

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn: TOÁN 9  
Ngày kiểm tra: 17/4/2024  
Thời gian làm bài: 90 phút

**Câu I. (2,0 điểm)**

Cho hai biểu thức  $A = \frac{1}{2(\sqrt{x}-3)}$ ;  $B = \frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}} - \frac{2-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} + \frac{12}{x-3\sqrt{x}}$  với  $x > 0, x \neq 9$ .

a) Tính giá trị của biểu thức  $A$  khi  $x = 4$ .

b) Chứng minh  $B = \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}$ .

c) Tìm các giá trị của  $x$  để  $B: A \geq x - 7$ .

**Câu II. (2,5 điểm)**

1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Quãng đường từ Hà Nội đến Điện Biên dài 465km. Nhân dịp kỉ niệm 70 năm chiến thắng Điện Biên Phủ, một ô tô chở khách du lịch đi từ Hà Nội đến Điện Biên. Sau khi đi được 240km, ô tô dừng lại nghỉ trưa 1 giờ. Trên quãng đường còn lại ô tô giảm vận tốc 10km/h so với lúc đầu. Biết tổng thời gian từ khi xuất phát đến khi tới Điện Biên là 9 giờ 30 phút. Tính vận tốc của ô tô lúc đầu. (Giả định rằng vận tốc trên mỗi đoạn đường trước và sau khi nghỉ là không đổi)

2) Một chiếc bình hình trụ cao 1 mét, đường kính đáy 40 xen-ti-mét. Hỏi bình đó đựng được tối đa bao nhiêu lít nước? (Bỏ qua bề dày của vỏ bình và lấy  $\pi \approx 3,14$ ).

**Câu III. (2 điểm)**

1) Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} 3\sqrt{x-2} - \frac{1}{y} = 1 \\ \sqrt{x-2} + \frac{4}{y} = 9 \end{cases}$$

2) Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho đường thẳng (d):  $y = 2mx - 2m + 1$  ( $m$  là tham số) và parabol (P):  $y = x^2$ .

a. Tìm toạ độ giao điểm của đường thẳng (d) và parabol (P) khi  $m = 2$ .

b. Tìm  $m$  để đường thẳng (d) và parabol (P) cắt nhau tại hai điểm phân biệt có hoành độ  $x_1, x_2$

thoả mãn  $\frac{-3}{x_1 + x_2 - 1} = x_1 \cdot (x_2 - 2) - 2x_2$ .

**Câu IV. (3,0 điểm)**

Cho đường tròn (O; R). Qua điểm A nằm ngoài đường tròn, vẽ đường thẳng d không đi qua O cắt đường tròn tại hai điểm M và N (M nằm giữa A và N). Vẽ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là hai tiếp điểm). Gọi H là trung điểm của MN.

1) Chứng minh 4 điểm A, B, O, H cùng thuộc một đường tròn.

2) Chứng minh  $AB^2 = AM \cdot AN$

3) Qua M vẽ đường thẳng song song với AC cắt BC tại P. Đường thẳng NP cắt AC tại I. Chứng minh rằng  $\widehat{BHM} = \widehat{BPM}$  và I là trung điểm của AC.

**Câu V. (0,5 điểm)** Cho các số thực  $x, y$  thoả mãn  $x^2 + y^2 - 4x - 12 = 0$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = x^2 + y^2$ .

----- Hết -----

Lưu ý: Cán bộ coi kiểm tra không giải thích gì thêm.

Họ và tên học sinh: ..... Số báo danh:.....

