

(ĐỀ CHÍNH THỨC)  
(Đề thi gồm 22 câu 4 trang)

Họ và tên.....SBD.....Phòng thi .....

**PHẦN 1: CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN**

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Cho  $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1}{5}$ . Tính  $P = |\sin \alpha - \cos \alpha|$ .

- A.  $P = \frac{7}{5}$ .                      B.  $P = \frac{4}{5}$ .                      C.  $P = \frac{5}{6}$ .                      D.  $P = \frac{3}{4}$ .

**Câu 2:** Cho hai tập hợp A và B. Hình nào sau đây minh họa A là tập con của B?

- A.                       B.                       C.                       D. 

**Câu 3:** Cho tam giác đều ABC cạnh  $a = 2$ . Hỏi mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A.  $(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}) \cdot \overrightarrow{BA} = -4$ .                      B.  $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} = -2$ .  
C.  $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) \cdot \overrightarrow{AC} = -4$ .                      D.  $(\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}) \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BC}$ .

**Câu 4:** Điểm  $O(0;0)$  thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình nào sau đây?

- A.  $\begin{cases} x+3y-6 < 0 \\ 2x+y+4 < 0 \end{cases}$                       B.  $\begin{cases} x+3y-6 > 0 \\ 2x+y+4 < 0 \end{cases}$                       C.  $\begin{cases} x+3y-6 > 0 \\ 2x+y+4 > 0 \end{cases}$                       D.  $\begin{cases} x+3y-6 < 0 \\ 2x+y+4 > 0 \end{cases}$

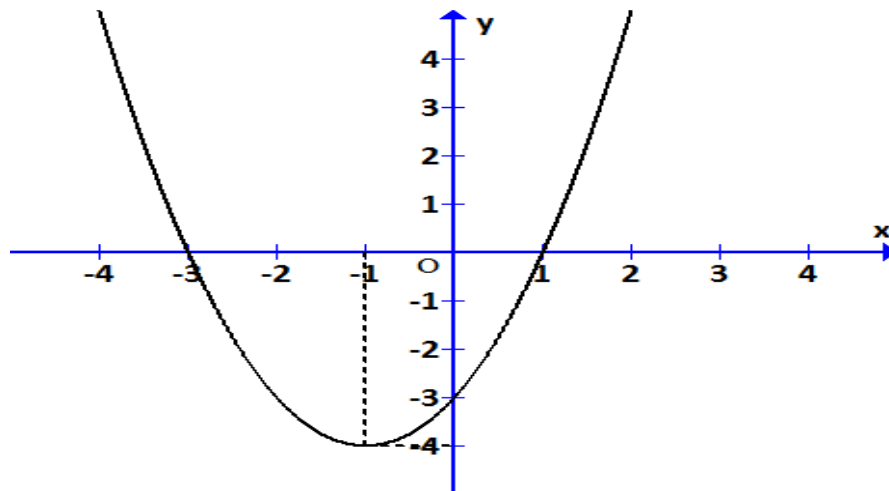
**Câu 5:** Trong hệ tọa độ Oxy, cho  $A(2; -3)$ ,  $B(4; 7)$ . Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB.

- A.  $I(8; -21)$ .                      B.  $I(3; 2)$ .                      C.  $I(2; 10)$ .                      D.  $I(6; 4)$ .

**Câu 6:** Mẫu số liệu nào sau đây có trung vị là 7?

- A. 4; 7; 2; 6; 5; 9.                      B. 1; 3; 5; 7; 9.                      C. 4; 8; 7; 13; 10.                      D. 3; 7; 6; 9; 10.

**Câu 7:** Đường parabol ở hình bên dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



- A.  $y = -x^2 - 2x + 3$ .                      B.  $y = x^2 + 2x - 1$ .                      C.  $y = x^2 + 2x - 3$ .                      D.  $y = x^2 - 2x - 3$ .

**Câu 8:** Tính diện tích tam giác có ba cạnh lần lượt là 5, 12, 13.

- A. 34.                      B. 30.                      C.  $7\sqrt{5}$ .                      D. 60.

**Câu 9:** Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào **đúng**?

- A.  $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$ .                      B.  $\sin(180^\circ - \alpha) = \cos \alpha$ .  
 C.  $\sin(180^\circ - \alpha) = -\sin \alpha$ .                      D.  $\sin(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$ .

**Câu 10:** Cho tam giác  $ABC$  đều có độ dài cạnh bằng  $a$ . Độ dài của vec tơ  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$  bằng:

- A.  $a$ .                      B.  $2a$ .                      C.  $a\sqrt{3}$ .                      D.  $a\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

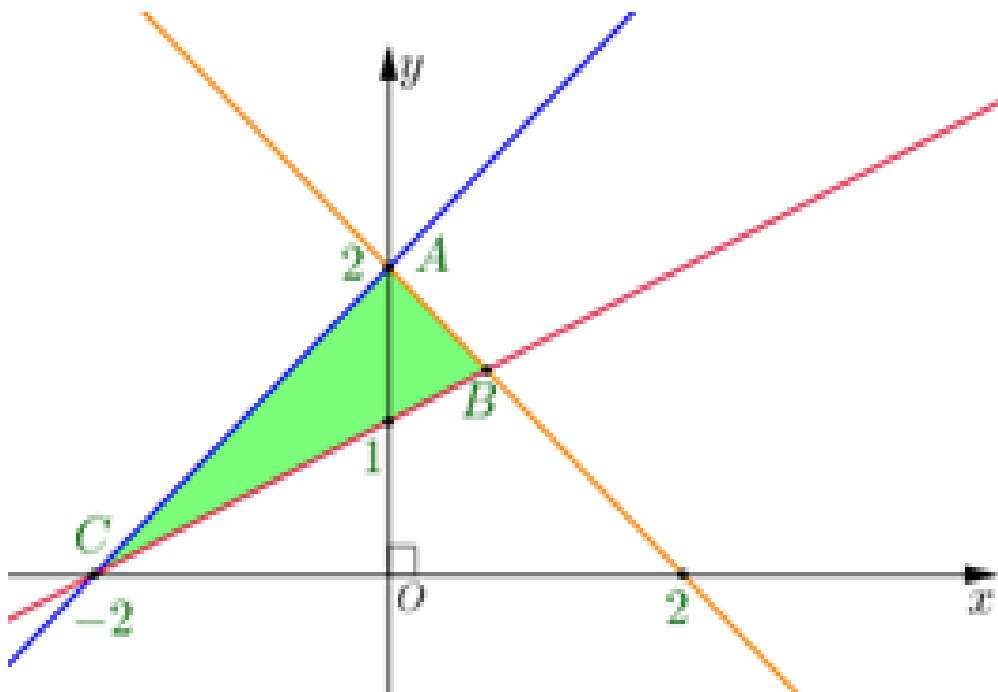
**Câu 11:** Bạn Châu cân lần lượt 50 quả vải được lựa chọn ngẫu nhiên từ vườn nhà mình và được kết quả cho như bảng sau:

Cân nặng (đơn vị: gam)	Số quả
8	8
19	10
20	19
21	17
22	3

Mốt của mẫu số liệu trên là:

- A. 19.                      B. 3.                      C. 20.                      D. 22.

**Câu 12:** Miền tam giác  $ABC$  kể cả ba cạnh  $AB, BC, CA$  trong hình là miền nghiệm của hệ bất phương trình nào trong bốn hệ bất phương trình dưới đây?



- A.  $\begin{cases} x+y-2 \geq 0 \\ x-y+2 \geq 0 \\ x-2y+2 \leq 0 \end{cases}$ .                      B.  $\begin{cases} x+y-2 \leq 0 \\ x-y+2 \geq 0 \\ x-2y+2 \leq 0 \end{cases}$ .                      C.  $\begin{cases} x+y-2 \leq 0 \\ x-y+2 \geq 0 \\ x-2y+2 \geq 0 \end{cases}$ .                      D.  $\begin{cases} x+y-2 \leq 0 \\ x-y+2 \leq 0 \\ x-2y+2 \leq 0 \end{cases}$ .

## PHẦN II: CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Cho các tập hợp  $A = (-\infty; 4)$ ,  $B = [-2; 5]$ ,  $C = (m-1; 4]$ ;  $D = (-2; 2m+2)$ .

- a) Có 3 giá trị nguyên của  $m$  để hai tập  $C, D$  khác rỗng và  $C \cap D = C$
- b)  $A \cup B = (-\infty; 5]$
- c)  $A \cap B = [-2; 4)$
- d)  $C_{\mathbb{R}}(A \setminus B) = (-2; +\infty)$

**Câu 2:** Cho hình vuông ABCD có cạnh bằng 1.

- a)  $\overline{AC} = \overline{BD}$
- b) Hai điểm M, N thay đổi lần lượt trên các cạnh AB, AD sao cho  $AM = x (0 \leq x \leq 1)$ ,  $DN = y (0 \leq y \leq 1)$ .  $CM \perp BN$  khi và chỉ khi  $x - y = 0$ .
- c)  $\overline{AB} + \overline{AD} = \overline{AC}$
- d) Hai điểm I, J lần lượt là trung điểm của BC và CD thì  $\overline{AI} \cdot \overline{AJ} = 1$ .

**Câu 3:** Cho tam giác ABC có  $AC = 6, BC = 7, \hat{C} = 60^\circ$ .

- a)  $\sin A = \frac{7\sqrt{129}}{86}$
- b) Độ dài cạnh AB là  $\sqrt{43}$
- c)  $\cos B = -\frac{4\sqrt{43}}{43}$
- d)  $S_{\Delta ABC} = 21\sqrt{3}$

**Câu 4:** Cho bảng số liệu: 19 15 10 5 9 10 15 5 2 1

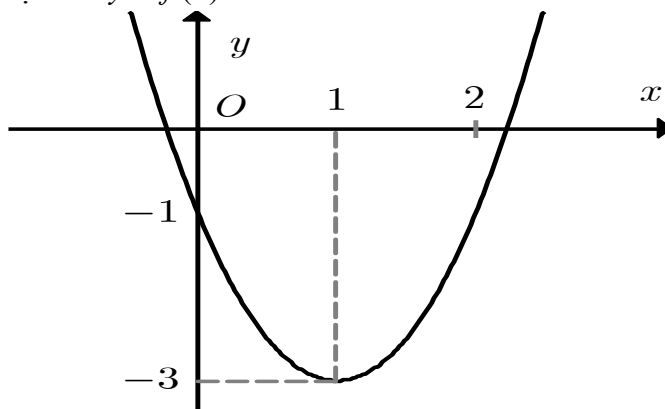
- a) Phương sai là  $\frac{751}{25}$
- b) Tứ phân vị thứ ba là  $Q_3 = 15$ .
- c) Tứ phân vị thứ nhất là  $Q_1 = 3.5$ .
- d) Tứ phân vị thứ hai là  $Q_2 = 9.5$ .

## PHẦN III: CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1:** Trong tất cả các tam giác ngoại tiếp đường tròn có bán kính  $r = \sqrt{3}$ , tính chu vi của tam giác có diện tích nhỏ nhất.

**Câu 2:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho các điểm  $A(1; 7), B(1; -1), C(3; -1), P(1; 0), Q(-2; 3)$ . Tìm tọa độ điểm M trên đường thẳng PQ sao cho  $|\overline{MA} + 2\overline{MB} + 3\overline{MC}|$  đạt giá trị nhỏ nhất.

**Câu 3:** Cho đồ thị hàm số bậc hai  $y = f(x)$  như hình vẽ:

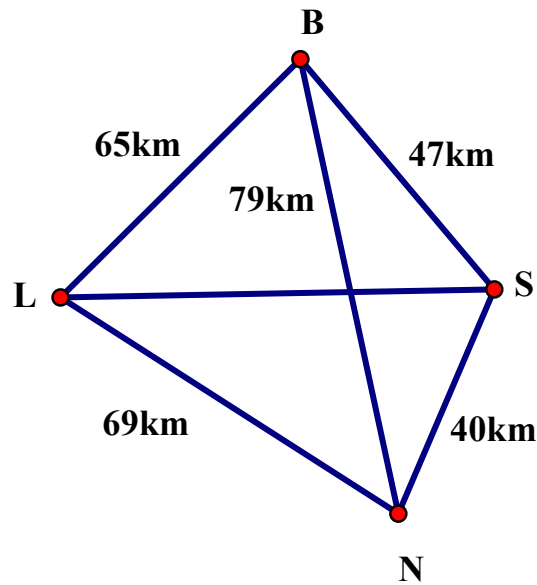


Tìm số nghiệm của phương trình  $f(f^2(x) - 2024f(x) + 1) = -3$ .

