

Họ và tên học sinh: .....

Số báo danh: ..... Phòng kiểm tra: .....

**Phần I. Trắc nghiệm (2.0 điểm).**

Chọn phương án trả lời đúng và viết chữ cái đứng trước phương án đó vào bài làm.

Câu 1. Giá trị của  $a$  và  $b$  để hệ phương trình  $\begin{cases} 2x - by = 4 \\ bx + ay = 5 \end{cases}$  có nghiệm  $(x; y) = (1; -1)$  là

- A.  $a = 3; b = -2$ .      B.  $a = -2; b = 3$ .      C.  $a = 2; b = -3$ .      D.  $a = -3; b = 2$ .

Câu 2. Hàm số nào sau đây đồng biến với mọi  $x < 0$ ?

- A.  $y = -(\sqrt{3} - 1)x$ .      B.  $y = -(\sqrt{3} - 1)x^2$ .      C.  $y = (\sqrt{3} - 1)x^2$ .      D.  $y = (\sqrt{3} + 1)x^2$ .

Câu 3. Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ . Đường thẳng  $y = m^2x + 2$  song song với đường thẳng  $y = 9x + m - 1$  khi và chỉ khi

- A.  $m = 3$  hoặc  $m = -3$ .      B.  $m = 3$ .      C.  $m = -3$ .      D.  $m \neq \pm 3$ .

Câu 4. Điều kiện xác định của biểu thức  $\frac{2024}{\sqrt{x^2 - 90x + 2025}}$  là

- A.  $x \neq 45$ .      B.  $x \geq 45$ .      C.  $x > 45$ .      D.  $x \in \mathbb{R}$ .

Câu 5. Phương trình bậc hai nào sau đây có tổng hai nghiệm bằng  $\frac{3}{2}$ ?

- A.  $2x^2 - 3x + 7 = 0$ .      B.  $2x^2 + 3x - 7 = 0$       C.  $3x^2 - 2x - 7 = 0$       D.  $2x^2 - 3x - 7 = 0$ .

Câu 6. Cho tứ giác  $MNPQ$  nội tiếp đường tròn  $(O)$ ,  $\widehat{MNP} = 120^\circ$ . Khi đó số đo cung nhỏ  $MP$  của đường tròn  $(O)$  là

- A.  $120^\circ$ .      B.  $240^\circ$ .      C.  $60^\circ$ .      D.  $180^\circ$ .

Câu 7. Một hình tròn có diện tích là  $20\pi \text{ cm}^2$ . Đường kính của đường tròn đó bằng

- A.  $2\sqrt{5} \text{ cm}$ .      B.  $4\sqrt{5} \text{ cm}$ .      C.  $10 \text{ cm}$ .      D.  $5\sqrt{2} \text{ cm}$ .

Câu 8. Cho  $\Delta ABC$  vuông tại  $A$ , đường cao  $AH (H \in BC)$ . Nếu  $BC = 5 \text{ cm}$ ,  $AC = 4 \text{ cm}$  thì  $\tan \widehat{HAC}$  bằng

- A.  $\frac{3}{4}$       B.  $\frac{4}{3}$       C.  $\frac{4}{5}$       D.  $\frac{5}{4}$ .

**Phần II. Tự luận (8.0 điểm).**

**Bài 1. (1.5 điểm)**

1) Chứng minh đẳng thức  $\sqrt{8 - 2\sqrt{15}} - \frac{\sqrt[3]{125}}{\sqrt{5}} + \frac{6 - 2\sqrt{21}}{\sqrt{3} - \sqrt{7}} = \sqrt{3}$ .

2) Rút gọn biểu thức  $P = \left( \frac{1 - 5\sqrt{x}}{x + 2\sqrt{x} - 3} - \frac{\sqrt{x}}{1 - \sqrt{x}} \right) : \frac{x - \sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$  với  $x > 0; x \neq 1$ .

