng minh được F_5 là hợp số. Hãy tìm số chữ số của F_{13} .

Trả lời: 2467.

Lời giải

Ta sử dụng kiến thức: Xét số tự nhiên $A \log A$ có n chữ số. Khi đó $n = [\log A] + 1$, ở đó $[\log A]$ là phần nguyên của $\log A$ - là số nguyên lớn nhất không vượt qua $\log A$.

$$\text{Khi đó số chữ số của } F_{13} \text{ là } n = [\log F_{13}] + 1 = [\log(2^{2^{13}} + 1)] + 1$$

$$\text{Để có } [\log 2^{2^{13}}] + 1 \leq n \leq [\log 2^{(2^{13}+1)}] + 1$$

$$\Leftrightarrow [2^{13} \cdot \log 2] + 1 \leq n \leq [(2^{13} + 1) \cdot \log 2] + 1$$

$$\Leftrightarrow 2467,0377... \leq n \leq 2467,338754...$$

$$\text{Vậy } n = 2467$$

Câu 6. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2$ có đồ thị (C) . Gọi d_1, d_2 là tiếp tuyến của đồ thị (C) vuông góc với đường thẳng $x - 9y + 2021 = 0$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng d_1, d_2

$$\text{Trả lời: } \frac{32}{\sqrt{82}}.$$

Lời giải

♦Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm của tiếp tuyến d với đồ thị (C) .

$$\text{Ta có } y' = -3x^2 + 6x \Rightarrow \text{hệ số góc tiếp tuyến tại điểm } M \text{ là } y'(x_0) = -3x_0^2 + 6x_0.$$

$$\text{Mà tiếp tuyến } d \text{ vuông góc với đường thẳng } \Delta: y = \frac{1}{9}x + \frac{2021}{9} \text{ nên } y'(x_0) = -\frac{1}{k} = -9.$$

$$\text{Khi đó } 3x_0^2 - 6x_0 - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 3 \\ x_0 = -1 \end{cases}.$$

♦Nhu vậy

Phương trình tiếp tuyến d_1 tại điểm $M(3;0)$ là $d_1 : 9x + y - 27 = 0$.

Phương trình tiếp tuyến d_2 tại điểm $M(-1;4)$ là $d_2 : 9x + y + 5 = 0$.

Mặt khác $d_1 // d_2$ nên $d(d_1; d_2) = \frac{32}{\sqrt{82}}$.

CÂU HỎI

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

Câu 1. Với a và b là các số thực dương. Biểu thức $\log_a(a^2b)$ bằng

- A. $2 - \log_a b$. B. $2 + \log_a b$. C. $1 + 2\log_a b$. D. $2\log_a b$.

Câu 2. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \log(x^2 - 2mx + 4)$ có tập xác định là \mathbb{R} .

- A. $\begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \end{cases}$. B. $m = 2$. C. $m < 2$. D. $-2 < m < 2$.

Câu 3. Số nghiệm của phương trình $\log_2 \sqrt{x-3} + \log_2 \sqrt{3x-7} = 2$ bằng

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , $SA \perp (ABCD)$. Tìm khẳng định sai?

- A. $AD \perp SC$. B. $SC \perp BD$. C. $SA \perp BD$. D. $SO \perp BD$.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 2a$, $AD = a$. SA vuông góc với mặt phẳng đáy. $SA = a\sqrt{3}$. Cosin của góc giữa SC và mặt đáy bằng:

- A. $\frac{\sqrt{5}}{4}$. B. $\frac{\sqrt{7}}{4}$. C. $\frac{\sqrt{6}}{4}$. D. $\frac{\sqrt{10}}{4}$.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{2}$, $SA \perp (ABCD)$. Gọi M là trung điểm của AD , I là giao điểm của AC và BM . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $(SAC) \perp (SMB)$. B. $(SAC) \perp (SBD)$. C. $(SBC) \perp (SMB)$. D. $(SAB) \perp (SBD)$.

Câu 7. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh là $a > 0$. Khi đó, khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau AB' và BC' là

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Câu 8. Lăng trụ tam giác đều có độ dài tất cả các cạnh bằng 3. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $\frac{9\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{27\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{27\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{9\sqrt{3}}{2}$.

Câu 9. Ba xạ thủ bắn vào mục tiêu một cách độc lập với nhau. Xác suất bắn trúng của xạ thủ thứ nhất, thứ hai và thứ ba lần lượt là 0,6; 0,7; 0,8. Xác suất để có ít nhất một xạ thủ bắn trúng là:

- A. 0,188. B. 0,024. C. 0,976. D. 0,812.

Câu 10. Gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất hai lần. Xác suất sao cho tổng số chấm trong hai lần gieo là số chẵn bằng:

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 11. Cho hàm số $f(x) = \sin 2x$. Tính $f'(x)$.

A. $f'(x) = 2 \sin 2x$. B. $f'(x) = \cos 2x$. C. $f'(x) = 2 \cos 2x$. D. $f'(x) = -\frac{1}{2} \cos 2x$.

Câu 12. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 2$. Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ $x = 2$ là

A. 6. B. 0. C. -6. D. -2.

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất 2 lần liên tiếp. Gọi biến cố A là "Số chấm xuất hiện trên xúc xắc là số lẻ" và biến cố B là "Số chấm xuất hiện trên xúc xắc ở lần thứ hai lớn hơn 3".

a) Biến cố xung khắc với biến cố A là biến cố \bar{A} được phát biểu như sau: "Số chấm xuất hiện trên xúc xắc ở lần thứ nhất là số chẵn"

b) $P(\bar{A}) = \frac{n(\bar{A})}{n(\Omega)} = \frac{1}{2}$

c) $P(\bar{B}) = P(\bar{A})$

d) $P(\overline{AB}) = \frac{n(\overline{AB})}{n(\Omega)} = \frac{1}{3}$

Câu 2. Cho hình tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng b ($a \neq b$). Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Đoạn thẳng MN là đường vuông góc chung của AB và SC (M và N lần lượt là trung điểm của AB và SC).

b) Góc giữa các cạnh bên và mặt đáy bằng nhau.

c) Hình chiếu vuông góc của S lên trên mặt phẳng (ABC) là trọng tâm tam giác ABC .

d) SA vuông góc với BC .

Câu 3. Cho phương trình $(\sqrt{2-\sqrt{3}})^x + (\sqrt{2+\sqrt{3}})^x = 4$. Gọi x_1, x_2 ($x_1 < x_2$) là hai nghiệm thực của phương trình. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $x_1 + x_2 = 0$.

b) $2x_1 - x_2 = 1$.

c) $x_1 - x_2 = 2$.

d) $x_1 + 2x_2 = 0$.

Câu 4. Cho $f(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2x$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $f'(x) = x^2 + x - 2$

b) $f'(x) = 0$ có 1 nghiệm

c) $f'(x) = -2$ có 2 nghiệm

d) $f'(x) = 10$ có 1 nghiệm

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Ở thành phố X , xác suất để một ngày là nắng rảo là 0,8. Nếu trời nắng thì xác suất để Minh đi ra biển chơi là 0,7. Nếu trời mưa thì xác suất để Minh ra biển chơi là 0,1. Xác định xác suất mà Minh sẽ đi biển chơi vào một ngày bất kì.

Câu 2. An và Bình, mỗi bạn cùng gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để hai bạn tung được số điểm như nhau.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$. Biết góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là 60° . Tính góc phẳng nhị diện $[S, BD, C]$?

Câu 4. Một hình chóp cụt đều $ABC \cdot A'B'C'$ có cạnh đáy lớn bằng $4a$, cạnh đáy nhỏ bằng $2a$ và chiều cao của nó bằng $\frac{3a}{2}$. Tìm thể tích của khối chóp cụt đều đó.

Câu 5. Cường độ một trận động đất M (Richter) tính theo thang Richter được xác định theo công thức $M = \log A - \log A_0$. Với A là cường độ tối đa đo được bằng địa chấn kế (biên độ của những sóng địa chấn đo ở 100 km cách chấn tâm của cơn động đất) và A_0 là một biên độ chuẩn. Năng lượng được phát ra bởi một trận động đất có cường độ M được xác định bởi $E_M = E_0 \cdot 10^{1,5M}$ trong đó E_0 là một hằng số dương. Hỏi với hai trận động đất có biên độ A_1, A_2 thỏa mãn $A_1 = 4A_2$, thì tỉ lệ năng lượng được phát ra bởi hai trận động đất này là?

Câu 6. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Có bao nhiêu tiếp tuyến với đồ thị hàm số đi qua điểm $A(1;0)$?

PHIẾU TRẢ LỜI

PHẦN 1.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn												

PHẦN 2.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm.