HƯỚNG DẪN CHẤM

Môn: TOÁN 9  
Ngày kiểm tra: 17/4/2024  
Thời gian làm bài: 90 phút

CÂU	Ý	ĐÁP ÁN - HƯỚNG DẪN CHẤM	ĐIỂM
Câu I (2,0 điểm)	1. (0,5 điểm)	$A = \frac{1}{2(\sqrt{x}-3)}$ Thay $x = 4$ (TMĐK) vào $A \Rightarrow A = \frac{1}{2(-1)} = -\frac{1}{2}$ . Vậy $A = -\frac{1}{2}$ khi $x = 4$ .	0,5
	2. (1,0 điểm)	$B = \frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}} - \frac{2-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} + \frac{12}{x-3\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}} - \frac{2-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} + \frac{12}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)}$	0,25
		$= \frac{x+\sqrt{x}-12-2\sqrt{x}+x+12}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)}$	0,25
		$= \frac{2x-\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)} = \frac{\sqrt{x}(2\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)}$	0,25
		$= \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3} \text{ (đpcm)}$	0,25
	3. (0,5 điểm)	$B: A \geq x - 7 \Rightarrow \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3} \cdot \frac{1}{2(\sqrt{x}-3)} \geq x-7$ $\Leftrightarrow 4\sqrt{x}-2 \geq x-7$ $\Leftrightarrow x-4\sqrt{x}-5 \leq 0$	0,25
		$\Leftrightarrow (\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-5) \leq 0$ Vì $x > 0 \Rightarrow \sqrt{x} > 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} + 1 \geq 1 > 0$ $\Rightarrow \begin{cases} 0 < x \leq 25 \\ x \neq 9 \end{cases}$	0,25
Câu II (2,5 điểm)	1. (2,0 điểm)	Gọi vận tốc của ô tô lúc đi 240km đầu là $x$ (km/h) (ĐK: $x > 10$ )	0,25
		Thời gian ô tô đi 240km đầu : $\frac{240}{x}$ (h)	0,25
		Quãng đường còn lại : $465 - 240 = 225$ (km)	
		Vận tốc của ô tô trên quãng đường cuối : $x - 10$ (km/h)	0,25
		Thời gian ô tô đi quãng đường cuối $\frac{225}{x-10}$ (h)	0,25
Lập luận ra PT $\frac{240}{x} + 1 + \frac{225}{x-10} = \frac{19}{2}$	0,25		

	Biến đổi ra PT : $17x^2 - 1100x + 4800 = 0$	0,25
	Tìm được $x_1 = 60; x_2 = \frac{80}{17}$	0,25
	Kết hợp với điều kiện và trả lời vận tốc của ô tô lúc đi trên 240km đầu là 60 km/h.	0,25
2. (0,5 điểm)	Ta có $h = 1m = 10dm; d = 40 cm \Rightarrow R = 20cm = 2dm$	0,25
	Thể tích của bình là là: $V = \pi R^2 h$	
	$\approx 3,14.2^2.10 = 125,6dm^3 = 125,6 (lít)$ Vậy bình đựng được tối đa khoảng 125,6 (lít)	0,25
Câu III (2 điểm)	$\begin{cases} 3\sqrt{x-2} - \frac{1}{y} = 1 \\ \sqrt{x-2} + \frac{4}{y} = 9 \end{cases} \quad \text{ĐK: } x \geq 2; y \neq 0$	0,25
	Đặt $\begin{cases} \sqrt{x-2} = a \quad (a \geq 0) \\ \frac{1}{y} = b \end{cases}$	0,25
	Hệ phương trình trở thành: $\begin{cases} 3a - b = 1 \\ a + 4b = 9 \end{cases}$	
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 12a - 4b = 4 \\ a + 4b = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 13a = 13 \\ a + 4b = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 (TM) \\ b = 2 \end{cases}$	0,25
	Suy ra $\begin{cases} \sqrt{x-2} = 1 \\ \frac{1}{y} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 = 1 \\ y = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 (TMĐK) \\ y = \frac{1}{2} (TMĐK) \end{cases}$ Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = \left(3; \frac{1}{2}\right)$	0,25
2. (1,0 điểm)	Hoành độ giao điểm của (d) và (P) là nghiệm của PT: $x^2 - 2mx + 2m - 1 = 0.$ Với $m = 2$ ta có PT $x^2 - 4x + 3 = 0.$ Giải phương trình được $x = 1$ hoặc $x = 3$	0,25
	Tìm được hai giao điểm $(1;1) ; (3;9)$	0,25
	Xét phương trình $x^2 - 2mx + 2m - 1 = 0$ (1). Ta có $a = 1 \neq 0; \Delta' = (m-1)^2.$ $(d)$ cắt $(P)$ tại 2 điểm phân biệt khi PT (1) có hai nghiệm phân biệt khi $m \neq 1$ (HS có thể lập luận theo cách nhẩm nghiệm)	0,25

