

**Câu 1 (2,5 điểm)**

a) Tính giá trị biểu thức:  $A = \sqrt{50} - 12\sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{(\sqrt{2} + 1)^2}$

b) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ x + 3y = 5 \end{cases}$$

c) Giải phương trình:  $x^2 + 9x - 10 = 0$ .

**Câu 2. (2,0 điểm)** Cho parabol (P):  $y = -x^2$  và đường thẳng (d):  $y = -5x + m$  (với  $m$  là tham số)

a) Vẽ parabol (P).

b) Tìm tất cả giá trị của  $m$  để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ  $x_1, x_2$  sao cho  $|x_1 - x_2| = 3$

**Câu 3. (1,5 điểm)**

a) Theo kế hoạch công an tỉnh Bà Rịa -Vũng Tàu điều hai tổ công tác đến làm thủ tục công dân cho phường Thắng Nhì trên địa bàn thành phố Vũng Tàu. Nếu cả hai tổ cùng làm thì trong 4 ngày hoàn thành công việc. Nếu mỗi tổ làm riêng thì thời gian tổ 1 hoàn thành công việc ít hơn thời gian tổ 2 hoàn thành công việc là 6 ngày. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi tổ phải làm trong bao nhiêu ngày để hoàn thành công việc ?

b) Giải phương trình:  $\sqrt{x^2 + x + 2} = (x - 2)(x + 3) + 2$

**Câu 4 (3,5 điểm):** Cho đường tròn tâm O. Từ điểm M nằm ngoài (O) kẻ hai tiếp tuyến MC, MD ( C;D là các tiếp điểm). Vẽ cát tuyến MAB với đường tròn (A, B thuộc đường tròn và dây AB không đi qua O; A nằm giữa M và B; C thuộc cung nhỏ AB). Gọi I là trung điểm của AB và H là giao điểm của OM và CD.

a) Chứng minh tứ giác MIOD nội tiếp được đường tròn

b) Tia DI cắt đường tròn (O) tại G. Chứng minh  $\widehat{CGD} = \widehat{MID}$

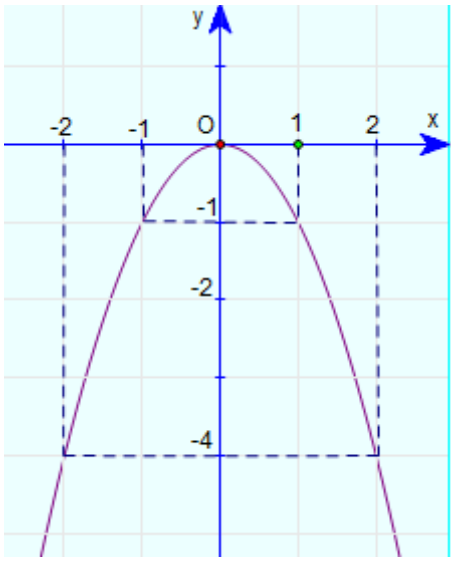
c) Gọi E là giao điểm của hai đường thẳng CD và OI, S là giao điểm của MI và EH, K là giao điểm của hai đường thẳng OS và ME. Chứng minh  $MH \cdot MO + EI \cdot EO = ME^2$ .

d) Kẻ dây BN song song với CD. Chứng minh ba điểm : A, H, N thẳng hàng.

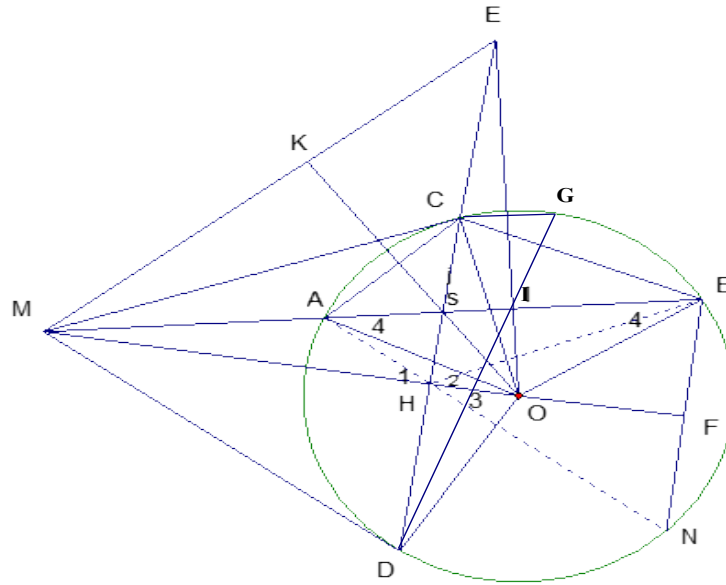
**Câu 5 (0,5 điểm).** Chứng minh rằng:  $\frac{a + b}{\sqrt{a(3a + b)} + \sqrt{b(3b + a)}} \geq \frac{1}{2}$  với  $a, b$  là các