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,50 điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1 điểm.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a)	a)	a)	a)
b)	b)	b)	b)
c)	c)	c)	c)
d)	d)	d)	d)

PHẦN 3.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm)

Câu	Đáp án
1	
2	
3	
4	
5	
6	

LỜI GIẢI THAM KHẢO

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

1B	2D	3A	4A	5D	6A	7B	8B	9C	10A	11C	12B
-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	------------	------------	------------

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

- Câu 1.** Với a và b là các số thực dương. Biểu thức $\log_a(a^2b)$ bằng
- A. $2 - \log_a b$. **B.** $2 + \log_a b$. C. $1 + 2\log_a b$. **D.** $2\log_a b$.

Lời giải

Ta có: $\log_a(a^2b) = \log_a a^2 + \log_a b = 2 + \log_a b$.

- Câu 2.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \log(x^2 - 2mx + 4)$ có tập xác định là \mathbb{R} .

- A. $\begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \end{cases}$. **B.** $m = 2$. C. $m < 2$. **D.** $-2 < m < 2$.

Lời giải

Điều kiện: $x^2 - 2mx + 4 > 0$ (*)

Để (*) đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ thì $\Delta' = m^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2$.

- Câu 3.** Số nghiệm của phương trình $\log_2 \sqrt{x-3} + \log_2 \sqrt{3x-7} = 2$ bằng
- A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Điều kiện xác định: $x > 3$.

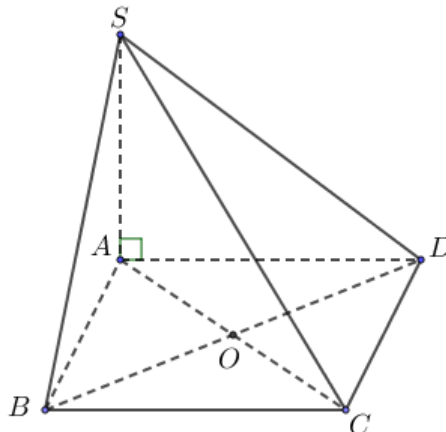
Phương trình đã cho tương: $\log_2(\sqrt{x-3} \cdot \sqrt{3x-7}) = 2 \Leftrightarrow \sqrt{(x-3)(3x-7)} = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = \frac{1}{3} \end{cases} \quad (L)$.

Vậy phương trình có một nghiệm.

- Câu 4.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , $SA \perp (ABCD)$. Tìm khẳng định sai?

- A.** $AD \perp SC$. **B.** $SC \perp BD$. **C.** $SA \perp BD$. **D.** $SO \perp BD$.

Lời giải



$$\text{Ta có } \begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp SC. \text{ Ta có } \begin{cases} SA \perp (ABCD) \\ BD \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow SA \perp BD.$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp SO.$$

Vậy khẳng định $AD \perp SC$ là khẳng định sai.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 2a$, $AD = a$. SA vuông góc với mặt phẳng đáy. $SA = a\sqrt{3}$. Cosin của góc giữa SC và mặt đáy bằng:

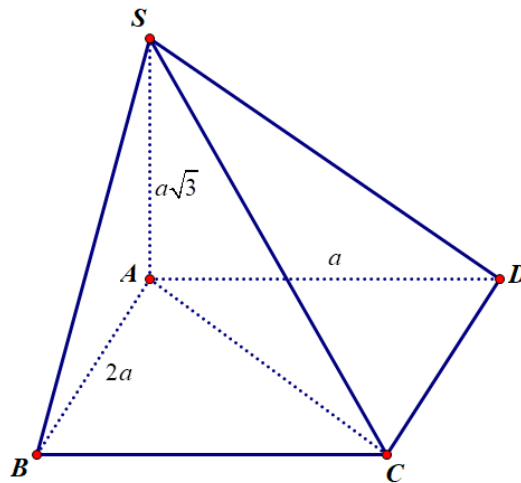
A. $\frac{\sqrt{5}}{4}$.

B. $\frac{\sqrt{7}}{4}$.

C. $\frac{\sqrt{6}}{4}$.

D. $\frac{\sqrt{10}}{4}$.

Lời giải



Hình chiếu của SC lên $(ABCD)$ là AC

$$\text{Do đó } [\widehat{SC, (ABCD)}] = \widehat{SCA}$$

$$AC = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{4a^2 + a^2} = a\sqrt{5} \Rightarrow SC = 2a\sqrt{2}$$

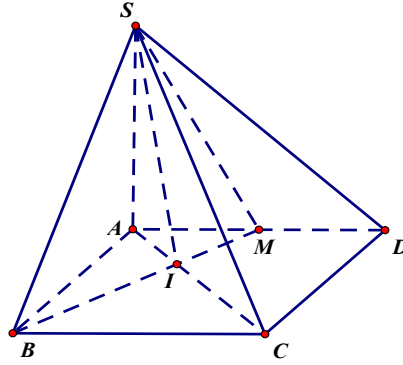
$$\text{Trong tam giác vuông } SAC : \cos \widehat{SCA} = \frac{AC}{SC} = \frac{a\sqrt{5}}{2a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}}{4}.$$

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{2}$, $SA \perp (ABCD)$. Gọi M là trung điểm của AD , I là giao điểm của AC và BM . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $(SAC) \perp (SMB)$. B. $(SAC) \perp (SBD)$. C. $(SBC) \perp (SMB)$. D. $(SAB) \perp (SBD)$.

Lời giải

Chọn A



+ Ta có: $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BM$ (1).

+ Xét tam giác vuông ABM có: $\tan \widehat{AMB} = \frac{AB}{AM} = \sqrt{2}$.

Xét tam giác vuông ACD có: $\tan \widehat{CAD} = \frac{CD}{AD} = \frac{1}{\sqrt{2}}$. Ta có:

$$\cot \widehat{AIM} = \cot \left(180^\circ - (\widehat{AMB} + \widehat{CAD}) \right) = -\cot (\widehat{AMB} + \widehat{CAD}) = -\frac{1 - \tan \widehat{AMB} \cdot \tan \widehat{CAD}}{\tan \widehat{AMB} + \tan \widehat{CAD}} = 0$$

$$\Rightarrow \widehat{AIM} = 90^\circ \Rightarrow BM \perp AC$$
 (2).

Từ (1) và (2) suy ra: $BM \perp (SAC)$ mà $BM \subset (SAC)$ nên $(SAC) \perp (SMB)$

Câu 7. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh là $a > 0$. Khi đó, khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau AB' và BC' là

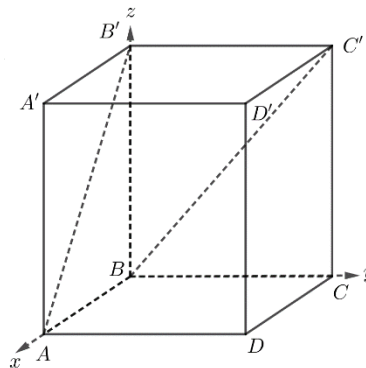
A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải



Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$. Trong mặt phẳng $(ACC'A')$, kẻ $CH \perp C'O$ tại H ,

mà $CH \perp BD$ (do $BD \perp (ACC'A')$) nên $CH \perp (C'BD) \Rightarrow d(C; C'BD) = CH$

Ta có: $AB' \parallel (C'BD) \Rightarrow d(AB', BC') = d(AB', (C'BD)) = d(A, (C'BD)) = d(C, (C'BD)) = CH$

Xét $\Delta C'CO$ vuông tại C , đường cao CH :

$$\frac{1}{CH^2} = \frac{1}{CO^2} + \frac{1}{CC'^2} = \frac{3}{a^2} \Rightarrow CH = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 8. Lăng trụ tam giác đều có độ dài tất cả các cạnh bằng 3. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

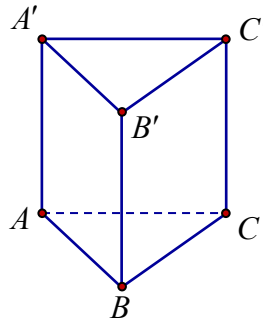
A. $\frac{9\sqrt{3}}{4}$.

B. $\frac{27\sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{27\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{9\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải



Diện tích đáy: $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 \cdot \sin 60^\circ = \frac{9\sqrt{3}}{4}$. Thể tích $V_{lt} = S_{\Delta ABC} \cdot AA' = \frac{27\sqrt{3}}{4}$.

Câu 9. Ba xạ thủ bắn vào mục tiêu một cách độc lập với nhau. Xác suất bắn trúng của xạ thủ thứ nhất, thứ hai và thứ ba lần lượt là 0,6; 0,7; 0,8. Xác suất để có ít nhất một xạ thủ bắn trúng là:

A. 0,188.

B. 0,024.

C. 0,976.

D. 0,812.

Lời giải

Chọn C.