**Bài 2. (1.5 điểm).**

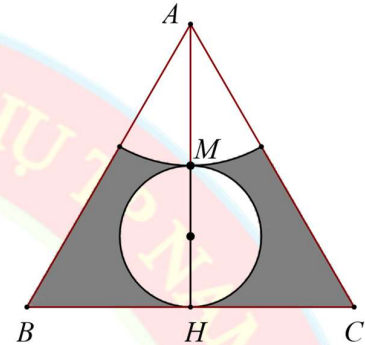
1) Trong cùng mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , biết đường thẳng  $y = x - 2$  và đường thẳng  $y = (2m - 1)x - 6$  (với  $m$  là tham số,  $m \neq \frac{1}{2}$ ) cắt nhau tại một điểm nằm trên trục hoành. Tìm giá trị của  $m$ ?

2) Cho phương trình  $x^2 - 4x + 3m - 2 = 0$  (với  $m$  là tham số). Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để phương trình có hai nghiệm  $x_1; x_2$  thỏa mãn  $x_1^2 x_2 + 1 = 4x_1 - x_1^3$ .

**Bài 3. (1.0 điểm).** Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} x - 2y + xy = 2 \\ \frac{3x}{x-2} + \frac{3y}{y+2} = -5 \end{cases}$$

**Bài 4. (3.0 điểm).**

1) Cho tam giác đều  $ABC$  có cạnh bằng  $8\text{cm}$ ,  $AH$  là đường cao. Gọi  $M$  là trung điểm của  $AH$ , vẽ cung tròn tâm  $A$  bán kính  $AM$  và đường tròn đường kính  $MH$  (như hình vẽ bên). Tính diện tích phần tô đậm trong hình vẽ bên (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba, lấy  $\pi \approx 3,14$ ).



2) Cho tam giác nhọn  $ABC$  ( $AB > AC$ ) nội tiếp đường tròn ( $O$ ) đường kính  $AD$ . Vẽ đường cao  $AH$  của tam giác  $ABC$  ( $H \in BC$ ) và  $BM$  vuông góc với  $AD$  tại  $M$ .

a) Chứng minh bốn điểm  $A, B, M, H$  cùng thuộc một đường tròn và  $MH \perp AC$ .

b) Gọi  $K$  là hình chiếu của  $B$  trên  $AC$  và  $I$  là trung điểm  $BC$ . Chứng minh  $\widehat{BOM} = \widehat{BIM}$  và  $M, I, K$  là ba điểm thẳng hàng.

**Bài 5. (1.0 điểm)**

1) Cho các số thực  $a, b, c$  thỏa mãn điều kiện  $a(a - 4b + 16c) \leq 0$  và  $a \neq 0$ . Chứng minh rằng phương trình  $ax^2 + bx + c = 0$  luôn có hai nghiệm.

2) Giải phương trình:  $\sqrt{x^2 + 3x} + 2\sqrt{x-1} = 2x + \sqrt{\frac{x^2 + 2x - 3}{x}}$ .

—Hết—

(Giáo viên coi kiểm tra không giải thích gì thêm)

Họ tên, chữ ký giáo viên coi kiểm tra số 1: .....

Họ tên, chữ ký giáo viên coi kiểm tra số 2: .....

**A. HƯỚNG DẪN CHUNG:**

1. Nếu học sinh làm bài theo cách khác trong hướng dẫn mà đúng với chương trình THCS thì nhóm chấm thống nhất chung và cho điểm các phần tương ứng như trong hướng dẫn chấm.

2. Tổng điểm của toàn bài là tổng điểm của tất cả các câu và **không** làm tròn.

**B. THANG ĐIỂM CHI TIẾT:**

**I. Phần trắc nghiệm (2.0 điểm)** Mỗi câu đúng cho 0.25 điểm

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8
Đáp án	D	B	C	A	D	A	B	B

**II. Phần tự luận (8.0 điểm)**

**Bài 1. (1.5 điểm)**

1) Chứng minh đẳng thức  $\sqrt{8-2\sqrt{15}} - \frac{\sqrt[3]{125}}{\sqrt{5}} + \frac{6-2\sqrt{21}}{\sqrt{3}-\sqrt{7}} = \sqrt{3}$ .

2) Rút gọn biểu thức  $P = \left( \frac{1-5\sqrt{x}}{x+2\sqrt{x}-3} - \frac{\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}} \right) : \frac{x-\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$  với  $x > 0; x \neq 1$ .

