

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 90 phút

Bài I (2 điểm):

Cho hai biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x+8}}{x-9}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-3}} + \frac{2}{\sqrt{x+3}} - \frac{18}{x-9}$ với $x \geq 0; x \neq 9$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 16$.

2) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x+8}}{\sqrt{x+3}}$.

3) Đặt $P = A:B$. Tìm số nguyên tố x để $P < 0$.

Bài II (2 điểm)

1) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một mảnh vườn hình chữ nhật có đường chéo dài 17m. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn đó. Biết chiều dài hơn chiều rộng 7m.

2) Một hình tròn có diện tích bằng 64π (cm²). Tính đường kính của hình tròn đó.

Bài III (2,5 điểm): 1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3\sqrt{x-3} - \frac{1}{y+1} = 1 \\ \sqrt{x-3} + \frac{2}{y+1} = 5 \end{cases}$$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho Parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = 2x - m + 1$ (m là tham số).

a) Tìm m để (d) tiếp xúc (P).

b) Tìm m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $\sqrt{x_1} = \sqrt{2x_2}$.

Bài IV (3 điểm): Cho đường tròn (O;R), từ điểm A ở ngoài đường tròn vẽ hai tiếp tuyến AB và AC đến đường tròn (B; C là hai tiếp điểm) và cát tuyến AED (AE < AD) sao cho tia AD nằm giữa hai tia AB và AO.

1) Chứng minh: Bốn điểm A; B; O; C thuộc đường tròn.

2) Chứng minh: $AB^2 = AD \cdot AE$.

3) Kẻ dây BF // DE, gọi G là giao điểm của AD và BC, I là giao điểm của CF và AD.

Chứng minh I là trung điểm của DE và $\frac{AD}{GA} = \frac{ID}{GE}$.

Bài V (0,5 điểm): Cho hai số $x \geq 0; y \geq 0$ và $x^2 + y^2 \leq 8$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = \frac{1}{1+x} + \frac{1}{1+y}$.

..... Hết

Bài	Đáp án	Điểm
Bài I		2
	1) Thay $x = 16$ (thỏa mãn điều kiện), vào A ta có: $A = \frac{\sqrt{16+8}}{16-9}$	0.25 đ
	Tính được $A = \frac{12}{7}$. Vậy $x = 16$ thì $A = \frac{12}{7}$	0.25 đ
	2) $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} + \frac{2}{\sqrt{x}+3} - \frac{18}{x-9}$ $B = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3) + 2(\sqrt{x}-3) - 18}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}$	0.25 đ
	$B = \frac{x+3\sqrt{x}+2\sqrt{x}-6-18}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} = \frac{x+5\sqrt{x}-24}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}$	0.25 đ
	$B = \frac{(\sqrt{x}+8)(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}$	0.25 đ
	$B = \frac{\sqrt{x}+8}{\sqrt{x}+3} \quad (\text{đpcm})$	0.25 đ
	3) Tính được $P = A : B = \frac{\sqrt{x}+8}{x-9} : \frac{\sqrt{x}+8}{\sqrt{x}+3} = \frac{1}{\sqrt{x}-3}$ Từ $P < 0 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{x}-3} < 0 \dots \Rightarrow x < 9$	0.25 đ
	Kết hợp điều kiện: $0 \leq x < 9$ và x nguyên tố Tìm được $x \in \{2; 3; 5; 7\}$	0.25 đ
Bài II		2đ
Câu 1	1) Gọi chiều rộng của mảnh vườn hình chữ nhật là x (m; $x > 0$)	0.25 đ
	Chiều dài của mảnh vườn hình chữ nhật đó là $x + 7$ (m)	0.25 đ
	Vì đường chéo của mảnh vườn có chiều dài 17m, nên ta có pt: $x^2 + (x+7)^2 = 17^2$	0.25 đ