**Câu 4:** Tìm điều kiện của tham số  $m$  để hàm số  $y = x^2 - 2(3m + 4)x + 5m$  đồng biến trên  $(-1; +\infty)$

**Câu 5:** Một gia đình cần ít nhất 600 đơn vị protein và 200 đơn vị lipit trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi kilogram thịt bò chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipit, mỗi kilogram thịt lợn chứa 600 đơn vị protein và 400 đơn vị lipit. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất 1 kg thịt bò và 0,8 kg thịt lợn. Giá tiền 1 kg thịt bò là 250 nghìn đồng; 1 kg thịt lợn là 160 nghìn đồng. Chi phí tối thiểu mà gia đình này cần trong một ngày là bao nhiêu (làm tròn đến đơn vị nghìn đồng)?

**Câu 6:** Tứ Sơn là 4 vùng kinh tế động lực của tỉnh Thanh Hóa gồm Nghi Sơn, Sầm Sơn, Lam Sơn - Sao Vàng và Bim Sơn. Để thúc đẩy tăng trưởng kinh tế người ta dự tính mở tuyến đường cao tốc với 4 làn xe nối Lam Sơn - Sao Vàng với Sầm Sơn. Kinh phí xây dựng 1km cao tốc với 4 làn xe hết khoảng 186 tỉ đồng. Dựa vào các khoảng cách đã cho trên hình vẽ (Nghi Sơn(N), Sầm Sơn(S), Lam Sơn - Sao Vàng(L) và Bim Sơn(B)), hãy tính số tiền cần xây dựng cao tốc (làm tròn đến tỉ đồng).



----- HẾT -----

(ĐỀ CHÍNH THỨC)  
(Đề thi gồm 22 câu 4 trang)

Thời gian làm bài: 90 phút (Không kể thời gian giao đề)  
Ngày thi: 29 tháng 01 năm 2024

Mã đề: 102

Họ và tên.....SBD.....Phòng thi .....

**PHẦN 1: CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN**

**Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**

**Câu 1:** Mẫu số liệu nào sau đây có trung vị là 7?

- A. 4; 7; 2; 6; 5; 9.      B. 3; 7; 6; 9; 10.      C. 4; 8; 7; 13; 10.      D. 1; 3; 5; 7; 9.

**Câu 2:** Cho tam giác đều  $ABC$  cạnh  $a = 2$ . Hỏi mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A.  $(\overline{AB} \cdot \overline{AC}) \overline{BC} = 2\overline{BC}$ .      B.  $(\overline{AB} + \overline{BC}) \cdot \overline{AC} = -4$ .  
C.  $\overline{BC} \cdot \overline{CA} = -2$ .      D.  $(\overline{AC} - \overline{BC}) \cdot \overline{BA} = -4$ .

**Câu 3:** Tính diện tích tam giác có ba cạnh lần lượt là 5, 12, 13.

- A. 30.      B. 34.      C. 60.      D.  $7\sqrt{5}$ .

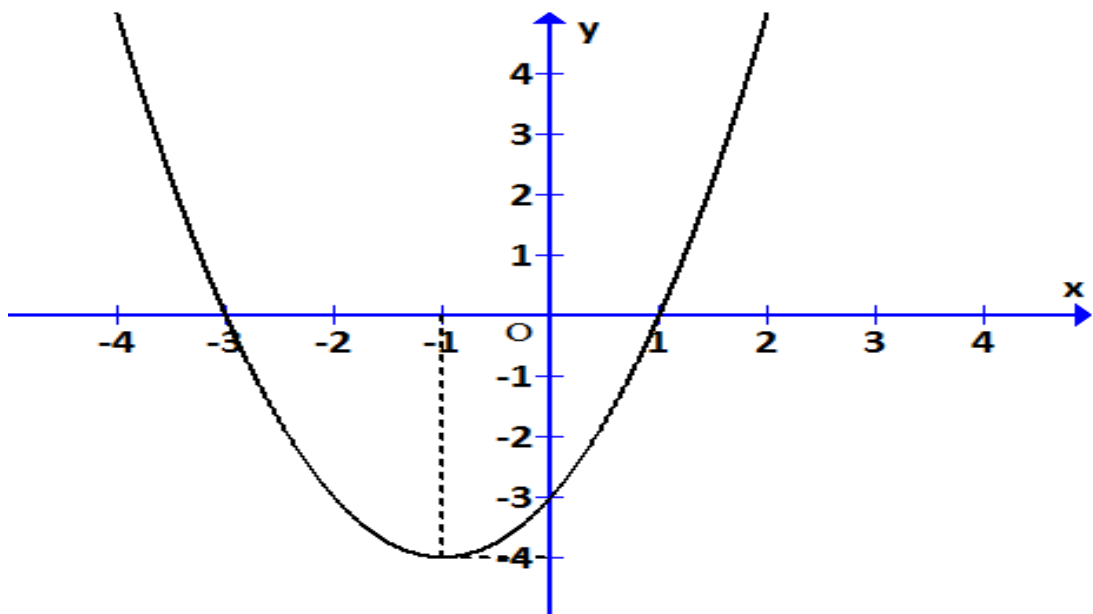
**Câu 4:** Trong hệ tọa độ  $Oxy$ , cho  $A(2; -3)$ ,  $B(4; 7)$ . Tọa độ trung điểm  $I$  của đoạn thẳng  $AB$ .

- A.  $I(8; -21)$ .      B.  $I(3; 2)$ .      C.  $I(2; 10)$ .      D.  $I(6; 4)$ .

