TRƯỜNG ĐHSP HÀ NỘI
**TRƯỜNG THPT CHUYÊN**

*Đề thi gồm có: 01 trang*

**KÌ THI THỬ VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN**
**NĂM 2024 – LẦN 2**
**BÀI THI MÔN: TOÁN CHUYÊN**
***Dành cho các thí sinh thi thử vào chuyên Toán, chuyên Tin***
*Thời gian làm bài: 120 phút*
*(không kể thời gian phát đề)*

Họ và tên thí sinh: ……………………………………….
Số báo danh: ……………………………………….........

**Câu 1.***(3 điểm)*

**1.** Cho $n$ là số nguyên dương. Chứng minh rằng

$$K=\frac{\left(2^4+\frac{1}{4}\right)\left(4^4+\frac{1}{4}\right)\left(6^4+\frac{1}{4}\right)...\left((2n)^4+\frac{1}{4}\right)}{\left(1^4+\frac{1}{4}\right)\left(3^4+\frac{1}{4}\right)\left(5^4+\frac{1}{4}\right)...\left((2n-1)^4+\frac{1}{4}\right)}$$

có thể viết được thành tổng của 2 số chính phương.

**2.** Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x+y+z=3 \\ x^3+y^3+z^3=x^4+y^4+z^4. \end{cases}$

**Câu 2.** *(3 điểm)*

**1.** Cho $a,b,c$ là các số thực đôi một phân biệt. Chứng minh rằng ít nhất 2 trong 3 phương trình sau có nghiệm:

$$(x-a)(x-b)=x-c$$
$$(x-b)(x-c)=x-a$$
$$(x-c)(x-a)=x-b.$$

**2.** Cho $p>3$ là một số nguyên tố . Giả sử $a,b,c,d$ là các số nguyên thỏa mãn $a+b\equiv c+d\pmod{p}$ và $a^3+b^3\equiv c^3+d^3\pmod{p}$. Chứng minh $a^{2025}+b^{2025}\equiv c^{2025}+d^{2025}\pmod{p}$.

**Câu 3.***(3 điểm)* Cho tam giác nhọn, không cân $ABC$ nội tiếp đường tròn $(O)$, có $AD$ là đường phân giác trong ($D$ thuộc $BC$). $E$ là một điểm di động trên cạnh $AB$ ($E$ khác $A$). Đường tròn ngoại tiếp tam giác $ADE$ cắt $AC$ tại điểm thứ hai $F$ (khác $A$), cắt đường thẳng BC tại điểm thứ hai $K$ (khác $D$). Chứng minh rằng

a) $BE.KC=CF.KB$.

b) $BE+CF$ không đổi khi $E$ thay đổi trên cạnh $AB$ (khác $A$) của tam giác $ABC$ .

**Câu 4.** *(1 điểm)* Thầy giáo ghi lên bảng các số 1!, 2!, 3!,…,23!. Thầy giáo cho phép bạn Dương xóa đi một hoặc nhiều các số đang có trên bảng. Hỏi bạn Dương phải xóa đi ít nhất bao nhiêu số sao cho tích các số còn lại trên bảng là một số chính phương? Tại sao?

*(Ở đây, n! là tích của n số nguyên dương đầu tiên).*

--------------------*Hết*--------------------

*Ghi chú:Thí sinh không được sử dụng tài liệu, cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.*