Gọi A_i là biến cố: "Người thứ i bắn trúng mục tiêu" với $1 \leq i \leq 3, i \in \mathbb{N}$.

Xác suất để cả ba xạ thủ cùng bắn không trúng mục tiêu là:

$$P(\bar{A}_1 \bar{A}_2 \bar{A}_3) = P(\bar{A}_1) \cdot P(\bar{A}_2) \cdot P(\bar{A}_3) = 0,4 \cdot 0,3 \cdot 0,2 = 0,024.$$

Xác suất để có ít nhất một xạ thủ bắn trúng mục tiêu là:

$$P(A_1 \cup A_2 \cup A_3) = 1 - 0,024 = 0,976.$$

Câu 10. Gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất hai lần. Xác suất sao cho tổng số chấm trong hai lần gieo là số chẵn bằng:

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{3}{4}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi A_1 là biến cố: "Lần gieo đầu tiên xuất hiện mặt có số chấm chẵn"; gọi A_2 là biến cố: "Lần gieo thứ hai xuất hiện mặt có số chấm chẵn".

Ta có: $P(A_1) = \frac{1}{2}, P(A_2) = \frac{1}{2}$.

Gọi C là biến cố: "Tổng số chấm trong hai lần gieo là số chẵn".

Ta có $C = (AB) \cup (\bar{A}\bar{B})$, đồng thời AB và $\bar{A}\bar{B}$ là hai biến cố xung khắc.

Suy ra:

$$P(C) = P(A_1 A_2) + P(\bar{A}_1 \bar{A}_2) = P(A_1) \cdot P(A_2) + P(\bar{A}_1) \cdot P(\bar{A}_2) \\ = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}.$$

Câu 11. Cho hàm số $f(x) = \sin 2x$. Tính $f'(x)$.

- A. $f'(x) = 2 \sin 2x$. B. $f'(x) = \cos 2x$. C. $f'(x) = 2 \cos 2x$. D. $f'(x) = -\frac{1}{2} \cos 2x$.

Lời giải

Ta có $f(x) = \sin 2x$, suy ra $f'(x) = 2 \cos 2x$.

Câu 12. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 2$. Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ $x = 2$ là

- A. 6. B. 0. C. -6. D. -2.

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R}$. Đạo hàm: $y' = 3x^2 - 6x$.

Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ $x = 2$ là $k = y'(2) = 3 \cdot 2^2 - 6 \cdot 2 = 0$.

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất 2 lần liên tiếp. Gọi biến cố A là "Số chấm xuất hiện trên xúc xắc là số lẻ" và biến cố B là "Số chấm xuất hiện trên xúc xắc ở lần thứ hai lớn hơn 3".

a) Biến cố xung khắc với biến cố A là biến cố \bar{A} được phát biểu như sau: "Số chấm xuất hiện trên xúc xắc ở lần thứ nhất là số chẵn"

b) $P(\bar{A}) = \frac{n(\bar{A})}{n(\Omega)} = \frac{1}{2}$

c) $P(\bar{B}) = P(\bar{A})$

d) $P(\overline{AB}) = \frac{n(\overline{AB})}{n(\Omega)} = \frac{1}{3}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
----------------	----------------	----------------	---------------

a) Biến cố \bar{A} là "Số chấm xuất hiện trên xúc xắc ở lần thứ nhất là số chẵn".

Biến cố \bar{B} là "Số chấm xuất hiện trên xúc xắc ở lần thứ hai nhỏ hơn hoặc bằng 3".

b) $P(\bar{A}) = \frac{n(\bar{A})}{n(\Omega)} = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$.

c) $P(\bar{B}) = \frac{n(\bar{B})}{n(\Omega)} = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$.

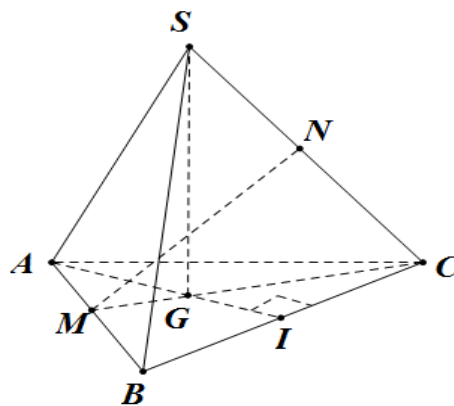
$$d) P(\overline{AB}) = \frac{n(\overline{AB})}{n(\Omega)} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}.$$

Câu 2. Cho hình tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng b ($a \neq b$). Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Đoạn thẳng MN là đường vuông góc chung của AB và SC (M và N lần lượt là trung điểm của AB và SC).
- b) Góc giữa các cạnh bên và mặt đáy bằng nhau.
- c) Hình chiếu vuông góc của S lên trên mặt phẳng (ABC) là trọng tâm tam giác ABC .
- d) SA vuông góc với BC .

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------



- $\Delta SAG = \Delta SBG = \Delta SCG$. Suy ra góc giữa các cạnh bên và đáy bằng nhau.
- $\begin{cases} SA = SB = SC \\ AB = AC = BC \end{cases}$, suy ra hình chiếu vuông góc của S lên trên mặt phẳng (ABC) là trọng tâm tam giác ABC .
- $BC \perp (SAI) \Rightarrow BC \perp SA$.

Câu 3. Cho phương trình $(\sqrt{2-\sqrt{3}})^x + (\sqrt{2+\sqrt{3}})^x = 4$. Gọi x_1, x_2 ($x_1 < x_2$) là hai nghiệm thực của phương trình. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $x_1 + x_2 = 0$.
- b) $2x_1 - x_2 = 1$.
- c) $x_1 - x_2 = 2$.
- d) $x_1 + 2x_2 = 0$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
---------	--------	--------	--------

Vì $(\sqrt{2-\sqrt{3}})^x \cdot (\sqrt{2+\sqrt{3}})^x = 1$. Đặt $(\sqrt{2-\sqrt{3}})^x = t, (t > 0)$ suy ra $(\sqrt{2+\sqrt{3}})^x = \frac{1}{t}$ Phương trình

$$\text{trở thành: } t + \frac{1}{t} = 4 \Leftrightarrow t^2 - 4t + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 + \sqrt{3} \\ t = 2 - \sqrt{3} \end{cases}$$

$$t = 2 + \sqrt{3} \Rightarrow x = x_1 = -2$$

$$t = 2 - \sqrt{3} \Rightarrow x = x_2 = 2$$

Vậy $x_1 + x_2 = 0$

Câu 4. Cho $f(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2x$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $f'(x) = x^2 + x - 2$
- b) $f'(x) = 0$ có 1 nghiệm
- c) $f'(x) = -2$ có 2 nghiệm
- d) $f'(x) = 10$ có 1 nghiệm

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
----------------	---------------	----------------	---------------

a) Ta có $f'(x) = \left(\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2x \right)' = x^2 + x - 2$

b) $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \vee x = -2$

c) $f'(x) = -2 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = -2 \Leftrightarrow x^2 + x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = -1$

d) $f'(x) = 10 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 10 \Leftrightarrow x^2 + x - 12 = 0 \Leftrightarrow x = 3 \vee x = -4$

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

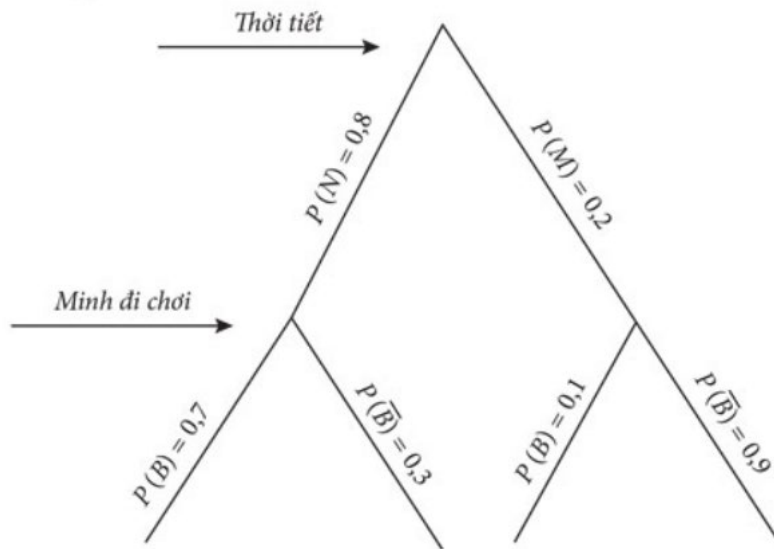
Câu 1. Ở thành phố X , xác suất để một ngày là nắng ráo là 0,8. Nếu trời nắng thì xác suất để Minh đi ra biển chơi là 0,7. Nếu trời mưa thì xác suất để Minh ra biển chơi là 0,1. Xác định xác suất mà Minh sẽ đi biển chơi vào một ngày bất kì.