**Câu 5:** Điểm  $O(0; 0)$  thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình nào sau đây?

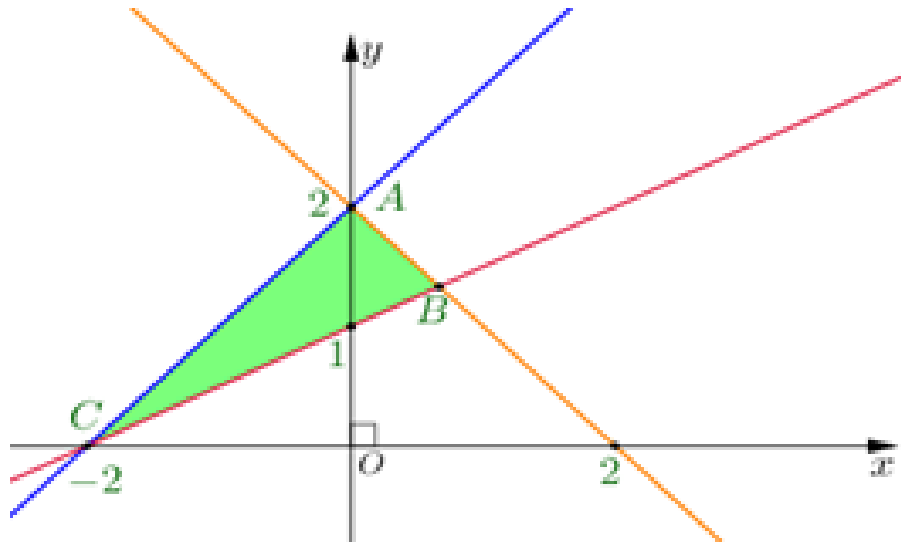
- A.  $\begin{cases} x + 3y - 6 < 0 \\ 2x + y + 4 > 0 \end{cases}$ .      B.  $\begin{cases} x + 3y - 6 > 0 \\ 2x + y + 4 < 0 \end{cases}$ .      C.  $\begin{cases} x + 3y - 6 > 0 \\ 2x + y + 4 > 0 \end{cases}$ .      D.  $\begin{cases} x + 3y - 6 < 0 \\ 2x + y + 4 < 0 \end{cases}$ .

**Câu 6:** Đường parabol ở hình bên dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



- A.  $y = -x^2 - 2x + 3$ .      B.  $y = x^2 + 2x - 1$ .      C.  $y = x^2 + 2x - 3$ .      D.  $y = x^2 - 2x - 3$ .

**Câu 7:** Miền tam giác  $ABC$  kẻ cả ba cạnh  $AB, BC, CA$  trong hình là miền nghiệm của hệ bất phương trình nào trong bốn hệ bất phương trình dưới đây?



- A.  $\begin{cases} x+y-2 \leq 0 \\ x-y+2 \geq 0 \\ x-2y+2 \leq 0 \end{cases}$  .      B.  $\begin{cases} x+y-2 \geq 0 \\ x-y+2 \geq 0 \\ x-2y+2 \leq 0 \end{cases}$  .      C.  $\begin{cases} x+y-2 \leq 0 \\ x-y+2 \geq 0 \\ x-2y+2 \geq 0 \end{cases}$  .      D.  $\begin{cases} x+y-2 \leq 0 \\ x-y+2 \leq 0 \\ x-2y+2 \leq 0 \end{cases}$  .

**Câu 8:** Cho hai tập hợp  $A$  và  $B$ . Hình nào sau đây minh họa  $A$  là tập con của  $B$ ?

- A.       B.       C.       D. 

**Câu 9:** Cho tam giác  $ABC$  đều có độ dài cạnh bằng  $a$ . Độ dài của vec tơ  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$  bằng:

- A.  $a$ .      B.  $2a$ .      C.  $a\sqrt{3}$ .      D.  $a\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

**Câu 10:** Bạn Châu cân lần lượt 50 quả vải được lựa chọn ngẫu nhiên từ vườn nhà mình và được kết quả cho như bảng sau:

Cân nặng (đơn vị: gam)	Số quả
8	8
19	10
20	19
21	17
22	3

Mốt của mẫu số liệu trên là:

- A. 19.      B. 3.      C. 20.      D. 22.

**Câu 11:** Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào **đúng**?

- A.  $\sin(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$ .      B.  $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$ .  
C.  $\sin(180^\circ - \alpha) = -\sin \alpha$ .      D.  $\sin(180^\circ - \alpha) = \cos \alpha$ .

**Câu 12:** Cho  $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1}{5}$ . Tính  $P = |\sin \alpha - \cos \alpha|$ .

- A.  $P = \frac{7}{5}$ .      B.  $P = \frac{3}{4}$ .      C.  $P = \frac{4}{5}$ .      D.  $P = \frac{5}{6}$ .

## PHẦN II: CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Cho hình vuông ABCD có cạnh bằng 1.

a)  $\overline{AC} = \overline{BD}$

b) Hai điểm M, N thay đổi lần lượt trên các cạnh AB, AD sao cho  $AM = x (0 \leq x \leq 1), DN = y (0 \leq y \leq 1)$ .

CM  $\perp$  BN khi và chỉ khi  $x - y = 0$ .

c)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$

d) Hai điểm I, J lần lượt là trung điểm của BC và CD thì  $\overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{AJ} = 1$ .

**Câu 2:** Cho tam giác ABC có  $AC = 6, BC = 7, \hat{C} = 60^\circ$ .

a) Độ dài cạnh AB là  $\sqrt{43}$

b)  $S_{\Delta ABC} = 21\sqrt{3}$

c)  $\sin A = \frac{7\sqrt{129}}{86}$

d)  $\cos B = -\frac{4\sqrt{43}}{43}$

**Câu 3:** Cho bảng số liệu: 19 15 10 5 9 10 15 5 2 1

a) Phương sai là  $\frac{751}{25}$

b) Tứ phân vị thứ ba là  $Q_3 = 15$

c) Tứ phân vị thứ nhất là  $Q_1 = 3.5$

d) Tứ phân vị thứ hai là  $Q_2 = 9.5$

**Câu 4:** Cho các tập hợp  $A = (-\infty; 4), B = [-2; 5], C = (m-1; 4]; D = (-2; 2m+2)$ .

a) Có 3 giá trị nguyên của  $m$  để hai tập  $C, D$  khác rỗng và  $C \cap D = C$

b)  $C_{\mathbb{R}}(A \setminus B) = (-2; +\infty)$

c)  $A \cup B = (-\infty; 5]$

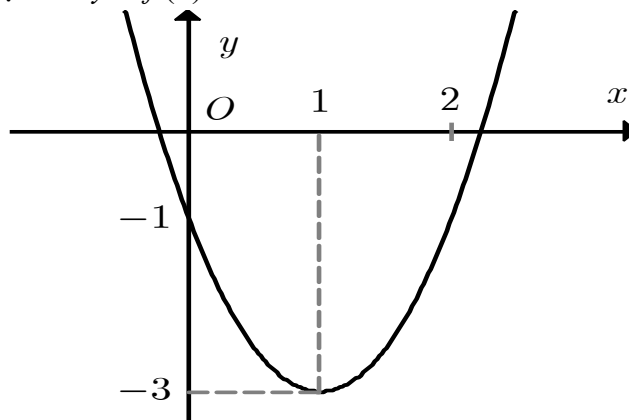
d)  $A \cap B = [-2; 4)$

## PHẦN III: CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1:** Trong tất cả các tam giác ngoại tiếp đường tròn có bán kính  $r = \sqrt{3}$ , tính chu vi của tam giác có diện tích nhỏ nhất.

