

Câu 1 (2 điểm). Cho hai biểu thức:

$$A = \frac{\sqrt{x} - 5}{\sqrt{x} + 3} \text{ và } B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} - \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 2} - \frac{2\sqrt{x} + 4}{x + \sqrt{x} - 2} \text{ với } x \geq 0; x \neq 1$$

a/ Tính giá trị của A khi $x = 4$

b/ Rút gọn B

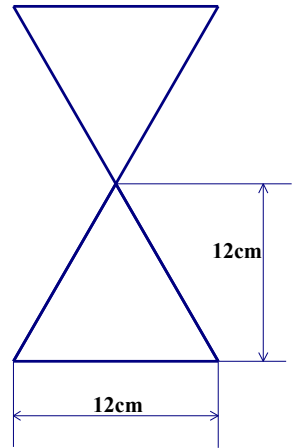
c/ Cho $P = A.B$. Tìm x để P có giá trị là số nguyên.

Câu 2 (2,5 điểm)

1/ Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một đội xe vận tải nhận kế hoạch chở 360 tấn hàng, được chia đều cho các xe. Lúc khởi hành có 3 xe bị hỏng nên mỗi xe phải chở tăng thêm 4 tấn so với dự định. Hỏi ban đầu có bao nhiêu xe?

2/ Một chiếc đồng hồ cát được tạo bởi hai hình nón bằng nhau, có mặt cắt và kích thước như hình vẽ. Người ta đổ đầy cát vào một nửa rồi úp ngược cho cát chảy. Biết rằng lượng cát chảy mỗi phút là 15cm^3 . Hỏi sau bao lâu cát chảy hết. (Lấy $\pi \approx 3,14$ và làm tròn đến đơn vị phút).



Câu 3 (2 điểm)

1/ Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2\sqrt{x-2} + \frac{3}{y-1} = 10 \\ 3\sqrt{x-2} - \frac{2}{y-1} = 2 \end{cases}$$

2/ Cho phương trình: $x^2 - 2(m-1)x + 2m - 3 = 0$ (với m là tham số)

a/ Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm với mọi giá trị của m

b/ Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thỏa mãn: $x_1 = 3x_2$

Câu 4 (3 điểm)

Cho tứ giác ABCD nội tiếp (O), đường kính AD (điểm B thuộc cung nhỏ AC). Gọi H là giao điểm của AC và BD; Kẻ HK vuông góc với AD tại K.

a/ Chứng minh tứ giác ABHK nội tiếp và $AH.AC = AK.AD$.

b/ Chứng minh BD là tia phân giác của góc CBK

c/ Tia BK cắt (O) tại F. Gọi P và Q lần lượt là hình chiếu của F trên các đường thẳng BA và BD. Chứng minh $PQ \parallel BC$ và ba đường thẳng AD, CF, PQ đồng quy.

Câu 5 (0,5 điểm) Giải phương trình:

$$x^2 - 6x + \sqrt{x^3 + 2x^2 + 3x + 6} = 9$$

Cán bộ coi kiểm tra không giải thích gì thêm.

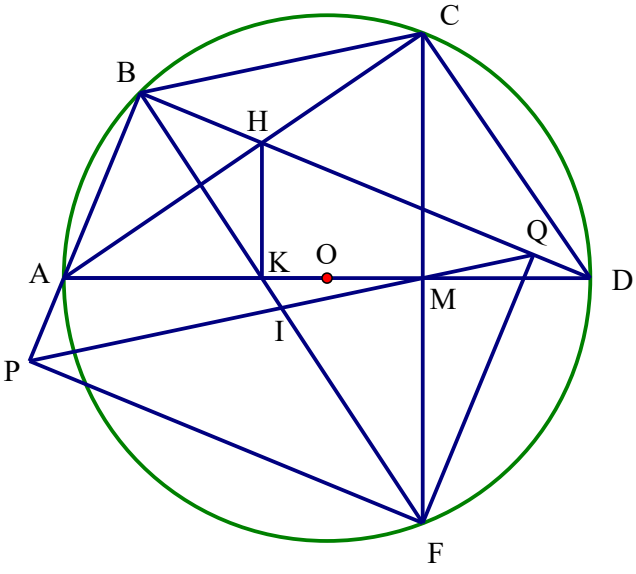
Họ và tên thí sinh:..... Số báo danh:.....