Trả lời: 0,58

Lời giải

Rõ ràng việc Minh đi biển hay không hoàn toàn phụ thuộc vào thời tiết.

Ta có sơ đồ cây như sau:



Trong đó: N là biến cố "Trời nắng", M là biến cố "Trời mưa", B là biến cố "Đi biển".

Xác suất Minh đi biển chơi là: $0,8 \cdot 0,7 + 0,2 \cdot 0,1 = 0,58$.

Câu 2. An và Bình, mỗi bạn cùng gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để hai bạn tung được số điểm như nhau.

Trả lời: $\frac{1}{6}$

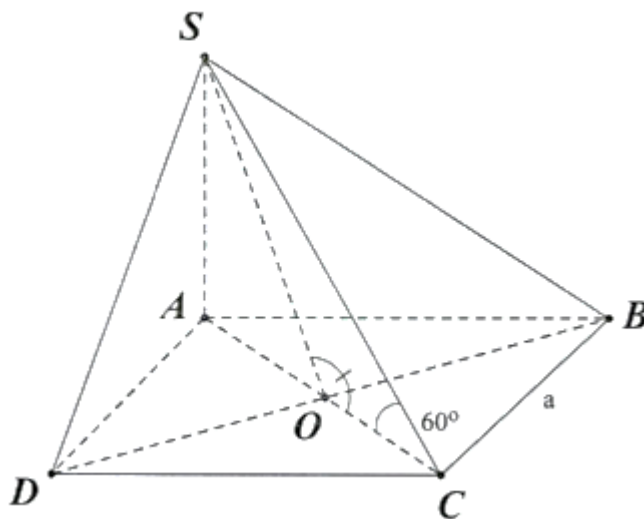
Lời giải

Vì hai bạn An và Bình tung xúc xắc ra kết quả độc lập. Do đó xác suất để hai bạn ra cùng số điểm là $6 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{1}{6}$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$. Biết góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là 60° . Tính góc phẳng nhị diện $[S, BD, C]$?

Trả lời: $\widehat{SOC} = 106,1^\circ$

Lời giải



Ta có: $SA \perp (ABCD)$ tại A và SC cắt mp $(ABCD)$ tại C

$\Rightarrow AC$ là hình chiếu của SC trên mp $(ABCD)$

$$\Rightarrow (SC, (ABCD)) = (SC, AC) = \widehat{SCA} = 60^\circ$$

Ta có: $\Rightarrow SA = AC \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{6}a$

Ta có: $\begin{cases} BD \perp SA \\ BD \perp AC \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC)$

Ta có: $\begin{cases} (SBD) \cap (CBD) = BD \\ \text{Trong } (CBD), CO \perp BD \Rightarrow [S, BD, C] = \widehat{SOC} \\ \text{Trong } (SBC), SO \perp BD \end{cases}$

Xét $\triangle SAO$ vuông tại A : $\tan \widehat{SOA} = \frac{SA}{AO} = \frac{a\sqrt{6}}{\frac{a\sqrt{2}}{2}} = 2\sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SOA} = 73,9^\circ$

$\Rightarrow \widehat{SOC} = 106,1^\circ$

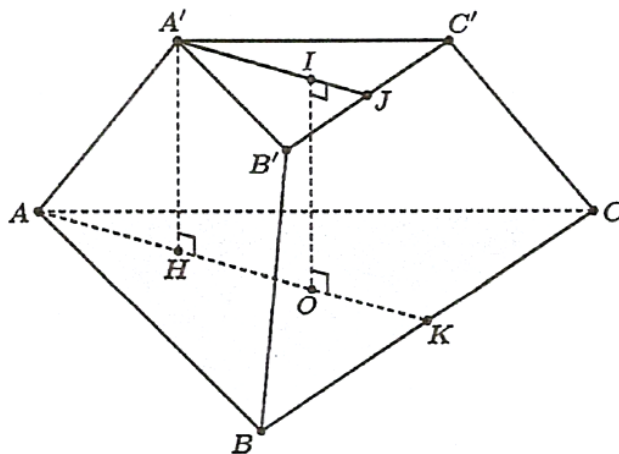
Câu 4. Một hình chóp cụt đều $ABC \cdot A'B'C'$ có cạnh đáy lớn bằng $4a$, cạnh đáy nhỏ bằng $2a$ và chiều cao của nó bằng $\frac{3a}{2}$. Tìm thể tích của khối chóp cụt đều đó.

Trả lời: $\frac{7a^3\sqrt{3}}{2}$

Lời giải

Gọi O, I theo thứ tự là tâm của đáy lớn ABC và đáy bé $A'B'C'$; K, J theo thứ tự là trung điểm của BC và $B'C'$.

Ta có $h = IO = \frac{3a}{2}$ là chiều cao của hình chóp cụt đều $ABC \cdot A'B'C'$.



Diện tích hai đáy hình chóp cụt đều là:

$$S_1 = S_{\triangle ABC} = \frac{(4a)^2\sqrt{3}}{4} = 4a^2\sqrt{3}; S_2 = S_{\triangle A'B'C'} = \frac{(2a)^2\sqrt{3}}{4} = a^2\sqrt{3}$$

Thể tích khối chóp cụt đều là:

$$V = \frac{1}{3}h(S_1 + \sqrt{S_1S_2} + S_2)$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{3a}{2} \left(4a^2\sqrt{3} + \sqrt{4a^2\sqrt{3} \cdot a^2\sqrt{3}} + a^2\sqrt{3} \right) = \frac{7a^3\sqrt{3}}{2} \text{ (đơn vị thể tích)}$$

Câu 5. Cường độ một trận động đất M (Richter) tính theo thang Richter được xác định theo công thức $M = \log A - \log A_0$. Với A là cường độ tối đa đo được bằng địa chấn kế (biên độ của những sóng địa chấn đo ở 100 km cách chấn tâm của cơn động đất) và A_0 là một biên độ chuẩn. Năng lượng được phát ra bởi một trận động đất có cường độ M được xác định bởi $E_M = E_0 \cdot 10^{1,5M}$ trong đó E_0 là một hằng số dương. Hỏi với hai trận động đất có biên độ A_1, A_2 thỏa mãn $A_1 = 4A_2$, thì tỉ lệ năng lượng được phát ra bởi hai trận động đất này là?

Trả lời: 8

Lời giải

Theo công thức $E_M = E_0 \cdot 10^{1,5M}$ ta có
$$\begin{cases} E_1 = 10^{1,5M_1} \\ E_2 = 10^{1,5M_2} \end{cases}.$$

Suy ra
$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{10^{1,5M_2}}{10^{1,5M_1}} = 10^{1,5(M_2 - M_1)} = 10^{1,5(\log A_1 - \log A_2)} = 10^{1,5 \log \frac{A_1}{A_2}} = 10^{1,5 \log 4} = 8.$$

Câu 6. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Có bao nhiêu tiếp tuyến với đồ thị hàm số đi qua điểm $A(1;0)$?

Trả lời: 1

Lời giải

Gọi đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ là (C) .

Ta có $y' = 3x^2 - 6x$

Gọi $M(x_0; y_0) \in (C)$ là tiếp điểm. Suy ra phương trình tiếp tuyến với (C) tại M là

$$y = (3x_0^2 - 6x_0)(x - x_0) + x_0^3 - 3x_0^2 + 2 \quad (d).$$

Vì (d) đi qua điểm $A(1;0)$ nên $(3x_0^2 - 6x_0)(1 - x_0) + x_0^3 - 3x_0^2 + 2 = 0$

$$(3x_0^2 - 6x_0)(1 - x_0) + x_0^3 - 3x_0^2 + 2 = 0 \Leftrightarrow (3x_0^2 - 6x_0)(1 - x_0) + (x_0 - 1)(x_0^2 - 2x_0 - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x_0 - 1)(-2x_0^2 + 4x_0 - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \\ -2x_0^2 + 4x_0 - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x_0 = 1.$$

Suy ra có 1 tiếp tuyến với (C) đi qua điểm A .