**Câu 2:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho các điểm  $A(1; 7), B(1; -1), C(3; -1), P(1; 0), Q(-2; 3)$ . Tìm tọa độ điểm M trên đường thẳng PQ sao cho  $|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}|$  đạt giá trị nhỏ nhất.

**Câu 3:** Cho đồ thị hàm số bậc hai  $y = f(x)$  như hình vẽ:

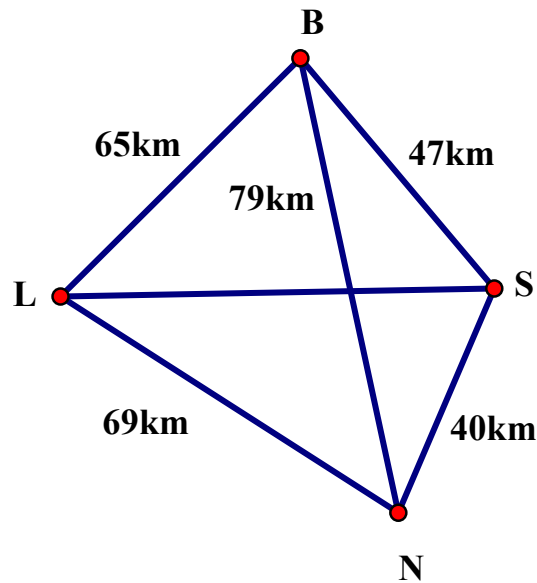


Tìm số nghiệm của phương trình  $f(f^2(x) - 2024f(x) + 1) = -3$ .

**Câu 4:** Một gia đình cần ít nhất 600 đơn vị protein và 200 đơn vị lipid trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi kilogram thịt bò chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipid, mỗi kilogram thịt lợn chứa 600 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất 1 kg thịt bò và 0,8 kg thịt lợn. Giá tiền 1 kg thịt bò là 250 nghìn đồng; 1 kg thịt lợn là 160 nghìn đồng. Chi phí tối thiểu mà gia đình này cần trong một ngày là bao nhiêu (làm tròn đến đơn vị nghìn đồng)?

**Câu 5:** Tìm điều kiện của tham số  $m$  để hàm số  $y = x^2 - 2(3m + 4)x + 5m$  đồng biến trên  $(-1; +\infty)$

**Câu 6:** Tứ Sơn là 4 vùng kinh tế động lực của tỉnh Thanh Hóa gồm Nghi Sơn, Sầm Sơn, Lam Sơn - Sao Vàng và Bim Sơn. Để thúc đẩy tăng trưởng kinh tế người ta dự tính mở tuyến đường cao tốc với 4 làn xe nối Lam Sơn - Sao Vàng với Sầm Sơn. Kinh phí xây dựng 1km cao tốc với 4 làn xe hết khoảng 186 tỉ đồng. Dựa vào các khoảng cách đã cho trên hình vẽ (Nghi Sơn(N), Sầm Sơn(S), Lam Sơn - Sao Vàng(L) và Bim Sơn(B)), hãy tính số tiền cần xây dựng cao tốc (làm tròn đến tỉ đồng).



----- HẾT -----



(ĐÁP ÁN CHÍNH THỨC)

*(Đáp án gồm 06 trang)*

**PHẦN 1: CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN**

Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25đ.

Câu	Mã đề 101	Mã đề 102	Mã đề 103	Mã đề 104
1	A	B	B	C
2	C	B	B	A
3	C	A	C	D
4	D	B	C	A
5	B	A	C	C
6	D	C	A	B
7	C	A	A	D
8	B	C	A	C
9	A	A	C	B
10	A	C	B	A
11	C	B	D	C
12	B	A	A	D

**PHẦN II: CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI**

Điểm tối đa của mỗi câu là 1,0đ

Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 1 ý trong 1 câu hỏi được 0,1đ

Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 1 ý trong 1 câu hỏi được 0,25đ

Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 1 ý trong 1 câu hỏi được 0,5đ

Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 1 ý trong 1 câu hỏi được 1,0đ

Câu		Mã 101	Mã 102	Mã 103	Mã 104
1	a	Đ	S	Đ	Đ
	b	Đ	Đ	S	S
	c	Đ	Đ	Đ	Đ
	d	S	Đ	Đ	Đ
2	a	S	Đ	Đ	S
	b	Đ	S	S	Đ
	c	Đ	Đ	Đ	S
	d	Đ	S	Đ	Đ
3	a	Đ	S	S	S
	b	Đ	Đ	Đ	Đ
	c	S	S	S	Đ
	d	S	Đ	Đ	Đ
4	a	S	Đ	Đ	Đ
	b	Đ	S	S	S
	c	S	Đ	Đ	Đ
	d	Đ	Đ	S	S

**PHẦN III: CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5đ.

Câu	1	2	3	4	5	6
Mã 101	18	$M(\frac{4}{3}; -\frac{1}{3})$	4	$m \leq -\frac{5}{3}$	166.000 đ	13496 tỉ đồng
Mã 102	18	$M(\frac{4}{3}; -\frac{1}{3})$	4	166.000 đ	$m \leq -\frac{5}{3}$	13496 tỉ đồng
Mã 103	$m \leq -\frac{5}{3}$	13496 tỉ đồng	166.000 đ	$M(\frac{4}{3}; -\frac{1}{3})$	18	4
Mã 104	13496 tỉ đồng	4	$M(\frac{4}{3}; -\frac{1}{3})$	$m \leq -\frac{5}{3}$	18	166.000 đ

**LỜI GIẢI CHI TIẾT MỘT SỐ CÂU VẬN DỤNG**

**Câu 1.** Cho  $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1}{5}$ . Tính  $P = |\sin \alpha - \cos \alpha|$ .

A.  $P = \frac{3}{4}$ .

B.  $P = \frac{4}{5}$ .

C.  $P = \frac{5}{6}$ .

**D.**  $P = \frac{7}{5}$ .

**Lời giải**

**Chọn D.**

Ta có:  $P^2 = (\sin \alpha - \cos \alpha)^2 = 1 - 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$ .