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN

Câu	Phần	Nội dung	Điểm m
1 (2đ)	a 0,5	$A = \frac{\sqrt{x} - 5}{\sqrt{x} + 3} \text{ đk } x \geq 0; x \neq 1$ <p>Với $x = 4$ (TMĐK) thay vào biểu thức A ta được:</p> <p>Tính đúng $A = \frac{-3}{5}$, KL:</p>	0,25
			0,25
	b 1đ	<p>ĐKXD: $x \geq 0; x \neq 1$</p> $B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} - \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 2} - \frac{2\sqrt{x} + 4}{x + \sqrt{x} - 2}$ $= \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} - \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 2} - \frac{2\sqrt{x} + 4}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 2)}$ $= \frac{2x + 4\sqrt{x} - x + 1 - 2\sqrt{x} - 4}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 2)} = \frac{x + 2\sqrt{x} - 3}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 2)}$ $= \frac{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 3)}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 2)} = \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 2}$ <p>KL: Vậy $B = \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 2}$</p>	0,25
			0,25
			0,25
			0,25
	c 0,5	<p>ĐKXD: $x \geq 0; x \neq 1$</p> $P = A \cdot B = \frac{\sqrt{x} - 5}{\sqrt{x} + 3} \cdot \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 2} = \frac{\sqrt{x} - 5}{\sqrt{x} + 2} = \frac{\sqrt{x} + 2 - 7}{\sqrt{x} + 2}$ $= 1 - \frac{7}{\sqrt{x} + 2}$ <p>Vì $x \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x} + 2 \geq 2 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{x} + 2} \leq \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{7}{\sqrt{x} + 2} \leq \frac{7}{2}$</p> <p>Mặt khác: do $x \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x} + 2 > 0 \Rightarrow \frac{7}{\sqrt{x} + 2} > 0$</p> $\Rightarrow 0 < \frac{7}{\sqrt{x} + 2} \leq \frac{7}{2}$ <p>Để $P \in \mathbb{Z}$ thì $\frac{7}{\sqrt{x} + 2} \in \mathbb{Z} \Rightarrow \frac{7}{\sqrt{x} + 2} \in \{1; 2; 3\}$</p>	0,25
			0,25

		<ul style="list-style-type: none"> $\frac{7}{\sqrt{x} + 2} = 1 \Rightarrow \sqrt{x} + 2 = 7 \Rightarrow \sqrt{x} = 5 \Rightarrow x = 25$ (TM) $\frac{7}{\sqrt{x} + 2} = 2 \Rightarrow \sqrt{x} + 2 = \frac{7}{2} \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{3}{2} \Rightarrow x = \frac{9}{4}$ (TM) $\frac{7}{\sqrt{x} + 2} = 3 \Rightarrow \sqrt{x} + 2 = \frac{7}{3} \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{1}{3} \Rightarrow x = \frac{1}{9}$ (TM) <p>Vậy $x \in \left\{ 25; \frac{9}{4}; \frac{1}{9} \right\}$</p>	
2 (2,5 đ)	2.1 2đ	<p>Gọi số xe ban đầu là x ($x \in \mathbb{Z}^+; x > 3$) Thì số xe thực tế là: $x - 3$ (xe)</p> <p>Theo dự định, mỗi xe chở số tấn hàng là: $\frac{360}{x}$ (tấn)</p> <p>Thực tế, mỗi xe phải chở số tấn hàng là: $\frac{360}{x-3}$ (tấn)</p> <p>Theo bài ra ta có phương trình:</p> $\frac{360}{x-3} - \frac{360}{x} = 4$ $\Leftrightarrow 360x - 360(x-3) + 1080 = 4x^2 - 12x$ $\Leftrightarrow 4x^2 - 12x - 1080 = 0$ <p>$\Delta' = 6^2 - 4 \cdot (-1080) = 4356 \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = 66$</p> $x_1 = \frac{6+66}{4} = 18 \text{ (TM)}$ $x_2 = \frac{6-66}{4} = -15 \text{ (Loại)}$ <p>Vậy ban đầu có 18 xe</p>	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25
	2.2 0,5	<p>Bán đường tròn đáy hình nón là: $12 : 2 = 6$ (cm)</p> <p>Thể tích hình nón là: $V_2 = \frac{1}{3} \pi \cdot r^2 h = \frac{1}{3} \cdot 3,14 \cdot 6^2 \cdot 12 \approx 452,16$ (cm³)</p> <p>Thời gian cát chảy hết là: $452,16 : 15 \approx 30$ (phút)</p>	0,25 0,25
3 (2đ)	3.1 0,75đ	$\begin{cases} 2\sqrt{x-2} + \frac{3}{y-1} = 10 \\ 3\sqrt{x-2} - \frac{2}{y-1} = 2 \end{cases} \quad \text{Đkxd: } x \geq 2; y \neq 1$ <p>Đặt $\begin{cases} \sqrt{x-2} = a \\ \frac{1}{y-1} = b \end{cases}$</p> <p>hpt $\Leftrightarrow \begin{cases} 2a + 3b = 10 \\ 3a - 2b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a + 6b = 20 \\ 9a - 6b = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 13a = 26 \\ 3b = 10 - 2a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 2 \end{cases}$</p>	0,25