CÂU HỎI

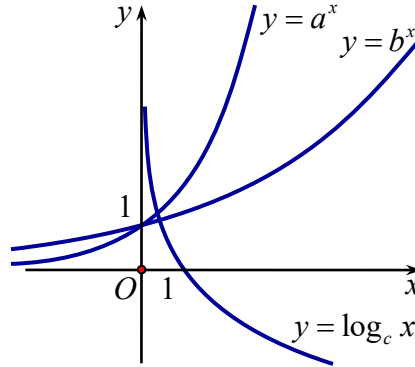
Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

Câu 1. Với các số thực $a, b > 0$ bất kì, rút gọn biểu thức $P = 2\log_2 a - \log_{\frac{1}{2}} b^2$ ta được

- A. $P = \log_2(2ab^2)$. B. $P = \log_2(ab)^2$. C. $P = \log_2\left(\frac{a}{b}\right)^2$. D. $P = \log_2\left(\frac{2a}{b^2}\right)$.

Câu 2. Cho a, b, c là các số thực dương khác 1. Hình vẽ bên là đồ thị các hàm số $y = a^x, y = b^x, y = \log_c x$.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a < b < c$. B. $c < b < a$. C. $a < c < b$. D. $c < a < b$.

Câu 3. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $2\log_3(4x - 3) \leq \log_3(18x + 27)$.

- A. $S = \left[\frac{3}{4}; 3\right]$. B. $S = \left[\frac{3}{4}; +\infty\right)$. C. $S = [3; +\infty)$. D. $S = \left[-\frac{3}{8}; 3\right]$.

Câu 4. Cho tứ diện đều $ABCD$. Số đo góc giữa hai đường thẳng AB và CD là

- A. 45° . B. 90° . C. 60° . D. 30° .

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và $SA \perp (ABCD)$. Biết $SA = \frac{a\sqrt{6}}{3}$

. Góc giữa SC và $(ABCD)$ là:

- A. 45° . B. 30° . C. 75° . D. 60° .

Câu 6. Cho tứ diện $ABCD$ có hai mặt phẳng $(ABC), (ABD)$ cùng vuông góc với (BCD) . Gọi

BE, DF là hai đường cao của tam giác BCD, DK là đường cao của tam giác ACD . Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau?

- A. $(ABE) \perp (ACD)$. B. $(ABD) \perp (ACD)$. C. $(ABC) \perp (DFK)$. D. $(DFK) \perp (ACD)$.

Câu 7. Cho tứ diện $ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng $a > 0$. Khi đó khoảng cách từ đỉnh A đến $mp(BCD)$ bằng

- A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{8}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Câu 8. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Đường thẳng AB' hợp với đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \frac{3a^3}{2}$.

B. $V = \frac{a^3}{4}$.

C. $V = \frac{3a^3}{4}$.

D. $V = \frac{a^3}{2}$.

Câu 9. Trong một trò chơi điện tử chỉ có thắng và thua, xác suất để An thắng trong một trận là 0,4. Hỏi An phải chơi tối thiểu bao nhiêu trận để xác suất An thắng ít nhất một trận trong loạt chơi đó lớn hơn 0,95.

A. 4.

B. 5.

C. 6.

D. 7.

Câu 10. Có 10 bạn học sinh trong đội tuyển học sinh giỏi môn Toán 12 của một trường phổ thông gồm 2 bạn đến từ lớp 12 A1, 3 bạn đến từ lớp 12 A2, 5 bạn còn lại đến từ các lớp khác nhau. Thầy giáo xếp ngẫu nhiên các bạn đó vào ngòai một bàn dài mà mỗi bên có 5 ghế đối diện nhau. Tính xác suất sao cho không có học sinh nào cùng lớp ngồi đối diện nhau.

A. $\frac{73}{126}$.

B. $\frac{53}{126}$.

C. $\frac{5}{9}$.

D. $\frac{38}{63}$.

Câu 11. Đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{4x^2 + 3x + 1}$ là

A. $y' = 12x + 3$.

B. $y' = \frac{1}{2\sqrt{4x^2 + 3x + 1}}$.

C. $y' = \frac{8x + 3}{2\sqrt{4x^2 + 3x + 1}}$.

D. $y' = \frac{8x + 3}{\sqrt{4x^2 + 3x + 1}}$.

Câu 12. Một vật chuyển động với vận tốc $v(t)$ (m/s) có gia tốc $a(t) = v'(t) = -2t + 10$ (m/s²). Vận tốc ban đầu của vật là 5 m/s. Tính vận tốc của vật sau 5 giây.

A. 30 m/s.

B. 25 m/s.

C. 20 m/s.

D. 15 m/s.

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Gọi S là tập hợp các số có ba chữ số tạo bởi các chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5. Gọi biến cố A là "Chọn được số chẵn từ tập hợp S ", B là biến cố "Chọn được số lớn hơn 300 từ tập hợp S ". Khi đó:

a) $P(A) = \frac{1}{2}$

b) $P(A) < P(B)$

c) $P(AB) = \frac{1}{5}$

d) $P(A \cup B) = \frac{161}{180}$

Câu 2. Cho hình chóp cụt đều $ABC.A'B'C'$ với đáy lớn ABC có cạnh bằng a . Đáy nhỏ $A'B'C'$ có cạnh bằng $\frac{a}{2}$, chiều cao $OO' = \frac{a}{2}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Ba đường cao AA' , BB' , CC' đồng qui tại S .

b) $AA' = BB' = CC' = \frac{a}{2}$.

c) Góc giữa mặt bên mặt đáy là góc SIO (I là trung điểm BC).

d) Đáy lớn ABC có diện tích gấp 4 lần diện tích đáy nhỏ $A'B'C'$.

Câu 3. Gọi a là một nghiệm của phương trình $4.2^{2\log x} - 6^{\log x} - 18.3^{2\log x} = 0$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $(a-10)^2 = 1$.

b) a cũng là nghiệm của phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^{\log x} = \frac{9}{4}$.

c) $a^2 + a + 1 = 2$.

d) $a = 10^2$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x) = \sin 2x$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $y^2 + (y')^2 = 4$.

b) $4y + y'' = 0$.

c) $4y - y'' = 0$.

d) $y = y' \tan 2x$.

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một máy bay chỉ bị rơi khi trúng cùng lúc ít nhất hai viên đạn pháo. Biết rằng xác suất để khẩu pháo A, B, C bắn trúng máy bay lần lượt là $0,6; 0,5$ và $0,7$. Tính xác suất để máy bay không bị rơi khi các khẩu pháo trên cùng lúc khai hoả (xem như việc bắn trúng của các khẩu pháo là độc lập với nhau).

Câu 2. Một chiếc hộp chứa 8 viên bi màu xanh, 5 viên bi màu đỏ có cùng kích thước và khối lượng. Lấy lần lượt một viên bi từ hộp và không trả lại, thực hiện hai lần liên tiếp. Tính xác suất để: lấy được 2 viên bi cùng màu;

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $a, SA \perp (ABC)$ và $SA = 2a$. Tính góc phẳng nhị diện $[A, SC, B]$?

Câu 4. Cho tứ diện $S.ABC$ trong đó SA, SB, SC vuông góc với nhau từng đôi một và $SA = 3a, SB = a, SC = 2a$. Tính khoảng cách từ A đến đường thẳng BC .

Câu 5. Số lượng của một loại vi khuẩn được xác định bởi công thức:

$$P(t) = \frac{1500000}{1 + 5000e^{-0,8t}}$$

trong đó t là thời gian được tính bằng giờ. Hỏi vào thời gian nào thì số lượng vi khuẩn tăng nhanh nhất

Câu 6. Một vật có phương trình chuyển động $S(t) = 4,9t^2$ trong đó t tính bằng giây (s), $S(t)$ tính bằng mét (m). Vận tốc của vật tại thời điểm $t = 6s$ bằng?

PHIẾU TRẢ LỜI

PHẦN 1.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn												

PHẦN 2.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm.

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,50 điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1 điểm.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a)	a)	a)	a)
b)	b)	b)	b)
c)	c)	c)	c)
d)	d)	d)	d)

PHẦN 3.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm)

Câu	Đáp án
1	
2	
3	
4	
5	
6	

LỜI GIẢI THAM KHẢO

1B	2B	3A	4B	5B	6B	7A	8C	9C	10D	11C	12A
----	----	----	----	----	----	----	----	----	-----	-----	-----

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

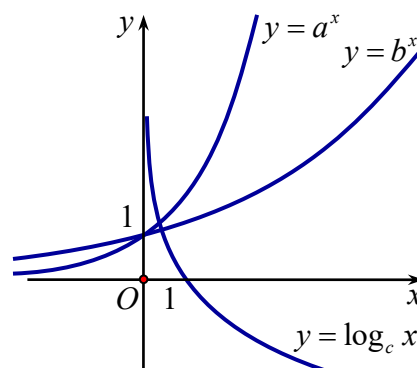
Câu 1. Với các số thực $a, b > 0$ bất kì, rút gọn biểu thức $P = 2\log_2 a - \log_{\frac{1}{2}} b^2$ ta được

A. $P = \log_2(2ab^2)$. **B.** $P = \log_2(ab)^2$. C. $P = \log_2\left(\frac{a}{b}\right)^2$. D. $P = \log_2\left(\frac{2a}{b^2}\right)$.