số dương

----- Hết -----

Câu	Ý	Đáp án	Điểm
<b>1</b>			<b>2,5</b>
	<b>a</b>	$A = \sqrt{50} - 12\sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{(\sqrt{2} + 1)^2};$ $A = 5\sqrt{2} - 6\sqrt{2} +  \sqrt{2} + 1 $	0,25x3
		$= -\sqrt{2} + \sqrt{2} + 1 = 1.$	0,25
	<b>b</b>	$\begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ x + 3y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 12 \\ x + 3y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ 4 + 3y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ 3y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = \frac{1}{3} \end{cases}$	0,75
	<b>c</b>	$x^2 + 9x - 10 = 0$ . Ta có: $a + b + c = 1 + 9 - 10 = 0$	0,25
		Phương trình có 2 nghiệm $x_1 = 1, x_2 = -10$	0,25x2
<b>2</b>			<b>2,0</b>
	<b>a</b>	<p>HS lập được bảng giá trị</p> 	1,0
	<b>b</b>	<p>Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) là:</p> $-x^2 = -5x + m \text{ hay } x^2 - 5x + m = 0 \quad (1)$ $\Delta = 25 - 4m$	0,25
		Để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1, x_2 \Leftrightarrow$ Phương trình	0,25

		(1) có hai nghiệm <b>phân biệt</b> $x_1, x_2 \Leftrightarrow \Delta = 25 - 4m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{25}{4}$ .	
		Theo hệ thức Viét, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 5 \\ x_1 \cdot x_2 = m \end{cases}$	0,25
		Theo đề ra, ta có: $ x_1 - x_2  = 3 \Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 = 9 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 9$ $\Leftrightarrow 25 - 4.m = 9 \Leftrightarrow m = 4(TM)$	0,25
<b>3</b>			<b>1,5</b>
	<b>a</b>	Gọi thời gian làm riêng hoàn thành công việc của tổ thứ nhất là x (ngày, $x > 4$ )	0,25
		Thời gian làm riêng hoàn thành công việc của tổ thứ hai là x+6 (ngày) Mỗi ngày: Tổ thứ nhất làm được $\frac{1}{x}$ (công việc) Tổ thứ hai làm được $\frac{1}{x+6}$ (công việc). Cả 2 tổ làm được $\frac{1}{4}$ (công việc)	0,25
		Theo bài ra ta có phương trình: $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+6} = \frac{1}{4}$ $\Rightarrow 4(x+6) + 4x = x(x+6)$ $\Leftrightarrow 4x + 24 + 4x = x^2 + 6x$ $\Leftrightarrow x^2 - 2x - 24 = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 (tm) \\ x = -4 (ktm) \end{cases}$	0,25
		Vậy: Tổ I làm riêng hoàn thành trong 6 (ngày) Tổ II làm riêng hoàn thành trong 12 (ngày)	0,25
	<b>b</b>	Giải phương trình: $\sqrt{x^2 + x + 2} = (x-2)(x+3) + 2$	
		$\Leftrightarrow \sqrt{x^2 + x + 2} = x^2 + x + 2 - 6$ Đặt $t = \sqrt{x^2 + x + 2}$ , $t \geq 0 \Rightarrow t^2 = x^2 + x + 2$ . Ta có phương trình $\Leftrightarrow t = t^2 - 6 \Leftrightarrow t^2 - t - 6 = 0$ Giải tìm được $t = -2$ (loại); $t = 3$ (nhận)	0,25
		Với $t = 3$ . Ta có: $9 = x^2 + x + 2 \Leftrightarrow x^2 + x - 7 = 0$ Tìm được $x_1 = \frac{-1 + \sqrt{29}}{2}; x_2 = \frac{-1 - \sqrt{29}}{2}$	0,25
<b>4</b>			<b>3,5</b>