	<p>Áp dụng hệ thức Viète: <math>\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 \cdot x_2 = 2m - 1 \end{cases}</math></p> $\frac{-3}{x_1 + x_2 - 1} = x_1 \cdot (x_2 - 2) - 2x_2 \Leftrightarrow \frac{-3}{x_1 + x_2 - 1} = x_1 x_2 - 2(x_1 + x_2)$ $\Rightarrow \frac{-3}{2m - 1} = -1 - 2m \text{ và điều kiện } 2m \neq 1$ <p>Tìm được <math>m = 1</math> (loại), <math>m = -1</math> (thỏa mãn điều kiện) và kết luận</p>	0,25	
Câu IV. (3,0 điểm)	<p>1. (1 điểm)</p> <p>Lập luận được <math>\widehat{ABO} = 90^\circ</math>; Lập luận được <math>\widehat{AHO} = 90^\circ</math></p>	0,25 0,25	
	<p><math>\Rightarrow \widehat{ABO} = \widehat{AHO} = 90^\circ</math> <math>\Rightarrow B, H</math> thuộc đường tròn đường kính <math>AO</math>, hay 4 điểm <math>A, B, H, O</math> cùng thuộc đường tròn đường kính <math>AO</math></p>	0,25 0,25	
	<p>Lập luận được <math>\widehat{ABM} = \widehat{BNM}</math></p>	0,25	
	<p>Xét <math>\triangle ABM</math> và <math>\triangle ANB</math> có <math>\widehat{ABM} = \widehat{BNM}</math> <math>\widehat{BAN}</math> chung <math>\Rightarrow \triangle ABM</math> đồng dạng với <math>\triangle ANB</math> (g-g)</p>	0,5	
	<p><math>\Rightarrow \frac{AB}{AN} = \frac{AM}{AB} \Rightarrow AB^2 = AM \cdot AN</math></p>	0,25	
	<p>- Xét đường tròn đường kính <math>AO</math> có <math>\widehat{BHM} = \widehat{BCA}</math> (hai góc nội tiếp cùng chắn cung <math>AB</math>) - Vì <math>MP \parallel AC \Rightarrow \widehat{BPM} = \widehat{BCA}</math> (Hai góc đồng vị) <math>\Rightarrow \widehat{BHM} = \widehat{BPM}</math></p>	0,25 0,25	
	<p>3. (1 điểm)</p> <p>- Từ <math>\widehat{BHM} = \widehat{BPM}</math> suy ra được tứ giác <math>BHPM</math> nội tiếp. Xét đường tròn ngoại tiếp tứ giác <math>BHPM</math> có <math>\widehat{MBP} = \widehat{MHP}</math>, mà <math>\widehat{MBP} = \widehat{MNC} \Rightarrow \widehat{MHP} = \widehat{MNC} \Rightarrow PH \parallel NC</math> Gọi <math>K</math> là giao điểm của <math>MP</math> với <math>NC</math>. Xét <math>\triangle MKN</math> có <math>HM = HN</math>; <math>HP \parallel NK \Rightarrow P</math> là trung điểm của <math>MK</math> Chứng minh được <math>\frac{MP}{AI} = \frac{PK}{IC}</math> mà <math>MP = PK \Rightarrow IA = IC</math></p>	0,25 0,25	
	<p>Câu V. (0,5 điểm)</p>	<p><math>x^2 + y^2 - 4x - 12 = 0 \Leftrightarrow y^2 = -(x+2)(x-6) \geq 0 \Rightarrow -2 \leq x \leq 6</math></p> <p>Do đó <math>4 \leq 4x + 12 \leq 36</math>, suy ra <math>4 \leq P \leq 36</math>.</p>	0,25 0,25

		Vậy $\text{Min}P = 4$ khi $x = -2; y = 0$ $\text{Max}P = 36$ khi $x = 6; y = 0$	
--	--	--	--