Lời giải

Ta có $P = 2\log_2 a - \log_{\frac{1}{2}} b^2 = \log_2 a^2 + \log_2 b^2 = \log_2(ab)^2$.

Câu 2. Cho a, b, c là các số thực dương khác 1. Hình vẽ bên là đồ thị các hàm số $y = a^x, y = b^x, y = \log_c x$.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

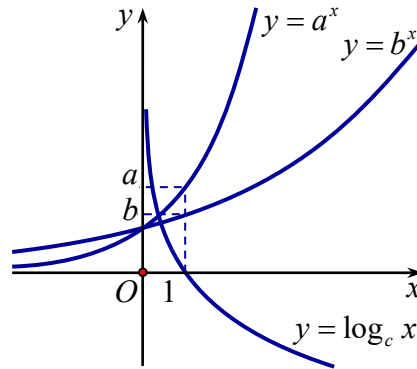
A. $a < b < c$.

B. $c < b < a$.

C. $a < c < b$.

D. $c < a < b$.

Lời giải



Vì hàm số $y = \log_c x$ nghịch biến nên $0 < c < 1$, các hàm số $y = a^x, y = b^x$ đồng biến nên $a > 1; b > 1$ nên c là số nhỏ nhất trong ba số.

Đường thẳng $x = 1$ cắt hai hàm số $y = a^x, y = b^x$ tại các điểm có tung độ lần lượt là a và b , dễ thấy $a > b$ (hình vẽ). Vậy $c < b < a$

Câu 3. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $2 \log_3(4x - 3) \leq \log_3(18x + 27)$.

A. $S = \left(\frac{3}{4}; 3\right]$.

B. $S = \left(\frac{3}{4}; +\infty\right)$.

C. $S = [3; +\infty)$.

D. $S = \left[-\frac{3}{8}; 3\right]$.

Lời giải

Điều kiện $x > \frac{3}{4}$.

Với điều kiện trên phương trình đã cho tương đương với $\log_3(4x - 3)^2 \leq \log_3(18x + 27)$

$$\Leftrightarrow (4x - 3)^2 \leq 18x + 27 \Leftrightarrow 16x^2 - 42x - 18 \leq 0 \Leftrightarrow -\frac{3}{8} \leq x \leq 3.$$

Kết hợp với điều kiện nghiệm của bất phương trình là $S = \left(\frac{3}{4}; 3\right]$.

Câu 4. Cho tứ diện đều $ABCD$. Số đo góc giữa hai đường thẳng AB và CD là

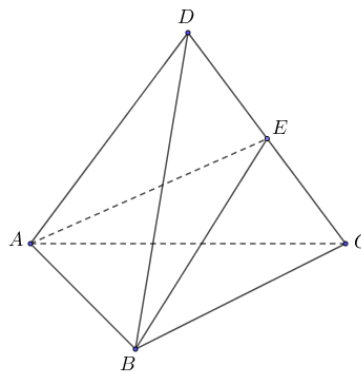
A. 45° .

B. 90° .

C. 60° .

D. 30° .

Lời giải

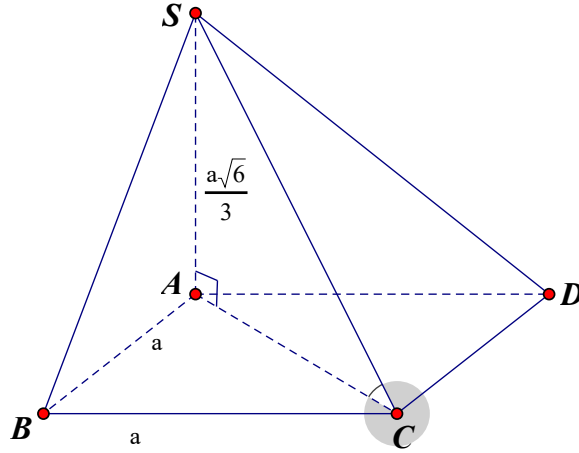


Gọi E là trung điểm CD thì $AE \perp CD, BE \perp CD \Rightarrow CD \perp (ABE) \Rightarrow CD \perp AB$.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và $SA \perp (ABCD)$. Biết $SA = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. Góc giữa SC và $(ABCD)$ là:

- A. 45° . **B.** 30° . C. 75° . D. 60° .

Lời giải



Ta có: $SA \perp (ABCD)$.

Do đó AC là hình chiếu của SC lên $(ABCD)$.

$$\Rightarrow (SC, (ABCD)) = (SC, AC) = \widehat{SCA}.$$

Xét tam giác SAC vuông tại A có $\tan \widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} = \frac{\frac{a\sqrt{6}}{3}}{a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

$$\Rightarrow \widehat{SCA} = 30^\circ.$$

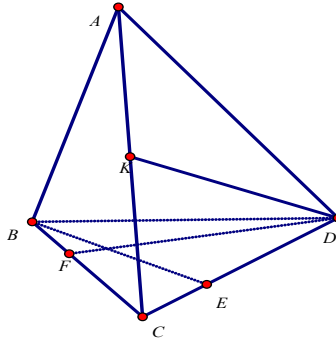
Vậy góc giữa SC và $(ABCD)$ là 30° .

Câu 6. Cho tứ diện $ABCD$ có hai mặt phẳng (ABC) , (ABD) cùng vuông góc với (BCD) . Gọi BE , DF là hai đường cao của tam giác BCD , DK là đường cao của tam giác ACD . Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau?

- A. $(ABE) \perp (ACD)$. **B.** $(ABD) \perp (ACD)$. C. $(ABC) \perp (DFK)$. D. $(DFK) \perp (ACD)$.

Lời giải

Chọn B



$$\left. \begin{array}{l} CD \perp AB \\ CD \perp BE \end{array} \right\} \Rightarrow CD \perp (ABE) \Rightarrow (ACD) \perp (ABE) \text{ nên A đúng.}$$

$$\left. \begin{array}{l} DF \perp AB \\ DF \perp BC \end{array} \right\} \Rightarrow DF \perp (ABC) \Rightarrow DF \perp AC. \quad AC \perp DF, AC \perp DK \Rightarrow AC \perp (DKF)$$

Nên C,D đúng.

Câu 7. Cho tứ diện $ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng $a > 0$. Khi đó khoảng cách từ đỉnh A đến $mp(BCD)$ bằng

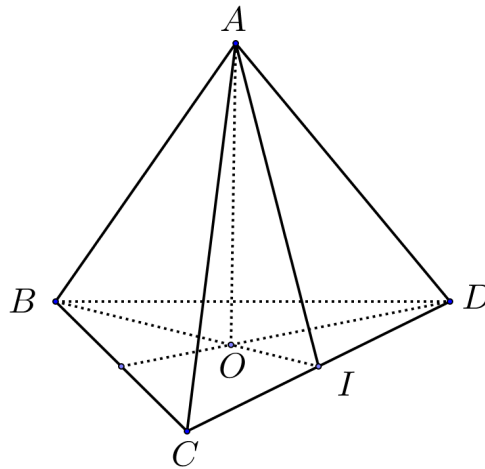
A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{8}}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải



Gọi O là trọng tâm tam giác $BCD \Rightarrow AO \perp (BCD) \Rightarrow d(A; (BCD)) = AO$.

Gọi I là trung điểm CD .

Ta có: $BO = \frac{2}{3}BI = \frac{a\sqrt{3}}{3}$, $AO = \sqrt{AB^2 - BO^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Vậy $d(A; (BCD)) = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Câu 8. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Đường thẳng AB' hợp với đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

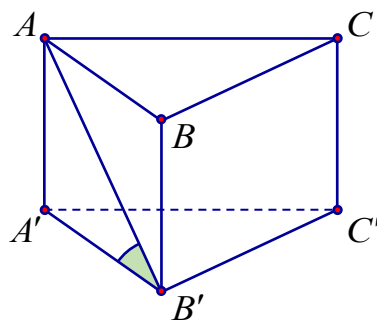
A. $V = \frac{3a^3}{2}$.

B. $V = \frac{a^3}{4}$.

C. $V = \frac{3a^3}{4}$.

D. $V = \frac{a^3}{2}$.

Lời giải



Ta có $AA' \perp (A'B'C')$ nên $\widehat{(AB';(A'B'C'))} = \widehat{AB'A'} = 60^\circ$.

Suy ra: $AA' = A'B' \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$.