		Thay ẩn: $\begin{cases} \sqrt{x-2} = 2 \\ \frac{1}{y-1} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2=4 \\ y-1=\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=6 \\ y=\frac{3}{2} \end{cases} \text{ (tm)}$	0,25
		Vậy hệ pt đã cho có nghiệm duy nhất: $(x, y) = (6; \frac{3}{2})$	0,25
3.2 (a) 0,5đ		$x^2 - 2(m-1)x + 2m - 3 = 0$ $\Delta' = [-(m-1)]^2 - (2m-3) = m^2 - 2m + 1 - 2m + 3$ $= m^2 - 4m + 4 = (m-2)^2 \geq 0 \quad \forall m$ $\Rightarrow \text{Pt luôn có hai nghiệm } \forall m$	0,25 0,25
3.2 (b) 0,75đ		$x^2 - 2(m-1)x + 2m - 3 = 0$ $\Delta' = (m-2)^2$ Để phương trình có hai nghiệm phân biệt thì $\Delta' > 0$ $\Rightarrow (m-2)^2 > 0 \Rightarrow m \neq 2$ Nx: $a + b + c = 1 - 2(m-1) + 2m - 3 = 0$ Nên phương trình có hai nghiệm: $x_1 = 1; x_2 = 2m - 3$ Theo bài: $x_1 = 3x_2$ <ul style="list-style-type: none"> TH1: Chọn $x_1 = 1; x_2 = 2m - 3$ thay vào hệ thức ta được: $1 = 3(2m - 3) \Rightarrow 1 = 6m - 9 \Rightarrow 6m = 10 \Rightarrow m = \frac{5}{3} \text{ (tm)}$ TH2: Chọn $x_1 = 2m - 3; x_2 = 1$ thay vào hệ thức ta được: $2m - 3 = 3 \Rightarrow 2m = 6 \Rightarrow m = 3 \text{ (tm)}$ Vậy với $m \in \left\{ 3; \frac{5}{3} \right\}$ thì phương trình có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn: $x_1 = 3x_2$	0,25 0,25 0,25
4 (3đ) a 1,5đ		Vẽ hình đúng đến câu a 	0,25