Nội dung	Điểm
1) $VT = \sqrt{(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2} - \frac{5}{\sqrt{5}} + \frac{2\sqrt{3}(\sqrt{3}-\sqrt{7})}{\sqrt{3}-\sqrt{7}} =  \sqrt{5}-\sqrt{3}  - \sqrt{5} + 2\sqrt{3}$	0,25
$= \sqrt{5}-\sqrt{3}-\sqrt{5}+2\sqrt{3} = \sqrt{3} = VP$ . Vậy ta có điều phải chứng minh.	0,25
2) Với $x > 0; x \neq 1$ ta có: $P = \left( \frac{1-5\sqrt{x}}{x+2\sqrt{x}-3} - \frac{\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}} \right) : \frac{x-\sqrt{x}}{2\sqrt{x}} = \left( \frac{1-5\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3)} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \right) : \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}{2\sqrt{x}}$	0,25
$= \left( \frac{1-5\sqrt{x}+\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3)} \right) \cdot \frac{2}{\sqrt{x}-1} = \left( \frac{1-5\sqrt{x}+x+3\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3)} \right) \cdot \frac{2}{\sqrt{x}-1}$	0,25
$= \left( \frac{x-2\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3)} \right) \cdot \frac{2}{\sqrt{x}-1}$	0,25
$= \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3)} \cdot \frac{2}{\sqrt{x}-1} = \frac{2}{\sqrt{x}+3}$	0,25

**Bài 2. (1.5 điểm).**

1) Trong cùng mặt phẳng tọa độ Oxy, biết đường thẳng  $y = x - 2$  và đường thẳng  $y = (2m - 1)x - 6$  (với  $m$  là tham số,  $m \neq \frac{1}{2}$ ) cắt nhau tại một điểm nằm trên trục hoành. Tìm giá trị của  $m$ ?

2) Cho phương trình  $x^2 - 4x + 3m - 2 = 0$  (với  $m$  là tham số). Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để phương trình có hai nghiệm  $x_1; x_2$  thỏa mãn  $x_1^2 x_2 + 1 = 4x_1 - x_1^3$ .

1) Vì 2 đường thẳng đã cho cắt nhau tại một điểm nằm trên trục hoành nên $2m - 1 \neq 1 \Leftrightarrow m \neq 1$ và tung độ giao điểm $y = 0$ . Thay $y = 0$ vào $y = x - 2$ ta được $x = 2$ .	0,25
Thay $x = 2$ và $y = 0$ vào $y = (2m - 1)x - 6$ ta được $0 = (2m - 1)2 - 6 \Leftrightarrow m = 2$ .	0,25
Vì $m = 2$ thỏa mãn điều kiện nên $m = 2$ là giá trị cần tìm	

2) Phương trình có hai nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' = 6 - 3m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 2$ .	0,25
Theo hệ thức Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 4 \\ x_1 x_2 = 3m - 2 \end{cases} (1)$	0,25
Ta có: $x_1^2 x_2 + 1 = 4x_1 - x_1^3 \Leftrightarrow x_1^2 (x_2 + x_1) - 4x_1 + 1 = 0 \Leftrightarrow (2x_1 - 1)^2 = 0 \Leftrightarrow x_1 = \frac{1}{2} \Rightarrow x_2 = \frac{7}{2}$	0,25
Thay $x_1 = \frac{1}{2}; x_2 = \frac{7}{2}$ vào (1) ta được: $\frac{1}{2} \cdot \frac{7}{2} = 3m - 2 \Leftrightarrow m = \frac{5}{4}$ (thỏa mãn)	0,25
Vậy tất cả giá trị của $m$ cần tìm là $m = \frac{5}{4}$ .	

**Bài 3. (1.0 điểm).** Giải hệ phương trình  $\begin{cases} x - 2y + xy = 2 & (1) \\ \frac{3x}{x-2} + \frac{3y}{y+2} = -5 & (2) \end{cases}$

ĐKXD: $x \neq 2, y \neq -2$ .	0,25
(1) $\Leftrightarrow (x-2)(y+1) = 0 \Leftrightarrow x = 2$ (loại) hoặc $y = -1$ (thỏa mãn).	0,25
Thay $y = -1$ vào PT(2) ta có $\frac{3x}{x-2} - 3 = -5 \Leftrightarrow x = \frac{4}{5}$ (thỏa mãn).	0,25
Vậy hệ phương trình đã cho có một nghiệm là: $(x; y) = \left(\frac{4}{5}; -1\right)$ .	0,25