Thể tích khối lăng trụ là $V = AA' \cdot S_{\Delta A'B'C'} = a\sqrt{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3}{4}$.

Câu 9. Trong một trò chơi điện tử chỉ có thắng và thua, xác suất để An thắng trong một trận là 0,4. Hỏi An phải chơi tối thiểu bao nhiêu trận để xác suất An thắng ít nhất một trận trong loạt chơi đó lớn hơn 0,95.

A. 4.

B. 5.

C. 6.

D. 7.

Lời giải

Chọn C.

Gọi n (n là số nguyên dương) là số trận An chơi. Gọi A là biến cố "An thắng ít nhất 1 trận trong loạt chơi n trận". Suy ra \bar{A} là biến cố: "An thua tất cả n trận".

Ta có: $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - (0,6)^n$.

Theo giả thiết:

$$P(A) > 0,95 \Leftrightarrow 1 - (0,6)^n > 0,95 \Rightarrow (0,6)^n < 0,05 \Rightarrow n > \log_{0,6} 0,05 \approx 5,86.$$

Số nguyên dương n nhỏ nhất thỏa mãn là 6 (An chơi tối thiểu 6 trận).

Câu 10. Có 10 bạn học sinh trong đội tuyển học sinh giỏi môn Toán 12 của một trường phổ thông gồm 2 bạn đến từ lớp 12A1, 3 bạn đến từ lớp 12A2, 5 bạn còn lại đến từ các lớp khác nhau. Thầy giáo xếp ngẫu nhiên các bạn đó vào ngòai một bàn dài mà mỗi bên có 5 ghế đối diện nhau. Tính xác suất sao cho không có học sinh nào cùng lớp ngồi đối diện nhau.

A. $\frac{73}{126}$.

B. $\frac{53}{126}$.

C. $\frac{5}{9}$.

D. $\frac{38}{63}$.

Lời giải

Chọn D.

Gọi các biến cố A : "Có học sinh cùng lớp ngồi đối diện nhau";

\bar{A} : "Không có học sinh cùng lớp ngồi đối diện nhau";

A_1 : "Có học sinh lớp 12A1 ngồi đối diện nhau";

A_2 : "Có học sinh lớp 12A2 ngồi đối diện nhau".

Khi đó A_1A_2 là biến cố: "Học sinh 12A1 ngồi đối diện nhau và học sinh 12A2 ngồi đối diện nhau".

Số phần tử của không gian mẫu là $5.6.6=180$ (phần tử).

Xác suất của các biến cố A, B và AB lần lượt là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{5.3.6}{180} = \frac{1}{2}$,

$P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{2.6.6-1}{180} = \frac{71}{180}$, $P(AB) = \frac{n(AB)}{n(\Omega)} = \frac{2.6.3}{180} = \frac{1}{5}$.

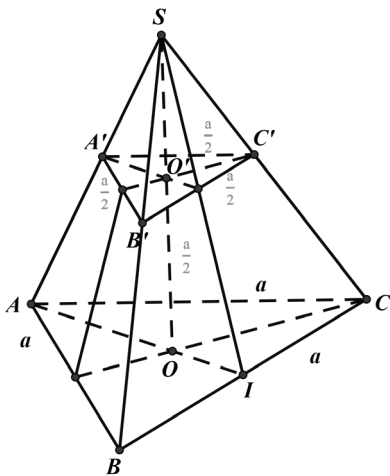
Xác suất của biến cố $A \cup B$ là $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{25}{36}$.

Câu 2. Cho hình chóp cụt đều $ABC.A'B'C'$ với đáy lớn ABC có cạnh bằng a . Đáy nhỏ $A'B'C'$ có cạnh bằng $\frac{a}{2}$, chiều cao $OO' = \frac{a}{2}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Ba đường cao AA', BB', CC' đồng qui tại S .
- b) $AA' = BB' = CC' = \frac{a}{2}$.
- c) Góc giữa mặt bên mặt đáy là góc SIO (I là trung điểm BC).
- d) Đáy lớn ABC có diện tích gấp 4 lần diện tích đáy nhỏ $A'B'C'$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
----------------	---------------	----------------	----------------



+ **Đáp án a đúng.**

+ Gọi I là trung điểm của BC .

Từ giả thiết dễ dàng chỉ ra được $\frac{AA'}{SA} = \frac{OO'}{SO} = \frac{1}{2} \Rightarrow SO = 2OO' = a$. Mặt khác ΔABC là tam giác đều

cạnh a , có AI là đường trung tuyến $\Rightarrow AI = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AO = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Áp dụng định lý Pytago trong ΔSOA vuông tại O ta có:

$SA^2 = SO^2 + AO^2 = a^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{12a^2}{9} \Rightarrow SA = \frac{2a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow AA' = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. Vì $ABC.A'B'C'$ là hình chóp cụt

đều nên $AA' = BB' = CC' = \frac{a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow$ **đáp án b sai.**

+ Ta có: $(SBC) \cap (ABC) = BC$. Vì ΔSBC cân tại S và I là trung điểm của BC nên suy ra $SI \perp BC$. Mặt khác ΔABC là tam giác đều có I là trung điểm của $BC \Rightarrow AI \perp BC$.
 $\Rightarrow ((SBC), (ABC)) = (SI, AI) = (SI, OI) = \widehat{SIO} \Rightarrow$ **đáp án c đúng**.

+ Ta có: $\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta A'B'C'}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin A}{\frac{1}{2} \cdot A'B' \cdot A'C' \cdot \sin A'} = \frac{AB \cdot AC}{A'B' \cdot A'C'} = \frac{2A'B' \cdot 2A'C'}{A'B' \cdot A'C'} = 4 \Rightarrow$ **đáp án d đúng**.

Câu 3. Gọi a là một nghiệm của phương trình $4 \cdot 2^{2\log x} - 6^{\log x} - 18 \cdot 3^{2\log x} = 0$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $(a-10)^2 = 1$.

b) a cũng là nghiệm của phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^{\log x} = \frac{9}{4}$.

c) $a^2 + a + 1 = 2$.

d) $a = 10^2$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
--------	--------	--------	---------

Điều kiện $x > 0$.

Chia cả hai vế của phương trình cho $3^{2\log x}$ ta được $4\left(\frac{3}{2}\right)^{2\log x} - \left(\frac{3}{2}\right)^{\log x} - 18 = 0$.

Đặt $t = \left(\frac{3}{2}\right)^{\log x}$, $t > 0$.

Ta có $4t^2 - t - 18 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{9}{4} \\ t = -2(L) \end{cases}$.

Với $t = \frac{9}{4} \Rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{\log x} = \frac{9}{4} \Leftrightarrow \log x = 2 \Leftrightarrow x = 100$.

Vậy $a = 100 = 10^2$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x) = \sin 2x$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $y^2 + (y')^2 = 4$.

b) $4y + y'' = 0$.

c) $4y - y'' = 0$.

d) $y = y' \tan 2x$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------------	----------------	---------------	---------------

$$y' = 2 \cos 2x, \quad y'' = -4 \sin 2x.$$

$$y^2 + (y')^2 = \sin^2 2x + 4 \cos^2 2x = 1 + 3 \cos^2 2x.$$

$$4y + y'' = 4 \sin 2x - 4 \sin 2x = 0.$$

$$4y - y'' = 8 \sin 2x.$$

$$y' \tan 2x = 2 \cos 2x \cdot \frac{\sin 2x}{\cos 2x} = 2 \sin 2x.$$

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một máy bay chỉ bị rơi khi trúng cùng lúc ít nhất hai viên đạn pháo. Biết rằng xác suất để khẩu pháo A, B, C bắn trúng máy bay lần lượt là $0,6; 0,5$ và $0,7$. Tính xác suất để máy bay không bị rơi khi các khẩu pháo trên cùng lúc khai hoả (xem như việc bắn trúng của các khẩu pháo là độc lập với nhau).

Trả lời: $0,65$

Lời giải

Gọi A, B, C lần lượt là các biến cố "Khẩu pháo A bắn trúng máy bay", "Khẩu pháo B bắn trúng máy bay", "Khẩu pháo C bắn trúng máy bay".

Biến cố máy bay bị rơi là $ABC \cup \bar{A}BC \cup A\bar{B}C \cup ABC$.