Theo giả thiết:

$$\frac{1}{5} = \sin \alpha + \cos \alpha \Rightarrow \frac{1}{25} = (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 \Rightarrow \frac{1}{25} = 1 + 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \Rightarrow 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha = -\frac{24}{25}$$

Do đó:  $P^2 = 1 + \frac{24}{25} = \frac{49}{25} \Rightarrow P = \frac{7}{5}$  (Vì  $P \geq 0$ ).

**Câu 2.** Mẫu số liệu nào sau đây có trung vị là 7?

A. 4; 7; 2; 6; 5; 9.

**B.** 3; 7; 6; 9; 10.

C. 1; 3; 5; 7; 9.

D. 4; 8; 7; 13; 10.

**Lời giải**

**Chọn B**

Vì mỗi mẫu số liệu đều có 5 giá trị nên trung vị là phần tử thứ 3 của mẫu số liệu sau khi đã sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Mẫu số liệu 4; 7; 2; 6; 5; 9 có trung vị là 5.

Mẫu số liệu 3; 7; 6; 9; 10 có trung vị là 7.

Mẫu số liệu 1; 3; 5; 7; 9 có trung vị là 5.

Mẫu số liệu 4; 8; 7; 13; 10 có trung vị là 8.

**Câu 3.** Cho tam giác  $ABC$  có  $AC = 6, BC = 7, \hat{C} = 60^\circ$ .

a) Độ dài cạnh  $AB$  là  $\sqrt{43}$  đ

b)  $\sin A = \frac{7\sqrt{129}}{86}$  đ

c)  $\cos B = -\frac{4\sqrt{43}}{43}$  s

d)  $S_{\Delta ABC} = 21\sqrt{3}$  S

**Lời giải**

$$a) AB^2 = CA^2 + CB^2 - 2CA.CB.\cos\hat{C} = 6^2 + 7^2 - 2.6.7.\cos 60^\circ = 43 \Rightarrow AB = \sqrt{43}.$$

$$b) \sin A = \frac{BC \sin C}{AB} = \frac{7\sqrt{129}}{86}$$

$$c) \cos B = \frac{7^2 + \sqrt{43}^2 - 6^2}{2.7.\sqrt{43}} = \frac{4\sqrt{43}}{43}$$

$$d) S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}ab \sin C = \frac{1}{2}7.6.\sin 60^\circ = \frac{21\sqrt{3}}{2}$$

**Câu 4.** Cho các tập hợp  $A = (-\infty; 4)$ ,  $B = [-2; 5]$ ,  $C = (m-1; 4]$ ;  $D = (-2; 2m+2)$ .

a)  $A \cap B = [-2; 4]$  đ

b)  $A \cup B = (-\infty; 5]$  đ

c)  $C_{\mathbb{R}}(A \setminus B) = (-2; +\infty)$  s

d) Có 3 giá trị nguyên của  $m$  để hai tập  $C, D$  khác rỗng và  $C \cap D = C$  đ

**Lời giải**

a) Tập hợp  $A \cap B = [-2; 4)$ .

b) Tập hợp  $A \cup B = (-\infty; 5]$ .

c) Ta có  $A \setminus B = (-\infty; -2) \Rightarrow C_{\mathbb{R}}(A \setminus B) = [-2; +\infty)$ .

d)  $C, D$  khác rỗng  $\Leftrightarrow \begin{cases} m-1 < 4 \\ 2m+2 > -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 5 \\ m > -2 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m < 5(1).$

Để  $C \cap D = C \Leftrightarrow C \subset D \Leftrightarrow \begin{cases} m-1 \geq -2 \\ 2m+2 > 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -1 \\ m > 1 \end{cases} \Leftrightarrow m > 1(2).$

Từ (1) và (2)  $\Rightarrow 1 < m < 5$ .

**Câu 5.** Cho hình vuông ABCD có cạnh bằng 1.

a)  $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$

b)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$

c) Hai điểm I, J lần lượt là trung điểm của BC và CD thì  $\overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{AJ} = 1$ .

HD: Ta có:  $\overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{AJ} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BI})(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DJ}) = \left(\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}\right) \left(\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}\right)$

$$= \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}^2 + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}^2 + \frac{1}{4}\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} = 1^2 = 1$$

Vậy  $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AN} = 1$ .

d) Hai điểm M, N thay đổi lần lượt trên các cạnh AB, AD sao cho  $AM = x(0 \leq x \leq 1)$ ,  $DN = y(0 \leq y \leq 1)$ .  $CM \perp BN$  khi và chỉ khi  $x - y = 0$ .

HD: Ta có:

$$\overrightarrow{AM} = x\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AN} = (1-y)\overrightarrow{AD}; \overrightarrow{BN} = \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AB} = (1-y)\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AC} = x\overrightarrow{AB} - (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) = (x-1)\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{BN} \cdot \overrightarrow{CM} = ((1-y)\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}) \cdot ((x-1)\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}) = -(x-1)\overrightarrow{AB}^2 - (1-y)\overrightarrow{AD}^2 = y - x = 0 \text{ (do } \overrightarrow{BN} \perp \overrightarrow{CM} \text{)}.$$

Vậy :  $x - y = 0$ .