0,5

<b>a</b>	Vì I là trung điểm của AB $\Rightarrow OI \perp AB$ $\Rightarrow \widehat{MID} = 90^\circ (OI \perp AB)$	0,25
	Xét tứ giác MIOD, có: $\widehat{MID} = 90^\circ (OI \perp AB)$ ; $\widehat{MDO} = 90^\circ$ ( MD là tiếp tuyến của (O))	0,25
	Suy ra : $\widehat{MDO} + \widehat{MID} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$	0,25
	Vậy tứ giác MIOD nội tiếp	0,25
<b>b</b>	Vì MC và MD là hai tiếp tuyến cắt nhau tại M $\Rightarrow OM$ là tia phân giác của $\widehat{COD} \Rightarrow \widehat{MOD} = \frac{\widehat{COD}}{2}$  Mà tứ giác MIOD nội tiếp $\Rightarrow \widehat{MID} = \widehat{MOD}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung MD). Do đó $\widehat{MID} = \frac{\widehat{COD}}{2}$ (1)	0,25
	$\widehat{CGD} = \frac{\widehat{COD}}{2}$ ( quan hệ góc ở tâm và góc nội tiếp) (2)	0,25
	Từ (1) và (2) suy ra : $\widehat{MID} = \widehat{CGD}$	0,25
<b>c</b>	Chứng minh được: $OK \perp EM$	0,25
	Xét $\Delta MHE$ và $\Delta MKO$ có $\widehat{OME}$ là góc chung; $\widehat{MHE} = \widehat{OKM} = 90^\circ \Rightarrow \Delta MHE \sim \Delta MKO \Rightarrow MH.MO = MK.ME$ Tương tự $EI.EO = EK.ME$	0,25
	$\Rightarrow MH.MO + EI.EO = EK.ME + MK.ME = ME^2.$	0,25

	<p><b>d</b> c)Gọi F là giao điểm của MO và BN  Ta có BN//CD, mà <math>CD \perp MO \Rightarrow MO \perp BN \Rightarrow FB=FN</math>  <math>\Rightarrow HF</math> vừa là đường cao, trung tuyến của <math>\Delta HBN</math>  <math>\Rightarrow \Delta HBN</math> cân tại H và HF là phân giác <math>\Rightarrow \widehat{H}_3 = \widehat{H}_2</math> (1)  Mặt khác ta có <math>MH.MO=MC^2</math> (Hệ thức lượng )  Xét <math>\Delta MCA \sim \Delta MBC</math> có <math>\widehat{CMA}</math> chung, <math>\widehat{MCA} = \widehat{CBA} = \frac{1}{2}sd\widehat{AC}</math>  <math>\Rightarrow \Delta MCA \sim \Delta MBC(g.g) \Rightarrow MA.MB= MC^2</math>  <math>\Rightarrow MH.MO=MA.MB \Rightarrow \frac{MH}{MA} = \frac{MB}{MO}</math>, mà <math>\Delta MHA</math> và  <math>\Delta MBO</math> có <math>\widehat{HMA}</math> chung <math>\Rightarrow \Delta MHA \sim \Delta MBO (c.g.c)</math></p>	0,25
	$\Rightarrow \widehat{H}_1 = \widehat{B}_4 \Rightarrow \widehat{B}_4 + \widehat{AHO} = 180^\circ \Rightarrow AHOB$ là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \widehat{A}_4 = \widehat{H}_2$ . Ta có $OA=OB \Rightarrow \Delta AOB$ cân tại O $\Rightarrow \widehat{A}_4 = \widehat{B}_4 \Rightarrow \widehat{H}_1 = \widehat{H}_2$ (2) Từ (1) và (2) $\Rightarrow \widehat{H}_1 = \widehat{H}_3 \Rightarrow \widehat{H}_1 + \widehat{MHN} = 180^\circ$ $\Rightarrow A, H, N$ thẳng hàng.	0,25
<b>5</b>		<b>0,5</b>
	<p>Ta có:</p> $\frac{a + b}{\sqrt{a(3a + b)} + \sqrt{b(3b + a)}} = \frac{2(a + b)}{\sqrt{4a(3a + b)} + \sqrt{4b(3b + a)}} \quad (1)$ <p>Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho các số dương ta được:</p> $\sqrt{4a(3a + b)} \leq \frac{4a + (3a + b)}{2} = \frac{7a + b}{2} \quad (2)$ $\sqrt{4b(3b + a)} \leq \frac{4b + (3b + a)}{2} = \frac{7b + a}{2} \quad (3)$ <p>Từ (2) và (3) suy ra:</p> $\sqrt{4a(3a + b)} + \sqrt{4b(3b + a)} \leq 4a + 4b \quad (4)$ <p>Từ (1) và (4) suy ra:</p> $\frac{a + b}{\sqrt{a(3a + b)} + \sqrt{b(3b + a)}} \geq \frac{2(a + b)}{4a + 4b} = \frac{1}{2}.$ <p>Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi <math>a = b</math>.</p>	0,5