	<ul style="list-style-type: none"> Vì AD là đường kính của (O) nên : $\widehat{ABD} = 90^0$; $\widehat{ACD} = 90^0$ <p>Xét tứ giác ABHK có:</p> $\widehat{ABD} + \widehat{AKD} = 180^0$ <p>Mà hai góc ở vị trí đối diện</p> <p>⇒ Tứ giác ABHK nội tiếp</p> <ul style="list-style-type: none"> Xét $\triangle AKH$ và $\triangle ACD$ có: $\widehat{AKH} = \widehat{ACD} = 90^0 \text{ (cm trên)}$ <p>\hat{A} là góc chung</p> <p>⇒ $\triangle AKH \sim \triangle ACD$ (g-g)</p> $\Rightarrow \frac{AK}{AC} = \frac{AH}{AD} \Rightarrow AH.AC = AK.AD$	0,25 0,25 0,25 0,25
b 0,75	<p>Vì tứ giác ABHK nội tiếp nên</p> $\widehat{HAK} = \widehat{HBK} \text{ (Góc nội tiếp cùng chắn } \widehat{HK} \text{)}$ <p>Xét trong (O) có: $\widehat{CAD} = \widehat{CBD}$ (Góc nội tiếp cùng chắn \widehat{CD})</p> <p>⇒ $\widehat{HBK} = \widehat{CBD}$</p> <p>⇒ BD là tia phân giác của góc CBK</p>	0,25 0,25 0,25
c 0,75	 <p>*Tứ giác BPFQ có $\widehat{BPF} = \widehat{BQF} = \widehat{PBQ} = 90^0$</p> <p>Nên BPFQ là hình chữ nhật.</p> <p>Gọi I là giao điểm của BF với PQ</p> $\Rightarrow \widehat{BQI} = \widehat{QBI}. \text{ Mà } \widehat{CBD} = \widehat{QBI} \text{ (phần b)}$ $\Rightarrow \widehat{BQI} = \widehat{CBD} \Rightarrow PQ \parallel BC \text{ (hai góc SLT bằng nhau)}$ <p>*Vì tứ giác ABHK nội tiếp</p> $\Rightarrow \widehat{AHK} = \widehat{ABK} \text{ (Góc nội tiếp cùng chắn } \widehat{AK} \text{)}$ <p>Xét trong (O) ta có: $\widehat{ACF} = \widehat{ABF}$ (Góc nội tiếp cùng chắn \widehat{AF})</p>	0,25

	$\Rightarrow \widehat{AHK} = \widehat{ACF} \Rightarrow CF \parallel AH \Rightarrow CF \perp AD$ <p>Gọi M là giao điểm của AD và CF \Rightarrow M là trung điểm CF</p> <p>Gọi M' là giao điểm của PQ với CF</p> <p>Xét tam giác BFC có: I là trung điểm BF (t/c hình chữ nhật)</p> $IM' \parallel BC \text{ (do } PQ \parallel BC)$ $\Rightarrow M' \text{ là trung điểm của CF } \Rightarrow M' \equiv M$ <p>Vậy ba đường thẳng: AD, PQ, CF đồng quy tại M</p>	0,25
		0,25
5 (0,5)	$x^2 - 6x + \sqrt{x^3 + 2x^2 + 3x + 6} = 9$ $\Leftrightarrow x^2 - 6x - 9 + \sqrt{(x^2 + 3)(x + 2)} = 0 \quad \text{Đkxd: } x \geq -2$ $\Leftrightarrow x^2 + 3 - 6x - 12 + \sqrt{(x^2 + 3)(x + 2)} = 0$ $\Leftrightarrow x^2 + 3 - 6(x + 2) + \sqrt{(x^2 + 3)(x + 2)} = 0$ <p>Đặt: $\sqrt{x^2 + 3} = a$; $\sqrt{x + 2} = b$ ($a > 0$; $b \geq 0$)</p> $\text{Pt} \Leftrightarrow a^2 - 6b^2 + ab = 0$ $\Leftrightarrow (a - 2b)(a + 3b) = 0$ $\Leftrightarrow a - 2b = 0 \text{ (vì } a + 3b > 0)$ $\Leftrightarrow a = 2b$ <p>Thay ẩn ta được: $\sqrt{x^2 + 3} = 2\sqrt{x + 2}$</p> $\Leftrightarrow x^2 + 3 = 4(x + 2)$ $\Leftrightarrow x^2 - 4x - 5 = 0$ $\Delta' = 4 + 5 = 9$ $x_1 = 2 + 3 = 5 \text{ (tm)}$ $x_2 = 2 - 3 = -1 \text{ (tm)}$ <p>Vậy tập nghiệm của pt là: $S = \{-1 ; 5\}$</p>	0,25

Ghi chú: Học sinh làm cách khác đúng chấm điểm tương đương.