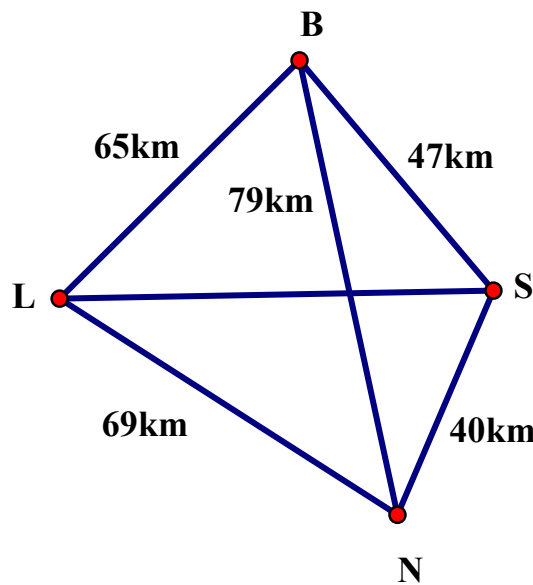
**Câu 6.** Tìm điều kiện của tham số  $m$  để hàm số  $y = x^2 - 2(3m + 4)x + 5m$  đồng biến trên  $(-1; +\infty)$

**Lời giải**

Đồ thị hàm số là một Parabol có hoành độ đỉnh là  $x = 3m + 4$ . Nên hàm số đồng biến trên  $(3m + 4; +\infty)$ .

Hàm số đồng biến trên  $(-1; +\infty) \Leftrightarrow (-1; +\infty) \subset (3m + 4; +\infty) \Leftrightarrow 3m + 4 \leq -1 \Leftrightarrow m \leq -\frac{5}{3}$

**Câu 7.** Tứ Sơn là 4 vùng kinh kế động lực của tỉnh Thanh Hóa gồm Nghi Sơn, Sầm Sơn, Lam Sơn - Sao Vàng và Bím Sơn. Để thúc đẩy tăng trưởng kinh tế người ta dự tính mở tuyến đường cao tốc với 4 làn xe nối Lam Sơn - Sao Vàng với Sầm Sơn. Kinh phí xây dựng 1km cao tốc với 4 làn xe hết khoảng 186 tỉ đồng. Dựa vào các khoảng cách đã cho trên hình vẽ (Nghi Sơn(N), Sầm Sơn(S), Lam Sơn - Sao Vàng(L) và Bím Sơn(B)), hãy tính số tiền cần xây dựng cao tốc (làm tròn đến tỉ đồng).



**Lời giải**

Áp dụng định lí cosin vào tam giác  $LBN$  ta có:

$$\cos \widehat{LBN} = \frac{LB^2 + BN^2 - LN^2}{2LB \cdot BN} = \frac{1141}{2054} \Rightarrow \widehat{LBN} \approx 56^{\circ}15'$$

Tương tự trong tam giác  $NBS$  ta có:  $\widehat{SBN} \approx 22^{\circ}43'$

Suy ra  $\widehat{LBS} = 56^{\circ}15' + 22^{\circ}43' = 78^{\circ}58'$ .

Áp dụng định lí cosin vào tam giác  $LBS$  ta có:

$$LS^2 = LB^2 + BS^2 - 2LB \cdot BS \cos \widehat{LBS} = 65^2 + 47^2 - 2 \cdot 65 \cdot 47 \cos 78^{\circ}58' \Rightarrow LS \approx 72,558 \text{ km}$$

Số tiền cần xây dựng cao tốc là  $72,558 \cdot 186 \approx 13496$  tỉ đồng.

**Câu 8.** Một gia đình cần ít nhất 600 đơn vị protein và 200 đơn vị lipid trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi kilogram thịt bò chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipid, mỗi kilogram thịt lợn chứa 600 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất 1 kg thịt bò và 0,8 kg thịt lợn. Giá tiền 1 kg thịt bò là 250 nghìn đồng; 1 kg thịt lợn là 160 nghìn đồng. Chi phí tối thiểu mà gia đình này cần trong một ngày là bao nhiêu (làm tròn đến đơn vị nghìn đồng)?

**Lời giải**

Gọi  $x, y$  lần lượt là số kg thịt bò và thịt lợn cần mua. Vì gia đình này chỉ mua nhiều nhất 1 kg thịt bò và 0,8 kg thịt lợn nên  $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 0,8$ .

Trong  $x$  kilogram thịt bò và  $y$  kilogram thịt lợn chứa số đơn vị protein là  $800x + 600y$  (đơn vị).  
Do số đơn vị protein cần ít nhất là 900 đơn vị nên ta có  $800x + 600y \geq 900$  hay  $4x + 3y \geq 3$ .  
Trong  $x$  kilogram thịt bò và  $y$  kilogram thịt lợn chứa số đơn vị lipit là  $200x + 400y$  (đơn vị).  
Do số đơn vị lipit cần ít nhất là 400 đơn vị nên ta có  $200x + 400y \geq 400$  hay  $x + 2y \geq 1$ .

Khi đó hệ bất phương trình cần tìm là 
$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 1 \\ 0 \leq y \leq 0,8 \\ 4x + 3y \geq 3 \\ x + 2y \geq 1 \end{cases}$$

Số tiền gia đình đó phải trả để mua  $x$  kilogram thịt bò và  $y$  kilogram thịt lợn là

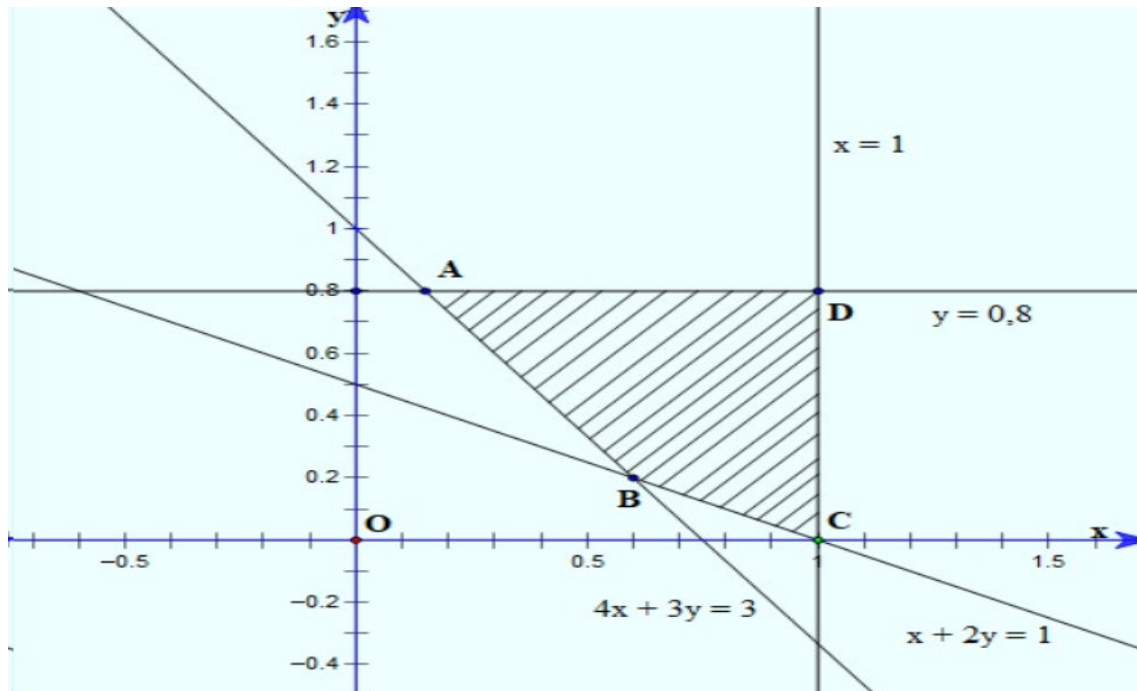
$$F(x; y) = 250x + 160y \text{ (nghìn đồng)}$$

