

Bài I (2,0 điểm)

1) Cho biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x} + 3}{x + \sqrt{x} + 1}$ ($x \geq 0$). Tính giá trị biểu thức A khi $x=4$

2) Với $x > 0; x \neq 1$. Rút gọn biểu thức $B = \frac{x-4}{x-\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$

3) Với các biểu thức A và B nói trên, chứng minh rằng: $\frac{A}{B} < \frac{1}{3}$

Bài II (2,0 điểm)

1. Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Một công ty phải sản xuất 1000 chiếc áo trong một thời gian quy định. Nhờ tăng năng suất lao động, mỗi ngày công ty đã làm thêm được 10 sản phẩm so với kế hoạch. Vì vậy công ty đã làm vượt mức kế hoạch 80 sản phẩm và hoàn thành công việc sớm hơn 2 ngày so với qui định. Tính số áo mà công ty phải làm trong một ngày theo kế hoạch.

2. Quả bóng đá thi đấu theo tiêu chuẩn của FIFA dành cho thiếu nhi có dạng hình cầu bán kính bằng 9,5 cm. Hãy tính diện tích bề mặt quả bóng đá. (Theo đơn vị cm^2 , làm tròn chữ số thập phân thứ hai và $\pi \approx 3,14$).

Bài III (2,5 điểm)

1) Giải phương trình: $x^4 - 2x^2 - 3 = 0$.

2) Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol $y = x^2$ (P) và đường thẳng $y = mx + 3 - m$ (d) (với m là tham số)

a) Chứng minh đường thẳng (d) luôn đi qua điểm $M(1;3)$

b) Tìm m để đường thẳng (d) cắt parabol tại hai điểm phân biệt nằm về hai phía của điểm M.

Bài IV (3,0 điểm)

Cho nửa đường tròn tâm O đường kính $AB = 2R$. Trên nửa đường tròn (O) lấy điểm M sao cho $MB = R$. Vẽ các tiếp tuyến Ax, By (Ax và By cùng thuộc một nửa mặt phẳng bờ AB có chứa điểm M). Tiếp tuyến tại M của đường tròn (O) cắt Ax, By lần lượt tại C và D .

1) Chứng minh tứ giác $OBDM$ nội tiếp

2) BC cắt đường tròn tại F (F khác B). Đường thẳng qua O vuông góc với BC cắt By tại E . Chứng minh EF là tiếp tuyến của đường tròn (O).

3) Gọi K là giao điểm của OE và BC . Chứng minh $KO \cdot KE = KF \cdot KB$ và đường trung trực của đoạn thẳng MK đi qua điểm D .

Bài V (0,5 điểm) Cho các số thực thỏa mãn $x^2 + y^2 - xy = 4$.

Tìm GTLN và GTNN của biểu thức $P = x^2 + y^2$.