	$x^2 + 7x - 120 = 0$	0.25đ
	Giải phương trình được $x_1 = 8$ (TMĐK); $x_2 = -15$ (Loại).	0.25đ
	Vậy chiều rộng của mảnh vườn hình chữ nhật 8 (m) Chiều dài của mảnh vườn hình chữ nhật 15 (m)	0.25đ
	2) Bán kính của hình tròn là: $S = \pi R^2 \Rightarrow R^2 = \frac{R}{\pi} = \frac{64\pi}{\pi} = 64$ $\Rightarrow R = \sqrt{64} = 8(\text{cm})$	0.25đ
	Vậy đường kính của hình tròn là: 16 (cm)	0.25đ
Bài III		
Câu 1	1) $\begin{cases} 3\sqrt{x-3} - \frac{1}{y+1} = 1 \\ \sqrt{x-3} + \frac{2}{y+1} = 5 \end{cases}$ + Điều kiện: $\begin{cases} x \geq 3 \\ y \neq -1 \end{cases}$ Đặt $\begin{cases} a = \sqrt{x-3} \\ b = \frac{1}{y+1} \end{cases}$ Đưa hệ về dạng $\begin{cases} 3a - b = 1 \\ a + 2b = 5 \end{cases}$	0.25 đ
	Giải HPT trên ta được $\begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases}$	0.25đ
	Giải HPT ta được $\begin{cases} x = 4 \\ y = -\frac{1}{2} \end{cases}$ (TMĐK)	0.25đ
	Vậy HPT có nghiệm là $(x; y) = \left(4; -\frac{1}{2}\right)$	0.25đ
Câu 2a)	Xét pt hoành độ giao điểm của (d) và (P) ta có: $x^2 - 2x + m - 1 = 0$	0.25đ
	Tính được $\Delta = 8 - 4m$	0.25đ
	Tìm được $m = 2$ thì (d) tiếp xúc (P).	0.25đ
b)	Để đường thẳng (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt thì pt: $x^2 - 2x + m - 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt.	0.25đ

	<p>Tìm được $m < 2$</p>	
	<p>Điều kiện $\sqrt{x_1}$ và $\sqrt{2x_2}$ xác định $\begin{cases} x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$</p> <p>Theo ĐL Viet ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = m - 1 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow m \geq 1$</p>	0.25đ
	<p>Tìm được $x_1 = \frac{4}{3}$ và $x_2 = \frac{2}{3}$ thay vào tích $x_1 \cdot x_2 = m - 1$</p> <p>Từ đó tìm được $m = \frac{17}{9}$ (TMĐK).</p> <p>KL.....</p>	0.25đ
Bài IV		
	<p>Hình vẽ đúng câu 1</p>	0.25đ
1	<p>Chứng minh $\widehat{ABO} = \widehat{ACO} = 90^\circ$ (giải thích rõ lý do)</p>	0.25đ
	<p>Tứ giác ABOC có $\widehat{ABO} + \widehat{ACO} = 180^\circ$, mà hai góc ở vị trí đối nhau</p>	0.25đ
	<p>\Rightarrow Tứ giác ABOC nội tiếp đường tròn</p> <p>KL bốn điểm A; B; O; C thuộc đường tròn.</p>	0.25đ
2	<p>Chứng minh $\widehat{ABE} = \widehat{ADB}$ (giải thích rõ lý do)</p>	0.25đ
	<p>Chứng minh tam giác ABE đồng dạng với tam giác ADB</p>	0.5đ
	<p>$\Rightarrow AB^2 = AE \cdot AD$</p>	0.25đ
3	<p>Chứng minh I là trung điểm của ED</p> <p>+ Chứng minh $\widehat{ABC} = \widehat{AIC} (= \widehat{BFC})$ (giải thích rõ lý do)</p>	0.25đ

	+ Chứng minh: Tứ giác ABIC nội tiếp đường tròn suy ra 5 điểm A; B; I; O; C thuộc đường tròn.	
	+ Chứng minh $\widehat{ABO} = \widehat{AIO} = 90^\circ$ (giải thích rõ lý do) $\Rightarrow OI \perp DE$ KL: I là trung điểm của DE	0.25đ
	Chứng minh $\frac{AD}{GA} = \frac{ID}{GE}$ + Chứng minh $\widehat{AIC} = \widehat{ACB}$ từ đó suy ra tam giác ACG đồng dạng tam giác AIC (g.g) $\Rightarrow AC^2 = AG.AI$. + Chứng minh $AB^2 = AC^2$, theo c/m b $\Rightarrow AG.AI = AE.AD (= AC^2)$	0.25đ
	Biến đổi $AG.(AD - ID) = AD.(AG - GE)$ $\Leftrightarrow AG.AD - AG.ID = AD.AG - AD.GE$ $\Leftrightarrow AG.ID = AD.GE$ $\Rightarrow \frac{AD}{GA} = \frac{ID}{GE}$	0.25đ
Bài V		0.5điểm
	$M = \frac{1}{1+x} + \frac{1}{1+y} \geq \frac{4}{2+x+y}$ $(x+y)^2 \leq 2(x^2 + y^2) = 2.8 = 16$ $\Leftrightarrow x+y \leq 4$ $\Leftrightarrow 2+x+y \leq 6$ $\Leftrightarrow \frac{4}{2+x+y} \geq \frac{2}{3}$	0.25đ
	Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} 1+x=1+y \\ x^2+y^2=8 \end{cases} \Leftrightarrow x=y=2$ Vậy GTNN của $P_{\min} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow x=y=2$	0.25đ

(Các cách làm đúng khác vẫn cho điểm tối đa)