Miền nghiệm của hệ bất phương trình là tứ giác  $ABCD$  (phần gạch chéo) với tọa độ các đỉnh là  $A(0,15;0,8)$ ,  $B(0,6;0,2)$ ,  $C(1;0)$  và  $D(1;0,8)$ .

$$F(0,15;0,8) = 250 \cdot 0,15 + 160 \cdot 0,8 = 165,5; \quad F(0,6;0,2) = 250 \cdot 0,6 + 160 \cdot 0,2 = 182;$$

$$F(1;0) = 250 \cdot 1 + 160 \cdot 0 = 250; \quad F(1;0,8) = 250 \cdot 1 + 160 \cdot 0,8 = 378.$$

Do đó giá trị nhỏ nhất cần tìm là  $F(0,15;0,8) = 165,5$ .



Vậy để chi phí thấp nhất của gia đình đó là 166.000 đ.

**Câu 9.** Trong tất cả các tam giác ngoại tiếp đường tròn có bán kính  $r = \sqrt{3}$ , tính chu vi của tam giác có diện tích nhỏ nhất.

**Lời giải**

Gọi nửa chu vi của tam giác là  $p$ , diện tích của tam giác là  $S$ . Ta có:

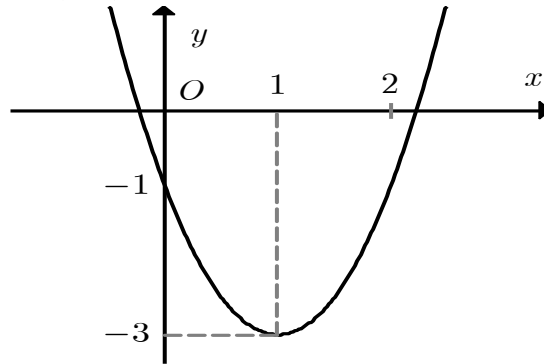
$$pr = S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \leq \sqrt{p \left( \frac{p-a+p-b+p-c}{3} \right)^3} = \sqrt{\frac{p^4}{27}} = \frac{p^2}{3\sqrt{3}}.$$

$$\text{Suy ra } 3\sqrt{3}r \leq p \Rightarrow 3\sqrt{3}r^2 \leq S.$$

Đẳng thức xảy ra  $\Leftrightarrow p-a = p-b = p-c \Leftrightarrow$  tam giác đều.

Khi đó diện tích nhỏ nhất là:  $3\sqrt{3}r^2 = S \Rightarrow 3\sqrt{3}r = p$ . Do đó chu vi của tam giác bằng  $6\sqrt{3}r = 18$ .

**Câu 10.** Cho đồ thị hàm số bậc hai  $y = f(x)$  như hình vẽ:



Tìm số nghiệm của phương trình  $f(f^2(x) - 2024f(x) + 1) = -3$ .

**Lời giải**

Từ đồ thị hàm số bậc hai  $y = f(x)$  ta có:

$$f(f^2(x) - 2024f(x) + 1) = -3 \Rightarrow f^2(x) - 2024f(x) + 1 = 1 \Rightarrow \begin{cases} f(x) = 0 \\ f(x) = 2024 \end{cases}$$

Phương trình  $f(x) = 0$  có hai nghiệm phân biệt.

Phương trình  $f(x) = 2024$  có hai nghiệm phân biệt.

Vậy phương trình  $f(f^2(x) - 2024f(x) + 1) = -3$  có bốn nghiệm phân biệt.

**Câu 11.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho các điểm  $A(1;7), B(1;-1), C(3;-1), P(1;0), Q(-2;3)$ . Tìm tọa độ điểm M trên đường thẳng PQ sao cho  $|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}|$  đạt giá trị nhỏ nhất.

**Lời giải**

Gọi K là điểm thỏa mãn  $\overrightarrow{KA} + 2\overrightarrow{KB} + 3\overrightarrow{KC} = \vec{0} \Rightarrow K\left(2; \frac{1}{3}\right)$ . Ta có

$$\begin{aligned} |\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}| &= |(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}) + 2(\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC})| \\ &= |2\overrightarrow{MI} + 4\overrightarrow{MJ}| = |6\overrightarrow{MK} + 2(\overrightarrow{IK} + 2\overrightarrow{JK})| = 6|\overrightarrow{MK}| \end{aligned}$$

Suy ra  $|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}|$  đạt giá trị nhỏ nhất khi  $|\overrightarrow{MK}|$  đạt giá trị nhỏ nhất, điều này xảy ra khi

$$\begin{cases} \text{MK} \perp \text{PQ} \\ \text{M} \in \text{PQ} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{\text{KM}} \perp \overrightarrow{\text{PQ}} \\ \overrightarrow{\text{PM}} = k\overrightarrow{\text{PQ}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{M}(x;y) \\ -x + y = \frac{-5}{3} \\ x + y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{4}{3} \\ y = \frac{-1}{3} \end{cases}$$

Vậy  $M\left(\frac{4}{3}; \frac{-1}{3}\right)$ .