**Bài 4. (3.0 điểm).**

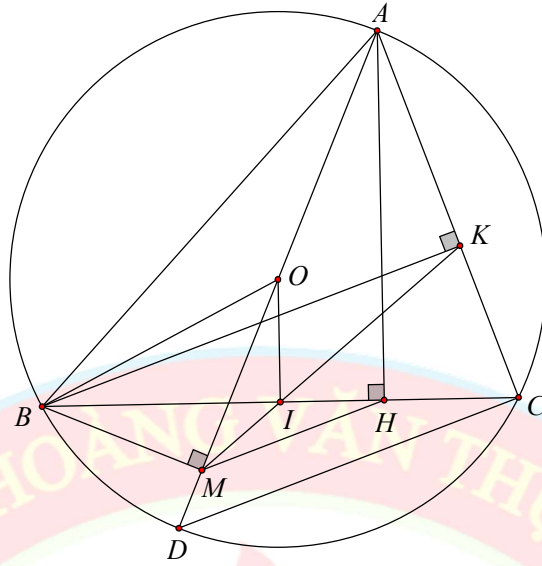
1) Cho tam giác đều  $ABC$  có cạnh bằng  $8\text{cm}$ ,  $AH$  là đường cao. Gọi  $M$  là trung điểm của  $AH$ , vẽ cung tròn tâm  $A$  bán kính  $AM$  và đường tròn đường kính  $MH$  (như hình vẽ bên). Tính diện tích phần tô đậm trong hình vẽ bên (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba, lấy  $\pi \approx 3,14$ ).

2) Cho tam giác nhọn  $ABC$  ( $AB > AC$ ) nội tiếp đường tròn ( $O$ ) đường kính  $AD$ . Vẽ đường cao  $AH$  của tam giác  $ABC$  ( $H \in BC$ ) và  $BM$  vuông góc với  $AD$  tại  $M$ .

a) Chứng minh bốn điểm  $A, B, M, H$  cùng thuộc một đường tròn và  $MH \perp AC$ .

b) Gọi  $K$  là hình chiếu của  $B$  trên  $AC$  và  $I$  là trung điểm  $BC$ . Chứng minh  $\widehat{BOM} = \widehat{BIM}$  và  $M, I, K$  là ba điểm thẳng hàng.

1) $AH = AC \cdot \sin C = 8 \cdot \sin 60^\circ = 4\sqrt{3}(\text{cm}) \Rightarrow AM = MH = \frac{1}{2} AH = 2\sqrt{3}(\text{cm})$	0,25
Diện tích tam giác $ABC$ là: $S_1 = \frac{1}{2} AH \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 4\sqrt{3} \cdot 8 = 16\sqrt{3}(\text{cm}^2)$	
Diện tích hình quạt có tâm $A$ , bán kính $AM$ là: $S_2 = \frac{\pi \cdot AM^2 \cdot 60}{360} = \frac{\pi \cdot (2\sqrt{3})^2 \cdot 60}{360} = 2\pi(\text{cm}^2)$	0,25
Diện tích hình tròn là: $S_3 = \pi \cdot \left(\frac{1}{2} MH\right)^2 = \pi \cdot (\sqrt{3})^2 = 3\pi(\text{cm}^2)$	0,25
Diện tích phần tô đậm là $S = S_1 - S_2 - S_3 = 16\sqrt{3} - 5\pi \approx 16\sqrt{3} - 5 \cdot 3,14 \approx 12,013(\text{cm}^2)$	0,25