Xác suất máy bay bị rơi là

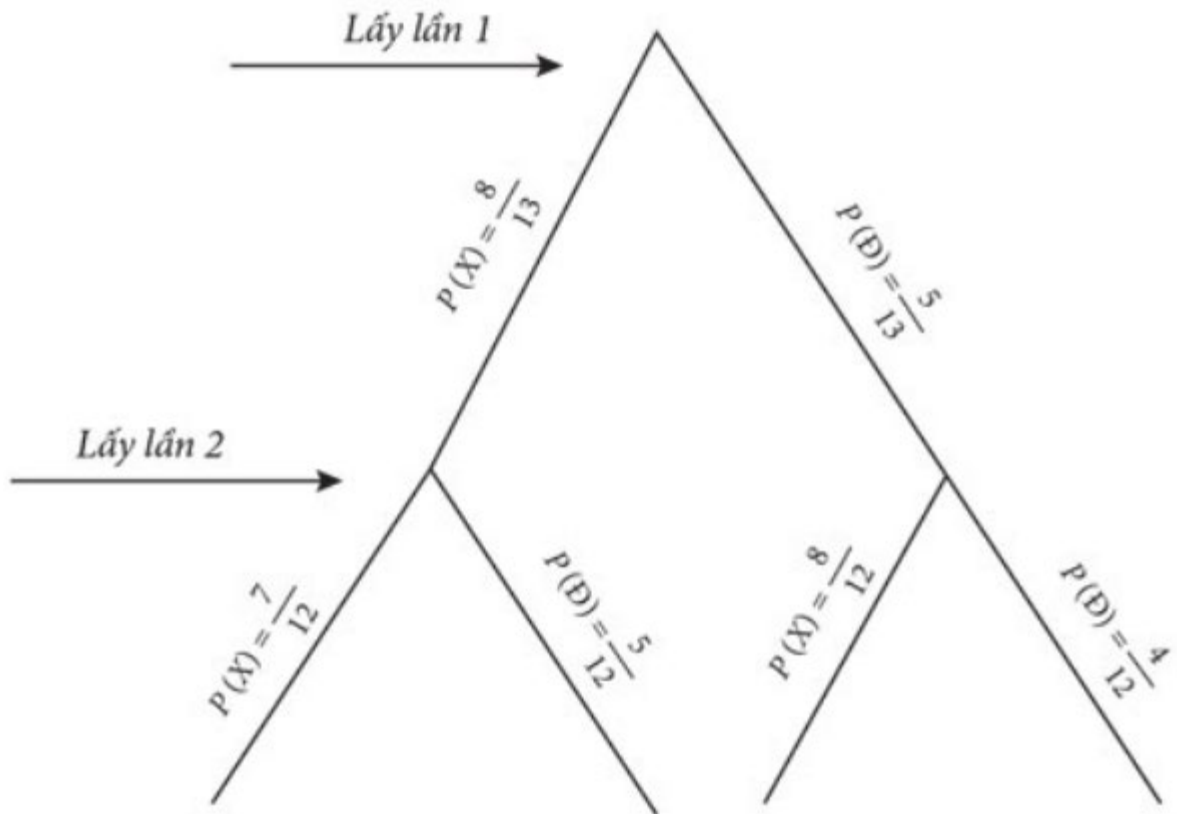
$$P(A)P(B)P(\bar{C}) + P(C)P(B)P(\bar{A}) + P(A)P(C)P(\bar{B}) + P(A)P(B)P(C) = 0,65.$$

Câu 2. Một chiếc hộp chứa 8 viên bi màu xanh, 5 viên bi màu đỏ có cùng kích thước và khối lượng. Lấy lần lượt một viên bi từ hộp và không trả lại, thực hiện hai lần liên tiếp. Tính xác suất để: lấy được 2 viên bi cùng màu;

Trả lời: $\frac{19}{39}$

Lời giải

Ta có sơ đồ cây như sau:



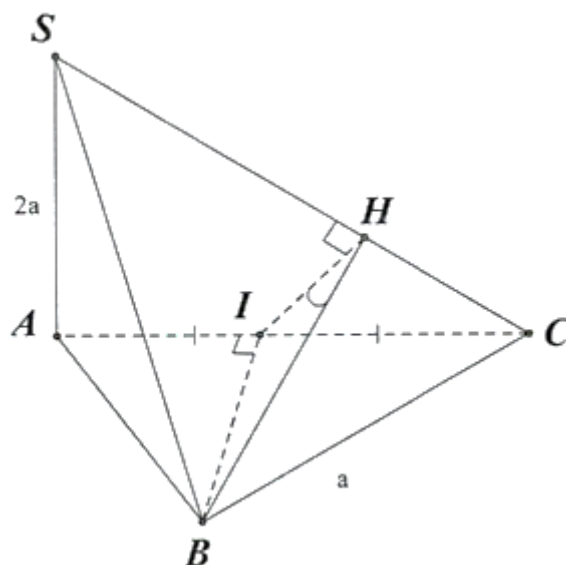
Trong đó: X là biến cố "Lấy được 1 viên bi màu xanh", D là biến cố "Lấy được 1 viên bi màu đỏ".

Xác suất lấy được 2 viên bi cùng màu là: $\frac{19}{39}$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $SA \perp (ABC)$ và $SA = 2a$. Tính góc phẳng nhị diện $[A, SC, B]$?

Trả lời: $\approx 62,7^\circ$

Lời giải



Kẻ $BI \perp AC$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} BI \perp AC \\ BI \perp SA \end{cases} \Rightarrow BI \perp (SAC)$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} (SAC) \cap (SBC) = SC \\ \text{Trong } (SAC), IH \perp SC \Rightarrow [A, SC, B] = \widehat{IHB} \\ \text{Trong } (SBC), BH \perp SC \end{cases}$$

Ta có:

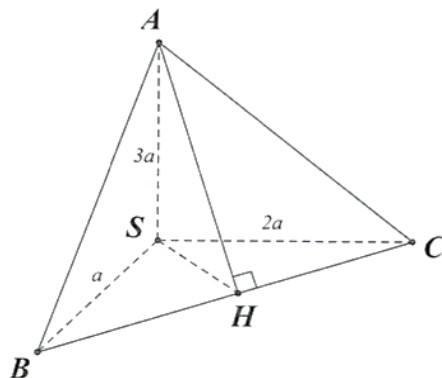
$$\Delta HCI \sim \Delta ACS \Rightarrow \frac{HI}{SA} = \frac{CI}{SC} \Rightarrow HI = \frac{SA \cdot CI}{SC} = \frac{2a \cdot \frac{a}{2}}{\sqrt{(2a)^2 + a^2}} = \frac{\sqrt{5}}{5}a$$

$$\text{Xét } \Delta BH \text{ vuông tại } I: \tan \widehat{BHI} = \frac{BI}{HI} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{5}}{5}a} = \frac{\sqrt{15}}{2} \Rightarrow \widehat{BHI} \approx 62,7^\circ$$

Câu 4. Cho tứ diện $S.ABC$ trong đó SA, SB, SC vuông góc với nhau từng đôi một và $SA = 3a, SB = a, SC = 2a$. Tính khoảng cách từ A đến đường thẳng BC .

$$\text{Trả lời: } d(A, BC) = \frac{7\sqrt{5}}{5}a$$

Lời giải



Kẻ $AH \perp BC$ tại $H \Rightarrow d(A, BC) = AH$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AH \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAH) \Rightarrow BC \perp SH$$

$$\text{Ta có: } SH = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{SC^2} + \frac{1}{SB^2}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{(2a)^2} + \frac{1}{a^2}}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}a$$

$$\text{Ta có: } AH = \sqrt{SA^2 + SH^2} = \sqrt{(3a)^2 + \left(\frac{2\sqrt{5}}{5}a\right)^2} = \frac{7\sqrt{5}}{5}a$$

$$\text{Vậy } d(A, BC) = \frac{7\sqrt{5}}{5} a.$$

Câu 5. Số lượng của một loại vi khuẩn được xác định bởi công thức:

$$P(t) = \frac{1500000}{1 + 5000e^{-0,8t}}$$

trong đó t là thời gian được tính bằng giờ. Hỏi vào thời gian nào thì số lượng vi khuẩn tăng nhanh nhất

Trả lời: 10,6465 giờ.

Lời giải

$$P(t) = \frac{1500000}{1 + 5000e^{-0,8t}} \Rightarrow P'(t) = \frac{6000000000 \cdot e^{-0,8t}}{(1 + 5000e^{-0,8t})^2} \leq \frac{6000000000 \cdot e^{-0,8t}}{4 \cdot 15000e^{-0,8t}} = 300000.$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $1 = 5000e^{-0,8t} \Leftrightarrow t \approx 10,6465$ giờ.

Câu 6. Một vật có phương trình chuyển động $S(t) = 4,9t^2$ trong đó t tính bằng giây (s), $S(t)$ tính bằng mét (m). Vận tốc của vật tại thời điểm $t = 6s$ bằng?

Trả lời: 58,8m / s .

Lời giải

$$\bullet v = S'(t) = 9,8t$$

$$v_{(6)} = 9,8 \cdot 6 = 58,8m$$