2a) Ta có $\widehat{AHB} = \widehat{AMB} = 90^\circ$	<b>0,25</b>
Suy ra bốn điểm $A, B, M, H$ cùng thuộc một đường tròn đường kính $AB$	<b>0,25</b>
Suy ra $\widehat{BAD} = \widehat{BHM}$ ( 2 góc nội tiếp cùng chắn cung $MB$ của đường tròn đường kính $AB$ ) Xét đường tròn $(O)$ ta có $\widehat{BAD} = \widehat{BCD}$ ( 2 góc nội tiếp cùng chắn cung $BD$ )	<b>0,25</b>
Suy ra $\widehat{BHM} = \widehat{BCD} \Rightarrow MH \parallel CD$ ( vì có 2 góc đồng vị bằng nhau ) (1)	
Lại có $\widehat{ACD} = 90^\circ$ ( góc nội tiếp chắn nửa đường tròn tâm $O$ ) $\Rightarrow CD \perp AC$ (2) Từ (1) và (2) $\Rightarrow MH \perp AC$ .	<b>0,25</b>
2b) Ta có $I$ là trung điểm của $BC \Rightarrow \widehat{OIB} = 90^\circ$ ( quan hệ giữa đường kính và dây )	<b>0,25</b>
Do đó $\widehat{OIB} = \widehat{OMB} = 90^\circ \Rightarrow$ tứ giác $OIMB$ nội tiếp đường tròn đường kính $OB$	
Suy ra $\widehat{BOM} = \widehat{BIM}$ ( 2 góc nội tiếp cùng chắn cung $MB$ )	<b>0,25</b>
Chứng minh $\Delta CIK$ cân tại $I \Rightarrow \widehat{CIK} = 180^\circ - 2\widehat{ACB} = 180^\circ - \widehat{AOB}$	<b>0,25</b>
Lại có $\widehat{BIM} = \widehat{BOM} = 180^\circ - \widehat{AOB}$	
Do đó $\widehat{CIK} = \widehat{BIM}$ mà $\widehat{CIK} + \widehat{BIK} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{BIM} + \widehat{BIK} = 180^\circ$ Suy ra $M, I, K$ là ba điểm thẳng hàng.	<b>0,25</b>

**Bài 5. (1.0 điểm)**

1) Cho các số thực  $a, b, c$  thỏa mãn điều kiện  $a(a - 4b + 16c) \leq 0$  và  $a \neq 0$ . Chứng minh rằng phương trình  $ax^2 + bx + c = 0$  luôn có hai nghiệm.

2) Giải phương trình:  $\sqrt{x^2 + 3x} + 2\sqrt{x - 1} = 2x + \sqrt{\frac{x^2 + 2x - 3}{x}}$ .

1) Xét phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ với $a \neq 0$ ta có $\Delta = b^2 - 4ac$ (1)	
Vì $a(a - 4b + 16c) \leq 0 \Rightarrow a^2 - 4ab + 16ac \leq 0 \Rightarrow a^2 - 4ab + 4b^2 \leq 4b^2 - 16ac$ $\Rightarrow (a - 2b)^2 \leq 4(b^2 - 4ac) \Rightarrow b^2 - 4ac \geq 0$ (2)	<b>0,25</b>
Từ (1) và (2) suy ra $\Delta = b^2 - 4ac \geq 0$ . Vậy phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ luôn có hai nghiệm.	<b>0,25</b>

<p>2) Giải phương trình: <math>\sqrt{x^2+3x}+2\sqrt{x-1}=2x+\sqrt{\frac{x^2+2x-3}{x}}</math>. Điều kiện: <math>x \geq 1</math></p> $\sqrt{x^2+3x}+2\sqrt{x-1}=2x+\sqrt{\frac{x^2+2x-3}{x}} \Leftrightarrow \sqrt{x(x+3)}+2\sqrt{x-1}-2x-\sqrt{\frac{(x-1)(x+3)}{x}}=0$ $\Leftrightarrow \left[ \sqrt{x(x+3)}-\sqrt{\frac{(x-1)(x+3)}{x}} \right] + (2\sqrt{x-1}-2x)=0$ $\Leftrightarrow \sqrt{\frac{x+3}{x}}(x-\sqrt{x-1})-2(x-\sqrt{x-1})=0 \Leftrightarrow (x-\sqrt{x-1})\left(\sqrt{\frac{x+3}{x}}-2\right)=0$	<b>0,25</b>
<hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <p><math>\Leftrightarrow x^2=x-1 \Leftrightarrow x^2-x+1=0</math> (vô nghiệm)</p> <p>hoặc <math>\frac{x+3}{x}=4 \Leftrightarrow x+3=4x \Leftrightarrow x=1</math> (Thoả mãn điều kiện). Vậy <math>S = \{1\}</math>.</p>	<b>0,25</b>

---Hết---

